ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5

นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2560

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES EMPHASIZING ON MODELING AND STRATEGY BASED ON APPROACH OF MAYNES AND JULIEN-SCHULTZ ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND PROBLEM SOLVING ABILITY OF ELEVENTH GRADE STUDENTS

Miss Nichaporn Charoenwanichkun

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2017

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5
โดย	นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ่ม

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

....คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. ศิริเดช สุชีวะ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ่ม)

....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด)

ณิชาพร เจริญวานิชกูร : ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES EMPHASIZING ONMODELING AND STRATEGY BASED ON APPROACH OF MAYNES AND JULIEN-SCHULTZ ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND PROBLEM SOLVING ABILITY OFELEVENTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ่ม, 268 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซก่อนเรียนและหลังเรียน 3) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 4) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ 5) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 90 คน โดยกำหนด 2 กลุ่ม กลุ่มทดลองคือนักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ 44 คน และกลุ่มควบคุมคือนักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 46 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใบงาน วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test) และการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis)

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบในระยะระหว่างเรียน 5) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบเป็นระยะจากก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

ภาควิชา	หลักสูตรและการสอน	ลายมือชื่อนิสิต ....
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก ....
ปีการศึกษา	2560	

5883340127 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS: LEARNING ACTIVITIES EMPHASIZING ON MODELING AND STRATEGY BASED ON APPROACH OF MAYNES AND JULIEN-SCHULTZ / MATHEMATICAL KNOWLEDGE / MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY

NICHAPORN CHAROENWANICHKUN: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES EMPHASIZING ONMODELING AND STRATEGY BASED ON APPROACH OF MAYNES AND JULIEN-SCHULTZ ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND PROBLEM SOLVING ABILITY OFELEVENTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: PAIROT NOUMNOM, Ed.D., 268 pp.

The purposes of this research were 1) to compare the mathematical knowledge after learning of students between group being taught by using an organizing mathematics learning activities emphasizing on modeling and strategy based on approach of Maynes and Julien-Schultz of students and the group being taught by using a conventional approach. 2) to compare mathematical problem solving abilities of students before and after being taught by using an organizing mathematics learning activities emphasizing on modeling and strategy based on approach of Maynes and Julien-Schultz. 3) to compare the mathematical problem solving abilities after learning of students between group being taught by using an organizing mathematics learning activities emphasizing on modeling and strategy based on approach of Maynes and Julien-Schultz of students and the group being taught by using a conventional approach. 4) to study development of mathematical knowledge summarizing and applying abilities of students who were taught by using an organizing mathematics learning activities emphasizing on modeling and strategy based on approach of Maynes and Julien-Schultz. 5) to study development of mathematical problem solving abilities of students who were taught by using an organizing mathematics learning activities emphasizing on modeling and strategy based on approach of Maynes and Julien-Schultz.

The sample were 90 eleventh grade students of a public school in Secondary Educational Service Area Office 1 in Bangkok who studied in first semester of academic year 2017 which were divided into two groups. The instruments for data collection were mathematicals knowledge tests, mathematical problem solving abilities tests and worksheets. The data were analyzed by arithmetic mean, standard deviation, t-test and Content analysis.

The results of the study revealed that 1) the mathematical knowledge of students in the experimental group were statistically higher than those of the students in the control group at a .05 level of significance 2) mathematical problem solving abilities of students in the experimental group were statistically higher than those before the experiment at a .05 level of significance 3) the mathematical problem solving abilities of students in the experimental group were statistically higher than those of the students in the control group at a .05 level of significance 4) mathematical knowledge summarizing and applying abilities of students in the experimental group had been gradually improved. 5) mathematical problem solving abilities of students in the experimental group had been gradually improved in all three aspects when comparing before, during, and after being taught.

Department: Curriculum and Instruction — Student's Signature ....

Field of Study: Mathematics Education — Advisor's Signature ....

Academic Year: 2017

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงยิ่งจากอาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งอาจารย์ได้สละเวลาอันมีค่าของอาจารย์ในการให้คำปรึกษาและคำแนะนำที่เป็นประโยชน์ มีคุณค่าต่อการทำวิทยานิพนธ์ และได้ตรวจสอบปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่อย่างดีตลอดมา จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น รวมทั้งอาจารย์คอยให้แนวคิดและกำลังใจในการทำงานแก่ผู้วิจัยตั้งแต่ต้นจนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี และที่สำคัญอาจารย์เป็นแบบอย่างของครูที่ดี เหมาะกับการนำไปเป็นแบบอย่างในการเป็นครูที่ดีในอนาคต ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความปรารถนาดีที่ได้รับ จึงขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำและข้อเสนอแนะต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้วิทยนิพนธ์ฉบับนี้มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้สละเวลาให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำในการตรวจสอบและแก้ไขปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์ จนได้เป็นเครื่องมือที่ถูกต้องสมบูรณ์ ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนที่ให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บข้อมูลวิจัยในครั้งนี้ รวมทั้งขอขอบคุณ คณะครูอาจารย์ที่กรุณาติดต่อ ประสานงาน และให้ความช่วยเหลือตลอดระยะเวลาในการดำเนินการวิจัย ตลอดจนนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 และ 5/3 ปีการศึกษา 2560 ทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการทำวิจัยเป็นอย่างดี

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และน้องสาว เป็นอย่างสูงที่ให้การสนับสนุน ดูแล ห่วงใย ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการทำงานตลอดมา รวมทั้งขอบคุณพี่ๆ และเพื่อนๆ ที่เรียนสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ทุกคนที่คอยเป็นกำลังใจในการเรียนและการทำวิทยานิพนธ์ และขอบคุณทุกท่านที่คอยสนับสนุน ให้กำลังใจ ให้คำปรึกษาและมีส่วนช่วยให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี คุณประโยชน์อันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาคุณของบิดา มารดา ตลอดจนครูบาอาจารย์ที่เป็นผู้ประสิทธิ์ประสาทความรู้ให้กับผู้วิจัย

ทั้งนี้ ผู้วิจัยขอขอบคุณทุนอุดหนุนการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษา จากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เพื่อเฉลิมฉลองวโรกาสที่พระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวภูมิพลอดุลยเดชทรงเจริญพระชนมายุครบ 72 พรรษา และ ทุน 90 ปี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กองทุนรัชดาภิเษกสมโภช ผู้วิจัยจึงขอขอบพระคุณบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เป็นอย่างสูง

สารบัญ

หน้า

หน้า

หน้า

หน้า

สารบัญตาราง

หน้า

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนามนุษย์เป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพัฒนาความคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์ ทำให้คนมีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างมีวิจารณญาณและคิดอย่างมีระบบและมีระเบียบแบบแผน ซึ่งกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยสามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิต ทำให้คนเป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถอยู่ร่วมกับคนอื่นได้อย่างมีความสุข (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ก) คณิตศาสตร์ยังมีบทบาทต่อความเจริญก้าวหน้าของสังคมยุคใหม่ ที่ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์ วิวัฒนาการ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ และคณิตศาสตร์ยังมีส่วนช่วยในการพัฒนาทักษะสำคัญในศตวรรษที่ 21 ได้ด้วย เช่น ทักษะการคิดวิเคราะห์ ทักษะการแก้ปัญหา นอกจากนี้การที่เยาวชนสามารถดำเนินชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุขนั้น การมีทักษะชีวิต จึงถือว่ามีความสำคัญมาก ดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้กล่าวไว้ว่า “ทักษะชีวิตเป็นความสามารถของบุคคลในการดำรงชีวิต เป็นทักษะที่ผู้เรียนจำเป็นต้องใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งทักษะชีวิตประกอบด้วยการตัดสินใจ การแก้ปัญหา การสื่อสาร การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ การคิดสร้างสรรค์ การรับรู้ในตน การเห็นใจผู้อื่น การจัดการกับอารมณ์ การจัดการกับความเครียด การสร้างสัมพันธภาพ” ซึ่งทักษะต่าง ๆ เหล่านี้ หลายทักษะเป็นส่วนหนึ่งของทักษะคณิตศาสตร์

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ดังกล่าว หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงกำหนดให้คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในแปดกลุ่มสาระการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วยองค์ความรู้ ทักษะหรือกระบวนการเรียนรู้ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยเป้าหมายของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน คือ ผู้เรียนทุกคนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ไปใช้พัฒนาคุณภาพชีวิต ใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆได้ นอกจากนี้ยังมุ่งเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลัก คือ จำนวนและการดำเนินการ

การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551)

อย่างไรก็ตาม ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาเยาวชนของชาติ แต่ปัจจุบันการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ร่วมกับนานาชาติของโครงการประเมินผล TIMSS ประจำปีการศึกษา 2550 และ 2554 (The Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS) ที่ให้ความสำคัญกับพฤติกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ และด้านการแก้ปัญหา (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2556) ซึ่งเป็นการประเมินนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนไทยทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนนเฉลี่ย 441 และ 427 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติ OECD ที่มีคะแนนเฉลี่ย 500 และ 498 คะแนน ตามลำดับ และเมื่อพิจารณาเป็นรายด้าน พบว่า นักเรียนไทย ด้านความรู้ มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 423 คะแนน ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 428 คะแนน และด้านการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 429 คะแนน ซึ่งถือว่าอยู่ในเกณฑ์ระดับต่ำ (TIMSS, 2007-2011) สอดคล้องกับผลการประเมินสมรรถนะของผู้เรียนที่มีอายุ 15 ปี ในการใช้ความรู้และทักษะที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงร่วมกับนานาชาติในโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ PISA ประจำปีการศึกษา 2543, 2546, 2549, 2552, 2555 และ 2558 (Programme for International Student Assessment, PISA) พบว่านักเรียนไทยทำคะแนนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ได้คะแนนเฉลี่ย 432, 417, 417, 419, 427 และ 415 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติ OECD ที่มีคะแนนเฉลี่ย 500, 500, 498, 496, 494 และ 490 คะแนน ตามลำดับ (PISA, 2000-2015) นอกจากนี้ผลการประเมินระดับชาติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยอยู่ในระดับต่ำและควรได้รับการปรับปรุง เช่น ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O–NET) ในปีการศึกษา 2551 - 2558 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 6 ซึ่งพบว่าคะแนนส่วนใหญ่ไม่ถึงร้อยละ 50 โดยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั่วประเทศได้คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์เพียง 32.66, 26.05, 24.18, 32.08, 26.95, 24.45, 29.65 และ 32.40 คะแนน ตามลำดับ และ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ทั่วประเทศได้คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์เพียง 35.98, 28.56, 14.99, 22.73, 22.73, 20.48, 21.74 และ 26.59 คะแนน ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2550-2558)

จากผลการประเมินทั้งระดับชาติและนานาชาติข้างต้นซึ่งเน้นทดสอบเกี่ยวกับความรู้และการแก้ปัญหา สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนไทยมีปัญหาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยปัญหาที่สำคัญประการหนึ่งคือ นักเรียนขาด*ความรู้ทางคณิตศาสตร์* ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เดิมไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ความรู้ใหม่ นอกจากนี้ปัญหาของ

นักเรียนในการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาก็เป็นปัญหาที่สำคัญอีกประการหนึ่งเช่นกัน นั่นคือ นักเรียนขาด*ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์* และควรได้รับการพัฒนาอย่างเร่งด่วน เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1980: 1-3) และยังช่วยส่งเสริมทักษะทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนโดยตรง

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการ โดยความรู้เชิงมโนทัศน์ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด นิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร สมบัติทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น และความรู้เชิงกระบวนการ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับการใช้สูตรในการคำนวณ การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญและจำเป็นต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เห็นได้จากการที่กระทรวงศึกษาธิการกำหนดคุณภาพของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า เมื่อผู้เรียนได้เรียนคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอ สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) นอกจากนี้การจัดการศึกษาที่เป็นหัวใจหลักของการพัฒนาประเทศ ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานทั้งทางตรงและทางอ้อมในการคิด การวิเคราะห์ และการแก้ปัญหา เพื่อให้สอดคล้องกับนโยบายการจัดการศึกษาของประเทศไทยที่จะพัฒนาชาติด้วยวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยเฉพาะอย่างยิ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์สามารถอธิบายสิ่งต่างๆ ทั้งที่มองเห็นและมองไม่เห็นและช่วยให้คาดการณ์หรือทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้นได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2557)

นอกจากความรู้ทางคณิตศาสตร์แล้ว ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญเช่นเดียวกัน โดย *ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์* เป็นความสามารถหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และยังถือเป็นความสามารถที่ควรจะพัฒนาให้เกิดขึ้นแก่นักเรียน ดังที่ Kennedy and Tipps (1994: 135) ได้กล่าวว่า ทักษะกระบวนการที่เป็นเป้าหมายพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ คือ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกระบวนการที่ทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ เข้าใจ สามารถคิดเป็นและแก้ปัญหาได้ สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการศึกษาตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 2 พุทธศักราช 2542 ซึ่งมีใจความแสดงถึงความสำคัญของทักษะการแก้ปัญหาในมาตรา 24 ข้อ 2 กล่าวคือ “ให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องมีกระบวนการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้คนไทยได้ฝึกทักษะกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ปัญหา” และข้อความดังกล่าวยังเป็นไปตามแผนการศึกษาแห่งชาติ วัตถุประสงค์ที่ 2 แนวนโยบายเพื่อการดำเนินการที่ 5 เป้าหมายข้อที่ 1 กล่าวว่า “ให้คนไทยทุกคนมีทักษะและกระบวนการในการ

คิด การวิเคราะห์ และทักษะการแก้ปัญหา มีความใฝ่รู้และสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถพัฒนาตนเองได้อย่างต่อเนื่อง เต็มตามศักยภาพ” (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2545) นอกจากนี้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาความรู้ ความคิดของนักเรียน ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิด การวิเคราะห์การเชื่อมโยง กระประยุกต์ใช้ความรู้ ตลอดจนความคิดสร้างสรรค์ (สมเดช บุญประจักษ์, 2550: 71) ดังนั้นการแก้ปัญหาจึงเป็นกระบวนการที่นักเรียนควรเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 6)

