

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบเน้นให้รู้คิด
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



นายธีรพล พากเพียรกิจ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2558

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECT OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES BY USING THE MODEL METHOD AND COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Mr. Teerapon Pakpiankij



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2015
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แนวคิดโมเดล
เมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

โดย

นายธีรพล พากเพียรกิจ

สาขาวิชา

การศึกษาคณิตศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

อาจารย์ ดร. จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. บัญชา ชลาภิรมย์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร. จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ดร. สุพัตรา ผาติวิสันต์)

ธีรพล พากเพียรกิจ : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (EFFECT OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES BY USING THE MODEL METHOD AND COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร. จินดิษฐ์ ละออปักษิณ, 173 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ซึ่งประกอบด้วย 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ 2) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงระหว่างเรียน 3 ระยะ โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาทรวิทยา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 24 คน โดยนักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ชุด คือ ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน โดยมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.60 และ 0.78 ตามลำดับ เครื่องมือในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง วิเคราะห์ข้อมูลโดยหา ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples)

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่เรียนโดยการใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในช่วงหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบ ในช่วงหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่เรียนโดยการใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบดีขึ้นเป็นลำดับ โดยสามารถเรียงลำดับพัฒนาการจากมากไปหาน้อย ได้เป็น ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา และด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน

ลายมือชื่อนิสิต

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก

ปีการศึกษา 2558

5683343927 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS: MODEL METHOD / COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION / PROBLEM SOLVING

TEERAPON PAKPIANKIJ: EFFECT OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES BY USING THE MODEL METHOD AND COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY OF EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: JINNADIT LAORPAKSIN, Ed.D., 173 pp.

The purpose of this research was to study mathematical problem solving ability of the eighth grade students who were taught by using the model method and cognitively guided instruction which composed of 1) compare mathematical problem solving ability of students who were taught by using the model method and cognitively guided instruction between before and after being taught by considering mathematical problem solving ability of the students for each aspects, and 2) study mathematical problem solving ability development of students who were taught by using the model method and cognitively guided instruction during three periods. The target group was consisted of 24 eighth grade students of Sathapornwittaya School in the first semester of the 2015 academic year. They were taught by using the model method and cognitively guided instruction. The instruments for data collection were the test for study mathematical problem solving ability development, interview form and mathematical problem solving ability pre-test and post-test with the reliabilities of 0.6 and 0.78, respectively. The experimental materials, which constructed by the researcher, were lesson plans using the model method and cognitively guided instruction. The data were analyzed by using arithmetic means, standard deviation and t – test for dependent samples.

The results of study revealed that :

1. The mathematical problem solving ability after being taught of the students who were taught by using the model method and cognitively guided instruction was better than before the instruction at the significant level of .05. When comparing the mathematical problem solving ability of the students in each aspects, we found that the students had better mathematical problem solving ability after the instruction in all aspects at the significant level of .05.

2. The mathematical problem solving ability of the students studying in the the model method and cognitively guided instruction gradually developed in all aspects, ranging from high to low as follows : problem formulation, problem solving, problem evaluation and problem understanding.

Department: Curriculum and Instruction Student's Signature

Field of Study: Mathematics Education Advisor's Signature

Academic Year: 2015

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาอย่างสูงจาก อาจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาดูแลเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์และมีคุณค่าต่อการเรียนรู้ และได้ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ งานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น พร้อมทั้งประสบการณ์ในการเรียนรู้ทุกด้านแก่ผู้วิจัยตั้งแต่ต้นจนจบ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่สละเวลาในการเป็นกรรมการสอบ ให้คำแนะนำ ข้อเสนอแนะต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้งานวิทยานิพนธ์มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่สละเวลาในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น รวมทั้งให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในการทำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณคณะครูโรงเรียนสถาพรวิทยาทุกท่าน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง อ.ชาตรี ต่วนศรีแก้ว อ.จารุพันธ์ ต่วนศรีแก้ว และ อ.บุษปศร กาฬภักดี ที่ได้ให้การช่วยเหลือ ประสานงาน ให้คำแนะนำ และดูแลผู้วิจัยตลอดช่วงการทดลอง ขอขอบคุณนักเรียนที่ให้ความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ท้ายนี้ขอขอบพระคุณ คุณพ่อธงชัย พากเพียรกิจ และคุณแม่ ปราณิ พากเพียรกิจ เป็นอย่างสูงที่อยู่เคียงข้างและให้กำลังใจเสมอมา ขอขอบคุณคุณกมล นาคสุทธิ ที่ให้กำลังใจและให้การช่วยเหลือ ตลอดจนเพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ ที่คอยช่วยเหลือ ให้คำปรึกษา ให้กำลังใจ ในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยดีเสมอมา

ได้รับการสนับสนุนทุนวิจัยจาก “ทุนอุดหนุนวิทยานิพนธ์สำหรับนิสิต” บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ	ฎ
บทที่ 1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
คำถามการวิจัย	8
วัตถุประสงค์การวิจัย	8
สมมติฐานการวิจัย	9
ขอบเขตการวิจัย	11
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย	11
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	14
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	15
1. ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ โมเดลเมธอด และบาร์โมเดล	16
2. โมเดลเมธอด	19
2.1 การใช้ตัวแทนทางความคิดในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	19
2.2 ความหมายของโมเดลเมธอด	20
2.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โมเดลเมธอด.....	21
2.4 ขั้นตอนของการใช้โมเดลเมธอดในการจัดการเรียนรู้	26
2.5 ประโยชน์ของการใช้โมเดลเมธอดในการจัดการเรียนรู้	29

3. การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด.....	31
3.1 ความหมายของการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด.....	31
3.2 ลักษณะห้องเรียนและการใช้คำถามในห้องเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด	32
3.3 หลักการของการจัดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด	37
3.4 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด.....	39
3.5 บทบาทของครูในชั้นเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด	40
4. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	42
4.1 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	42
4.2 ลักษณะปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี	43
4.3 ประเภทปัญหาคณิตศาสตร์.....	44
4.4 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	46
4.5 ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	49
4.6 ความสำคัญของการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	52
4.7 แนวทางในการพัฒนาการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	53
4.8 เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	57
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	59
5.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโมเดลเมธอด	59
5.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด.....	62
5.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	64
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย	67
1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	67
2. การออกแบบการวิจัย	68
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	68

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	68
4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	69
4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	73
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล	81
6. การวิเคราะห์ข้อมูล	83
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย	86
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	88
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ (การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์)	90
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ (การศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์)	95
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	111
สรุปผลการวิจัย	113
อภิปรายผลการวิจัย	115
ข้อเสนอแนะ	121
รายการอ้างอิง	122
ภาคผนวก	133
ภาคผนวก ก กรอบแนวคิดการวิจัย	134
ภาคผนวก ข รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย	136
ภาคผนวก ค หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย	138
ภาคผนวก ง ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	144
ภาคผนวก จ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	156
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	173

สารบัญตาราง

ตารางที่ 1	แสดงแผนการจัดการเรียนรู้ เนื้อหา และจำนวนคาบของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	70
ตารางที่ 2	กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด	72
ตารางที่ 3	เกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	75
ตารางที่ 4	แสดงระยะการวิเคราะห์ข้อมูลพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	84
ตารางที่ 5	แสดงการเปรียบเทียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน	90
ตารางที่ 6	แสดงการเปรียบเทียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของนักเรียน (P1) โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน	91
ตารางที่ 7	แสดงการเปรียบเทียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาของนักเรียน (P2) โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน	91
ตารางที่ 8	แสดงการเปรียบเทียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน (P3) โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน	92
ตารางที่ 9	แสดงการเปรียบเทียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน (P4) โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน	92

ตารางที่ 10 แสดงคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 3 ระยะ	93
--	----



สารบัญภาพ

ภาพประกอบที่ 1	ขั้นตอนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของคั้ง	4
ภาพประกอบที่ 2	ความสัมพันธ์ระหว่าง สถานการณ์ปัญหา แบบจำลองรูปภาพสมการทางพีชคณิตและการแก้ปัญหา	5
ภาพประกอบที่ 3	ขั้นตอนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของแฟรงค์และฮาร์ดเลอร์	17
ภาพประกอบที่ 4	ขั้นตอนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของคั้ง	18
ภาพประกอบที่ 5	ความสัมพันธ์แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ	22
ภาพประกอบที่ 6	ตัวอย่างการใช้แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆในการแก้ปัญหา	22
ภาพประกอบที่ 7	ความสัมพันธ์แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ	22
ภาพประกอบที่ 8	ตัวอย่างการใช้แบบจำลองแบบเปรียบเทียบในการแก้ปัญหา	23
ภาพประกอบที่ 9	ความสัมพันธ์แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง	23
ภาพประกอบที่ 10	ตัวอย่างการใช้แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลงในการแก้ปัญหา	24
ภาพประกอบที่ 11	ความสัมพันธ์แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆที่ช่วยในการสร้างสมการทางพีชคณิต	24
ภาพประกอบที่ 12	ตัวอย่างการใช้แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆในการสร้างสมการทางพีชคณิต	25
ภาพประกอบที่ 13	ความสัมพันธ์แบบจำลองแบบเปรียบเทียบที่ช่วยในการสร้างสมการทางพีชคณิต	25
ภาพประกอบที่ 14	ตัวอย่างการใช้แบบจำลองแบบเปรียบเทียบในการสร้างสมการทางพีชคณิต	25
ภาพประกอบที่ 15	ความสัมพันธ์แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลงที่ช่วยในการสร้างสมการทางพีชคณิต	26
ภาพประกอบที่ 16	ตัวอย่างการใช้แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลงในการสร้างสมการทางพีชคณิต	26

ภาพประกอบที่ 17	ระยะการนำโมเดลเมรอดไปใช้ในการแก้ปัญหา.....	27
ภาพประกอบที่ 18	รูปแบบการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด	38
ภาพประกอบที่ 19	กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ	48
ภาพประกอบที่ 20	แผนภูมิแท่งแสดงคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความ สามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่มีการเปลี่ยนแปลง ของพัฒนาการใน 3 ระยะ	94
ภาพประกอบที่ 21	แสดงการเขียนเฉพาะข้อความสถานการณ์ปัญหา โดยไม่เขียน ตัวเลขในส่วนที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาของนักเรียนกลุ่ม ตัวอย่าง ในระยะที่ 1	97
ภาพประกอบที่ 22	แสดงการเขียนสรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาโดยการลอก ข้อความตาม สถานการณ์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 2	97
ภาพประกอบที่ 23	แสดงการเขียนสรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ครบถ้วน โดยเขียนตอบเป็นข้อความสั้นๆ หรือเขียนเป็นชื่อของนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 3	98
ภาพประกอบที่ 24	แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อมูลได้เพียงอย่างเดียวของนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 1	100
ภาพประกอบที่ 25	แสดงการวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมไม่สมเหตุสมผล แต่สามารถเขียน เป็นสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 2	101
ภาพประกอบที่ 26	แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อมูลไม่ถูกต้อง แต่หาความสัมพันธ์ ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการ ทางพีชคณิตได้ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 3	102
ภาพประกอบที่ 27	แสดงการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของ สถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์ของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 1	104

- ภาพประกอบที่ 28 แสดงการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของ
สถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สรุปคำตอบของนักเรียนกลุ่ม
ตัวอย่าง ในระยะที่ 2105
- ภาพประกอบที่ 29 แสดงการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของ
สถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
ในระยะที่ 3106
- ภาพประกอบที่ 30 แสดงตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาโดยนำคำตอบไปแทน
ในสมการ แต่ไม่ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 1 107
- ภาพประกอบที่ 31 แสดงการตรวจสอบสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุก
เงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 3109



บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิด และการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างมาก มีความจำเป็นในการดำรงชีวิตประจำวัน เป็นเครื่องมือที่แสดงออกทางความคิด มีการคิดอย่างมีวิจารณ์ญาณและเป็นระบบ เป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้เป็นคนมีเหตุผลตลอดจนมีทักษะการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ยิ่งไปกว่านั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่นๆ เช่น วิศวกรรมศาสตร์ สถาปัตยกรรมศาสตร์ พาณิชยศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ทำให้โลกมีการพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างมากมายในทุกวันนี้ และส่งเสริมให้มนุษย์มีคุณภาพชีวิตที่ดีขึ้น (สสวท., 2555)

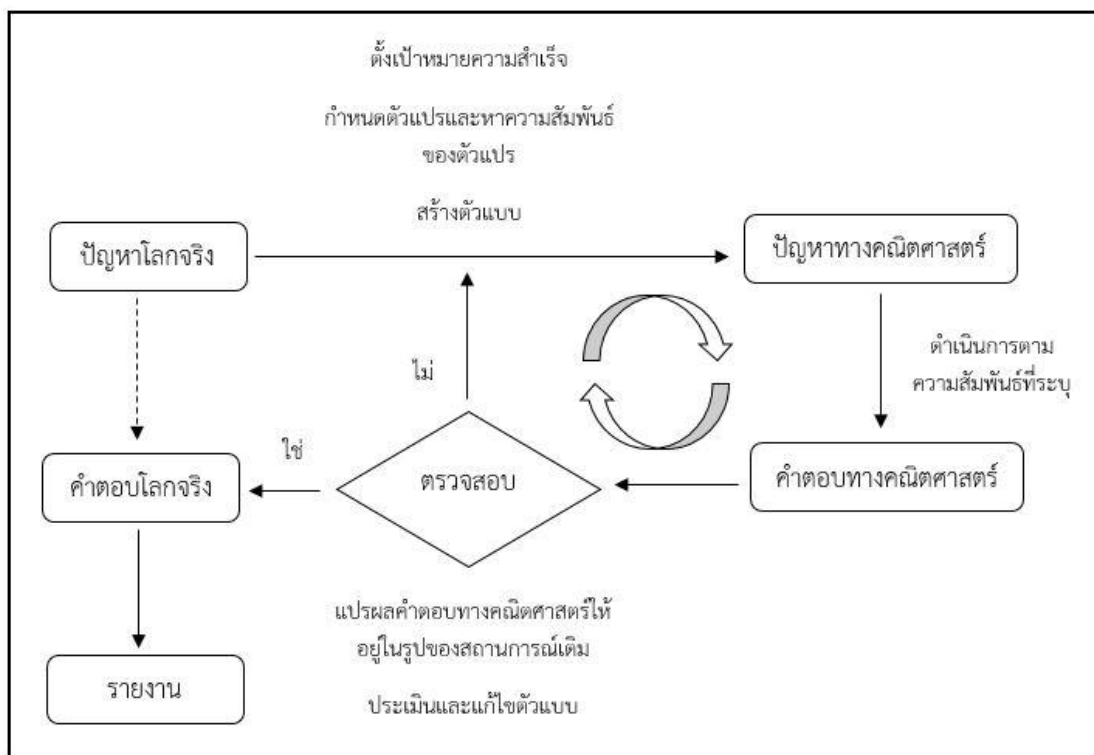
แม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญมากก็ตาม แต่การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมายังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่างๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สสวท., 2555 : 1) เห็นได้จากผลการประเมินต่างๆ มากมาย เช่น การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ร่วมกับนานาชาติ ในโครงการ TIMSS 2011 (The Trends in International Mathematics and Science Study 2011) โดยทำการประเมินนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนไทยได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติที่มีคะแนนเฉลี่ย 500 คะแนน (TIMSS 2011 International Mathematics Report, 2012 อ้างถึงในปริชาญ เดชศรี, 2555) เมื่อเปรียบเทียบกับย้อนหลังกับคะแนนเฉลี่ยในปี 2007 พบว่าลดลง โดยเมื่อปี 2007 วิชาคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ย 441 คะแนน เมื่อพิจารณาในภาพรวมถูกจัดอยู่ในกลุ่มระดับแย่ (poor) สอดคล้องกับการประเมินการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนร่วมกับนานาชาติ ในโครงการ PISA 2012 (Programme for International

Student Assessment) โดยทำการประเมินนักเรียนอายุ 15 ปี พบว่านักเรียนไทยได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติที่มีคะแนนเฉลี่ย 494 คะแนน (ศศิธรา พิชัยชาญณรงค์, 2556) นอกจากนี้ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินิยมขั้นพื้นฐาน (O – NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2556 พบว่านักเรียนทั่วประเทศได้คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์เพียง 25.45 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน คิดเป็นอันดับสุดท้ายจากวิชาทั้งหมดที่มีการจัดสอบ และมีคะแนนในส่วนสาระทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ 10.18 คะแนน (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ, 2557) นอกจากนี้ ผลการประเมินคุณภาพนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสำนักงานคณะกรรมการการมัธยมศึกษาแห่งชาติที่ได้ทำการประเมินทุกๆ ปี พบว่านักเรียนมีความสามารถด้านการแก้โจทย์ปัญหาและการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างต่ำ (วิชัย พานิชย์สวาย, 2545)

การแก้ปัญหาคือหัวใจของคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาคือหัวใจของเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่แยกออก แต่ควรเป็นกระบวนการที่สอดแทรกอยู่ในหลักสูตรที่มีการจัดสภาพการเรียนรู้ให้นักเรียนได้รับแนวคิด และทักษะต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ (NCTM, 1989 : 23) ซึ่งการแก้ปัญหาคือการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา และมักรวมทักษะอื่นๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาคือมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ เนื่องจากการแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง หากนักเรียนได้รับการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคือจะช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการเชื่อมโยง ช่วยพัฒนาทักษะของนักเรียนในการเลือกและใช้กลยุทธ์แก้ปัญหาคืออย่างเหมาะสม และช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาคือที่หลากหลาย (อัมพร ม้าคนอง, 2554 : 39) นอกจากนี้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2555 : 6) ได้ระบุว่า การแก้ปัญหาคือเป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ผิฝฝน พัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาคือทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาคือที่เผชิญอยู่ ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาคือในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต จะเห็นว่าทักษะการแก้ปัญหาคือเป็นทักษะที่สำคัญ เป็นจุดเน้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ รวมถึงเป็นส่วนที่บูรณาการกิจกรรมทั้งหมดทางคณิตศาสตร์

แม้ว่าการแก้ปัญหาจะมีความสำคัญอย่างมาก แต่ในการจัดการเรียนการสอนปัจจุบันที่สอน การแก้ปัญหายังมีปัญหา ซึ่งศศินภา กาละปลุก (2552) ได้พบว่าสาเหตุที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้นั้น มีดังนี้ 1) ชั้นการอ่านและในชั้นการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะเกิดจาก ปัญหาด้านการใช้ภาษาไทยในการสื่อสาร 2) ชั้นการเปลี่ยนรูปเกิดจากนักเรียนกำหนดตัวแปรใน สมการไม่ถูกต้อง และนักเรียนเดาคำตอบผิดไว้ก่อน แล้วจึงสร้างสมการเพื่อให้ได้คำตอบตรงกับที่ คาดคะเนเอาไว้ 3) ชั้นการใช้ทักษะกระบวนการเกิดจากการคิดคำนวณเพียงเพื่อต้องการให้ได้ คำตอบตรงกับที่คาดคะเนเอาไว้ การนำกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ผิด การตรวจสอบคำตอบ ผิด การคิดคำนวณที่ไม่ถูกต้อง และความสะเพร่า 4) ชั้นการสรุปตอบเกิดจากความสะเพร่าในการ สรุปตอบ ซึ่งส่วนใหญ่จะมีความผิดพลาดการเปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์มาเป็นรูปภาพหรือประโยค สัญลักษณ์มากที่สุด

โลกแห่งความเป็นจริง (Real World) มีกิจกรรมที่ต้องดำเนินการเป็นจำนวนมาก ซึ่งในแต่ละ กิจกรรมจะมีลักษณะงาน ขนาด และความเสี่ยง ในการดำเนินการที่แตกต่างกัน บางกิจกรรมไม่สามารถลองผิดลองถูกได้ หรือกิจกรรมที่มีความเสี่ยงสูงมีผลกระทบต่อชีวิตและทรัพย์สินของผู้คน จำนวนมาก กิจกรรมเหล่านี้ต้องดำเนินการด้วยความระมัดระวัง ต้องมีการศึกษาข้อมูลเบื้องต้น ออกแบบ วางแผนและดำเนินการอย่างรอบคอบ ซึ่งคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทในเรื่องนี้ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง คือ การนำมาใช้ในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) ซึ่งตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะเข้ามาช่วยในการจำลองสิ่งที่อยู่ในโลกความเป็นจริง ให้เป็นตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปนามธรรม และใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์หาคำตอบของตัวแบบเพื่อนำ กลับไปประยุกต์ใช้กับโลกความเป็นจริง (ธีรวัฒน์ นาคะบุตร, 2546 : 1)



ภาพประกอบที่ 1 ขั้นตอนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของคัง (Kang, 2012)

การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) มีด้วยกันมากมายเช่น กราฟ ตาราง แผนภูมิ รูปทรงเรขาคณิต สมการ ระบบสมการ อสมการ อัลกอริทึม เป็นต้น (Frank Swetz and J.S. Hartzler, 1991 : 1) ซึ่งตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างมาก ทำให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจถึงศักยภาพที่แท้จริงของคณิตศาสตร์ หลายประเทศสนับสนุนให้ใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการเรียน ดังจะเห็นได้จากประเทศสิงคโปร์ได้มีการนำตัวแบบทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มใช้ตั้งแต่ปี 1987 จนถึงปัจจุบัน ตั้งชื่อว่า “โมเดลเมธอด (Model Method)” ซึ่งมีลักษณะเป็นแถบสี่เหลี่ยม (Bar) แทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา มีด้วยกัน 3 แบบ คือ 1) แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ (Part – Whole Model) 2) แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model) และ 3) แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง (The Change Model) (Kho, 1987) และยังพบว่าการใช้แถบสี่เหลี่ยมในการแก้ปัญหาในเอกสารวิจัยบางประเทศ เช่น ประเทศอินเดีย (Thirunavukkarasu, 2014) และประเทศไทย (สุพัตรา เสงี่ยม, 2555) ใช้คำว่า “บาร์โมเดล (Bar Model)”

แนวคิดโมเดลเมธอดเป็นนวัตกรรมที่คิดค้นโดยทีมนักวิจัยคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาที่ประเทศสิงคโปร์ เพื่อใช้ในการสอนเนื้อหาเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยโมเดลเมธอดเป็นวิธีการวาดภาพแบบจำลองรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เพื่อนำเสนอเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในเชิงปริมาณ ทั้งจำนวนที่ทราบค่าและไม่ทราบค่า และอธิบายลักษณะความสัมพันธ์ใน

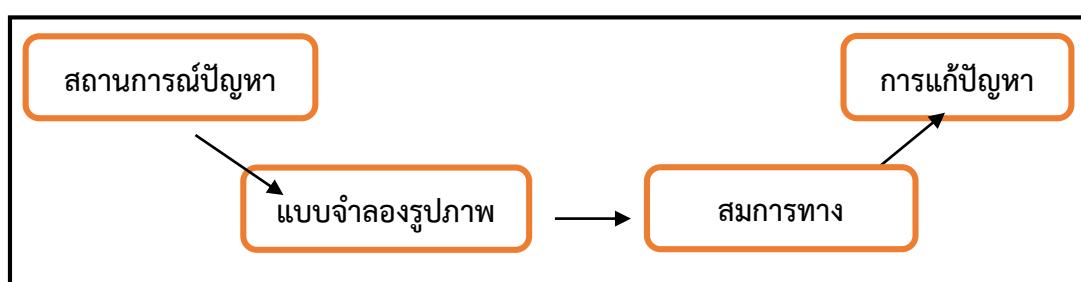
สถานการณ์เหล่านั้น ซึ่งพบว่าการนำเสนอสถานการณ์ผ่านแบบจำลองที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสามารถทำให้นักเรียนมองเห็นภาพและเข้าใจความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งแนวคิดโมเดลเมธอดมีด้วยกัน 3 แบบ คือ (Kho, 1987)

1) แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ (Part - Whole Model) เป็นแบบจำลองที่แบ่งแถบข้อมูลออกเป็นส่วนๆ เพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อย (part) ซึ่งอาจจะมีเพียงสองส่วนย่อยหรือมากกว่าก็ได้ กับส่วนทั้งหมดหรือส่วนรวม (whole) โดยโจทย์อาจให้ข้อมูลแต่ละส่วนมาแล้วหาข้อมูลทั้งหมด หรือให้ข้อมูลทั้งหมดและข้อมูลบางส่วนมาแล้วหาข้อมูลที่เหลือ

2) แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model) เป็นแบบจำลองที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ปริมาณขึ้นไป ซึ่งอยู่ในรูปแบบของการเปรียบเทียบแถบที่แสดงปริมาณระหว่างจำนวนที่มากกว่ากับจำนวนที่น้อยกว่า

3) แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง (The Change Model) เป็นแบบจำลองที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เปลี่ยนแปลงไปตามสถานการณ์กำหนด ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงระหว่างแถบข้อมูลที่มีอยู่เดิมกับข้อมูลที่มีการเพิ่มหรือลดเข้ามา ซึ่งทำให้เกิดข้อมูลใหม่

สำหรับสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อน ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาส่วนใหญ่ที่สอนในระดับมัธยมศึกษา ไม่สามารถหาคำตอบได้จากแถบรูปสี่เหลี่ยมโดยตรง แนวคิดโมเดลเมธอดได้มีการประยุกต์เข้ามามีบทบาทในการช่วยสร้างสมการทางพีชคณิต ซึ่งสามารถสรุปเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้ (Kho, 2009 : 66)



ภาพประกอบที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่าง สถานการณ์ปัญหา แบบจำลองรูปภาพ

สมการทางพีชคณิต และการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ จากการศึกษางานวิจัยของ พรทิพา โสภณทัต (2552) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่องการประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยกลวิธีที่หลากหลาย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสันทรายวิทยาคม จังหวัดเชียงใหม่ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กลวิธีที่หลากหลายได้ ซึ่งกลวิธีที่นักเรียนเลือกใช้ส่วนใหญ่ขึ้นอยู่กับชนิดของโจทย์ และพบว่ากลวิธีที่นักเรียนชอบใช้มากที่สุดคือ กลวิธีวาดภาพจำลอง คิดเป็นร้อยละ 45.57 โดยนักเรียนให้เหตุผลว่าการวาดภาพจำลองทำให้เห็นภาพชัดเจน โดยเฉพาะโจทย์ที่เกี่ยวกับเศษส่วนเพราะสามารถหาคำตอบได้เลย อีกทั้งยังพบว่า นักเรียนสามารถเชื่อมโยงการวาดภาพจำลองไปสู่การใช้ตัวแปรและสร้างสมการเพื่อใช้ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดเป็นเครื่องมือช่วยในการแก้สถานการณ์ปัญหานั้น ครูจะต้องเข้ามามีบทบาทในการทำให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ของข้อมูลและนำเสนอผ่านแบบจำลองรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนที่เรียกว่า แนวคิดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction : CGI) โดย คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al., 2000: 1) ได้กล่าวไว้ว่า “แนวคิดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด หมายถึง แนวคิดที่อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความเชี่ยวชาญของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ โดยครูจะต้องใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนเพื่อต่อยอดความคิด ทำให้นักเรียนไปถึงจุดมุ่งหมายได้ และการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา” สอดคล้องกับซูซาน (Susan B., 2015) แดน (Dan Guericke, 2015) และ เอมี เบรย์ (Amy Bray, 2012) ที่กล่าวถึงลักษณะของห้องเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดว่า ครูจะต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับประเภทของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาในหลากหลายวิธี เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือนักเรียน ในการแก้ปัญหา มีการให้ระยะเวลาที่เหมาะสม เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ในข้อผิดพลาดของการแก้ปัญหา มีความอดทน มุ่งมั่น และมีทัศนคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา ภายใต้บรรยากาศของห้องเรียนที่สนับสนุนให้มีการอภิปรายร่วมกัน บทบาทของครูจะให้ความช่วยเหลือนักเรียนเท่าที่จำเป็นและตามศักยภาพ สนับสนุนสื่อหรือเครื่องมือที่นักเรียนต้องการใช้ในการแก้ปัญหา และมีการใช้คำถามเพื่อแนะนำตามฐานความคิดของนักเรียน เพื่อสนับสนุนให้นักเรียนสามารถไปถึงจุดมุ่งหมาย ซึ่งคำถามมี 4 ลักษณะ คือ

คำถามทั่วไป คำถามเฉพาะ คำถามที่เป็นลำดับเฉพาะ และคำถามนำ (Megan L., Noreen M., Angela G., 2009)

นอกจากนี้แฮงค์ (Hank, 1998) ได้เปรียบเทียบหลักการในการจัดการเรียนการสอนแบบดั้งเดิมกับการสอนแบบเน้นให้ผู้รู้คิด แสดงดังตารางต่อไปนี้

หัวข้อที่ใช้เปรียบเทียบ	การสอนรูปแบบเดิม	การสอนแบบเน้นให้ผู้รู้คิด
บทบาทครู	ครูจะเป็นผู้ดำเนินการสอนและให้ความรู้แก่นักเรียนโดยตรง	ครูจะมีปฏิสัมพันธ์แก่นักเรียนและเป็นสื่อกลางให้เข้าถึงสิ่งแวดลอม
การปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน	นักเรียนเรียนรู้เพียงลำพัง	นักเรียนได้เรียนรู้จากการทำงานเป็นกลุ่ม มีการอภิปราย และเสนอความคิดเห็นตนเองกับเพื่อนๆ
หลักสูตร	กิจกรรมต่างๆ ในหลักสูตรเป็นแบบเรียนและแบบฝึกหัดจากตำรา	กิจกรรมหลักสูตรจะเป็นการจัดการเกี่ยวกับข้อมูลพื้นฐานและวัสดุอุปกรณ์
เวลา	กำหนดเวลาที่แน่นอนแต่ละวัน โดยครอบคลุมเนื้อหา จะถือว่าเวลาในการทำกิจกรรมมีความสำคัญ	เวลาในชั้นเรียนใช้ไปในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน โดยนักเรียนจะร่วมกันสะท้อนและอภิปรายตามความคิดของตนเอง
ความคิดรวบยอด	การนำเสนอความคิดรวบยอดให้กับนักเรียนจะมีลักษณะจากส่วนย่อยไปสู่ส่วนรวม โดยใช้ทักษะพื้นฐาน	การนำเสนอความคิดรวบยอดให้กับนักเรียนจะมีลักษณะแบบองค์รวมไปยังส่วนย่อย เป็นการให้แนวคิดหลักที่สำคัญ
มุมมองเกี่ยวกับตัวนักเรียน	นักเรียนจะมองว่าไม่มีความรู้ ไม่มีข้อมูลใดๆ การให้ข้อมูลแก่นักเรียนจะทำได้โดยครู	มองนักเรียนว่ามีความคิดและสามารถสร้างทฤษฎีและเชื่อว่านักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้เบื้องต้น

หัวข้อที่ใช้เปรียบเทียบ	การสอนรูปแบบเดิม	การสอนแบบแนะให้รู้คิด
การประเมินผล	การประเมินผลนักเรียนจะแยกจากการสอน และการทดสอบจะเกิดการแบ่งระดับของนักเรียน และเน้นการแข่งขัน	การประเมินผลนักเรียนจะอยู่ในขั้นตอนของการสอน ด้วยการตั้งคำถาม สังเกตนักเรียนจากผลงาน ไม่เน้นการแข่งขัน

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจนำแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดมาใช้ร่วมกัน ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นเนื้อหาที่มีความเหมาะสมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด เพราะเป็นเนื้อหาที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา มีการเรียนการสอนผ่านเนื้อหาการแก้ปัญหามากกว่าเนื้อหาในเรื่องอื่นๆ ซึ่งเอื้อต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการวิจัยนี้จะศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน ซึ่งน่าจะเกิดประโยชน์ต่อการพัฒนาคุณภาพของการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

คำถามการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นหรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ดังนี้

1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงระหว่างเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สมมติฐานการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al., 1989) ได้ศึกษาผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ของครูระดับประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 40 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 20 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 20 คน โดยมีนักเรียน จำนวน 12 คน เป็นกลุ่มเป้าหมาย ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนเฉลี่ย 8.6 คะแนน สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติที่มีคะแนนเฉลี่ย 7.8 คะแนน ซึ่งเป็นคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบ ITBS 2) นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของแบบทดสอบ ITBS สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนเฉลี่ย 5.61 คะแนน ส่วนคะแนนนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติมีคะแนนเฉลี่ย 5.38 คะแนน

บานฮาและคณะ (Ban Har et al., 2008) ทำการศึกษาเรื่อง การใช้โมเดลเมธอด เพื่อส่งเสริมการคิดทางพีชคณิตของนักเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่งกล่าวถึง การใช้โมเดลเมธอดในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนในระดับประถมศึกษา ประเทศสิงคโปร์ ผลการศึกษาพบว่า การใช้โมเดลเมธอดช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการคิดเชิงพีชคณิตได้เป็นอย่างดี เนื่องจากเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้รูปธรรมอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ปัญหาที่เป็นนามธรรม โดยเสนอผ่านแบบจำลองรูปสี่เหลี่ยมเพื่อให้นักเรียนมองเห็นภาพและเข้าใจความสัมพันธ์มากยิ่งขึ้น

มีแกน นอริน และแอนเจล่า (Megan L., Noreen M., Angela G., 2009) ได้ศึกษาถึงการใช้นิยามในการถ่วงความคิดของนักเรียนในห้องเรียนการสอนแนะให้รู้คิด ซึ่งกล่าวถึง การใช้นิยามของครูระดับประถมศึกษา 3 โรงเรียน จำนวน 3 คน ประเทศสหรัฐอเมริกา โดยมีการใช้นิยาม 4 ลักษณะ คือ คำถามทั่วไป คำถามเฉพาะ คำที่เป็นลำดับเฉพาะ และ คำถามนำ ผลการศึกษาพบว่า การใช้

คำถามที่เป็นลำดับเฉพาะสามารถทำให้นักเรียนอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและสมบูรณ์มากที่สุดเมื่อเทียบกับคำถามลักษณะอื่น

ชัยวัฒน์ อ้อยปออาจ (2552) ได้ศึกษาผลของการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอุ้มทอง จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวน 109 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 55 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 54 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำร้อยละ 50 2) กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม 3) กลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน

พรทิพา โสภณทัต (2552) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยกลวิธีที่หลากหลาย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสันทรายวิทยาคม จังหวัดเชียงใหม่ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กลวิธีที่หลากหลายได้ ซึ่งกลวิธีที่นักเรียนเลือกใช้ส่วนใหญ่ขึ้นอยู่กับชนิดของโจทย์ และพบว่ากลวิธีที่นักเรียนชอบใช้มากที่สุดคือ กลวิธีวาดภาพจำลอง คิดเป็นร้อยละ 45.57 โดยนักเรียนให้เหตุผลว่าการวาดภาพจำลองทำให้เห็นภาพชัดเจน โดยเฉพาะโจทย์ที่เกี่ยวกับเศษส่วนเพราะสามารถหาคำตอบได้เลย อีกทั้งยังพบว่า นักเรียนสามารถเชื่อมโยงการวาดภาพจำลองไปสู่การใช้ตัวแปรและสร้างสมการเพื่อใช้ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้

ปรีฉัตร จันทรหอม (2555) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบ ฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านตาขุนวิทยา จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 68 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 35 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 33 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 และนักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อีกทั้งนักเรียนกลุ่มทดลองยังมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้วิจัยตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงหลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีพัฒนาการด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับเป็นระยะ โดยพิจารณาตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขอบเขตการวิจัย

1. ประชากรในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครปฐม เขต 9 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3. ตัวแปรที่ศึกษา

3.1 ตัวแปรต้น คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

3.2 ตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. **แนวคิดโมเดลเมธอด** หมายถึง แนวคิดในการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อสร้างแบบจำลองแทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรม โดยใช้แถบสีเหลืองเป็นสื่อ เพื่อสร้างสมการทางพีชคณิต แล้วนำไปใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งแนวคิดโมเดลเมธอดมีรายละเอียดของแบบจำลองแบ่งเป็น 3 แบบ คือ

1) แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ (Part - Whole Model) เป็นแบบจำลองที่แบ่งแถบข้อมูลออกเป็นส่วนๆ เพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อย (part) ซึ่ง

อาจจะมีเพียงสองส่วนย่อยหรือมากกว่าก็ได้ กับส่วนทั้งหมดหรือส่วนรวม (whole) โดยโจทย์อาจให้ข้อมูลแต่ละส่วนมาแล้วหาข้อมูลทั้งหมด หรือให้ข้อมูลทั้งหมดและข้อมูลบางส่วนมาแล้วหาข้อมูลที่เหลือ

2) แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model) เป็นแบบจำลองที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ปริมาณขึ้นไป ซึ่งอยู่ในรูปแบบของการเปรียบเทียบแถบที่แสดงปริมาณระหว่างจำนวนที่มากกว่ากับจำนวนที่น้อยกว่า

3) แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง (The Change Model) เป็นแบบจำลองที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เปลี่ยนแปลงไปตามสถานการณ์กำหนด ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงระหว่างแถบข้อมูลที่มีอยู่เดิมกับข้อมูลที่มีการเพิ่มหรือลดเข้ามา ซึ่งทำให้เกิดข้อมูลใหม่

2. แนวคิดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด หมายถึง แนวคิดในการจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานความคิดตามความเข้าใจของนักเรียนซึ่งเกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน แล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ที่เน้นให้นักเรียนได้สร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเองผ่านสถานการณ์ปัญหาและการแก้ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียนคิดอย่างต่อเนื่องจนเกิดการเรียนรู้

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนหาความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อสร้างแบบจำลองแทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา หลังจากนั้นนำแบบจำลองมาสร้างสมการทางพีชคณิต และดำเนินการหาคำตอบ หลังจากนั้นนักเรียนจะอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับผู้อื่น ร่วมกันสรุปโดยเนื้อหาสาระจะอยู่บนพื้นฐานความคิดตามความเข้าใจของนักเรียน เน้นให้นักเรียนได้สร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเองผ่านสถานการณ์ปัญหาและการแก้ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียนคิดอย่างต่อเนื่องจนเกิดการเรียนรู้โดยนักเรียนสามารถ ซึ่งแบบจำลองจะขึ้นกับสถานการณ์ปัญหา โดยในระยะแรกครูจะนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่ได้ให้นักเรียนฝึกใช้แบบจำลองทั้ง 3 แบบ ส่วนในระยะหลังจะให้นักเรียนเลือกใช้ตามความเหมาะสมหรือความถนัด โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ปรับปรุงตามแนวคิด สสวท. (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545) มีรายละเอียดดังนี้

1) ชั้นเตรียมความพร้อม

เป็นชั้นที่ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่ต้องการศึกษา โดยหากพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้เดิม ครูต้องทบทวนความรู้ให้นักเรียนทั้งหมดก่อน

2) ชั้นจัดกิจกรรม

เป็นชั้นที่ครูนำเสนอบทเรียนใหม่และตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา โดยใช้เทคนิคคำถาม - ตอบ ซึ่งการใช้คำถามของครู จะเป็นคำถามที่แนะตามสิ่งที่นักเรียนคิด เพื่อให้ให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ ครูและนักเรียนร่วมกันหาความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยครูใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนเพื่อสร้างแบบจำลองแทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา หลังจากนั้นนำแบบจำลองมาสร้างสมการทางพีชคณิตเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา หลังจากนั้นครูกำหนดสถานการณ์ปัญหา โดยให้เวลานักเรียนในการคิดและหาวิธีในการแก้ปัญหาเป็นรายกลุ่ม ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดที่ใช้แก้สถานการณ์ปัญหา โดยกลุ่มที่มีปัญหา ครูจะใช้คำถามแนะตามสิ่งที่นักเรียนเสนอ และรอฟังคำตอบจากนักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนทำได้ หลังจากนั้นครูจะให้เพื่อนในห้องแสดงแนวคิดเสริมเพิ่มเติมร่วมกัน

3) ชั้นพัฒนาทักษะ

เป็นชั้นที่ครูให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ฝึกให้นักเรียนสร้างแบบจำลอง โดยมีสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายกับที่เคยเรียนรู้แล้ว มีการช่วยเหลือนักเรียนที่พบอุปสรรคในการแก้ปัญหาโดยใช้คำถามแนะที่ขึ้นกับวิธีคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในขณะนั้น หรือใช้คำแนะนำเพื่อขยายความคิดสำหรับนักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้

4) ชั้นสรุปสิ่งที่เรียนรู้

เป็นชั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและข้อสรุปทั่วไปที่ได้จากการเรียนการสอนและการจัดกิจกรรม มีการอภิปรายเปรียบเทียบแนวทางหรือการสร้างโมเดลเพื่อแก้ปัญหาโดยใช้คำถามแนะหรือคำแนะนำกับนักเรียนที่ยังสรุปเนื้อหาไม่ได้ และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเป็นการบ้าน

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ประสบการณ์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ มาค้นหาคำตอบของปัญหา ซึ่งความสามารถนี้สามารถวัดได้จากคะแนนรวมจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยปรับปรุงจากแนวคิดของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ

เทคโนโลยี (สสวท., 2555 : 78) ซึ่งพิจารณาลักษณะที่แสดงออกถึงความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใน 4 ลักษณะ ดังนี้

1) ความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (P1) เป็นความสามารถในการศึกษาสถานการณ์ปัญหา และระบุสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ได้

2) ความสามารถในการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา (P2) เป็นความสามารถที่ประกอบด้วย 3 ส่วน คือ การกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล และการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาให้เป็นสมการทางพีชคณิต

3) ความสามารถในการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา (P3) เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสรุปคำตอบที่ได้

4) ความสามารถในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา (P4) เป็นความสามารถในการดำเนินการตรวจสอบ และตัดสินใจคำตอบนั้นๆ มีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ หรือให้เหตุผลเพื่อแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยคาดว่าจะได้รับประโยชน์ ดังนี้

1. เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่สนใจในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จักกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมและพัฒนา

2. เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่สนใจเห็นว่าองค์ประกอบความสามารถในการแก้ปัญหามองค์ประกอบใดสำคัญที่สุด มีปัจจัยอะไรบ้างที่ช่วยส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้สามารถพัฒนาได้อย่างตรงจุดและถูกต้อง

3. เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่สนใจนำแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก ไปพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ ที่นอกเหนือจากความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. นำผลการศึกษาที่ได้ไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่นๆ ต่อไป

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังจะนำเสนอ ดังนี้

1. ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ โมเดลเมธอด และบาร์โมเดล
2. โมเดลเมธอด
 - 2.1 การใช้ตัวแทนทางความคิดในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ความหมายของโมเดลเมธอด
 - 2.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โมเดลเมธอด
 - 2.4 ขั้นตอนของการใช้โมเดลเมธอดในการจัดการเรียนรู้
 - 2.5 ประโยชน์ของการใช้โมเดลเมธอดในการจัดการเรียนรู้
3. การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด
 - 3.1 ความหมายของการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด
 - 3.2 ลักษณะห้องเรียนและการใช้คำถามในห้องเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด
 - 3.3 หลักการของการจัดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด
 - 3.4 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแบบแนะให้รู้คิด
 - 3.5 บทบาทของครูในชั้นเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด
4. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 4.2 ลักษณะปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี
 - 4.3 ประเภทปัญหาคณิตศาสตร์
 - 4.4 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 4.5 ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 4.6 ความสำคัญของการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 4.7 แนวทางในการพัฒนาการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

4.8 เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโมเดลเมธอด

5.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

5.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ โมเดลเมธอด และบาร์โมเดล

มากิและเคอร์ จูเนียร์ (Maki and Kerr, Jr., 1979) กล่าวว่า ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เช่น เซต จำนวน รูปทรงเรขาคณิต และฟังก์ชัน รวมไปถึงนิพจน์ ซึ่งเกิดจากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเหล่านั้น เช่น สมการ กราฟ และตารางต่างๆ เป็นต้น

จิออร์ดาโนและเวียร์ (Giordano and Weir, 1985) กล่าวว่า ตัวแบบทางคณิตศาสตร์คือการ ออกแบบและสร้างสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์สำหรับใช้ในการศึกษากรณีเฉพาะของปรากฏการณ์ ธรรมชาติที่เป็นจริง โดยสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ดังกล่าวรวมถึงตัวแบบในรูปของกราฟ ตัวแบบ ในรูปสัญลักษณ์ สถานการณ์จำลอง และการทำการทดลอง

อิงลิช ฟ็อก และแวกทเทอร์ (English, Fox, & Watter, 2005) กล่าวว่า ตัวแบบคณิตศาสตร์ ถูกใช้ในการแปลสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงหรือสถานการณ์ที่ไม่ใช่คณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูป คณิตศาสตร์ เช่น กราฟ ตาราง และสมการ

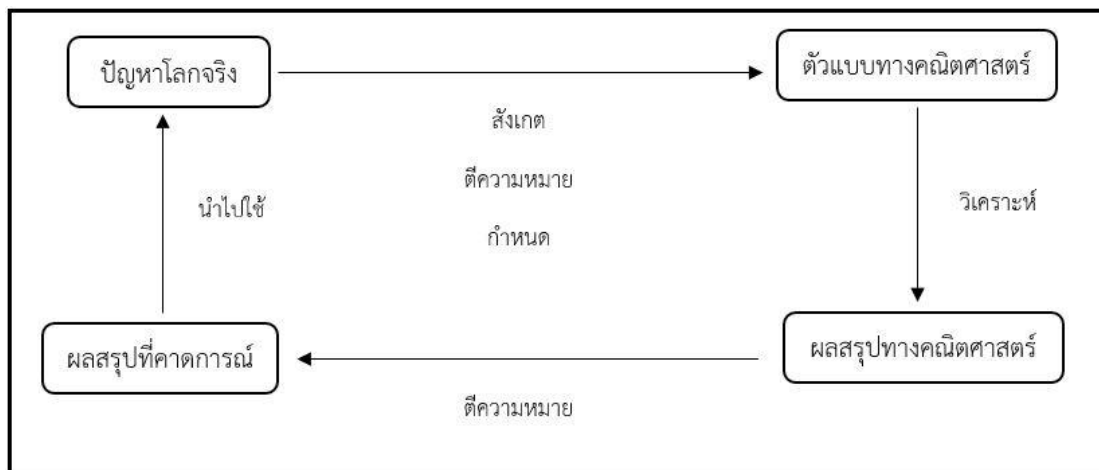
โบคิล (Bokil, 2009) กล่าวว่า ตัวแบบคณิตศาสตร์ คือ ตัวแบบที่ทำให้ปัญหาในโลกจริงง่าย ลงเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปสมการหรือรหัสคอมพิวเตอร์

ทศพร จันทรังค (2544) กล่าวว่า ตัวแบบทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแบบที่สร้างขึ้นโดยอาศัย แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น ฟังก์ชันและสมการ โดยเมื่อทำการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์นั้นจะ เป็นการย้ายจากโลกความเป็นจริง ไปสู่โลกที่ไม่มีตัวตนของมโนคติทางคณิตศาสตร์

ธีรวัฒน์ นาคะบุตร (2546 : 1) กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะเข้ามาช่วยในการจำลอง สิ่งที่อยู่ในโลกความเป็นจริง ให้เป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปนามธรรม และใช้กฎเกณฑ์ทาง คณิตศาสตร์หาคำตอบของตัวแบบเพื่อนำกลับไปประยุกต์ใช้กับโลกความเป็นจริง

แฟรงค์และฮาร์ทเลอร์ (Frank Swetz and J.S. Hartzler, 1991) ได้กล่าวว่า การสร้างตัว แบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) เป็นกระบวนการที่แปลงข้อมูลปัญหาจาก สถานการณ์ปัญหาในโลกจริง ให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของตัวแบบทางคณิตศาสตร์

(Mathematical Model) ซึ่งมีด้วยกันมากมาย เช่น กราฟ ตาราง แผนภูมิ รูปทรงเรขาคณิต สมการ ระบบสมการ อสมการ อัลกอริทึม เป็นต้น หลังจากนั้นดำเนินการแก้ปัญหา ปรับปรุงคำตอบเพื่อใช้ตอบคำถามสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง ซึ่งสามารถสรุปเป็นแผนภาพได้ดังนี้



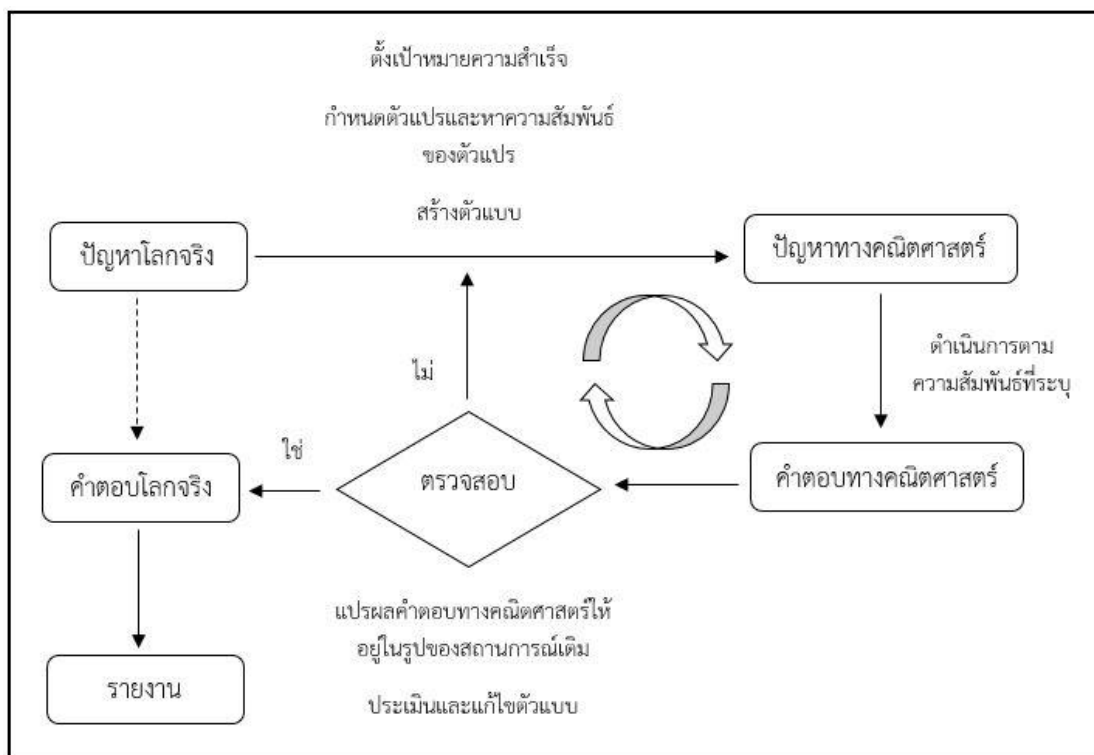
ภาพประกอบที่ 3 ขั้นตอนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของแฟรงค์และฮาร์ทเลอร์

(Frank Swetz and J.S. Hartzler, 1991 : 3)

นอกจากนี้ คัง (Kang, 2012) ได้เสนอการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปเป็นขั้นตอนได้ 7 ขั้นตอน คือ

- 1) ตรวจสอบสถานการณ์และกำหนดเป้าหมายที่จะประสบความสำเร็จ
- 2) กำหนดตัวแปรในสถานการณ์และเลือกตัวที่มีคุณสมบัติสำคัญ
- 3) กำหนดตัวแบบโดยการสร้างและเลือกรูปทรงเรขาคณิต กราฟ พิก ตารางพีชคณิต หรือสถิติ ที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร
- 4) วิเคราะห์และดำเนินการเพื่อหาข้อสรุป ถ้าการดำเนินการไม่สามารถเสร็จสมบูรณ์ได้ ให้แก้ไขและทำการเลือกตัวแปรใหม่
- 5) แปรผลคำตอบทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปของสถานการณ์เดิม
- 6) ตรวจสอบข้อสรุปโดยเปรียบเทียบกับข้อมูลในสถานการณ์ และปรับปรุงแก้ไขตัวแบบให้ดีขึ้นถ้าสามารถทำได้
- 7) ประยุกต์ใช้ตัวแบบกับสถานการณ์ที่คล้ายคลึงเพื่อประเมินผลและปรับแต่ง

ขั้นตอนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของคัง สามารถสรุปเป็นแผนภาพได้ดังนี้



ภาพประกอบที่ 4 ขั้นตอนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของคัง (Kang, 2012)

ในด้านความสำคัญของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ สุรสาล ผาสุข (2546) ได้กล่าวว่า ตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างมาก มีการพัฒนาการใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในศาสตร์หลายสาขาวิชา เช่น วิศวกรรมศาสตร์ เคมี แพทยศาสตร์ เป็นต้น ความสำคัญและคุณค่าของตัวแบบทางคณิตศาสตร์จะเห็นได้จากผลลัพธ์ที่เกิดจากการใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ ทำให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจถึงศักยภาพที่แท้จริงของคณิตศาสตร์

หลายประเทศสนับสนุนให้ใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการเรียน ดังจะเห็นได้จากประเทศสิงคโปร์ได้มีการนำตัวแบบทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มใช้ตั้งแต่ปี 1987 จนถึงปัจจุบัน ตั้งชื่อว่า “โมเดลเมธอด (Model Method)” ซึ่งมีลักษณะเป็นแถบสี่เหลี่ยม (Bar) แทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา มีด้วยกัน 3 แบบ คือ 1) แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ (Part – Whole Model) 2) แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model) และ 3) แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง (The Change Model) (Kho, 1987) และยังพบว่าการใช้แถบสี่เหลี่ยมในการแก้ปัญหานี้ในเอกสารวิจัยบางประเทศ เช่น ประเทศอินเดีย (Thirunavukkarasu, 2014) และประเทศไทย (สุพัตรา เสงี่ยม, 2555) ใช้คำว่า “บาร์โมเดล (Bar Model)” นอกจากนี้ยังพบอีกว่า Bar Model มีชื่อเรียกอีกหลายชื่อ เช่น Tape Diagrams Strip Diagrams Fraction Strips หรือ Length Models เป็นต้น (Debbie Lane, 2013)

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) เป็นกระบวนการที่แปลงข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง ให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) เพื่อแก้ปัญหาในโลกจริง โดยประเทศสิงคโปร์ได้นำตัวแบบทางคณิตศาสตร์มาเพื่อใช้ในการสอนการแก้ปัญหา โดยตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อยู่ในรูปของแถบสี่เหลี่ยมหรือบาร์ และมีวิธีการ ลำดับขั้นตอนในการนำไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้แทนสถานการณ์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งเรียกว่า โมเดลเมธอด (Model Method) หรือ บาร์โมเดล (Bar Model)

2. โมเดลเมธอด

2.1 การใช้ตัวแทนทางความคิดในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่มีการพัฒนาอย่างยาวนาน ซึ่งการใช้ภาพเป็นตัวแทนทางความคิดเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยในห้องเรียนระดับประถมศึกษาได้ใช้กล่อง ชิป โต้ะ หรือกระเบื้องแทนความสัมพันธ์ของสิ่งของ สอดคล้องกับงานวิจัยของมาร์ชและคูก ที่ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนทางความคิด แล้วพบว่าการใช้ตัวแทนทางความคิดช่วยให้นักเรียนสามารถเลือกการดำเนินการที่ถูกต้องเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา (Marsh & Cooke, 1996)

การเรียนการสอนส่วนใหญ่นั้นจะใช้สมการทางพีชคณิตเป็นตัวแทนทางความคิด เพราะเป็นสิ่งที่มีประสิทธิภาพที่สุดในการนำไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่การใช้สมการทางพีชคณิตนั้น อาจทำให้นักเรียนไม่สามารถเห็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ได้ (Pape & Tchoshanov, 2001) ดังนั้นการใช้แผนภาพจึงเป็นการเรียนรู้ระดับเบื้องต้นที่จะทำให้ นักเรียนสามารถพัฒนาไปใช้ตัวแทนทางความคิดในรูปนามธรรมต่อไปได้ การใช้แผนภาพจะทำให้นักเรียนสามารถจัดระเบียบความคิด เห็นความสัมพันธ์ และสามารถสื่อสารออกมาได้เข้าใจง่ายขึ้น สอดคล้องกับขั้นตอนพัฒนาการทางปัญญาของบรูเนอร์ในขั้น Iconic Stage ที่นักเรียนจะได้เรียนรู้สิ่งต่างๆ ในโลกโดยใช้แผนภาพแทนการสัมผัสจากของจริง เพื่อที่จะช่วยขยายการเรียนรู้ที่มากขึ้น โดยเฉพาะการคิดรวบยอด กฎ และหลักการ ซึ่งไม่สามารถแสดงให้เห็นได้ (Hegarty & Kozhevnikov, 1999)

เมื่อเวลาผ่านไป มีนักวิจัยและนักทฤษฎีได้เริ่มคิดค้นการจัดหมวดหมู่และลำดับของการใช้ตัวแทนทางความคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น ภาพการเคลื่อนไหวของร่างกาย ภาพแบบไดนามิกที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงของรูปทรงเรขาคณิต เป็นต้น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะเป็นพื้นฐานสำหรับการวิจัยเกี่ยวกับการเป็นตัวแทนทางความคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป (Montague & Jitendra, 2006)

ในปี 1980 กระทรวงศึกษาธิการของประเทศสิงคโปร์ได้เห็นความสำคัญของการใช้ตัวแทนทางความคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงได้มีการคิดค้นตัวแทนทางความคิดเพื่อมาใช้แก้ปัญหานักเรียนระดับประถมศึกษาที่มีทักษะการแก้ปัญหาค่ำ เรียกว่าตัวแทนทางความคิดนี้ว่า “โมเดลเมธอด (Model Method)” ซึ่งเป็นการหาความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยแสดงในรูปแบบแถบรูปสี่เหลี่ยม ทำให้นักเรียนเข้าใจและเห็นความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาได้ง่ายขึ้น ส่งผลให้นักเรียนที่ประเทศสิงคโปร์ที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลเมธอดมีทักษะการแก้ปัญหาค่ำที่ดีขึ้น (Hong, Mei, & Lim, 2009)

จากการใช้ตัวแทนทางความคิดในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาค่ำทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า การใช้ภาพเป็นตัวแทนทางความคิดเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาค่ำทางคณิตศาสตร์ เพราะเป็นสิ่งที่เข้าใจง่าย ทำให้นักเรียนสามารถจัดระเบียบความคิด เห็นความสัมพันธ์ และสามารถสื่อสารออกมาได้เข้าใจง่ายขึ้น โดยที่ประเทศสิงคโปร์ได้ใช้ตัวแทนทางความคิดที่มีชื่อเรียกว่า “โมเดลเมธอด (Model Method)” ซึ่งเป็นการหาความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยแสดงในรูปแบบแถบรูปสี่เหลี่ยม มาใช้พัฒนาทักษะการแก้ปัญหาค่ำทางคณิตศาสตร์

2.2 ความหมายของโมเดลเมธอด

เบอร์นาร์ดและแจนแวย์ (Bednarz & Janvier, 1996) กล่าวว่า โมเดลเมธอดเป็นโครงสร้างที่ประกอบด้วยบาร์รูปสี่เหลี่ยมที่สร้างมาจากความสัมพันธ์ของข้อมูลปัญหา ซึ่งบาร์รูปสี่เหลี่ยมแทนที่ตัวที่ไม่ทราบค่าในสมการ

ฟงและเคอร์รี่ (Ng Swee Fong and Kerry Lee, 2005) กล่าวว่า โมเดลเมธอด เป็นยุทธวิธีการวาดแบบจำลองที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งเป็นการแสดงข้อมูลของโจทย์ปัญหาที่ใช้ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความสัมพันธ์กับข้อมูลโจทย์ ทำให้นักเรียนรู้เกี่ยวกับตัวแปรที่กำหนดในปัญหา และวิธีในการแก้ปัญหาค่ำ

บานฮาและคณะ (Ban Har et al., 2008) กล่าวว่า โมเดลเมธอด เป็นแนวทางการแก้โจทย์ปัญหาที่ใช้การวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นแบบจำลองในการแก้ปัญหาค่ำทางคณิตศาสตร์ โดยแบบจำลองที่ใช้แบ่งออกเป็น 3 แบบ คือ 1) แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ (Part – Whole Model) 2) แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model) และ 3) แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง (The Change Model)

ลิซ่า อิงลาร์ด (Lisa Englard, 2010) กล่าวว่า โมเดลเมธอด เป็นการนำเสนอตัวแทนความคิด ด้วยบาร์หรือแถบรูปสี่เหลี่ยม ซึ่งช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหามากขึ้น และสามารถแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้

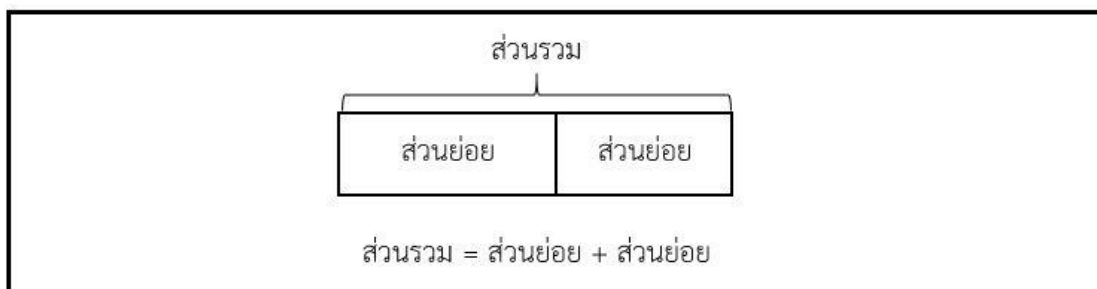
ปรีฉัตร จันทร์หอม (2555) กล่าวว่า โมเดลเมธอดเป็นกลวิธีในการนำเสนอตัวแทนความคิด ติความโจทย์ปัญหา โดยการวาดแบบจำลองลักษณะที่เป็นแผ่นรูปสี่เหลี่ยมเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา ซึ่งแบบจำลองมีหลายรูปแบบ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายได้

จากความหมายของโมเดลเมธอดที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า โมเดลเมธอด เป็นแนวคิดในการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อสร้างแบบจำลองแทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรม โดยใช้แถบสี่เหลี่ยมเป็นสื่อเพื่อสร้างสมการทางพีชคณิต แล้วนำไปใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา มีอยู่ด้วยกัน 3 แบบ คือ 1) แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ 2) แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ และ 3) แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง

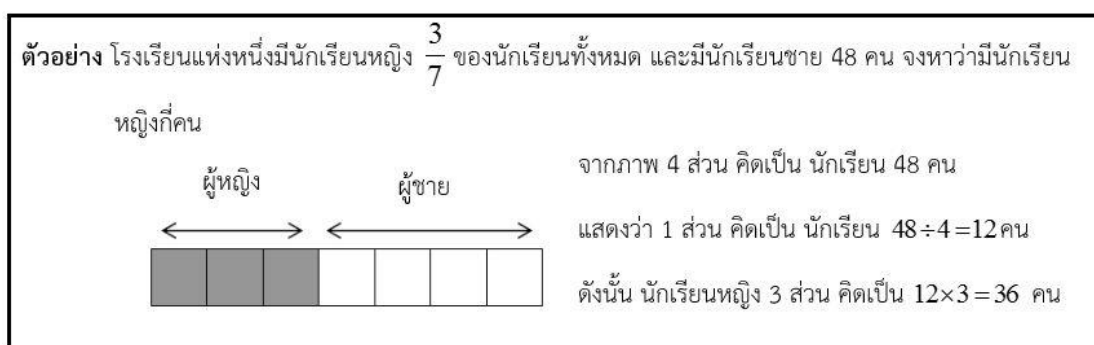
2.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โมเดลเมธอด

โมเดลเมธอด ถือว่าเป็นยุทธวิธีหนึ่งที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นไปตามแนวคิด ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ (Bruner, 1966 : 6 - 48) ที่เน้นให้นักเรียนได้เห็นหรือสัมผัสกับวัตถุ หรือสื่อของจริงก่อน (Enactive) ต่อจากนั้นใช้ภาพเป็นสื่อ (Iconic) ซึ่งในโมเดลเมธอดนี้จะใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมเป็นสื่อ และสุดท้ายจึงจะใช้สัญลักษณ์ (Symbolic) ซึ่งเป็นสื่อนามธรรม โดยแบบจำลองแต่ละประเภทมีรูปแบบการนำไปใช้กับโจทย์ปัญหาที่แตกต่างกัน ซึ่งบานฮาและคณะ (Ban Har et al., 2008) ได้สรุปแบบจำลองโมเดลเมธอดออกเป็น 3 แบบ คือ

1) แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ (Part - Whole Model) เป็นแบบจำลองที่แบ่งข้อมูลออกเป็นส่วนๆ เพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อย (part) ซึ่งอาจจะมีเพียงสองส่วนย่อยหรือมากกว่าก็ได้ กับส่วนทั้งหมดหรือส่วนรวม (whole) โดยโจทย์อาจให้ข้อมูลแต่ละส่วนมาแล้วหาข้อมูลทั้งหมด หรือให้ข้อมูลทั้งหมดและข้อมูลบางส่วนมาแล้วหาข้อมูลที่เหลือ แสดงเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้

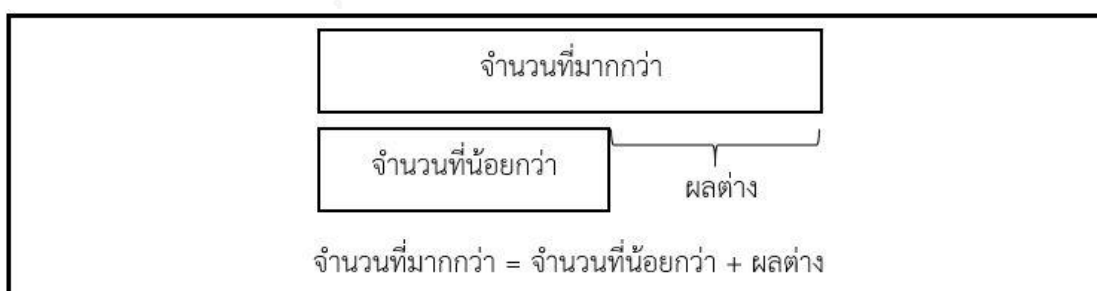


ภาพประกอบที่ 5 ความสัมพันธ์แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ
(Part - Whole Model)



ภาพประกอบที่ 6 ตัวอย่างการใช้แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ
(Part - Whole Model) ในการแก้ปัญหา

2) แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model) เป็นแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ปริมาณขึ้นไป ซึ่งอยู่ในรูปแบบของการเปรียบเทียบปริมาณระหว่างจำนวนที่มากกว่ากับจำนวนที่น้อยกว่า แสดงเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้



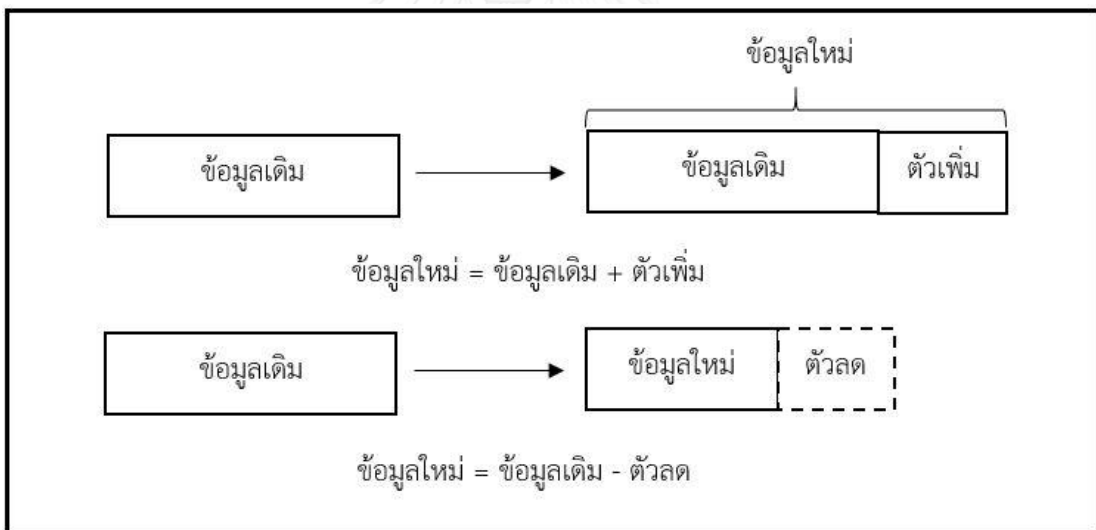
ภาพประกอบที่ 7 ความสัมพันธ์แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model)

ตัวอย่าง ครอบครัวหนึ่งมีพี่น้องอยู่ 3 คน พี่คนกลางอายุมากกว่าน้องคนเล็กอยู่ 12 ปี และน้องคนเล็กมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของพี่คนโต ถ้าอายุของทั้ง 3 คน รวมเท่ากับ 80 ปี จงหาว่าพี่คนโตอายุเท่าใด

คนโต	<input type="text"/>	จากโจทย์ 4 ส่วน คิดเป็น อายุ 68 ปี ($80 - 12 = 68$)
คนกลาง	<input type="text"/>	ดังนั้น 1 ส่วน คิดเป็น อายุ 17 ปี
คนเล็ก	<input type="text"/>	แสดงว่า 2 ส่วน คิดเป็น อายุ $17 \times 2 = 34$ ปี
		เพราะฉะนั้น พี่คนโต อายุ 34 ปี

ภาพประกอบที่ 8 ตัวอย่างการใช้แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model) ในการแก้ปัญหา


3) แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง (The Change Model) เป็นแบบจำลองความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เปลี่ยนแปลงไปตามสถานการณ์กำหนด ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงระหว่างข้อมูลที่มีอยู่เดิมกับข้อมูลที่มีการเพิ่มหรือลดเข้ามา ทำให้เกิดข้อมูลใหม่

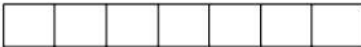


ภาพประกอบที่ 9 ความสัมพันธ์แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง (The Change Model)


ตัวอย่าง ฟาร์ม A และ ฟาร์ม B เลี้ยงสุกรคิดเป็นอัตราส่วน 5 : 7 ต่อมาฟาร์ม B ให้สุกรกับฟาร์ม A จำนวน 160 ตัว เมื่อนับแล้วปรากฏว่าสุกรทั้งสองฟาร์มมีจำนวนเท่ากัน ถ้ามว่าเดิมแต่ละฟาร์มเลี้ยงสุกรอย่างละกี่ตัว


ก่อนให้

ฟาร์ม A  จะได้ว่า 1 ส่วน คิดเป็น สัตว์ 160 ตัว

ฟาร์ม B  ดังนั้น 1 ส่วน คิดเป็น สัตว์ $160 \times 5 = 800$ ตัว

ฟาร์ม B ให้ ฟาร์ม A 160 ตัว

ฟาร์ม A  นั่นคือ ฟาร์ม A เลี้ยงสุกร 800 ตัว และ

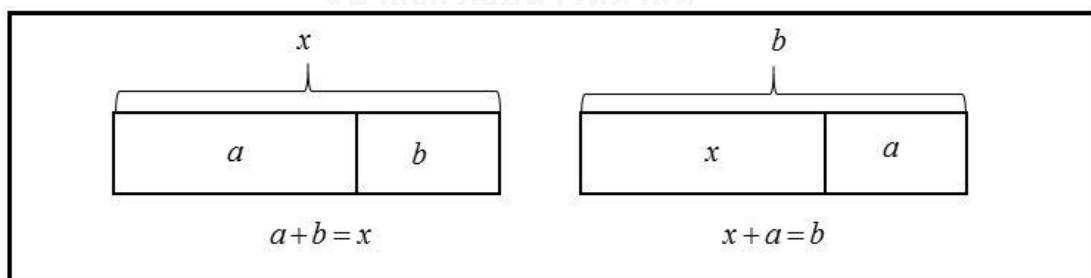
ฟาร์ม B  ฟาร์ม B เลี้ยงสุกร 1,120 ตัว

ภาพประกอบที่ 10 ตัวอย่างการใช้แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง

(The Change Model) ในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ สำหรับสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อน ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาส่วนใหญ่ที่สอนในระดับมัธยมศึกษา ไม่สามารถหาคำตอบได้จากแถบรูปสี่เหลี่ยมโดยตรง ตัวโมเดลเมธอดจะเข้ามามีบทบาทในการช่วยสร้างสมการทางพีชคณิต แบ่งได้ 3 แบบ ดังนี้ (Ng & Lee : 2009)

1) แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ (Part - Whole Model)



ภาพประกอบที่ 11 ความสัมพันธ์แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ

(Part - Whole Model) ที่ช่วยในการสร้างสมการทางพีชคณิต

ตัวอย่าง ผู้ใหญ่เลี้ยงสัตว์ไว้ที่ฟาร์มอยู่จำนวนหนึ่ง ซึ่งประกอบด้วยเป็ดและสุกร ถ้าผู้ใหญ่ลีนับหัวของสัตว์ที่เขาเลี้ยงได้ทั้งหมด 35 หัว และนับขาได้ทั้งหมด 94 ขา อยากทราบว่าผู้ใหญ่เลี้ยงเป็ดและสุกรอย่างละกี่ตัว

ให้ x แทนจำนวนเป็ด

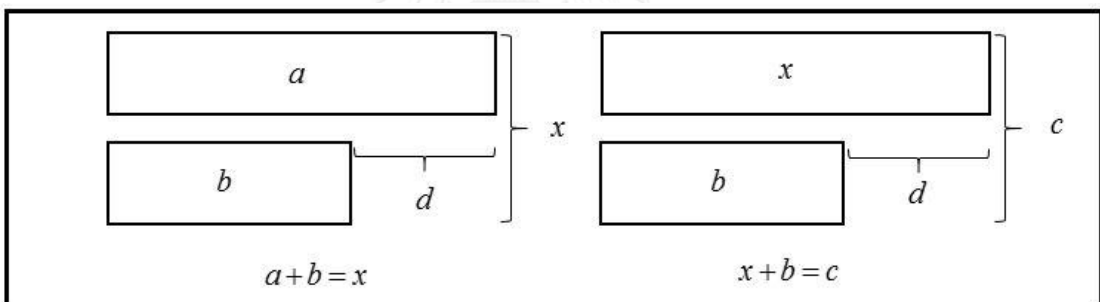
จำนวนตัว

จำนวนขา

จากแถบรูปสี่เหลี่ยมจะได้ว่า $2x + 4(35 - x) = 94$

ภาพประกอบที่ 12 ตัวอย่างการใช้แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ (Part - Whole Model) ในการสร้างสมการทางพีชคณิต

2) แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model)



ภาพประกอบที่ 13 ความสัมพันธ์แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model) ที่ช่วยในการสร้างสมการทางพีชคณิต

ตัวอย่าง ถ้าผลบวกของจำนวนเต็มสองจำนวน เท่ากับ 20 และผลต่างของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 2 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

ให้ x แทนจำนวนแรก

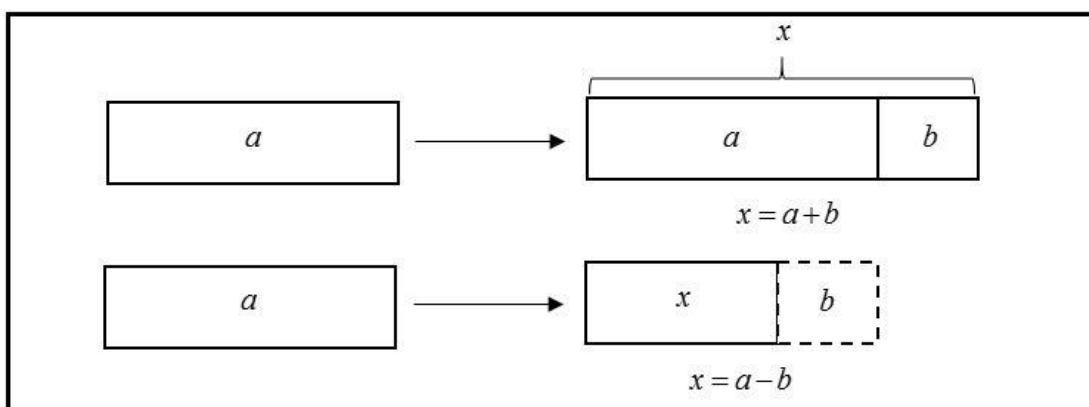
จำนวนแรก

จำนวนสอง

จากแถบรูปสี่เหลี่ยมจะได้ว่า $x - (20 - x) = 2$

ภาพประกอบที่ 14 ตัวอย่างการใช้แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ (The Comparison Model) ในการสร้างสมการทางพีชคณิต

3) แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง (The Change Model)



ภาพประกอบที่ 15 ความสัมพันธ์แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง (The Change Model) ที่ช่วยในการสร้างสมการทางพีชคณิต

ตัวอย่าง ปัจจุบันเตี้ยอายุมากกว่าเต่า 6 ปี อีก 14 ปีข้างหน้าอัตราส่วนของอายุของเตี้ยต่ออายุของเต่าเป็น 5 : 4 ปัจจุบันเตี้ยและเต่าอายุเท่าไร

ให้เต่าอายุ x ปี

เต่า	x	
เตี้ย	x	6

อีก 14 ปีข้างหน้า

เต่า	x	14	
เตี้ย	x	6	14

จากแถบรูปสี่เหลี่ยมจะได้ว่า $\frac{x+20}{x+14} = \frac{5}{4}$

ภาพประกอบที่ 16 ตัวอย่างการใช้แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง (The Change Model) ในการสร้างสมการทางพีชคณิต

2.4 ขั้นตอนของการใช้โมเดลเมธอดในการจัดการเรียนรู้

คินและกรีน (Kintsch and Greeno, 1985) ได้เสนอการนำโมเดลเมธอดไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีทั้งหมด 3 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 : ระยะข้อความ (Text Phase : T)

นักเรียนอ่านข้อความสถานการณ์ปัญหา

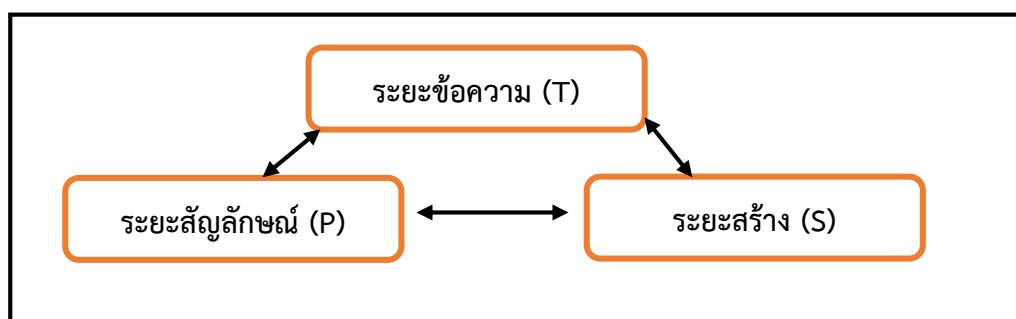
ระยะที่ 2 : ระยะสร้าง (Structural : S)

นักเรียนจะหาความสัมพันธ์ของข้อความมาสร้างแบบจำลอง ซึ่งนักเรียนจะอยู่ในระยะข้อความและระยะสร้างสลับกันไปมา (TS) เพื่อเป็นการตรวจสอบว่าแบบจำลองที่สร้างนั้นถูกต้อง

ระยะที่ 3 : ระยะสัญลักษณ์ (Procedural – Symbolic : P)

เมื่อนักเรียนสร้างแบบจำลองเสร็จแล้ว นักเรียนจะนำแบบจำลองมาวางแผนในการสร้างสมการทางพีชคณิตเพื่อนำไปใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งนักเรียนจะอยู่ในระยะสร้างและระยะสัญลักษณ์ (SP) สลับกันไปมา เพื่อเป็นการตรวจสอบว่าแบบจำลองและสมการที่สร้างนั้นถูกต้อง

นอกจากนี้คินและกรีโนได้กล่าวว่า นักเรียนบางคนสามารถอ่านข้อความสถานการณ์ปัญหาและสร้างสมการทางพีชคณิตได้เลย โดยที่ไม่ต้องวาดแบบจำลอง (TP) ซึ่งสามารถสรุปเป็นแผนภาพได้ดังนี้



ภาพประกอบที่ 17 ระยะการนำโมเดลมาถอดไปใช้ในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้เควิน มาโฮนี (Kevin Mahoney, 2012) ได้ทำการทดลองสอนทั้งหมด 8 ครั้ง โดยมีลำดับคล้ายกันทุกครั้งคือ ทบทวน สาธิต ฝึกปฏิบัติ และประเมิน เริ่มจาก **ขั้นทบทวน** ครูและนักเรียนจะช่วยกันทบทวนโดยใช้ปัญหาจากการสอนครั้งที่แล้ว **ขั้นสาธิต** นักเรียนจะศึกษาปัญหาประเภทต่างๆ จากครู โดยเป็นปัญหาที่สั้นๆ และมีการตัดสินใจ **ขั้นฝึกปฏิบัติ** นักเรียนจะได้รับการฝึกแก้ปัญหาด้วยปัญหารูปแบบใหม่ โดยมีการช่วยเหลือจากครู ซึ่งนักเรียนและครูสามารถอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา แบบจำลอง และการคำนวณ **ขั้นประเมิน** นักเรียนจะได้รับการประเมิน

1. ขั้นทบทวน

ครูใช้ปัญหาที่แตกต่างกัน 2 แบบ จากการเรียนครั้งก่อนหน้า นักเรียนจะทำการแก้ปัญหาหลังจากที่แก้ปัญหานี้แล้ว นักเรียนและครูจะอภิปรายเกี่ยวกับแบบจำลองและคำตอบของปัญหา โดยการอภิปรายจะต้องพูดถึงแบบจำลอง ซึ่งต้องใช้เพียงแบบจำลองเดียว และพูดถึงวิธีการคำนวณแก้ปัญหา

2. ขั้นสาธิต

ครูจะสาธิตการวาดรูปแบบจำลอง และเลือกวิธีการแก้ปัญหากับปัญหาแบบใหม่ โดยครูจะทำตามขั้นตอน ดังนี้

