

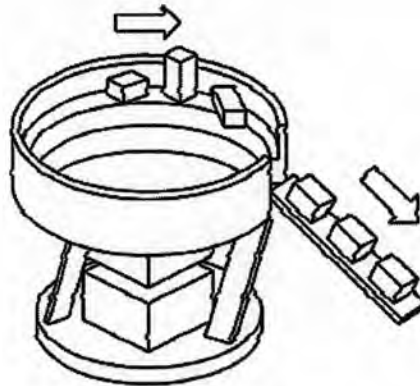
## บทที่ 2



# สนามแรงที่โปรแกรมได้

### 2.1 จุดแรกเริ่ม : เครื่องจัดวัตถุอัตโนมัติ

แต่เดิมแล้ว เครื่องจักรที่ทำหน้าที่จัดชิ้นส่วนให้ได้ตำแหน่งและทิศทางที่ต้องการใช้งานนั้น มักจะเป็นไปในรูปของอุปกรณ์ที่เหมาะสมเฉพาะสำหรับชิ้นส่วนรูปแบบนั้นๆ ตายตัว ตัวอย่างเช่น Vibratory bowl feeder ดังตัวอย่างในรูปที่ 2.1 ก็เป็นเครื่องมือที่จัดตำแหน่งและทิศทางของชิ้นส่วนต่างๆ โดยอาศัยตัวกรองที่เป็นชิ้นส่วนกล ทำหน้าที่คัดกรองชิ้นส่วนที่ไม่ได้ตำแหน่งและทิศทางที่ต้องการ ไม่ให้ผ่านไปสู่กระบวนการถัดไปได้ เป็นต้น



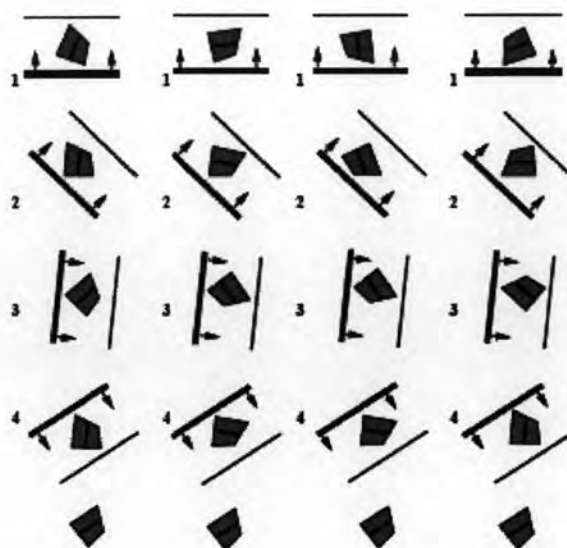
รูปที่ 2.1: Vibratory Bowl Feeder

อย่างไรก็ตาม วิธีการในลักษณะดังกล่าว ก็มีข้อเสียอย่างร้ายแรงในกรณีที่ชิ้นส่วนที่ต้องการจัดมีการเปลี่ยนแปลง หรือแม้แต่ในกรณีที่ชิ้นส่วนหรือวัตถุแบบเดิม แต่เปลี่ยนตำแหน่ง และ/หรือ ทิศทางที่ต้องการก็ตาม ก็จะต้องเปลี่ยนหรือออกแบบชิ้นส่วนของเครื่องจัดเรียงใหม่ตามไปด้วย

ด้วยเหตุดังกล่าว ทำให้เกิดแนวคิดที่ว่า น่าจะมีวิธีการสร้างเครื่องมือจัดวัตถุ ที่สามารถจัดวัตถุรูปแบบใดๆ ให้ได้ตำแหน่งและทิศทางที่ต้องการ โดยที่ไม่จำเป็นต้องเปลี่ยนแปลงโครงสร้างของเครื่องมือ นั้นแม้เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงรูปแบบของวัตถุหรือรูปแบบของการจัดก็ตามที่ ซึ่งก็คือแนวคิดของเครื่องจัดชิ้นส่วนเอนกประสงค์ (Universal Part Manipulator) นั่นเอง

ตัวอย่างหนึ่งตามแนวคิดดังกล่าวก็คือ การจัดวัตถุด้วยมือจับแบบขนาน (Parallel Gripper) [1] ซึ่ง K.Y.Goldberg นำเสนอไว้ในปี 1992 โดยสามารถหาวิธีออกแบบขั้นตอนการเปลี่ยนทิศทาง "บีบ" ตัวมือจับเป็นลำดับขั้นตอน เพื่อให้วัตถุที่ถูกบีบนั้นเปลี่ยนทิศทางไปจนกระทั่งกลายเป็นทิศทางเดียวเสมอไม่ว่าตอนเริ่มต้น วัตถุจะมีทิศทางอย่างไรก็ตาม ดังตัวอย่างในรูปที่ 2.2