จากปัญหาด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนข้างต้น มีสาเหตุที่อาจทำให้เกิดปัญหาได้หลายประการ สาเหตุหนึ่งอาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูที่ยังเน้นการบรรยายมากเกินไป มีการอธิบายที่ไม่ชัดเจน ขาดเทคนิคการสอน ไม่ค่อยมีการปฏิบัติกิจกรรม การจัดบรรยากาศในการเรียนรู้ไม่สอดคล้องกับหลักความแตกต่างระหว่างผู้เรียน ครูไม่ค่อยอำนวยความสะดวกให้กับผู้เรียน รวมถึงครูขาดสื่อการสอนที่น่าสนใจที่จะดึงดูดให้นักเรียนมีแรงจูงใจในการเรียน สอดคล้องกับจากงานวิจัยในต่างประเทศของ Watson Todd (2006a) ที่พบว่าลักษณะปัญหาและอุปสรรคของการสอนมีดังนี้ คือ 1. การจัดการชั้นเรียน /การจัดกิจกรรม เช่น การขาดการจัดรูปแบบกิจกรรมการเรียนการสอน การสอนโดยใช้วิธีการบรรยายเพียงอย่างเดียว การที่ผู้สอนไม่มีกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมสูง 2. อุปสรรคด้านอารมณ์ และสังคม เช่น ความห่างเหินระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ไม่รู้สึกเป็นส่วนร่วมของกลุ่ม ขาดการสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ ขาดการรู้จักผู้เรียนและการจำชื่อ 3. ปัญหาด้านปฏิสัมพันธ์ คือ มีโอกาสพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันน้อย 4. ปัญหาการให้ข้อมูลป้อนกลับและการประเมินผล เช่น การติดตามผลและช่วยในการเรียน ภาระในการตรวจงานและประเมินผลงาน ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเป็นไปได้ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ ได้รับการพัฒนาขึ้นโดย Maynes and Julien-Schultz (2012) โดยให้ความสำคัญกับการสร้างแรงจูงใจก่อนเริ่มการเรียนรู้ให้กับนักเรียน เน้นให้ครูนำเสนอแบบอย่าง (modeling) โดยใช้กลวิธีการสอนต่างๆร่วมด้วย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจชัดเจน นอกจากนั้นยังให้ความสำคัญกับการฝึกฝน (practice) ใน 3 ลักษณะ ได้แก่ การฝึกปฏิบัติแบบมีโครงสร้าง (Structured Practice) การฝึกปฏิบัติ

โดยมีการเสริมต่อการเรียนรู้ของครู (Scaffolded Practice) และการฝึกปฏิบัติด้วยตนเองอย่างอิสระ (Independent Practice) ครูมีบทบาทในการสนับสนุนการเรียนรู้ตามความต้องการของนักเรียน และค่อยๆ ลดบทบาทในการสนับสนุนลง จนนักเรียนสามารถทำด้วยตนเองได้ โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 6 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างแรงจูงใจ (Motivation) ขั้นนี้ครูสร้างแรงจูงใจให้นักเรียน โดยชี้ให้เห็นถึงความสำคัญและความจำเป็นของเนื้อหาในบทเรียนผ่านกิจกรรมที่มีการโต้ตอบกันระหว่างครูกับนักเรียน (active) นอกจากนั้นครูเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนโดยตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนที่จำเป็นต่อการเรียนในบทเรียน และอาจมีการทบทวนความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่ (Modeling the New Learning) ขั้นนี้ครูกำหนดบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา (context) ที่สัมพันธ์กับความรู้ใหม่และมีตัวแทนของความรู้ ซึ่งต้องสัมพันธ์กับธรรมชาติของเนื้อหา จากนั้นครูนำเสนอแบบอย่างตัวแทนความรู้ (ความรู้มีการนำเสนอได้หลายแบบ เช่น ภาษา สัญลักษณ์ สื่อจริง) เพื่อให้นักเรียนสังเกต สรุปและสะท้อนจากแบบอย่าง นำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่าง (Recapitulation) ขั้นนี้ครูใช้คำถามเกี่ยวกับหัวข้อที่เรียน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนให้แน่ใจว่า นักเรียนได้รับความรู้ที่ถูกต้องจากแบบอย่าง ก่อนที่ครูจะมอบหมายให้นักเรียนนำความรู้ใหม่ไปใช้งาน

ขั้นที่ 4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Structured Consolidation) ขั้นนี้นักเรียนนำความรู้ใหม่ที่ได้เรียนรู้ไปใช้งานในบริบทที่คล้ายคลึงกับขั้นที่ 2 ด้วยตนเอง ภายใต้คำแนะนำ ความช่วยเหลือ การสนับสนุน และการเสริมต่อการเรียนรู้ของครู ครูค่อยๆ ลดบทบาทความรับผิดชอบของครูลงและค่อยๆ ให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองให้มากขึ้น อาจมีการใช้แบบอย่างอีกครั้งหากบทเรียนมีความซับซ้อนและนักเรียนยังไม่เข้าใจ โดยในขณะที่นักเรียนนำความรู้ใหม่ไปใช้งาน ครูจะให้ข้อเสนอแนะกับนักเรียนในเวลาที่เหมาะสม มีลักษณะเฉพาะ สามารถเข้าใจได้ง่าย และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนา

ขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application) ขั้นนี้นักเรียนนำความรู้ใหม่ไปประยุกต์ใช้งานด้วยตนเองในบริบทใหม่ที่แตกต่างและซับซ้อนมากขึ้น มีการสนับสนุนจากครูน้อยลงหรือไม่มีเลย โดยนักเรียนต้องแสดงให้ครูเห็นว่านักเรียนสามารถลงมือทำได้ด้วยตนเองและแสดงหลักฐานให้ครูเห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจ อาจมีการใช้แบบอย่างอีกครั้งหากบทเรียนมีความซับซ้อนและนักเรียนยังไม่เข้าใจ

ขั้นที่ 6 ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion) ขั้นนี้ครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนสรุปความรู้ใหม่จากบทเรียน นักเรียนตระหนักในการรับรู้ความรู้ของตนเอง

(metacognition) และบอกหรือแสดงให้ครูเห็นว่านักเรียนได้เรียนรู้อะไร รวมทั้งตระหนักว่าจะต้องมีทักษะหรือความรู้อะไรบ้างในอนาคตที่จะใช้ประยุกต์ในบริบทอื่นๆ

ทั้งนี้จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง พบว่า มีตัวอย่างแผนการจัดการเรียนการสอนที่นำกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 5 ในเนื้อหาที่ค่อนข้างซับซ้อน ซึ่งทำให้เห็นว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซจะช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนได้ดีขึ้น

นอกจากนี้ในขั้นที่ 2 ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่ของกิจกรรมการเรียนรู้นี้ จะช่วยให้นักเรียนได้สังเกต สะท้อน และสรุปความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นการช่วยพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีความเป็นไปได้ที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่างที่เอื้อให้นักเรียนได้ฝึกประยุกต์ใช้ความรู้ โดยการนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ปัญหาต่างๆ ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยเลือกเนื้อหาสาระที่ใช้ในการวิจัย เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ผลการวิจัยนี้จะเป็นแนวทางและเป็นประโยชน์สำหรับครูและผู้เกี่ยวข้องในการนำกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมถึงได้แนวทางในการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาผลการเรียนรู้ของนักเรียนต่อไป

คำถามการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซจะช่วยพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นได้หรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซก่อนเรียนและหลังเรียน

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

สมมติฐานการวิจัย

ความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ พบว่า กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีลักษณะสำคัญคือ เน้นให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องและชัดเจน มีการสรุปความรู้ในเนื้อหาที่เรียนด้วยตนเอง มีการนำความรู้ที่เรียนไปใช้งานในบริบทต่างๆ และมีการให้นักเรียนสะท้อนการเรียนรู้ของตนเอง ซึ่งลักษณะสำคัญดังกล่าวสอดคล้องกับแนวทางพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์

โดยลักษณะสำคัญในส่วนที่ให้นักเรียนสรุปความรู้ในเนื้อหาที่เรียนด้วยตนเองจะส่งผลให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องและชัดเจน สอดคล้องกับ สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM , 2000) ที่กล่าวว่าแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยเน้นให้นักเรียนสร้าง

ความรู้ร่วมกับการฝึกการรู้คิด (metacognition) และได้เสนอหลักการเรียนรู้ ไว้ว่านักเรียนต้อง เรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ นักเรียนที่เรียนโดยการท่องจำสูตร กฎ ทฤษฎีหรือขั้นตอนกระบวนการต่างๆ โดยปราศจากความเข้าใจนั้นมักจะไม่สามารถนำความรู้นั้นไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และยังสอดคล้องกับ Shurkry (2003 อ้างถึง ใน วัชราภรณ์ ปราณีธรรม, 2549: 4) กล่าวว่าการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ เพราะการเรียนด้วยความเข้าใจจะทำให้นักเรียนสามารถจดจำเนื้อหาได้ดีกว่าการเรียนรู้แบบท่องจำ

ลักษณะสำคัญในส่วนที่ให้นักเรียนนำความรู้ที่เรียนไปใช้งานในบริบทต่างๆ สอดคล้องกับ Klausmeier and Ripple (1971) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความรู้รวมถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทำได้โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ที่เรียนในการแก้ปัญหา และลักษณะสำคัญในส่วนที่ให้นักเรียนสะท้อนการเรียนรู้ของตนเองสอดคล้องกับ Klausmeier and Ripple (1971) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความรู้รวมถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทำได้โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประเมินความรู้ความเข้าใจของตนเอง ตลอดจนครูควรให้ข้อมูลป้อนกลับเกี่ยวกับผลการเรียนรู้แก่นักเรียน เพื่อให้ทราบข้อผิดพลาดและสิ่งที่ต้องปรับปรุงแก้ไข

นอกจากนี้ยังพบว่ามีตัวอย่างแผนการจัดการเรียนการสอนที่นำกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 5 ในเนื้อหาที่ค่อนข้างซับซ้อน ซึ่งทำให้เห็นว่ากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซจะช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนได้ดีขึ้น

จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซผู้วิจัยจึงใช้เป็นแนวทางในการกำหนดสมมติฐานของการวิจัย ดังนี้

1. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์ขั้นตอนของกิจกรรมเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ พบว่า มีขั้นตอนที่เอื้อให้นักเรียนได้ฝึกนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทต่างๆ ได้แก่ ขั้นที่ 4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Structured Consolidation) และ ขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application) ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น สอดคล้องกับ สมเดช บุญประจักษ์ (2543) ที่กล่าวว่า องค์ประกอบหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งเกิดจากการที่นักเรียนได้ฝึกนำความรู้ไปใช้กับสถานการณ์ต่างๆ จนคุ้นเคย ดังที่

สิริพร ทิพย์คง (2544) ได้กล่าวว่า การที่จะเป็นผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Wiest (1997: 5091-A) ที่ได้ศึกษาถึงบทบาทของปัญหาแปลกใหม่และปัญหาในชีวิตจริงที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 โดยที่นักเรียนที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาต่ำ ผลการศึกษาพบว่า มีนักเรียนเกรด 4 จำนวน 58% ที่สามารถเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และนักเรียนเกรด 6 ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม 76% ของปัญหาที่ทำการแก้

จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซผู้วิจัยจึงใช้เป็นแนวทางในการกำหนดสมมติฐานของการวิจัย ดังนี้

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

3. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น คือ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม คือ

3.2.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบอย่าง หมายถึง วิธีคิด วิธีการทำงาน และวิธีการสะท้อนคิดซึ่งได้ผลดีที่ครูใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่โดยใช้ความรู้เดิมและใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความเฉพาะและสัมพันธ์กับลักษณะของความรู้คณิตศาสตร์และการทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยในงานวิจัยนี้พิจารณาแบบอย่าง 3 ประเภท ดังนี้ (ปรับจาก Maynes & Julien-Schultz, 2012)

1) แบบอย่างของวิธีคิด คือ วิธีคิดในการเรียนรู้เนื้อหาสาระหรือมโนทัศน์ใหม่เพื่อสรุปความรู้และทำความเข้าใจ ประกอบด้วย การคิดวิเคราะห์องค์ประกอบของเนื้อหาความรู้ ทั้งเงื่อนไข สัญลักษณ์ หรือข้อตกลงต่างๆ การคิดเชื่อมโยงความรู้เดิมที่นำมาใช้กับการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ การคิดให้เหตุผลในการตัดสินใจเลือกใช้ข้อมูลต่างๆ

2) แบบอย่างของวิธีการทำงาน คือ วิธีการทำงานที่เป็นระบบเป็นขั้นตอนในการเรียนรู้ขั้นตอนหรือวิธีการใหม่เพื่อนำความรู้ไปประยุกต์ใช้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การวางแผนการทำงานที่เป็นระบบ การดำเนินการตามแผน รวมถึงการประเมินผลการทำงาน

3) แบบอย่างของการสะท้อนคิด คือ กระบวนการกำกับการคิดและการทำงานในแต่ละขั้นตอน ขณะที่กำลังแสดงการทำความเข้าใจความรู้หรือใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย การตีความข้อมูล การวิเคราะห์ การลำดับความคิด การกำกับการคิดการทำงาน และการสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ รวมถึงประเมินความคิด ความรู้และความสามารถของตนเอง

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่หรือเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยการสังเกตและสรุปจาก “แบบอย่าง” ที่เป็นวิธีคิด วิธีการทำงาน และวิธีการสะท้อนคิดของครูในการแสดงเพื่อทำความเข้าใจเนื้อหาสาระและสรุปเป็นความรู้ใหม่ รวมถึงแสดงวิธีการแก้ปัญหา ในการนำเสนอแบบอย่างครูใช้กลวิธีการใช้สื่อการเรียนรู้ที่หลากหลาย เพื่อให้นักเรียนได้สังเกต ทำความเข้าใจและสรุปความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง นอกจากนั้นยังเน้นให้นักเรียนได้ฝึกนำ “ความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากแบบอย่าง” ไปประยุกต์ใช้ในบริบทที่หลากหลายภายใต้การช่วยเหลือสนับสนุนของครู ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้ (Maynes & Julien-Schultz, 2012)

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างแรงจูงใจ (Motivation) ขั้นนี้ครูสร้างแรงจูงใจเพื่อกระตุ้นความสนใจนักเรียน ทำให้นักเรียนอยากเรียนรู้จากภายใน โดยใช้กิจกรรมและกลวิธีต่างๆ เพื่อชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญ ความจำเป็น หรือประโยชน์ของเนื้อหาที่จะเรียน นอกจากนั้นครูจะมีการตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนที่จำเป็นต่อการเรียนในบทเรียน และอาจมีการทบทวนความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่ (Modeling the New Learning) ขั้นนี้ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ (context) ซึ่งอาจเป็นตัวอย่าง ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือกิจกรรม จากนั้นครูแสดง "แบบอย่างของวิธีคิด" เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจบริบท และวิเคราะห์องค์ประกอบของเนื้อหาความรู้ เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เพื่อเรียนรู้เนื้อหาสาระหรือมโนทัศน์ และแสดง "แบบอย่างของวิธีการทำงาน" ที่เป็นระบบ เพื่อเรียนรู้ขั้นตอนหรือวิธีการต่างๆ รวมถึงแสดง "แบบอย่างของการสะท้อนคิด" ในระหว่างการเรียนรู้ เพื่อชี้ให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะสำคัญและตัวอย่างของความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหา และในระหว่างที่ครูนำเสนอแบบอย่าง ครูกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตการใช้แบบอย่างประเภทต่างๆ และทำความเข้าใจแบบอย่าง แล้วสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่างตามความเข้าใจด้วยตนเอง

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่าง (Recapitulation) ขั้นนี้ครูใช้กลวิธีในการตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับแบบอย่างแต่ละประเภทที่ครูนำเสนอในขั้นที่ 2 โดยครูใช้ "แบบอย่างของการสะท้อนคิด" เพื่อเน้นในประเด็นที่นักเรียนเข้าใจยากหรือเข้าใจยังไม่ถูกต้องชัดเจน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเป็นความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาจากแบบอย่าง

