บทที่ 2

วารสารปริทัศน์

2.1 ทฤษฎีการย่อยสลายสารอินทรีย์ในสภาวะไร้ออกซิเจน (17)

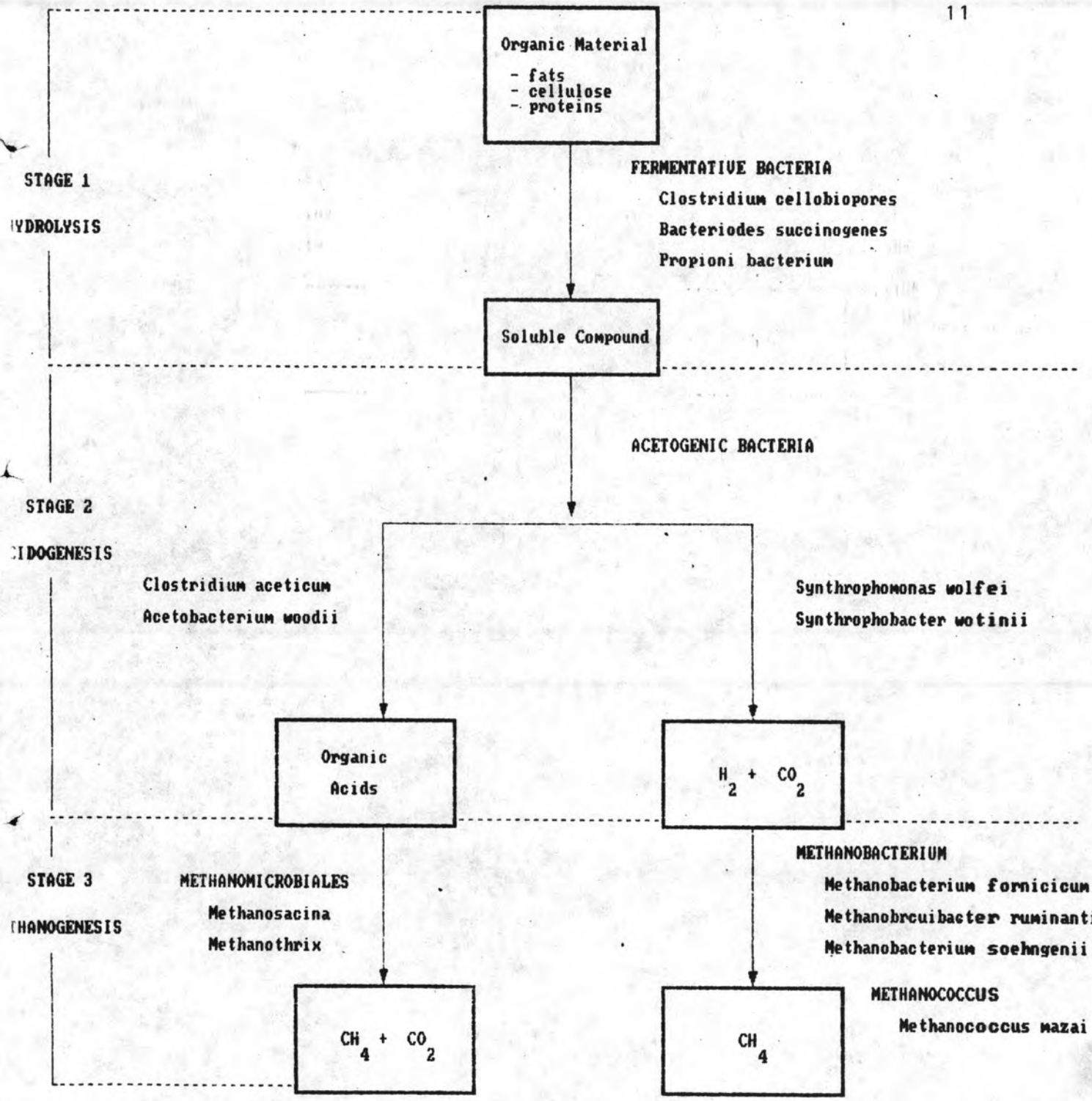
กระบวนการหมักเพื่อผลิตก๊าซชีวภาพ เป็นปฏิกริยาที่เกิดขึ้นในสภาวะไร้ออกซิเจน (anaerobic process) สารอินทรีย์ส่วนใหญ่ ได้แก่ คาร์โบไฮเดรท, ไขมัน และโปรตีน จะถูกย่อยสลายได้ก๊าซผสมซึ่งประกอบด้วย ก๊าซมีเธนประมาณร้อยละ 60 คาร์บอนไดออกไซด์ ประมาณร้อยละ 36-39

ปฏิกริยาชีวเคมีของกระบวนการย่อยสลายสารอินทรีย์โดยแบคทีเรีย ในสภาวะไร้ออกซิเจน สามารถแบ่งออกได้เป็น 3 ขั้นตอน ดังแสดงในรูปที่ 2.1

ขั้นที่ 1 <u>การสลายสารโมเลกุลใหญ่</u> (hydrolysis) สารอินทรีย์ต่าง ๆ ที่มีขนาดโมเลกุลใหญ่ เช่น คาร์โบไฮเดรท, ไขมัน และโปรตีน จะถูกย่อยสลายโดยเอนไซม์ที่ปล่อยออกมาจากแบคทีเรียพวก hydrolytic organisms ทำให้แตกตัวมีขนาดโมเลกุลเล็กลง