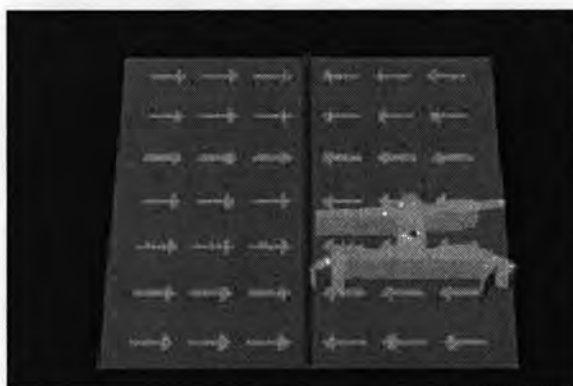
ทั้งนี้ ความซับซ้อนของการออกแบบขั้นตอนดังกล่าว ทั้งในเรื่องของทิศการบีบและจำนวนขั้นตอนทั้งหมด ขึ้นอยู่กับความซับซ้อนของรูปร่างวัตถุ



รูปที่ 2.2: แบบจำลองตัวอย่างการจัดวัตถุด้วย Parallel Gripper

## 2.2 แนวคิดของสนามแรงที่โปรแกรมได้

แนวคิดสนามแรงที่กำหนดหรือโปรแกรมได้ (Programmable Force Field) [2] เป็นแบบจำลองที่ใช้อธิบายการทำงานของอุปกรณ์จัดวัตถุให้อยู่ในรูปของระนาบ 2 มิติ ที่สามารถให้กำเนิดแรงในแนวขนานกับแนวระนาบนั้น กระทำต่อผิวสัมผัสของวัตถุที่วางอยู่บนระนาบนั้นได้ ดังตัวอย่างในรูปที่ 2.3 ทั้งนี้รูปแบบและลักษณะของแรงที่เกิดขึ้น สามารถกำหนดและปรับเปลี่ยนได้



รูปที่ 2.3: แบบจำลองแนวคิดของสนามแรงที่โปรแกรมได้

K.F.Böhringer et. al นำเสนอแนวคิดนี้เป็นครั้งแรกในปี 1994 โดยเริ่มต้นจากความพยายามในการหาแบบจำลองที่อธิบายการทำงานของ การจัดวัตถุด้วย Parallel Gripper โดยแทนการ "บีบ" ตัว Gripper ด้วยแรงที่มีทิศทางพุ่งจากขอบสมมติ 2 ด้านเข้าหาแนวเส้นตรงเส้นหนึ่ง ซึ่งสนามแรงที่ให้แรงในลักษณะดังกล่าวนี้ ต่อมาถูกเรียกว่า Squeezing Field [2] จากนั้นมา ก็เริ่มมีการออกแบบแรงในลักษณะอื่นๆ ภายได้แบบจำลองดังกล่าว เพื่อเป้าหมายในการจัดวัตถุในลักษณะเดียวกัน โดยแรงที่เกิดขึ้นจากสนามแรงจะอยู่ในรูปของ  $F(x, y)$  เมื่อ  $(x, y)$  เป็นพิกัดตำแหน่งใดๆ บนระนาบสนามแรงนั้น

นอกจากนี้ ยังมีการนำเสนอหลักการของการกำเนิดแรง ณ จุดต่างๆ บนสนามแรง ในลักษณะของการกำหนดพลังงานศักย์ให้กับแต่ละจุดบนระนาบสนามแรง [3] โดยแรงที่เกิดจากจุดใดๆ บนสนามแรงนั้น ได้มาจาก การเปลี่ยนแปลงของพลังงานศักย์ ณ จุดนั้นๆ ไปในทิศทางที่พลังงานศักย์ต่ำกว่า กล่าวคือ ถ้าให้  $u(x, y)$  แทนพลังงานศักย์ ณ จุด  $(x, y)$  ใดๆ แล้ว เราจะได้ว่า

$$\hat{\mathbf{F}}(x, y) = \begin{bmatrix} \hat{F}_x(x, y) \\ \hat{F}_y(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{du(x, y)}{dx} \\ -\frac{du(x, y)}{dy} \end{bmatrix}$$

## 2.3 กลศาสตร์ของวัตถุภายใต้สนามแรง

### 2.3.1 นิยามเบื้องต้น

ถ้าให้  $P$  เป็นวัตถุแข็งเกร็งซึ่งมีความหนาแน่นกระจายตัวสม่ำเสมอทั่วพื้นที่วัตถุ วางอยู่บนระนาบสนามแรงใดๆ เพื่อให้การอธิบายถึงหลักการทำงานของสนามแรงและเรื่องอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องมีความเป็นระบบ จึงขอนิยามสัญลักษณ์ที่จำเป็นพื้นฐานสำหรับการอธิบายดังต่อไปนี้

$\rho$ ,  $M$ ,  $A$ , และ  $I_z$  แทนความหนาแน่นต่อพื้นที่, มวล, พื้นที่ และโมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of Inertia) ของวัตถุ  $P$  ตามลำดับ

$xoy$  เป็นระบบพิกัดของระนาบสนามแรง (Global Coordinate System) ซึ่งมีพิกัดเป็น  $(x, y)$  ใดๆ

$XoY$  เป็นระบบพิกัดของระนาบวัตถุ  $P$  (Local Coordinate System) ซึ่งมีพิกัดเป็น  $(X, Y)$  ใดๆ ทั้งนี้ จุด  $(0, 0)$  ในระบบพิกัดนี้จะตรงกับจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ ให้แทนด้วยจุด  $o$