ขั้นที่ 4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Structured Consolidation) ขั้นนี้นักเรียนจะได้จัดโครงสร้างความรู้ใหม่ เพื่อให้เป็นความเข้าใจที่ถูกต้องชัดเจนมากขึ้น โดยครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ที่คล้ายคลึงกับที่ได้นำเสนอในขั้นที่ 2 จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนใช้ "แบบอย่างของวิธีคิด" เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจบริบท และให้นักเรียนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของ "ความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาจากแบบอย่าง" ในขั้นที่ 3 กับบริบทของการเรียนรู้ดังกล่าว และใช้ "แบบอย่างของวิธีการทำงาน" เพื่อนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในบริบท รวมถึงใช้ "แบบอย่างของการสะท้อนคิด" ร่วมด้วยทุกขั้นตอน จากนั้นครูค่อยๆ ปล่อยให้นักเรียนทำด้วยตนเองภายใต้การสนับสนุนของครู และครูให้ความช่วยเหลือโดยใช้กลวิธีการสนับสนุนการเรียนรู้ตามความสามารถของนักเรียนซึ่งครูจะค่อยๆ ลดการช่วยเหลือสนับสนุนลงเมื่อนักเรียนสามารถทำด้วยตนเองได้ดีขึ้น

ขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application) ขั้นนี้ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ที่ไม่คุ้นเคยที่หลากหลาย จากนั้นให้นักเรียนฝึกใช้แบบอย่างด้วยตนเองในการนำ "ความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากแบบอย่าง" ไปประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กับบริบทการเรียนรู้ดังกล่าว และครูให้ความช่วยเหลือโดยใช้กลวิธีการสนับสนุนการเรียนรู้ตามความสามารถของนักเรียน ซึ่งครูจะค่อยๆลดการช่วยเหลือสนับสนุนลงเมื่อนักเรียนสามารถทำได้ดีขึ้น

ขั้นที่ 6 ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion) ขั้นนี้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหา รวมถึงกระบวนการคิด และ "แบบอย่าง" ที่ใช้ในการ

เรียนรู้ความรู้และวิธีการแก้ปัญหา ภายใต้การช่วยเหลือสนับสนุนจากครู รวมถึงให้นักเรียนแต่ละคนได้สะท้อนตนเองเกี่ยวกับความรู้หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้จากแบบอย่างประเภทต่างๆ และ "แบบอย่าง" ที่ใช้ในการเรียนรู้ความรู้และวิธีการแก้ปัญหา เพื่อประเมินตนเองได้ว่าทำได้หรือทำไม่ได้อย่างไร

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกระทรวงศึกษาธิการ โดยเน้นการถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย

4. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการรับข้อมูลและประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ (อัมพร ม้าคนอง, 2554) ได้แก่

4.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันเพื่อใช้อธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2 ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยการคำนวณโดยใช้สูตร และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการใช้กฎ ขั้นตอน การคำนวณหรือการดำเนินการต่างๆ ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

ในงานวิจัยนี้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สามารถวัดได้จากแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ใช้ความรู้ เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์ และวิธีการที่เหมาะสมในการตัดสินใจ ในงานวิจัยนี้พิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาโดยปรับปรุงจากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบ Polya (1973) ร่วมกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Mayer (1992) ประกอบด้วย 4 ด้าน ดังนี้

1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากโจทย์ เพื่อทำความเข้าใจข้อมูลสำคัญสำหรับการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจากการระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และการตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหา

2) การวางแผนแก้ปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการใช้ข้อมูลจากการวิเคราะห์ เพื่อเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับปัญหา รวมถึงกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นที่นำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

3) การดำเนินการแก้ปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการคิดคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์และใช้เหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ โดยใช้แนวทางตามแผนการแก้ปัญหาที่ได้วางแผนไว้ จนนำไปสู่คำตอบ

4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

หมายถึง ความสามารถในการสรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้หรือไม่

ในงานวิจัยนี้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ครูและผู้ที่เกี่ยวข้องได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ เพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพและทำให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อนักเรียน

2. ครูและผู้เกี่ยวข้องได้แนวทางเกี่ยวกับการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน

3. ครูและผู้เกี่ยวข้องได้แนวทางในการนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปใช้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ นอกเหนือจากความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่นๆต่อไป

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้นำเสนอการศึกษาค้นคว้าตามหัวข้อต่อไปนี้

1. กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

1.1 ที่มา และลักษณะสำคัญของกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

1.2 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

1.3 บทบาทครูและบทบาทนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

1.4 การนำกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.2 ความสำคัญของของความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.3 แนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.4 การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายและประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

3.2 ลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

3.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.4 กระบวนการ ขั้นตอน และทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.5 ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.6 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.7 แนวทางการวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้อง

4.2 งานวิจัยภายในประเทศที่เกี่ยวข้อง

1. กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

1.1 ที่มา และลักษณะสำคัญของกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของจูเลียน-ชูลต์ซ (2012) พัฒนาขึ้นโดย Maynes and Julien-Schultz เริ่มต้นแนวคิดมาจากการสอนเนื้อหาที่มีความซับซ้อน หรือทักษะที่มีความยากให้แก่นักเรียน โดยพัฒนามาจากแนวคิดการสอนทางตรงแบบดั้งเดิม 2 หลักการ โดย**หลักการแรก** กล่าวว่า นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ ถ้าหากนักเรียนได้รับการสอน และ**หลักการที่สอง** กล่าวว่า ครูทุกคนสามารถสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ถ้าหากครูมีการวางแผนและเทคนิคการสอนที่มีประสิทธิภาพและยังพัฒนามาจาก Collins, Brown and Holum, (1991) ผู้สร้างและใช้ “Cognitive apprenticeship” ในการจำแนกขั้นตอนการฝึกฝนทักษะให้เกิดประสิทธิภาพ โดย “Cognitive apprenticeship” สะท้อน 4 องค์ประกอบของการฝึกแบบดั้งเดิม คือ modeling, scaffolding, fading และ coaching ซึ่งมีความสอดคล้องกับการสอนโดยตรง และยังมี**การค่อยๆ ปล่อยความรับผิดชอบในการเรียนรู้ให้เป็นของนักเรียนทีละน้อย (gradual release of responsibility model : GRR Model)** ผสมอยู่ในแต่ละขั้นตอนด้วย ซึ่งจะช่วยสนับสนุนให้นักเรียนค่อยๆเพิ่มความสามารถในการใช้ความรู้ด้วยตนเองทีละน้อย โดยการส่งผ่านองค์ความรู้จากครูไปยังนักเรียนด้วยการเลื่อนความรับผิดชอบอย่างค่อยเป็นค่อยไป จากครูสนับสนุนเต็มที่ ลดเหลือเพียงการช่วยเหลือกันระหว่างเพื่อนนักเรียน จนนำไปสู่การที่นักเรียนรับผิดชอบเองทั้งหมด แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน คือ 1) I do it (ความรับผิดชอบเน้นที่ครู) 2) We do it (รับผิดชอบร่วมกันระหว่างครูและนักเรียน) 3) You do it together (รับผิดชอบร่วมกันระหว่างนักเรียน) 4) You do it alone (ความรับผิดชอบเน้นที่ตัวนักเรียน) กิจกรรมการเรียนรู้นี้มีเป้าหมายในการเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเองและนำความรู้ใหม่ไปใช้งานในบริบทที่หลากหลายเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ชัดเจนและเกิดเป็นทักษะ ภายใต้การใช้กิจกรรมการเรียนรู้นี้นักเรียนจะถูกสร้างแรงจูงใจให้เกิดความอยากเรียนรู้ สร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง โดยการสังเกต สรุปองค์ความรู้และสะท้อนสิ่งที่ได้เรียนรู้ จัดโครงสร้างทำความรู้ใหม่ผ่านการฝึกใช้ความรู้ภายใต้คำแนะนำ ความช่วยเหลือ และการสนับสนุนของครูตามความต้องการของนักเรียน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองอย่างอิสระ จากนั้นนักเรียนฝึกนำความรู้ใหม่ไปประยุกต์ใช้ด้วยตนเองจนเกิดเป็นทักษะและชำนาญ สรุปบทเรียนจากแบบอย่างโดยทบทวนและตระหนักว่าตนเองได้เรียนรู้อะไรบ้าง

ลักษณะสำคัญของกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ (2012)

จากที่ได้กล่าวว่าเป้าหมายของกิจกรรมการเรียนรู้นี้คือ เน้นให้นักเรียนมีแรงจูงใจในการสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเองและนำความรู้ใหม่ไปใช้งานในบริบทที่หลากหลายเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ชัดเจนและเกิดเป็นทักษะ รวมทั้งสรุปและสะท้อนความรู้ความสามารถของตนเอง โดยมีรายละเอียดของลักษณะสำคัญ ดังนี้

1. การสร้างแรงจูงใจ (Motivation)

การเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพควรเริ่มต้นด้วยการทำให้นักเรียนมีเหตุผลที่จะเรียนรู้ เห็นความสำคัญของเนื้อหาที่จะเรียน การสร้างแรงจูงใจเป็นการกระตุ้นเร้าความสนใจนักเรียน (motivation) เปรียบเทียบได้กับการเดือดผุด (bubbling) ออกมาด้วยความร้อนจากภายใน ปะทุและพวยพุ่งออกมาสู่พื้นผิวโลกของกระบวนการหลอมละลายหิน ซึ่งการทำให้นักเรียนมีความอยากที่จะเรียนรู้เปรียบเสมือนการทำให้นักเรียนมีแรงจูงใจจากภายใน โดยการสร้างแรงจูงใจควรจะค่อนข้างกระชับ คล่องแคล่ว และให้ประสบการณ์ที่น่าสนใจ ซึ่งอาจรวมถึงการนำเสนอปรากฏการณ์ที่สร้างความขัดแย้งทางปัญญาให้กับนักเรียน ทำให้นักเรียนมีความรู้สึกว่ามีบางสิ่งที่ไม่สอดคล้องกับความรู้ที่นักเรียนมีอยู่ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีเหตุผลที่จะค้นหาความรู้ต่อไป

2. การใช้แบบอย่างในการนำเสนอ (Modeling)

การใช้แบบอย่างในการนำเสนอ (modeling) เป็นกลยุทธ์การสอนที่มีประสิทธิภาพที่ครูแสดงแนวคิดหรือวิธีการใหม่ในการเรียนรู้และนักเรียนได้เรียนรู้สิ่งต่างๆ ผ่านการสังเกต ซึ่งแบบอย่างดังกล่าวมีความเฉพาะและสัมพันธ์กับลักษณะของความรู้คณิตศาสตร์และการทำงานทางคณิตศาสตร์ การใช้แบบอย่าง (modeling) มี 3 วิธี คือ การแสดงให้ดู (showing) การบอก (telling) และการใช้คำถาม (questioning)

ความหมายของแบบอย่าง

Eggen and Kauchak (2001) ให้ความหมายของ “แบบอย่าง” ว่าคือ กลยุทธ์การสอนที่ครูแสดงให้เห็นถึงแนวความคิดหรือวิธีการใหม่ๆในการเรียนรู้และนักเรียนเรียนรู้โดยการสังเกต

Haston (2007) กล่าวว่า เมื่อใดก็ตามที่ครูแสดงแนวคิดให้กับนักเรียน นั่นคือ ครูกำลังเป็นแบบอย่างในการคิดให้กับนักเรียน

Biggs and Moore (1993) กล่าวว่า ครูต้องตระหนักว่า นักเรียนไม่ได้มีวิธีการเรียนรู้เพียงวิธีเดียว แต่ว่าบางวิธีอาจมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีอื่นๆ และนั่นคือสิ่งที่สำคัญที่สุด เพราะมีหลายสิ่งที่คนเป็นครูสามารถทำเพื่อเพิ่มโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยวิธีที่เหมาะสมกับนักเรียนที่สุด

Bandura (1986) กล่าวว่า “การใช้แบบอย่าง” ช่วยดึงดูดนักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้

ทฤษฎีการใช้แบบอย่างที่เป็นกลยุทธ์ในการสอน

จากการวิจัยแสดงให้เห็นว่าการใช้แบบอย่างเป็นกลยุทธ์การสอนที่มีประสิทธิภาพในการเปิดโอกาสให้นักเรียนสังเกตกระบวนการคิดของครู การสอนในลักษณะนี้ ครูต้องกระตุ้นนักเรียนให้เลียนแบบพฤติกรรมต่างๆที่ช่วยส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ สอดคล้องกับนักทฤษฎีการเรียนรู้ทางสังคม Albert Bandura ที่กล่าวว่าการเรียนรู้ของมนุษย์ส่วนมากเป็นการเรียนรู้โดยการสังเกตหรือการเลียนแบบ เนื่องจากมนุษย์มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมที่อยู่รอบๆ ตัวอยู่เสมอ เขาเชื่อว่าการเรียนรู้ของมนุษย์ส่วนมาก เป็นการเรียนรู้โดยการสังเกต (Observational Learning) หรือการเลียนแบบจากตัวแบบ (Modeling) สำหรับตัวแบบไม่จำเป็นต้องเป็น ตัวแบบที่มีชีวิตเท่านั้น แต่อาจจะ เป็นตัวแบบ สัญลักษณ์ เช่น ตัวแบบที่เห็นในโทรทัศน์ ภาพยนตร์ เกมส์คอมพิวเตอร์ หรืออาจจะเป็น รูปภาพ การ์ตูน หนังสือ นอกจากนี้ คำบอกเล่า ด้วยคำพูดหรือข้อมูลที่เขียนเป็นลายลักษณ์อักษรก็เป็นตัวแบบได้ นอกจากนี้งานวิจัยยังแสดงให้เห็นว่าการใช้แบบอย่างสามารถใช้ข้ามสาขาวิชาและใช้ได้กับทุกระดับชั้นและทุกระดับความสามารถ

ประเภทของแบบอย่าง

จากความหมายของแบบอย่างซึ่งหมายถึง วิธีคิด วิธีการทำงาน และวิธีการสะท้อนคิดซึ่งได้ผลดีที่ครูใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่โดยใช้ความรู้เดิมและใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความเฉพาะและสัมพันธ์กับลักษณะของความรู้คณิตศาสตร์และการทำงานทางคณิตศาสตร์ แบบอย่างสามารถแบ่งออกเป็น 5 ประเภท ดังนี้

1) แบบอย่างในการคิด คือ แบบอย่างที่ครูใช้ในการถ่ายทอดรูปแบบหรือวิธีการคิดของครูที่ต้องการให้เกิดกับนักเรียน โดยครูสามารถกำหนดแบบอย่างได้ตามลักษณะที่ต้องการได้ ครูต้องเป็นผู้มีความคิดสร้างสรรค์, ขยันหมั่นเพียร, เตรียมการสอนมาเป็นอย่างดี และรวบรวมแบบอย่างที่จำเป็นในการทำให้การสอนประสบความสำเร็จ