ขั้นที่ 2 <u>การผลิตกรดอินทรีย์</u> (acidogenesis) สารอินทรีย์ที่มีโมเลกุลขนาดเล็กลงจะถูกเปลี่ยนเป็นกรดอินทรีย์ระเหยง่าย (volatile acid) และสารอื่น ๆ โดยแบคทีเรียพวกสร้างกรด (acid former) กรดที่เกิดขึ้นส่วนใหญ่ คือ กรดอะซีติค (acetic acid) และ โพรไพโอนิค (propionic acid) แบคทีเรียที่สร้างกรดเป็นพวก facultative bacteria มีความทนทานต่อสภาพแวดล้อม และมีอัตราการเจริญเติบโตสูง แบคทีเรียในกลุ่มนี้ได้แก่ Synthrophomonas, Synthrophobactor

ขั้นที่ 3 <u>การผลิตก๊าซมีเธน</u> (methanogenesis) กรดอินทรีย์ระเหยง่ายจะถูกย่อยสลายเป็นก๊าซมีเธน และคาร์บอนไดออกไซด์ โดยแบคทีเรียที่สร้างมีเธน



รูปที่ 2.1 แสดงขั้นตอนของปฏิกริยาการหมักเพื่อผลิตก๊าซชีวภาพ และจุลินทรีย์ที่เกี่ยวข้อง

Berker (18) ได้เสนอขั้นตอนของปฏิกริยาทางชีวเคมีของการผลิตก๊าซมีเธน ดังนี้

1. การเปลี่ยนกรดอะซีติคเป็นก๊าซมีเธน

$$CH_3COOH \longrightarrow CH_4 + CO_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

2. การเปลี่ยนคาร์บอนไดออกไซด์เป็นก๊าซมีเธน

$$CO_2 + 4H_2 \longrightarrow CH_4 + 2H_2O \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

3. การเปลี่ยนกรดโพรไพโอนิคเป็นก๊าซมีเธน

$$4CH_3CH_2COOH + 2H_2O \longrightarrow 4CH_3COOH + CO_2 + 3CH_4 \quad \ldots\ldots (3)$$

ก๊าซมีเธนเกือบทั้งหมดจะได้จากปฏิกริยาที่ (1) และ (3)

แบคทีเรียที่ผลิตก๊าซมีเธนจัดอยู่ในพวก Obligate anaerobic bacteria สามารถดำรงชีวิตอยู่ได้ในสภาวะไร้ออกซิเจน มีความทนทานต่อสิ่งแวดล้อมต่ำ อัตราการเจริญเติบโตช้า แบคทีเรียกลุ่มนี้ส่วนใหญ่ได้แก่ Methanobacterium, Methanosacina

2.2 สภาพแวดล้อมที่มีอิทธิพลต่อการหมัก (19,20)

สภาพแวดล้อมมีอิทธิพลอย่างมากต่ออัตราการย่อยสลายของสารอินทรีย์ ในการผลิตก๊าซชีวภาพ สภาพแวดล้อมที่สำคัญได้แก่

2.2.1 อุณหภูมิ (temperature) ช่วงอุณหภูมิที่เหมาะสมต่อการหมักมีอยู่ 3 ช่วง ขึ้นกับชนิดของแบคทีเรีย ดังนี้

1. Psychrophillic range ช่วงอุณหภูมิระหว่าง 5-15 °ซ
2. Mesophillic range ช่วงอุณหภูมิระหว่าง 35-37 °ซ
3. Thermophillic range ช่วงอุณหภูมิระหว่าง 50-55 °ซ

ช่วงอุณหภูมิปานกลาง และช่วงอุณหภูมิสูง จะมีอิทธิพลมากที่สุดต่อการย่อยสลายสารอินทรีย์ อัตราการย่อยสลายจะสูงขึ้น อัตราการผลิตก๊าซจะเพิ่มมากขึ้น เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น สำหรับในพื้นที่ส่วนใหญ่ของประเทศไทยอุณหภูมิเฉลี่ยประมาณ 30-35 °ซ และสภาพของอุณหภูมิไม่เปลี่ยนแปลงมากนัก โดยทั่วไปจะใช้ช่วงอุณหภูมิปานกลาง และไม่ต้องมีการควบคุมอุณหภูมิในการหมัก แบคทีเรียที่ทำการย่อยสลายได้แก่ Mesophillic bacteria

2.2.2 ความเป็นกรดและด่าง (pH) ความเป็นกรดและด่างมีความสำคัญต่อการหมักมาก ช่วง pH ที่เหมาะสมจะอยู่ระดับ 6.6-7.5 ถ้า pH ต่ำเกินไปจะเป็นอันตรายต่อแบคทีเรียที่สร้างก๊าซมีเธน สภาพการลดต่ำของ pH เกิดจากระบบรับปริมาณสารอินทรีย์เมื่อเทียบกับปริมาตรถังหมักมากเกินควร ทำให้แบคทีเรียที่สร้างก๊าซมีเธนใช้กรดอินทรีย์ระเหยง่ายที่เกิดขึ้นไม่ทัน ปริมาณกรดจะถูกสะสมเพิ่มขึ้นในขั้นตอนการผลิตกรด pH จะลดต่ำลงอย่างรวดเร็ว ประมาณ 4.5-5.0 แบคทีเรียที่สร้างมีเธนจะหยุดการเจริญเติบโต ปริมาณก๊าซลดลงอย่างรวดเร็ว จนกระทั่งไม่เกิดต่อไป ในที่สุดถังหมักจะมีกลิ่นเหม็นเปรี้ยวแทน

