

VIBRATION FREQUENCY CALCULATIONS OF  
NON-UNIFORM BARS

(การคำนวณหาความถี่ของการสั่นสะเทือนของคานที่หน้าตัดไม่สม่ำเสมอ)

by

Captain Surothara Suthiboon

B.Sc. (MEAF) 1961 Dip. in Ed.

007013

Thesis

Submitted in partial fulfilment of the requirements for the

Degree of Master of Science

in

The Chulalongkorn University Graduate School

Department of Mathematics

June, 1970

(B.E. 2513)

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn  
University in partial fulfillment of the requirements  
for the Degree of Master of Science.

T. Nilanidhi

Dean of the Graduate School



Thesis committee.....  
Prakhat Vajrabhaya Chairman  
KHB Lull  
Sirawit Kongsama

Thesis Supervisor..... KHB Lull  
Date..... 7th July 1970

## ABSTRACT

This thesis was written in order to describe a method for calculating the vibration frequencies calculation of non-uniform metal bars by the use of numerical analysis and an electronic computer. It is divided into three chapters. Chapter I is an introduction, containing definitions of vibrations, in a solid body, frequency and the Euler equation of motion of a non-uniform bar. Chapter II discusses the method to solve the equation of the bar in chap. I with a simple rectangular cross section assuming some trial values for the frequency. Then the system can be solved by means of the electronic computer (IBM 1620).

The last chapter indicates the calculation of the node shape and frequencies by the following method. Fix the frequency and determine the value of the slope at one end point that makes the solution satisfy one of the boundary conditions; inverse interpolation is used. By repeating the calculation for different frequencies obtain the slope corresponding to this boundary condition as a function of frequency. Then determine the frequency for which the corresponding solution satisfies a second boundary condition by using inverse interpolation. This is the actual vibration frequency. The node shape for this frequency is then determined.

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เขียนขึ้นเพื่อที่จะอธิบายวิธีการคำนวณหาความถี่ของการสั่นสะเทือนของคานาโลหะที่ขนาดไม่สม่ำเสมอ โดยใช้วิธีเมอริทลแอนนาไลซิส และเครื่องคำนวณอิเล็กทรอนิกส์ วิทยานิพนธ์นี้ได้แบ่งไว้เป็น ๓ บท บทที่ ๑ เป็นบทนำประกอบด้วยนิยามต่าง ๆ คือ การสั่นสะเทือนในวัตถุทรงตัน ความถี่ของการสั่นสะเทือน และสมการขอยเสอร์ สำหรับการเคลื่อนไหวของคานาขนาดไม่สม่ำเสมอ บทที่ ๒ ศึกษาถึงวิธีการแก้สมการการเคลื่อนไหวของคานาในบทที่ ๑ ประกอบด้วยพื้นที่หน้าตัดของคานาที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าง่าย ๆ โดยสมมุติค่าความถี่ของการสั่นค่าใดค่าหนึ่งขึ้นมา แล้วแก้สมการดังกล่าวนี้โดยวิธีการใช้เครื่องคำนวณอิเล็กทรอนิกส์ (ไอ.บี.เอ็ม. ๑๖๒๐)

บทสุดท้ายแสดงถึงวิธีการคำนวณหาความถี่ของการสั่นสะเทือน และรูปร่างลักษณะของการสั่นนั้นทั้งคอบนี้ กำหนดค่าความถี่ค่าหนึ่งให้ แล้วคำนวณหาสโลพ ๓ จุดปลายจุดหนึ่งที่ทำให้ผลลัพธ์นั้นสมจริงตามพฤติกรรมเบื้องต้นอีกอันหนึ่ง โดยการใช้อินเวสชันเทอร์โพเลชัน และทำซ้ำ ๆ กันโดยกำหนดค่าความถี่ต่าง ๆ จะได้ผลลัพธ์เป็นฟังก์ชันของความถี่ แล้วก็หาสโลพที่สมจริงตามพฤติกรรมอันที่สอง โดยใช้อินเวสชันเทอร์โพเลชัน ความถี่ที่ได้นี้เป็นความถี่ที่แท้จริงและโมดเชพของความถี่นี้ก็สามารถหาได้.



## ACKNOWLEDGEMENTS

I should like to express my deep appreciation to Dr. R.H.B. Ekell, my thesis supervisor. His guidance, advice and assistance in mathematical concepts and applications, English usage and computer programming made this thesis possible.

I wish also to express my sincere gratitude to my former teachers in the R.T.A.F. Academy for their early encouragement. Especially, I am much indebted to Group Captain Bhisuddhi Riddhagani who encouraged me and made available to me his personal library.

I have pleasure in recording my grateful appreciation and indebtedness to all my lecturers of the Department of Mathematics, Chulalongkorn University Graduate School.

Captain Smoothara Suthiboon

## CONTENT

	page
Abstract .....	iii
Acknowledgements .....	iv
List of Tables .....	vi
<b>Chapter</b>	
I. Introduction .....	1
II. A Method to Solve the Equation of a Vibrating Non-uniform Bar .....	5
III. Calculation of the Mode Shape and Frequencies .....	16
Bibliography .....	39
Appendix .....	40

## LIST OF TABLES



Tables	page
1. Elastic Constants of Materials .....	3
2. Properties of a simpler cross-section....	4
3-6. Solutions of the system obtained by using an electronic computer (IBM 1620).....	9-11
7-14. Solution of the system for a uniform bar.	12-15
15-22. Calculation $y_1$ for fixing $F = 1000, 1100,$ $1200 \dots\dots\dots 1700 \dots\dots\dots$	17-24
23-30. Calculation the values of $y_{10}'''$ corresponds to $y_1 \dots\dots\dots$	25-32
31. Calculation the value of $F$ that makes $y_{10}'''$ is zero .....	33
32. Calculation $y_1$ corresponds to the actual frequency, $F = 1289 \dots\dots\dots$	35
33. Values of $y_0, y_1, y_2 \dots\dots\dots y_{10} \dots\dots\dots$	36
Figure 1. Mode shape of the actual frequency..	37

\*\*\*\*