

THE EXISTENCE THEOREM FOR THE SOLUTION OF TWO SIMULTANEOUS
DIFFERENTIAL EQUATIONS
(ทฤษฎีความคงอยู่ของคำตอบของชุดสมการดิฟเฟอเรนเชียล 2 สมการ)

by

Pinich Permpongpanth

B.Sc. (Hons.), Chulalongkorn University, 1967



006986

Thesis

Submitted in partial fulfilment of the requirements for the
Degree of Master of Science

in

The Chulalongkorn University Graduate School

Department of Mathematics

March , 1971

(B.E. 2514)

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University
in partial fulfilment of the requirements for the Degree of
Master of Science.

T. Nilanidhi

Dean of the Graduate School



Thesis Committee

Prephet Vajrabhaya Chairman
R.H.B. Exell
Swavit Kongsama

Thesis Supervisor Dr. R.H.B. Exell

Date ..8th.. April.. 1971.....

ABSTRACT

The purpose of this thesis is to extend the proof of the Existence Theorem for solution of the ordinary differential equation of the form $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ by the Cauchy - Lipschitz method. We use the Cauchy - Lipschitz method to prove the existence of the solution of the system of two simultaneous ordinary differential equations of the form

$$\begin{aligned}\frac{du}{dx} &= f(x, u, v) \\ \frac{dv}{dx} &= g(x, u, v).\end{aligned}$$

Secondly, we state and prove for this system of two simultaneous ordinary differential equations the theorem that if continuous solution exists in a given interval, then the approximate solution obtained by elementary stepwise integration can be made arbitrarily close to the actual solution by making the steps sufficiently small.

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของวิทยานิพนธ์นี้ คือการขยายการพิสูจน์ทฤษฎีความคงอยู่ของคำตอบของสมการ คิฟเฟอร์เรนเชibel ในรูป $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ โดยวิธีคอรัซี - ลิปส์ชิต ในวิทยานิพนธ์นี้ ใช้วิธีคอรัซี - ลิปส์ชิตพิสูจน์ ความคงอยู่ของคำตอบของระบบจุดสมการ คิฟเฟอร์เรนเชibel ในรูป

$$\frac{du}{dx} = f(x, u, v)$$

$$\frac{dv}{dx} = g(x, u, v)$$

ขั้นต่อไป เป็นการพิสูจน์ทฤษฎีสำหรับระบบจุดสมการนี้ คือ "ถ้าระบบจุดของสมการมีคำตอบที่ต่อเนื่องในช่วงที่กำหนดให้ จะสามารถหาค่าประมาณของคำตอบ โดยวิธีการอินทิเกรตทีละชั้น โดยที่ค่าประมาณนี้จะทำให้ใกล้เคียงค่าที่แท้จริงเท่าไรก็ได้ เมื่อเราให้ช่วงของการอินทิเกรตเล็กพอ"

ACKNOWLEDGEMENTS

I wish to express here my gratitude to Dr. R.H.B. Exell, my thesis supervisor, who has generously provided advice and assistance not only in mathematical ideas but also in English usage, which made this thesis possible. I also wish to express my gratitude to all my lecturers who taught me in undergraduate and graduate courses at Chulalongkorn University.

Pinich Permpongpanth

March, 1971.

TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT	iii
ACKNOWLEDGEMENTS	iv
CHAPTER I INTRODUCTION	1
CHAPTER II CONSTRUCTION AND PROOF BY THE CAUCHY - LIPSCHITZ METHOD	2
CHAPTER III EXTENDED RANGE OF THE CAUCHY - LIPSCHITZ METHOD	21
BIBLIOGRAPHY	29
VITA	30