1. **อ่านปัญหาต่างๆ** ครูจะอ่านปัญหาต่างๆ ให้กับนักเรียน และต้องแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจข้อความที่อยู่ในปัญหา
2. **เขียนคำตอบของปัญหา** ครูจะเขียนสิ่งที่ปัญหาต้องการไว้ที่ด้านบนซ้ายของกระดาษ โดยจะเว้นให้นักเรียนไว้เติมคำตอบ
3. **ตัดสินใจว่าเป็นแบบจำลองแบบ comparison หรือแบบจำลอง part whole** ครูจะถามนักเรียนว่าปัญหานี้เป็นปัญหาที่ใช้แบบจำลองแบบ part - whole หรือ comparison โดยจะให้นักเรียนตอบพร้อมบอกเหตุผล
4. **ใช้คำถามเพื่ออธิบาย** ครูจะใช้คำถามเพื่ออธิบายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของปริมาณกับข้อความปัญหา ตัวอย่างคำถาม เช่น ใครมากกว่ากัน ส่วนใหญ่ก็คือทั้งหมดใช้ใหม่ และ อะไรคือสิ่งที่เรากำลังหา สิ่งที่ถามจะทำให้ให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ได้ชัดเจนมากขึ้น
5. **กำหนดตัวแปร** ก่อนที่จะวาดแบบจำลอง ครูจะกำหนดตัวแปร ตัวแปรจะเป็นเป้าหมายที่นักเรียนต้องหา
6. **วาดแบบจำลอง** แบบจำลองจะถูกวาดเพื่อเป็นตัวแทนของข้อมูลเป็นส่วนย่อยและส่วนรวม สำหรับแบบจำลอง part - whole หรือข้อมูลสองจำนวนเปรียบเทียบกัน สำหรับแบบจำลอง comparison
7. **เติมส่วนประกอบให้สมบูรณ์** ครูจะเติมตัวเลขลงไปแบบจำลอง หรือดัดแปลงแบบจำลองเพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ และสามารถอธิบายข้อความของปัญหาได้
8. **กำหนดส่วนของแบบจำลอง** เป็นการกำหนดขั้นสุดท้าย ซึ่งมีประโยชน์อย่างมากในการทำความเข้าใจปัญหา ครูจะกำหนดสิ่งที่ต้องการหา เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจและหาสิ่งที่ต้องการ รู้ว่าสิ่งที่เราทำได้จะได้อะไรออกมา
9. **เลือกการดำเนินการสำหรับการคำนวณและหาคำตอบ** ครูจะให้นักเรียนเลือกการดำเนินการ โดยใช้แบบจำลองในการอธิบาย เพื่อตัดสินใจในการเลือกการดำเนินการ
10. **ทำให้จบตามแผน** หลังจากที่ได้เลือกตัวดำเนินการ ครูจะคำนวณเพื่อหาค่าของสิ่งที่ต้องการหา การคำนวณอาจเกิดความผิดพลาดได้ ดังนั้นสำหรับขั้นสุดท้ายครูจะให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณ
11. **เติมคำตอบลงในช่องว่าง** นำสิ่งที่ได้จากการคำนวณไปเติมในช่องว่างที่เขียนไว้ด้านบนซ้าย ซึ่งนักเรียนจะต้องพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วย
12. **ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ** ครูจะคิดต่างๆ อีกครั้ง เพื่อพิจารณาตรวจสอบในขั้นตอนนี้จะตรงกับขั้นตรวจสอบย้อนกลับในขั้นตอนแก้ปัญหาของโพลยา

3. ชั้นฝึกปฏิบัติ

ครูจะใช้ปัญหา 3 – 5 ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาในชั้นสาธิตเพื่อให้นักเรียนฝึกปฏิบัติ ปัญหาแรกจะเป็นปัญหาที่ทำงานควบคู่ไปกับครูและนักเรียน เพื่อสร้างแบบจำลองและสมการ ปัญหาที่สองจะเป็นปัญหาที่นักเรียนได้เป็นผู้นำการตัดสินใจ เขียนตามขั้นตอนการวาดแบบจำลอง เขียนสมการ และคำนวณแก้ปัญหา ปัญหาที่สามนักเรียนจะแก้ปัญหามาตามขั้นตอนอย่างอิสระ เมื่อได้คำตอบของปัญหา จะมีการอภิปรายกับครูผู้สอน ถ้าครูเห็นสมควรว่าการฝึกปฏิบัติเป็นสิ่งจำเป็น ครูอาจจะให้ปัญหานักเรียนเพิ่มอีก 2 ปัญหาก็ได้

4. ชั้นประเมิน

1. อธิบายขั้นตอนกับนักเรียน ครูจะบอกนักเรียนว่า มีปัญหาให้ทำทั้งหมด 10 ปัญหาให้อ่านปัญหาให้เข้าใจ และทำลงในกระดาษ พื้นที่ว่างให้นักเรียนเขียนแก้ปัญหาก็หรือวาดรูปแบบจำลอง ถ้านักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาก็ นักเรียนจะสามารถเว้นว่างได้

2. จัดการทดสอบ เวลาที่ใช้ในการทดสอบคือ 30 นาที หรือ จนกระทั่งนักเรียนแสดงให้เห็นว่าทำเสร็จ หากนักเรียนมีปัญหา ครูจะเข้าไปช่วยเหลือได้เพียงอ่านคำถามของปัญหา การประเมินครูจะสรุปการประเมินโดยจะทำการบันทึกเก็บไว้

จากขั้นตอนของการใช้โมเดลเมธอดในการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า การใช้โมเดลเมธอดในการแก้ปัญหานั้น นักเรียนจะต้องอ่านข้อความของสถานการณ์ปัญหาให้เข้าใจ เพื่อที่จะนำไปใช้ในการสร้างแบบจำลอง โดยนักเรียนต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องกับข้อความสถานการณ์ปัญหา หลังจากนั้นนักเรียนจะนำแบบจำลองมาสร้างสมการทางพีชคณิตเพื่อใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา

2.5 ประโยชน์ของการใช้โมเดลเมธอดในการจัดการเรียนรู้

โก เท็ก ฮอง (Kho, 1987) กล่าวว่า โมเดลเมธอดจะช่วยให้นักเรียนมองความสัมพันธ์ของโจทย์ที่เป็นนามธรรมออกมาเป็นแผนภาพได้ ซึ่งง่ายต่อการเข้าใจ เป็นประโยชน์อย่างมากในการแก้ปัญหายุ่งยากเกี่ยวกับพีชคณิต

ฮีการ์ที และคณะ (Hegarty et al., 1999) กล่าวว่า โมเดลเมธอดเป็นเครื่องมือที่ช่วยแปลงข้อมูลที่ยากแก่การเข้าใจเป็นภาพที่เข้าใจมากยิ่งขึ้น

สคัทเทอร์ (Schurter, 2002) กล่าวว่า โมเดลเมธอดทำให้นักเรียนสามารถแยกแยะตัวแปรที่ทราบและไม่ทราบได้ และสามารถใช้โมเดลแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้

แยง โก เชียง (Yan Kow Cheong, 2002) กล่าวว่า โมเดลเมธอดเป็นวิธีที่มีคุณค่ามาก ทำให้นักเรียนสามารถคิดเป็นระบบ เข้าใจสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม เข้าใจความสัมพันธ์ของแต่ละองค์ประกอบ อีกทั้งสามารถทำให้เด็กระดับประถมศึกษาสามารถเรียนการแก้ปัญหาเชิงพีชคณิตได้ ทั้งๆที่เป็นเนื้อหาที่บรรจุไว้ในหลักสูตรระดับมัธยมศึกษา

ฟงและเคอร์รี่ (Ng Swee Fong and Kerry Lee, 2005) กล่าวว่า โมเดลเมธอดเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาที่ช่วยทำให้มองเห็นลักษณะที่หลากหลาย การวาดแบบจำลองจะช่วยอธิบายลักษณะของความเป็นนามธรรมที่เจอในปัญหาและพิจารณาออกมาในรูปแบบของจำนวนหรือสมการ แล้วแก้หาคำตอบ

หลุยและลิม (Looi & Lim, 2009) กล่าวว่า โมเดลเมธอดของประเทศสิงคโปร์ช่วยในการพัฒนาการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต สามารถทำให้เด็กเข้าใจโจทย์ปัญหาง่ายกว่าการแสดงวิธีทำที่เป็นนามธรรมโดยการสมมติตัวแปร ไม่ว่าจะเป็นโจทย์ประเภทการดำเนินการ เศษส่วน ร้อยละ อัตราส่วน และพีชคณิต

สวีและลี (Swee & Lee, 2009) ได้ให้ความเห็นว่า โมเดลเมธอดของประเทศสิงคโปร์สามารถช่วยให้เด็กระดับประถมศึกษาเห็นและเข้าใจความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์ในโจทย์ปัญหาได้

ลิซ่า (Lisa, 2010) กล่าวว่า โมเดลเมธอดช่วยทำให้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น และสามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายมากขึ้น เพราะการสร้างแบบจำลองทำให้นักเรียนเข้าใจและเกิดความท้าทายในการแก้ปัญหา

จิตติมา คงเมือง (2553) กล่าวว่า การวาดแบบจำลองจะแสดงให้เห็นถึงการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพสูงที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างลำดับขั้นในการแก้โจทย์ปัญหาด้วยตัวเอง จนสุดท้ายก็สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

จากประโยชน์ของการใช้โมเดลเมธอดในการจัดการเรียนรู้ที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า โมเดลเมธอดจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหามากขึ้น สามารถคิดเป็นระบบและแสดงออกมาในรูปแบบของแบบจำลองที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ สามารถสร้างลำดับขั้นในการแก้โจทย์ปัญหาด้วยตัวเองได้ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญในการแก้ปัญหา

3. การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

3.1 ความหมายของการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al, 1989 : 499 – 531) และเฟนเนมาร์และคณะ (Fennema et al, 1993 : 555 – 583) ได้กล่าวว่า การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดเป็นแนวการสอนที่อยู่บนพื้นฐานปรัชญาที่ว่า การเรียนการสอนต้องเกิดจากความรู้ของนักเรียน และให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง เป็นการเรียนรู้ที่มีการเปิดโอกาสให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม มีโอกาสนำเสนอความคิดของตนเอง ร่วมกันอภิปราย ก่อให้เกิดการเชื่อมโยงความรู้เดิมของนักเรียนให้สัมพันธ์และสอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ที่จะเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง

คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al, 1999) ได้กล่าวว่า การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดเป็นนวัตกรรมที่ให้ความสำคัญ ดังนี้ 1) การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน 2) แนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3) ความรู้และความเชื่อของครูที่มีผลต่อกิจกรรมการเรียนการสอน 4) วิธีการที่ครูใช้ความรู้และความเชื่อของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาจัดการเรียนการสอน ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะหมุนเวียนเป็นวัฏจักร โดยเริ่มต้นที่ครูจะศึกษาความรู้ที่แท้จริงเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังจากนั้นครูจะนำสิ่งที่ศึกษามาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ไวสตอร์ม (Wistrom, 2012) ได้ให้ความหมายการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดว่าเป็นแนวทางการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการเรียนการสอน โดยสอนผ่านการใช้เทคนิคการถามคำถาม

ชัยวัฒน์ อ้อยปออาจ (2552) ได้ให้ความหมายของการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดว่าเป็นการจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานความรู้ของนักเรียน โดยเน้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้เอง ซึ่งระหว่างการเรียนรู้ครูจะเป็นผู้ใช้คำถามชี้แนะแนวทางให้นักเรียนได้คิดอย่างต่อเนื่องจนเกิดการเรียนรู้ในเนื้อหา ทักษะ หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สุรารัตน์ สมรรถการ (2556) กล่าวว่า การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดเป็นการจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดตามความเข้าใจของนักเรียน เกิดจากความรู้ของนักเรียน ให้

ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

จากความหมายของการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด คือ แนวคิดในการจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานความคิดตามความเข้าใจของนักเรียนซึ่งเกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ที่เน้นให้นักเรียนได้สร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเองผ่านสถานการณ์ปัญหาและการแก้ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียนคิดอย่างต่อเนื่องจนเกิดการเรียนรู้

3.2 ลักษณะห้องเรียนและการใช้คำถามในห้องเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

แดน (Dan Guericke, 2015) ได้เสนอเกี่ยวกับห้องเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด พอสรุปได้เป็นลักษณะดังนี้

1. นักเรียนทุกคนต้องมีส่วนร่วมในชั้นเรียน
2. นักเรียนสามารถเข้าถึงสื่ออุปกรณ์หรือเครื่องมือที่ต้องการใช้ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา
3. การใช้คำถามของครูมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปจนถึงจุดมุ่งหมายได้
4. การเรียนการสอนมีการบูรณาการระหว่าง การอ่าน การสื่อสาร และคณิตศาสตร์
5. นักเรียนมีโอกาสในการอภิปรายกันภายในกลุ่มเล็ก
6. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ว่าข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่มีความสำคัญ
7. นักเรียนยอมรับได้ว่าปัญหาบางอย่างเป็นปัญหาที่ยากต้องใช้เวลา
8. ในระหว่างการแก้ปัญหา นักเรียนต้องมีการบันทึกความคิด
9. นักเรียนมีความมั่นใจในความคิดของตนเอง
10. ความอดทนและความเข้าใจของครูและนักเรียนเป็นสิ่งที่สำคัญในห้องเรียน
11. ปัญหาแต่ละปัญหามีวิธีการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี
12. ปัญหาแต่ละปัญหามีความยืดหยุ่น
13. มีสถานที่ในการอภิปรายร่วมกัน
14. นักเรียนได้ต่อสู้ ฝ่าฟัน ดิ้นรนในการแก้ปัญหา
15. เปิดโอกาสให้นักเรียนทำงานอย่างอิสระ
16. มีเวลาให้นักเรียนได้ทำงานอย่างอิสระ
17. มีการจัดสิ่งแวดล้อมเอื้อต่อการเรียนรู้ที่ดี
18. นักเรียนมีการอภิปรายในสิ่งที่ตัวเองคิด

19. ครูจะต้องรู้ว่าเป้าหมายในการแก้ปัญหาของนักเรียน
20. มุ่งเน้นไปที่ความเข้าใจในโมโนทัศน์มากกว่าเพียงแค่ขั้นตอนวิธีการ
21. มอบหมายการบ้านในปริมาณที่ไม่มากเกินไปและเป็นงานที่เชื่อมโยงในสิ่งที่เรียนแต่ละวัน
22. อนุทินเป็นเครื่องมือพื้นฐาน
23. นักเรียนมีระดับความเข้าใจในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน
24. ครูให้การปรึกษากับนักเรียนเป็นรายบุคคล
25. มีการบันทึกการคิดเชิงคณิตศาสตร์
26. ไม่จำเป็นที่นักเรียนทุกคนจะต้องได้นำเสนอความคิดของตนเองต่อทั้งห้องในทุกวัน
27. ครูจะต้องยอมรับในความคิดของนักเรียน
28. ใช้ปัญหาที่เป็นปัญหาในโลกจริง
29. ครูมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวก
30. เปิดโอกาสให้ในชั้นเรียนได้มีการติดต่อสื่อสารการคิด

เอมี เบรย์ (Amy Bray, 2012) ได้กล่าวถึงสิ่งที่ต้องได้เห็นในห้องเรียนการสอนแบบเน้นให้รู้คิด สรุปได้ดังนี้

1. ครูและนักเรียนสามารถทบทวนปัญหาได้หลายครั้งตามที่ต้องการ
2. เอื้อให้มีการใช้สื่อรูปธรรมมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้
3. นักเรียนมีเวลาที่เพียงพอในการแก้ปัญหา
4. นักเรียนมีการบันทึกอนุทิน
5. สนใจที่กระบวนการไม่ใช่เพียงแค่คำตอบ
6. พยายามให้มีการแก้ปัญหามากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้
7. ครูจะถามและกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายเพื่อเรียนรู้วิธีการและสิ่งที่นักเรียนคิด
8. กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาจะได้มาจากนักเรียนในชั้นเรียน ไม่ใช่จากครูเพียงคนเดียว
9. นักเรียนสามารถใช้การร่างภาพเพื่อหาวิธีการในการแก้ปัญหา
10. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนอธิบายวิธีการและรับฟัง
11. นักเรียนมีการเขียนเรื่องราวปัญหาในชั้นเรียนหรือในกลุ่มเพื่อแบ่งปันความคิด
12. นักเรียนต้องรู้ว่าการแก้ปัญหานั้นมีวิธีการแก้มากกว่าหนึ่งวิธี

นอกจากนี้คิม (Kim McComas, 2014) ได้นำการสอนแบบเน้นให้รู้คิดไปใช้กับนักเรียนห้องเรียนพิเศษ ระดับประถมศึกษา โดยมีการจัดกิจกรรมในห้องเรียนแบ่งเป็น 3 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่ 1 ครูให้ปัญหาในชั้นเรียน

ช่วงที่ 2 นักเรียนได้รับเวลาที่มากพอในการแก้ปัญหา ได้คิดค้นวิธีในการแก้ปัญหา โดยครูมีบทบาทเป็นผู้ส่งเสริมให้นักเรียนได้หาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายวิธี และเป็นผู้สนับสนุนให้มีการติดต่อสื่อสารในชั้นเรียน

ช่วงที่ 3 นักเรียนได้แบ่งปันแนวคิดที่หลากหลาย และมีการอภิปรายในชั้นเรียน โดยที่ครูเป็นผู้ช่วยเหลือนักเรียนในการเข้าใจเนื้อหาหลัก

จากลักษณะห้องเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่ แดน เอมี เบร์รี่ และคิม ไต้ให้ไว้ สามารถจัดเป็นหมวดหมู่ได้ 5 ด้าน ดังนี้

1. ด้านทัศนคติของนักเรียน

เมื่อนักเรียนได้รับสถานการณ์ปัญหา แม้ว่าปัญหานั้นจะยากเพียงใด นักเรียนจะต้องรู้จักอดทนและมุ่งมั่นในการแก้ปัญหา มั่นใจและอดทนในการคิด โดยหากนักเรียนแก้ปัญหานั้นไม่สำเร็จ หรือมีความผิดพลาด ข้อผิดพลาดเหล่านั้นจะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ และเห็นคุณค่าของความผิดพลาดนั้น

2. ด้านลักษณะปัญหาที่ใช้ในห้องเรียน

ปัญหาที่ใช้ในห้องเรียนนั้นจะต้องเป็นปัญหาในโลกจริง มีความยืดหยุ่น มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และมีรูปแบบในการนำเสนอที่ครูและนักเรียนสามารถอ่านบททวน พิจารณาปัญหาได้ตามความต้องการ

3. ด้านบรรยากาศในห้องเรียน

บรรยากาศในห้องเรียนมีการสนับสนุนให้นักเรียนได้หาวิธีการในการแก้ปัญหา มีการอภิปรายกันในกลุ่มเล็ก และอภิปรายร่วมกันในห้องเรียน เพื่อให้ นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วม โดยไม่จำเป็นที่นักเรียนทุกคนได้เสนอความคิดในทุกคาบ นักเรียนได้ใช้สื่อหรืออุปกรณ์ที่เขาต้องการเพื่อช่วยในการแก้ปัญหา ระหว่างที่นักเรียนอภิปรายนั้น นักเรียนจะได้แก้ปัญหาอย่างอิสระ และมีการจัดบันทึกเชิงคณิตศาสตร์ในสิ่งที่ตัวเองคิด โดยการเรียนการสอนในห้องเรียนจะต้องบูรณาการระหว่างการอ่าน การสื่อสาร และคณิตศาสตร์

4. หน้าที่ของครูในห้องเรียน

ครูมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการให้สถานการณ์ปัญหากับนักเรียน เมื่อนักเรียนมีปัญหาครูจะต้องให้การช่วยเหลือแนะนำไปตามฐานความคิดของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยไม่ได้เข้าไปช่วยเหลือในทันที การใช้คำถามของครูจะกระตุ้นให้นักเรียนสามารถไปถึงจุดมุ่งหมายได้ ครูจะต้องให้ความสำคัญกับการเข้าใจในมโนทัศน์มากกว่าเพียงแค่ขั้นตอนวิธีการ และเมื่อนักเรียนได้อธิบายความคิดหรือวิธีแก้ปัญหาของตน ครูจะต้องรับฟังความคิดของนักเรียน

5. ด้านสื่อที่ใช้ในห้องเรียน

เมื่อนักเรียนได้รับสถานการณ์ปัญหา นักเรียนสามารถใช้เครื่องมือในการแก้ปัญหาได้ตามที่
 เข้าต้องการ มีการจดบันทึกความคิดเชิงคณิตศาสตร์และวาดภาพเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ ซูซาน (Susan B., 2015) ได้ศึกษาครู 3 คน ที่นำการสอนแบบแนะให้รู้คิดไปใช้
 ในห้องเรียน ซึ่งพบว่ามีลักษณะการใช้งานที่เหมือนกัน ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. ครูใช้สถานการณ์ปัญหาในการแนะนำหัวข้อที่สอน โดยสถานการณ์ปัญหานั้นได้มาจากหนังสือ
 เรียนของนักเรียน หรือเป็นสถานการณ์ปัญหาที่พบเจอตอนไปทัศนศึกษา
2. ครูจะไม่แสดงวิธีการแก้ปัญหาให้นักเรียนดู แต่ครูจะให้นักเรียนแก้ปัญหาเอง ได้ลงมือทำตาม
 หนทางของนักเรียน โดยมีเครื่องมือให้นักเรียนใช้ตามต้องการ หลังจากนั้นนักเรียนจะได้แสดงและ
 อธิบายในสิ่งที่ตัวเองคิด
3. ครูจะต้องใช้ความรู้เพื่อทำความเข้าใจในประเภทของปัญหาและวิธีการคิดทุกวิธีของปัญหานั้น
 เพื่อที่ครูจะได้วางแผนเนื้อหาเพื่อช่วยเหลือนักเรียนให้เข้าใจ และตัดสินใจได้ว่าช่วยเหลือนักเรียน
 แต่ละคนให้เข้าใจมากขึ้นได้อย่างไร เมื่อครูตระหนักถึงการคิดของนักเรียน สิ่งเหล่านั้นจะช่วย
 เสริมแรงให้ครูในการตัดสินใจได้ตรงประเด็น ครูจะรู้ว่าเมื่อไรจะต้องไปต่อ รู้ว่าเมื่อไรจะต้องถอยหลัง
 กลับมาทำใหม่ รู้ว่าวิธีการแบบนี้มันง่าย วิธีการแบบนี้มันยาก รู้ว่าจะช่วยเหลือนักเรียนอย่างไร
4. ครูจะนำสิ่งที่นักเรียนตอบและสิ่งที่นักเรียนคิด มาวางแผนในการสอนครั้งต่อไป ดังนั้นเนื้อหาที่
 สอนในวันนี้จะไม่เหมือนกับเนื้อหาในปีที่แล้ว เพราะขึ้นอยู่กับ การแก้ปัญหาของนักเรียนในห้องเรียน
 ขณะนั้น

เห็นได้ว่าห้องเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดนั้นมีลักษณะที่สำคัญต่างๆ มากมาย ซึ่งมีสิ่งหนึ่ง
 ที่สำคัญก็คือ การใช้คำถามของครู ซึ่งมีความสำคัญในการทำให้นักเรียนแสดงความคิดของตัวเอง
 ออกมา โดยเอมี เบรย์ (Amy Bray, 2012) ได้กล่าวถึงการใช้คำถามที่ควรได้ยินในห้องเรียนการสอน
 แบบแนะให้รู้คิด สรุปได้ดังนี้

1. ช่วยอธิบายหน่อยได้ไหมว่านักเรียนคิดอะไรอยู่
2. ทำไมนักเรียนถึงทำแบบนั้น
3. สิ่งที่นักเรียนตอบ นักเรียนสามารถโน้มน้าวให้ครูเชื่อได้หรือไม่
4. ทำไมนักเรียนถึงคิดว่าเป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการบวกหรือการคูณ
5. อะไรคือสิ่งที่แตกต่างจากสิ่งที่นักเรียนทำครั้งแรก
6. นักเรียนสามารถแก้ปัญหานี้โดยไม่ใช้บล็อกได้หรือไม่
7. นักเรียนสามารถบอกข้อมูลอะไรได้บ้างจากปัญหานี้
8. ครูเข้าใจนะว่านักเรียนพูดอะไร ช่วยแสดงให้ครูเห็นหน่อยได้ไหม

9. ช่วยบอกครูหน่อยได้ใหม่นักเรียนกำลังทำอะไรอยู่

10. วิธีการทำสองวิธีนี้เหมือนกันอย่างไร

นอกจากนี้ มีแกน นอริน และแอนเจล่า (Megan L., Noreen M., Angela G., 2009) ได้วิจัยถึงการใช้คำถามของครู 3 คน ในการล้วงความคิดของนักเรียน ซึ่งแบ่งลักษณะของคำถามออกเป็น 4 ลักษณะ โดยมีลักษณะการใช้งาน ข้อดีและข้อเสียของคำถามแต่ละลักษณะ สามารถสรุปได้ดังนี้

1. คำถามทั่วไป (General questions) เป็นคำถามที่ถูกใช้เมื่อนักเรียนตอบได้ไม่ชัดเจน จะให้นักเรียนได้อธิบายซ้ำ เช่น นักเรียนสามารถพูดอีกครั้งหนึ่งได้ไหม เมื่อสักครู่นักเรียนพูดว่าอะไร สิ่งนี้นักเรียนตอบหมายถึงอะไร

2. คำถามเฉพาะ (Specific questions) เป็นคำถามที่ถูกใช้เพื่อให้นักเรียนได้อธิบายรายละเอียด ชี้แจง ในคำตอบแรกที่ยังไม่ชัดเจน ยังไม่สมบูรณ์หรือถูกต้อง ซึ่งครูและนักเรียนได้ทราบรายละเอียดต่างๆ ไปแล้ว เช่น อะไรคือตัวเลขที่เหมือนกัน นักเรียนจะเติมตัวเลขนั้นใช่หรือไม่ ช่วยอธิบายให้ครูฟังหน่อยว่าที่ขีดเส้นใต้นั้นคืออะไร

คำถามทั่วไปและคำถามเฉพาะมีข้อเสียคือ เป็นคำถามที่ยังไม่เพียงพอที่จะทำให้นักเรียนเข้าใจถึงรายละเอียดของยุทธวิธีในการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนยังมีความคลุมเครือในตัวยุทธวิธี ครูจะต้องเดาว่านักเรียนต้องการตอบอะไร ซึ่งอาจไม่ถูกต้องก็ได้ ถ้าสิ่งที่ครูเดาไม่ถูก การให้คำถามของครูก็จะมีประโยชน์

3. คำถามที่เป็นลำดับเฉพาะ (Probing sequences of specific questions) เป็นคำถามที่ถูกใช้เมื่อครูไม่ชัดเจนเกี่ยวกับคำอธิบายของนักเรียน และพยายามที่จะเข้าใจความคิดของนักเรียนที่ยังไม่ชัดเจน โดยครูจะไม่อัดคำถามมาก แต่จะค่อยๆ ป้อนคำถามเป็นลำดับเฉพาะกับสิ่งที่นักเรียนตอบ เช่น นักเรียนจะเติมตัวเลขอะไรดี ตัวเลขที่นักเรียนตอบมาได้มาจากไหน ครูเข้าใจแล้วว่าตัวเลขนั้นได้มาจากไหน ไหนลองตรวจคำตอบให้ครูดูซิว่าใช้ได้หรือไม่

คำถามที่เป็นลำดับเฉพาะมีข้อดีคือ อันดับแรก ทำให้ครูเข้าใจการคิดของนักเรียน อย่างที่สอง ครูจะรู้ว่าควรให้ปัญหาแบบใด รู้ว่าควรใช้คำถามแบบใด โดยเป็นคำถามตามสิ่งที่นักเรียนเข้าใจ และประการสุดท้าย เป็นการให้โอกาสนักเรียนในชั้นเรียนให้ได้เชื่อมโยงความคิดในสิ่งที่พูดออกมา

4. คำถามนำ (Leading questions) เป็นคำถามที่ถูกใช้เมื่อครูป้อนคำถามนักเรียนเพื่อนำไปสู่คำตอบที่ต้องการ เช่น นักเรียนตอบ 100 แสดงว่า 100 คืออะไร ไหนเราจะวาดวงกลมแก้ปัญหาอย่างไร

คำถามนำมีข้อดีคือช่วยให้นักเรียนอธิบายและตอบคำถามไปในทิศทางที่ครูต้องการ แต่จะมีข้อเสียคือ เป็นการปิดกั้นโอกาสนักเรียนในการสร้างความเข้าใจ ปิดกั้นโอกาสนักเรียนในการคิดหาวิธีแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าครูจะต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับประเภทของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาในหลากหลายวิธี เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือนักเรียนในการแก้ปัญหา มีการให้ระยะเวลาที่เหมาะสม เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ในข้อผิดพลาดของการแก้ปัญหา มีความอดทน มุ่งมั่น และมีทัศนคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา ภายใต้บรรยากาศของห้องเรียนที่สนับสนุนให้มีการอภิปรายร่วมกัน บทบาทของครูจะให้ความช่วยเหลือนักเรียนเท่าที่จำเป็นและตามศักยภาพ สนับสนุนสื่อหรือเครื่องมือที่นักเรียนต้องการใช้ในการแก้ปัญหา และมีการใช้คำถามเพื่อนำตามฐานความคิดของนักเรียน เพื่อสนับสนุนให้นักเรียนสามารถไปถึงจุดมุ่งหมาย ซึ่งคำถามมี 4 ลักษณะ คือ คำถามทั่วไป คำถามเฉพาะ คำถามที่เป็นลำดับเฉพาะ และคำถามนำ

3.3 หลักการของการจัดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดจะมุ่งเน้นให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง อาศัยความรู้ของนักเรียนแต่ละคนเป็นฐานในการจัดการเรียนรู้ จะไม่มีรูปแบบของวิธีการหรือกิจกรรมที่เป็นขั้นตอนอย่างชัดเจน แต่เป็นความรู้ความเข้าใจที่ครูต้องวินิจฉัยนักเรียนเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่า นักเรียนสามารถแก้ปัญหาและมีความสนใจในขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างไร นักเรียนในห้องเรียนที่จัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด จะใช้เวลาส่วนใหญ่ในการใช้วิธีการและรูปแบบที่หลากหลายในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความแตกต่างกันได้ตามศักยภาพของตน รวมทั้งการได้มีโอกาสได้พูดคุยและนำเสนอแนวคิดของตน ให้ความสำคัญและการยอมรับจากเพื่อนๆ และครู ในการนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนแต่ละคนใช้ในการหาคำตอบทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งสิ่งสำคัญที่ครูจะต้องคำนึงถึงคือ ครูจะไม่สอนวิธีการในการแก้ปัญหาใดๆ แก่ นักเรียน แต่จะสนับสนุนให้นักเรียนได้พิจารณาแนวทางในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ช่วยเหลือนักเรียนให้ได้ค้นพบข้อผิดพลาดด้วยตัวของนักเรียนเอง การจัดการเรียนการสอนจะขึ้นอยู่กับลักษณะของนักเรียนแต่ละคน ทำให้นักเรียนรู้สึกง่ายและมีแรงจูงใจในการเรียนรู้ด้วยตัวเอง นักเรียนได้รับความรู้หลายรูปแบบจากการร่วมอภิปรายกับเพื่อน ๆ ซึ่งเป็นลักษณะการแลกเปลี่ยนเรียนรู้

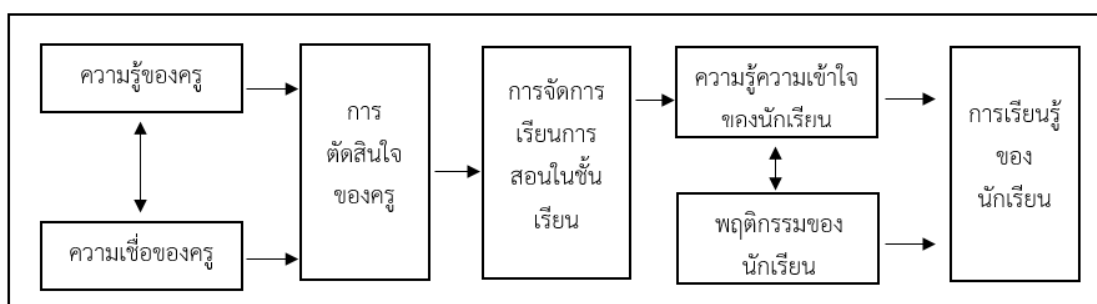
คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al, 1989 : 499 – 531) ได้นำเสนอหลักการของการจัดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ดังนี้

1. การจัดการเรียนการสอนควรพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนโดยเน้นที่ความสำคัญระหว่างทักษะและการแก้ปัญหา ใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน

2. การจัดการเรียนการสอนควรจัดสถานการณ์ให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตัวเองด้วยความเข้าใจ

3. นักเรียนควรสามารถเชื่อมโยงปัญหา มโนทัศน์หรือทักษะกับความรู้เดิมที่มีอยู่

4. เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนแบบนี้อยู่บนพื้นฐานความรู้และความคิดของนักเรียน จึงต้องมีการประเมินอย่างสม่ำเสมอ โดยไม่ได้ประเมินแค่ว่านักเรียนแก้ปัญหานั้นๆ ได้ แต่ประเมินด้วยว่านักเรียนมีวิธีการแก้ปัญหานั้นๆ อย่างไร วิธีการประเมินการคิดของนักเรียนที่ได้ผลก็คือ การถามคำถามที่เหมาะสมและรอฟังคำตอบจากนักเรียน



ภาพประกอบที่ 18 รูปแบบการเรียนการสอนแบบเน้นให้รู้คิด

นอกจากนี้คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al., 2000 : 1) ได้ตั้งข้อสังเกตเกี่ยวกับแนวการจัดการเรียนการสอนแบบ CGI ไว้คือว่า

1. เป็นการพัฒนาความเข้าใจและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน
2. การจัดการเรียนรู้ของครูมีอิทธิพลต่อการพัฒนาความเข้าใจและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน
3. ความรู้และความเชื่อของครูมีผลต่อการจัดการเรียนการสอน
4. ความรู้และความเชื่อของครูได้รับอิทธิพลมาจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

จากหลักของการจัดการสอนเน้นให้รู้คิดที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบ CGI มีลักษณะที่เน้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้เองด้วยความเข้าใจ เน้นการแก้ปัญหามากกว่าชั้นเรียนเดิมๆ และครูต้องประเมินการคิดของนักเรียนอยู่เป็นประจำ รวมทั้งมีการประเมินการแก้ปัญหาแบบต่างๆ

3.4 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด

ปีเตอร์สันและคณะ (Peterson et al., 1991) และแฟรงค์และเวย์ชฟ (Franke; & Weishaupt, 2004) ได้นำเสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สรุปได้ดังนี้

1. ครูกำหนดโจทย์ปัญหาที่มีความเหมาะสมให้นักเรียน
2. นักเรียนคิดวิเคราะห์การแก้ปัญหา ผิดพลาดด้วยตัวเอง
3. ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ ให้แรงกระตุ้นและส่งเสริมการเรียนรู้ ครูจะไม่สอนวิธีการคิดให้กับนักเรียน แต่จะคอยซักถามนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
4. นักเรียนนำเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาของแต่ละคน รวมทั้งมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันอภิปราย เมื่อนักเรียนได้รับคำตอบที่ต่างก็ร่วมกันหาข้อผิดพลาด
5. นักเรียนสรุปประเด็นที่ได้จากการเรียนรู้โดยมีครูเป็นผู้กระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้
6. ประเมินผลตามสภาพจริง

คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al., 1999: 60 – 85; 2000: 4 – 5) และฮิลเบิร์ตและคณะ (Hiebert et al., 1997) ได้อธิบายถึงขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอนในกระบวนการจัดการเรียนรู้ของการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่สอดคล้องกันดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูจะนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหา ครูควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกันกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง ในการเลือกปัญหา ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ปัญหาที่เลือกมาควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 2 ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้ และแนะนำจนครูมีความมั่นใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้นๆ ได้แล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา นอกจากนี้สิ่งสำคัญของการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) คือ ในระหว่างนักเรียนแก้ปัญหา ครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นตอนที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา หลังจากที่ครูนำเสนอปัญหาและให้เวลานักเรียนแก้ปัญหาแล้ว ครูจะเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลเพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบ

นั้น ครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา เช่น ทำไมนักเรียนถึงเริ่มต้นด้วย ..., นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างไร, บอกได้ไหมว่านักเรียนได้คำตอบมาได้อย่างไร หรือ นักเรียนบอกได้ไหมว่ากำลังคิดอะไรอยู่ เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่าง โดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม เช่น คำตอบทั้งสองนี้เหมือนหรือต่างกันอย่างไร มีใครแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่แตกต่างจากที่กล่าวมานี้หรือไม่ เป็นต้น และครูควรเชื่อมการอภิปรายโดยถามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ

จากขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ครูนำเสนอปัญหา โดยเลือกปัญหาที่น่าสนใจ มีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน 2) ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่างๆ ที่นักเรียนต้องการ 3) นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผลเป็นรายบุคคล ซึ่งระหว่างนี้ครูอาจใช้คำถามกระตุ้นความคิด เพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา 4) ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ โดยครูเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปราย โดยใช้คำถามนำความคิด และครูควรเชื่อมการอภิปราย โดยถามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ

3.5 บทบาทของครูในชั้นเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al., 1999: 60 – 85) และแฮงส์ (Hank, 1998) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในชั้นเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดไว้ดังนี้

1. ครูควรใช้คำถามหรือการชี้แนะในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมและไม่สามารถแก้ปัญหาได้
2. ครูควรมีความกระตือรือร้นและพัฒนาอย่างต่อเนื่องในการทำความเข้าใจถึงความคิดของนักเรียนแต่ละคน
3. ครูควรเตรียมสื่อ วัสดุอุปกรณ์ต่างๆ ที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน
4. ครูควรสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้สึกดีในกาเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถสื่อสารแนวคิดและเหตุผลได้หลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นการพูด การเขียน หรือ

การวาดภาพ ซึ่งเป็นแนวทางที่ให้นักเรียนได้เข้าใจว่าตัวเองทำอะไรและกำลังคิดอะไร รวมทั้งครูก็สามารถประเมินความคิดและเหตุผลของนักเรียนได้ด้วย

5. ครูควรนำเสนอปัญหา สถานการณ์หรือกิจกรรมที่เหมาะสมกับนักเรียนทุกคน และสามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

6. ครูควรจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้นักเรียนได้สร้างความรู้ได้ด้วยตนเองแทนที่เป็นแต่ผู้ถ่ายทอดความรู้

7. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม และมีการอภิปรายแนวคิดของตนเองกับผู้อื่น ส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียน

8. ครูควรให้เวลาที่เหมาะสมแก่นักเรียนในการแก้ปัญหาต่างๆ

9. ครูไม่ควรเตรียมแนวทางการสอนที่ชัดเจนตายตัว หรือใช้สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอนที่เฉพาะเจาะจง แต่ครูควรเตรียมการสอนอย่างกว้างๆ และปรับกิจกรรมการเรียนการสอนตามความต้องการหรือแนวความคิดของนักเรียน

สำหรับการประเมินการจัดการเรียนการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) นั้น ครูควรมีการประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนบ่อย ๆ และใช้วิธีการที่หลากหลายในการประเมิน เช่น ประเมินโดยการสังเกต การใช้คำถาม การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการฟังจากการนำเสนอแนวคิด และเหตุผลของนักเรียน เป็นต้น โดยการประเมินนั้นควรทำควบคู่ไปกับการเรียนการสอน (NCRMSE., 1992; Hanks, 1998)

ดังนั้น เมื่อนำหลักการของการจัดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) มาใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ จึงสรุปได้ว่า ครูต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่จะสอนเป็นอย่างดี มีการใช้คำถามชี้แนะ รู้จักการพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่อง มีการเตรียมสื่อ อุปกรณ์การสอนต่างๆ ระหว่างการสอน ครูจะต้องสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนที่น่าสนใจ ด้วยการนำเสนอปัญหาที่เหมาะสม ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอความคิดและรับฟังความคิดของผู้อื่น โดยระหว่างที่นักเรียนกำลังคิด ครูควรให้เวลาที่เหมาะสม นอกจากนี้ ครูต้องเตรียมการสอนที่ไม่ตายตัวเกินไป เพราะกิจกรรมอาจจะต้องมีการปรับเปลี่ยนตามแนวความคิดของนักเรียน

4. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เลสเตอร์ (Lester, 1977) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ทั้งหลาย ซึ่งการแก้ปัญหามีความหมายได้หลายอย่าง ขึ้นอยู่กับบุคคลและกาลเวลา

โพลยา (Polya, 1980) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีทางในการหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อให้ได้ข้อลงเอยหรือคำตอบที่ชัดเจน แต่สิ่งที่เหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นทันทีทันใด

เคนเนดีและทิปส์ (Kennedy & Tipps, 1994) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ การทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ซึ่งการหาคำตอบของนักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา ทำให้เกิดความรู้ใหม่ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายเพียงแค่การหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ นักเรียนควรได้รับการฝึกฝน ได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อน และได้มีการสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหานั้นออกมาด้วย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหามันต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

วนิช สุธาร์ตน์ (2547) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เป็นการคิดแบบหนึ่งด้วยการนำความรู้ ทักษะจากประสบการณ์เก่า มาสร้างความสัมพันธ์กับปัญหาใหม่ อย่างมีระบบ มีขั้นตอน โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะสร้างกฎเกณฑ์ที่ถูกต้องสำหรับการจัดการสำหรับปัญหาใหม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2555 : 7) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า เป็นกระบวนการที่ใช้ความรู้ ประสบการณ์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ มาค้นหาคำตอบของปัญหา