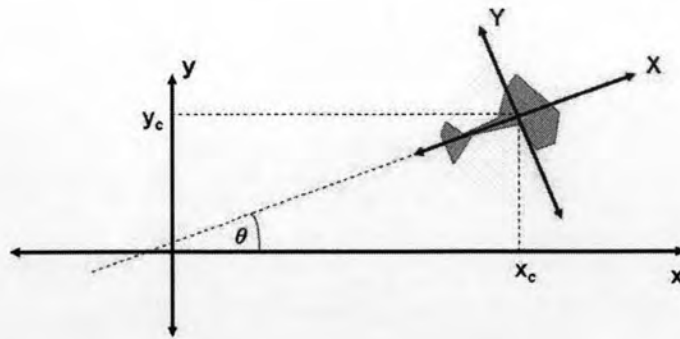
$(x_c, y_c, \theta)$  เป็น configuration ที่บอกถึงตำแหน่งและทิศทางของวัตถุบนระนาบสนามแรง โดยจุด  $(x_c, y_c)$  เป็นตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวล  $o$  ของวัตถุบนระนาบสนามแรง ส่วน  $\theta$  เป็นมุมที่แกนระนาบของวัตถุทำกับแกนระนาบของสนามแรง

ทั้งนี้ การเปลี่ยนระบบพิกัดจากระนาบวัตถุเป็นระนาบสนามแรง เมื่อวัตถุอยู่ ณ configuration  $(x_c, y_c, \theta)$  ดังตัวอย่างในรูป 2.4 สามารถทำได้โดย

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X_\theta \\ Y_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.1)$$

$\hat{\mathbf{F}}(x, y)$ ,  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{T}$  เป็นแรงเนื่องจากสนามแรง ณ จุด  $(x, y)$  ใดๆ บนระนาบสนามแรง, แรงลัพธ์ และทอร์กลัพธ์ เนื่องจากสนามแรงที่มีต่อวัตถุตามลำดับ

$\mathbf{F}_d$ ,  $\mathbf{T}_d$  เป็นแรงและทอร์กลัพธ์เนื่องจากแรงเสียดทาน (ดูในหัวข้อ 2.3.3)



รูปที่ 2.4: ตัวอย่างวัตถุที่อยู่ ณ configuration  $(x_c, y_c, \theta)$

ขณะเดียวกัน การคำนวณค่าพื้นฐานบางอย่างของวัตถุ ก็สามารถทำได้โดยการอินทิเกรตเหนือพื้นที่วัตถุ ดังนี้ คือ

$$A = \int_P \int dX dY \quad (2.2)$$

$$M = \rho A \quad (2.3)$$

$$I_z = \int_P \int [\rho(X^2 + Y^2)] dX dY \quad (2.4)$$

โดยที่  $\int_P \int G(X, Y) dX dY$  คือ การอินทิเกรตฟังก์ชัน  $G(x, y)$  เหนือบริเวณที่อยู่ในขอบเขตของวัตถุ  $P$  ดังกล่าว

อนึ่ง นิยามต่างๆ เหล่านี้ จะถูกใช้ในการอธิบายต่างๆ ตลอดทั้งในหัวข้ออื่นๆ ในวิทยานิพนธ์นี้ นับแต่นี้ไป

### 2.3.2 ผลของสนามแรงที่มีต่อวัตถุ

สำหรับวัตถุใดๆ แรงที่กระทำต่อวัตถุในระนาบ 2 มิติเนื่องจากสนามแรง จะส่งผลต่อการเคลื่อนที่และการหมุนของวัตถุไปพร้อมๆ กัน ในกรณีที่วัตถุเป็นวัตถุเกร็ง (Rigid Body) เราสามารถหาแรงลัพธ์และทอร์กลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุทั้งก้อนเนื่องจากสนามแรงได้ โดยแทนอยู่ในรูปของแรงและทอร์กที่กระทำ ณ ศูนย์กลางมวลของวัตถุ ซึ่งคำนวณได้จาก

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(x_c, y_c, \theta) &= \left( \int_P \int \hat{\mathbf{F}}(x, y) dx dy \right) |_{(x_c, y_c, \theta)} \\ &= \int_P \int \hat{\mathbf{F}}(X_\theta + x_c, Y_\theta + y_c) dX dY \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(x_c, y_c, \theta) &= \left( \int_P \int \begin{bmatrix} x - x_c \\ y - y_c \end{bmatrix} \times \hat{\mathbf{F}}(x, y) dx dy \right) |_{(x_c, y_c, \theta)} \\ &= \int_P \int \begin{bmatrix} X_\theta \\ Y_\theta \end{bmatrix} \times \hat{\mathbf{F}}(X_\theta + x_c, Y_\theta + y_c) dX dY \end{aligned} \quad (2.6)$$

นอกเหนือจากแรงลัพธ์และทอร์กลัพธ์แล้ว พลังงานศักย์ของวัตถุทั้งก้อน ณ configuration ใดๆ ก็สามารรถคำนวณได้จาก

$$\begin{aligned} U(x_c, y_c, \theta) &= \left( \int_P \int u(x, y) dx dy \right) |_{(x_c, y_c, \theta)} \\ &= \int_P \int u(X_\theta + x_c, Y_\theta + y_c) dX dY \end{aligned} \quad (2.7)$$

