บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและแนวเหตุผล

ระบบทางกายภาพหลายระบบมีพฤติกรรมที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระมากกว่าหนึ่งตัวแปร แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้บรรยายพฤติกรรมของระบบดังกล่าวจึงอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation หรือ PDE) ซึ่งทำให้ปริภูมิสถานะของระบบมีมิติเป็นอนันต์ ดังนั้นการออกแบบตัวควบคุมที่ทำให้เสถียรสำหรับระบบเหล่านี้จึงนับได้ว่าเป็นปัญหาที่น่าสนใจและท้าทายมากอย่างหนึ่ง ในรอบหลายปีที่ผ่านมา ได้มีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบตัวควบคุมที่ทำให้เสถียรสำหรับระบบเหล่านี้อย่างกว้างขวาง ไม่ว่าจะเป็นสมการความร้อน สมการคลื่น หรือสมการคาน ซึ่งการควบคุมนั้นอาจจะเป็นการควบคุมแบบกระจาย (distributed control) หรือการควบคุมที่ขอบ (boundary control) ก็ได้

คานเรย์ลี (Rayleigh beam) เป็นแบบจำลองแบบหนึ่งของคานอ่อนตัว ซึ่งได้จากการเพิ่มผลของความเฉื่อยการหมุนเข้าไปในแบบจำลองคานออยเลอร์-แบร์นูลลี และละเลยผลของการเปลี่ยนรูปร่างเนื่องจากแรงเฉือนในแบบจำลองคานตีโมเชนโค [1] แบบจำลองคานเรย์ลีมักใช้ในการบรรยายพฤติกรรมของระบบเพลาของมอเตอร์ [2], [3] ซึ่งมีความจำเป็นในการออกแบบตัวควบคุมเพื่อป้องกันการสั่นของเพลามอเตอร์ไม่ให้เกิดความเสียหายแก่ระบบ

ในงานวิจัยนี้ได้เลือกวิธีการแปลงก้าวถอยหลัง (backstepping method) ในการออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะที่ขอบสำหรับคานเรย์ลีปลายยึด (clamped-end) ซึ่งถือเป็นแนวทางที่เข้าใจได้ง่ายและหลีกเลี่ยงการใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูง หลักการทั่วไปสำหรับวิธีนี้คือ พยายามหาการแปลงซึ่งแปลงระบบที่เราต้องการควบคุมไปสู่ระบบที่มีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง (exponentially stable system) ซึ่งมักจะเป็นระบบที่มีการหน่วงที่ขอบ (boundary damping system) นอกจากนี้หลักการเดียวกันยังสามารถใช้ในการออกแบบตัวสังเกตกรณีไม่ร่วมตำแหน่ง (noncolocated observer) ได้อีกด้วย

1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา

ในช่วงเวลาหลายปีที่ผ่านมา มีงานวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบตัวควบคุมที่ทำให้เสถียรสำหรับคานเรย์ลี แต่วิธีเหล่านี้ได้ใช้แนวทางระบบมิติอนันต์ในการพิสูจน์เสถียรภาพของระบบวงวนปิด ซึ่งต้องอาศัยความรู้คณิตศาสตร์ขั้นสูงได้แก่ ทฤษฎีกึ่งกลุ่ม ทฤษฎีบทตัวแทนรีสซ์ และการวิเคราะห์สเปกตรัม เป็นอย่างมาก เช่น

- Rao [4] ได้ออกแบบตัวควบคุมที่ขอบที่ทำให้เสถียรสำหรับคานเรย์ลีปลายยึด โดยใช้การป้อนกลับแบบหน่วงที่ขอบกรณีร่วมตำแหน่ง (colocated) เพื่อควบคุมโมเมนต์และแรงเฉือน และพิสูจน์เสถียรภาพแบบเอกรูป (uniform stability) ของระบบวงวนปิดโดยการแสดงว่าตัวก่อกำเนิดน้อยยิ่ง (infinitesimal generator) ของระบบวงวนปิดก่อกำเนิดกึ่งกลุ่มหดตัว (contraction semigroup)