Eurich (1995) ได้กล่าวว่า แบบอย่างประเภทมีส่วนสำคัญต่อการสนับสนุนการพัฒนาพฤติกรรมและการทำงานร่วมกัน

2) แบบอย่างในการทำงาน คือ แบบอย่างที่ครูสาธิตการทำงานซึ่งครูต้องการให้นักเรียนทำด้วยตนเองได้ให้นักเรียนดู เพื่อให้นักเรียนสังเกตสิ่งที่นักเรียนจะต้องทำ แบบอย่างประเภทนี้มักนำไปสู่กิจกรรมต่างๆ เช่น การทดลองทางวิทยาศาสตร์, การสื่อสารภาษาต่างประเทศ, การปฏิบัติพลศึกษา และการแก้สมการทางคณิตศาสตร์ กลยุทธ์นี้ใช้เพื่อให้นักเรียนสามารถสังเกตได้ว่าอะไรคือสิ่งที่คาดหวังในตัวพวกเขาและเพื่อให้พวกเขารู้สึกสะดวกสบายมากขึ้นในการมีส่วนร่วมในงานใหม่ที่ได้รับมอบหมาย

Duplass (2006) กล่าวว่า แบบอย่างประเภทนี้ต้องดำเนินการให้สำเร็จเป็นขั้นตอนจนนักเรียนเกิดความเข้าใจ

3) แบบอย่างในการสะท้อนคิด คือ แบบอย่างที่ครูสนทนากับนักเรียนผ่านกระบวนการคิดของครูขณะที่ครูกำลังตั้งคำถาม โดยทักษะการคิดเน้นการตีความข้อมูล การวิเคราะห์และการสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ รวมถึงการประเมินความคิดและความสามารถของตนเอง แบบอย่างประเภทนี้มีประโยชน์อย่างยิ่งในวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อครูแสดงขั้นตอนหลายๆ ขั้นตอนในการแก้ปัญหา ในการใช้แบบอย่างนี้ครูสนทนากับนักเรียนให้เห็นกระบวนการคิดของครู ในขณะที่ครูกำลังแก้ปัญหาบนกระดาน แบบอย่างนี้สามารถใช้ได้ในคาบการอ่าน โดยครูซักถามคำถามเกี่ยวกับวาทศิลป์ในบทกวีหรือแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการคาดการณ์เรื่องราวว่าจะเกิดอะไรขึ้นต่อไป

Duplass (2006) กล่าวว่า แบบอย่างประเภทนี้คือ "วิธีนี้คือการคิดออกมาดังๆ ซึ่งครูได้วางแผนและจากนั้นครูอธิบายกระบวนการขั้นตอนการคิดพื้นฐานของครูให้กระจ่าง โดยควรเน้นที่การพูดให้ชัดเจนของครู"

4) แบบอย่างในการเสริมต่อการเรียนรู้ คือ แบบอย่างที่ครูแสดงหรือสาธิตให้นักเรียนดู และครูต้องทราบระดับความสามารถของนักเรียน จากนั้นครูมอบหมายงานแรกที่เหมาะสมให้กับนักเรียน แล้วให้นักเรียนค่อยๆ เริ่มทำตามขั้นตอนด้วยตนเอง ภายใต้การเสริมต่อการเรียนรู้ของครูจนไปสู่การทำด้วยตนเองอย่างอิสระ โดยครูเป็นผู้จัดเตรียมสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ที่ช่วยสนับสนุนการเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่บกพร่องทางการเรียนรู้

Exel (1996) กล่าวว่า แบบอย่างเป็นเพียงแบบร่างเท่านั้น ซึ่งนักเรียนสามารถแก้ไขและเพิ่มเติมเองได้

Baldwin et al (2006) กล่าวว่า ครูสามารถแสดงหรือสาธิตให้นักเรียนดูหลายๆครั้งได้ ในกรณีที่นักเรียนไม่เข้าใจหรือนักเรียนบกพร่องทางการเรียนรู้หรือเรียนภาษาอังกฤษโดยไม่ได้มีภาษาอังกฤษเป็นภาษาแม่

5) แบบอย่างในการให้นักเรียนเป็นศูนย์กลาง คือ แบบอย่างที่ครูเรียกให้นักเรียนเป็นผู้สาธิตการทำงาน แสดงพฤติกรรมที่คาดหวัง หรือกระบวนการคิดให้เพื่อนๆดู แบบอย่างประเภทนี้ทำให้การจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน ลดบทบาท “ครูเป็นศูนย์กลาง” ให้น้อยลง ซึ่งในบางกรณีอาจช่วยสนับสนุนให้สภาพแวดล้อมในการเรียนรู้น่าเรียนมากขึ้นสำหรับนักเรียน

Haston (2007) กล่าวว่า การใช้แบบอย่างประเภทนี้ ครูต้องกระตุ้นนักเรียนที่มีความเข้าใจในสาระสำคัญเป็นอย่างดีหรือมีผลการเรียนดีมาเป็นแบบอย่างในการสาธิตการทำงานหรือแสดงกระบวนการคิดให้เพื่อนๆในชั้นเรียนดู

Duplass (2006) กล่าวว่า แบบอย่างประเภทนี้ช่วยทำให้บทบาทของครูในการเป็นผู้นำในการเรียนรู้ลดน้อยลง เพราะเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนเป็นผู้นำมากขึ้น

ทั้งนี้ในการใช้แบบอย่างสามารถเลือกได้มากกว่า 1 วิธี เพื่อให้ครอบคลุมรูปแบบการเรียนรู้ที่หลากหลายของนักเรียน โดยมีการนำกลวิธีมาใช้ร่วมด้วยเพื่อช่วยให้การใช้แบบอย่างในการนำเสนอ (modeling) มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยกลวิธีที่ใช้ร่วมกับการใช้แบบอย่างในการนำเสนอ (modeling) มีรายละเอียด ดังนี้

กลวิธีที่ใช้ร่วมกับการใช้แบบอย่าง (Strategy)

C (concrete and visible) หมายถึง การใช้สื่อรูปธรรมที่ทำให้นักเรียนมองเห็นและได้ยินอย่างชัดเจน โดยใช้วิธีการที่หลากหลายในการใช้แบบอย่างในการนำเสนอ (modeling) เพื่อให้ครอบคลุมรูปแบบการเรียนรู้ของนักเรียน

L (learning goals or expectations) หมายถึง การให้นักเรียนทราบถึงเป้าหมายในการเรียนรู้อย่างชัดเจน โดยเป้าหมายต้องมีความสอดคล้องและท้าทายความสามารถของนักเรียน

E (expectations are tied to visual representations) หมายถึง การแสดงแผนภาพเพื่ออธิบายเป้าหมายในการเรียนรู้ให้นักเรียนเข้าใจ

A (action) หมายถึง การเรียนรู้ใหม่ต้องต่อยอดจากความรู้เดิมผ่านการใช้แบบอย่างในการนำเสนอ (modeling) ที่ต้องขับเคลื่อนอย่างรวดเร็ว ด้วยรูปแบบการเรียนรู้ที่หลากหลาย (ภาษา, เสียง, รูปภาพ, การเคลื่อนไหวร่างกาย) รวมถึงมีการสร้างความตื่นเต้นและความน่าสนใจในการเรียนให้กับนักเรียน (ขำขัน, การพูดเกินจริง)

R (review) หมายถึง การให้นักเรียนฝึกปฏิบัติอย่างสม่ำเสมอ ซ้ำไป ซ้ำมา จนเกิดเป็นทักษะ โดยเริ่มจากการเสริมต่อการเรียนรู้อย่างใกล้ชิด (consolidation) ไปสู่การฝึกฝนด้วยตนเอง (application) เมื่อนักเรียนมีความพร้อมที่จะปฏิบัติด้วยตนเอง และมีการประเมินความก้าวหน้าของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง

3. การฝึกฝน (Practice)

กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซให้ความสำคัญกับการฝึกฝน (Practice) ซึ่งมี 3 ลักษณะ

โดยจากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องการสอนโดยตรงบ่งชี้ว่า การใช้แบบอย่างในการนำเสนอ (modeling) เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอนโดยตรงที่ควรจะตามมาด้วยการฝึกปฏิบัติแบบมีโครงสร้าง (structured practice) การฝึกปฏิบัติโดยมีการเสริมต่อการเรียนรู้ของครู (scaffolded practice) และตามมาด้วยการค่อยๆปล่อยความรับผิดชอบในการเรียนรู้ให้กับนักเรียนทีละน้อยเพื่อสนับสนุนการฝึกปฏิบัติด้วยตนเองอย่างอิสระ (independent practice)

3.1 การฝึกปฏิบัติแบบมีโครงสร้าง (Structured Practice)

การฝึกปฏิบัติแบบมีโครงสร้าง (Structured Practice) คือ การสร้างประสิทธิภาพในการปฏิบัติที่ถูกต้อง และหลีกเลี่ยงการปฏิบัติที่ไม่ถูกต้อง วิธีการดั้งเดิมของ "การทำให้ถูกต้องในครั้งแรก" (getting it right the first time) คือ การให้นักเรียนปฏิบัติอย่างช้าๆ ค่อยเป็นค่อยไป และให้นักเรียนปฏิบัติอย่างถูกต้องในทุกก้าวย่างในแต่ละขั้นตอน ในขณะที่ครูคอยเฝ้าดูนักเรียน หากเกิดข้อผิดพลาดขึ้นเมื่อใด ครูก็สามารถเข้าไปแก้ไขได้ทันท่วงที กล่าวคือ ครูให้นักเรียนดูแบบอย่าง จากนั้นให้นักเรียนปฏิบัติตาม ครูให้ข้อมูลป้อนกลับ ให้การเสริมแรง หรือแก้ไขข้อผิดพลาดของนักเรียน

3.2 การฝึกปฏิบัติโดยมีการเสริมต่อการเรียนรู้ของครู (Scaffolded Practice)

การฝึกปฏิบัติโดยมีการเสริมต่อการเรียนรู้ของครู (Scaffolded Practice) คือ การให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง โดยมีครูคอยดูแลอยู่ห่างๆ คอยเป็นผู้อำนวยความสะดวก ให้คำแนะนำ ความช่วยเหลือ หากนักเรียนพบปัญหาหรือต้องการความช่วยเหลือ เนื่องจากนักเรียนกำลังอยู่ในระหว่างการเรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่ง (พื้นที่รอยต่อของพัฒนาการ) เพื่อทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจและมีพัฒนาการที่สูงขึ้น โดยครูสามารถประเมินการเรียนรู้และความสามารถของนักเรียนจากความสำเร็จหรือความผิดพลาดของการปฏิบัติของนักเรียนและการช่วยเหลือนักเรียน โดยให้ข้อมูลป้อนกลับ เพื่อให้นักเรียนแก้ไขข้อผิดพลาดต่างๆของตน

3.3 การฝึกปฏิบัติด้วยตนเองอย่างอิสระ (Independent Practice)

การฝึกปฏิบัติด้วยตนเองอย่างอิสระ (Independent Practice) คือ การให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยตนเองอย่างอิสระ โดยไม่มีครูคอยให้ความช่วยเหลือ การฝึกปฏิบัติด้วยตนเองเช่นนี้จะช่วยให้นักเรียนเกิดทักษะและความชำนาญ และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ต่อได้ ทั้งนี้ครูยังคงสังเกตการฝึกปฏิบัติด้วยตนเองของนักเรียน แต่ไม่จำเป็นต้องให้ผลป้อนกลับในทันที สามารถให้ภายหลังได้

4. การรู้คิด (Metacognition)

กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีการเน้นการรู้คิด (Metacognition) ในช่วงการสรุปบทเรียน โดยเน้นให้นักเรียนสะท้อน (reflect) ความรู้ความสามารถของตนเอง ว่านักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง สิ่งที่ได้เรียนรู้ แต่ยังไม่เข้าใจมีอะไรบ้าง และนักเรียนมีแนวทางในการแก้ไขอย่างไร

โดยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซนี้เน้นองค์ประกอบแรกของการรู้คิด (Metacognition) คือ **ความรู้** และเน้นในด้านความรู้เกี่ยวกับความสามารถของตนเอง กล่าวคือ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ตนเองได้ว่ามีความรู้ความสามารถในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานมากน้อยเพียงใด นักเรียนต้องรู้จุดอ่อนและจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใด เพื่อที่จะได้หาวิธีการที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง

5. การสนับสนุนการเรียนรู้ตามความต้องการของนักเรียน (Supporting)

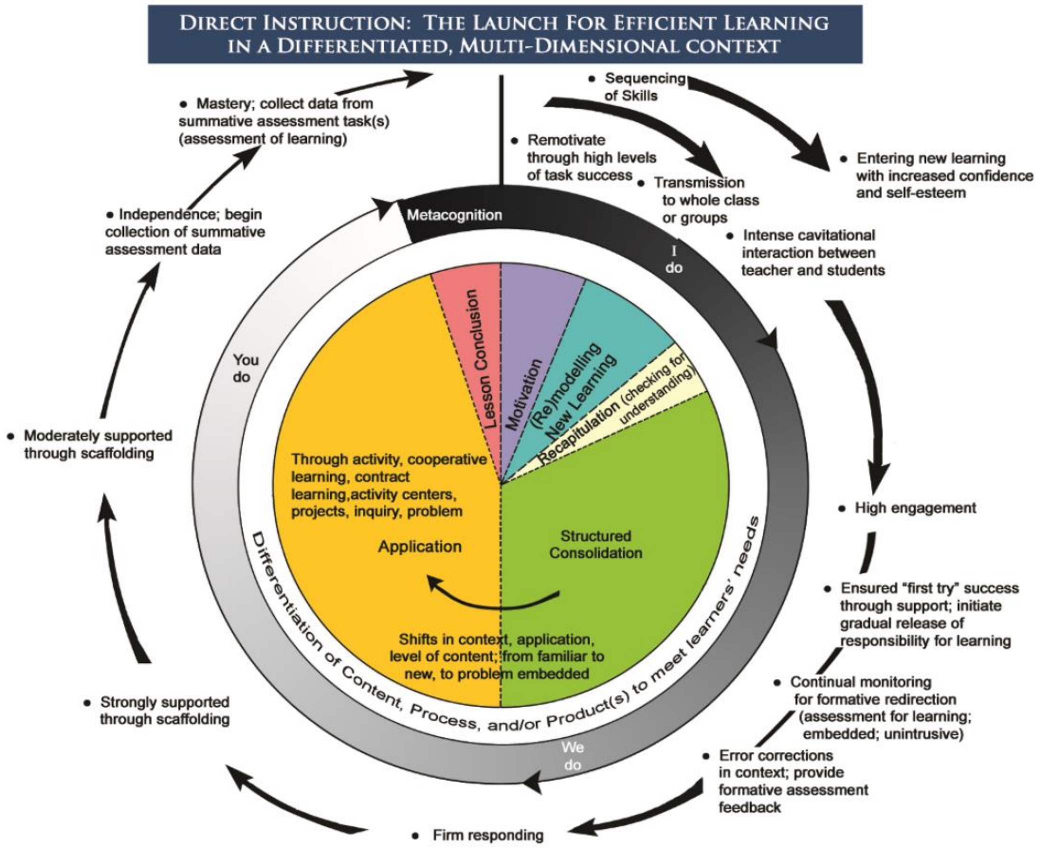
ในแต่ละขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซจะมีการสนับสนุนการเรียนรู้ตามความต้องการของนักเรียน (Supporting)