2.2.3 อัลคาลินิติ (alkalinity) ค่าอัลคาลินิติจะแสดงถึงความสามารถในการรักษาระดับความเป็นกรดและด่าง ถ้าอัลคาลินิติสูงแสดงว่าระบบสามารถรักษาค่าของ pH ให้คงตัวอยู่ได้ดีกว่า ถ้าอัลคาลินิติต่ำจำเป็นต้องเพิ่มความระมัดระวังในการควบคุมการทำงานของระบบหมัก เพราะมีแนวโน้มจะเป็นกรดได้ง่าย ค่าอัลคาลินิติสามารถวัดได้ในรูปของ ไบคาร์บอเนต, คาร์บอเนต และไฮดรอกไซด์ มีหน่วยเป็น มิลลิกรัม/ลิตร ค่าอัลคาลินิติที่เหมาะสมต่อการหมักมีค่าประมาณ 1000-5000 มิลลิกรัม/ลิตร ในรูปของคัลเซียมคาร์บอเนต ($CaCO_3$)

2.2.4 กรดอินทรีย์ระเหยง่าย (volatile acid) ในกระบวนการย่อยสลายสารอินทรีย์ในสภาวะไร้ออกซิเจน มักจะพบกรดอินทรีย์ระเหยง่ายเกิดขึ้นเป็นผลิตภัณฑ์ชั้นกลาง (intermediate product) ถ้าปริมาณกรดอินทรีย์ระเหยง่ายสะสมมากเกินควร ค่าอัลคาลินิติมีแนวโน้มลดลง ส่งผลให้ pH ลดลง จะเป็นอันตรายต่อแบคทีเรียที่สร้างมีเธน การแก้ไขสามารถทำได้โดย

1. ปรับ pH ให้มีค่าสูงขึ้น โดยการเติมสารละลายด่างพวกคัลเซี่ยมไฮดรอกไซด์ $(CaOH)_2$ หรือโซเดียมไฮดรอกไซด์ (NaOH) หรือโซเดียมไบคาร์บอเนต ($NaHCO_3$) ลงในระบบหมัก

2. ลดปริมาณการเติมสารอินทรีย์เข้าสู่ระบบหมัก เพื่อหยุดการเจริญเติบโตของแบคทีเรียพวกสร้างกรด จะทำให้แบคทีเรียพวกสร้างมีเธน สามารถใช้กรดอินทรีย์ระเหยง่ายเปลี่ยนเป็นก๊าซมีเธน ปริมาณกรดจะลดลง pH ของระบบจะสูงขึ้น

2.2.5 อาหารเสริมสร้าง (nutrient) แบคทีเรียยังมีความต้องการแร่ธาตุบางชนิดในการสร้างเซลใหม่ เช่น ไนโตรเจน ฟอสฟอรัส อัตราส่วนที่เหมาะสมคือ COD:N:P = 100:2.2:0.4