4.2 ลักษณะปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี

ครูลิคและรุดนิก (Kruлик & Rudnick, 1993 : 6 – 7) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีนั้นจะต้องเป็นไปตามเกณฑ์เบื้องต้น 3 ประการ ดังนี้

1. การยอมรับ นักเรียนต้องยอมรับและเกิดแรงจูงใจภายในตนเองที่จะแก้ปัญหานั้นๆ
2. การชัดเจน ความพยายามในช่วงแรกของนักเรียนที่จะค้นหาคำตอบ ควรให้นักเรียนเห็นว่าไม่ใช่ได้คำตอบมาอย่างง่ายดาย ควรเป็นปัญหาที่ไม่ใช่จะแก้ได้โดยใช้ขั้นตอนที่นักเรียนคุ้นชินเหมือนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
3. การสำรวจตรวจสอบ ควรเป็นปัญหาที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สำรวจและต้องใช้วิธีการใหม่ๆ เพื่อค้นหาคำตอบ

บริชา เนวีย์เนผล (2537) กล่าวว่า สิ่งที่สำคัญที่สุดอย่างหนึ่งในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ ตัวปัญหาที่จะนำมาให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ซึ่งปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ท้าทายความสามารถของนักเรียน ต้องไม่เป็นปัญหาที่ยากหรือง่ายจนเกินไป
2. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของนักเรียน สถานการณ์ของปัญหาไม่ควรห่างไกลเกินไปกว่านักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาหรือรับรู้ได้ และนอกจากนี้ควรเป็นปัญหาที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน
3. ควรเป็นปัญหาที่แปลกใหม่ ไม่ธรรมดา และนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน
4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสได้ให้นักเรียนได้คิดหาทางเลือกในการแก้ปัญหา และพิจารณาเปรียบเทียบเลือกวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีที่สุด
5. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง

สิริพร ทิพย์คง (2544 : 18) ได้อธิบายปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี ควรมีลักษณะดังนี้

1. ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจได้ง่าย

2. แพลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ท้าทายความสามารถของนักเรียน

3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป

4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้นๆ

5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน

6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้

7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพหลายเส้น แผนภาพไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

จากลักษณะปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า ลักษณะปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีที่เหมาะสมในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น ควรเป็นปัญหาที่ไม่ยากหรือง่ายจนเกินไป เหมาะกับวัยของนักเรียน เป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ที่น่าสนใจ เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย และมีวิธีการในการแก้ปัญหามากกว่า 1 วิธี

4.3 ประเภทปัญหาคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya, 1957) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ของจุดมุ่งหมายของปัญหา แบ่งได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ วิธีการ หรือคำอธิบายเหตุผล

2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

ชาร์ลส์และแดฟเฟอร์ (Charles & Daffer, 1987) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ลักษณะเฉพาะของปัญหา แบ่งได้เป็น 6 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาชั้นตอนเดียว เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ การบวก การลบ การคูณ หรือการหาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนตามปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในปัญหาชั้นตอนเดียวนี้คือการเลือกการดำเนินการ

2. ปัญหาหลายขั้นตอน เป็นปัญหาที่มีความแตกต่างกับปัญหาชั้นตอนเดียว ตรงที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบมีมากกว่า 1 ตัว ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในปัญหาหลายขั้นตอนคือการเลือกการดำเนินการ

3. ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง หรือมีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการ หรือแนวทางคำตอบได้หลายวิธี เรามักพบปัญหาปลายเปิดได้โดยทั่วไปในการสอนในชั้นเรียนตามปกติ เมื่อครูใช้ถามนักเรียนโดยมีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

4. ปัญหากระบวนการ เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกการดำเนินการได้ทันที แต่จะต้องใช้กระบวนการต่างๆ ช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่ายลง การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเขียนตัวแบบหรือกราฟแทนปัญหา เป็นต้น การแก้ปัญหาลักษณะนี้ต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆ เช่น การประมาณคำตอบ การเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ เป็นต้น ซึ่งปัญหากระบวนการปัญหานี้ อาจใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาก็ได้หลายแบบ

5. ปัญหาเชิงประยุกต์ เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคงต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาก็เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งต้องใช้วิธีการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่กำหนดในปัญหาและอยู่นอกปัญหา การจัดการกระทำกับข้อมูล เป็นต้น ปัญหาประเภทนี้เป็นปัญหาที่สามารถทำให้ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ได้

6. ปัญหาปริศนา เป็นปัญหาที่มีลักษณะซ่อนสมมติฐานบางอย่างไว้ หรือมีลักษณะเป็นลูกเล่นหรือกลอุบาย ซึ่งสามารถเปิดโอกาสให้นักเรียนพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณได้โดยไม่จำเป็นต้องเน้นไปที่เนื้อหาคณิตศาสตร์เสมอไป บ่อยครั้งที่คำตอบต่างๆ ของปัญหาปริศนาต้องการให้นักเรียนมีมุมมองที่แตกต่างออกไปจากปัญหาแบบอื่นๆ โดยทั่วไป

เรย์และคณะ (Rays et al., 2004 : 115 – 117) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ของผู้แก้ปัญหาเป็นหลัก แบ่งได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่พบได้บ่อยๆ ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ต่างๆ ไป ปัญหา มักเกี่ยวข้องกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเป็นเรื่องราว เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนมากนัก และคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย มีโครงสร้างซับซ้อน และเป็นปัญหาแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ในการแก้ปัญหามือแก้ปัญหามักต้องใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการต่างๆ และประสบการณ์หลายอย่าง ประมวลผลเข้าด้วยกันเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา

ฟุง เปย ยี (Foong Pui Yee, 2007 : 55) ได้แบ่งประเภทของปัญหาออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่คุ้นเคย เป็นปัญหาในระดับต่ำซึ่งมีไว้เพื่อฝึกฝนแคในชั้นความรู้ ความจำเป็นหลักหรือถ้าพิจารณาในเชิงกระบวนการก็เป็นแบบฝึกหัดที่ต้องการขั้นตอนวิธีแก้แบบตรงไปตรงมาก็ได้ คำตอบ

2. ปัญหาที่แท้จริง เป็นปัญหาที่ต้องการกระบวนการทางสติปัญญาในขั้นสูงกว่า ซึ่งมีลักษณะที่สำคัญดังต่อไปนี้

- เป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนและไม่ใช้การคิดตามขั้นตอนวิธี
- เป็นปัญหาที่เน้นการวิเคราะห์งานและใช้ยุทธวิธีต่างๆ อย่างเป็นกระบวนการ
- เป็นปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจแนวคิด กระบวนการหรือความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์
- เป็นปัญหาเชิงสถานการณ์ที่ท้าทาย น่าสนใจ และกระตุ้นเร้าให้เกิดความพยายามที่จะ

ค้นหาคำตอบ

จากประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ 1. ปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งเป็นปัญหาที่พบได้บ่อยๆ ไม่ค่อยมีความซับซ้อน สามารถแก้ปัญหาก็ได้ไม่ยาก 2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่ซับซ้อน ต้องใช้ความรู้และประสบการณ์มาประมวลผลเข้าด้วยกันเพื่อแก้ปัญหามา

4.4 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

บลูม (Bloom, 1956 : 122) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหามา ดังนี้

ขั้นที่ 1 เมื่อนักเรียนได้พบปัญหา นักเรียนจะคิดค้นหาสิ่งที่เคยพบเห็น ที่เกี่ยวกับปัญหา

ขั้นที่ 2 นักเรียนจะใช้ผลจากขั้นที่หนึ่งมาสร้างรูปแบบของปัญหาขึ้นมาใหม่

ขั้นที่ 3 จำแนกแยกแยะปัญหา

ขั้นที่ 4 การเลือกใช้ทฤษฎี หลักการ ความคิด และวิธีการที่เหมาะสมกับปัญหา

ขั้นที่ 5 การใช้ข้อสรุปของวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 6 ผลที่ได้จากการแก้ปัญหา

อนึ่ง ความสามารถทางสมองที่นำมาใช้คิดแก้ปัญหาในขั้นที่ 1 – 4 เป็นส่วนของการนำไปใช้ขั้นที่ 5 และ 6 เป็นส่วนของความเข้าใจ สำหรับความรู้ ถือว่าเป็นพื้นฐานที่จำเป็นในการแก้ปัญหา ส่วนความสามารถในการวิเคราะห์ เป็นความสามารถทางสมองที่นำมาใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาในขั้นที่ 3

โพลยา (Polya, 1957) ได้นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหาและตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และท้ายสุดเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มาโดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้

บรูเนอร์ (Bruner, 1966 : 123 – 124) ได้อธิบายขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ปัญหา ดังนี้

ขั้นที่ 1 รู้จักปัญหา เป็นขั้นที่บุคคลรับรู้สิ่งเร้าที่ตนกำลังเผชิญอยู่ว่าเป็นปัญหา

ขั้นที่ 2 แสวงหาเค้าเงื่อน เป็นขั้นตอนที่ระลึกถึงประสบการณ์เดิม

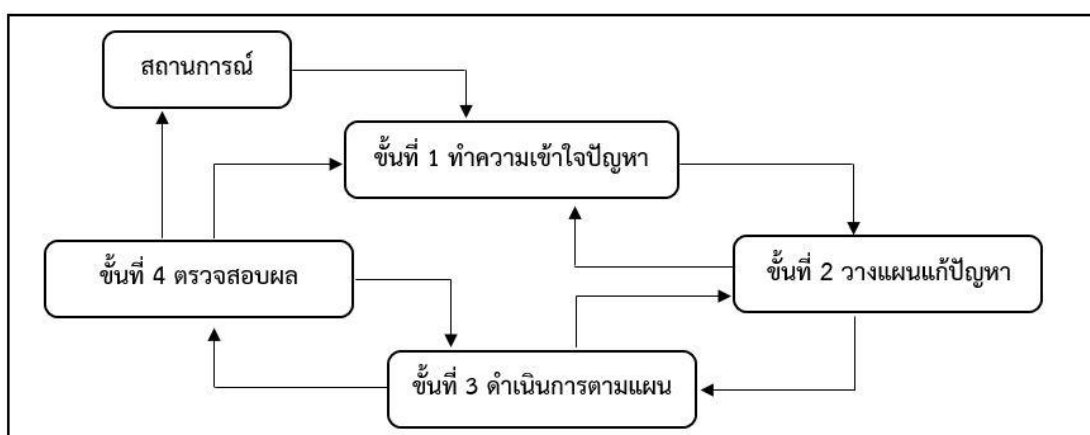
ขั้นที่ 3 ตรวจสอบความถูกต้อง เป็นขั้นตอนที่ตอบสนองในลักษณะของการจัดประเภทหรือแยกแยะโครงสร้างของเนื้อหา

ขั้นที่ 4 การตัดสินใจตอบสนองที่สอดคล้องกับปัญหา

เวียร์ (Weir, 1974 : 18) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ

- ขั้นที่ 1 การตั้งปัญหา
- ขั้นที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหา
- ขั้นที่ 3 การเสนอวิธีการแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผลลัพธ์

วิลสันและคณะ (Wilson et al., 1993) ได้นำเสนอแนะกรอบแนวความคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังแผนภูมิ



ภาพประกอบที่ 19 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

สุวิทย์ มูลคำ (2547) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดปัญหา เป็นการทบทวนปัญหาที่พบเพื่อทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ในประเด็นต่างๆ รวมทั้งการกำหนดขอบเขตของปัญหา
2. ตั้งสมมติฐานหรือการหาสาเหตุของปัญหา เป็นการคาดคะเนคำตอบของปัญหาโดยใช้ความรู้และประสบการณ์ช่วยในการคาดคะเนรวมทั้งการพิจารณาสาเหตุของปัญหาว่ามาจากสาเหตุอะไร หรือจะมีวิธีการแก้ปัญหาได้โดยวิธีใดบ้าง ซึ่งควรจะต้องตั้งสมมติฐานไว้หลายๆ อย่าง
3. วางแผนแก้ปัญหา เป็นการคิดหาวิธีการ เทคนิคเพื่อแก้ปัญหาและกำหนดขั้นตอนย่อยของการแก้ปัญหาไว้อย่างเหมาะสม
4. เก็บรวบรวมข้อมูล เป็นการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งต่างๆ ตามแผนที่วางไว้ ซึ่งขั้นนี้จะ เป็นขั้นของการทดลองและลงมือแก้ปัญหาด้วย
5. วิเคราะห์ข้อมูลและทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาทำการวิเคราะห์ วินิจฉัยว่ามีความถูกต้องเที่ยงตรงและเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใด และทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

6. สรุปผล เป็นการประเมินผลวิธีการแก้ปัญหาหรือการตัดสินใจเลือกวิธีแก้ปัญหาที่ได้ผลดีที่สุด โดยอาจสรุปในรูปของหลักการที่จะนำไปอธิบายเป็นคำตอบตลอดจนนำความรู้ไปใช้

สุคนธ์ สินธพานนท์ และคณะ (2555 : 145) ได้สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาดังนี้

1. ระบุปัญหา / กำหนดปัญหา
2. ระบุสาเหตุของปัญหา
3. การเสนอแนวทาง / วิธีการแก้ปัญหา
4. ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา

จากกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหา มีทั้งหมด 4 ขั้นตอนคือ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) การแปลงข้อมูลของปัญหา 3) การดำเนินการแก้ปัญหา 4) การตรวจสอบการแก้ปัญหา

4.5 ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

บิลสไตน์และคณะ (Billstein et al., 1997) ได้นำเสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาละค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้นๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้จะใช้ในการแก้ปัญหที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต
2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นหาแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่นๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา
3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น
4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณีๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนด ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของ ข้อความคาดการณ์นั้น

6. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผล ย้อนกลับไปสู่เหตุ โดย เริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิด แบบย้อนกลับใช้ได้กับการแก้ปัญหาที่ต้องอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

7. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของ สมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคยหรือที่ ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้ผล

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอน ออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วนๆ

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหา นั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ใน ปัญหา นั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง ยุทธวิธีนี้ มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง

สมวงศ์ แผลงประสพโชค และสมเดช บุญประจักษ์ (2545) ได้รวบรวมยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหา ดังนี้

1. ทดลองกับตัวอย่างง่ายๆ
2. สร้างตาราง
3. เขียนแผนภาพหรือแบบรูปหรือสร้างโมเดล
4. ทหารูปแบบและตั้งกฎทั่วไป
5. เดาและตรวจสอบลงมือทดลองวิธีการเพื่อดูผล
6. กล่าวถึงปัญหาในรูปแบบใหม่ โดยเฉพาะรูปแบบที่เรารู้จัก
7. ให้ความสนใจทุกกรณีที่เป็นไปได้
8. หยุดเปลี่ยนมุมมองใหม่

บุญชัย ภิญโญอนันตพงษ์ (2555) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. คาดเดา ตรวจสอบ ปรับปรุง เป็นการทดลองแทนค่าใดค่าหนึ่งแล้วตรวจสอบ ถ้ามากไปให้ปรับให้น้อยลง ถ้าน้อยไปให้ปรับให้มากขึ้น ปรับปรุงแก้ไขจนถูกต้อง อาจต้องใช้หลักเหตุผลประกอบพิจารณา
2. ค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหา และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบ และเป็นแบบรูปเฉพาะของปัญหานั้นๆ ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้รวดเร็ว
3. แผนภาพ แผนผัง ภาพวาด เป็นการใช้แผนภาพ แผนผัง ภาพวาด ช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งสามารถหาคำตอบได้จากภาพเลย
4. แจงกรณีอย่างเป็นระบบ เป็นการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดอย่างเป็นระบบ จะช่วยให้การค้นหาแบบรูปง่ายขึ้น
5. สร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูล ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูป และจัดระเบียบข้อมูลให้เป็นระเบียบ ไม่สับสน หรือขาดหาย
6. ใช้หลักเหตุผลและตรรกศาสตร์ เป็นการใช้หลักเหตุผลในการศึกษาข้อเท็จจริงบางประการแล้วนำหลักนั้นมาประยุกต์ใช้ และใช้ตรรกศาสตร์ช่วยในการให้เหตุผล หลักเหตุผลเป็นยุทธวิธีที่สำคัญและถูกนำไปวิเคราะห์ปัญหาร่วมกับยุทธวิธีอื่นด้วย
7. การคิดย้อนกลับ เป็นการพิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ ช่วยให้การแก้ปัญหาง่ายขึ้น
8. ปรับปัญหาให้ง่ายลง โดยการแบ่งเป็นปัญหาให้ย่อยหรือเล็กลง แล้วค้นหาแบบรูปในการคิด หรือใช้วิธีคิดทางอ้อมที่ง่ายหรือสะดวกกว่า
9. ใช้ตัวแปร เป็นการใช้ตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหา หรือสิ่งที่มีความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น แล้วหาความสัมพันธ์ในรูปสมการ อสมการ ในขั้นเริ่มต้นอาจใช้รูปแทนตัวแปร

จากความเห็นนักคณิตศาสตร์หลายๆ ท่าน จะเห็นว่ายุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีหลายวิธี ผู้วิจัยสนใจยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่นำมาใช้ในการทดลอง ดังนี้

1. การเขียนภาพหรือแผนภาพหรือสร้างโมเดล เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งภาพเป็นแบบที่เหลี่ยมตามแนวคิดโมเดลเมธอด โดยที่แผนภาพนั้นจะช่วยให้สร้างสมการทางพีชคณิต และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น
2. การเขียนสมการหรือประโยคคณิตศาสตร์ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของสมการหรือประโยคคณิตศาสตร์ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้

4.6 ความสำคัญของการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคอง (2554 : 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหาที่มีประโยชน์ต่อการพัฒนานักเรียนในหลายๆ ด้าน ดังนี้

1. ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น
2. ช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหาจริง
3. ช่วยพัฒนาทักษะของนักเรียนในการเลือกและใช้กลยุทธ์แก้ปัญหาอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ
4. ช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

สุคนธ์ สิ้นธพานนท์ และคณะ (2555 : 139) กล่าวว่า ประโยชน์ของการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยสรุปมีดังนี้

1. ทำให้เป็นผู้ที่ตื่นตัวในการเรียนรู้ปัญหา เพราะปัญหาจะเป็นสิ่งเร้าที่สร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้
2. มีประสบการณ์ตรงในการเรียนรู้ รู้จักหาข้อมูลต่างๆ มาเป็นพื้นฐานสำคัญในการวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา
3. สามารถนำวิธีการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ทำให้สามารถแก้ไขปัญหาดังกล่าว ที่ผ่านมาในชีวิตได้อย่างถูกต้อง ส่งผลต่อการส่งเสริมสุขภาพจิต
4. ทำให้เป็นผู้ที่มีความหนักแน่นมั่นคง ใจกว้างยอมรับฟังความคิดเห็นวิพากษ์และกัน และมีการช่วยเหลือกัน
5. เป็นคนไม่เชื่อคนง่าย มีเหตุผลก่อนการตัดสินใจ
6. มีความรับผิดชอบต่อสังคม รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
7. สามารถทำงานร่วมกันอย่างเป็นประชาธิปไตย
8. ทำให้เป็นผู้ที่มีความจำในข้อมูลและวิธีการต่างๆ ได้ดี เพราะในการแก้ปัญหามักจะต้องคิดหาเหตุผลข้อมูลต่างๆ มาสัมพันธ์กัน
9. ทำให้เป็นผู้มีความรู้ ความคิด และทัศนะกว้าง

จากที่นักคณิตศาสตร์ได้กล่าวมา สามารถสรุปได้ว่า ความสำคัญของการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนเป็นคนมีความรู้ มีเหตุผล มีความคิด มีทักษะต่างๆ รู้จักการเชื่อมโยงความรู้เดิมมาใช้ในการแก้ปัญหา

4.7 แนวทางในการพัฒนาการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya, 1957) ได้กล่าวถึง บทบาทของครูในการแก้ปัญหาว่า งานที่สำคัญที่สุดของครู คือ การช่วยเหลือนักเรียนในขณะการแก้ปัญหาและต้องการความช่วยเหลือ ในการแก้ปัญหานักเรียนต้องการเวลาในการคิด พิจารณา วิเคราะห์คำถาม หาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบ ครูจึงต้องมีบทบาทดังนี้

1. ในการเตรียมการสอนการแก้ปัญหา มีข้อควรคำนึงดังนี้

1) ก่อนการแก้ปัญหา

- ควรอธิบายให้มองเห็นความสำคัญของการอ่านโจทย์ปัญหา อ่านโจทย์อย่างระมัดระวัง คิดขณะที่อ่าน และให้ความสนใจกับคำหรือข้อความที่สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
- ควรกระตุ้นให้นักเรียนสนใจกับข้อมูลต่างๆ ในโจทย์ปัญหา และพยายามทำความเข้าใจในแต่ละประโยคของโจทย์
- เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา ในกรณีที่นักเรียนตอบผิด ครูควรให้กำลังใจและให้เวลานักเรียนคิด
- ควรทดลองแก้โจทย์ปัญหานั้นก่อน เตรียมคำถาม และวิธีการที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น

2) ระหว่างการแก้ปัญหา

- ควรตระหนักในจุดอ่อนของนักเรียนในการแก้ปัญหา
- ช่วยเสนอแนะวิธีแก้ปัญหาในกรณีที่นักเรียนมีปัญหาทำไม่ได้
- ช่วยกระตุ้นให้ใช้วิธีการคิดที่แตกต่างจากวิธีที่ใช้
- ให้ตรวจทานงานที่ทำหลังจากทำเสร็จแล้ว

3) หลังการแก้ปัญหา

- ควรเปิดโอกาสให้แสดงวิธีทำ อธิบายแนวคิด ตลอดจนบอกคำตอบ
- ควรถามนักเรียนว่า ใช้ความรู้อะไรบ้างในการแก้ปัญหาคอนี้

2. ปฏิบัติตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

1) การทำความเข้าใจปัญหา

ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหา แล้วถามคำถามว่านักเรียนว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาเพียงใด โจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้ทำอะไร ในกรณีที่ทำงานเป็นกลุ่ม สมาชิกในกลุ่มอาจจะช่วยกันตั้งคำถามเพื่อให้เข้าใจมากขึ้น นอกจากนี้อาจจะเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นคำพูดของตัวเอง

2) การวางแผนการแก้ปัญหา

ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ปัญหา และถามว่าเคยเห็นโจทย์ลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเคยใช้วิธีการใด โดยให้บอกยุทธวิธีการแก้ปัญหานั้น

3) การดำเนินการตามแผน

เมื่อนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาแล้ว ควรได้รับการกระตุ้นจากครู ให้ลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ถ้าแผนที่วางไว้ใช้ไม่ได้ ควรกระตุ้นใช้วิธีใหม่ และให้คำแนะนำในกรณีที่นักเรียนต้องการความช่วยเหลือ

4) การตรวจสอบผล/คำตอบ

ขั้นตอนนี้มีความสำคัญในการแก้ปัญหา เพราะเป็นการตรวจสอบความเข้าใจ ความเป็นเหตุเป็นผลของคำตอบที่ได้ ครูอาจจะถามให้นักเรียนอธิบายวิธีการทำ และวิธีการต่างๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะมีหลายวิธี

บรูเนอร์ (Bruner, 1969) ได้ให้คำแนะนำแก่ครูว่า ในการสอนนักเรียนนั้น ครูควรจะใช้แนวทางดังนี้

1. สนับสนุนการลงมือปฏิบัติ
2. ส่งเสริมการกระตุ้นการเรียนรู้ และการสร้างแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์
3. ส่งเสริมการดูแลรับผิดชอบการเรียนรู้ด้วยตนเอง การเป็นอิสระไม่พึ่งพิงผู้อื่น
4. สนับสนุนกิจกรรมที่ทำให้เกิดทักษะความคิดสร้างสรรค์ และกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์
5. การจัดการเรียนการสอนนั้นต้องเป็นการออกแบบให้เหมาะกับนักเรียน
6. ยกตัวอย่างให้นักเรียนเข้าใจนักเรียนก็เรียนรู้จากตัวอย่างจนกระทั่งเขาสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่างๆ จนนำมาสู่การสร้างความคิด สร้างความรู้ในรูปแบบใหม่ได้

เลอ บลานซ์ และคณะ (Le Blance et al., 1980) ได้แบ่งการแก้ปัญหออกเป็น 3 ช่วงเวลา

1) ก่อนการแก้ปัญหา

นักเรียนต้องเข้าใจโจทย์ปัญหา ดังนั้นนักเรียนต้องอ่านโจทย์ด้วยความระมัดระวัง ให้ความสนใจกับคำหรือข้อความที่สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ข้อมูลที่กำหนดไว้ในโจทย์ และทำความเข้าใจในแต่ละส่วนของโจทย์ปัญหา ครูอาจจะบอกให้คิดว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนยังทำไม่ได้ ครูอาจจะเสนอแนะให้สร้างตาราง เขียนภาพลายเส้น เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา

2) ระหว่างการแก้ปัญหา

ครูควรสังเกตนักเรียนขณะที่แก้ปัญหา เพื่อครูจะได้ทราบว่านักเรียนรู้อะไรบ้าง และไม่ทราบอะไรบ้าง และสิ่งที่ควรปฏิบัติในการแก้ปัญหา คือ การอ่านโจทย์ปัญหาแล้วดูว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร ข้อมูลอะไรในโจทย์ที่สำคัญและนำไปใช้แก้ปัญหาได้ แล้วลงมือแก้ปัญหา โดยการดูแบบรูป (pattern) คาดตาและตรวจสอบ เขียนประโยคสัญลักษณ์ ใช้เหตุผลเชิงตรรกะ การคิดย้อนกลับ การวาดภาพ สร้างตาราง จัดหมวดหมู่ข้อมูล ลงมือปฏิบัติ ใช้สื่อรูปธรรม เพื่อให้โจทย์นั้นง่ายขึ้น นอกจากนี้ครูควรถามว่านักเรียนใช้ข้อมูลที่สำคัญและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ทั้งหมดหรือไม่ ให้ตรวจสอบวิธีการที่ทำ ตลอดจนถึงตัดสินว่าคำตอบนั้นเชื่อถือได้หรือไม่ และเขียนคำตอบให้เป็นประโยคที่สมบูรณ์

ในกรณีที่นักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้ และไม่ทราบว่าจะทำอย่างไร ครูควรให้ความช่วยเหลือ แนะนำ และถามคำถาม โดยทั่วไปเป็นสิ่งที่ยากที่จะบอกว่าทำไมนักเรียนจึงทำไม่ได้ ตัวอย่างเช่น นักเรียนบางคนแก้ปัญหาไม่ได้เนื่องจากไม่เข้าใจโจทย์ปัญหา ครูอาจจะถามนักเรียนว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ ข้อมูลใดที่คิดว่าสำคัญ ลองคิดย้อนกลับดู ลองวาดรูปแสดงโจทย์ปัญหานี้

ดังนั้นการเตรียมตัวครูในการพัฒนาให้นักเรียนแก้ปัญหาเป็นจึงมีความสำคัญ เพราะเมื่อเริ่มต้นแก้ปัญหานักเรียนยังมีประสบการณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาน้อย จึงมักมีความความวิตกกังวล ครูจึงควรให้คำแนะนำ ช่วยเหลือ เตรียมคำถามที่จะช่วยกระตุ้นความคิด และให้นักเรียนแก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน เพื่อให้ได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหา

3) หลังการแก้ปัญหา

ถ้านักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้แล้ว ครูควรให้นักเรียนในห้องอย่างน้อย 2 คน หรือในกลุ่มอย่างน้อย 2 กลุ่ม มาเขียนแสดงแนวคิดและคำตอบบนกระดาน แล้วให้นักเรียนทั้งห้องช่วยกันอภิปราย ถ้ามีวิธีการแก้ปัญหายาอื่นสำหรับโจทย์ปัญหาข้อนั้น ให้นักเรียนช่วยกันเสนอแนวคิดและวิธีการแตกต่างกัน ในกรณีที่นักเรียนแสดงแนวคิด วิธีการทำ และคำตอบที่ไม่ถูกต้อง ครูควรให้นักเรียน

ช่วยกันอภิปรายว่าทำไมจึงไม่ถูกต้อง เพราะอะไร ให้นักเรียนคิดหาเหตุผล โดยครูช่วยแนะนำในกรณี ที่นักเรียนตอบไม่ได้

บิทเทอร์ (Bitter, 1990 : 43 – 44) ได้เสนอวิธีการสอนของครูเพื่อช่วยพัฒนาความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สรุปได้ดังนี้

- ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ และไม่ยากหรือง่ายจนเกินไปมาสอนนักเรียน
- ควรแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยๆ เพื่อให้ร่วมกันแก้ปัญหาเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน

- ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และยังต้องการใช้ข้อมูลอื่นใดบ้าง ในการแก้ปัญหาข้อนั้นๆ

- ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า ปัญหาถามหาอะไร ถ้าไม่สามารถบอกได้ ให้อ่านปัญหานั้นใหม่ และถ้าจำเป็นจริงๆ ให้ครูอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหาข้อนั้นให้นักเรียนทราบ

- ควรให้ฝึกการแก้ปัญหาหลายๆ รูปแบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อกับการแก้ปัญหาที่ซ้ำซาก ไม่ทำลายความสามารถ

- ควรให้นักเรียนทำการแก้ปัญหาบ่อยๆ จนเคยชินว่าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน

- ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาหลายๆ ข้อ โดยใช้วิธีการเดียวกัน เพื่อจะได้ฝึกทักษะและส่งเสริมให้ใช้การแก้ปัญหาหลายๆ วิธีในข้อเดียวกัน เพื่อให้เห็นว่ามีวิธีการอื่นๆ อีกที่จะใช้แก้ปัญหาในข้อนั้นได้

- ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า ปัญหาในข้อนั้นคล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่

- ควรให้เวลากับนักเรียนในการลงมือแก้ปัญหา อภิปรายผลการแก้ปัญหาและวิธีดำเนินการแก้ปัญหา

- ควรให้นักเรียนฝึกการคาดคะเนคำตอบและการทดสอบคำตอบที่ได้ เพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

จากแนวทางในการพัฒนาการแก้ปัญหาที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปได้ว่า แนวทางในการพัฒนาการแก้ปัญหา คือ ครูควรให้นักเรียนได้ทำกิจกรรม ฝึกการแก้ปัญหาโดยการลงมือปฏิบัติ ให้นเวลากับนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น ได้อภิปรายถึงวิธีในการแก้ปัญหา

4.8 เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544 : 311) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมสำหรับการแก้ปัญหา ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมสำหรับการแก้ปัญหา	
4 ยอดเยี่ยม	<ul style="list-style-type: none"> - ดำเนินการแก้ปัญหด้วยยุทธวิธีแก้ปัญหที่เหมาะสม แสดงวิธีการแก้ปัญห ได้ชัดเจน ได้คำตอบของปัญหาถูกต้อง สมบูรณ์
3 ดี	<ul style="list-style-type: none"> - ดำเนินการตามยุทธวิธีแก้ปัญหที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง แต่เข้าใจ บางส่วนของปัญหาผิดไปโดยเงื่อนไขบางอย่างของปัญหา หรือ - เลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหได้เหมาะสม หาคำตอบถูกต้อง แต่ดำเนินการตาม ยุทธวิธีได้ไม่สมบูรณ์ หรือ - เลือกใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม และแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของปัญหา แต่ ไม่ได้นำมาใช้แสดงเป็นคำตอบของปัญหา
2 พอใช้	<ul style="list-style-type: none"> - ใช้ยุทธวิธีไม่เหมาะสมและได้คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีสิ่งแสดงถึงการมีความ เข้าใจปัญหา หรือ - ใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม แต่ไม่ได้ดำเนินการจนกระทั่งได้คำตอบ หรือ - ใช้ยุทธวิธีได้เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้อง และนำไปสู่การหาคำตอบ ผิดพลาด หรือหาคำตอบไม่ได้ หรือ - ได้คำตอบปัญหาย่อยๆ ที่แบ่งจากปัญหาที่กำหนด แต่ดำเนินการต่อไปไม่ได้ หรือได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้แสดงรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญห
1 ยังต้องปรับปรุง	<ul style="list-style-type: none"> - แสดงวิธีหาคำตอบ และสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหาบางประการ และมี แนวทางที่จะไม่นำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง หรือ - พยายามแก้ปัญหด้วยยุทธวิธีที่ไม่เหมาะสมเพียงแนวทางเดียวที่ไม่สามารถ แก้ปัญหได้และไม่คิดหายุทธวิธีอื่น หรือ - มีสิ่งบ่งชี้ถึงความพยายามที่จะหาเป้าหมายย่อยๆ ของปัญหา และไม่ ดำเนินการต่อ

เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมสำหรับการแก้ปัญหา	
0 ไม่พยายาม	- ไม่แสดงการแก้ปัญหา หรือไม่ตอบสนองสิ่งที่สัมพันธ์กับปัญหา คัดลอกข้อมูลจากปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้ให้เกิดความเข้าใจปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2555) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน - เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา - เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การ แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ - สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน - ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

จากเกณฑ์การประเมินที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้แนวทางในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยปรับปรุงจากแนวคิดของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2555 : 78) ซึ่งพิจารณาองค์ประกอบที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใน 4 องค์ประกอบ ดังนี้

1) ความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เป็นความสามารถในการศึกษาสถานการณ์ปัญหา และระบุสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้

2) ความสามารถในการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา เป็นความสามารถที่ประกอบด้วย 3 ส่วน คือ การกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล และการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาให้เป็นสมการทางพีชคณิต

3) ความสามารถในการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสรุปคำตอบที่ได้

4) ความสามารถในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา เป็นความสามารถในการดำเนินการตรวจสอบ และตัดสินใจว่าคำตอบนั้นๆ มีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหาหรือไม่

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโมเดลเมธอด

งานวิจัยในประเทศ

พรทิพา โสภณทัต (2552) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยกลวิธีที่หลากหลาย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสันทรายวิทยาคม จังหวัดเชียงใหม่ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กลวิธีที่หลากหลายได้ ซึ่งกลวิธีที่นักเรียน

เลือกใช้ส่วนใหญ่ขึ้นอยู่กับชนิดของโจทย์ และพบว่ากลวิธีที่นักเรียนชอบใช้มากที่สุดคือ กลวิธีวาดภาพจำลอง คิดเป็นร้อยละ 45.57 โดยนักเรียนให้เหตุผลว่าการวาดภาพจำลองทำให้เห็นภาพชัดเจน โดยเฉพาะโจทย์ที่เกี่ยวกับเศษส่วนเพราะสามารถหาคำตอบได้เลย อีกทั้งยังพบว่า นักเรียนสามารถเชื่อมโยงการวาดภาพจำลองไปสู่การใช้ตัวแปรและสร้างสมการเพื่อใช้ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้

จิตติมา คงเมือง (2553) ได้ศึกษาการส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการวาดแบบจำลอง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนทรัพย์สมบูรณ์พิทยาคม จังหวัดตาก จำนวน 26 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงขึ้น โดยในการทดสอบก่อนเรียนมีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 26.92 ส่วนการทดสอบหลังเรียนมีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 จำนวน 25 คน คิดเป็นร้อยละ 96.15 2) กระบวนการคิดในการวาดแบบจำลองเพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเริ่มต้นจากการวาดแบบจำลองเพื่อทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จากนั้นใช้แบบจำลองที่วาดขึ้นช่วยในการพิจารณาเลือกตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์และเขียนประโยคสัญลักษณ์ให้เหมาะสมกับโจทย์ปัญหานั้นๆ ตลอดจนใช้แบบจำลองช่วยในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สุพัตรา เส็งเอี่ยม (2554) ได้ศึกษาการพัฒนาแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของโพลยาและเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล เรื่องการบวก ลบ คูณ และหาร สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านราหุล จังหวัดเพชรบูรณ์ จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า 1)นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน 2) นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนด้วยแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของโพลยาและเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล เรื่องการบวก ลบ คูณ และหาร โดยรวมอยู่ในระดับมาก

ปรีฉัตร จันทร์หอม (2555) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบอีวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านตาขุนวิทยา จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 68 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 35 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 33 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 และนักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการคิดเชิง

พีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อีกทั้งนักเรียนกลุ่มทดลองยังมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

งานวิจัยต่างประเทศ

ฟง (Ng Swee Fong, 2003) ได้ศึกษาการแก้ปัญหาเกี่ยวกับพีชคณิต ด้วยแนวความคิดการใช้แบบจำลองของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผลของการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนสามารถสร้างแนวทางหรือรูปแบบในการแก้ปัญหาและสามารถแก้ปัญหาได้รวดเร็วขึ้น 2) นักเรียนสามารถระบุถึงเงื่อนไขหรือข้อจำกัดของวิธีการแก้ปัญหาได้ 3) นักเรียนมีเจตคติที่ดีเกี่ยวกับวิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวความคิดใช้แบบจำลอง

บานฮาและคณะ (Ban Har et al., 2008) ทำการศึกษาเรื่อง การใช้โมเดลเมธอด เพื่อส่งเสริมการคิดทางพีชคณิตของนักเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่งกล่าวถึงการใช้โมเดลเมธอดในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนในระดับประถมศึกษาที่ประเทศสิงคโปร์ ผลการศึกษาพบว่า การใช้โมเดลเมธอดช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการคิดเชิงพีชคณิตได้เป็นอย่างดี เนื่องจากเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้รูปธรรมอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ปัญหาที่เป็นนามธรรม โดยเสนอผ่านแบบจำลองรูปสี่เหลี่ยมเพื่อให้นักเรียนมองเห็นภาพและเข้าใจความสัมพันธ์มากยิ่งขึ้น

ลิซ่า อิงลาร์ด (Lisa Englard, 2010) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้แนวความคิดใช้แบบจำลองในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยได้เปรียบเทียบผลการทดสอบของนักเรียน 3 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองที่มีการจัดการเรียนการสอนตามแนวความคิดใช้แบบจำลอง กลุ่มนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ และกลุ่มนักเรียนอื่นๆ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่เหลืออีก 2 กลุ่ม

เควิน มาโฮนี (Kevin Mahoney, 2012) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมแก้ปัญหาโดยใช้โมเดลเมธอด ของนักเรียนระดับประถมศึกษา ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพและรวดเร็วมากขึ้น และนักเรียนมีการใช้โมเดลเมธอดมาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน โดยนักเรียนนำโมเดลเมธอดไปใช้กับโจทย์ปัญหาที่มีความแตกต่างกัน 2 แบบ คือ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบผลต่าง และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน

5.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

งานวิจัยในประเทศ

เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร (2551) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับ สิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนแย้มวิทยากร จังหวัดราชบุรี จำนวน 45 คน ผลการปรากฏว่า ภายหลังจากการสอนที่เน้นการให้เหตุผล และการบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล กับ สิ่งแวดล้อมในเรื่อง น้ำ ป่าไม้ และอากาศ นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยที่วัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล ทักษะการการให้เหตุผล ทักษะการเชื่อมโยง เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อม ภายหลังจากทดลองมากกว่าก่อนการทดลอง

ชัยวัฒน์ อ้วยปาอาจ (2552) ได้ศึกษาผลของการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอุ้มทอง จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวน 109 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 55 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 54 คน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำร้อยละ 50 2. กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม 3. กลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน

สุรารัตน์ สมรรถการ (2556) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 48 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อีกทั้งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้

งานวิจัยต่างประเทศ

คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al., 1989) ได้ศึกษาผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบ การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ของครูระดับประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 40 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 20 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 20 คน โดยมีนักเรียน จำนวน 12 คน เป็นกลุ่มเป้าหมาย ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนเฉลี่ย 8.6 คะแนน สูงกว่านักเรียนที่ ได้รับการสอนแบบปกติที่มีคะแนนเฉลี่ย 7.8 คะแนน ซึ่งเป็นคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบ ITBS 2) นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของแบบทดสอบ ITBS สูง กว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนเฉลี่ย 5.61 คะแนน ส่วนคะแนนนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติมีคะแนนเฉลี่ย 5.38 คะแนน

วิลลาซีเนอร์และเคพเนอร์ (Villasenor & Kepner, 1993) ได้ศึกษาผลการใช้การจัดการ เรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ของนักเรียนระดับประถมศึกษา จำนวน 288 คน แบ่งเป็นกลุ่ม ทดลอง จำนวน 144 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 144 คน โดยมีนักเรียน จำนวน 12 คน เป็น กลุ่มเป้าหมาย แบ่งเป็น ชาย จำนวน 6 คน และ หญิง จำนวน 6 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนเฉลี่ย 9.41 คะแนน สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติที่มี คะแนนเฉลี่ย 3.18 คะแนน ซึ่งเป็นคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบการแก้ปัญหา 2) นักเรียนที่ได้รับการ สอนแบบ CGI มีคะแนนการสัมภาษณ์ในส่วนของขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เป็นโจทย์ ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนเฉลี่ย 5.44 คะแนน ส่วนคะแนนนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติมีคะแนนเฉลี่ย 2.93 คะแนน จากคะแนน เต็ม 6 คะแนน 3) นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนในการสัมภาษณ์ในส่วนของขั้นตอน และยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เป็นตัวเลขสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยนักเรียนที่ ได้รับ การสอนแบบ CGI มีคะแนนเฉลี่ย 4.68 คะแนน ส่วนคะแนนนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติมี คะแนนเฉลี่ย 3.00 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน

เฮนดริคส์ (Hendricks, 2013) ได้ศึกษาผลการใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 104 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 53 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 51 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียน กลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุม

5.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

เอนก จันทจรูญ (2545) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอนฝึกการแก้ปัญหาผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ชั้นของโพลยา และแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของ วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์ โดยใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา 10 ยุทธวิธี ได้แก่ ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ ยุทธวิธีการหารูปแบบ ยุทธวิธีเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบ ยุทธวิธีแจกกรณีที่เป็นไปได้ ยุทธวิธีการทำย้อนกลับ ยุทธวิธีการสร้างตารางหรือกราฟ ยุทธวิธีการให้เหตุผล ยุทธวิธีการพิจารณากรณีที่ยากกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ยุทธวิธีลงมือแก้ปัญหาเลย และยุทธวิธีการใช้แบบจำลอง พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนการสอน

ยงยุทธ ทองจำรูญ (2553) ได้ศึกษาการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ เอส เอส ซี เอส สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนปิ่นสร้อยแยลส์วิทยาลัย จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 39 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย สามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้สูงสุดถึง 3 วิธี และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทุกขั้นตอนในรูปแบบ เอส เอส ซี เอส อยู่ในระดับดีมาก

กฤษฎา วรพิน (2554) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม จำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 39 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือ ร้อยละ 50 ขอคะแนนสอบทั้งฉบับ 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มควบคุม

ปลุคณี พจนา (2555) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ กรุงเทพมหานคร จำนวน 70 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง

จำนวน 35 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 35 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม

งานวิจัยต่างประเทศ

ฟิกส์ดอล (Fiksdal, 1996) ได้ศึกษาการสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาโดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอนยุทธวิธีการแก้ปัญหา 5 ยุทธวิธี คือ การสร้างแผนภาพ การแจกแจงรายการ การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่าการใช้ตัวแปร และการหาแบบรูป ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองมีความชำนาญในการแก้ปัญหาและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เพิ่มขึ้นมากกว่ากลุ่มควบคุม

ไอเลอร์ (Eylar, 1989) ได้ศึกษาผลของอภิปัญญาที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยวิเคราะห์เปรียบเทียบการตัดสินใจในเชิงอภิปัญญา ระหว่างผู้ที่ประสบผลสำเร็จสูงในด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผู้ที่ประสบผลสำเร็จต่ำในด้านเดียวกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาอุดมศึกษาในปีแรก ผลการวิเคราะห์พบว่า ผู้ที่ประสบผลสำเร็จสูงในด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีการใช้ขั้นตอนทางอภิปัญญามากกว่าผู้ที่ประสบผลสำเร็จต่ำ และความสัมพันธ์ระหว่างการใช้ขั้นตอนทางอภิปัญญาและผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นความสัมพันธ์ที่มีค่ามากกว่าศูนย์

ดิกเกอร์สัน (Dickerson, 1999) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการแก้ปัญหานักเรียนเกรด 7 พบว่า การสอนโดยใช้การตั้งปัญหาทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการแก้ปัญหานักเรียนเพิ่มขึ้น

แจ็กสัน (Jackson, 2000) ได้ศึกษาการพัฒนาทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในตอนเหนือของรัฐอิลลินอยส์ กลุ่มตัวอย่างได้รับการฝึกทักษะการคิดขั้นสูง ได้แก่ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินค่า โดยใช้เทคนิคการคิดที่หลากหลายและสอนกลยุทธ์การแก้ปัญหา ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 20 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความมั่นใจในความสามารถในการแก้ปัญหของตนเองมากขึ้น และมีคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

แวน (Van, 2006) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการนิรนัย ภาพจำลองและการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยความสามารถที่หลากหลาย ซึ่งจุดประสงค์ของการศึกษาคั้งนี้เป็นการ

ทดลองใช้ภาพจำลองและความสัมพันธ์กับความสามารถในการนิยามของนักเรียนขณะที่ทำการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์นักเรียนที่ไร้ความสามารถที่จะเรียนรู้ นักเรียนที่ได้มาจากระดับทั่วไป และนักเรียนที่มีพรสวรรค์ในเกรด 6 จำนวน 66 คน ที่มีส่วนร่วมในการศึกษาครั้งนี้ นักเรียนถูกประเมินด้วยเครื่องมือของการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์การแสดงผลออกทางภาพจำลอง และความสามารถในการนิยาม พบว่านักเรียนที่มีพรสวรรค์จะปฏิบัติได้ดีกว่านักเรียนที่ไร้ความสามารถที่จะเรียนรู้และผู้ที่ได้มาจากระดับทั่วไป นอกจากนี้การใช้ภาพจำลองเกี่ยวกับแผนภูมิมิมีนัยสำคัญและความเหมาะสมที่เป็นไปได้ด้วยสูงกว่า การปฏิบัติบนการวัดภาพจำลองแต่ละอัน และการสนทนานั้นสัมพันธ์กันทางลบกับการใช้รูปแบบที่มีภาพประกอบ



บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 2. การออกแบบการวิจัย
 3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
 4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
 - 4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
 - 4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
 5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
 6. การวิเคราะห์ข้อมูล
 7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย
- โดยแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูล งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แนวคิดโมเดลเมธอด และการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต เกี่ยวกับระเบียบวิธีวิจัย การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียว โดยมีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน มีการเก็บข้อมูลแบบอนุกรมเวลา (One group pretest – posttest time series design) ซึ่งมีรูปแบบการทดลองแสดงดังนี้

$$O_1 \times O_2 \times O_3 \times O_4 \times O_5$$

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

X	แทน	การจัดกระทำ (treatment) ประกอบด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด
O ₁	แทน	การทดสอบก่อนการทดลอง (Pretest)
O ₂	แทน	วัดระหว่างการทดลองครั้งที่ 1
O ₃	แทน	วัดระหว่างการทดลองครั้งที่ 2
O ₄	แทน	วัดระหว่างการทดลองครั้งที่ 3
O ₅	แทน	การทดสอบหลังการทดลอง (Posttest)

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้การวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครปฐม เขต 9 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยการเลือกแบบเจาะจง (purposive sampling) เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสถาพรวิทยา จังหวัดนครปฐม จำนวน 27 คน โดยมีลักษณะความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักเรียน จำนวน 3 คน ไม่สามารถร่วมการทดลองได้ตลอดการทดลอง ทำให้เหลือกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 24 คน

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ชนิด คือ

- 4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์

4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้คือ แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ที่ครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 16 แผน รวมทั้งสิ้น 16 คาบ ใช้เวลาการสอน 5 สัปดาห์ โดยผู้วิจัยมีแผนการดำเนินงาน ดังนี้

4.1.1 ศึกษาหลักการ จุดมุ่งหมายของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.1.2 ศึกษากรอบแนวคิดเกี่ยวกับแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด จากหนังสือ เอกสาร วารสาร และงานวิจัยต่างๆ

4.1.3 เลื่อนเนื้อหาจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอดคล้องกับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา ซึ่งได้เนื้อหาเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

4.1.4 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล และการแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4.1.5 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 16 แผน 16 คาบ ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วยหัวข้อ ดังนี้ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล ทั้งนี้ในการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นเตรียมความพร้อม ขั้นจัดกิจกรรม ขั้นพัฒนาทักษะ ขั้นสรุปสิ่งที่เรียนรู้ โดยแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดได้ปรากฏอยู่ในขั้นจัดกิจกรรม สำหรับเนื้อหาในแต่ละแผนแสดงได้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงแผนการจัดการเรียนรู้ เนื้อหา และจำนวนคาบของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ
1	ทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับสมการ การหาคำตอบของสมการ และการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
2	วิธีโมเดลเมธอดและการนำไปใช้	1
3	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โดยใช้วิธีโมเดลเมธอดแบบที่ 1	1
4	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โดยใช้วิธีโมเดลเมธอดแบบที่ 2 และ 3	1
5	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด	1
6	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด (ต่อ)	1
7	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้วิธีโมเดลเมธอดแบบที่ 1	1
8	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้วิธีโมเดลเมธอดแบบที่ 2 และ 3	1
9	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด	1
10	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด (ต่อ)	1

ตารางที่ 1 แสดงแผนการจัดการเรียนรู้ เนื้อหา และจำนวนคาบของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ
11	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว โดยใช้วิธีโมเดลเมธอดแบบที่ 1	1
12	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว โดยใช้วิธีโมเดลเมธอดแบบที่ 2 และ 3	1
13	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด	1
14	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด (ต่อ)	1
15	การแก้โจทย์ปัญหาระคน โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด	1
16	สรุปเนื้อหาที่เรียนมาทั้งหมด	1
รวม		16

4.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบจำนวน 16 แผน ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ตามข้อเสนอแนะดังนี้

ก. แผนการจัดการเรียนรู้ยังไม่เห็นถึงการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก ให้ปรับลักษณะการใช้คำถามของครูเพื่อให้เห็นถึงการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก

ข. กิจกรรมที่จัดขึ้นในชั้นเรียนคล้ายกันเกือบทุกแผน ส่วนใหญ่นักเรียนไม่ค่อยมีส่วนร่วมกับกิจกรรม ให้ปรับกิจกรรมให้นักเรียนมีส่วนร่วมและให้ดูน่าสนใจมากขึ้น เช่น มีการเล่นเกม มีการใช้สื่อมือ

4.1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก ผู้วิจัยได้แสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด
<p>1. ชั้นเตรียมความพร้อม</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่ต้องการศึกษา โดยให้นักเรียนตอบคำถามเป็นรายบุคคล หรือ รายกลุ่ม โดยคำถามของครูจะขึ้นอยู่กับคำตอบคำถามของนักเรียนซึ่งสะท้อนพื้นฐานความรู้ที่มี เพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดของตนเองออกมา และนำไปสู่เป้าหมายหรือคำตอบที่ครูต้องการด้วยตนเอง - ครูสังเกตการตอบคำถามว่านักเรียนมีความรู้เดิมหรือไม่ ถ้าพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้เดิม ครูต้องทบทวนความรู้ให้นักเรียนทั้งห้องก่อน <p>2. ชั้นจัดกิจกรรม</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูนำเสนอเนื้อหาใหม่และตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา โดยใช้เทคนิคการถาม – ตอบ ซึ่งการใช้คำถามของครู จะเป็นคำถามที่แนะตามสิ่งที่นักเรียนคิด เพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ ครูและนักเรียนร่วมกันหาความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยครูใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนเพื่อสร้างแบบจำลองแทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา หลังจากนั้นนำแบบจำลองมาสร้างสมการทางพีชคณิตเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา โดยครูจะใช้คำถามหรือให้คำแนะนำตามฐานความคิดของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดในการสร้างแบบจำลองเพื่อแก้ปัญหา - ครูให้สถานการณ์ปัญหาในโลกจริงกับนักเรียน โดยครูจะให้เวลานักเรียนในการคิดและหาวิธีการแก้ปัญหา มีความอดทนและมุ่งมั่นในการแก้ปัญหา เรียนรู้ในข้อผิดพลาดของการแก้ปัญหา ซึ่งการทำกิจกรรมจะทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม โดยการจัดกิจกรรมครูจะให้อิสระในการคิดและอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์เครื่องมือต่างๆ ที่นักเรียนต้องการในการแก้ปัญหา - ครูให้นักเรียนเสนอแนวคิดที่ใช้แก้สถานการณ์ปัญหา โดยกลุ่มที่มีปัญหาครูจะใช้คำถามแนะตามสิ่งที่นักเรียนเสนอ และรอฟังคำตอบจากนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดได้ถูกต้องสมบูรณ์ หลังจากนั้นครูจะให้เพื่อนในห้องแสดงแนวคิดเสริมเพิ่มเติมร่วมกัน

ตารางที่ 2 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (ต่อ)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด
<p>3) ขั้นพัฒนาทักษะ</p> <p>เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนฝึกการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ฝึกให้นักเรียนสร้างแบบจำลอง โดยมีสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายกับที่เคยเรียนรู้แล้ว มีการช่วยเหลือนักเรียนที่พบอุปสรรคในการแก้ปัญหาโดยใช้คำถามแนะที่ขึ้นกับวิธีคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในขณะนั้น หรือใช้คำแนะนำเพื่อขยายความคิดสำหรับนักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้</p> <p>4) ขั้นสรุปสิ่งที่เรียนรู้</p> <p>เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและข้อสรุปทั่วไปที่ได้จากการเรียนการสอนและการจัดกิจกรรม มีการอภิปรายเปรียบเทียบแนวทางหรือการสร้างโมเดลเพื่อแก้ปัญหา โดยใช้คำถามแนะหรือคำแนะนำกับนักเรียนที่ยังสรุปเนื้อหาไม่ได้ และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเป็นการบ้าน</p> <p>* คำถามของครูจะมี 4 ลักษณะ คือ คำถามทั่วไป คำถามเฉพาะ คำถามที่เป็นลำดับเฉพาะ และคำถามนำ</p>

4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยครั้งนี้ มี 3 ประเภท คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ โดยมีรายละเอียดของขั้นตอนในการสร้างและพัฒนาเครื่องมือ ดังนี้

4.2.1 การสร้างและพัฒนาแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือ ฉบับก่อนการทดลอง และฉบับหลังการทดลอง ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย มีวิธีดำเนินการสร้าง ดังนี้

- 1) ศึกษาความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการและวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเทอร์เน็ต
- 2) ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลทางอินเทอร์เน็ต

3) ศึกษาเนื้อหาของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง และเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างการทดลองและหลังการทดลอง

4) กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ ได้แก่

1) ความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (P1) เป็นความสามารถในการศึกษาสถานการณ์ปัญหา และระบุสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา และสิ่งที่โจทย์ต้องการทำได้

2) ความสามารถในการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา (P2) เป็นความสามารถที่ประกอบด้วย 3 ส่วน คือ การกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล และการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาให้เป็นสมการทางพีชคณิต

3) ความสามารถในการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา (P3) เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสรุปคำตอบที่ได้

4) ความสามารถในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา (P4) เป็นความสามารถในการดำเนินการตรวจสอบ และตัดสินใจว่าคำตอบนั้นๆ มีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ หรือให้เหตุผลเพื่อแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

5) สร้างแบบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ฉบับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยแต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัยจำนวน 6 ข้อ

6) สร้างเกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ฉบับ โดยปรับปรุงจากแนวคิดของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2555 : 78) การให้คะแนนแต่ละข้อ มีคะแนนเต็ม 12 คะแนน ตามเกณฑ์ดังนี้

ตารางที่ 3 เกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (P1)	คะแนน
<p>ระบุสิ่งสำคัญที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง</p>	3
<p>- ระบุสิ่งสำคัญที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้บ้าง แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง หรือ</p> <p>- ระบุสิ่งสำคัญที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด แต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ไม่ถูกต้อง</p>	2
<p>- ระบุสิ่งสำคัญที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้บ้าง แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ไม่ถูกต้อง หรือ</p> <p>- ระบุสิ่งสำคัญที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ไม่ถูกต้องเลย แต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง</p>	1
<p>ระบุสิ่งสำคัญที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ไม่ถูกต้องเลย และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง</p>	0
ความสามารถในการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา (P2)	คะแนน
<p>กำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และสร้างสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง</p>	3
<p>- กำหนดตัวแปรแทนข้อมูลและหาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง แต่สร้างสมการทางพีชคณิตไม่ถูกต้อง หรือ</p> <p>- สร้างสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง แต่กำหนดตัวแปรแทนข้อมูลหรือหาความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ถูกต้อง</p>	2
<p>กำหนดตัวแปรแทนข้อมูลหรือหาความสัมพันธ์ของข้อมูลอย่างใดอย่างหนึ่งได้ถูกต้อง</p>	1
<p>กำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และสร้างสมการทางพีชคณิตได้ไม่ถูกต้องเลย หรือ ไม่มีร่องรอยในการทำ</p>	0

ตารางที่ 3 เกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

ความสามารถในการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา (P3)	คะแนน
แสดงวิธีการหาคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด และสรุปคำตอบได้ถูกต้อง	3
- แสดงวิธีการหาคำตอบได้บ้าง แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด และสรุปคำตอบได้ถูกต้อง หรือ - แสดงวิธีการหาคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง	2
- แสดงวิธีการหาคำตอบได้บ้าง แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่แสดงวิธีการหาคำตอบ แต่สรุปคำตอบได้ถูกต้อง	1
ไม่แสดงวิธีการหาคำตอบ และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง	0
ความสามารถในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา (P4)	คะแนน
ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเพื่อดูความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่จำเป็นได้อย่างครบถ้วน	3
ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเพื่อดูความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่จำเป็นไม่ครบถ้วน	2
มีร่องรอยแสดงความพยายามในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเพื่อดูความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่จำเป็น แต่ไม่ถูกต้อง	1
ไม่มีร่องรอยในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ	0

7) ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้ง 2 ฉบับไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ปรับปรุงคำชี้แจงในการตอบให้กระชับมากขึ้น เช่น

คำชี้แจงเดิม “1. แบบทดสอบนี้เป็นแบบสอบชนิดอัตนัย จำนวน 4 ข้อ

2. แบบทดสอบนี้มีคะแนนเต็มข้อละ 12 คะแนน

3. เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที”

แก้ไขเป็น “1. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบสอบชนิด
อัตนัย จำนวน 4 ข้อ คะแนนเต็มข้อละ 12 คะแนน โดยมีเวลาในการทำ
แบบทดสอบ 60 นาที”

ข. ปรับปรุงลักษณะแบบทดสอบให้น่าสนใจมากขึ้น ตอบง่ายขึ้น เช่น

ลักษณะเดิม “2) แปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา (P2) (3 คะแนน)
ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลง
ข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิต
.....
.....”

แก้ไขเป็น “2) แปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา
ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลง
ข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิต”

กำหนดตัวแปร

ความสัมพันธ์

สมการ

8) ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ฉบับ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องของข้อคำถาม (สถานการณ์ปัญหา) กับองค์ประกอบที่ต้องการวัดและความเหมาะสมด้านภาษาและการสื่อความหมายของข้อคำถาม (สถานการณ์ปัญหา) ซึ่งผลการตรวจพิจารณาของผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ความสอดคล้องของภาษา ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในสถานการณ์ปัญหาให้มีความ
ถูกต้องชัดเจน เช่น

ปัญหาเดิม “เสื้อตัวหนึ่งปิดป้ายราคาขายไว้จำนวนหนึ่ง ถ้าซื้อด้วยเงินสดเจ้าของร้านจะลดให้ทันที $\frac{1}{4}$ ของราคาที่ยึดไว้ ศยาตตัดสินใจซื้อเสื้อตัวนี้ด้วยเงินสด โดยให้ธนบัตรจำนวน 1,500 บาท แล้วได้รับเงินทอน 180 บาท อยากทราบว่าเดิมเสื้อตัวนี้ปิดป้ายราคาไว้เท่าไร”

แก้ไขเป็น “เจ้าของร้านติดป้ายราคาเสื้อตัวหนึ่งไว้ ถ้าซื้อด้วยเงินสดเจ้าของร้านจะลดให้ทันที $\frac{1}{4}$ ของราคาที่ยึดไว้ ศยาตตัดสินใจซื้อเสื้อตัวนี้ด้วยเงินสด โดยให้ธนบัตรจำนวน 1,500 บาท แล้วได้รับเงินทอน 180 บาท อยากทราบว่าเจ้าของร้านติดป้ายราคาเสื้อตัวนี้ไว้เท่าไร”

ปัญหาเดิม “พรวาต้องการสร้างสามเหลี่ยมเพื่อทำงานประดิษฐ์ส่งอาจารย์ ถ้าพรวาสร้างสามเหลี่ยมมีมุมแรกกาง 76 องศา และ $\frac{1}{4}$ ของขนาดมุมที่สองเท่ากับ $\frac{2}{5}$ ของขนาดมุมที่สาม อยากทราบว่าพรวาสร้างสามเหลี่ยมมีขนาดมุมเท่าใดบ้าง”

แก้ไขเป็น “พรวาต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมเพื่อทำงานประดิษฐ์ส่งอาจารย์ โดยกำหนดให้มุมแรกมีขนาด 76 องศา และ $\frac{1}{4}$ ของขนาดมุมที่สองเท่ากับ $\frac{2}{5}$ ของขนาดมุมที่สาม จงหาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสามเหลี่ยมดังกล่าว”

ปัญหาเดิม “ร้านเช่าดีวีดีภาพยนตร์แห่งหนึ่งคิดค่าสมาชิกรายปี 50 บาท โดยผู้ที่ไม่เป็นสมาชิกจะเช่าดีวีดีภาพยนตร์ในราคาแผ่นละ 15 บาท และผู้ที่ไม่เป็นสมาชิกจะเช่าดีวีดีภาพยนตร์ในราคาแผ่นละ 20 บาท ถ้าต่อเป็นสมาชิกของร้านเช่าดีวีดีภาพยนตร์แห่งนี้ จะต้องเช่าดีวีดีภาพยนตร์อย่างน้อยกี่แผ่น จึงจะเท่าทุน”

แก้ไขเป็น “ร้านเช่าดีวีดีภาพยนตร์แห่งหนึ่งคิดค่าสมาชิกรายปี 50 บาท โดยผู้ที่ไม่เป็นสมาชิกจะเช่าดีวีดีภาพยนตร์ในราคาแผ่นละ 15 บาท และผู้ที่ไม่เป็นสมาชิกจะเช่าดีวีดีภาพยนตร์ในราคาแผ่นละ 20 บาท ถ้าต่อเป็นสมาชิกของร้านเช่าดีวีดีภาพยนตร์แห่งนี้ จะต้องเช่าดีวีดีภาพยนตร์อย่างน้อยที่สุดกี่แผ่น จึงจะคุ้มค่าสมาชิกรายปีที่จ่ายไป”

ข. รูปแบบของแบบวัด ควรปรับให้นำสนใจโดยใส่รูปภาพประกอบสถานการณ์

ปัญหา

9) นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิทั้ง 2 ฉบับ โดยฉบับก่อนการทดลอง จำนวน 6 ข้อ และฉบับหลังการทดลอง จำนวน

9 ข้อ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางเลนวิทยา จำนวน 27 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

10) นำผลการวิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ฉบับ มาพิจารณาคัดเลือก ซึ่งหาค่าความเที่ยงของแบบวัดโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดดังนี้

คุณภาพแบบวัด	ฉบับก่อนการทดลอง	ฉบับหลังการทดลอง
ค่าความเที่ยง	0.62	0.82
ค่าความยาก (p)	0.30 – 0.67	0.09 – 0.76
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.17 – 0.54	0.03 – 0.51

11) เลือกแบบทดสอบที่มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกตามเกณฑ์ข้อ 10) มาสร้างเป็นแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนการทดลอง จำนวน 4 ข้อ และฉบับหลังการทดลอง จำนวน 6 ข้อ ซึ่งมีค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ดังนี้

คุณภาพแบบวัด	ฉบับก่อนการทดลอง	ฉบับหลังการทดลอง
ค่าความเที่ยง	0.60	0.78
ค่าความยาก (p)	0.32 – 0.62	0.21 – 0.39
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.29 – 0.60	0.20 – 0.54

12) นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ฉบับ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างในการวิจัย

4.2.2 แบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นใบกิจกรรม ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน เพื่อใช้ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระหว่างเรียน โดยการประเมินการทำใบกิจกรรมของนักเรียน จะประเมินโดยใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาพัฒนาการตาม

องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งดูในประเด็นดังนี้ 1) คะแนนแยกเป็นรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเปรียบเทียบระหว่างเรียนในช่วงเวลา 3 ระยะ ว่ามีคะแนนเปลี่ยนแปลงอย่างไร 2) ศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อดูพัฒนาการการเปลี่ยนแปลงแยกเป็นรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์จากผลงานการเขียนใบกิจกรรม ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

1) ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารตำราที่เกี่ยวข้องกับวิธีการและหลักการสร้าง แล้วกำหนดแนวทางในการออกแบบแบบวัดพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2) สร้างแบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ให้สอดคล้องกับแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบเน้นให้รู้คิดในชั้นจัดกิจกรรม

3) นำแบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ปรับปรุงแบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ดูน่าสนใจมากขึ้น เช่น มีภาพประกอบ มีช่องให้นักเรียนเขียนได้ง่ายขึ้น

ข. ปรับลักษณะปัญหาให้สอดคล้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงมากขึ้น

4) นำแบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างต่อไป

4.2.3 แบบสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์ที่ใช้ในการทดลอง เป็นแบบสัมภาษณ์ที่มีแนวคำถามประกอบการสัมภาษณ์แบบเจาะลึก (In – depth Interview) แนวคำถามจะกำหนดไว้เพียงกรอบหรือประเด็นที่จะสัมภาษณ์เท่านั้น โดยอาศัยกรอบและแนวคิดเป็นปัจจัยสำคัญในการตั้งประเด็นคำถาม และจะไม่เรียงลำดับคำถามก่อนหลังเหมือนที่กำหนดไว้ คำถามจะมีลักษณะเจาะลึกถึงการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยจะเลือกสัมภาษณ์นักเรียนตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบละ 2 คน โดยพิจารณาถึงการเขียนแสดงวิธีทำตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

1) วิเคราะห์องค์ประกอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างประเด็นหรือข้อคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์

2) สร้างแบบสัมภาษณ์ กำหนดกรอบหรือประเด็นที่จะถาม (แนวคำถาม) เพื่อให้ทราบถึงการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3) นำแนวคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบพิจารณาความเหมาะสมให้ข้อเสนอแนะ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ลักษณะคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์ ปรับภาษาให้ดูเป็นกันเองมากขึ้น

4) นำแบบสัมภาษณ์ ที่ปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างต่อไป

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยมีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

5.1 ขั้นตอนเตรียมการ

5.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบเน้นให้รู้คิดสำหรับกลุ่มตัวอย่าง เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว รายวิชาพื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

5.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่าง

5.1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัยจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เพื่อขอความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลถึงผู้อำนวยการโรงเรียนสถาพรวิทยา อำเภอบางเลน จังหวัดนครปฐม

5.2 ขั้นตอนการทดลอง

5.2.1 ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลองโดยผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

1) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำการทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนการทดลอง

2) เมื่อนักเรียนทำแบบวัดเสร็จแล้ว ผู้วิจัยจะตรวจให้คะแนน

5.2.2 ดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด จำนวนทั้งสิ้น 16 คาบ คาบละ 50 นาที โดยในสองคาบแรกผู้วิจัยจะทำการสอนให้นักเรียนได้ฝึกการสร้างแถบรูปสี่เหลี่ยม และการนำแถบรูปสี่เหลี่ยมไปใช้แก้สถานการณ์ปัญหา

5.2.3 ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างระหว่างการทดลอง 3 ระยะ โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

1) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดเพื่อดูพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ท้ายคาบที่ 6, 10 และ 14

2) เมื่อนักเรียนทำแบบวัดเสร็จแล้ว ผู้วิจัยจะตรวจให้คะแนน และทำการสัมภาษณ์นักเรียนตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.2.4 ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังการทดลองโดยผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

1) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำการทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังการทดลอง

2) เมื่อนักเรียนทำแบบวัดเสร็จแล้ว ผู้วิจัยจะตรวจให้คะแนน

5.3 ชั้นเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล 2 ลักษณะ คือ ข้อมูลเชิงปริมาณ และข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยข้อมูลเชิงปริมาณจะเก็บก่อนการทดลอง ระหว่างการทดลอง และหลังการทดลอง สำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพ จะเก็บระหว่างการทดลอง โดยมีรายละเอียดดังนี้

5.3.1 ข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยฉบับก่อนการทดลองใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนการทดลอง เก็บข้อมูลในระยะก่อนการทดลอง ฉบับระหว่างการทดลองใช้แบบวัดเพื่อดูพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเก็บท้ายคาบที่ 6, 10 และ 14

และฉบับหลังการทดลองใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังการทดลอง ดำเนินเมื่อสิ้นสุดการทดลอง

5.3.2 ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากผลงานเขียนแบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และการสัมภาษณ์นักเรียนตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาการเขียนแสดงวิธีทำตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) การทำแบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมด 3 ครั้ง คือ ท้ายคาบที่ 6, 10 และ 14

2) การสัมภาษณ์ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลการสัมภาษณ์หลังจากทำแบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ 6, 10 และ 14 โดยทำการสัมภาษณ์นักเรียนในองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ระยะ ได้แก่ ระยะก่อนการทดลองและระยะหลังการทดลอง มาวิเคราะห์ข้อมูลในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ส่วนการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยนำข้อมูลจากการทำแบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการสัมภาษณ์ของนักเรียน โดยมีรายละเอียดในการวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

6.1 การวิเคราะห์เชิงปริมาณ

1) เปรียบเทียบความแตกต่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงระยะก่อนการทดลองและระยะหลังการทดลอง โดยแบ่งตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้การวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล โดยคำนวณหาค่าร้อยละของนักเรียนเพื่อให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ระยะ ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 แสดงระยะการวิเคราะห์ข้อมูลพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ
1	ทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับสมการ การหาคำตอบของสมการ และการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
2	วิธีโมเดลเมธอดและการนำไปใช้	1
3	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โดยใช้วิธีโมเดลเมธอดแบบที่ 1	1
4	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โดยใช้วิธีโมเดลเมธอดแบบที่ 2 และ 3	1
5	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด	1
6	- การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด (ต่อ) - วิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่ 1 (ท้ายคาบที่ 6)	1
7	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้วิธีโมเดลเมธอดแบบที่ 1	1
8	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้วิธีโมเดลเมธอดแบบที่ 2 และ 3	1
9	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด	1

ตารางที่ 4 แสดงระยะเวลาวิเคราะห์ข้อมูลพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
(ต่อ)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ
12	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว โดยใช้วิธีโมเดลเมธอดแบบที่ 2 และ 3	1
13	การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด	1
14	- การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด (ต่อ) - วิเคราะห์ข้อมูลครั้งที่ 3 (ท้ายคาบที่ 14)	1
15	การแก้โจทย์ปัญหาระคน โดยใช้วิธีโมเดลเมธอด	1
16	- สรุปเนื้อหาที่เรียนมาทั้งหมด	1
รวม		16

6.1 การวิเคราะห์เชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพจากการทำแบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการสัมภาษณ์ รายละเอียดมีดังนี้

1) การวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำข้อมูลที่รวบรวมจากใบกิจกรรม มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis) เพื่อให้เห็นการเปลี่ยนแปลง 3 ระยะ

2) การวิเคราะห์ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ ผู้วิจัยนำผลจากการสัมภาษณ์ของนักเรียน มาวิเคราะห์ลักษณะและพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบ โดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis) ซึ่งพิจารณาในประเด็นต่างๆ ที่น่าสนใจ เช่น การสร้างบาร์ที่หลากหลาย การสร้างสมการที่หลากหลาย การเขียนแสดงวิธีทำตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

7.1 สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

7.1.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง และหลังการทดลอง โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบวัด
	k	แทน	จำนวนข้อสอบของแบบวัด
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของแบบวัดในแต่ละข้อ
	s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของแบบวัดทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 128)

7.1.2 หาค่าความยาก (p) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง และหลังการทดลอง โดยใช้สูตรของวิทีย์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(x_{\min})}{n_t(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยาก
	S_h	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	x_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	x_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_t	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147 – 148)

7.1.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง และหลังการทดลอง โดยใช้สูตรของวิทธีเนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$r = \frac{S_h - S_l}{n_h (x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_h	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	x_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	x_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_h	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147 – 148)

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าร้อยละ ความถี่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ของคะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด โดยข้อมูลที่ได้มาจากการเก็บรวบรวมนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ซึ่งผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ (การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์)

1.1 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ซึ่งได้นำเสนอในตารางที่ 5

1.2 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ซึ่งได้นำเสนอในตารางที่ 6 ถึง 9 ดังนี้

1) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมซอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

3) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

4) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

1.3 การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงระหว่างเรียน ซึ่งได้นำเสนอในตารางที่ 10

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ (การศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์)

ตอนที่ 2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

ตอนที่ 2.2 พัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ (การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์)

1.1 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน

ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 5 แสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน

การทดสอบ	<i>N</i>	\bar{x}	<i>S.D.</i>	<i>t</i>	<i>P</i>
ก่อนเรียน	24	10.33	4.806	7.321	.000*
หลังเรียน	24	18.21	5.778		

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 5 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 6 แสดงการเปรียบเทียบเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของนักเรียน (P1) โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน

การทดสอบ	<i>N</i>	\bar{x}	<i>S.D.</i>	<i>t</i>	<i>P</i>
ก่อนเรียน	24	6.42	3.623	5.188	.000*
หลังเรียน	24	10.25	2.251		

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 6 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ค่าที (*t* – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 7 แสดงการเปรียบเทียบเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาของนักเรียน (P2) โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน

การทดสอบ	<i>N</i>	\bar{x}	<i>S.D.</i>	<i>t</i>	<i>P</i>
ก่อนเรียน	24	2.54	1.250	3.881	.001*
หลังเรียน	24	4.25	2.609		

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 7 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ค่าที (*t* – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

อดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน (P3) โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน

การทดสอบ	<i>N</i>	\bar{x}	<i>S.D.</i>	<i>t</i>	<i>P</i>
ก่อนเรียน	24	0.71	1.042	2.900	.008*
หลังเรียน	24	1.88	1.872		

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 8 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ผลด้วยการวิเคราะห์ค่าที (t – test for dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตารางที่ 9 แสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน (P4) โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน

การทดสอบ	<i>N</i>	\bar{x}	<i>S.D.</i>	<i>t</i>	<i>P</i>
ก่อนเรียน	24	0.67	0.917	2.172	.04*
หลังเรียน	24	1.83	2.297		

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 9 พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

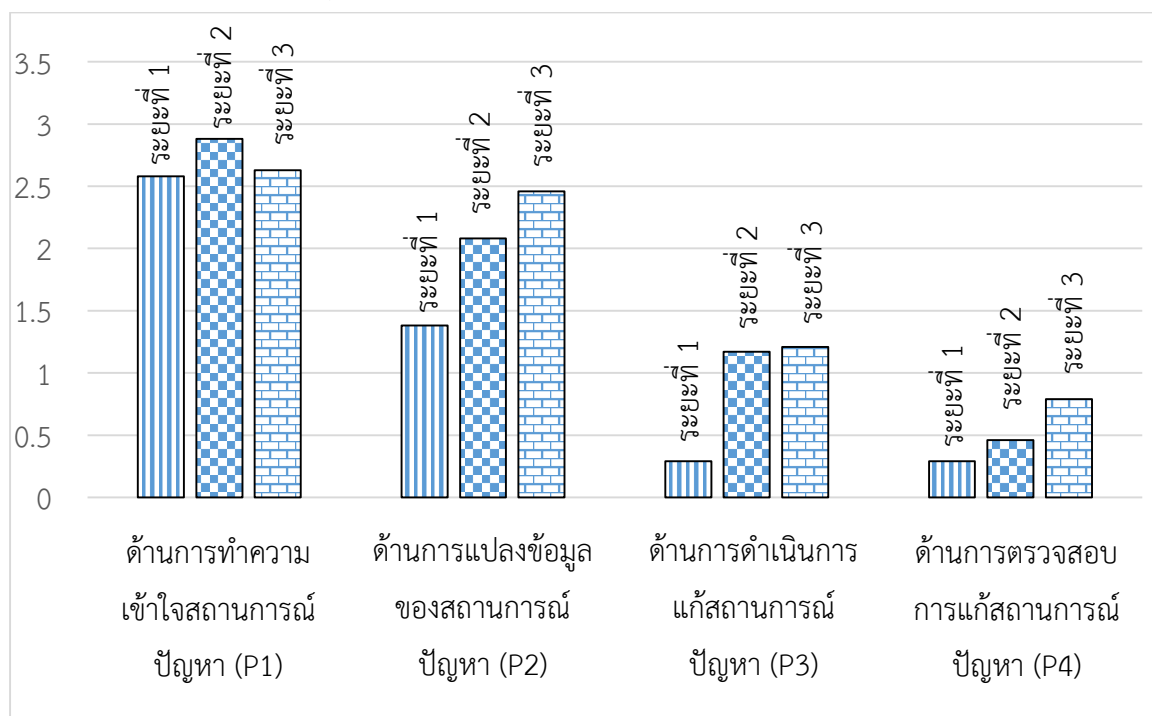
1.3 การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบเน้นให้รู้คิด ในช่วงระหว่างเรียน โดยคำนวณหาคะแนนเฉลี่ยของจำนวนนักเรียนและแสดงในรูปแผนภูมิแท่ง เพื่อให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ระยะ โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 องค์ประกอบคือ 1) ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (P1) 2) ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา (P2) 3) ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา (P3) และ 4) ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา (P4) ซึ่งได้นำเสนอในตารางที่ 10 และ ภาพประกอบที่ 20

ตารางที่ 10 แสดงคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 3 ระยะ

องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ระยะการวิเคราะห์ข้อมูล		
	ระยะที่ 1 (คาบที่ 6)	ระยะที่ 2 (คาบที่ 10)	ระยะที่ 3 (คาบที่ 14)
ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (P1)	2.58	2.88	2.63
ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา (P2)	1.38	2.08	2.46
ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา (P3)	0.29	1.17	1.21
ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา (P4)	0.29	0.46	0.79

จากตารางที่ 10 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้าน P1 มีพัฒนาการดีขึ้นเป็นลำดับแต่ลดลงในระยะที่ 3 โดยไม่ต่ำกว่าระยะที่ 1 ซึ่งในด้าน P2, P3 และ P4 มีพัฒนาการดีขึ้นเป็นลำดับ โดยคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเมื่อเปรียบเทียบเป็นช่วงเวลาในการวิเคราะห์ข้อมูล

ภาพประกอบที่ 20 แผนภูมิแท่งแสดงคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพัฒนาการใน 3 ระยะ



จากภาพประกอบที่ 20 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (P1) นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยที่เพิ่มขึ้น โดยระยะที่ 2 เพิ่มขึ้นจากระยะที่ 1 ซึ่งในระยะที่ 3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยลดลงจากระยะที่ 2 แต่ไม่ต่ำกว่าระยะที่ 1

สำหรับด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา (P2) นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเป็นลำดับ โดยในระยะที่ 3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยที่สูงกว่าระยะที่ 1 อย่างเห็นได้ชัด

สำหรับด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา (P3) นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเป็นลำดับ โดยในระยะที่ 2 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยที่สูงกว่าระยะที่ 1 อย่างเห็นได้ชัด แต่เมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 2 และระยะที่ 3 จะพบว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนแทบจะไม่มีเปลี่ยนแปลง

ด้านสุดท้าย คือด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา (P4) นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยค่อยๆ เพิ่มขึ้นเป็นลำดับ เมื่อเปรียบเทียบใน 3 ระยะ

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ (การศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์)

ตอนที่ 2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

2.1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยได้ทำการทดลองคือ โรงเรียนสถาพรวิทยา ซึ่งเป็นโรงเรียนมัธยมขนาดเล็ก ตั้งอยู่เลขที่ 54 หมู่ 11 ตำบลลำพญา อำเภอบางเลน จังหวัดนครปฐม เป็นโรงเรียนมัธยมศึกษา ประเภทสหศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา นครปฐม เขต 9 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีจำนวนห้องเรียน 12 ห้องเรียน แบ่งเป็นระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น 6 ห้องเรียน และระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 6 ห้องเรียน มีจำนวนนักเรียนรวม 260 คน ในปีการศึกษา 2557 มีค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐานในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คิดเป็นร้อยละ 24 ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยระดับประเทศที่คิดเป็นร้อยละ 29.65

2.1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสถาพรวิทยามีครูทั้งหมด จำนวน 19 คน เป็นครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ในจำนวนนี้เป็นผู้สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีด้านการศึกษามหาบัณฑิต จำนวน 1 คน และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโทด้านบริหาร การศึกษา จำนวน 1 คน

ด้านภาระงานในการสอนของครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูแต่ละท่านได้รับมอบหมายให้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉลี่ยประมาณ 16 คาบต่อสัปดาห์ รายวิชาอื่นๆ เช่น กิจกรรมชุมนุม กิจกรรมลูกเสือ – เนตรนารี กิจกรรมสุขภาพบุรุษ – สุภาพสตรี กิจกรรมสวดมนต์ และมีภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากงานสอน เช่น งานพัสดุ งานนโยบายและแผน เป็นต้น

2.1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสถาพรวิทยามีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 260 คน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 54 คน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 24 คน ซึ่งจากการศึกษาประวัติส่วนตัวนักเรียน และสอบถามครูเพิ่มเติม พบว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีผลการเรียนอยู่ในระดับปานกลาง มีความรู้พื้นฐานในเรื่องการคิดคำนวณ การแก้สมการ ระดับปานกลาง นักเรียนส่วนใหญ่อาศัยอยู่กับพ่อแม่ ผู้ปกครองของนักเรียนประกอบอาชีพรับจ้างคิดเป็นร้อยละ 74 เกษตรกรรมคิดเป็นร้อยละ 18.5 ค้าขายคิดเป็นร้อยละ 7.5