Vygotsky (1978) เชื่อว่า การชี้แนะหรือการช่วยเหลือ เป็นการร่วมมือทางสังคม (Social Collaborative) ที่สนับสนุนให้พัฒนาการทางความรู้ความเข้าใจเกิดการเจริญงอกงาม โดยจำเป็นต้องมีผู้ที่เชี่ยวชาญกว่าให้ความช่วยเหลือผู้เรียน เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจยิ่งขึ้น Vygotsky เปรียบเทียบความช่วยเหลือดังกล่าวว่าเป็นเสมือน “นั่งร้าน” (Scaffold) ที่ทำหน้าที่ในการเสริมต่อการเรียนรู้นั่นเอง

การสนับสนุนการเรียนรู้ (Supporting) หมายถึง บทบาทเชิงปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ที่ให้การช่วยเหลือด้วยวิธีการต่างๆ ตามสภาพปัญหาที่เผชิญอยู่ในขณะนั้น เพื่อให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหานั้นด้วยตนเองได้ (Wood, Bruner & Ross, 1976: 98) โดยเป็นการจัดเตรียมสิ่งที่เอื้ออำนวย การให้การช่วยเหลือ แนะนำ และสนับสนุนนักเรียน โดยการสนับสนุการเรียนรู้ (Supporting) สามารถทำได้หลายประการ เช่น การให้ตัวอย่าง การให้ข้อเสนอแนะ การสะท้อนผลการเรียนรู้ การตรวจสอบความรู้ของผู้เรียนโดยให้ผู้เรียนเล่าสิ่งที่ได้เรียนรู้ การลดความซับซ้อนในงานหรือกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีความง่ายต่อการทำความเข้าใจ และอื่นๆ

1.2 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

จากลักษณะสำคัญของกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ (2012) นำไปสู่ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซประกอบด้วย 6 ขั้นตอน มีรายละเอียดดังนี้



ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างแรงจูงใจ (Motivation) ขั้นนี้ครูสร้างแรงจูงใจให้นักเรียน โดยชี้ให้เห็นถึงความสำคัญและความจำเป็นของเนื้อหาในบทเรียนผ่านกิจกรรมที่มีการโต้ตอบกันระหว่างครูกับนักเรียน (active) นอกจากนั้นครูเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนโดยตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนที่จำเป็นต่อการเรียนในบทเรียน และอาจมีการทบทวนความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่ (Modeling the New Learning) ขั้นนี้ครูกำหนดบริบทการเรียนรู้หรือสถานการณ์ปัญหา (context) ที่สัมพันธ์กับความรู้ใหม่และมีตัวแทนของความรู้ ซึ่งต้องสัมพันธ์กับธรรมชาติของเนื้อหา จากนั้นครูนำเสนอแบบอย่างที่เป็นตัวแทนความรู้ (ความรู้มีการนำเสนอได้หลายแบบ เช่น ภาษา สัญลักษณ์ สื่อจริง) และใช้กลวิธีต่างๆ ในการอธิบายและนำเสนอ เพื่อให้นักเรียนสังเกต สรุปและสะท้อนจากแบบอย่าง นำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่าง (Recapitulation) ขั้นนี้ครูใช้คำถามเกี่ยวกับหัวข้อที่เรียน โดยเน้นในประเด็นที่นักเรียนเข้าใจยากหรือเข้าใจยังไม่ถูกต้องชัดเจน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับแบบอย่าง ว่านักเรียนได้รับความรู้ที่ถูกต้องอย่างแท้จริง ก่อนที่ครูจะมอบหมายให้นักเรียนนำความรู้ใหม่ไปใช้งาน

ขั้นที่ 4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Structured Consolidation) ขั้นนี้นักเรียนนำความรู้ใหม่ที่ได้เรียนรู้ไปใช้งานในบริบทที่คล้ายคลึงกับขั้นที่ 2 ด้วยตนเอง ภายใต้คำแนะนำ ความช่วยเหลือ การสนับสนุน และการเสริมต่อการเรียนรู้ของครู ครูค่อยๆลดบทบาทความรับผิดชอบของครูลงและค่อยๆ ให้นักเรียนค่อยๆเรียนรู้ด้วยตนเองให้มากขึ้น อาจมีการใช้แบบอย่างอีกครั้งหากบทเรียนมีความซับซ้อนและนักเรียนยังไม่เข้าใจ โดยในขณะที่นักเรียนนำความรู้ใหม่ไปใช้งาน ครูจะให้ข้อเสนอแนะกับนักเรียนในเวลาที่เหมาะสม มีลักษณะเฉพาะ สามารถเข้าใจได้ง่าย และให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนา

ขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application) ขั้นนี้นักเรียนนำความรู้ใหม่ไปประยุกต์ใช้งานด้วยตนเองในบริบทใหม่ที่แตกต่างและซับซ้อนมากขึ้น มีการสนับสนุนจากครูน้อยลงหรือไม่มีเลย โดยนักเรียนแสดงต้องให้ครูเห็นว่านักเรียนสามารถลงมือทำได้ด้วยตนเอง และแสดงหลักฐานให้ครูเห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจ อาจมีการใช้แบบอย่างอีกครั้งหากบทเรียนมีความซับซ้อนและนักเรียนยังไม่เข้าใจ

ขั้นที่ 6 ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion) ขั้นนี้ครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนสรุปความรู้ใหม่จากบทเรียน นักเรียนตระหนักในการรับรู้ความรู้ของตนเอง (metacognition) และบอกหรือแสดงให้ครูเห็นว่านักเรียนได้เรียนรู้อะไร รวมทั้งตระหนักว่าจะต้องมีทักษะหรือความรู้อะไรบ้างในอนาคตที่จะใช้ประยุกต์ในบริบทอื่นๆ

1.3 บทบาทครูและบทบาทนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

จากการที่ผู้วิจัยศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซสามารถสรุปบทบาทครู และบทบาทนักเรียนในแต่ละขั้นตอน ได้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 บทบาทครูและบทบาทนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

ขั้น	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
ขั้นสร้างแรงจูงใจ	• ครูสร้างแรงจูงใจให้นักเรียน โดยใช้กิจกรรมและกลวิธีต่างๆ เพื่อชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญ ความจำเป็น หรือประโยชน์ของเนื้อหาที่จะเรียน (โดยครูอาจจัดกิจกรรมที่น่าสนใจและมีการโต้ตอบกันระหว่างครูกับนักเรียน หรือ สร้างความขัดแย้งทางปัญญาให้นักเรียน หรือ เชื่อมโยงสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้วกับสิ่งที่กำลังจะเรียนรู้ ด้วยวิธีการที่เหมาะสมกับลักษณะของเนื้อหา) • ครูตรวจสอบความพร้อมในการเรียนของนักเรียนทั้งด้านอารมณ์และด้านความรู้พื้นฐานที่จำเป็น (โดยครูอาจใช้คำถาม หรือ ทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว) • ครูแจ้งเนื้อหาที่จะเรียนให้นักเรียนทราบ	• นักเรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ มีความกระตือรือร้นในการเรียน • นักเรียนมีความพร้อมในการเรียนทั้งด้านอารมณ์และด้านความรู้เดิม • นักเรียนทราบเป้าหมายของบทเรียน
ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่	• ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ (context) ซึ่งอาจเป็นตัวอย่าง ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือ กิจกรรม จากนั้นแสดง “แบบอย่างของวิธีคิด” เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจบริบท และวิเคราะห์องค์ประกอบของเนื้อหาความรู้ เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เพื่อเรียนรู้เนื้อหาสาระหรือมโนทัศน์ และแสดง “แบบอย่างของวิธีการทำงาน” ที่เป็นระบบ เพื่อเรียนรู้ขั้นตอนหรือวิธีการต่างๆ รวมถึงแสดง “แบบอย่างของการสะท้อนคิด” ในระหว่างการเรียนรู้ • ครูกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตและทำความเข้าใจแบบอย่างแล้วสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่างตามความเข้าใจด้วยตนเอง • ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย	• นักเรียนพยายามทำความเข้าใจบริบทการเรียนรู้ที่ครูนำเสนอ • นักเรียนสังเกต สะท้อน วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ และทำความเข้าใจแบบอย่างแล้วสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่าง • นักเรียนสังเกตการใช้แบบอย่างประเภทต่างๆ • นักเรียนซักถามข้อสงสัย และตอบคำถามของครู

ขั้น	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
ขั้นสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่าง	• ครูใช้กลวิธีในการตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับแบบอย่างของวิธีคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาแต่ละประเภทที่ครูนำเสนอในขั้นที่ 2 โดยครูใช้ “แบบอย่างของการสะท้อนคิด” เพื่อเน้นในประเด็นที่นักเรียนเข้าใจยากหรือยังเข้าใจไม่ถูกต้องชัดเจน • ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเป็นความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาจากแบบอย่าง • ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และครูอาจอธิบายเพิ่มเติม	• นักเรียนทบทวนความรู้ใหม่ที่ได้เรียนรู้จากแบบอย่าง และอธิบายข้อสรุปที่ได้เรียนรู้ใหม่โดยการตอบคำถามครู • นักเรียนสรุปความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาจากแบบอย่าง • นักเรียนตอบคำถามครูเกี่ยวกับประเด็นที่เข้าใจยากหรือยังเข้าใจไม่ถูกต้องชัดเจน • นักเรียนซักถามข้อสงสัย
ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง	• ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ที่คล้ายคลึงกับที่ได้นำเสนอในขั้นที่ 2 จากนั้นครูกระตุ้นให้นักเรียนใช้แบบอย่างแต่ละประเภท • ครูค่อยๆ ปล่อยให้นักเรียนทำด้วยตนเองภายใต้การสนับสนุนของครูตามความสามารถของนักเรียนซึ่งครูจะค่อยๆ ลดการช่วยเหลือสนับสนุนลงเมื่อนักเรียนสามารถทำได้ดีขึ้น • ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และครูอาจอธิบายเพิ่มเติม • ในกรณีที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถทำได้หรือยังเข้าใจไม่ชัดเจน ครูอาจใช้วิธีการ แบบเดียวกับขั้นที่ 2 อีกครั้ง	• นักเรียนพยายามทำความเข้าใจบริบทการเรียนรู้ที่ครูนำเสนอ • นักเรียนพยายามเรียนรู้ด้วยตนเองมากขึ้น โดยเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของ “ความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาจากแบบอย่าง” ในขั้นที่ 3 กับบริบทของการเรียนรู้ดังกล่าวโดยใช้แบบอย่างประเภทต่างๆ • นักเรียนจัดโครงสร้างความรู้ใหม่เพื่อให้เป็นความเข้าใจที่ถูกต้องชัดเจนมากขึ้น • นักเรียนซักถามข้อสงสัย สรุป และอธิบายเกี่ยวกับความรู้ใหม่ที่เข้าใจอย่างชัดเจน

ขั้น	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง	• ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ที่ไม่คุ้นเคยที่หลากหลาย • ครูให้นักเรียนฝึกใช้แบบอย่างด้วยตนเองในการนำ “ความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากแบบอย่าง” ไปประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กับบริบทการเรียนรู้ดังกล่าว • ครูใช้กลวิธีต่างๆ ในการช่วยเหลือสนับสนุนตามความสามารถของนักเรียน ซึ่งครูจะค่อยๆ ลดการช่วยเหลือสนับสนุนลงเมื่อนักเรียนสามารถทำได้ดีขึ้น แต่จะลดน้อยกว่าขั้นที่ 4 • ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย • ครูมอบหมายแบบฝึกหัดเพิ่มเติมให้นักเรียนทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจและความแม่นยำ • ในกรณีที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถทำได้หรือยังเข้าใจไม่ชัดเจน ครูอาจใช้วิธีการแบบเดียวกับขั้นที่ 2 อีกครั้ง	• นักเรียนพยายามทำความเข้าใจบริบทการเรียนรู้ที่ครูนำเสนอ • นักเรียนใช้แบบอย่างด้วยตนเองในการฝึกนำความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากแบบอย่าง ไปประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กับบริบทการเรียนรู้ดังกล่าว ด้วยตนเอง เพื่อให้เกิดทักษะ • นักเรียนซักถามข้อสงสัย สรุปและอธิบายเกี่ยวกับการนำความรู้ใหม่มาประยุกต์ใช้ • นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม
ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง	• ครูให้ความช่วยเหลือและคำแนะนำแก่นักเรียนในการสรุปความรู้หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้ รวมถึงกระบวนการคิด และ “แบบอย่าง” ที่ใช้ในการเรียนรู้ความรู้และวิธีการแก้ปัญหา • ครูให้นักเรียนแต่ละคนสะท้อนตนเองเกี่ยวกับความรู้หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้ทั้งประเด็นที่เข้าใจชัดเจนแล้วและยังเข้าใจไม่ชัดเจน เพื่อประเมินตนเองได้ว่าทำได้หรือทำไม่ได้ อย่างไร • ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย • ครูมอบหมายแบบฝึกหัดเพิ่มเติมให้นักเรียนทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจและความแม่นยำ	• นักเรียนสรุปความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาใหม่ รวมถึงกระบวนการคิด และ “แบบอย่าง” ที่ใช้ในการเรียนรู้ความรู้และวิธีการแก้ปัญหา ภายใต้การช่วยเหลือสนับสนุนจากครู • นักเรียนแต่ละคนสะท้อนตนเองเกี่ยวกับความรู้หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้ทั้งประเด็นที่เข้าใจชัดเจนแล้วและยังเข้าใจไม่ชัดเจน • นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1.4 การนำกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ พบว่า มีตัวอย่างแผนการจัดการเรียนการสอนที่นำกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 5 ในเนื้อหาที่ค่อนข้างซับซ้อน ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนการสอน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถสร้างตารางแสดงค่าต่างๆ ใช้ความสัมพันธ์เชิงเส้น และเขียนกราฟจากตารางแสดงค่าต่างๆได้ (จำกัดเฉพาะข้อมูลที่ไม่ต่อเนื่อง)

ขั้นสร้างแรงจูงใจ (Motivation)

1. ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนให้เรียบร้อย ก่อนที่จะถึงคาบเรียน เพื่อตรวจสอบความรู้ก่อนหน้าของนักเรียนเกี่ยวกับการเขียนกราฟ และรูปแบบการเขียนกราฟ
2. นักเรียนบางคนมีความเชี่ยวชาญในการใช้อินเตอร์เนตเป็นอย่างมาก และสามารถเขียนกราฟโดยใช้โปรแกรมซอฟต์แวร์ได้
3. บทเรียนก่อนหน้าเป็นเนื้อหาเรื่องกราฟแท่ง ดังนั้นในบทเรียนนี้จึงเป็นเรื่องกราฟเส้นตรง

ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่ (Modeling the New Learning)