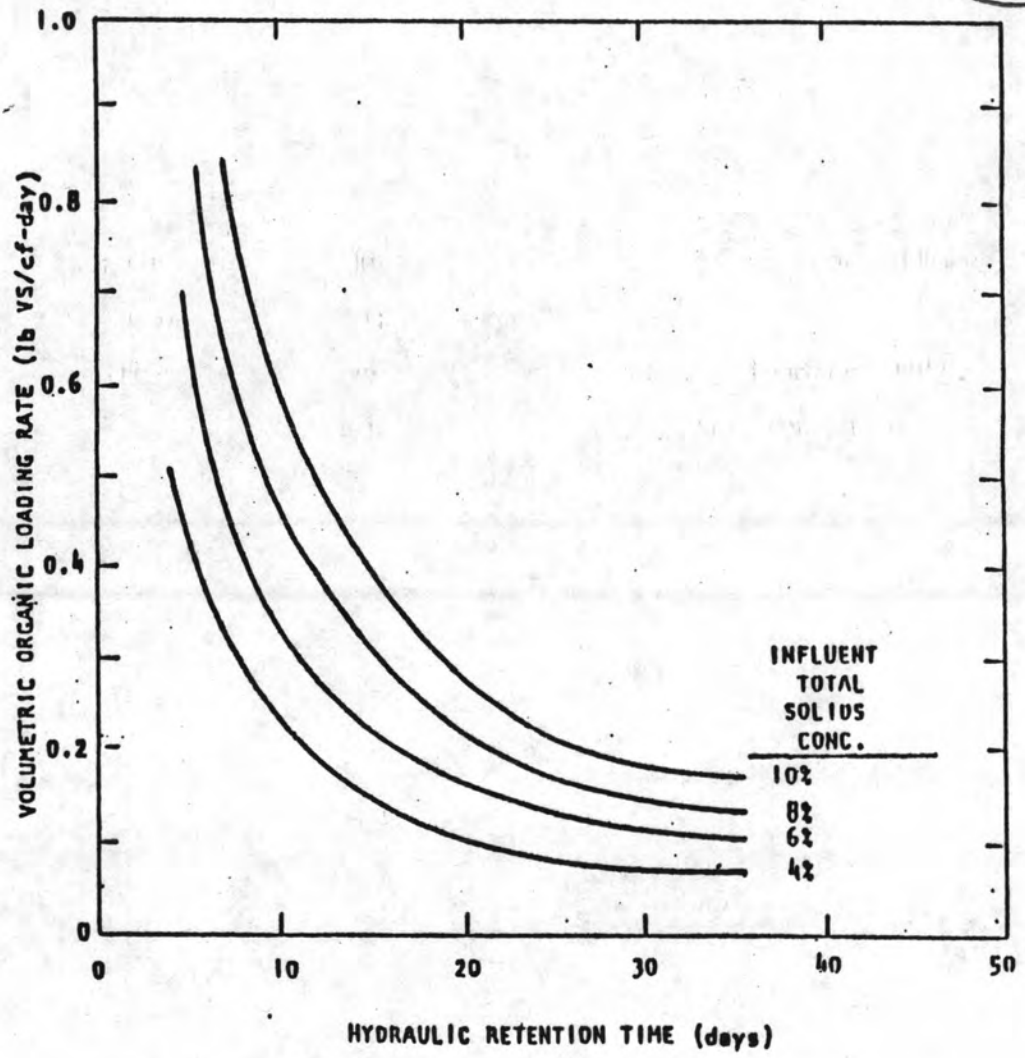
2.3 การควบคุมการทำงานของระบบหมัก (21)

การควบคุมเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของการหมัก มีประเด็นสำคัญที่ควรพิจารณาดังนี้

2.3.1 ระยะเวลากำจัด (hydraulic retention time - HRT) ค่านี้จะเป็นพารามิเตอร์หลักในการออกแบบระบบกำจัดของเสีย ตามทฤษฎี ระยะเวลากำจัดคือเวลาที่ของเสียอยู่ในถังหมัก และสามารถหาได้โดยการหารปริมาตรถังหมักด้วยปริมาณของเสียที่ไหลผ่านถังหมักต่อหน่วยเวลา (loading rate) การเพิ่มระยะเวลากำจัดเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพของระบบ และปริมาณก๊าซเกิดมากขึ้น อย่างไรก็ตามการเพิ่ม ระยะเวลากำจัด โดยการเจือจางของเสียจะทำให้ถังหมักมีขนาดใหญ่เพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นปัญหาต่อค่าใช้จ่ายที่สูงขึ้นตามมาด้วย แต่ถ้าลดระยะเวลากำจัดลงเรื่อย ๆ จำนวนเซลจะถูกล้างออกจากระบบ (wash out) มากขึ้น จนกระทั่งถึงขีดหนึ่งที่แบคทีเรียถูกล้างออกจากระบบในอัตราที่เร็วกว่าที่มันจะเกิดใหม่ ซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้ระบบล้มเหลว

2.3.2 อัตราการป้อนสารอินทรีย์ (volumetric organic loading rate - VOLR) มีหน่วยเป็นน้ำหนักของของแข็งที่ใส่เข้าไปต่อปริมาตรถังหมักต่อวัน อัตราการป้อนที่แตกต่างกันสามารถทำได้โดยการเปลี่ยนอัตราการไหลที่ของเสียไหลผ่านถังหมัก หรือโดยเปลี่ยนค่าความเข้มข้นของของแข็งที่ใส่เข้าไป ในทางปฏิบัติวิธีที่ใช้กันทั่ว ๆ ไป คือการเปลี่ยนอัตราการไหล ซึ่งจะมีผลต่อระยะเวลาที่ของหมักอยู่ในระบบ (retention time)

Sawyer (22) เป็นผู้หาความสัมพันธ์ระหว่างระยะเวลาในการหมัก อัตราการป้อนสารอินทรีย์ และความเข้มข้นของของแข็ง ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการป้อนสารอินทรีย์, ความเข้มข้นของของแข็ง และระยะเวลากำจัด (22)
(relation between volumetric organic loading rate, solid concentration and hydraulic retention time)

012698

2.3.3 การกวน (degree of mixing) การกวนในระบบหมักจะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพของถังหมักให้สูงขึ้น เนื่องจากทำให้แบคทีเรียสัมผัสกับอาหารได้ทั่วถึง นอกจากนี้ยังช่วยป้องกันการตกตะกอนภายในระบบหมัก การกวนอาจทำให้โดยใช้เครื่องกวนโดยมีใบผัดหมุน หรืออาจใช้ก๊าซที่เกิดจากการหมักก็ได้