2.1.4 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับชุมชน

โรงเรียนสถาพรวิทยาอยู่ห่างจากตัวอำเภอบางเลนประมาณ 9 กิโลเมตร ตั้งอยู่บนที่ดินสงฆ์จำนวน 50 ไร่ บริเวณใกล้เคียงโรงเรียนมีวัดเวฬุวนาราม สถานีอนามัย ร้านค้า สภากาชาดล้อมรอบ โรงเรียนจะอยู่ท่ามกลางธรรมชาติ กล่าวคือ ประกอบด้วยทุ่งหญ้า ทุ่งนา บ่อน้ำ และต้นไม้ทางการเกษตร เพราะประชากรรอบโรงเรียนส่วนใหญ่ ประกอบอาชีพเกษตรกรรม โดยเป็นเจ้าของพื้นที่ในการทำการเกษตร หรือรับจ้างทำการเกษตร โดยโรงเรียนสถาพรวิทยาได้ใช้สภาพแวดล้อมรอบโรงเรียนเป็นศูนย์การเรียนรู้เศรษฐกิจพอเพียง และใช้ในการเรียนการสอนวิชาการงานอาชีพและเทคโนโลยี

ตอนที่ 2.2 พัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

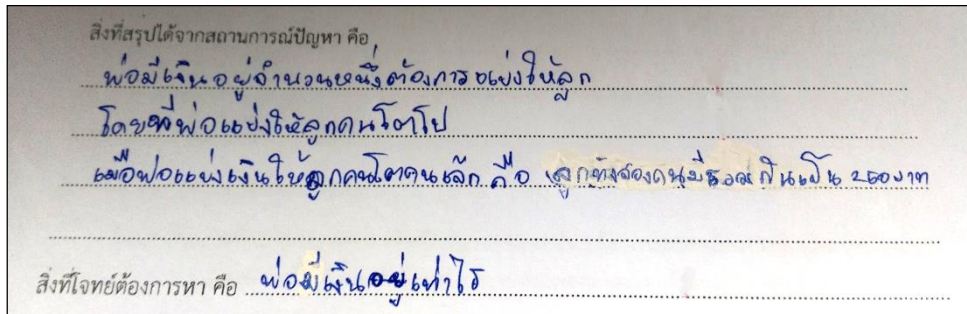
ในการศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากการทำใบกิจกรรม มาวิเคราะห์ตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น 4 ด้าน ได้แก่ 1) ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา 2) ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา 3) ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา 4) ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (P1)

ในการศึกษาพัฒนาการของพฤติกรรมด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการระบุสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการหา จากการวิเคราะห์ผลงานจากการทำใบกิจกรรมเพื่อดูพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสัมภาษณ์ โดยแบ่งเป็น 3 ระยะ พบว่านักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา โดยมีรายละเอียดดังนี้

ระยะที่ 1 (คาบที่ 1 – 6)

นักเรียนส่วนใหญ่จำนวน 16 คน สรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง ในจำนวนนี้ส่วนใหญ่จะใช้วิธีลอกข้อความตามสถานการณ์ปัญหาเพื่อตอบคำถาม โดยไม่ได้สรุปตามความเข้าใจของตนเอง และยังปรากฏข้อความที่ไม่จำเป็น ซึ่งในจำนวน 16 คน มีนักเรียนจำนวน 6 คน สรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาตามความเข้าใจของตนเอง มีร่องรอยของการแบ่งข้อความในการเขียนตอบให้เป็นข้อความสั้นๆ และมีนักเรียนจำนวน 2 คน สรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาโดยเขียนเฉพาะข้อความสถานการณ์ปัญหา โดยไม่เขียนตัวเลขในส่วนที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา ดังแสดงในภาพประกอบที่ 21



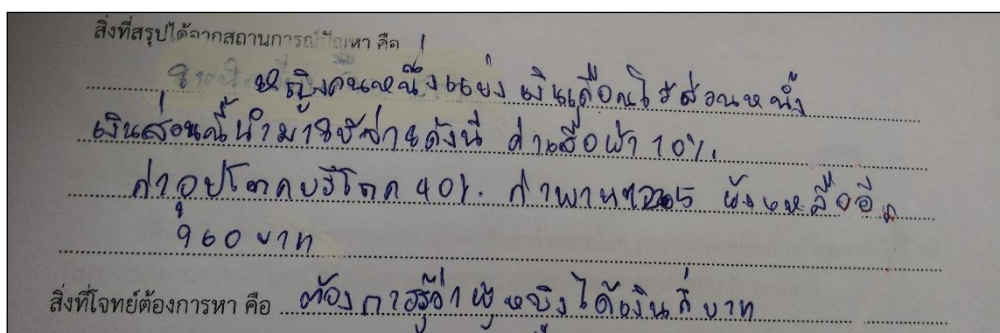
ภาพประกอบที่ 21 แสดงการเขียนเฉพาะข้อความสถานการณ์ปัญหา โดยไม่เขียนตัวเลขในส่วนที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 1

เมื่อสุ่มนักเรียนกลุ่มที่เขียนเฉพาะข้อความสถานการณ์ปัญหา โดยไม่เขียนตัวเลขในส่วนที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา (กลุ่ม 2 คน) มาทำการสอบถามเพิ่มเติมเกี่ยวกับสิ่งที่ตอบ พบว่านักเรียนไม่สามารถอธิบายได้ว่าข้อความที่เขียนตอบนั้นคืออะไร นักเรียนจึงนำข้อความบางส่วนที่อยู่ในสถานการณ์ปัญหามาเขียนตอบ เพื่อหวังให้ได้คะแนนบ้าง แสดงให้เห็นว่านักเรียนขาดการวิเคราะห์และไม่เข้าใจสถานการณ์ปัญหาโดยภาพรวม นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนบางส่วนมีปัญหาในการอ่าน ไม่มีสมาธิในการทำใบกิจกรรม จึงไม่เขียนคำตอบใดเลยในส่วนนี้

จากระยะที่ 1 จะพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ขาดการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ไม่ตระหนักถึงสิ่งที่เขียนตอบว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร หรือนำไปใช้ประโยชน์ได้อย่างไร อีกทั้งนักเรียนบางส่วนขาดความพยายามในการเขียนตอบ จึงทำให้ไม่สามารถสรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาได้

ระยะที่ 2 (คาบที่ 7 - 10)

นักเรียนส่วนใหญ่จำนวน 22 คน เริ่มสรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง แต่ยังเป็นการลอกข้อความตามสถานการณ์ปัญหามาตอบ โดยไม่มีการแบ่งเป็นข้อความสั้นๆ หรือเป็นข้อๆ ทำให้ยากต่อการอ่านทำความเข้าใจของนักเรียนเอง ดังแสดงในภาพประกอบที่ 22



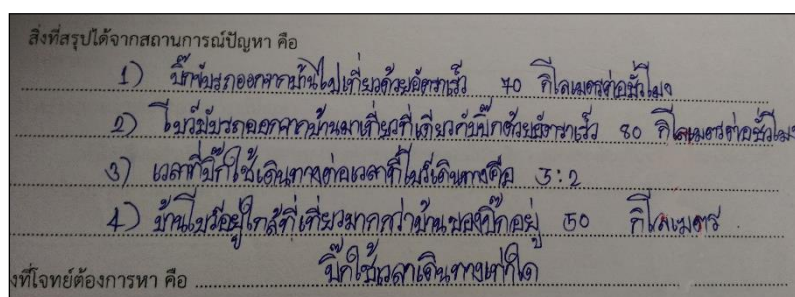
ภาพประกอบที่ 22 แสดงการเขียนสรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาโดยการลอกข้อความตามสถานการณ์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 2

เมื่อสุ่มนักเรียนกลุ่มที่ลอกข้อความตามสถานการณ์ปัญหามาตอบ โดยไม่มีการแบ่งเป็นข้อความสั้นๆ หรือเป็นข้อๆ (กลุ่ม 22 คน) มาทำการสอบถามเพิ่มเติมเกี่ยวกับสิ่งที่ตอบ พบว่านักเรียนไม่สามารถสรุปใจความสำคัญได้ กล่าวคือ นักเรียนจะอ่านตามสิ่งที่เขียนเหมือนอ่านโจทย์ ไม่สามารถระบุใจความสำคัญของสถานการณ์ปัญหาได้ โดยเมื่อถามคำถามให้นักเรียนระบุสิ่งที่เขียนตอบมานั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร พบว่านักเรียนไม่สามารถตอบได้เลย แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่รู้ว่าสิ่งที่ตัวเองเขียนนั้นคืออะไร ไม่สามารถจับประเด็นสำคัญของสิ่งที่อ่านได้ แต่เมื่อพิจารณาเกี่ยวกับการมีสมาธิในการทำงาน จากการสังเกตพบว่า นักเรียนเริ่มมีสมาธิในการทำงานมากขึ้น และมีจำนวนนักเรียนที่ไม่เขียนตอบอะไรเลยลดน้อยลงกว่าระยะที่ 1

จากระยะที่ 2 เมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังลอกข้อความจากสถานการณ์ปัญหาโดยตรง จากการสังเกตผลงานเขียนของนักเรียน พบว่านักเรียนบางส่วนเริ่มใช้การขีดเส้นใต้เพื่อเน้นข้อความที่มีประโยชน์ หรือข้อความที่เป็นประเด็นสำคัญของสถานการณ์ปัญหา แล้วจึงนำมาเขียนตอบ ซึ่งในระยะนี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังคงขาดการตีความสถานการณ์ปัญหา จึงทำให้ไม่เห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เขียนตอบ แต่นักเรียนมีความพยายามในการเขียนตอบมากขึ้น

ระยะที่ 3 (คาบที่ 11 – 14)

นักเรียนบางส่วนจำนวน 3 คน สรุปสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ แต่ยังไม่ครบถ้วนทุกประเด็น และมีนักเรียนจำนวน 3 คน ที่ยังไม่สามารถสรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ แต่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่จำนวน 18 คน เริ่มมีการสรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาตามความเข้าใจของตนเองมากขึ้น โดยมีการขีดแบ่งข้อความสถานการณ์ปัญหา หรือใช้การขีดเส้นใต้ข้อความที่สำคัญ หรือเขียนข้อความสำคัญสรุปออกมาเป็นข้อ ดังแสดงในภาพประกอบที่ 23



ภาพประกอบที่ 23 แสดงการเขียนสรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ครบถ้วน โดยเขียนตอบเป็นข้อความสั้นๆ หรือเขียนเป็นข้อของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 3

เมื่อสุ่มนักเรียนกลุ่มที่เริ่มสรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาตามความเข้าใจของตนเอง (กลุ่ม 18 คน) มาทำการสอบถามเพิ่มเติมเกี่ยวกับสิ่งที่ตอบ พบว่า นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหานั้นมีความหมายอย่างไร โดยเมื่อถามคำถามให้นักเรียนบอกความสัมพันธ์ของ

สิ่งที่เขียนตอบ พบว่านักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เขียนตอบได้ถูกต้อง อีกทั้งยังสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่เขียนตอบนั้นนำไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาได้อย่างไร แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนทุกคนมีสมาธิในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหามากขึ้น และพบว่าไม่มีนักเรียนคนใดเลยที่ไม่เขียนตอบในส่วนนี้

จากระยะที่ 3 เมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 1 และระยะที่ 2 พบว่า นักเรียนมีการขีดเส้นใต้ข้อความที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหา มีการแบ่งข้อความในการอ่าน และวิเคราะห์ข้อความที่อ่านได้ จึงทำให้นักเรียนสามารถสรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนทุกคนมีความพยายามในการอ่านและการเขียนตอบคำถาม

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า นักเรียนมีพัฒนาการด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่ดีขึ้น กล่าวคือ ในระยะแรกนักเรียนยังขาดความพยายามในการอ่านและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา มีการลอกข้อความที่ไม่จำเป็นหรือเขียนเฉพาะข้อความของสถานการณ์ปัญหา ไม่ตระหนักถึงความสำคัญว่าสิ่งที่เขียนตอบมีความสัมพันธ์กันอย่างไร เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกฝนมากขึ้น ทำให้ในระยะที่ 2 นักเรียนสามารถตอบคำถามได้มากขึ้น แต่ยังคงเป็นการลอกข้อความของสถานการณ์ปัญหามาเขียนตอบ และระยะที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่มีการขีดเส้นใต้ข้อความที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหา มีการแบ่งข้อความในการอ่าน และวิเคราะห์ข้อความที่อ่าน พยายามเขียนตอบเป็นข้อความสั้นๆ หรือเป็นข้อๆ ทำให้นักเรียนสามารถนำสิ่งที่สำคัญมาเขียนตอบในส่วนที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง และตระหนักได้ถึงถึงความสำคัญของสิ่งที่เขียนตอบว่ามีความหมายอย่างไร และมีความสัมพันธ์กันอย่างไร อีกทั้งยังพบว่าในระยะที่ 3 นักเรียนทุกคนมีความพยายามในการอ่านและเขียนตอบคำถาม

2. ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา (P2)

ในการศึกษาพัฒนาการของพฤติกรรมด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิต จากการวิเคราะห์ผลงานจากการทำใบกิจกรรมเพื่อดูพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสัมภาษณ์ โดยแบ่งเป็น 3 ระยะ นักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา โดยมีรายละเอียดดังนี้

ระยะที่ 1 (คาบที่ 1 – 6)

นักเรียนส่วนน้อยจำนวน 3 คน หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง มีนักเรียนจำนวน 8 คน ไม่เขียนคำตอบในส่วนนี้เลย จากการสังเกตพบว่านักเรียนไม่มีความพยายามในการเขียนตอบ และนักเรียนส่วนใหญ่ที่เหลือจำนวน 13

คน สามารถกำหนดตัวแปรแทนข้อมูลได้เพียงอย่างเดียว ไม่สามารถวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมและแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง ดังแสดงในภาพประกอบที่ 24

2) แปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา

ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิต (3 คะแนน)

กำหนดตัวแปร x

แถบรูปสี่เหลี่ยม

สมการ $(x - \frac{1}{4}) + 2x + 10x = 38$

ภาพประกอบที่ 24 แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อมูลได้เพียงอย่างเดียวของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 1

เมื่อทำการสอบถามนักเรียนที่กำหนดตัวแปรแทนข้อมูลได้เพียงอย่างเดียวเพิ่มเติม (กลุ่ม 13 คน) พบว่านักเรียนใช้วิธีการพิจารณาจากสิ่งที่โจทย์ต้องการหามากำหนดเป็นตัวแปร เมื่อถามคำถามให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ของข้อมูลสถานการณ์ปัญหา พบว่านักเรียนไม่เข้าใจสถานการณ์ปัญหา ไม่สามารถตอบได้ว่าข้อมูลแต่ละส่วนนั้นสัมพันธ์กันอย่างไร แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่สามารถหาความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาได้ ทำให้ไม่สามารถวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมแทนสถานการณ์ปัญหาได้ นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนบางส่วนไม่ได้เขียนตอบในส่วนนี้ ซึ่งจากการสอบถามเพิ่มเติม นักเรียนให้เหตุผลว่าไม่รู้จะนำอะไรมาเขียนตอบในส่วนนี้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังไม่เข้าใจสถานการณ์ปัญหา

จากระยะที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถทำคะแนนส่วนนี้ได้ ขาดความพยายามในการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจจะยังไม่คุ้นเคยกับการวาดแถบรูปสี่เหลี่ยม อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถหาความสัมพันธ์ของข้อมูลสถานการณ์ปัญหาได้ จึงทำได้เพียงกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล ไม่สามารถวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมและแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง

ระยะที่ 2 (คาบที่ 7 - 10)

นักเรียนส่วนใหญ่จำนวน 11 คน สามารถกำหนดตัวแปรแทนข้อมูลได้ถูกต้อง เริ่มมีวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลมากขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 1 แต่ไม่สามารถแปลงข้อมูลสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิตได้อย่างถูกต้อง และมีนักเรียนจำนวน 8 คน ที่สามารถกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล วาดแถบรูปสี่เหลี่ยม และแปลงข้อมูลสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง นอกจากนี้มีนักเรียนจำนวน 5 คน วาดแถบรูปสี่เหลี่ยมไม่สมเหตุสมผล แต่เขียนสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง ดังแสดงในภาพประกอบที่ 25

ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิต (3 คะแนน)

กำหนดตัวแปร x แทนจำนวนเงินส่วนที่เหลือ x บาท

แถบรูปสี่เหลี่ยม 0% 62.5% 100%

เงินทั้งหมด x

กำไร $\frac{62.5}{100} x$ 960

สมการ $x - \frac{62.5}{100} x = 960$

ภาพประกอบที่ 25 แสดงการวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมไม่สมเหตุสมผล แต่สามารถเขียนเป็นสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 2

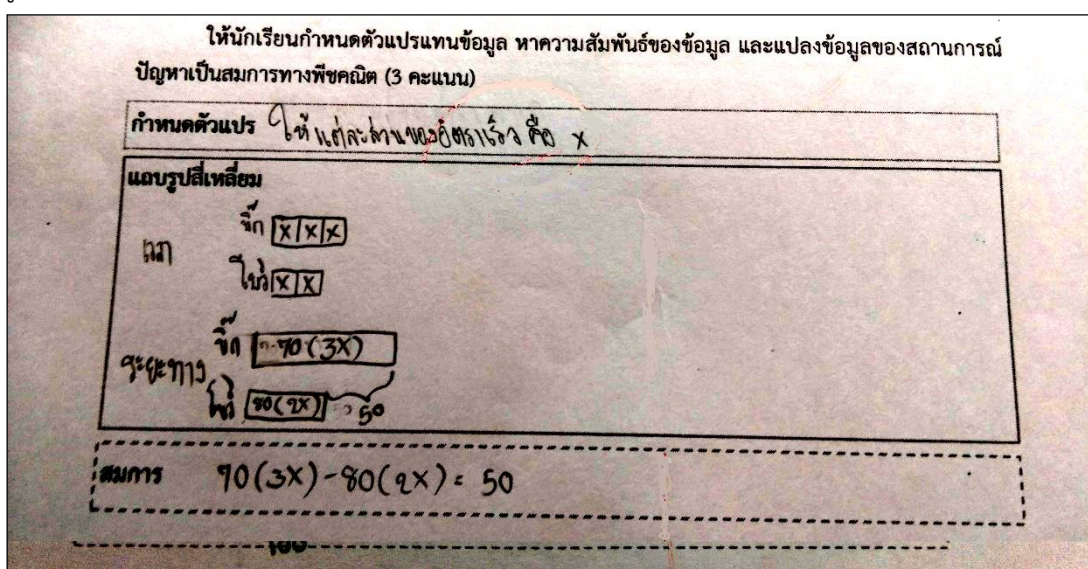
เมื่อสุ่มนักเรียนกลุ่มที่วาดแถบรูปสี่เหลี่ยมไม่สมเหตุสมผล แต่สามารถเขียนเป็นสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง (กลุ่ม 5 คน) มาทำการสอบถามเพิ่มเติม พบว่านักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าแถบรูปสี่เหลี่ยมที่วาดนั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร แต่นักเรียนไม่ได้ตรวจสอบว่าแถบรูปสี่เหลี่ยมนั้นสมเหตุสมผลกับสิ่งที่โจทย์กำหนดมาหรือไม่ แสดงให้เห็นว่านักเรียนขาดความรอบคอบในการวาดแถบรูปสี่เหลี่ยม แต่นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของข้อมูลสถานการณ์ปัญหา นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนเริ่มมีการลองวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมมากขึ้น แม้ว่าแถบรูปสี่เหลี่ยมนั้นจะยังไม่ถูกต้อง สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนมีความพยายามในการทำมากขึ้น กล้าลองผิดลองถูก ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่ดีของการแก้ปัญหา

จากระยะที่ 2 เมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 1 พบว่า นักเรียนสามารถวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมได้ถูกต้องมากขึ้น กล้าลองผิดลองถูกในการวาดแถบรูปสี่เหลี่ยม นอกจากนี้นักเรียนบางส่วนยังขาดความ

รอบคอบในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของแถบรูปสี่เหลี่ยม แต่นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของข้อมูลสถานการณ์ปัญหา จึงทำให้สร้างสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้องมีความพยายามในการทำมากขึ้น

ระยะที่ 3 (คาบที่ 11 – 14)

นักเรียนจำนวน 12 คน สามารถกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล วาดแถบรูปสี่เหลี่ยม และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยนักเรียนที่เหลือจำนวน 12 คน ไม่สามารถทำคะแนนส่วนนี้ได้เต็ม ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 5 คน ที่กำหนดตัวแปรแทนข้อมูลไม่ถูกต้อง แต่วาดแถบรูปสี่เหลี่ยม และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง ดังแสดงในภาพประกอบที่ 26



ภาพประกอบที่ 26 แสดงการกำหนดตัวแปรแทนข้อมูลไม่ถูกต้อง แต่หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 3

เมื่อสุ่มนักเรียนกลุ่มที่กำหนดตัวแปรแทนข้อมูลไม่ถูกต้อง แต่หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง (กลุ่ม 5 คน) มาทำการสอบถามเพิ่มเติม พบว่า นักเรียนกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา โดยไม่ได้ตรวจสอบว่าสิ่งที่ได้กำหนดเป็นตัวแปรได้นำมาใช้ในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือไม่ เมื่อถามคำถามให้นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับแถบรูปสี่เหลี่ยมและสมการทางพีชคณิตจากที่นักเรียนเขียนตอบ พบว่านักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนการวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมตามความเข้าใจของตนเองและระบุความสัมพันธ์ของแถบรูปสี่เหลี่ยมได้ถูกต้อง และอธิบายการสร้างสมการทางพีชคณิตจากแถบรูปสี่เหลี่ยมได้ถูกต้อง แสดงให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของแถบรูปสี่เหลี่ยมกับสมการทางพีชคณิต นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนทุกคนได้มีความพยายามในการเขียนตอบ ถึงแม้ว่าจะยังไม่ถูกต้องสมบูรณ์ก็ตาม

จากระยะที่ 3 เมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 1 และระยะที่ 2 พบว่า นักเรียนมีการลองผิดลองถูกในการวาดแถบรูปสี่เหลี่ยม สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาเพื่อเขียนแถบรูปสี่เหลี่ยมได้ โดยนักเรียนบางส่วนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของแถบรูปสี่เหลี่ยมกับสมการทางพีชคณิตได้อย่างถูกต้อง ทำให้นักเรียนสามารถทำคะแนนในส่วนนี้ได้มากขึ้น จากการสังเกตผลงานเขียนหรือร่องรอยในการเขียนตอบ พบว่านักเรียนทุกคนมีความพยายามในการทำมากขึ้น

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า นักเรียนมีพัฒนาการด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาที่ดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัด โดยในระยะแรก นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้เพียงกำหนดตัวแปรแทนสถานการณ์ปัญหา โดยไม่สามารถวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมและสร้างสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง แต่ยังคงพบว่าในใบกิจกรรมของนักเรียนบางส่วนไม่มีร่องรอยในการเขียน แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่มีความพยายามในการทำ แต่เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกฝนและมีความคุ้นเคยกับการเขียนแถบรูปสี่เหลี่ยมมากขึ้น จึงทำให้ในระยะที่ 2 นักเรียนกล้าลองผิดลองถูกในการวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมมากขึ้น แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ขาดการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของแถบรูปสี่เหลี่ยม ทำให้แถบรูปสี่เหลี่ยมที่วาดนั้นไม่ถูกต้องสมบูรณ์ และระยะที่ 3 นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร อธิบายความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาเพื่อเขียนแถบรูปสี่เหลี่ยม และการสร้างสมการทางพีชคณิตจากแถบรูปสี่เหลี่ยมได้ ทำให้นักเรียนสามารถทำคะแนนในส่วนนี้ได้มากขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 2 และระยะที่ 1 ตามลำดับ นอกจากนี้พบว่านักเรียนทุกคนมีความพยายามในการทำมากขึ้น

3. ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา (P3)

ในการศึกษาพัฒนาการของพฤติกรรมด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสรุปคำตอบที่ได้ จากการวิเคราะห์ผลงานจากการทำใบกิจกรรมเพื่อดูพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสัมภาษณ์ โดยแบ่งเป็น 3 ระยะ พบว่านักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยมีรายละเอียดดังนี้

ระยะที่ 1 (คาบที่ 1 – 6)

จากนักเรียนทั้งหมดจำนวน 24 คน มีนักเรียนส่วนน้อยจำนวนเพียง 2 คน ที่สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์ นอกจากนี้ในระยะนี้ไม่มีนักเรียนที่สามารถแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ ดังแสดงในภาพประกอบที่ 27

ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้ง
สรุปคำตอบที่ได้ (3 คะแนน)

$$(4x+12) - (x+10) = 34$$

$$3x + 2 = 34$$

$$3x = 34 - 2$$

$$x = \frac{32}{3} = 11$$

สรุปคำตอบ **เท่ากับ 11 เม็ด**

ภาพประกอบที่ 27 แสดงการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
ในระยะที่ 1

เมื่อทำการสอบถามนักเรียนที่สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์ (กลุ่ม 2 คน) พบว่า นักเรียนสรุปคำตอบตามค่าของตัวแปรที่นักเรียนหาได้จากการแก้สถานการณ์ปัญหา เมื่อถามคำถามให้นักเรียนอธิบายคำตอบ พบว่านักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าสิ่งที่หาได้คืออะไร แสดงให้เห็นว่านักเรียนขาดความรอบคอบในการตรวจสอบว่าสิ่งที่เขียนตอบนั้นครบถ้วนตามสิ่งที่โจทย์ต้องการหาหรือไม่ นอกจากนี้เมื่อสุ่มนักเรียนที่ไม่เขียนตอบและแก้สมการไม่ถูกต้องมาสอบถามเพิ่มเติม พบว่านักเรียนไม่รู้ว่าจะต้องดำเนินการแก้สมการอย่างไรในการหาคำตอบ จึงทำให้ไม่ได้คะแนนในส่วนนี้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนขาดความรู้พื้นฐานในการแก้สมการ

จากระยะที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้พื้นฐานในการแก้สมการ ทำให้นักเรียนไม่สามารถดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง นักเรียนจึงไม่เขียนตอบและไม่มีความพยายามในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา สำหรับนักเรียนที่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนจะสรุปคำตอบในทันทีโดยไม่สรุปคำตอบตามสิ่งที่โจทย์ต้องการหาอย่างครบถ้วน ทั้งๆ ที่นักเรียนรู้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนขาดความรอบคอบในการตรวจสอบว่าสิ่งที่เขียนตอบนั้นครบถ้วนตามสิ่งที่โจทย์ต้องการหาหรือไม่

ระยะที่ 2 (คาบที่ 7 – 10)

นักเรียนมีพัฒนาการด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ดีขึ้น โดยมีนักเรียนจำนวน 5 คน ที่สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ถูกต้องมากขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 1 ที่ไม่มีนักเรียนทำถูกต้องสมบูรณ์เลย และมี

นักเรียนจำนวน 4 คน ที่สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สรุปคำตอบตามสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ ดังแสดงในภาพประกอบที่ 28

ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสรุปคำตอบที่ได้ (3 คะแนน)

$$\begin{aligned}
 & 37.5\% \times x = 960 \\
 & \frac{37.5}{100} \times x = 960 \\
 & x = 960 \times \frac{100}{37.5} \\
 & = \frac{96000}{37.5} \\
 & = 256000 \\
 & x = 2560
 \end{aligned}$$

สรุปคำตอบ $x = 2560$

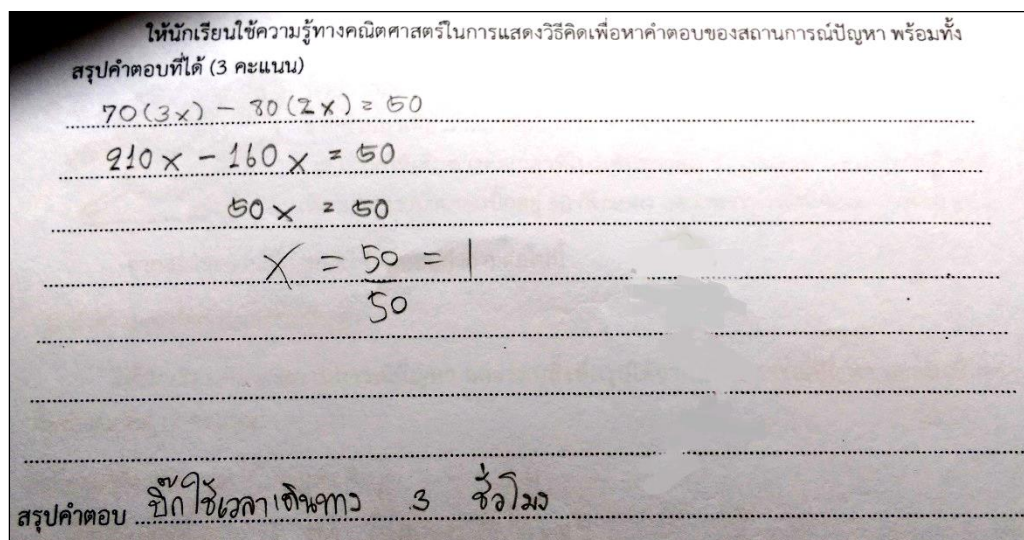
ภาพประกอบที่ 28 แสดงการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สรุปคำตอบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 2

เมื่อทำการสอบถามนักเรียนกลุ่มที่สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่สรุปคำตอบตามสิ่งที่โจทย์ต้องการหา (กลุ่ม 4 คน) พบว่า นักเรียนคิดว่าการสรุปคำตอบคือการนำค่าของตัวแปรที่หาได้จากการแสดงวิธีทำมาตอบ โดยที่นักเรียนไม่ได้สนใจสิ่งที่โจทย์ต้องการหา นอกจากนี้พบว่านักเรียนมีการโยนเส้นในส่วนที่นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำ มีความพยายามในการใช้ความรู้แก่สมการมากขึ้น แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความพยายามในการทำและมีความเข้าใจในการแก้สมการมากขึ้น ทำให้ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบได้ถูกต้องมากขึ้น

จากระยะที่ 2 เมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 1 พบว่านักเรียนมีทักษะการแก้สมการมากขึ้น แต่ยังไม่ชำนาญ นักเรียนยังสรุปคำตอบโดยนำค่าของตัวแปรที่หาได้จากการแสดงวิธีทำมาตอบ โดยที่นักเรียนไม่ได้สนใจสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

ระยะที่ 3 (คาบที่ 11 - 14)

นักเรียนมีพัฒนาการด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ดีขึ้น กล่าวคือ นักเรียนมีความพยายามที่จะแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหามากขึ้น นักเรียนส่วนใหญ่จำนวน 15 คน สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องมากขึ้น ยังมีบางส่วนที่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง และมีนักเรียนจำนวน 9 คน ที่สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ดังแสดงในภาพประกอบที่ 29



ภาพประกอบที่ 29 แสดงการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 3

เมื่อสุ่มนักเรียนกลุ่มที่สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง (กลุ่ม 9 คน) มาทำการสอบถามเพิ่มเติม พบว่านักเรียนสามารถอธิบายที่มาของคำตอบได้อย่างถูกต้อง และสามารถให้เหตุผลถึงการสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีทักษะในการแก้สมการมากขึ้นและมีความรอบคอบในการตรวจสอบว่าสิ่งที่เขียนตอบนั้นครบถ้วนตามสิ่งที่โจทย์ต้องการหาหรือไม่

จากระยะที่ 3 เมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 1 และระยะที่ 2 พบว่า นักเรียนสามารถใช้ความรู้ในการแก้สมการได้มากขึ้น มีความชำนาญในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น แต่นักเรียนยังขาดความรอบคอบในการสรุปคำตอบที่ได้ สำหรับนักเรียนที่ดำเนินการแก้สมการและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง พบว่านักเรียนสามารถอธิบายถึงที่มาของคำตอบได้ถูกต้อง เมื่อได้ค่าของตัวแปรมาไม่ได้สรุปคำตอบทันที แต่สรุปตามสิ่งที่โจทย์ต้องการหา นอกจากนี้จากการสังเกตผลงานเขียนของนักเรียนพบว่านักเรียนมีความพยายามในการทำมากขึ้น

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า นักเรียนมีพัฒนาการด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ดีขึ้น กล่าวคือ ในระยะแรก นักเรียนส่วนใหญ่ประมาณ 3 ใน 4 ไม่สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ ยังขาดทักษะการดำเนินการทางคณิตศาสตร์พื้นฐาน เมื่อได้รับการฝึกการแก้สมการมากขึ้น ทำให้ระยะที่ 2 นักเรียนมีความพยายามในการแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหามากขึ้น สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา มีทักษะการดำเนินการทางคณิตศาสตร์พื้นฐานมากขึ้น มีการโยงเส้นให้เห็นถึงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ แต่ยังไม่สรุปคำตอบได้ไม่ถูกต้องสมบูรณ์ และในระยะที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำคะแนนส่วนนี้ได้มากกว่าระยะที่ 1 และ ระยะ

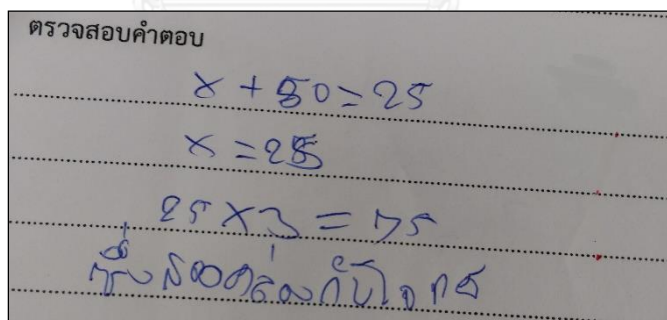
ที่ 2 กล่าวคือ นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ เมื่อได้ค่าของตัวแปรมาไม่ได้สรุปคำตอบทันที แต่สรุปตามสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

4. ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา (P4)

ในการศึกษาพัฒนาการของพฤติกรรมด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการตรวจสอบเพื่อตัดสินใจว่าคำตอบนั้นๆ มีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา หรือให้เหตุผลเพื่อแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนจากการทำใบกิจกรรมเพื่อดูพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหามathematics และผลการสัมภาษณ์ โดยแบ่งเป็น 3 ระยะ พบว่านักเรียนมีพัฒนาการของพฤติกรรมด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยมีรายละเอียดดังนี้

ระยะที่ 1 (คาบที่ 1 - 6)

นักเรียนส่วนน้อยจำนวน 1 คน ที่สามารถตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ นักเรียนส่วนใหญ่จำนวน 23 คน ไม่สามารถตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ โดยในจำนวน 23 คน มีนักเรียนจำนวน 2 คน ตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาโดยนำคำตอบไปแทนในสมการที่นักเรียนสร้างขึ้นในขั้นตอนการแก้สถานการณ์ปัญหา แต่ไม่ถูกต้อง ดังแสดงในภาพประกอบที่ 30



ภาพประกอบที่ 30 แสดงตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาโดยนำคำตอบไปแทนในสมการ แต่ไม่ถูกต้องของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 1

เมื่อทำการสอบถามนักเรียนที่ตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาโดยนำคำตอบไปแทนในสมการที่นักเรียนสร้างขึ้นในขั้นตอนการแก้สถานการณ์ปัญหา (กลุ่ม 2 คน) พบว่า นักเรียนให้เหตุผลว่าการนำคำตอบที่ได้ไปแทนในสมการที่สร้าง เป็นการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา เมื่อถามคำถามเพิ่มเติมว่าถ้าสมการที่นักเรียนหาได้ไม่ถูกต้องจะเป็นอย่างไร พบว่านักเรียนทราบว่าสิ่งที่นักเรียนตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาจะไม่ถูกต้อง เพราะสมการที่หาได้ไม่ถูกต้อง แสดงให้เห็น

ว่านักเรียนทราบว่า ถ้าต้องการให้เหตุผลในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาจากการแทนค่าในสมการ จะต้องเป็นสมการที่ถูกต้อง

จากระยะที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา เนื่องจากนักเรียนไม่มีคำตอบที่ได้จากขั้นตอนการแก้สถานการณ์ปัญหา นักเรียนบางส่วนคิดว่าการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา ตรวจสอบจากการแทนค่าในสมการ ซึ่งการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหานักเรียนจะต้องตรวจสอบคำตอบที่ได้นั้นสอดคล้องกับเงื่อนไขที่จำเป็นของสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ แสดงว่านักเรียนไม่เข้าใจถึงการตรวจสอบสถานการณ์ปัญหา

ระยะที่ 2 (คาบที่ 7 – 10)

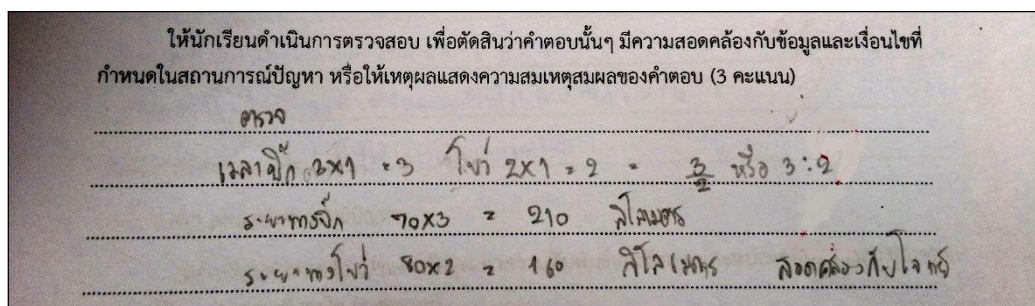
นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ โดยที่นักเรียนไม่เขียนข้อความใดๆ เลย นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นเพียงเล็กน้อย กล่าวคือ มีนักเรียนจำนวน 2 คน ที่สามารถตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยเพิ่มขึ้นจากระยะที่ 1 จำนวน 1 คน นักเรียนบางส่วนมีความพยายามที่จะตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหามากขึ้น ถึงแม้ว่าคำตอบที่ได้จากขั้นตอนการแก้สถานการณ์ปัญหาจะไม่ถูกต้อง

เมื่อทำการสอบถามเพิ่มเติมสำหรับนักเรียนที่ยังไม่สามารถตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ พบว่า นักเรียนได้คำตอบของสมการจากขั้นตอนการแก้สถานการณ์ปัญหาแล้ว ทราบว่าต้องตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาอย่างไร แต่นักเรียนไม่มีเวลาในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังบริหารเวลาในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาไม่ดีเท่าที่ควร

จากระยะที่ 2 เมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 1 พบว่านักเรียนเข้าใจการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหามากขึ้น ทราบว่าต้องตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาอย่างไร แต่นักเรียนยังบริหารในการทำไม่ดีเท่าที่ควร จึงไม่ได้ตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งเป็นขั้นตอนสุดท้ายของการทำ

ระยะที่ 3 (คาบที่ 11 – 14)

นักเรียนส่วนใหญ่จำนวน 19 คน เริ่มมีความพยายามที่จะตรวจสอบสถานการณ์ปัญหามากขึ้น ถึงแม้จะไม่ถูกต้องสมบูรณ์ โดยในจำนวน 19 คน มีนักเรียนจำนวน 3 คน ที่ตรวจสอบสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องแต่ไม่ครบทุกเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา ดังแสดงในภาพประกอบที่ 31



ภาพประกอบที่ 31 แสดงการตรวจสอบสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกเงื่อนไขของ
สถานการณ์ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในระยะที่ 3

เมื่อทำการสอบถามนักเรียนที่ตรวจสอบสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกเงื่อนไข
ของสถานการณ์ปัญหา (กลุ่ม 3 คน) พบว่านักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าสิ่งที่ตรวจสอบนั้นคืออะไร
ทำไมถึงจำเป็นต้องตรวจสอบ เมื่อใช้คำถามให้นักเรียนตรวจสอบว่าสิ่งที่นักเรียนตรวจสอบนั้น
ครบถ้วนหรือไม่ โดยดูจากสิ่งที่นักเรียนสรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา พบว่านักเรียนรู้ว่าตัวเองยังขาด
การตรวจสอบเงื่อนไขใดที่จำเป็น แสดงให้เห็นว่านักเรียนขาดความรอบคอบในการตรวจสอบการแก้
สถานการณ์ปัญหา ต้องได้รับการช่วยเหลือ หรือคอยชี้แนะจึงทำให้ตรวจสอบการแก้สถานการณ์
ปัญหาได้ครบทุกเงื่อนไขที่จำเป็น

จากระยะที่ 3 เมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 1 และระยะที่ 2 พบว่า นักเรียนสามารถระบุได้ถึง
เงื่อนไขที่จำเป็นในการตรวจสอบ โดยตรวจสอบจากสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา นอกจากนี้เมื่อ
สังเกตจากผลงานเขียนใบกิจกรรม พบว่านักเรียนมีความพยายามในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์
ปัญหามากขึ้น

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า นักเรียนมีพัฒนาการด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์
ปัญหาที่ดีขึ้น กล่าวคือ ในระยะแรก นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตรวจสอบสถานการณ์ปัญหาได้
เนื่องจากต้องใช้คำตอบที่ได้จากขั้นดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งนักเรียนไม่สามารถทำได้ เมื่อ
ได้รับการฝึกฝนในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา จึงทำให้ระยะที่ 2 นักเรียนมีความพยายาม
ที่จะตรวจสอบสถานการณ์ปัญหามากขึ้น ถึงแม้ว่าคำตอบที่ได้จากขั้นดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา
จะไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่เขียนแสดงการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา สำหรับ
ระยะที่ 3 นักเรียนสามารถระบุได้ถึงเงื่อนไขที่จำเป็นในการตรวจสอบ โดยตรวจสอบจากสิ่งที่สรุปได้
จากสถานการณ์ปัญหา โดยเมื่อสังเกตจากผลงานเขียนใบกิจกรรมของนักเรียน พบว่านักเรียนมีความ
พยายามในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหามากขึ้น