- Rao [5] ได้ใช้ทฤษฎีกึ่งกลุ่มร่วมกับการวิเคราะห์หาอัตราการลดลงที่เหมาะที่สุด (optimal decay rate) ของฟังก์ชันพลังงานในการพิจารณาเสถียรภาพของคานเรย์ลีปลายยึดทั้งสองด้าน ซึ่งได้มีการพิจารณาผลของการหน่วงหนืด (viscous damping) ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วย

- Ammari, Liu และ Tucsnak [6] ได้ออกแบบตัวควบคุมที่ทำให้เสถียรสำหรับคานเรย์ลีปลายหมุด (hinged-end) สองอันต่อกัน โดยใช้การป้อนกลับโมเมนต์และแรงเฉือนที่จุดต่อของคานและใช้การวิเคราะห์หาอัตราการลดลงของฟังก์ชันพลังงาน เพื่อหาเงื่อนไขของตำแหน่งจุดต่อที่ทำให้ระบบวงวนปิดมีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง ซึ่งจะได้ว่าอัตราส่วนระหว่างตำแหน่งจุดต่อกับความยาวทั้งหมดของคานจะต้องเป็นจำนวนตรรกยะซึ่งมีตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มคี่ เมื่อเขียนในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ

- Wang, Xu และ Yung [7] ได้ต่อยอดงานวิจัยของ Rao [4] โดยได้ออกแบบตัวควบคุมที่ขอบที่ทำให้เสถียรสำหรับคานเรย์ลีปลายยึดแบบไม่เอกรูป (nonuniform Rayleigh beam) โดยใช้การป้อนกลับแบบหน่วงที่ขอบกรณีร่วมตำแหน่งควบคุมโมเมนต์และแรงเฉือน และแสดงให้เห็นว่าฟังก์ชันลักษณะเฉพาะของระบบวงวนปิดก่อเป็นมูลฐานรีสซ์ในปริภูมิฮิลเบิร์ต พร้อมทั้งให้รูปแบบเชิงเส้นกำกับของค่าลักษณะเฉพาะ ซึ่งทุกตัวจะมีส่วนจริงน้อยกว่าศูนย์เมื่อเลือกอัตราขยายการป้อนกลับอย่างเหมาะสม ทำให้เมื่อใช้เงื่อนไขการเติบโตที่กำหนดด้วยสเปกตรัม (spectrum-determined growth condition) จะพิสูจน์ได้ว่าระบบวงวนปิดมีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง

- Wang, Xu และ Yung [8] ได้ต่อยอดงานวิจัยของ Rao [5] โดยได้แสดงว่าคานเรย์ลีปลายยึดทั้งสองด้านแบบไม่เอกรูปที่มีการพิจารณาผลของการหน่วงหนืดเป็นระบบเชิงสเปกตรัมรีสซ์ (Reisz-spectral system) พร้อมทั้งให้รูปแบบเชิงเส้นกำกับของค่าลักษณะเฉพาะ ซึ่งเมื่อใช้เงื่อนไขการเติบโตที่กำหนดด้วยสเปกตรัมจะพบว่าระบบมีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง ถ้าเทอมหน่วงหนืดดังกล่าวมีค่ามากกว่าศูนย์

- Guo, Wang และ Yung [9] ได้ออกแบบตัวควบคุมที่ขอบที่ทำให้เสถียรกรณีร่วมตำแหน่งสำหรับระบบแขนกลอ่อนตัวที่หมุนรอบจุดตรึง โดยการควบคุมแรงบิด ซึ่งได้ใช้แบบจำลองคานเรย์ลีในการบรรยายพฤติกรรมของแขนกล และแสดงว่าระบบวงวนปิดเป็นระบบเชิงสเปกตรัมรีสซ์ พร้อมทั้งให้รูปแบบเชิงเส้นกำกับของค่าลักษณะเฉพาะ ซึ่งทุกตัวจะมีส่วนจริงน้อยกว่าศูนย์เมื่อเลือกอัตราขยายการป้อนกลับอย่างเหมาะสม ทำให้เมื่อใช้เงื่อนไขการเติบโตที่กำหนดด้วยสเปกตรัมจะได้ว่าระบบวงวนปิดมีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง

- Weiss และ Curtain [10] ได้ออกแบบตัวควบคุมที่ขอบที่ทำให้เสถียรกรณีร่วมตำแหน่งสำหรับคานเรย์ลีปลายหมุด โดยการควบคุมโมเมนต์และแรงเฉือน ซึ่งใช้การวัดสัญญาณที่จุดใด ๆก็ได้ (ไม่จำเป็นต้องเป็นที่ปลายคาน) เพียงจุดเดียวของคาน และแสดงว่าระบบวงวนปิดมีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง

- Guo, Wang และ Zhou [11] ได้ออกแบบตัวควบคุมที่ทำให้เสถียรสำหรับคานเรย์ลีปลายหมุดสองอันต่อกัน โดยใช้การวัดสัญญาณที่จุดต่อของคาน และใช้การควบคุมที่ขอบกรณีร่วมตำแหน่งร่วมกับการควบคุมแบบกระจาย นอกจากนี้ได้แสดงว่าระบบวงปิดเป็นระบบเชิงสเปกตรัมรีสซ์ พร้อมทั้งใช้เงื่อนไขการเติบโตที่กำหนดด้วยสเปกตรัมในการระบุช่วงของอัตราขยายการป้อนกลับที่ทำให้ระบบวงวนปิดมีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง

สำหรับงานวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับการออกแบบระบบควบคุมมิติอนันต์โดยวิธีการแปลงก้าวถอยหลัง ได้แก่

- Liu และ Krstic [12] ได้ใช้วิธีการแปลงก้าวถอยหลังร่วมกับการพิจารณาฟังก์ชันเลียปูนอฟ (Lyapunov function) ในการออกแบบตัวควบคุมที่ขอบสำหรับสมการเบอร์เกอร์ซึ่งเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไม่เชิงเส้น ทำให้ระบบวงวนปิดมีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง นอกจากนี้ยังได้ขยายไปยังกรณีที่ไม่ทราบค่าของพารามิเตอร์บางตัวในระบบ ซึ่งต้องใช้การควบคุมแบบปรับตัว (adaptive control) [13]

- Smyshlyaev และ Krstic [14] ได้ใช้การแปลงปริพันธ์ก้าวถอยหลังในการออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะที่ขอบทั้งการขับเร้าแบบดีรีเคล (Dirichlet actuation) และการขับเร้าแบบนอยมันน์ (Neumann actuation) สำหรับสมการความร้อนที่ไม่เสถียร ซึ่งสามารถแสดงได้ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์-ปริพันธ์ย่อยแบบพาราโบลิก โดยได้แปลงระบบดังกล่าวไปเป็นระบบที่มีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง พร้อมทั้งหาผลเฉลยในรูปแบบปิดของสมการเคอร์เนล (kernel equation) ที่ใช้ในการแปลง ในกรณีที่เทอมปริพันธ์มีค่าเป็นศูนย์และพารามิเตอร์ทุกตัวเป็นค่าคงตัว นอกจากนี้ยังได้ใช้วิธีเดียวกันในการออกแบบตัวสังเกตทั้งในกรณีร่วมตำแหน่งและไม่ร่วมตำแหน่ง เพื่อใช้ในการประมาณสถานะและสร้างตัวควบคุมป้อนกลับสัญญาณออกที่ขอบ [15] และได้ขยายไปสู่การออกแบบตัวควบคุมแบบปรับตัวโดยใช้วิธีการต่าง ๆ เช่น ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟแบบลอการิทึม [16], ใช้ตัวระบุแบบกสานติ์ (passive identifier) [17] และใช้ตัวระบุแบบสับเปลี่ยน (swapping identifier) [18] เป็นต้น

- Krstic, Siranosian และ Smyshlyaev [19] ได้ใช้การแปลงปริพันธ์ก้าวถอยหลังในการออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะที่ขอบและตัวสังเกตในกรณีไม่ร่วมตำแหน่ง ควบคุมมุมหมุนและการกระจัดตามขวางสำหรับคานตีโมเชนโคเรียวยาว (slender Timoshenko beam) ที่มีปลายอิสระ (free-end) ที่มีการพิจารณาผลของตัวหน่วงเคลวิน-ฟอจ์ท (Kelvin-Voigt damping) ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเดิมมีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลังอยู่แล้ว แต่สามารถใช้ตัวควบคุมดังกล่าวในการปรับปรุงพฤติกรรมของระบบวงวนปิดเช่น เพิ่มส่วนเผื่อเสถียรภาพ (stability margin) เพื่อให้ระบบวงวนปิดเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้รวดเร็วขึ้น โดยเลือกค่าพารามิเตอร์ให้เหมาะสม