โดยที่  $U(x_c, y_c, \theta)$  นั้น ถูกเรียกว่า Lifted Potential Function ซึ่งมีคุณสมบัติที่สำคัญ คือ

$$\mathbf{F}(x_c, y_c, \theta) = \begin{bmatrix} -\frac{dU(x, y, \theta)}{dx} |_{(x_c, y_c, \theta)} \\ -\frac{dU(x, y, \theta)}{dy} |_{(x_c, y_c, \theta)} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{T}(x_c, y_c, \theta) = -\frac{dU(x, y, \theta)}{d\theta} |_{(x_c, y_c, \theta)} \quad (2.9)$$

### 2.3.3 แบบจำลองความเสียดทาน

นอกจากแรงเนื่องจากสนามแรงแล้ว ยังมีแรงเสียดทานระหว่างพื้นผิวของวัตถุกับสนามแรง ซึ่งคอยต้านการเคลื่อนที่และการหมุนของวัตถุบนสนามแรงนั้นอยู่อีกด้วย ซึ่งแรงดังกล่าวนี้ จะเป็นปัจจัยสำคัญที่จะ "ลดทอน" พลังงานจลน์ของวัตถุเพื่อให้เข้าสู่ภาวะสมดุลสถิต (หยุดนิ่ง) โดยในวิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกใช้ Viscous Friction Model ซึ่งเหมาะสมในการคำนวณเกี่ยวกับสนามแรงมากกว่า Coulomb Friction Model ที่เป็นแบบ Threshold ประกอบในการคำนวณ เหมือนกับที่ใช้ใน [5],[6] โดยมีการนิยาม Friction Model ของแรงเสียดทานเป็น

$$\hat{\mathbf{F}}_d(x, y) = -\tau \mathbf{v}(x, y)$$

โดยที่  $\tau$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ซึ่งมีค่าคงที่ตลอดทั้งสนามแรง ส่วน  $\mathbf{v}(x, y)$  เป็นความเร็วของวัตถุ ณ จุด  $(x, y)$  ใดๆ

ทั้งนี้ ในการคำนวณแรงและทอร์กเนื่องจากความเสียดทานของวัตถุทั้งก้อนนั้น สามารถคำนวณได้ด้วยแบบจำลองนี้ในระดับ Macro Scale (คือ ในระดับของวัตถุทั้งก้อน) เมื่อวัตถุอยู่ที่ configuration  $(x_c, y_c, \theta)$  ตามสมการ

$$\mathbf{F}_d = \int_P \int (-\tau \mathbf{v}(x, y)) dx dy = -\tau A \mathbf{v} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{T}_d = \int_P \int \begin{bmatrix} x - x_c \\ y - y_c \end{bmatrix} \times (-\tau \mathbf{v}(x, y)) dx dy = -\frac{\tau \omega I_z}{\rho} \quad (2.11)$$

โดยที่  $\mathbf{v}$  เป็นความเร็วของวัตถุ ณ จุดศูนย์กลางมวล (หรือก็คือความเร็วของวัตถุทั้งก้อน) และ  $\omega$  เป็นความเร็วเชิงมุมรอบศูนย์กลางมวลของวัตถุ

### 2.3.4 เงื่อนไขการจัดวัตถุ : ภาวะสมดุล

จาก แรงลัพธ์ และ ทอร์กลัพธ์ เนื่อง จากความเสียดทาน เมื่อนำไป รวม กับ แรง และ ทอร์ก เนื่อง จากสนามแรง ก็สามารถคำนวณหาความเร่งและความเร่งเชิงมุมของวัตถุ ตามกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน เพื่อนำไปใช้ในการคำนวณการเคลื่อนที่และการหมุนของวัตถุต่อไปได้ โดยมีสมการเป็น

$$\mathbf{F} + \mathbf{F}_d = \sum \mathbf{F} = (\rho)A\mathbf{a} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{T} + \mathbf{T}_d = \sum \mathbf{T} = I_z\alpha \quad (2.13)$$

โดยที่  $\mathbf{a}, \alpha$  เป็นความเร่ง และความเร่งเชิงมุมของวัตถุตามลำดับ

อนึ่ง เป้าหมายของการจัดวัตถุด้วยสนามแรงก็คือ การทำให้วัตถุเข้าสู่ภาวะสมดุลภายใต้สนามแรงนั้นๆ กล่าวคือ การจัดวัตถุจนกระทั่งวัตถุเข้าสู่ configuration ซึ่งทำให้

$$\sum \mathbf{F} = 0 \quad (2.14)$$

$$\sum \mathbf{T} = 0 \quad (2.15)$$

และในขณะเดียวกัน วัตถุจะต้องหยุดนิ่ง ณ configuration นั้นด้วย นั่นคือ

$$\mathbf{v} = 0 \quad (2.16)$$

$$\omega = 0 \quad (2.17)$$

ซึ่งเงื่อนไขทั้งหมดดังกล่าวนี้ ใช้เป็นตัวตัดสินการหยุดที่ภาวะสมดุลภายใต้สนามแรงใดๆ ของวัตถุ