กระดานอัจฉริยะ (smart board) ถูกใช้เพื่อแสดงให้เห็นถึงการสร้างกราฟเส้นตรงและนำเข้าสู่การสร้างกราฟเส้นคู่ที่แสดงความสัมพันธ์ของชุดข้อมูลที่ไม่ต่อเนื่อง

ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Structured Consolidation)

ระดับขั้นที่ 1	ระดับขั้นที่ 2	ระดับขั้นที่ 3
นักเรียนจะได้เขียนกราฟของข้อมูลที่ไม่ต่อเนื่องลงบนกระดาษข้างนอกก่อนและตอบคำถามผ่านการใช้สี เช่น สีของแกน X คือ สีแดง เป็นต้น	นักเรียนจะได้สร้างแกน X และ Y ที่เหมาะสม ทั้งการระบุชื่อแกนและช่วงของแกน และเขียนกราฟของชุดข้อมูลที่ไม่ต่อเนื่อง 1 ชุด นักเรียนจะเขียนข้อสรุปเกี่ยวกับความคิดโดยการแสดงในกราฟที่เขียน	นักเรียนจะได้สร้างแกน X และ Y ที่เหมาะสม ทั้งการระบุชื่อแกน และช่วงของแกน และเขียนกราฟของชุดข้อมูลที่ไม่ต่อเนื่อง 2 ชุด นักเรียนจะตีความแนวโน้มและจุดที่ข้อมูลทั้งสองชุดทับซ้อนกัน

ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application)

ระดับขั้นที่ 1	ระดับขั้นที่ 2	ระดับขั้นที่ 3
นักเรียนเขียนกราฟบนกระดานอัจฉริยะ (smart board) ร่วมกับครูเพื่อสร้างกราฟเส้นตรงโดยใช้โปรแกรมซอฟต์แวร์ จาก http://www.onlinecharttool.com/graph?selected_graph=line	นักเรียนทำงานด้วยตนเองอย่างอิสระบนคอมพิวเตอร์เพื่อสร้างกราฟเส้นตรงโดยใช้โปรแกรมซอฟต์แวร์ จาก http://www.onlinecharttool.com/graph?selected_graph=line โดยใช้ข้อมูลที่ครูเป็นผู้กำหนดให้	นักเรียนทำงานด้วยตนเองอย่างอิสระบนคอมพิวเตอร์เพื่อสร้างกราฟเส้นตรงโดยใช้โปรแกรมซอฟต์แวร์ จาก http://www.onlinecharttool.com/graph?selected_graph=line โดยใช้ข้อมูลที่นักเรียนเป็นผู้เก็บรวบรวมมา

ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion)

ระดับขั้นที่ 1	ระดับขั้นที่ 2	ระดับขั้นที่ 3
นักเรียนตอบคำถามเกี่ยวกับตัวอย่างของกราฟเส้นตรงที่แสดงให้ดูได้	นักเรียนสร้างและตีความความหมายของตัวอย่างกราฟเส้นตรงที่หลากหลาย เมื่อกำหนดชุดข้อมูลมาให้ได้	นักเรียนสร้างและตีความความหมายของตัวอย่างกราฟเส้นตรงที่หลากหลาย ทั้งข้อมูล 1 ชุดและข้อมูล 2 ชุด เมื่อชุดข้อมูลนักเรียนเป็นผู้เก็บรวบรวมด้วยตนเอง

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนการสอน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถคำนวณอัตราดอกเบี้ยของการกู้ยืมเงินสำหรับการซื้อสินค้าในช่วงเวลาที่แตกต่างกัน

ขั้นสร้างแรงจูงใจ (Motivation)

1. นักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับการคำนวณอัตราดอกเบี้ยของการกู้ยืมเงินสำหรับการซื้อสินค้ามาก่อนเรียบร้อยแล้ว
2. นักเรียนจะได้รับบัตร “exit card” สองวันก่อนที่จะถึงคาบเรียน เป็นการวินิจฉัยเพื่อตรวจสอบว่า นักเรียนสามารถคำนวณดอกเบี้ยของการกู้ยืมเงินเพื่อซื้อคอมพิวเตอร์เครื่องใหม่ในราคา 1000 โดยมีอัตราดอกเบี้ย 22% เป็นเวลา 3 ปีได้หรือไม่ ซึ่งพบว่านักเรียนบางคนยังคงมีปัญหาเกี่ยวกับการคำนวณ

ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่ (Modeling the New Learning)

ครูทบทวนการคำนวณดอกเบี้ย โดยสถานการณ์เป็นการซื้อเครื่องเสียงในราคา 200 บาท จ่ายโดยบัตรเครดิต ด้วยอัตราดอกเบี้ย 29% ต่อเดือน ค่าใช้จ่ายหลังจากผ่านไป 1 ปี 2 ปี และ 3 ปี คิดเป็นเงินเท่าใด

ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Structured Consolidation)

ระดับขั้นที่ 1	ระดับขั้นที่ 2	ระดับขั้นที่ 3
นักเรียนได้รับมอบหมายให้คำนวณดอกเบี้ยของการกู้ยืมเงินเพื่อซื้อรถคันใหม่ ในราคา 20,000 บาท เป็นระยะเวลากว่า 5 ปี ด้วยอัตราดอกเบี้ย 3%	นักเรียนได้รับมอบหมายให้คำนวณดอกเบี้ยของการกู้ยืมเงินเพื่อซื้อรถคันใหม่ ในราคา 20,000 บาท เป็นระยะเวลากว่า 3 ปี 5 ปี และ 7 ปี ด้วยอัตราดอกเบี้ย 2.9% 5% และ 6%	นักเรียนได้รับมอบหมายให้คำนวณดอกเบี้ยของการกู้ยืมเงินเพื่อซื้อบ้านในราคา 100,000 บาท โดยจ่ายเงินดาวน์จำนวน 10,000 บาทเป็นระยะเวลากว่า 10 ปี 15 ปี และ 25 ปี ด้วยอัตราดอกเบี้ย 5.6% รวมทั้งคำนวณค่าใช้จ่ายรายเดือนของแต่ละช่วงเวลาของการกู้ยืม

ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application)

ระดับขั้นที่ 1	ระดับขั้นที่ 2	ระดับขั้นที่ 3
นักเรียนใช้ปัญหาเดิมในการคำนวณค่าใช้จ่ายรายเดือน	นักเรียนใช้ปัญหาเดิมในการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายรายเดือนของการกู้ยืมเงินในระยะเวลา 3 ปี 5 ปี และ 7 ปี และตัดสินใจเลือกทางเลือกที่ดีที่สุด	นักเรียนใช้ปัญหาเดิมโดยเปลี่ยนอัตราดอกเบี้ยเป็น 7% โดยไม่มีการจ่ายเงินดาวน์ นักเรียนต้องตัดสินใจเลือกทางเลือกที่ดีที่สุด

ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion)

<table>
<tr><th>ระดับขั้นที่ 1</th><th>ระดับขั้นที่ 2</th><th>ระดับขั้นที่ 3</th></tr>
<tr><td colspan="3">นักเรียนสามารถให้ผลย้อนกลับหรือแสดงความคิดเห็นให้แก่เพื่อนคนอื่นๆได้โดยอาศัยตัวอย่างและแผนภูมิที่ครูจัดไว้ให้</td></tr>
</table>

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซผู้วิจัยได้แสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

ตารางที่ 2 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

ขั้น	สาระสำคัญ	กิจกรรมการเรียนรู้
ขั้นสร้างแรงจูงใจ	สร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียนโดยใช้กิจกรรมและกลวิธีต่างๆ ที่ให้นักเรียนเห็นความสำคัญของเรื่องที่จะเรียนหรือสร้างความขัดแย้งทางปัญญาให้กับนักเรียน แจ้งให้นักเรียนทราบเป้าหมายของบทเรียน จากนั้นครูตรวจสอบและทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นให้กับนักเรียน	• ครูสร้างแรงจูงใจให้นักเรียน โดยใช้กิจกรรมและกลวิธีต่างๆ เพื่อชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญ ความจำเป็น หรือประโยชน์ของเนื้อหาที่จะเรียน • ครูตรวจสอบความพร้อมในการเรียนของนักเรียน ทั้งด้านอารมณ์และด้านความรู้เดิมที่จำเป็น (โดยครูอาจใช้คำถาม หรือ ทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว) • ครูแจ้งเนื้อหาที่จะเรียนในวันนี้ให้นักเรียนทราบ
ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่	เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่โดยครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ (context) ซึ่งอาจเป็นตัวอย่าง ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือกิจกรรม จากนั้นครูแสดง “แบบอย่าง” ประเภทต่างๆ ในการวิเคราะห์และทำความเข้าใจบริบท เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ ทำงานอย่างเป็นระบบ เพื่อเรียนรู้เนื้อหาใหม่ และชี้ให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะสำคัญและตัวอย่างของความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหา รวมถึงกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตและทำความเข้าใจแบบอย่าง แล้วสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่างตามความเข้าใจด้วยตนเอง	• ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ (context) ซึ่งอาจเป็นตัวอย่าง ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือกิจกรรม จากนั้นแสดง “แบบอย่างของวิธีคิด” เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจบริบท และวิเคราะห์องค์ประกอบของเนื้อหาความรู้ เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เพื่อเรียนรู้เนื้อหาสาระหรือมโนทัศน์ และแสดง “แบบอย่างของวิธีการทำงาน” ที่เป็นระบบ เพื่อเรียนรู้ขั้นตอนหรือวิธีการต่างๆ รวมถึงแสดง “แบบอย่างของการสะท้อนคิด” ในระหว่างการเรียนรู้ • ครูกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตและทำความเข้าใจแบบอย่างแล้วสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่างตามความเข้าใจด้วยตนเอง • ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และครูอาจอธิบายเพิ่มเติม

ขั้น	สาระสำคัญ	กิจกรรมการเรียนรู้
ขั้นสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่าง	ครูใช้กลวิธีในการตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับแบบอย่างของวิธีคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่ครูนำเสนอในขั้นที่ 2 โดยครูใช้ “แบบอย่างของการสะท้อนคิด” เพื่อเน้นในประเด็นที่นักเรียนเข้าใจยากหรือเข้าใจยังไม่ถูกต้องชัดเจน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเป็นความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาจากแบบอย่าง	● ครูใช้กลวิธีในการตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับแบบอย่างของวิธีคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาแต่ละประเภทที่ครูนำเสนอในขั้นที่ 2 โดยครูใช้ “แบบอย่างของการสะท้อนคิด” เพื่อเน้นในประเด็นที่นักเรียนเข้าใจยากหรือยังเข้าใจไม่ถูกต้องชัดเจน ● ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเป็นความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาจากแบบอย่าง ● ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และครูอาจอธิบายเพิ่มเติม
ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง	เน้นการทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่ถูกต้องและชัดเจนมากขึ้น โดยครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ที่คุ้นเคย จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนใช้” แบบอย่าง” ในการนำความรู้ใหม่จากแบบอย่าง ในขั้นที่ 3 ไปใช้งานกับบริบทการเรียนรู้ดังกล่าว ครูมีบทบาทในการสนับสนุนการเรียนรู้ตามความต้องการของนักเรียน ในกรณีที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถทำได้หรือยังเข้าใจไม่ชัดเจน ครูอาจใช้วิธีการแบบเดียวกับขั้นที่ 2 อีกครั้ง	● ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ที่คล้ายคลึงกับที่ได้นำเสนอในขั้นที่ 2 จากนั้นครูกระตุ้นให้นักเรียนใช้แบบอย่างแต่ละประเภท ● ครูค่อยๆปล่อยให้นักเรียนทำด้วยตนเองภายใต้การสนับสนุนของครูตามความสามารถของนักเรียนซึ่งครูจะค่อยๆ ลดการช่วยเหลือสนับสนุนลงเมื่อนักเรียนสามารถทำได้ดีขึ้น ● ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และครูอาจอธิบายเพิ่มเติม ● ในกรณีที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถทำได้หรือยังเข้าใจไม่ชัดเจน ครูอาจใช้วิธีการ แบบเดียวกับขั้นที่ 2 อีกครั้ง

ขั้น	สาระสำคัญ	กิจกรรมการเรียนรู้
ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง	เน้นการฝึกทักษะให้กับนักเรียน โดยครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ที่ไม่คุ้นเคย จากนั้นให้นักเรียนฝึกใช้ “แบบอย่าง” ด้วยตนเองในการนำความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากแบบอย่าง ไปประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กับบริบทการเรียนรู้ดังกล่าว ด้วยตนเอง ในขั้นนี้ ครูยังมีบทบาทในการสนับสนุนการเรียนรู้ให้กับนักเรียนแต่จะลดน้อยกว่าขั้นที่ 4 ในกรณีที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถทำได้หรือยังเข้าใจไม่ชัดเจน ครูอาจใช้วิธีการแบบเดียวกับขั้นที่ 2 อีกครั้ง	• ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ที่ไม่คุ้นเคยที่หลากหลาย • ครูให้นักเรียนฝึกใช้แบบอย่างด้วยตนเองในการนำ “ความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากแบบอย่าง” ไปประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กับบริบทการเรียนรู้ดังกล่าว • ครูใช้กลวิธีต่างๆ ในการช่วยเหลือสนับสนุนตามความสามารถของนักเรียน ซึ่งครูจะค่อย ๆ ลดการช่วยเหลือสนับสนุนลงเมื่อนักเรียนสามารถทำได้ดีขึ้น แต่จะลดน้อยกว่าขั้นที่ 4 • ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย • ครูมอบหมายแบบฝึกหัดเพิ่มเติมให้นักเรียนทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจและความแม่นยำ • ในกรณีที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถทำได้หรือยังเข้าใจไม่ชัดเจน ครูอาจใช้วิธีการแบบเดียวกับขั้นที่ 2 อีกครั้ง
ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง	เน้นให้นักเรียนสรุปความรู้หรือวิธีการแก้ปัญหา รวมถึงกระบวนการคิด และ “แบบอย่าง” ที่ใช้ในการเรียนรู้ความรู้และวิธีการแก้ปัญหาภายใต้การช่วยเหลือสนับสนุนจากครู รวมถึงให้นักเรียนแต่ละคนได้สะท้อนตนเองเกี่ยวกับความรู้หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้ทั้งประเด็นที่เข้าใจชัดเจนแล้วและยังเข้าใจไม่ชัดเจน	• ครูให้ความช่วยเหลือและคำแนะนำแก่นักเรียนในการสรุปความรู้หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้ รวมถึงกระบวนการคิด และ “แบบอย่าง” ที่ใช้ในการเรียนรู้ความรู้และวิธีการแก้ปัญหา • ครูให้นักเรียนแต่ละคนสะท้อนตนเองเกี่ยวกับความรู้หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้ทั้งประเด็นที่เข้าใจชัดเจนแล้วและยังเข้าใจไม่ชัดเจน เพื่อประเมินตนเองได้ว่าทำได้หรือทำไม่ได้ อย่างไร • ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย • ครูมอบหมายแบบฝึกหัดเพิ่มเติมให้นักเรียนทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจและความแม่นยำ

2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรก ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยตรง และลักษณะที่สอง ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ละลักษณะ มีรายละเอียด ดังนี้

สำหรับความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ใน**ลักษณะแรก** ซึ่งเป็นการให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยตรง มีนักวิชาการและนักศึกษาให้ความหมายไว้ ดังนี้

Annie and john (1996) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความรู้ที่ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ความรู้ที่รู้ว่าต้องทำอย่างไร (Knowing how) เป็นความรู้ที่จะนำไปสู่คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น การพิสูจน์ ความรู้ขั้นตอนและการดำเนินการ และความรู้ในสิ่งนั้น (Knowing that) ได้แก่ ความรู้ทางมโนทัศน์

Kitcher (1983) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์หมายถึงความคิดที่เป็นนามธรรม เกิดจากการฝึกฝน ประกอบด้วยความรู้ที่ได้มาโดยนัย (Tacit) และความรู้ที่ได้มาโดยตรง (Explicit) โดยความรู้ที่ได้มาโดยนัย เป็นความรู้พวกเทคนิค ขั้นตอนการทำงาน การรู้จักใช้สัญลักษณ์ ความรู้ที่ได้มาโดยตรง เป็นความรู้จำพวกทฤษฎีบท การพิสูจน์

Steinbring (2007) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความรู้ที่ประกอบด้วยเครื่องหมายหรือสัญลักษณ์ โดยเครื่องหมายเหล่านั้นไม่ได้มีความหมายตั้งแต่ต้น แต่เป็นการกำหนดเครื่องหมายและสัญลักษณ์ เพื่อเป็นสื่อแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่เกิดจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความรู้ทางมโนทัศน์ และความรู้ด้านการดำเนินการ

อิสริยา ปรมัตถากร (2556) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ใน**ลักษณะที่สอง** ซึ่งเป็นการให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ดังนี้

โดย**ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์** มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Cooney, Davis, and Henderson (1975) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิง มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของบทนิยาม หรือความหมายของเรื่องนั้น ๆ

Toumasis (1995) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกแยะประเภทของสิ่งเร้า ที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กันได้

Wilson (1971) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้วมาสร้างความสัมพันธ์กัน

อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว (2523) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ รวมทั้งความสามารถในการสรุปและจำแนกสิ่งต่างๆ ที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

สุรชัย ขวัญเมือง (2522) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง การสร้างความคิดที่เกิดขึ้น เป็นการสรุปความคิดหรือข้อความคิดที่เหมือนกัน อันเกิดจากประสบการณ์ หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น

อัมพร ม้าคนอง (2554) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิด รวบยอด ทฤษฎี และที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

Clark and Chopeta (2004) ให้ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่า ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ หมายถึง แนวทางในการทำงานเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย

College Board (2002) กล่าวว่า ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ประกอบด้วยขั้นตอน วิธีการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ความสามารถในการอ่านและเขียนกราฟและตาราง การดำเนินการทางเรขาคณิต ทักษะที่ไม่เกี่ยวกับการคำนวณ เช่น การหมุน (rounding) และลำดับ (ordering) เป็นต้น

Roeber and Reber (2001) ให้ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่า ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ หมายถึง ความรู้ที่จะควบคุมปัจจัยที่เกี่ยวข้องในการตรวจสอบปรากฏการณ์บางอย่าง

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่า ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับแนวทางในการคิดคำนวณตามกฎ ตามขั้นตอนที่แสดงถึงความเฉพาะในแต่ละสาระของคณิตศาสตร์ เช่น ขั้นตอน วิธีการในการหารยาว เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2554) ให้ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่าความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักวิชาการและนักการศึกษา สรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการรับข้อมูลและประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ได้แก่ **1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge)** เป็นความรู้เกี่ยวกับ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่างๆทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันเพื่อใช้อธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ **2) ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge)** เป็นความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยการคำนวณโดยใช้สูตร และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการใช้กฎ ขั้นตอน การคำนวณหรือการดำเนินการต่างๆ ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

2.2 ความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายความสำคัญชองความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ โดยผู้เรียนควรมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. มีความรู้และความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและทักษะการคิดคำนวณ สามารถเลือกหลักการ กฎ หรือสูตร มาใช้ในการแก้ปัญหาได้

2. มีเหตุผลเชิงตรรกะในการคิด สามารถถ่ายทอดความคิดได้อย่างชัดเจน

3. มีความประทับใจ มองเห็นความสำคัญและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

4. มีความสามารถในการใช้ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ มีทักษะในการเรียนรู้ และสามารถนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

กระทรวงศึกษาธิการ (2545) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดจุดมุ่งหมายและวิสัยทัศน์เกี่ยวกับคุณภาพและมาตรฐานของผู้เรียน สามารถสรุปได้ว่า เมื่อผู้เรียนได้เรียนคณิตศาสตร์แล้วทำให้ผู้เรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ

สุนิดตา เรืองสิริเศรษฐ์ (2552) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียน โดยคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความเป็นนามธรรม และสิ่งที่นักเรียนจะได้เรียนรู้ในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เด่นชัด คือ ข้อเท็จจริง กฎ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยจะต้องใช้สิ่งต่างๆ เหล่านี้เป็นพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

อัมพร ม้าคนอง (2554) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ ผู้เรียนจึงควรได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรสอนความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนกระบวนการ เพื่อที่ผู้เรียนจะเชื่อมโยงได้ว่าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองคุ้นเคยนั้นมีที่มาหรือความหมายอย่างไร และจะนำไปใช้ได้อย่างไร

จากการศึกษาความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ ผู้เรียนควรได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เพื่อที่ผู้เรียนจะสามารถเชื่อมโยงได้ว่าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองคุ้นเคยนั้นมีที่มาหรือความหมายอย่างไร และจะนำไปใช้ได้อย่างไร อีกทั้ง ในการเรียนคณิตศาสตร์ผู้เรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียงที่จะสามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่ออีกด้วย

2.3 แนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ พบว่ามีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ดังนั้นในการศึกษาแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ และแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ดังนี้

แนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นดังนี้

Ausubel (1968) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ในการพัฒนาความรู้ทางมโนทัศน์ นักเรียนต้องมีขั้นตอนในการสร้างมโนทัศน์ดังนี้

1. วิเคราะห์และแยกแยะความแตกต่างของกระบวนการของสิ่งเร้า
2. ตั้งสมมติฐานโดยมีลักษณะร่วม
3. ทดสอบสมติฐานที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่งๆ
4. เลือกข้อสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. หาลักษณะของสิ่งเร้ามาสัมพันธ์กับแนวความคิดของตน
6. แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่รับมาใหม่กับมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้วเพื่อหาความสัมพันธ์กัน
7. สรุปครอบคลุมลักษณะของมโนทัศน์ใหม่ให้ครอบคลุมส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม
8. หาสัญลักษณ์ทางภาษา

De Cecco (1968) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่าในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ต้องมีการพัฒนาสิ่งต่อไปนี้

1. การสัมผัส ผู้เรียนอาจเกิดมโนทัศน์ได้เมื่อสัมผัสสิ่งเร้า โดยใช้อวัยวะรับสัมผัสอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่าง
2. การรับรู้ เมื่อผู้เรียนได้สัมผัสในสิ่งเร้าแล้ว ย่อมมีการแปลความหมายในสิ่งที่สัมผัสนั้น เพื่อจะได้เกิดมโนทัศน์ขึ้น
3. การจำ หลังจากผู้เรียนได้สัมผัสสิ่งเร้านั้นแล้วย่อมจะจำสิ่งเร้านั้นได้ว่ามีลักษณะอย่างไร
4. การจำแนกแยกแยะ เมื่อผู้เรียนจำสิ่งเร้านั้นได้แล้ว ย่อมจะพินิจพิเคราะห์เพื่อจำแนกสิ่งเร้านั้นว่าคืออะไร

5. การสรุปรวบยอดและการแผ่ขยาย หลังจากที่ผู้เรียนพินิจพิเคราะห์และแผ่จำแนกเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นแล้ว ก็จะเกิดเป็นความรู้ความเข้าใจในสิ่งเร้านั้น เรียกว่าเป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นๆ

Lasley and Matczynski (1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547: 64) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า มีโมเดลการสร้างมโนทัศน์ ที่จะช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูล เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สร้าง ข้อมูลอาจมาจากผู้เรียน ผู้สอน หรือจากทั้งผู้เรียนและผู้สอน หรือจากทั้งผู้เรียนและผู้สอน ในขั้นนี้ ผู้สอนต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้ เป็นสิ่งที่ต้องการและเพียงพอในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ มีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่มเติม สิ่งใดที่ควรตัดออก

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้จัดกลุ่มข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ผู้สอนต้องเตือนผู้เรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่ม เพื่อที่จะแยกแยะข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นตอนที่ 3 การขยายความประเภทข้อมูล จากกลุ่มข้อมูลที่ผู้เรียนจัดได้ในขั้นที่ 2 ผู้สอนจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่าผู้เรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้ผู้เรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ผู้สอนและผู้เรียนคนอื่นๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริง และความสัมพันธ์ของคุณลักษณะของข้อมูล ผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของผู้เรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 การสรุปปิด ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนอธิบายสิ่งต่างๆที่อยู่ในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือให้ข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่างๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัด และสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์การดำเนินการ เหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

พนัส หันนาคินทร์ (2514: 99-100) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ครูควรดำเนินการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การจัดประสบการณ์จริงจะทำให้การอธิบายมโนทัศน์ชัดเจน ซึ่งการอธิบายนั้นสัมพันธ์กับสิ่งที่เข้าใจอยู่ก่อนแล้ว โดยเฉพาะถ้าเป็นประสบการณ์ตรงจะช่วยให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง แถลงกฎต่างๆอย่างชัดเจน ประสบการณ์ที่เป็นจริงเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการสร้างมโนทัศน์ใหม่ให้แก่ผู้เรียน และเป็นการสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องและชัดเจน

2. การให้คำอธิบายแจ่มแจ้ง ครูจะต้องให้หลักการในการติดต่อสื่อสารความคิด เช่น ใช้คำพูดที่นักเรียนคุ้นเคย ใช้ประโยคง่ายๆ เน้นจุดสำคัญด้วยการอธิบายซ้ำ ชี้ให้เห็นความสำคัญของเรื่องย่อยๆ ที่มีอยู่ในเรื่องใหญ่ และใช้คำถามที่เป็นหัวใจของเรื่องนั้น

แนวทางการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นดังนี้

Hiebert (1989 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2546: 24) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่า การพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ จะต้องพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการพัฒนาความหมายสำหรับสัญลักษณ์ เป็นขั้นของการเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนพบประจำกับแนวคิดหรือวัตถุที่สัญลักษณ์เหล่านั้นถูกใช้แทน ในทางคณิตศาสตร์จะใช้สัญลักษณ์สองประเภทใหม่ๆ คือ ตัวเลข เช่น 1 , 2.4 และเครื่องหมายแสดงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น + , - , x เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาความหมายสำหรับกฎ และการดำเนินการ เป็นขั้นพัฒนาความหมายของสิ่งที่จะกลายเป็นกฎหรือขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น ประโยคสัญลักษณ์ 65 – 27 = 38 นั้นแทนการหัก 27 ออกจาก 65 โดยหัก 10 ออกจาก 60 และ หัก 7 ออกจาก 5 แต่หัก 7 ออกจาก 5 ไม่ได้ จึงใช้วิธีใหม่ คือ แบ่ง 60 ออกเป็น 50 กับ 10 แล้วให้ 10 กับ 5 รวมเป็น 15 ซึ่งจะทำให้สามารถหักได้ โดยหัก 20 ออกจาก 50 และหัก 7 ออกจาก 15 ซึ่งจะเหลือ 30 และ 8 ตามลำดับ ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้เป็น 38

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบความเป็นเหตุเป็นผล เป็นขั้นที่นักเรียนสามารถคาดคะเนคำตอบที่ใกล้เคียงความจริงได้ จากการใช้ความหมายในขั้นที่ 1 เช่น หากนักเรียนทราบความหมายของ 4 หมายถึง จำนวนของที่รวมกันแล้วได้ 4 นักเรียนสามารถคาดคะเนได้ว่าคำตอบที่ได้ต้องมากกว่า 4 เพราะ 2/3 มีค่าไม่ถึง 1 คำตอบจึงเป็น 5 หรือ 6 หรือ 7

Usiskin (1989) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่าควรพัฒนาหลักการพื้นฐานสำหรับการเรียนการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องพัฒนาสิ่งต่อไปนี้

1. เทคโนโลยีเปลี่ยนแปลงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์บางอย่างมีความสำคัญมากขึ้น บางอย่างมีความสำคัญน้อยลง แต่มีขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์บางอย่างไม่มีการเปลี่ยนแปลงความสำคัญ

2. สำหรับปัญหาใดๆ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับกระบวนการ 3 ชนิด คือ ชนิดที่คิดได้ด้วยสมอง ชนิดที่ทำได้ด้วยปากกาและดินสอ และชนิดที่ทำได้ด้วยการช่วยเหลือจากครู

3. ไม่ว่าครูคิดว่ากำลังสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์อะไร จะมีนักเรียนบางคนที่ทำโดยวิธีที่แตกต่างออกไป

4. การจะใช้ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ครูควรเตรียมตัวและหาวิธีการที่จะดำเนินการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์นั้นอย่างเหมาะสม

5. เพื่อให้เป็นการคุ้มค่าต่อการสอน ครูควรตั้งจุดมุ่งหมายในการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

จากแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่าแนวทางการพัฒนาความรู้ให้กับนักเรียน ทำได้โดยการพัฒนาทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการให้กับนักเรียน โดยแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ คือ การทำให้นักเรียนเกิดการสร้างและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับเนื้อหาที่จะเรียน จากนั้นให้นักเรียนจัดกลุ่มที่เหมือนและกลุ่มที่แตกต่างของความรู้ที่เรียน และนำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ใหม่ที่เรียน ส่วนแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ คือ การทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่นักเรียนพบเจอในชีวิตประจำวัน และให้นักเรียนเข้าใจความหมายของกฎ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพื่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่อไป

2.4 การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยศึกษาการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Fray, Fredrick, and Klausmeier (1969) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีความจำเป็นต้องวิเคราะห์เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการประเมิน แล้วจึงค่อยออกข้อสอบให้ตรงกับความรู้ที่ได้วิเคราะห์ไว้

NCTM (1989) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีการประเมินใน 2 องค์ประกอบ คือ การประเมินความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการประเมินความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้เรียน และการประเมินความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เป็นการประเมินความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ที่ได้เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหา

Wilson (1971) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นการประเมินเกี่ยวกับความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการ

สอนตามความเข้าใจของตนเอง และรู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาสัมพันธ์กัน

โสภณ บำรุงสงฆ์ (2520) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่าการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประเมินตามองค์ประกอบของความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ โดยมีการวัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะได้ทราบว่าผู้เรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนกระบวนการและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้นข้อสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ จึงมีข้อคำถามที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

จากการศึกษาการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยการประเมินความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ โดยการประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความรู้ที่ได้เรียนไป และประเมินความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือกระบวนการที่นักเรียนได้นำความรู้ที่ได้เรียนไปแก้ปัญหา