- Krstic, Balogh และ Smyshlyaev [20] ได้ใช้การแปลงปริพันธ์ก้าวถอยหลังในการออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะที่ขอบและตัวสังเกตในกรณีไม่ร่วมตำแหน่ง ควบคุมมุมหมุนและแรงเฉือนสำหรับคานเฉือนปลายอิสระซึ่งมีแรงที่แปรผันตรงกับการกระจัดตามขวางกระทำที่ปลายอิสระ ทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพ ซึ่งตัวควบคุมดังกล่าวจะทำให้ระบบมีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง และได้จำลองผลตอบสนองของระบบวงวนปิดไว้ด้วย

1.3 วัตถุประสงค์

1. เพื่อออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะที่ขอบที่ทำให้เสถียรสำหรับคานเรย์ลีปลายยึด ด้วยวิธีการแปลงก้าวถอยหลัง
2. เพื่อออกแบบตัวสังเกตที่ใช้การวัดสัญญาณที่ปลายอีกด้านหนึ่งของคานเท่านั้น

1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1. ออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะที่ขอบและตัวสังเกตกรณีไม่ร่วมตำแหน่งสำหรับคานเรย์ลีปลายยึด เพื่อให้ได้ระบบวงวนปิดที่มีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง
2. จำลองแบบผลตอบสนองของระบบวงวนเปิด และระบบวงวนปิด ด้วยวิธีเชิงตัวเลข

1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. ค้นคว้าและศึกษาบทความเกี่ยวกับการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการแปลงก้าวถอยหลัง คานเรย์ลี และการคำนวณเชิงตัวเลข
2. ออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะที่ขอบและตัวสังเกตกรณีไม่ร่วมตำแหน่งสำหรับคานเรย์ลีปลายยึด และแสดงว่าระบบวงวนปิดมีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง
3. หาสมการเคอร์เนลของการแปลง และแสดงกราฟของเคอร์เนลต่าง ๆ ที่ใช้ในตัวควบคุมและตัวสังเกตที่ออกแบบ
4. จำลองแบบผลตอบสนองของระบบวงวนเปิด และระบบวงวนปิด

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ตัวควบคุมป้อนกลับสถานะที่ขอบและตัวสังเกตกรณีไม่ร่วมตำแหน่งสำหรับคานเรย์ลีปลายยึด เพื่อให้ได้ระบบวงวนปิดที่มีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง

1.7 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์

ในบทถัดไปเราจะเสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์ของคานเรย์สี และแปลงแบบจำลองดังกล่าวเพื่อใช้ในการพิจารณาต่อไป ในบทที่ 3 เราจะใช้การแปลงก้าวถอยหลังในการออกแบบตัวควบคุมป้อนกลับสถานะที่ขอบและตัวสังเกตกรณีไม่ร่วมตำแหน่ง โดยจะแปลงระบบที่ต้องการควบคุมไปสู่ระบบเป้าหมายและแสดงว่าระบบวงวนปิดมีพฤติกรรมเช่นเดียวกับระบบเป้าหมาย ในบทที่ 4 เราจะพิสูจน์ว่าระบบเป้าหมายมีเสถียรภาพแบบเลขชี้กำลัง โดยใช้การขยายผลจากวิธีการของเลียปูนอฟ ในบทที่ 5 เราจะแสดงกราฟของเคอร์เนลต่าง ๆ ที่ใช้ในตัวควบคุมและตัวสังเกตที่ออกแบบ และจำลองแบบผลตอบสนองของระบบวงวนเปิด และระบบวงวนปิด ทั้งกรณีใช้การป้อนกลับสถานะ และการป้อนกลับสัญญาณออก