2.4 ชนิดของระบบหมัก

2.4.1 Completely mixed (23) (รูปที่ 2.3.A) ภายในถังติดเครื่องกวนเพื่อให้แบคทีเรีย สัมผัสกับอาหารได้ทั่วถึง ถังหมักแบบนี้ใช้งานสะดวก แต่ประสิทธิภาพไม่สูงนัก ถังหมักมีปริมาตรมาก เพื่อให้แบคทีเรียมีเวลาเพิ่มจำนวนเซลได้เท่ากับปริมาณที่ต้องสูญเสียไปกับน้ำทิ้งที่ออกจากระบบ ระบบหมักแบบนี้สิ้นเปลืองค่าก่อสร้างสูง

2.4.2 Plug flow (23) (รูปที่ 2.3.B) ระบบนี้สลัดจ์ (sludge) บางส่วนที่ถูกดึงออกจากถังหมักจะถูกผสมรวมกับสารอินทรีย์แล้วป้อนเข้าสู่ถังหมัก ถังหมักแบบนี้สามารถรับปริมาณสารอินทรีย์ได้สูง (high loading rate) สารอาหารที่ใช้เติมจะเป็นพวกกึ่งของแข็ง (semi - solid) หรือ ของแข็ง (solid) ก็ได้

2.4.3. Anaerobic contact (23) (รูปที่ 2.3.C) ระบบนี้คล้ายกับระบบ completely mixed แต่ขนาดถังจะเล็กกว่า และจำเป็นต้องมี 2 ถัง เพื่อให้สลัดจ์ (sludge) ตกตะกอน และนำตะกอนสลัดจ์กลับไปใช้งานในถังหมักอีก (recycle) ระบบนี้สามารถรับปริมาณสารอินทรีย์ได้สูง อัตราการเกิดก๊าซสูง

2.4.4. Anaerobic filter (23) (รูปที่ 2.3.D) ระบบนี้สารอินทรีย์จะถูกป้อนจากด้านล่างของถังหมักผ่านตัวกลางซึ่งอาจทำด้วยเม็ดพลาสติค หรือหินเม็ดเล็กอัดกันแน่นอยู่ภายในถังหมัก ตัวกลางเหล่านี้จะช่วยป้องกันไม่ให้แบคทีเรียหลุดลอยออกจากถังหมัก แต่ระบบดังกล่าวนี้มักมีปัญหาจากการอุดตัน

2.4.5. Upflow anaerobic sludge blanket (UASB) (24) (รูปที่ 2.3.E) ภายในถังหมักติดตั้งแผ่น baffles ทำหน้าที่แยกก๊าซออกจากของเหลวทำให้กลุ่มของแบคทีเรียไม่สามารถหลุดลอยออกจากถังหมัก แบคทีเรียจะถูกกัก และสะสมให้ลอยอยู่

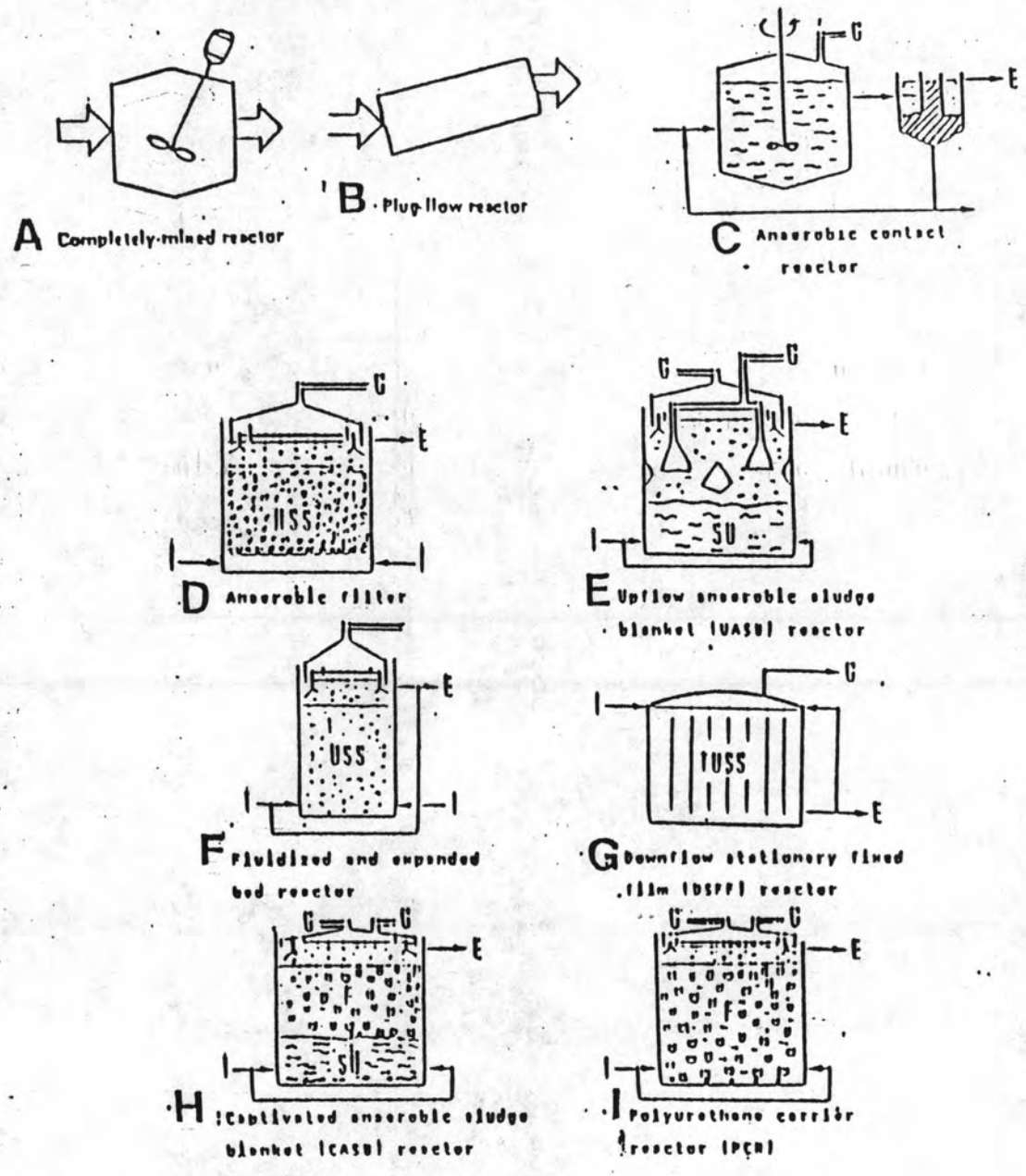
ภายในถังหมักมีลักษณะคล้าย blanket สารอินทรีย์ที่ป้อนเข้า และที่ออกบางส่วนจะถูกผสมกันก่อนแล้วจึงถูกป้อนเข้าสู่ถังหมักทางด้านล่าง