## 2.4 การจัดวัตถุโดยใช้สนามแรงชุดเดียวที่ไม่เปลี่ยนไปตามเวลา

### 2.4.1 Elliptic Field

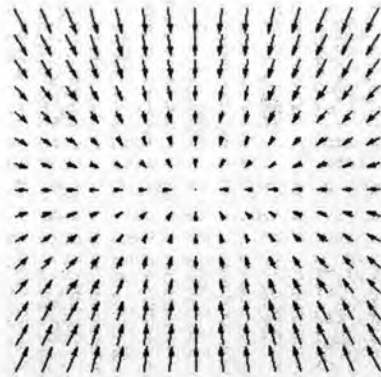
L.E.Kavraki นำเสนอสนามแรงแบบ Elliptic Field เป็นครั้งแรกใน [9] โดยตัวสนามแรงประกอบไปด้วยแรงที่มีทิศทางพุ่งเข้าหาจุดศูนย์กลางจุดหนึ่ง (ซึ่งจะขอเรียกเป็นจุดศูนย์กลางสนามแรง ซึ่งโดยทั่วไปคือจุด  $(0, 0)$  ของระบอบสนามแรง) และมีขนาดของแรงแปรผันตามระยะทางจากจุดใดๆ ถึงจุดศูนย์กลางสนามแรง ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้เป็น

$$\mathbf{F}(x, y) = \begin{bmatrix} -\xi x \\ -\eta y \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

โดยที่  $\xi, \eta > 0$  เป็นค่าคงที่ ซึ่ง  $\xi \neq \eta$  (โดยปกติ มักจะกำหนดให้  $\xi < \eta$ )

ตัวอย่างทิศทางของแรงเนื่องจาก Elliptic field ที่มี  $\xi = 1, \eta = 2$  เป็นดังในรูปที่ 2.5

อนึ่ง Elliptic Field นี้ยังจัดเป็นสนามแรงประเภทหนึ่งในกลุ่มของ Quadratic Field [15] อีกด้วย



รูปที่ 2.5: ตัวอย่างสนามแรง Elliptic Field ( $\xi = 1, \eta = 2$ )

ทั้งนี้ ใน [9] ได้ทำการวิเคราะห์พฤติกรรม และทำนาย configuration ที่ภาวะสมดุลของวัตถุภายใต้ Elliptic Field ไว้ว่า สำหรับวัตถุส่วนใหญ่ที่มีแกนสมมาตรไม่เกิน 1 แกน วัตถุนั้นจะมี configuration ที่เป็นไปได้เมื่อวัตถุหยุดที่ภาวะสมดุล 2 รูปแบบ โดยทั้ง 2 รูปแบบนั้น จุดศูนย์กลางมวลจะอยู่ตรงกับจุดศูนย์กลางสนามแรงพอดี ส่วนทิศทางของทั้ง 2 configurations ที่เป็นไปได้ นั้น จะมีทิศทางต่างกัน  $\pi$  เสมอ และสามารถหาได้ล่วงหน้าจากตัววัตถุ แต่ก็ไม่สามารถบอกได้ว่าวัตถุจะเลือกเข้าสู่สมดุล ณ configuration ใด ซึ่ง Elliptic Field นี้ นับเป็นสนามแรงรูปแบบแรกที่ทำให้ผลในเรื่องของ configuration ที่ภาวะสมดุลเป็นจำนวนคงที่ ไม่ขึ้นกับความซับซ้อนของรูปร่างวัตถุ

#### 2.4.2 Unit Radial & Constant Field

F.Lamiroux และ L.E.Kavraki เป็นผู้นำเสนอสนามแรงนี้ใน [10] และยังได้นำเสนอร่วมกับ Elliptic Field อีกครั้งใน [11] โดยที่สนามแรงนี้ประกอบขึ้นจากการรวมกันของสนามแรง 2 สนามแรงอันได้แก่

- สนามแรงเชิงรัศมีขนาดคงที่ที่มีทิศพุ่งเข้าหาจุดศูนย์กลางสนามแรง (Unit Radial Field) ซึ่งจะมีลักษณะคล้าย Elliptic Field เพียงแต่ขนาดของแรง  $h$  แต่ละจุดบนสนามแรงมีขนาดคงที่เสมอไม่เปลี่ยนแปลงตามระยะทาง ซึ่งสามารถเขียนออกมาได้เป็นสมการ

$$\hat{\mathbf{F}}_u(x, y) = \begin{bmatrix} -\frac{hx}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ -\frac{hy}{\sqrt{x^2+y^2}} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

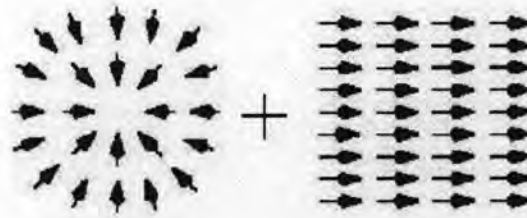
โดยที่  $h > 0$  เป็นค่าคงที่

- สนามแรงแนวตรง ขนาดคงที่ (Constant Field) กล่าวคือ แรง  $c$  จุดใดๆ จะมีขนาดและทิศทางคงที่เสมอตลอดทั้งระนาบสนามแรง ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการในรูปทั่วไปได้เป็น

$$\hat{\mathbf{F}}_c(x, y) = \begin{bmatrix} c \cos \theta_c \\ c \sin \theta_c \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