จากข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพ สรุปได้ว่า องค์ประกอบทุกองค์ประกอบของ
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีพัฒนาการที่ดีขึ้นเป็นลำดับ โดยเมื่อพิจารณาในช่วง
ระหว่างเรียนใน 3 ระยะ พบว่า ด้านที่มีพัฒนาการดีขึ้นมากที่สุดคือ ด้านการแปลงข้อมูลของ

สถานการณ์ปัญหา โดยมีคะแนนเฉลี่ยในระยะที่ 3 เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระยะที่ 1 ถึง 1.08 คะแนน ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 (1.5 คะแนน) จะพบว่าในระยะที่ 1 นักเรียนทำคะแนนเฉลี่ยได้ต่ำกว่าเกณฑ์ แต่ในระยะที่ 2 และระยะที่ 3 นักเรียนสามารถทำคะแนนเฉลี่ยได้ผ่านเกณฑ์ สอดคล้องกับข้อมูลเชิงคุณภาพจากผลงานและพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน ที่เปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดีขึ้น โดยนักเรียนสามารถสร้างสมการทางพีชคณิตได้ดีขึ้น เพราะมีการนำแถบรูปสี่เหลี่ยมมาช่วยในการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา

สำหรับด้านที่มีพัฒนาการดีขึ้นในลำดับรองลงมา คือ ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยมีคะแนนเฉลี่ยในระยะที่ 3 เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระยะที่ 1 คิดเป็น 0.92 คะแนน แต่การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นอย่างชัดเจน อยู่ในระหว่างระยะที่ 1 และระยะที่ 2 โดยในระหว่างระยะที่ 2 และระยะที่ 3 นั้น แทบจะไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงเลย สำหรับด้านที่มีพัฒนาการดีขึ้นในลำดับต่อมา คือ ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยในระยะที่ 3 เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระยะที่ 1 คิดเป็น 0.5 คะแนน ทั้งนี้หากเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 (1.5 คะแนน) จะพบว่า แม้ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา และด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา จะมีพัฒนาการที่ดีขึ้น แต่คะแนนเฉลี่ยในทุกระยะของทั้งสองด้าน ยังคงไม่ผ่านเกณฑ์ สอดคล้องกับข้อมูลเชิงคุณภาพจากผลงานและการสัมภาษณ์นักเรียน ที่พบว่าในระยะที่นักเรียนพอจะเริ่มสร้างสมการทางพีชคณิตได้แล้ว นักเรียนส่วนหนึ่งกลับมีอุปสรรคด้านความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการแก้สมการที่ยังไม่ดีพอ จึงทำให้ไม่สามารถดำเนินการหาคำตอบของสมการได้ ซึ่งส่งผลกระทบต่อสืบเนื่องไปถึงด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา

สำหรับด้านที่มีพัฒนาการดีขึ้นในลำดับน้อยที่สุด คือ ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา โดยมีคะแนนเฉลี่ยในระยะที่ 3 เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นจากระยะที่ 1 คิดเป็นเพียง 0.05 คะแนน และยังพบว่าคะแนนเฉลี่ยในระยะที่ 3 ปรับตัวลดลงจากในระยะที่ 2 แต่ทั้งนี้หากพิจารณาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 (1.5 คะแนน) จะพบว่า ในด้านนี้มีคะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ในทุกระยะ และมีคะแนนเฉลี่ยที่สูงกว่าด้านอื่นๆ เมื่อเปรียบเทียบกับระยะต่างๆ สอดคล้องกับข้อมูลเชิงคุณภาพจากการสัมภาษณ์ ที่พบว่านักเรียนรู้สึกว่าการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเป็นด้านที่ง่ายกว่าด้านอื่นๆ เพราะเพียงอ่านโจทย์ให้เข้าใจก็สามารถนำข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหามาเขียนตอบได้โดยตรง

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ดังนี้

1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ระหว่างเรียนในช่วงเวลา 3 ระยะ โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ประชากรที่ใช้การวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษานครปฐม เขต 9 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยการเลือกแบบเจาะจง (purposive sampling) เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสถาพรวิทยา จังหวัดนครปฐม จำนวน 24 คน ซึ่งมีลักษณะคละความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งเป็น เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ที่ครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 16 แผน โดยใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 16 คาบ คาบละ 50 นาที

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบวัดเพื่อดูพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ โดยรายละเอียดมีดังนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีจำนวน 2 ฉบับ ประกอบด้วย

2.1.1 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนการทดลอง เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.60 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.32 – 0.62 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.29 – 0.60

2.1.2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังการทดลอง เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ใช้เวลา 90 นาที มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.78 ค่าความยาก มีค่าตั้งแต่ 0.21 – 0.39 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.20 – 0.54

2.2 แบบวัดเพื่อดูพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดเพื่อดูพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นใบกิจกรรม ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน เพื่อใช้ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระหว่างเรียน มีใบกิจกรรมทั้งหมด 3 ชุด โดยการประเมินการทำใบกิจกรรมของนักเรียน จะประเมินโดยใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 แบบสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์ที่ใช้ในการทดลอง เป็นแบบสัมภาษณ์ที่มีแนวคำถามประกอบการสัมภาษณ์แบบเจาะลึก (In – depth Interview) แนวคำถามจะกำหนดไว้เพียงกรอบหรือประเด็นที่จะสัมภาษณ์เท่านั้น โดยอาศัยกรอบและแนวคิดเป็นปัจจัยสำคัญในการตั้งประเด็นคำถาม และจะไม่เรียงลำดับคำถามก่อนหลังเหมือนที่กำหนดไว้ คำถามจะมีลักษณะเจาะลึกถึงการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยจะเลือกสัมภาษณ์นักเรียนตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ องค์ประกอบละ 2 คน โดยพิจารณาถึงการเขียนแสดงวิธีทำตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในขั้นดำเนินการทดลองผู้วิจัยทดสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน หลังจากนั้นทำการทดลองสอนด้วยตนเอง และเมื่อสิ้นสุดการทดลองผู้วิจัยวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและทำการสัมภาษณ์เพิ่มเติม นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการทดลองจากแบบวัดเพื่อพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเก็บข้อมูลท้ายคาบที่ 6, 10 และ 14 หลังจากนั้นทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อสรุปผลการวิจัย

สรุปผลการวิจัย

ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีรายละเอียดดังนี้

1. ในภาพรวมของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งหมด 4 ด้าน คือ ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา และ ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา พบว่า

1.1 นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2 นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.3 นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.4 นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบดีขึ้น อย่างเป็นลำดับ โดยสามารถเรียงลำดับพัฒนาการจากมากไปหาน้อย ได้เป็น ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา และด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา รายละเอียดสรุปได้ดังนี้

2.1 ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

นักเรียนมีพัฒนาการด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่ดีขึ้น กล่าวคือ ในระยะแรกนักเรียนยังขาดความพยายามในการอ่านและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา มีการลอกข้อความที่ไม่จำเป็นหรือเขียนเฉพาะข้อความของสถานการณ์ปัญหา ไม่ตระหนักถึงความสำคัญว่าสิ่งที่เขียนตอบมีความสัมพันธ์กันอย่างไร เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกฝนมากขึ้น ทำให้ในระยะที่ 2 นักเรียนสามารถตอบคำถามได้มากขึ้น แต่ยังเป็นการลอกข้อความของสถานการณ์ปัญหามาเขียนตอบ และระยะที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่มีการขีดเส้นใต้ข้อความที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหา มีการแบ่งข้อความในการอ่าน และวิเคราะห์ข้อความที่อ่าน พยายามเขียนตอบเป็นข้อความสั้นๆ หรือเป็นข้อๆ ทำให้นักเรียนสามารถนำสิ่งที่สำคัญมาเขียนตอบในส่วนที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง และตระหนักได้ถึงถึงความสำคัญของสิ่งที่เขียนตอบว่ามีความหมายอย่างไร และมีความสัมพันธ์กันอย่างไร อีกทั้งยังพบว่าในระยะที่ 3 นักเรียนทุกคนมีความพยายามในการอ่านและเขียนตอบคำถาม

2.2 ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา

นักเรียนมีพัฒนาการด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาที่ดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัด โดยในระยะแรก นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้เพียงกำหนดตัวแปรแทนสถานการณ์ปัญหา โดยไม่สามารถวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมและสร้างสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง แต่ยังคงพบว่าในใบกิจกรรมของนักเรียนบางส่วนไม่มีร่องรอยในการเขียน แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่มีความพยายามในการทำ แต่เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกฝนและมีความคุ้นเคยกับการเขียนแถบรูปสี่เหลี่ยมมากขึ้น จึงทำให้ในระยะที่ 2 นักเรียนกล้าลองผิดลองถูกในการวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมมากขึ้น แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ขาดการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของแถบรูปสี่เหลี่ยม ทำให้แถบรูปสี่เหลี่ยมที่วาดนั้นไม่ถูกต้องสมบูรณ์ และระยะที่ 3 นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร อธิบายความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาเพื่อเขียนแถบรูปสี่เหลี่ยม และการสร้างสมการทางพีชคณิตจากแถบรูปสี่เหลี่ยมได้ ทำให้นักเรียนสามารถทำ

คะแนนส่วนนี้ได้มากขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับระยะที่ 2 และระยะที่ 1 ตามลำดับ นอกจากนี้พบว่า นักเรียนทุกคนมีความพยายามในการทำมากขึ้น

2.3 ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา

นักเรียนมีพัฒนาการด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ดีขึ้น กล่าวคือ ในระยะแรก นักเรียนส่วนใหญ่ประมาณ 3 ใน 4 ไม่สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ ยังขาดทักษะการดำเนินการทางคณิตศาสตร์พื้นฐาน เมื่อได้รับการฝึกการแก้สมการมากขึ้น ทำให้ระยะที่ 2 นักเรียนมีความพยายามในการแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหามากขึ้น สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา มีทักษะการดำเนินการทางคณิตศาสตร์พื้นฐานมากขึ้น มีการโยงเส้นให้เห็นถึงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ แต่ยังไม่สรุปคำตอบได้ไม่ถูกต้องสมบูรณ์ และในระยะที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาคะแนนส่วนนี้ได้มากกว่าระยะที่ 1 และ ระยะที่ 2 กล่าวคือ นักเรียนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาและสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ เมื่อได้ค่าของตัวแปรมาไม่ได้สรุปคำตอบทันที แต่สรุปตามสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

2.4 ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา

นักเรียนมีพัฒนาการด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ดีขึ้น กล่าวคือ ในระยะแรก นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตรวจสอบสถานการณ์ปัญหาได้ เนื่องจากต้องใช้คำตอบที่ได้จากขั้นตอนการแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งนักเรียนไม่สามารถทำได้ เมื่อได้รับการฝึกฝนในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา จึงทำให้ระยะที่ 2 นักเรียนมีความพยายามที่จะตรวจสอบสถานการณ์ปัญหามากขึ้น ถึงแม้ว่าคำตอบที่ได้จากขั้นตอนการแก้สถานการณ์ปัญหาจะไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่เขียนแสดงการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา สำหรับระยะที่ 3 นักเรียนสามารถระบุได้ถึงเงื่อนไขที่จำเป็นในการตรวจสอบ โดยตรวจสอบจากสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา โดยเมื่อสังเกตจากผลงานเขียนใบกิจกรรมของนักเรียน พบว่านักเรียนมีความพยายามในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหามากขึ้น

อภิปรายผลการวิจัย

นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบเน้นให้รู้จัก มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีพัฒนาการด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น เมื่อเปรียบเทียบเป็นระยะ ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน โดยพิจารณาตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อาจเป็นเพราะเหตุผลดังนี้

1. นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 1 และเมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพิจารณาตามรายองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา และด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อาจเป็นเพราะ

1.1 แนวคิดโมเดลเมธอด เป็นแนวคิดที่ทำให้นักเรียนสร้างสมการทางพีชคณิตได้ง่ายขึ้น โดยศึกษาจากความสัมพันธ์ของแถบรูปสี่เหลี่ยม ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ซึ่งมีรายละเอียดสนับสนุนดังนี้

ตลอดการทดลองผู้วิจัยได้นำโมเดลเมธอดมาใช้ในการเรียนการสอน ซึ่งเป็นการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลสถานการณ์ปัญหาออกมาในแถบรูปสี่เหลี่ยม และใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมหาความสัมพันธ์ออกมาในรูปสมการทางพีชคณิต ทำให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาสามารถสร้างสมการทางพีชคณิตได้มีประสิทธิภาพมากขึ้น สอดคล้องกับฟงและเคอร์รี่ (Ng Swee Fong and Kerry Lee, 2005) ที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการใช้โมเดลเมธอดในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งพบว่า โมเดลเมธอดเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาที่ช่วยทำให้มองเห็นลักษณะที่หลากหลาย การวาดแบบจำลองจะช่วยอธิบายลักษณะของความเป็นนามธรรมที่เจอในปัญหาและพิจารณาออกมาในรูปแบบของจำนวนหรือสมการ แล้วแก้หาคำตอบ อีกทั้งผลการวิจัยยังสอดคล้องกับปรีฉัตร จันทร์หอม (2555) ที่ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

1.2 แนวคิดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด เป็นแนวคิดที่ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จากการใช้คำถามของครู โดยคำถามของครูเกิดจากฐานความคิดของนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ซึ่งมีรายละเอียดสนับสนุนดังนี้

ตลอดการทดลองผู้วิจัยได้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ซึ่งครูจะเน้นให้นักเรียนได้สร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเองผ่านสถานการณ์ปัญหาและการแก้ปัญหา

โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียนคิดอย่างต่อเนื่องจนเกิดการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิด แก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเอง เกิดทักษะการแก้ปัญหา และเรียนรู้ผ่านการตอบคำถาม สอดคล้องกับเวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2552, 10) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับ สิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดจะทำให้นักเรียนสามารถฝึกการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และสามารถให้เหตุผลประกอบได้ รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงเนื้อหาวิชาเข้ากับชีวิตจริง อีกทั้งการจัดกิจกรรมโดยใช้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดได้สอดคล้องกับแมรีและแซนดร้า (Mary Marshall and Sandra Musanti, 2009) ที่ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด แล้วพบว่า การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดช่วยพัฒนาการแก้ปัญหาของนักเรียน นักเรียนสามารถสื่อสารออกมาในรูปแบบของรูปภาพหรือสมการ โดยที่สามารถแก้ปัญหาได้เร็วขึ้น และมีประสิทธิภาพ อีกทั้งยังทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นเมื่อได้รับสถานการณ์ปัญหา และมีความต้องการที่จะนำเสนอแนวคิดที่ใช้แก้สถานการณ์ปัญหา

1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด ซึ่งประกอบด้วย 4 ชั้น ได้แก่ ชั้นเตรียมความพร้อม ชั้นจัดกิจกรรม ชั้นพัฒนาทักษะ และขั้นสรุปสิ่งที่เรียนรู้ ซึ่งช่วยให้นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นตอน โดยแต่ละชั้นมีรายละเอียดสนับสนุนดังนี้

ขั้นที่ 1 ชั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่ต้องการศึกษา โดยหากพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้เดิม ครูต้องทบทวนความรู้ให้นักเรียนทั้งห้องก่อน ทำให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้เพื่อนำมาใช้เรียนในขั้นต่อไปได้ สอดคล้องกับฉวีกันต์ รักนาค (2552, 184) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งพบว่า รูปแบบการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ชั้นฝึกปฏิบัติการใช้ความรู้ ได้มีการตรวจสอบความรู้เดิม จะทำให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้เดิมที่เรียนไปแล้วในชั่วโมงที่ผ่านมาไปใช้เรียนรู้เนื้อหาที่จะสอนใหม่ ซึ่งจะเป็นการฝึกให้นักเรียนได้มีการทบทวน สิ่งที่เรียนไปแล้วทุกครั้ง และเน้นย้ำความรู้ความเข้าใจเพื่อบอกได้ว่าสิ่งเหล่านั้นจำเป็นและสำคัญอย่างไร

ขั้นที่ 2 ชั้นจัดกิจกรรม เป็นขั้นที่ครูนำเสนอบทเรียนใหม่และตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา ครูจะให้นักเรียนได้สรุปสิ่งที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการหา โดยใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียน ต่อมาครูและนักเรียนร่วมกันหาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้โมเดลเมธอด ซึ่งเป็นแบบจำลองแถบรูปสี่เหลี่ยมแทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา ทำให้นักเรียนเห็น

ความสัมพันธ์และสามารถสร้างสมการทางพีชคณิตได้ หลังจากนั้นครูจะนำสมการทางพีชคณิตเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา และตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยครูใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียน ต่อมาครูกำหนดสถานการณ์ปัญหา โดยให้เวลานักเรียนในการคิดและหาวิธีในการแก้ปัญหาเป็นรายกลุ่ม ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดที่ใช้แก้สถานการณ์ปัญหา โดยกลุ่มที่มีปัญหา ครูจะใช้คำถามแนะตามสิ่งที่นักเรียนเสนอ และรอฟังคำตอบจากนักเรียน ซึ่งการจัดกิจกรรมแบบนี้สอดคล้องกับซูรายา สัสดีวงศ์ (2555) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งพบว่า การเรียนที่ผู้เรียนถูกกระตุ้นให้มีโอกาสฝึกใช้ความคิดตอบคำถามจากครู มีโอกาสได้พูด แสดงความคิดเห็น ได้ลงมือทำด้วยตนเองและได้ทำงานร่วมกับเพื่อน มีการอภิปรายในชั้นเรียน ส่งผลให้นักเรียนฝึกการแสดงออกเกี่ยวกับความคิดของตนเอง รู้จักคิดวิเคราะห์

ขั้นที่ 3 ขั้นพัฒนาทักษะ เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ฝึกให้นักเรียนสร้างแบบจำลอง โดยมีสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายกับที่เคยเรียนรู้แล้ว มีการช่วยเหลือนักเรียนที่พบอุปสรรคในการแก้ปัญหาโดยใช้คำถามแนะที่ขึ้นกับวิถีคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในขณะนั้น หรือใช้คำแนะนำเพื่อขยายความคิดสำหรับนักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้ ส่งผลให้นักเรียนได้มีการฝึกทักษะ ได้ทบทวนสิ่งที่ได้เรียน สอดคล้องกับบรูเนอร์ (Bruner, 1969) และเลอ บลานซ์ และคณะ (Le Blance et al., 1980) ที่ได้ให้คำแนะนำว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ ส่งเสริมกระตุ้นการเรียนรู้ และสร้างแรงจูงใจ ครูต้องให้การช่วยเหลือ เตรียมคำถามที่ช่วยกระตุ้นความคิด

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปสิ่งที่เรียนรู้ เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและข้อสรุปทั่วไปที่ได้จากการเรียนการสอนและการจัดกิจกรรม มีการอภิปรายเปรียบเทียบแนวทางหรือการสร้างโมเดลเพื่อแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาที่เรียนทั้งหมดในวันนั้น ได้สรุปใจความสำคัญสามารถนำไปใช้ต่อยอดได้ สอดคล้องกับทิสนา แคมมณี (2548, 281 – 282) ที่กล่าวว่า การสรุปความรู้จะทำให้นักเรียนจัดสิ่งที่เรียนให้เป็นระบบระเบียบ เพื่อให้นักเรียนจดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย

จากที่กล่าวมาข้างต้นทำให้เห็นว่า แนวคิดโมเดลเมธอด แนวคิดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 4 ขั้นนี้ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด มีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบดีขึ้นเป็นลำดับ โดยสามารถเรียงลำดับพัฒนาการจากมากไปหาน้อย ได้เป็น ด้านการแปลงข้อมูลของ

สถานการณ์ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา และด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ

ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ผู้วิจัยได้ฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่อดูว่าสิ่งที่สรุปจากสถานการณ์ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคืออะไร เป็นการให้นักเรียนฝึกความเข้าใจด้วยตัวเอง รู้จักจำแนกแยกแยะ ในระยะแรกนักเรียนจะลอกข้อความจากสถานการณ์ปัญหามาตอบ โดยมีทั้งข้อความที่มีประโยชน์และข้อความที่ไม่มีประโยชน์ ผู้วิจัยจึงต้องฝึกให้นักเรียนสรุปสิ่งที่นักเรียนอ่าน โดยให้นักเรียนแบ่งอ่านข้อความสถานการณ์ปัญหา และผู้วิจัยจะคอยถามว่า ข้อมูลนี้มีประโยชน์หรือไม่อย่างไร เมื่อนักเรียนตอบแล้ว ผู้วิจัยจะใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนตอบได้ถูกต้อง ทำให้นักเรียนสามารถตอบคำถามส่วนนี้ได้ดีมากขึ้น รู้จักสรุปเป็นข้อความสั้นๆ โดยไม่ได้ลอกข้อความจากสถานการณ์ปัญหา สอดคล้องกับอรรถวรรณ ต้นสุวรรณรัตน์ (2552) ที่ทำการวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ชั้นทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาจะทำให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ว่าโจทย์ปัญหานั้นต้องการทราบอะไร และในโจทย์ปัญหานั้นบอกข้อมูลอะไรมาบ้างที่นำมาสามารถแก้ปัญหาได้

ด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ผู้วิจัยได้นำโมเดลเมธอดมาช่วยให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ผ่านแถบรูปสี่เหลี่ยม ทำให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหามากขึ้น อีกทั้งผู้วิจัยยังฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอแนวคิด โดยผ่านการตอบคำถามและการออกมาวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมหน้าชั้นเรียน หากนักเรียนตอบคำถามหรือวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยจะใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียน ทำให้นักเรียนเข้าใจและฝึกการเรียนรู้มากขึ้นผ่านการตอบคำถามของตัวเอง ซึ่งการวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมได้สอดคล้องกับ บานฮาและคณะ (Ban Har et al., 2008) ที่ทำการศึกษาเรื่อง การใช้โมเดลเมธอด เพื่อส่งเสริมการคิดทางพีชคณิตของนักเรียนในระดับประถมศึกษา แล้วพบว่า การใช้โมเดลเมธอดช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการคิดเชิงพีชคณิตเป็นอย่างดี เนื่องจากเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้รูปธรรมอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ปัญหาที่เป็นนามธรรม โดยเสนอผ่านแบบจำลองรูปสี่เหลี่ยมเพื่อให้นักเรียนมองเห็นภาพและเข้าใจความสัมพันธ์มากขึ้น อีกทั้งการใช้คำถามแนะให้รู้คิดได้สอดคล้องกับ สุธารัตน์ สมรรถการ (2556) ที่ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนสอนแบบแนะให้รู้คิด แล้วพบว่า การเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด จะให้ความสำคัญกับการคิด ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตัว

ของนักเรียนเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

ด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ในระยะแรก จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนไม่สามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์พื้นฐานในการแก้สมการได้ เพราะนักเรียนมีพื้นฐานที่ไม่ดีมาตั้งแต่ตอนเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 อีกทั้งบริบทของนักเรียนที่ส่วนใหญ่ทางบ้านประกอบอาชีพทำไร่ทำนา ทำให้นักเรียนต้องมีหน้าที่ช่วยเหลือทางบ้านหลังเลิกเรียน และในวันหยุด ส่งผลให้นักเรียนมีเวลาในการทบทวนบทเรียนน้อยลง ซึ่งการทบทวนบทเรียนได้สอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) และสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ที่เสนอว่า การพัฒนาการแก้ปัญหานักเรียนควรได้รับการเรียนรู้ การฝึกฝน และทบทวนบทเรียนอยู่เสมอ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงได้ทำการสอนพื้นฐานการแก้สมการ ฝึกให้นักเรียนได้แก้สมการด้วยตัวเอง และให้นักเรียนเป็นผู้เสนอแนวคิดในการแก้สมการ โดยพยายามให้นักเรียนบอกเหตุผลถึงแนวทางการแก้สมการ เพื่อผู้วิจัยจะได้ใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนได้ มีการเสริมแรงด้วยการให้รางวัล คำชมเชย ทำให้นักเรียนมีแรงจูงใจในการเรียนมากขึ้น ซึ่งการสอนพื้นฐานการแก้สมการได้สอดคล้องกับสุร กาญจนมยุร (2544: 50) ที่กล่าวว่า การที่นักเรียนจะนำความรู้มาใช้ในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ นักเรียนจะต้องมีทักษะการคิดคำนวณและการแก้สมการ

ด้านการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา เนื่องจากด้านนี้จะต้องนำคำตอบที่ได้จากขั้นตอนการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งเป็นขั้นที่นักเรียนมีปัญหามากที่สุด ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถทำคะแนนด้านนี้ได้ดีเท่าที่ควร ประกอบกับนักเรียนไม่มั่นใจว่าจะตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหาอย่างไร ผู้วิจัยจึงฝึกให้นักเรียนนำเสนอและอภิปรายมากขึ้น เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอความคิดเห็น โดยผู้วิจัยได้รับฟังสิ่งที่นักเรียนเสนอ และใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนเสนอแนวคิดได้ถูกต้อง เมื่อนักเรียนนำเสนอได้แล้วผู้วิจัยได้ฝึกให้นักเรียนสังเกตว่าส่วนใหญ่สิ่งที่ต้องตรวจสอบคืออะไร ซึ่งนักเรียนสามารถตอบได้ว่าเป็นสิ่งที่มีความสัมพันธ์ที่นักเรียนสร้างสมการในขั้นแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ทำให้นักเรียนมีแนวทางในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหามากขึ้น สอดคล้องกับโพลยา (Polya, 1957) ที่กล่าวว่า ขั้นตอนตรวจสอบผลเป็นขั้นที่มีความสำคัญในการแก้ปัญหา เพราะเป็นการตรวจสอบความเข้าใจ ความเป็นเหตุเป็นผลของคำตอบที่ได้ ครูอาจจะถามให้นักเรียนอธิบายวิธีการทำ และสอดคล้องกับคาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al., 1989) ที่กล่าวว่า การประเมินความคิดของนักเรียน ครูจะต้องใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียน และรอฟังคำตอบจากนักเรียน

ซึ่งเหตุผลที่กล่าวมาทั้งหมดจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้นอย่างเป็นลำดับ

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. การนำแนวคิดโมเดลเมธอดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ก่อนที่ครูจะสอนเนื้อหา ครูจะต้องฝึกให้นักเรียนวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมรูปแบบต่างๆ ให้คุ้นเคย ฝึกให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยแสดงในรูปแถบรูปสี่เหลี่ยม เพื่อให้นักเรียนได้เกิดกระบวนการเรียนรู้ มีความเข้าใจถึงการใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลสถานการณ์ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนไม่เคยเรียนรู้มาก่อน และครูจะต้องนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนคาบต่อไป

2. การนำแนวคิดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ครูจะต้องรับฟังสิ่งที่นักเรียนตอบ และให้เวลานักเรียนในการคิด เพื่อที่ครูจะได้ใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนได้ อีกทั้งครูจะต้องวางแผนการใช้คำถาม โดยคาดเดาว่านักเรียนจะตอบคำถามอย่างไร เพื่อที่จะได้เลือกใช้คำถามที่มีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ในการสร้างแถบรูปสี่เหลี่ยม ครูได้ใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างแถบรูปสี่เหลี่ยมได้ ดังนั้นการใช้คำถามจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นในการจัดการเรียนการสอน

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ระหว่างการทดลองผู้วิจัยได้สังเกตเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด สามารถพัฒนาตัวแปรความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ เพราะในระหว่างการเรียนการสอนนักเรียนมีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ออกมาในรูปแบบแถบรูปสี่เหลี่ยมและสมการทางพีชคณิต ซึ่งมีพัฒนาการที่ดีขึ้นตามลำดับ จึงน่าจะมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเรื่องนี้ต่อไป

2. ระหว่างการทดลองผู้วิจัยได้สังเกตเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด สามารถพัฒนาตัวแปรความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เพราะการเรียนการสอนมีการเชื่อมโยงเนื้อหาเกี่ยวกับชีวิตจริงหรือกับศาสตร์อื่นๆ ทำให้นักเรียนต้องรู้จักเชื่อมโยงเนื้อหาที่เรียนได้ จึงน่าจะมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเรื่องนี้ต่อไป

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- กรมวิชาการ. (2545). คู่มือจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กฤษฎา วรพิน. (2554). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กุลกาญจน์ สุวรรณรักษ์. (2556). การศึกษาผลสัมฤทธิ์และเจตคติทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการหั่งและการตวง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการประถมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- จิตติมา คงเมือง. (2553). การส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการวาดแบบจำลอง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต. สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ชัยวัฒน์ อ้อยป่าอจ. (2552). ผลของการใช้แนวการสอนแนะให้รู้จักคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ซูรายา สัสดีวงศ์. (2555). การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ณัฐกานต์ รักรักษา. (2552). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาคุุณศึกษิต. สาขาวิชา หลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทศพร จันท์คง. (2544). Mathematical Model. กรุงเทพฯ: ม.ป.พ. เอกสารโรเนียว.
- ทิตนา แคมมณี. (2548). รูปแบบการเรียนการสอน : ทางเลือกที่หลากหลาย. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- ธีรวัฒน์ นาคะบุตร. (2546). ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model). คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สถาบันราชภัฏนครปฐม.
- บุญชัย ภิญโญอนันตพงษ์. (2555). การสร้างเสริมทักษะกระบวนการคิดสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ (ยุทธวิธีการแก้ปัญหา). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่ง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปริฉัตร จันท์หอม. (2555). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และ โมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธี ทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12 - 15. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- _____. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ปรีชาญ เดชศรี. (2555). บทสรุปผลการวิจัย TIMSS 2011. สืบค้นเมื่อ 1 กรกฎาคม 2557, จาก http://www.ipst.ac.th/files/executive%20TIMSS%202011_PPT.pdf.
- ปฤคณี พจนา. (2555). ผลของการใช้เทคนิคเอสคิวอาร์คิวซีคิวในการแก้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- พรทิพา โสภักดิ์. (2552). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่องการประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยกลวิธีที่หลากหลาย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต. สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ยงยุทธ ทองจำรุณ. (2553). การส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ เอสเอส ซี เอส สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต. สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- วนิช สุรารัตน์. (2547). ความคิดและความคิดสร้างสรรค์. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วิชัย พานิชย์สว. (2545). สอนอย่างไรให้เด็กแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับ สิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- _____. (2552). การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI): รูปแบบหนึ่งของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา. 21(1).
- ศศิธรา พิชัยชาญณรงค์. (2556). การวัดและการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา. สืบค้นเมื่อ 1 กรกฎาคม 2557, จาก http://www.grandassess.com/images/introc_1354782412/1177.pdf.
- ศศิณภา กาละปลูก. (2552). การวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชนเผ่าล้าหู่ โดยใช้กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมาน. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต. สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ .(2557). รายงานผลทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ม.6 ปีการศึกษา 2556. สืบค้นเมื่อ 1 กรกฎาคม 2557, จาก <http://niets.or.th>.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2545). แนวทางการจัดการเรียนรู้.

กรุงเทพฯ: ครูสภา.

_____. (2555). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.

_____. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บริษัท 3-คิว มีเดียจำกัด.

สมวงศ์ แปลงประสพโชค; และสมเดช บุญประจักษ์. (2545). กิจกรรมส่งเสริมการคิดและแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์, กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ครูสภาลาดพร้าว.

สุคนธ์ สิ้นธพานนท์, วรรัตน์ วรรณเลิศลักษณ์ และพรณี สิ้นธพานนท์. (2555). พัฒนาทักษะการคิด
...ตามแนวปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด 9119 เทคนิควิธีคิด.

สุรารัตน์ สมรรถการ. (2556). การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียง
สับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและ
ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์
ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีน
ครินทร์วิโรฒ.

สุพัตรา เสี่ยงเอี่ยม. (2554). การพัฒนาแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ
โพลยาและเทคนิคการวาดรูปบาร์โมเดล เรื่องการบวก ลบ คูณ และหาร สำหรับนักเรียนชั้น
ประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะ
ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร.

สุรสาล ผาสุข. (2546). การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และ
ผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย.
วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีน
ครินทร์วิโรฒ.

สุวรร กายจนมยุร. (2544). เทคนิคการใช้สื่อ เกม และของเล่นคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ:
ไทยวัฒนาพานิช.

สุวิทย์ มูลคำ. (2547). กลยุทธ์การสอนคิดแก้ปัญหา. กรุงเทพฯ : ห้างหุ้นส่วนจำกัดภาพพิมพ์.

อรรวรรณ ต้นสุวรรณรัตน์. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาการเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เอนก จันทร์จำรูญ. (2545). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ภาษาอังกฤษ

Amy Bray. (2012). A Few things you will hear or see in a CGI Math classroom. [Online]. Available from: <https://sites.google.com/a/leanderisd.org/teacher-tips-and-resources/best-practices/cgi-classroom>. [2014, Aug 5]

Ban Har, Yeap et al. (2008). Using a Model Approach to Enhance Algebraic Thinking in the Elementary School Mathematics Classroom. Algebra and algebraic thinking in school mathematics. Nation Council of Teachers of Mathematics, Reston Virginia USA.

Bednarz, N., & Janvier, B. (1996). Emergence and development of algebra as a Problem-solving: Continuities and discontinuities with arithmetic. In N.

Billstein, R.; Libeskind, S.; & Lott, J. (1997). A Problem Solving Approach to Mathematics. New York: Addison Wesley Longman.

Bitter, Gary G. (1990). Mathematics Methods for the Elementary and Middle School: A Comprehensive Approach, Boston: Allyn & Bacon.

Bloom, Benjamin S. (1956). Taxonomy of Education Objective Handbook: Cognitive Domain. New York: David Mackey Company, Inc.

Bokil. (2009). Introduction to Mathematical Modeling. MTH 323: Spring 2009.

- Bruner, S. (1966). Studies in Cognitive Growth: A Collaboration at the Center for Cognitive Studies. New York: John Wiley and Son.
- Bruner, L. S. (1969). The Process of Education. Massachusetts: Harvard University Press.
- Carpenter, T.P. et al. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. American Educational research Journal. 26(4): 499-531.
- _____. (1999). Children's mathematics: cognitively guided instruction. Portsmouth, NH: Heinemann.
- _____. (2000). Cognitively guided instruction: A research – based teacher professional development program for elementary school mathematics. National Center for Improving Student Learning Achievement in Mathematics and Science.
- Charles, R.; Lester, F.; & O'Daffer, P.. (1987). How to Evaluate Progress in Problem Solving. Reston, Virginia: NCTM.
- Dan Guericke. (2015). Characteristics of Cognitively Guided Instruction Classroom. [Online]. Available from: <http://midcentral-coop.org/uploads/Characteristics%20of%20a%20CGI%20Classroom.pdf>. [2014, Aug 5]
- Debbie Lane. (2013). Tape Diagrams. [Online]. Available from: <http://www.northwestmathconf.org/nwmc2013/SessionSlides/Lane/NWMath2013TapeDiagrams.pdf>. [2014, Aug 5]
- Dickerson, V.M. (1999). The Impact of problem - posing instruction on the mathematical problem solving achievement of seventh grades. Dissertation Abstracts International. (UMI No. 9931793).
- English, L. D., Fox, J. L., & Watters, J. J. (2005). Problem posing and solving with mathematical modeling. Teacher Children Mathematics, 12(3), 156 – 163.
- Eyler, E.C. (1989). The Effect of Metacognition on Mathematics Problem Solving. Dissertation Abstracts International. 50(70). 1971(A).

- Fennema, E. et al. (1993). Using children's knowledge in instruction. American Educational research Journal. 27(4): 555 – 583.
- Fennema, E., Carpenter, T.P., & Peterson, P.L. (1989). Teachers' decision making and cognitively guided instruction: A new paradigm for curriculum development. In Clements, K. & Ellerton, N.F. (Eds), Facilitating change in mathematics education. Geelong, Victoria, Australia: Deakin University Press.
- Fiksdal, Janel Kay. (1996). The Effects of Instruction in Heuristics of the Use of Problem Solving Strategies and Problem Solving Performance of Preservice Elementary Education Majors. [Online]. Available from: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED395828.pdf>. [2014, Aug 5]
- Foong Pui Yee. (2007). Problem Solving in Mathematics. In Teaching Primary School Mathematics: A Resource Book. Lee Peng Yee. Pp. 54 – 81. Singapore: McGraw – Hill Education (Asia).
- Frank Swetz,& J.S. Hartzler. (1991). Mathematical Modeling in the Secondary School Circulum. The National Council Of Teachers Of Mathematics, INC. United States of America.
- Giordano, F.R.,& Weir. M.D. (1985). A First Course in Mathematical Modeling. California: Brooks cole.
- Hank, J. E. (1998). Native american pedagogy and cognitive based mathematics instruction. NY: Garland Press.
- Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. Journal of Education Psychology, 91(4), 29, 684.
- Hendricks C. (2013). The Effects of Cognitively Guided Instruction on Mathematics Achievement of Second Grade Children. Degree of Doctor of Education: Walden University.

- Hiebert, J.C. et al. (1997). Making sense: teaching and learning mathematics with understanding. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Hong, K. T., Mei, Y. S., & Lim, J. (2009). The Singapore model method for learning mathematics. Singapore: EPB Pan Pacific.
- Jackson, L. (2000). Increasing Critical Thinking Skills to Improve Problem - Solving Ability in Mathematics. Master of Arts Action Research Project. Graduate Faculty, Saint Xavier University.
- Kang. (2012). Teaching Mathematical Modeling in School Mathematics. ICME – 12, 2012.
- Kennedy, L., & Tippis, S. (1994). Guiding Children's Learning of Mathematics. Belmont, California: Wadsworth Publishing Company, Inc.
- Kerr, Jr., Donald R. and Maki, Daniel. (1979). Mathematical Models to Provide Applications in the Classroom. Application in School Mathematics 1979 Yearbook. P. 1 – 7. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Kevin, M. (2012). Effects of Singapore's model method on elementary student problem - solving performance: single subject research. Degree of Doctor of Education: Northeastern University.
- Kho, T.H. (1987). Mathematical models for solving arithmetic problems. Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education. Singapore: Institute of Education.
- _____. (2009). The Singapore Model Method for Learning Mathematics. Panpac Education Private Limited. Singapore.
- Kintsch, W. & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. Psychological Review, 92, 109 – 129.

- Krulik, S., Rudnick, J. (1993). Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teacher. Boston: Allyn & Bacon.
- Le Blance, J. F., Proudfit, L., and Putl, I. J. (1980). Teaching Problem Solving in the Elementary School. Virginia: Nation Council of Teachers of Mathematics.
- Lester, F.K. (1977). Idea about problem solving in elementary school: some education psychological considerations. Columbia, Ohio: ERIC/SEAC.
- Lisa, E. (2010). Raise the bar on problem solving. Teaching children mathematics, 156 - 165.
- Looi, C., & Lim, K. (2009). From bar diagrams to letter-symbolic algebra: A technology - enabled bridging. Journal of Computer Assisted Learning, 25(4), 358-374.
- March, L. G., & Cooke, N. L. (1996). The effects of using manipulatives in teaching math problem solving to students with learning disabilities. Learning Disabilities Research & Practice, 11(1), 58 – 65.
- Mary M. & Sandra M. (2009). Developing Mathematical Discourse Through CGI Problem Solving: Professional Partnerships in Primary Grade Bilingual Classrooms. [Online]. Available from:
http://math.arizona.edu/~cemela/english/content/workingpapers/NCTM_09_Marshall.pdf [2015, Sep 30]
- Megan L., Noreen M., & Angela G. (2009). Teacher Questioning to Elicit Students' Mathematical Thinking in Elementary School Classrooms. Journal of Teacher Education, 60, 380 – 392.
- Montague, M., & Jitendra, A. K. (2006). Teaching mathematics to middle school students with learning difficulties. Guilford Publications. New York.
- M.Thirunavukkarasu. (2014). Effectiveness of Bar Model in Enhancing the Learning of Mathematics at Primary Level. International Journal of Teacher Educational Research, 3, 1: 15 – 22.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, Virginia: NCTM.
- _____. (2000). Principles and standards for School Mathematics. Reston, Virginia: NCTM.
- Ng, S. F. (2003). How Secondary Two Express Stream Students Used Algebra and the Model Method to Solve problems. The Mathematics Educator, 7, 1: 1 - 17.
- Ng, S. F., & Kerry, L. (2005). How primary five pupils use the model method to solve word problems. The Mathematics Educator, 9, 1: 60 - 83.
- _____. (2009). Model Method: Singapore children's tool for representing and solving algebra word problems. Journal for Research in Mathematics Education, 40(3), 282 – 313.
- Pape, S. J., & Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation(s) in developing mathematical understanding. Theory into Practice, 40(2), 118.
- Peterson; et al. (1991); Franke; & Weishaupt. (2004). Using Children's Thinking to Teach Mathematics. Available from: http://www.connect.gseis.ucla.edu/lib/exe/fetch.php?media=connections:1998_conn_spring.pdf. [2014, Aug 5]
- Polya, G. (1957). How to Solve It. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- _____. (1980). On Solving Mathematical Problems in High School. In Problem Solving in School Mathematics: 1980 Yearbook. Reston, Virginia: NCTM.
- Rays, Robert E.; et al. (2004). Helping Children Learn Mathematics. 7th ed. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Schurter, W.A. (2002). Comprehension monitoring: An aid to mathematical problem solving. Journal of Development Education, 26(2), 22.
- Susan B. (2015). What Does a CGI Classroom Look Like? [Online]. Available from: http://macmillanmh.com/FL/mathconnects_econsultant/assets/rsrcharticles/cgi_classroom.pdf. [2014, Aug 5]

- Swee, F. N., & Lee, K. (2009). The model method: Singapore children's tool for representing and solving algebraic word problems. Journal for Research in Mathematics Education, 40(3), 282 - 313.
- Van, Garderen D. (2006). Spatial Visualization, Visual Imagery and Mathematical Problem Solving of Students with Varying Abilities. Dissertation Abstracts International. 39(6) : 496.
- Weir, John Joseph. (1974). Problem Solving is Everybody's Problem. Science Teacher: 16 – 18.
- Wilson, J W.; Fernandez, M. L; & Hadaway, N. (1993). Mathematical Problem Solving. In Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics. New York: Macmillan Publish Company.
- Wistrom. (2012). CGI – An Approach to Teaching Mathematics. [Online]. Available from: <http://www.brighthubeducation.com/lesson-plans-grades-3-5/6935-introduction-to-cognitively-guided-instruction-math/> [2014, Aug 5]
- Yan Kow Cheong. (2002). The Model Method in Singapore. The Mathematics Educator, 6, 2: 47 - 64.



ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY



กรอบแนวคิดการวิจัย

แนวคิดโมเดลเมธอด

เป็นแนวคิดในการแก้ปัญหา โดยการศึกษาความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อสร้างแบบจำลองความสัมพันธ์ของสถานการณ์ ปัญหาที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรม โดยใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมเป็นสื่อ เพื่อสร้างสมการทางพีชคณิต แล้วนำไปใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งแนวคิดโมเดลเมธอดมีรายละเอียดของแบบจำลองแบ่งเป็น 3 แบบ คือ

1. แบบจำลองแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็น ส่วนๆ
2. แบบจำลองแบบเปรียบเทียบ
3. แบบจำลองแบบแสดงการเปลี่ยนแปลง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

1. ขั้นเตรียมความพร้อม

- ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่ต้องการศึกษา โดยให้นักเรียนตอบคำถามเป็นรายบุคคล หรือ ายกลุ่ม โดยคำถามของครูจะขึ้นอยู่กับคำตอบของนักเรียนซึ่งสะท้อนพื้นฐานความรู้ที่มี เพื่อให้ นักเรียนได้แสดงความคิดของตนเองออกมา และนำไปสู่เป้าหมายหรือคำตอบที่ครูต้องการด้วยตนเอง
- ครูสังเกตการตอบคำถามว่านักเรียนมีความรู้เดิมหรือไม่ ถ้าพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้เดิม ครูต้องทบทวนความรู้

2. ขั้นจัดกิจกรรม

- ครูนำเสนอเนื้อหาใหม่และตัวอย่างสถานการณ์ปัญหา โดยครูและนักเรียนร่วมกันหาความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยครูจะใช้คำถามและตามฐานความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนสร้างแบบจำลองแทนความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา หลังจากนั้นนำแบบจำลองมาสร้างสมการทางพีชคณิต เพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา
- ครูให้สถานการณ์ปัญหาแก่นักเรียน โดยครูจะให้เวลาให้นักเรียนในการคิดและหาวิธีการแก้ปัญหา ได้เผชิญกับปัญหา มีความอดทนและมุ่งมั่นในการแก้ปัญหา เรียนรู้ในข้อผิดพลาดของการแก้ปัญหา ซึ่งการทำกิจกรรมจะร่วมกันเป็นกลุ่ม
- ครูให้นักเรียนเสนอแนวคิดที่ใช้แก้สถานการณ์ปัญหา โดยหากกลุ่มที่มีปัญหาครูจะใช้คำถามและตามสิ่งทีนักเรียนเสนอ และรอฟังคำตอบจากนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดได้ถูกต้องสมบูรณ์

3) ขั้นพัฒนาทักษะ

ครูให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ฝึกให้นักเรียนสร้างแบบจำลอง โดยมีสถานการณ์ที่คล้ายกับที่เคยเรียนรู้แล้ว มีการช่วยเหลือให้นักเรียนที่พบอุปสรรคในการแก้ปัญหาโดยใช้คำถามและที่ให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในขณะนั้น หรือให้คำแนะนำเพื่อขยายความคิดสำหรับนักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้

4) ขั้นสรุปสิ่งที่เรียนรู้

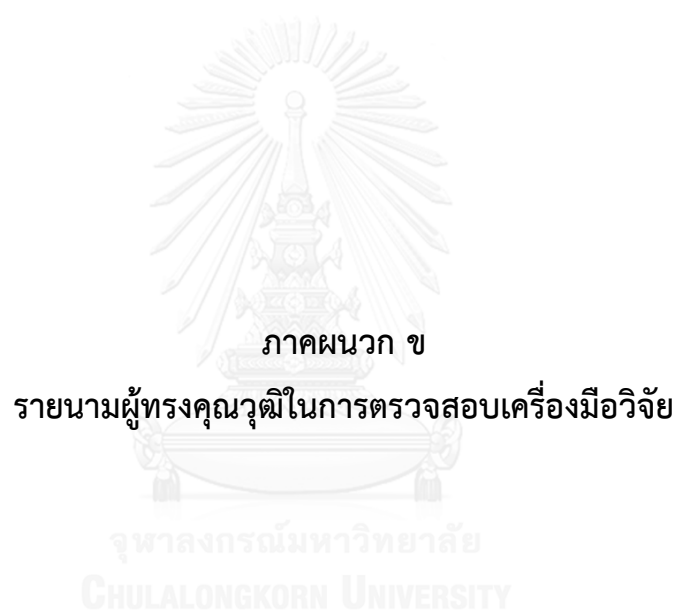
ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและข้อสรุปทั่วไปที่ได้จากการเรียนการสอนและการจัดกิจกรรม มีการอภิปรายเปรียบเทียบแนวทางหรือการสร้างโมเดลเพื่อแก้ปัญหา โดยใช้คำถามและหรือนำแก่นักเรียนที่ยังสรุปเนื้อหาไม่ได้

* คำถามของครูจะมี 4 ลักษณะ คือ คำถามทั่วไป คำถามเฉพาะ คำถามที่เป็นลำดับเฉพาะ และ คำถามนำ

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แนวคิดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

เป็นแนวคิดในการเรียนการสอน ที่อยู่บนพื้นฐานความคิดตามความเข้าใจของนักเรียนซึ่งเกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน แล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ที่เน้นให้นักเรียนได้สร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเองผ่านสถานการณ์ปัญหาและการแก้ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียนคิดอย่างต่อเนื่องจนเกิดการเรียนรู้



รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร อาจารย์ประจำคณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญญาสา แซ่หล่อ อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์และ
เทคโนโลยีอุตสาหกรรม
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
3. อาจารย์ วัฒนิตา นำแสงวานิช อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ฝ่ายมัธยม



ภาคผนวก ค

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 2919



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

28 พฤษภาคม 2558

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายธีรพล พากเพียรกิจ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน ในระหว่างการทำนิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” โดยมี อาจารย์ ดร.จิมดิษฐ์ ละออบักซิม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นาวินิตย์ สงคราม)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 2920



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

28 พฤษภาคม 2558

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญญา แซ่หล้อ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายธีรพล พากเพียรกิจ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” โดยมี อาจารย์ ดร.จันทิษฐ์ ละออปักษิม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นาวินิตย์ สงคราม)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680-82 ต่อ 612



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82680-2 ต่อ 612
 ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58-2921 วันที่ 28 พฤษภาคม 2558
 เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน รองคณบดีและผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม

ด้วย นายธีรพล พากเพียรกิจ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน ในระหว่างการทำนิพนธ์วิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” โดยมี อาจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักฉิม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ วัฒนิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ วัฒนิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 2922

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

28 พฤษภาคม 2558

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสถาพรวิทยา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายธีรพล พากเพียรกิจ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน ในระหว่างการทำนิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” โดยมี อาจารย์ ดร.จินตวิษณุ ละออปักษิณ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบวัดเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด และแบบสัมภาษณ์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นวนนิตย์ สงคราม)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 2923



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

28 พฤษภาคม 2558

เรื่อง ขอตกลงใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบางเลนวิทยา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายธีรพล พากเพียรกิจ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน ในระหว่างการศึกษาปริญญาโท เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” โดยมี อาจารย์ ดร.จิมดิษฐ์ ละออปักชิน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้อง ทดลองใช้เครื่องมือ คือแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อ ประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นาวนิตย์ สงคราม)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680-82 ต่อ 612

ภาคผนวก ง
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนการทดลอง

คำชี้แจงในการตอบ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบสอบชนิด ๑ ๓ ๓ ๓ จำนวน 4 ข้อ คะแนนเต็มข้อละ 12 คะแนน โดยมีเวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที ซึ่งการตอบคำถามในแต่ละข้อย่อยให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- 1) ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา และระบุสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้
- 2) แปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิต
- 3) ดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีคิด เพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสรุปคำตอบที่ได้
- 4) ตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา ให้นักเรียนดำเนินการตรวจสอบ เพื่อตัดสินใจว่าคำตอบนั้นๆ มีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา หรือให้เหตุผลเพื่อแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

สถานการณ์ที่ 1



พ่อมีเงินอยู่จำนวนหนึ่งต้องการแบ่งให้ลูก 2 คน โดยที่พ่อแบ่งให้ลูกคนโตไป $\frac{1}{5}$ ของจำนวนเงินที่มีอยู่ และแบ่งให้ลูกคนเล็กอีก 50 บาท ปรากฏว่าลูกทั้งสองคนมีเงินรวมกันเป็น 250 บาท จงหาว่าเดิมพ่อมีเงินเท่าไร

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา และระบุสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ (3 คะแนน)

สิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา คือ

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ

2) แปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา

ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิต (3 คะแนน)

กำหนดตัวแปร

ความสัมพันธ์

สมการ

3) ดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา

ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสรุปคำตอบที่ได้ (3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ

4) ตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา

ให้นักเรียนดำเนินการตรวจสอบ เพื่อตัดสินใจว่าคำตอบนั้นๆ มีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา หรือให้เหตุผลเพื่อแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ (3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนการทดลอง

สถานการณ์ที่ 1



พ่อมีเงินอยู่จำนวนหนึ่งต้องการแบ่งให้ลูก 2 คน โดยที่พ่อแบ่งให้ลูกคนโตไป $\frac{1}{5}$ ของจำนวนเงินที่มีอยู่ และแบ่งให้ลูกคนเล็กอีก 50 บาท ปรากฏว่าลูกทั้งสองคนมีเงินรวมกันเป็น 250 บาท จงหาว่าเดิมพ่อมีเงินเท่าไร

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (P1)

ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา และระบุสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ (3 คะแนน)

สิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา คือ

- พ่อแบ่งเงินให้ลูก 2 คน
- พ่อแบ่งเงินให้ลูกคนโตไป $\frac{1}{5}$ ของจำนวนเงินที่มีอยู่
- พ่อแบ่งเงินให้ลูกคนเล็ก 50 บาท
- ลูกทั้งสองคนมีเงินรวมกัน 250 บาท

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ เดิมพ่อมีเงินเท่าไร

2) แปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา (P2)

ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิต (3 คะแนน)

ให้ เดิมพ่อมีเงิน x บาท

พ่อแบ่งเงินให้ลูกคนโตไป $\frac{1}{5}x$ บาท

จาก ลูกทั้งสองคนมีเงินรวมกันเป็น 250 บาท

จะได้ว่า $\frac{1}{5}x + 50 = 250$

หรือ เดิมพ่อมีเงิน x บาท

ให้ลูกคนเล็กไป 50 บาท

ลูกทั้งสองคนมีเงินรวมกันเป็น 250 บาท

ดังนั้น ลูกคนโตได้รับเงิน 200 บาท

จะได้ว่า $\frac{1}{5}x = 200$

3) ดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา (P3)

ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสรุปคำตอบที่ได้ (3 คะแนน)

$$\text{จาก } \frac{1}{5}x + 50 = 250$$

$$\text{จะได้ } \frac{1}{5}x = 200$$

$$\text{นั่นคือ } x = 1000$$

$$\text{จาก } \frac{1}{5}x = 200$$

$$\text{จะได้ } x = 1000$$

สรุปคำตอบ เดิมพ่มีเงิน 1,000 บาท

4) ตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา (P4)

ให้นักเรียนดำเนินการตรวจสอบ เพื่อตัดสินใจว่าคำตอบนั้นๆ มีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา หรือให้เหตุผลเพื่อแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ (3 คะแนน)

เดิมพ่มีเงิน 1,000 บาท

แบ่งให้ลูกคนโต $\frac{1}{5}$ ของจำนวนเงินที่มีอยู่ นั่นคือแบ่งให้ $\frac{1}{5}(1000) = 200$ บาท

แบ่งให้ลูกคนเล็ก 50 บาท

จะได้ว่า ลูกทั้งสองคนมีเงินรวมกันเป็น $200 + 50 = 250$ บาท

ซึ่งสอดคล้องกับที่โจทย์กำหนด

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังการทดลอง

คำชี้แจงในการตอบ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบสอบชนิด อดันัย จำนวน 6 ข้อ คะแนนเต็มข้อละ 12 คะแนน โดยมีเวลาในการทำแบบทดสอบ 90 นาที ซึ่งการตอบคำถามในแต่ละข้อย่อยให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1) ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา และระบุสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้

2) แปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิต

3) ดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีคิด เพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสรุปคำตอบที่ได้

4) ตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา ให้นักเรียนดำเนินการตรวจสอบ เพื่อตัดสินใจว่าคำตอบนั้นๆ มีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา หรือให้เหตุผลเพื่อแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

สถานการณ์ที่ 1



ปัจจุบันภูอายุมากกว่าธีร์ 3 ปี อีก 5 ปี ชำนาญอัตราส่วนของอายุของภูและอายุของธีร์เป็น 7 : 6 อยากทราบว่าปัจจุบันภูและธีร์อายุเท่าไร

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา และระบุสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ (3 คะแนน)

สิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา คือ

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ

2) แปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา

ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิต (3 คะแนน)

กำหนดตัวแปร

ความสัมพันธ์

สมการ

3) ดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา

ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสรุปคำตอบที่ได้ (3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ

4) ตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา

ให้นักเรียนดำเนินการตรวจสอบ เพื่อตัดสินใจว่าคำตอบนั้นๆ มีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา หรือให้เหตุผลเพื่อแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ (3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังการทดลอง

สถานการณ์ที่ 1



ปัจจุบันภูอายุมากกว่าธีร์ 3 ปี อีก 5 ปี ข้างหน้าอัตราส่วนของอายุของภูและอายุของธีร์เป็น 7 : 6 อยากทราบว่าปัจจุบันภูและธีร์อายุเท่าไร

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (P1)

ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา และระบุสิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา และสิ่งที่โจทย์ต้องการทำได้ (3 คะแนน)

สิ่งที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหา คือ

- ปัจจุบันภูอายุมากกว่าธีร์ 3 ปี
- อีก 5 ปี ข้างหน้าภูก็มีอายุมากกว่าธีร์ 3 ปี
- อีก 5 ปี ข้างหน้าอัตราส่วนของอายุของภูและอายุของธีร์เป็น 7 : 6

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ ปัจจุบันภูและธีร์อายุเท่าไร

2) แปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา (P2)

ให้นักเรียนกำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาเป็นสมการทางพีชคณิต (3 คะแนน)

ให้ ปัจจุบันธีร์อายุ x ปี

ปัจจุบัน

ธีร์

x

ภู

x	3
-----	---

อีก 5 ปี ข้างหน้า

ธีร์

x	5
-----	---

ภู

x	3	5
-----	---	---

จากแถบรูปสี่เหลี่ยมจะได้ว่า $\frac{x+8}{x+5} = \frac{7}{6}$

3) ดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา (P3)

ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงวิธีคิดเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งสรุปคำตอบที่ได้ (3 คะแนน)

$$\text{จาก } \frac{x+8}{x+5} = \frac{7}{6}$$

$$\text{จะได้ } 6(x+8) = 7(x+5)$$

$$6x+48 = 7x+35$$

$$\text{นั่นคือ } 13 = x$$

สรุปคำตอบ ปัจจุบันธีร์อายุ 13 ปี และภูอายุ $13+3=16$ ปี

4) ตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา (P4)

ให้นักเรียนดำเนินการตรวจสอบ เพื่อตัดสินใจว่าคำตอบนั้นๆ มีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา หรือให้เหตุผลเพื่อแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ (3 คะแนน)

ปัจจุบันธีร์อายุ 13 ปี และภูอายุ 16 ปี

อีก 5 ปี ข้างหน้า ธีร์อายุ 18 ปี และภูอายุ 21 ปี

จะได้ว่า อัตราส่วนของอายุของภูและอายุของธีร์คิดเป็น $\frac{21}{18} = \frac{7}{6}$

ซึ่งสอดคล้องกับที่โจทย์กำหนด



แผนการจัดการเรียนรู้รายคาบ

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระยะเวลา 50 นาที
 คาบที่ 3 เรื่อง ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน ครูผู้สอน นายธีรพล พากเพียรกิจ
 (โมเดลเมธอดแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ)

สาระที่ 4 : พีชคณิต

สาระที่ 6 : ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

- มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา
- ม.2/1 : แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ
- มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง ความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
- ม.1 – 3/1 : ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา
- ม.1 – 3/2 : ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
- ม.1 – 3/3 : ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
- ม.1 – 3/4 : ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน
- ม.1 – 3/5 : เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

บอกหลักการของการนำโมเดลเมธอดแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในเรื่องปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนสามารถ

1. ใช้โมเดลเมธอดแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ แก้ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในเรื่องปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้
2. ให้เหตุผลถึงวิธีการสร้างแถบรูปสี่เหลี่ยมและการสร้างสมการพีชคณิต และแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
3. ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแถบสี่เหลี่ยม เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหาได้
4. นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในเรื่องปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความเชื่อมั่นในตัวเอง
3. ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

สาระสำคัญ

การนำโมเดลเมธอดแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในเรื่องปัญหาเกี่ยวกับจำนวน มีหลักการ ดังนี้

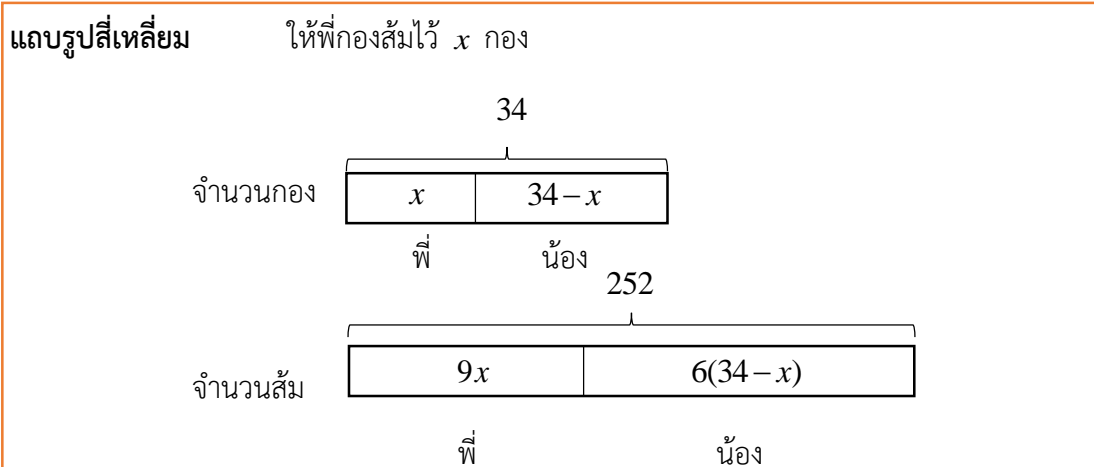
- 1) พิจารณาโจทย์แล้วจำแนกว่า โจทย์ให้อะไรเป็นส่วนทั้งหมด และให้อะไรเป็นส่วนย่อย
- 2) สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือสิ่งที่นำไปสู่สิ่งที่ต้องการหา
- 3) นำข้อมูลแต่ละส่วนมาวาดเป็นแถบรูปสี่เหลี่ยม โดยใช้ตัวแปรที่สมมติให้สอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้
- 4) สร้างสมการโดยใช้ความสัมพันธ์ของแถบรูปสี่เหลี่ยม

สาระการเรียนรู้

สถานการณ์ที่ 1



พี่น้องสองคนช่วยกันเก็บส้มในสวน ได้ส้มรวมกัน 252 ผล คนพี่กองส้มของตนไว้กองละ 9 ผล คนน้องกองไว้กองละ 6 ผล นับส้มรวมกันได้ทั้งหมด 34 กอง จงหาจำนวนส้มที่แต่ละคนเก็บได้



สมการ $9x + 6(34 - x) = 252$

ดำเนินการหาคำตอบ

จะได้ $9x + 204 - 6x = 252$

$$3x = 48$$

$$x = 16$$

ดังนั้น พี่เก็บส้มได้ $9 \times 16 = 144$ ผล

น้องเก็บส้มได้ $6(34 - 16) = 108$ ผล

ตรวจสอบคำตอบ

พี่กองส้มไว้ทั้งหมด 16 กอง และน้องกองส้มไว้ทั้งหมด $34 - 16 = 18$ กอง

นั่นคือ ส้มของพี่และน้องรวมกันได้ 34 กอง

ซึ่งพี่จะเก็บส้มได้ $9 \times 16 = 144$ ผล และน้องจะเก็บส้มได้ $6 \times 18 = 108$ ผล

นั่นคือ ส้มของพี่และน้องรวมกันได้ 252 ผล

ซึ่งสอดคล้องกับที่โจทย์กำหนด

สถานการณ์ที่ 2



ปรีดามีเงินจำนวนหนึ่ง เขาใช้เงินสองในสามของที่มีอยู่ซื้อหนังสือ แล้วซื้อขนมอีก 8 บาท ปรากฏว่าเขาเหลือเงิน 35 บาท จงหาว่าเดิมนามีเงินเท่าใด

แถบรูปสี่เหลี่ยม

ให้ปรีดามีเงิน $3x$ บาท

ปรีดามีเงิน	x	x	x
ซื้อหนังสือ	x	x	
ซื้อขนม			8
			35

สมการ

$$3x = 2x + 8 + 35$$

ดำเนินการหาคำตอบ

$$\text{จะได้ } x = 43$$

$$\text{ดังนั้น ปรีดามีเงิน } 3 \times 43 = 129 \text{ บาท}$$

ตรวจสอบคำตอบ

$$\text{ปรีดามีเงิน } 129 \text{ บาท}$$

$$\text{ซื้อหนังสือ } \frac{2}{3} \times 129 = 86 \text{ บาท}$$

$$\text{ซื้อขนม } 8 \text{ บาท}$$

$$\text{ดังนั้น จะเหลือเงิน } 129 - 86 - 8 = 35 \text{ บาท}$$

ซึ่งสอดคล้องกับที่โจทย์กำหนด

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นเตรียมความพร้อม (เวลา 5 นาที)

ครูนำเข้าสู่บทเรียน เพื่อสร้างความน่าสนใจในเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้กิจกรรม “เลขมายา” ซึ่งครูให้นักเรียนนี้กจำนวนเต็มที่ชอบไว้ 1 จำนวน และดำเนินตามขั้นตอนต่อไปนี้

- 1) คูณจำนวนนั้นด้วย 4
- 2) บวกผลลัพธ์ที่ได้ด้วย 20
- 3) แล้วยหารด้วย 2

ครูสุ่มนักเรียนขึ้นถามคำตอบสุดท้ายที่ได้ 2 คน เพื่อทายตัวเลข หลังจากนั้นครูจะเฉลยว่าทำไมครูถึงสามารถทายตัวเลขของนักเรียนได้ ก่อนสรุปว่า “นี่คือส่วนหนึ่งของปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน” ซึ่งจะเป็นสิ่งที่ได้เรียนในวันนี้

ขั้นจัดกิจกรรม (เวลา 30 นาที)

1. ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่ 1 และถามนักเรียนว่า “จากสถานการณ์ปัญหาเราจะรู้ได้อย่างไรว่าต้องใช้โมเดลเมธอดแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ” (โจทย์ให้ข้อมูลทั้งหมดมา และมีการแบ่งข้อมูลเป็นส่วนๆ”

2. ครูให้นักเรียนอธิบายว่าโจทย์ข้อนี้ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง และโจทย์ต้องการหาอะไร โดยครูสุ่มเรียกนักเรียนตอบคำถาม เมื่อคนแรกตอบแล้ว จะให้เรียกเพื่อนคนต่อไปจนตอบครบสมบูรณ์

3. หลังจากที่นักเรียนตอบคำถามแล้วครูถามต่อว่า “มีส้มทั้งหมด 34 กอง ซึ่งเรารู้หรือยังว่าพีเก็บได้กี่กอง น้องเก็บได้กี่กอง” (ยัง) ครูถามต่อว่า “แสดงว่าถ้าครูให้พีเก็บส้มได้ x กอง จะได้ว่าน้องเก็บส้มได้กี่กอง” ครูรอฟังคำตอบจากนักเรียน ถ้านักเรียนตอบไม่ได้ครูจะใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียน เช่น

- หากนักเรียนตอบว่า “ตอบไม่ได้ เพราะโจทย์ไม่ได้ให้มา” ครูจะใช้คำถามว่า “มีส้มทั้งหมด 34 กอง ถ้าพีเก็บได้ 10 กอง น้องจะเก็บได้กี่กอง”
- หากนักเรียนตอบว่า “น้องเก็บส้มได้ $x-34$ กอง” ครูจะใช้คำถามว่า “แสดงว่าพีและน้องมีส้มรวมกันทั้งหมดกี่กอง”
- หากคำตอบเป็นอย่างอื่น ครูจะใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนในขณะนั้น

4. เมื่อนักเรียนเห็นความสัมพันธ์แล้ว ครูจะสุ่มนักเรียนออกมาช่วยครูวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมคนละขั้นตอนจนวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมได้สมบูรณ์

5. ครูใช้คำถามว่า “พีทองส้มไว้ทงละ 9 ผล แสดงว่าถ้าพีทงส้มได้ x ทง จะมีส้มทงหมดเท่าไร” ครูรอฟังคำตอบจากนักเรียน ถ้านักเรียนตอบไม่ได้ครูจะใช้คำถามณะตามฐานความคิดของนักเรียน เช่น

- หากนักเรียนตอบว่า “ตอบไม่ได้ เพราะไม่รู้ว้าพีทงส้มได้กี่ทง” ครูจะใช้คำถามว่า “พีทงส้มไว้ทงละ 9 ผล แสดงว่าถ้าพีทงส้มได้ 2 ทง จะมีส้มทงหมดเท่าไร”
- หากนักเรียนตอบว่า “พีทงส้มทงหมด $x+9$ ผล” ครูจะใช้คำถามว่า “เดี๋ยวครูจะวาดรูปให้ดู และให้นักเรียนลองตรวจว้าสิ่งที่ตอบใช่หรือไม่”
- หากคำตอบเป็นอย่างอื่น ครูจะใช้คำถามณะตามฐานความคิดของนักเรียนในขณะนั้น

6. เมื่อนักเรียนเห็นความสัมพันธ์แล้วครูจะให้นักเรียนคิดเพื่อหาจำนวนส้มทงหมดของน้อง หลังจากนั้นครูจะสุ่มนักเรียนออกมาช่วยครูวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมคนละชั้นตอนจนวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมได้สมบูรณ์

7. ครูนำเข้าสู่การสร้างสมการโดยดูความสัมพันธ์จากแถบรูปสี่เหลี่ยม โดยให้นักเรียนช่วยกันนำเสนอ

8. หลังจากทีนักเรียนเห็นความสัมพันธ์สร้างสมการได้แล้ว ครูได้นำสมการทีนักเรียนตอบมาดำเนินการหาคำตอบ ถ้านักเรียนไม่สามารถดำเนินการหาคำตอบได้ ครูจะถามความคิดเห็นว้ามีใครเห็นด้วยกับเพื่อนทีตอบบ้าง เพื่อแบ่งกลุ่มตามสิ่งที่นักเรียนตอบ หลังจากนั้นครูจะใช้คำถามณะตามสิ่งที่นักเรียนตอบเพื่อให้นักเรียนคิดตาม เช่น

- หากนักเรียนตอบว่า “ $9x + 6(34 - x) = 9x + 204 - x$ ” ครูจะใช้คำถามว่า “ไหนลองอธิบายให้ครูฟัง ว้าบรรทัดนี้มาอย่างไร”
- หากนักเรียนตอบว่า “นำ $9x$ ไปลบออกจากทงสองข้างของสมการ” ครูจะใช้คำถามว่า “ไหนนักเรียนลองดำเนินการต่อให้ครูดู ว้าเป็นอย่างไร”
- หากคำตอบเป็นอย่างอื่น ครูจะใช้คำถามณะตามฐานความคิดของนักเรียนในขณะนั้น

9. ครูให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยครูให้นักเรียนช่วยกันตอบ

10. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการนำโมเดลเมธอดแบบแบ่งข้อมูลทงหมดออกเป็นส่วนๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โดยครูสุ่มนักเรียนมาช่วยเขียนคนละชั้นตอนจนเสร็จสมบูรณ์

11. ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่ 2 ให้นักเรียนฝึกการสร้างแถบรูปสี่เหลี่ยม โดยครูให้เวลานักเรียนคิดอย่างอิสระ เพื่อหาวิธีในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง หากนักเรียนไม่สามารถทำได้ โดย

ครูดูจากการตอบคำถามหรือสิ่งที่นักเรียนเขียน ซึ่งครูจะใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียน เช่น

- หากนักเรียนตอบว่า “ไม่รู้ว่าจะเริ่มทำอะไร” ครูจะใช้คำถามว่า “ข้อนี้โจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง”
- หากนักเรียนสมมติให้ปริตามีเงิน x บาท และวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมเป็นแถบรูปสี่เหลี่ยมยาว x ครูจะใช้คำถามว่า “ปริต่าใช้เงินในการซื้อหนังสือสองในสามของเงินทั้งหมด แสดงว่าปริต่ามีเงินทั้งหมดกี่ส่วน”
- หากคำตอบเป็นอย่างอื่น ครูจะใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนในขณะนั้น

12. ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมาแสดงวิธีทำ 2 คน เพื่อเปรียบเทียบสิ่งที่นักเรียนทำ โดยครูจะต้องรับฟังสิ่งนักเรียนเสนอ ซึ่งครูอาจใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนเพิ่มเติม เช่น

- หากนักเรียนสร้างสมการ $3x - 2x - 8 = 43$ และ $3x = 2x + 8 + 35$ ครูจะใช้คำถามว่า “ไหนนักเรียนลองเปรียบเทียบว่าแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร”
- หากนักเรียนสร้างสมการ $3x = 2x + 8 + 35$ และ $x = \frac{2}{3}x + 8 + 35$ ครูจะใช้คำถามว่า “นักเรียนสร้างแถบรูปสี่เหลี่ยมที่แตกต่างกัน ไหนนักเรียนลองเปรียบเทียบคำตอบว่าแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร แถบรูปสี่เหลี่ยมแบบไหนมีประสิทธิภาพมากกว่ากัน”
- หากคำตอบเป็นอย่างอื่น ครูจะใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนในขณะนั้น

13. ครูเสริมแรงจูงใจให้กับนักเรียน โดยให้นักเรียนในห้องปรบมือให้กับเพื่อนที่ออกมาแสดงวิธีการแก้ปัญหา

14. นักเรียนในห้องช่วยกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ หลังจากนั้นครูขอให้นักเรียนในห้องช่วยกันให้เหตุผล โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นพัฒนาทักษะ (เวลา 10 นาที)

ครูให้นักเรียนฝึกการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล โดยทำใบกิจกรรมที่ 3 ฝึกให้นักเรียนสร้างแบบจำลอง โดยมีสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายกับที่เคยเรียนรู้แล้ว ซึ่งครูช่วยเหลือนักเรียนที่พบอุปสรรคในการแก้ปัญหาด้วยคำถามแนะที่ขึ้นอยู่กับวิธีคิดแก้ปัญหาของนักเรียนในขณะนั้น เช่น

- หากนักเรียนตอบว่า “ไม่รู้ว่าพ่อและแม่มีเงินรวมกันเท่าไร” ครูจะใช้คำถามว่า “ถ้าพ่อให้เงินมา 20 บาท พ่อและแม่จะมีเงินรวมกันเท่าไร”

- หากนักเรียนวาดแถบรูปสี่เหลี่ยมแทนจำนวนเงินรวมทั้งหมดของลูกยาวไม่เท่ากับจำนวนเงินรวมทั้งหมดของพ่อและแม่ ครูจะใช้คำถามว่า “พ่อและแม่แบ่งเงินให้ลูกแล้วเหลือเงินหรือไม่”
- หากคำตอบเป็นอย่างอื่น ครูจะใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนในขณะนั้น หรือครูใช้คำแนะนำเพื่อขยายความคิดสำหรับนักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาได้ เช่น
- ถ้าพ่อให้เงินมา 30 บาท หลังแบ่งให้ลูกแล้วจะเหลือเงินเท่าไร
- ถ้าต้องการแบ่งเงินให้ลูกคนละ 30 บาท พ่อต้องเพิ่มเงินอีกเท่าไร

ขั้นสรุปสิ่งที่เรียนรู้ (เวลา 5 นาที)

1. ครูสรุปสิ่งที่เรียนรู้โดยให้นักเรียนช่วยกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนในวันนี้ ครูฟังสิ่งที่เรียนตอบและใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนมาครบถ้วน เช่น

- หากนักเรียนตอบขั้นตอนการนำโมเดลเมธอดไปใช้แก้ปัญหาไม่ครบถ้วน ครูจะให้นักเรียนกลับไปดูสถานการณ์ปัญหาที่ได้ทำมา เพื่อดูว่านักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างไร
- หากนักเรียนตอบว่า “โมเดลเมธอดแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ โจทย์จะต้องให้ข้อมูลส่วนทั้งหมดมา” ครูจะใช้คำถามว่า “ให้ข้อมูลส่วนทั้งหมดมาแล้วต้องให้ข้อมูลส่วนอะไรมาด้วย”
- หากคำตอบเป็นอย่างอื่น ครูจะใช้คำถามแนะตามฐานความคิดของนักเรียนในขณะนั้น

2. ครูให้นักเรียนกลับไปทำการบ้านแบบฝึกทักษะที่ 3 ข้อ 1 และ 2 โดยนำมาส่งในคาบหน้า และให้กลับไปหาคำตอบใน 2 ประเด็นเพื่อมาตอบในคาบหน้า โดยประเด็นคือ

- กิจกรรม “เลขมายา” จำเป็นหรือไม่ที่ต้องให้เลขเป็นจำนวนเต็ม
- จากสถานการณ์ปัญหาที่ 2 เรารู้เลยหรือไม่ว่า x คืออะไร

สื่อการเรียนรู้

เอกสารประกอบการเรียน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานเรื่อง ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน

การวัดและการประเมินผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
ด้านความรู้				
นักเรียนสามารถบอกหลักการของการนำโมเดลเมธอดแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็น ส่วนๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในเรื่องปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้	การตอบคำถาม	คำถามในชั้นจัดกิจกรรม	นักเรียนตอบได้ถูกต้อง	
ด้านทักษะ/กระบวนการ				
1. นักเรียนสามารถใช้โมเดลเมธอดแบบแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็น ส่วนๆ แก้ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในเรื่องปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้	การทำตัวอย่างในเอกสารประกอบการเรียน	เอกสารประกอบภาครเรียน	- นักเรียนที่สุ่มมาแสดงวิธีทำบนกระดานทำได้ถูกต้อง - นักเรียนในห้องทำสถานการณ์ปัญหาที่ 2 และใบกิจกรรมที่ 3 ได้มากกว่า 80% ของนักเรียนทั้งหมด	

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
2. นักเรียนสามารถให้เหตุผลถึงวิธีการสร้างแถบรูปสี่เหลี่ยมและการสร้างสมการพีชคณิต และแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้	การตอบคำถาม	คำถามในชั้นจัดกิจกรรม	นักเรียนให้เหตุผลได้ถูกต้อง	
3. นักเรียนสามารถใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ในรูปแถบรูปสี่เหลี่ยมเพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหาได้	การนำเสนอ	สิ่งที่นักเรียนเขียน	นักเรียนนำเสนอแถบรูปสี่เหลี่ยมได้ถูกต้อง	
4. นักเรียนสามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในเรื่องปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้	การนำเสนอ	สิ่งที่นักเรียนเขียน	นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง	
ด้านคุณลักษณะ				
1. มีความรับผิดชอบ	พฤติกรรมที่แสดงออก	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนได้คะแนนรวมร้อยละ 60 ขึ้นไป	
2. มีความเชื่อมั่นในตนเอง	พฤติกรรมที่แสดงออก	แบบสังเกตพฤติกรรม		
3. ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน	พฤติกรรมที่แสดงออก	แบบสังเกตพฤติกรรม		

บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผลการจัดการเรียนรู้

.....
.....

2. ปัญหาและอุปสรรคที่พบ

.....
.....

3. แนวทางการแก้ไขปัญหาและข้อเสนอแนะ

.....
.....

ลงชื่อ

(นายธีรพล พากเพียรกิจ)



แบบสังเกตพฤติกรรมแบบองค์รวม

วันที่ เดือน พ.ศ.

ห้อง บันทึกโดย

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องพฤติกรรมที่แสดงออก โดยให้พฤติกรรมละ 1 คะแนน**พฤติกรรมที่แสดงถึงนักเรียนมีความรับผิดชอบ**

พฤติกรรม	การแสดงออก
นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ครูมอบหมาย	
นักเรียนช่วยครูคิดตามที่ครูมอบหมาย	
นักเรียนออกมาแสดงวิธีทำหน้าชั้นเรียนตามที่ครูมอบหมาย	

พฤติกรรมที่แสดงถึงนักเรียนมีความเชื่อมั่นในตนเอง

พฤติกรรม	การแสดงออก
นักเรียนตอบคำถามโดยไม่ลังเล	
นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น	
นักเรียนกล้าเผชิญกับสถานการณ์ปัญหา	

พฤติกรรมที่แสดงถึงนักเรียนมีการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

พฤติกรรม	การแสดงออก
นักเรียนช่วยเหลือเพื่อนเมื่อตอบคำถามไม่ได้	
นักเรียนช่วยเหลือครูในการแจกเอกสาร	
นักเรียนให้ความร่วมมือกับครูในการทำกิจกรรม	

พฤติกรรม			รวม (9)	ผลการประเมิน (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
มีความรับผิดชอบ (3)	มีความเชื่อมั่นใน ตัวเอง (3)	ช่วยเหลือซึ่งกัน และกัน (3)		

การผ่านเกณฑ์การประเมิน ต้องได้คะแนนรวมตั้งแต่ 6 คะแนน ขึ้นไป

ใบกิจกรรมที่ 3



พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 50 บาทของแม่ แล้วแบ่งให้ลูก 3 คน ทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 25 บาท จงหาจำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ

แถบรูปสี่เหลี่ยม

สมการ

ดำเนินการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

แบบฝึกทักษะที่ 3



1) ก້องสอบแข่งขันคณิตศาสตร์สองครั้งแต่แต่ละครั้งจำนวนเต็ม 100 คะแนน ครั้งแรกก້องสอบได้ 75 คะแนน เขาต้องสอบครั้งที่ 2 ให้ได้กี่คะแนนจึงจะได้คะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบทั้งสองครั้งเป็น 80 คะแนน

แถบรูปสี่เหลี่ยม

สมการ

ดำเนินการหาคำตอบ

ตรวจสอบคำตอบ



2) พ่อมีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง ถ้าพ่อใช้เงินครึ่งหนึ่งของที่มีอยู่ซื้อเสื้อ ต่อมาใช้เงินสองในสามของที่เหลือซื้อกางเกง และซื้อรองเท้าอีก 300 บาท ปรากฏว่าพ่อเงินหมดพอดี อยากทราบว่าพ่อมีเงินเท่าใด

แถบรูปสี่เหลี่ยม

สมการ

ดำเนินการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 3



พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 50 บาทของแม่ แล้วแบ่งให้ลูก 3 คน ทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 25 บาท จงหาจำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ

แถบรูปสี่เหลี่ยม

ให้พ่อนำเงินมาสมทบ x บาท

เงินพ่อและแม่	x	50
แบ่งให้ลูก	3(25)	

สมการ $x + 50 = 3(25)$

ดำเนินการหาคำตอบ

จะได้ $x + 50 = 75$

$$x = 25$$

ดังนั้น พ่อนำเงินมาสมทบ 25 บาท

ตรวจสอบคำตอบ

พ่อนำเงินมาสมทบ 25 บาท ทำให้มีเงินรวมกับแม่เท่ากับ 75 บาท

แบ่งให้ลูก 3 คน จะได้คนละ $\frac{75}{3} = 25$ บาท

ซึ่งสอดคล้องกับที่โจทย์กำหนด

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายธีรพล พากเพียรกิจ เกิดวันที่ 24 เมษายน พ.ศ.2533 ที่อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2555 และเข้าศึกษาต่อหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2556