2.4.6. Fluidized and expanded bed reactor (25) (รูปที่ 2.3.F) ภายในถังหมักบรรจุเม็ดเบด (bed) ที่มีขนาดค่อนข้างละเอียด (ขนาด 0.2-2.0 มม.) เช่น ทราย, เม็ด PVC และ ion exchange rasin เป็นต้น สารอินทรีย์ที่ป้อนเข้า และที่ออกบางส่วนถูกป้อนเข้าทางด้านล่างของถังหมัก ทำให้เม็ดเบดเกิดการขยับตัวหรือเคลื่อนไหวตัว แบคทีเรียจะค่อย ๆ เกาะตัวบนเม็ดเบดในลักษณะที่คล้ายแผ่นฟิลม์บาง ๆ ระบบนี้ต้องใช้พลังงานมาก และกินเวลานานในการเกิดแผ่นฟิลม์บาง ๆ

2.4.7. Downflow stationary fixed film (DSFF) (26) (รูปที่ 2.3.G) ระบบนี้คล้ายกับระบบ anaerobic filter ต่างกันที่ระบบดังกล่าวนี้ป้อนสารอินทรีย์แบบ downflow คือสารอินทรีย์จะเข้าสู่ถังหมักทางด้านบน และไหลลงผ่านตัวกลางที่อัดกันแน่น ตัวกลางเหล่านี้จะมีแบคทีเรียเคลือบอยู่เป็นแผ่นฟิลม์บาง ๆ

2.4.8. Captivated anaerobic sludge blanket (CASB) (27) (รูปที่ 2.3.H) ระบบนี้คล้ายกับระบบ UASB ยกเว้นภายในระบบ CASB บรรจุ polyurethane foams แทน baffle ซึ่งจะทำหน้าที่ป้องกันไม่ให้แบคทีเรียหลุดลอยออกจากระบบแล้ว ยังเป็นตัว carrier ให้แบคทีเรียมาเกาะ ทำให้เพิ่มพื้นที่ในถังหมัก แบคทีเรียที่ถูกกักและสะสมอยู่ภายในถังหมักจะมีลักษณะเป็น floc

2.4.9. Polyurethane carrier reactor (PCR) (27) (รูปที่ 2.3.I) ระบบนี้ภายในถังหมักจะบรรจุ polyurethane foams ที่มีลักษณะเหมือนลูกเต๋าไว้ polyurethane foam จะทำหน้าที่เป็น carrier ให้แบคที่เรียมาเกาะ ระบบดังกล่าวนี้มีอัตราการเติม (loading rate) ประมาณ 7.8-14.6 กรัม COD/ ลิตร ถังหมัก-วัน ระยะเวลากำจัด (retention time) 7.5-15 วัน อัตราการเกิดก๊าซ 1.4-2.1 ลิตร/ลิตรของถังหมัก-วัน เมื่อใช้มูลหมูเป็นวัตถุดิบ แต่มีปัญหาจากราคา polyurethane foam



รูปที่ 2.3 แสดงระบบหมักชนิดต่าง ๆ (ตัวย่อ I = influent., E = effluent., G = gas, SL = sludge, BSS = biomass support surface, TBSS = turbular biomass support surface, SB = sludge blanket., F = polyurethane foam)

2.5 การศึกษาทางจลน์ศาสตร์ของการหมักแบบไร้ออกซิเจน (kinetic of methane fermentation in anaerobic treatment) (28)