โดยที่  $\theta_c$  เป็นมุมที่ทิศทางของแรงทำกับทิศทางของแกนระนาบของสนามแรง

ตัวอย่างทิศทางของแรงเนื่องจาก Unit Radial & Constant Field ที่มีค่า  $h = 1$  สำหรับ Unit Radial Field และค่า  $c = 0.5$  ตลอดจนทิศทาง  $\theta_c = 0$  (ทิศพุ่งไปทางขวามือ) สำหรับ Constant Field เป็นดังในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6: ตัวอย่างสนามแรง Unit Radial & Constant Field ( $h = 1, c = 0.5$  ทิศทาง  $\theta_c = 0$ )

ทั้งนี้ ถ้าเป็นในกรณีของการจัดวัตถุด้วย Unit Radial Field เพียงอย่างเดียว นั้น จากการวิเคราะห์ใน [10] พบว่า configuration ที่วัตถุเข้าสู่ภาวะสมดุลนั้น แม้จะมีอยู่มากมาย แต่ก็ยังมีลักษณะร่วมอยู่ประการหนึ่ง กล่าวคือ ณ configuration ที่ภาวะสมดุลเหล่านั้น จะมีจุดคงที่บนวัตถุจุดหนึ่งที่อยู่ตรงกับจุดศูนย์กลาง Unit Radial Field พอดี ซึ่งจะเป็นจุดเดียวกับทุกๆ configuration ซึ่งจุดดังกล่าวจะถูกเรียกว่า pivot point ของวัตถุภายใต้ Unit Radial Field แทนด้วยจุด  $p$

ในขณะเดียวกัน ในกรณีของการจัดวัตถุด้วย Unit Radial & Constant Field นั้น จากการวิเคราะห์ใน [10] เช่นเดียวกัน สามารถสรุปได้ว่า สำหรับแต่ละวัตถุแล้ว จะมีค่าขนาด  $c$  ของ Constant Field ที่มีค่าน้อยๆ ในระดับหนึ่ง ที่ทำให้รับประกันได้ว่า configuration ที่เป็นไปได้ที่ภาวะสมดุลของวัตถุ จะมีเพียงรูปแบบเดียวเสมอ อย่างไรก็ตาม ก็ยังมีข้อต่อโดยตรงที่ configuration รูปแบบเดียวที่เป็นไปได้ดังกล่าวนั้น ไม่สามารถบอกได้ล่วงหน้าว่าเป็น configuration ไต หากรู้แต่เพียงว่ามีรูปแบบเดียวเท่านั้น ต่างจากกรณีของ Elliptic Field ที่แม้จะเป็นไปได้ 2 รูปแบบ แต่ก็สามารถบอกได้ล่วงหน้าทั้ง 2 รูปแบบ นอกจากนี้ ค่า  $c$  ของ Constant Field ที่ "น้อยเพียงพอ" ดังกล่าว ก็ไม่สามารถหาได้โดยตรง นอกจากต้องทำการประมาณค่าด้วยวิธีการเชิงตัวเลขเอาเองสำหรับแต่ละวัตถุอีกด้วย

### 2.4.3 Unit Radial, Radial & Constant Field

A.SudSang และ L.E.Kavraki ได้นำเสนอสนามแรงนี้ใน [12] โดยที่ประกอบไปด้วยการรวมกันของ 3 สนามแรง คือ

- สนามแรงแบบ Unit Radial Field ซึ่งให้แรงตามสมการ (2.19)
- สนามแรงเชิงรัศมีที่ขนาดของแรงแปรตามระยะห่างจากจุดศูนย์กลางสนามแรง (Radial Field) ซึ่งมีสมการเป็น

$$\vec{F}_r(x, y) = \begin{bmatrix} -(2k + c)x \\ -(2k + c)y \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

โดยที่  $k, c > 0$  เป็นค่าคงที่

- สนามแรงคงที่แนวตรง (Constant Field) ที่ให้แรงตามสมการ (2.20) เพียงแต่ค่าคงที่  $c$  นั้นมีค่า



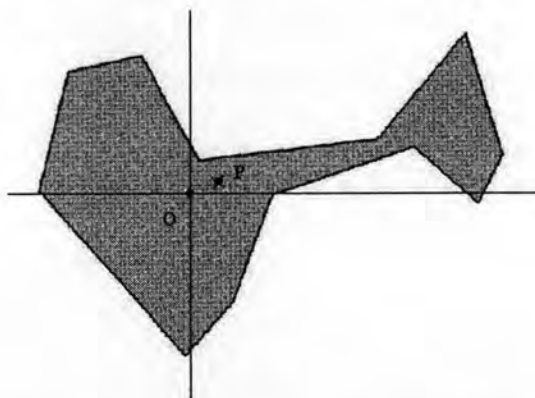
เท่ากับ  $kd$  โดยที่  $k$  เป็นค่าคงที่ตัวเดียวกับที่อยู่ในสมการ (2.21) ส่วน  $d$  เป็นค่าคงที่เฉพาะที่มีค่ามากกว่า 0

ทั้งนี้ การหาค่า  $d$  ในส่วนของ Constant Field นั้น สัมพันธ์อย่างยิ่งกับการทำนาย configuration ที่ภาวะสมดุล ซึ่งสนามแรงชุดนี้รับประกันว่าสำหรับวัตถุโดยส่วนใหญ่แล้ว configuration ที่เป็นไปได้เมื่อวัตถุหยุดที่ภาวะสมดุลจะมีเพียง configuration เดียว โดยการหาค่า  $d$  ดังกล่าว เกี่ยวข้องกับสนามแรงอีกชุด ซึ่งเป็นการประกอบกันของ

- สนามแรงแบบ Unit Radial Field ซึ่งให้แรงตามสมการ (2.19)
- สนามแรงแบบ Radial Field ซึ่งมีสมการของแรงต่างจากสมการ (2.21) เล็กน้อย โดยมีสมการเป็น

$$\mathbf{F}_r(x, y) = \begin{bmatrix} -(k+c)x \\ -(k+c)y \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

ซึ่ง configuration ที่ภาวะสมดุลภายใต้ Unit Radial & Radial Field ชุดหลังนี้ จะมีจุดที่เป็น pivot point บนวัตถุในลักษณะเดียวกับ pivot point ที่กล่าวถึงในหัวข้อ 2.4.2 เช่นกัน ซึ่งสำหรับวัตถุส่วนใหญ่ซึ่งมีแกนสมมาตรไม่เกิน 1 แกนแล้ว ตำแหน่งของ pivot point ภายใต้ Unit Radial & Radial Field นั้น จะไม่เป็นจุดเดียวกับจุดศูนย์กลางมวล ดังตัวอย่างในรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7: ตัวอย่าง pivot point ของวัตถุภายใต้ Unit Radial & Radial Field ( $h = 10, k = 1, c = 0.01$  (จุด  $p$ ))

ถ้าให้  $p$  เป็นตำแหน่งของ pivot point ภายใต้ Unit Radial & Radial Field ดังกล่าว และให้  $o$  เป็นตำแหน่งของศูนย์กลางมวลของวัตถุแล้ว เราจะได้ว่า ค่า  $d$  สำหรับสนามแรง Unit Radial, Radial & Constant Field จะมีค่าตามสมการ

$$d = \|\vec{po}\|$$

นอกจากนี้ ยังทราบอีกด้วยว่า configuration รูปแบบที่เป็นไปได้ที่วัตถุจะหยุดที่ภาวะสมดุลภายใต้ Unit Radial, Radial & Constant Field ดังกล่าวนั้น จุด  $p$  นั้นวัตถุจะอยู่ตรงกับจุดศูนย์กลางของสนามแรงส่วนที่เป็น Unit Radial Field และ Radial Field (ซึ่งเป็นจุดเดียวกัน) และทิศทางของ  $\vec{po}$  จะเป็นทิศทางเดียวกันกับทิศทางของแรงในส่วนที่เป็น Constant Field เสมอ

ดังนั้น เราสามารถกำหนดค่าทิศทาง  $\theta_c$  ของสนามแรงส่วนที่เป็น Constant Field เพื่อวัตถุหยุดที่ภาวะสมดุลในทิศทางที่เราต้องการได้ ซึ่งสามารถเขียนเป็นขั้นตอนได้ดัง Algorithm 1

---

**Algorithm 1** UnitRadConstDirection( $Obj, h, k, c, \theta$ )

---

**Require:**  $Obj$  : part/object;

**Require:**  $h, k, c$  : Constant parameters of the field;

**Require:**  $\theta$  : Desired direction of part;

1:

2: {Find proper  $d$  &  $\theta_c$  for the field..}

3:

4:  $\mathbf{o} = (0, 0)$ ;

5:  $\mathbf{p}$  =pivot point of  $Obj$  under Unit-Radial & Radial Field (using  $h, k, c$ );

6:  $d = \|\overrightarrow{\mathbf{p}\mathbf{o}}\|$ ;

7:  $\theta_E$  =Direction of  $\overrightarrow{\mathbf{p}\mathbf{o}}$  in  $Obj$  Plane;

8:  $\theta_c = \theta + \theta_E$ ;

9: Return ( $d, \theta_c$ );

---

อนึ่ง สนามแรง Unit Radial, Radial & Constant Field นี้ จัดเป็นสนามแรงที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดในแง่ของ configuration ที่ภาวะสมดุลที่เป็นไปได้ในบรรดาสนามแรงที่เคยมีการนำเสนอมา เพราะนอกจากจะรับประกัน configuration ที่เป็นไปได้ว่ามีเพียง configuration เดียวแล้ว ยังสามารถบอก configuration ดังกล่าวนั้นได้อีกด้วย ซึ่งในจุดนี้ เหนือกว่า Unit Radial & Constant Field มากนัก