2.5.1 ระบบ batch

Heukelekian, Orford, Manganell (29) และ Weston, Eckenfelder (30) ได้ใช้สมการดิฟเฟอร์เรนเชียลแสดง อัตราการเจริญของแบคทีเรีย ใน สารอาหารแบบ batch เป็นฟังค์ชั่นกับเวลา คือ

$$(dx/dt)_g = \mu * x \quad \text{.....(5)}$$

$(dx/dt)_g$ = อัตราการเจริญเติบโตของแบคทีเรีย ต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรของถังหมัก, มวล/ปริมาตร-เวลา

x = ความเข้มข้นของมวลเซล (cell mass concentration), มวล/ปริมาตร

μ = อัตราการเจริญเติบโตจำเพาะของแบคทีเรีย (specific growth rate), เวลา$^{-1}$

t = เวลา, วัน

จากสมการ (5)

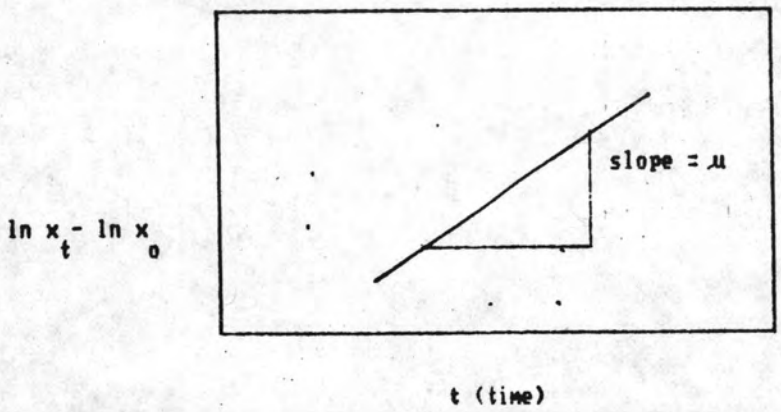
$$(dx/x) = \mu * dt \quad \text{.....(6)}$$

integrate สมการ (6)

$$\ln x_t - \ln x_o = \mu * t$$

หรือ $x_t = e^{\mu * t}$ .....(7)

เมื่อ plot ค่า $\ln x_t - \ln x_o$ กับค่า t ได้เส้นตรงของ exponential phase ของเชื้อแบคทีเรีย slope ของเส้นตรง คือ μ



รูปที่ 2.4 กราฟแสดง ln ของความเข้มข้นของมวลเซล กับ เวลา

2.5.2 ระบบ continuous

ในถังหมักแบบถังกวน อัตราการเปลี่ยนแปลงของแบคทีเรีย และความเข้มข้นของสารละลาย สามารถใช้สมการดิฟเฟอร์เรนเชียลนี้ได้

$dx/dt = a*(ds/dt) - b*x$ .....(8)

ds/dt = อัตราการใช้สารอาหารต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรถังหมัก, มวล/ปริมาตร-เวลา

a = สัมประสิทธิ์การเจริญเติบโตของเชื้อแบคทีเรีย, เวลา$^{-1}$

b = สัมประสิทธิ์การตายของเชื้อแบคทีเรีย, เวลา$^{-1}$

ค่า ds/dt จะสัมพันธ์กับความเข้มข้นของสารอาหารในถังหมัก ดังสมการ

$$ds/dt = k_o*S*x/(K_s+S) \quad .....(9)$$

S = ความเข้มข้นของสารอาหารในถังหมัก, มวล/ปริมาตร

k_o = อัตราการใช้อาหารสูงสุดต่อหนึ่งหน่วยน้ำหนักของแบคทีเรีย ซึ่งเกิดที่ความเข้มข้นระดับสูงของสารอาหาร, เวลา$^{-1}$

K_s = half velocity coefficient, มวล/ปริมาตร

สมการ (9) คล้ายสมการของ Monod $\mu = \mu_m*S/(K_s+S)$ แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง specific growth rate กับความเข้มข้นของสารอาหาร

จากสมการที่ (8) และ (9)

$$(dx/dt)/x = a*k_o*S/(K_s+S) - b \quad .....(10)$$

$$\mu = a*k_o*S/(K_s+S) - b \quad .....(11)$$

$a*k_o$ = อัตราการเจริญเติบโตจำเพาะสูงสุดของแบคทีเรีย (maximum specific growth rate of microorganism), μ_m

สมการที่ (11) จะเป็น kinetic model ซึ่งสามารถใช้ได้กับระบบหมักแบบธรรมดาที่มีการกวนแบบสมบูรณ์ (conventional process) และระบบหมักแบบเลี้ยงตะกอน (anaerobic contact process)

2.5.3 การออกแบบระบบ และ พารามิเตอร์ ที่ใช้ควบคุมระบบ (Design criteria and control parameters)

พารามิเตอร์สำคัญ 2 ตัวที่ใช้ควบคุมระบบหมัก ได้แก่ specific utilizarion rate, U, เวลา$^{-1}$ และ biological solid retention time, θ_c, เวลา

$$U = (ds/dt)/x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

$$\theta_c = x/(\Delta x/\Delta t)_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

$\Delta x/\Delta t$ = ปริมาณของแบคทีเรียทั้งหมดที่ถูกดึงออกจากระบบทุกๆวัน, มวล/เวลา

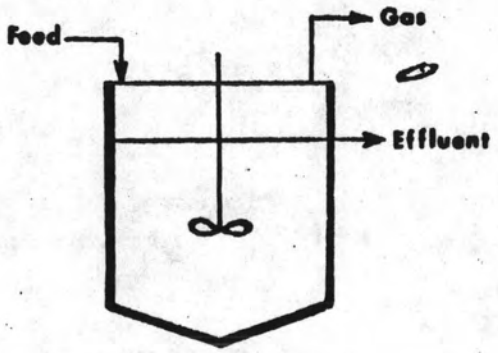
ขบวนการย่อยสลายสารอินทรีย์โดยแบคทีเรีย ภายใต้สภาวะไร้ออกซิเจน สามารถแสดงได้ในรูปคณิตศาสตร์ของการเปลี่ยนแปลงสารอินทรีย์ ที่เกิดจากปฏิกริยาการย่อยสลายสารอินทรีย์ในถังหมัก การสร้างสมการทางคณิตศาสตร์สำหรับระบบหมัก ทำได้จาก การทำสมดุลของมวลสารของระบบหมัก (รูปที่ 2.5) เพื่อให้ได้รูปแบบแบบง่าย ๆ สำหรับระบบที่มีการกวนสมบูรณ์ และมีการเติมแบบกึ่งต่อเนื่อง ค่าเฉลี่ยของระยะเวลาที่แบคทีเรียอยู่ในระบบ (solid retention time) จะเท่ากับระยะเวลาที่ของเหลวถูกักอยู่ในระบบ (hydraulic retention time)

สมดุลของมวลสารของระบบที่มีการกวนแบบสมบูรณ์ (รูปที่ 2.5)

อัตราการเติมเข้าสู่ระบบ - อัตราการออกจากระบบ - อัตราการเปลี่ยนแปลงภายในระบบ = ปริมาณที่ถูกสะสมในระบบ

สำหรับ biomass

$$Q*(x_o-x) + V*(dx/dt)_g = V*(dx/dt)_{acc} \quad \ldots\ldots (14)$$



รูปที่ 2.5 ระบบหมักที่มีการกวนแบบสมบูรณ์ (completely mixed)

X_o = ความเข้มข้นของแบคทีเรียในสารอาหารที่ป้อนเข้าสู่ระบบ, มวล/ปริมาตร

V = ปริมาตรของถังหมัก, ปริมาตร

Q = อัตราการเติมสารอาหารเข้าสู่ระบบ, ปริมาตร/เวลา

จากสมการ (8) แทนค่า $(dx/dt)_g$ ลงในสมการ (14)

$$Q/V*(x_o-x) + a*(ds/dt)-b*x = (dx/dt)_{acc} \quad .....(15)$$

$$Q/V = \mu \quad .....(16)$$

$$D = 1/\Theta \quad .....(17)$$

D = dilution rate

ดังนั้น $D = 1/\Theta = \mu = Q/V$ .....(18)

$$(dx/dt)_{acc} = D*(x_o-x) + a*(ds/dt)-b*x \quad ....(19)$$

$$(dx/dt)_{acc} = 1/\Theta*(x_o-x) + a*(ds/dt)-b*x \quad ..(20)$$

เมื่อสารอาหารที่ถูกป้อนเข้าสู่ระบบถูกฆ่าเชื้อ (sterile) ดังนั้น $x_o = 0$ และระบบหมักอยู่ในสภาวะสมดุล (steady state) $(dx/dt)_{acc} = 0$

$$1/\Theta = a*(ds/dt)/x - b \quad .....(21)$$

แทนค่า ds/dt จากสมการ (9) ลงในสมการ (21)

$$1/\Theta = a*k_o*S/(K_s+S)-b \quad .....(22)$$

$$S = K_s*(1+b*\Theta)/\{\Theta*(k_o*a-b)-1\} \quad .....(23)$$

สำหรับ substrate

$$V*(ds/dt)_{acc} = Q*S_o-Q*S-(ds/dt)_{\mu}*V \quad .....(24)$$

ที่สภาวะสมดุล (steady state) $(ds/dt)_{acc} = 0$

$$(ds/dt)_{\mu} = Q*(S_o-S)/V \quad .....(25)$$

$$(ds/dt)_{\mu} = (S_o-S)/\Theta \quad .....(26)$$

จากสมการ (21)

$$(ds/dt) = x*(1/\Theta+b)/a \quad .....(27)$$

แทนค่า (ds/dt) จากสมการ (27) ลงใน (26)

$$(S_o-S)/\theta = x*(1/\theta+b)/a \quad \ldots\ldots(28)$$

$$x = a*(S_o-S)/\{(1/\theta+b)*\theta\}$$

$$= a*(S_o-S)/(1+b*\theta) \quad \ldots\ldots(29)$$

เมื่อไม่คิดส่วนที่แบคทีเรียถูกทำลายไป (Baterial decay term)

จากสมการ (22)

$$1/\theta = a*k_o*S/(K_s+S) \quad \ldots\ldots(30)$$

จากสมการ (23)

$$S = K_s/(\theta*k_o*a-1) \quad \ldots\ldots(31)$$

จากสมการ (27)

$$ds/dt = x/\theta*a \quad \ldots\ldots(32)$$

จากสมการ (29)

$$x = (S_o-S)*a \quad \ldots\ldots(33)$$

สมการ 11, 30, 31, 32 และ 23 เป็น Kinetic model ที่สามารถนำไปใช้กับระบบการกวนแบบสมบูรณ์