## 2.5 การจัดวัตถุโดยใช้สนามแรงหลายชุดที่เปลี่ยนไปตามเวลา

นอกเหนือจากรูปแบบของการใช้สนามแรงชุดเดียวในการจัดวัตถุแล้ว ยังมีรูปแบบของการใช้สนามแรงหลายๆ ชุด ทำหน้าที่ในแต่ละช่วงเวลา โดยที่แต่ละชุดก็จะส่งผลต่อการเคลื่อนที่หรือการหมุนของวัตถุเป็นขั้นตอนย่อยๆ แยกจากกัน

การใช้ Parallel Gripper ในการจัดทิศทางวัตถุ [1] ที่ได้กล่าวถึงไปแล้วในตอนต้นของบทนี้ ก็จัดเป็นการจัดวัตถุด้วยสนามแรงหลายชุดเช่นกัน เพราะแต่ละขั้นตอนที่เปลี่ยนทิศทางของ Gripper ก็เป็นเหมือนการเปลี่ยนสนามแรงชุดใหม่ อย่างไรก็ตาม จำนวนขั้นตอนการเปลี่ยนทิศทางวัตถุ (หรือเปรียบเทียบได้กับจำนวนชุดของ Squeeze Field ที่ต้องใช้) นั้น แปรผันไปตามความซับซ้อนของรูปร่างวัตถุ ซึ่งทำให้จำนวนขั้นตอนไม่แน่นอนและไม่สามารถควบคุมจำนวนที่ต้องใช้ หรืออีกนัยหนึ่งก็คือ เวลาที่ต้องใช้ในการจัดวัตถุที่แน่นอนได้

ต่อมา J. Luo และ L. E. Kavraki ได้นำเสนอการจัดวัตถุที่ใช้สนามแรงหลายรูปแบบใน [6] โดยในงานดังกล่าวได้แบ่งการจัดวัตถุเป็น 3 ขั้นตอนย่อยๆ เสมอสำหรับทุกวัตถุ อันประกอบไปด้วย

1. ดึงวัตถุให้ศูนย์กลางมวลไปหยุดที่จุดๆ หนึ่งด้วย Radial Field ซึ่งมีคุณสมบัติทำให้วัตถุเคลื่อนที่โดยไม่ทำให้วัตถุหมุน
2. หมุนวัตถุให้ได้ทิศทางที่ต้องการด้วย Dynamic Curl Fields
3. ดันวัตถุไปยังตำแหน่งที่ต้องการ (เพื่อประกอบ) ด้วย Dynamic Push Fields

อย่างไรก็ตาม สนามแรงใน 2 ขั้นตอนหลัง คือ Dynamic Curl Fields และ Dynamic Push Fields เป็น

สนามแรงที่ต้องปรับเปลี่ยนตามเวลาอย่างต่อเนื่องและนับพลันตลอดเวลา ทำให้นำไปใช้งานจริงได้ยากมาก

## 2.6 เครื่องมือที่ใช้หลักการของสนามแรงที่โปรแกรมได้

แม้ว่าจะได้มีการออกแบบสนามแรงที่มีประสิทธิภาพในการจัดวัตถุออกมาหลายต่อหลายรูปแบบ แต่ปัญหาที่ยังคงมีอยู่ก็คือ การสร้างเครื่องมือที่สามารถสร้างสนามแรงได้ตามทฤษฎี แม้ว่าอย่างไร [11] จะได้กล่าวถึงแนวคิดในการสร้างเครื่องมือดังกล่าวแล้วก็ตาม แต่ด้วยเครื่องมือที่มีอยู่ ไม่ว่าจะเป็น Vibrating Plate, MEMS Actuator Array [4], Arrays of Rolling Wheels [5], etc. ต่างก็มีข้อจำกัดตรงที่แรงที่อุปกรณ์เหล่านี้สร้างขึ้น มีลักษณะเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง ในขณะที่สนามแรงตามทฤษฎีโดยส่วนใหญ่กลับเป็นแบบที่แรงมีลักษณะต่อเนื่องทั่วทั้งระนาบสนามแรงเกือบทั้งสิ้น ทำให้แทบไม่มีผลจากการทดลองจริงถึงความสำเร็จในการใช้สนามแรงที่คิดค้นขึ้นทำการจัดวัตถุจริงเลย

จนกระทั่ง K. Varsos, H. Moon และ J. Luntz ได้นำเสนอเครื่องมือที่สามารถสร้างสนามแรงแบบ Elliptic Field ใน [14] โดยเครื่องมือดังกล่าวอาศัยหลักการของการไหลของอากาศ ซึ่งสามารถแปลงแรงที่ได้เป็นแรงที่เทียบเท่าแรง เนื่องจากสนามแรง แบบ Elliptic Field หรือสนามแรงแบบอื่นๆ บางรูปแบบ เช่น Constant Field เป็นต้น โดยอาศัยการปรับเปลี่ยนเครื่องมือเล็กน้อย ทั้งยังได้ทดสอบจัดเรียงวัตถุจริงภายใต้ Elliptic Field ที่สร้างขึ้นและให้ผลเป็นที่น่าพอใจระดับหนึ่งอีกด้วย นับเป็นครั้งแรกที่มีการสร้างสนามแรงแบบต่อเนื่องเพื่อการจัดวัตถุได้จริง