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายและประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ โดยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในมาตรฐาน ค 6.1 ในสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดของนักการศึกษา องค์กร รวมทั้งสถาบันการศึกษา ดังนี้

Andereson and Pingry (1973) กล่าวถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะแก้ปัญหาได้ต้องใช้วิธีการที่เหมาะสม ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์ และการตัดสินใจ ปัญหาจะมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหาสถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งแต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลอื่นก็ได้

Adams (1997) ได้กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและคำตอบที่ต้องการจะเกี่ยวข้องกับปริมาณด้วย ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะรวมถึงปัญหาที่เป็นภาษาปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด

Bell (1978) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ว่าเป็นสถานการณ์ใดๆ จะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งบุคคลใดถ้าเอาใจใส่ มีความต้องการที่จะตอบสนองสถานการณ์นั้น แต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์นั้นได้ทันทีทันใด การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้หาคำตอบด้วย

Krulik and Rudnic (1993) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าหมายถึง สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณในตัวปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหาจึงจะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งแต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่งก็ได้

ยุพิน พิพิธกุล (2542) ได้กล่าวถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 1) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์ที่บุคคลคงที่หรือกลุ่มบุคคลเผชิญและต้องการหาคำตอบ ซึ่งยังไม่รู้วิถีทางที่จะได้คำตอบของปัญหาในทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่างๆ ที่มีอยู่มาผสมผสานเป็นแนวทางใหม่ในการหาคำตอบของปัญหา

กรมวิชาการ (2545) เสนอว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

อรชร ภูบุญเติม (2550: 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณ จำนวน วิธีการ คำอธิบายหรือการให้เหตุผล โดยที่ผู้แก้นั้นจะต้องใช้ทักษะความรู้ การตัดสินใจ และประสบการณ์หลายๆอย่างเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบหรือข้อสรุปนั้นได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นได้ในทันที

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือข้อคำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ อาจอยู่ในรูปของปริมาณ จำนวน การพิสูจน์ หรือปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน อาจเป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาไม่เคยคุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถตอบได้ในทันที ผู้แก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้ความรู้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์และวิธีการต่างๆ เพื่อหาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหาดังกล่าวนั้น

ผู้วิจัยได้ศึกษาประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาจำแนกประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

Polya (1973) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) อาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือในเชิงปฏิบัติ เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาให้หาวิธีการ หรือหาเหตุผลก็ได้ ปัญหาให้ค้นหามีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ

1) สิ่งที่ต้องการหา

2) สิ่งที่กำหนดให้

3) เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) ปัญหาประเภทนี้มีจุดประสงค์ให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือ ข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์ส่วนใหญ่สามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ

1) สิ่งที่กำหนดให้ หรือ สมมติฐาน

2) สิ่งที่ต้องพิสูจน์ หรือ ผลสรุป

Charles; & Lester (1982: 6-10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหา ตามเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple Translation Problems) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือ ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาขั้นตอนเดียวที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจมโนมติคณิตศาสตร์และพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problems) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problems) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆแล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา เน้นการพัฒนายุทธวิธีต่างๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ มีการวางแผนแก้ปัญหาและประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาการประยุกต์ (Applied Problems) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้มโนมติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญเช่น การรวบรวม การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ จัดระบบ ประมวลผลและแปลผลเพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้นๆ ปัญหาการประยุกต์เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้ทักษะกระบวนการมโนมติ และผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และคุณค่าทางคณิตศาสตร์

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle Problems) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่มไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลาย

แง่มุมเป็นปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ดี

Bitter, Hatfield; & Edwards (1993: 37) แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นได้หลายคำตอบปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

Reys, Suydam and Lindquist (1995: 29) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่สลับซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาแปลกใหม่ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างสลับซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) จำแนกปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ที่แตกต่างกัน ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวนหรือให้หาวิธีการคำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2542) แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาที่ให้คำตอบ มี 4 ขั้นตอนในการหาคำตอบ คือ ทำความเข้าใจในปัญหาการวางแผน ดำเนินตามแผน และตรวจสอบผล

2. โจทย์ปัญหาที่ให้พิสูจน์เมื่ออ่านโจทย์แล้วต้องแยกเหตุ (สิ่งที่กำหนดให้) และแยกผล (สิ่งที่ต้องพิสูจน์) ให้ได้แล้วจึงวิเคราะห์จากผลไปสู่เหตุว่าผลเป็นเช่นนี้ เหตุมาจากอะไร เมื่อวิเคราะห์ได้แล้วจึงเรียบเรียง การพิสูจน์จากเหตุไปสู่ผล

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกได้เป็นหลายประเภทขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการนำไปใช้และเกณฑ์ในการจำแนก ว่าจะพิจารณาจากปัญหาหรือนักเรียนผู้แก้ปัญหา เช่น แบ่งตามรูปแบบของปัญหา แบ่งตามที่มาของปัญหา แบ่งตามความซับซ้อนของปัญหา หรือแบ่งตามหลักการแก้ปัญหา เป็นต้น

3.2 ลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

ผู้วิจัยได้ศึกษาลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาหลายท่านที่ได้เสนอไว้ ดังนี้

Clyde (1967: 108) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี สรุปได้ดังนี้

1. มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวันและสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับผู้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันหรือลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เป็นต้น

2. สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหา ควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์และไม่ควรเป็นปัญธรรมดาทั่วๆไป

Nelson and Kirkpatrick (1975 อ้างถึงใน กษมา วุฒิสารวัฒนา, 2548: 33-34) ได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาที่ดีสำหรับนักเรียน ดังนี้

1. ปัญหานั้นควรเป็นข้อพิสูจน์ที่แสดงถึงความเป็นจริงหรือความถูกต้อง
2. สถานการณ์ของปัญหาควรนำมาซึ่งสิ่งที่เป็นจริงหรือประยุกต์มาจากสิ่งที่เป็นจริง
3. ควรเป็นปัญหาที่นักเรียนสนใจ
4. ควรให้นักเรียนสามารถนำปัญหามาเปลี่ยนแปลงให้อยู่ในรูปธรรมได้
5. ควรมีวิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหา
6. ลักษณะของปัญหาควรมีความเป็นไปได้
7. ควรสร้างปัญหาให้นักเรียนมีความเชื่อว่าเขาสามารถแก้ปัญหาได้และรู้ว่าเมื่อใดควรได้คำตอบ

Krulik; & Rudnick (1993 : 10-11) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรจะต้องมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้อย่างน้อย 1 ข้อ ดังนี้

1. เป็นปัญหาที่น่าสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน
2. เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะการสังเกตและการวิเคราะห์
3. เป็นปัญหาที่ให้โอกาสสำหรับการอธิบายและมุ่งให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน
4. เป็นปัญหาที่ต้องใช้ความเข้าใจด้านแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์ทักษะทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา
5. เป็นปัญหาที่ทำให้ได้หลักการทางคณิตศาสตร์และสามารถอ้างอิงไปยังสถานการณ์อื่นๆได้
6. เป็นปัญหาที่มีประโยชน์กับปัญหาอื่นๆอีก และมีคำตอบหรือสามารถหาคำตอบได้หลายวิธี

Sheffield and Cruikshank (2000: 38) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ สรุปได้ว่า ควรเป็นปัญหาที่ทำให้ผู้แก้ปัญหามีความสนใจและพยายามที่จะหาคำตอบ ปัญหาที่ดีไม่รวมถึงโจทย์ที่เป็นเรื่องราวของหนังสือแบบเรียน เพราะนักเรียนมีความคุ้นเคย แก้ปัญหาได้และไม่เกิดความสนใจ

สิริพร ทิพย์คง (2544: 18) ได้สรุปลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีไว้ ดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้องสามารถเข้าใจได้ง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือไม่ยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือไม่ง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้นๆ
5. สถานการณ์ปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน
8. ข้อมูลที่มีต้องมีความทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
10. นักเรียนสามารถใช้ภาพวาดลายเส้นแทนแผนภาพไดอะแกรม หรือใช้แผนภูมิในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตรและเทคโนโลยี (2551: 79) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. สถานการณ์ปัญหาและความยากง่ายต้องเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน

2. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในการพิจารณาแก้ปัญหาได้

3. ข้อมูลมีความทันสมัยและเกี่ยวของกับชีวิตประจำวันของผู้เรียนหรือเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะ ดังนี้

1. เป็นปัญหาแปลกใหม่กระตุ้นความสนใจ เหมาะสมและท้าทายความสามารถของผู้เรียน
2. เป็นปัญหาที่ใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย
3. เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะกระบวนทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา
4. เป็นปัญหาที่มีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธีหรือมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ
5. เป็นปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันของผู้เรียน

3.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1973: 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิถีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะให้ได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

Kennedy (1994: 81) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ความคิดและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (2548) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาวิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ โดยอาศัยความรู้ ความเข้าใจ กระบวนการหรือขั้นตอนแก้ปัญหา และยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนประสบการณ์เดิมและทักษะพื้นฐานต่างๆที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่

3.4 กระบวนการ ขั้นตอน และทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่นักเรียนจะต้องฝึกฝนพัฒนาให้เกิดขึ้น แต่มีนักเรียนจำนวนมากไม่รู้ว่าจะต้องดำเนินการแก้ปัญหานั้นอย่างไร หรือมีกระบวนการแก้ปัญหาอย่างไร เพื่อให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1973: 5-19) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณาหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่างๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพการเขียนแผนภูมิหรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มาโดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้แล้ว พิจารณาว่ามีคำตอบหรือมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่เนื่องจากคนส่วนใหญ่มองว่ากระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาจะต้องดำเนินการตามขั้นตอนเป็นแนวเส้นตรง โดยไม่มีการกระทำย้อนกลับ

Suydam (1980: 38 - 39) ได้รวบรวมแนวคิดของกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาหลายๆ ท่าน แล้วสรุปเป็นกระบวนการแก้ปัญหาทั่วไปไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา โดยการตระหนักรู้ถึงสถานการณ์ของปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร ได้แก่

1) แบ่งปัญหาออกเป็นส่วนประกอบย่อย แจกแจงข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ และ

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา

2) ระลึกถึงข้อมูลที่เป็นสารสนเทศของปัญหา และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบ

3) ตั้งสมมติฐานหรือแนวคิดว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ได้แก่

1) แปลงประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ หรือสร้างตัวแทนของสถานการณ์ของปัญหา

2) วิเคราะห์สถานการณ์ออกเป็นปัญหาย่อยเพื่อหาคำตอบโดยการแก้ปัญหา ย่อยเหล่านั้น

3) คำนวณหาผลลัพธ์ออกมา

ขั้นที่ 4 ทบทวนปัญหาและผลลัพธ์ที่ได้มา ได้แก่

1) ย้อนตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้มากับตัวปัญหา

2) ทบทวนผลลัพธ์ที่ได้มาว่ามีความถูกต้องหรือไม่

3) ค้นคว้าหากลวิธีในการแก้ปัญหาวิธีใหม่ต่อไป

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2537: 72) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ในการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจในปัญหาจากโจทย์

1.1 การบอกสิ่งที่โจทย์ให้มา

1.2 การบอกเป้าหมายของการแก้ปัญหา

1.3 การบอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

1.4 การระบุคำที่ยากต่อการเข้าใจ

2. การสร้างตัวแทนของปัญหา

2.1 การวาดรูป แสดงข้อมูลต่างๆที่โจทย์กำหนดให้

2.2 การสร้างแผนภูมิหรือแผนภาพ

2.3 การเขียนสัญลักษณ์ต่างๆแทนข้อความในโจทย์

2.4 การแปลงโจทย์ให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์

2.5 การจัดระบบข้อมูลใหม่

3. การวางแผนในการแก้ปัญหา

3.1 การระบุเงื่อนไขจากโจทย์

3.2 การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา

3.3 การเลือกขั้นตอนในการแก้ปัญหา

3.4 การจัดลำดับขั้นตอน

3.5 การประมาณค่าของคำตอบ

3.6 การระบุปัญหาเกี่ยวข้องกับการใช้สูตร กฎ หรือหลักเกณฑ์เรื่องใด

4. การลงมือแก้ปัญหา

4.1 การดำเนินการตามแผนที่กำหนด

4.2 การใช้ทักษะด้านพีชคณิต และเรขาคณิต

4.3 การระบุเหตุผลในการคำนวณ

4.4 การระบุความถูกต้องในการคำนวณ

Krulik & Rudnick (1993: 5-6) ได้เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการอ่านและคิด เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหา ตรวจสอบและประเมินผลข้อเท็จจริง การเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา

2. ขั้นการสำรวจและวางแผน เป็นขั้นวิเคราะห์ข้อมูล และตัดสินเลือกข้อมูลที่จำเป็นและตัดข้อมูลที่ไม่จำเป็นทิ้งไป จัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตาราง เขียนภาพ สร้างแบบจำลอง หรืออื่นๆ เพื่อวางแผนหาคำตอบ

3. ขั้นคัดเลือกกลยุทธ์ เป็นขั้นที่คนส่วนใหญ่เห็นว่ามีความยากกว่าทุกขั้นตอน กลยุทธ์เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งจะเป็นทิศทางที่ผู้แก้ปัญหาใช้หาคำตอบ

4. ขั้นหาคำตอบ เป็นขั้นใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้นๆเพื่อหาคำตอบ โดยใช้การประมาณค่าหรือใช้เครื่องคำนวณแล้วแต่ความเหมาะสม

5. ขั้นการสะท้อนกลับและการขยายผล เป็นการตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงตามเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่และคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ และควรจะขยายผลไปสู่กรณีทั่วไปหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ภายใต้สถานการณ์เดิม

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 75) ได้สรุปกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 3 ขั้นตอนด้วยกัน คือ

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหาโดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา จะสมมติสัญลักษณ์อย่างไร จะต้องหาว่าข้อมูลต่างๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่างๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคำนวณแก้สมการคิดหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่สุดของปัญหา โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้ จะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสมตลอดจนตรวจสอบวิธีการและคำตอบด้วย

นอกจากนี้รายงานการประชุมความก้าวหน้าคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี The Integrated Mathematics Science and Technology [IMaST] (2007, อ้างใน อัมพร ม้าคนอง 2554) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาใหม่ที่เรียกว่า DAPIC เป็นกระบวนการที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา เนื่องจากมีขั้นตอนที่ไม่ซับซ้อน โดย DAPIC เป็นชื่อที่เกิดจากการนำตัวอักษรแรกขององค์ประกอบในกระบวนการแก้ปัญหามาเรียงเป็นชื่อเรียกกระบวนการ เพื่อให้สื่อถึงความหมายของกระบวนการและเพื่อให้ง่ายต่อการนำไปใช้งาน ประกอบด้วย

1. ทำความเข้าใจปัญหา (Define) ขั้นนี้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยการพิจารณาปัญหาอย่างถ่องแท้ ระบุสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ความยากหรืออุปสรรคในการแก้ปัญหานั้น

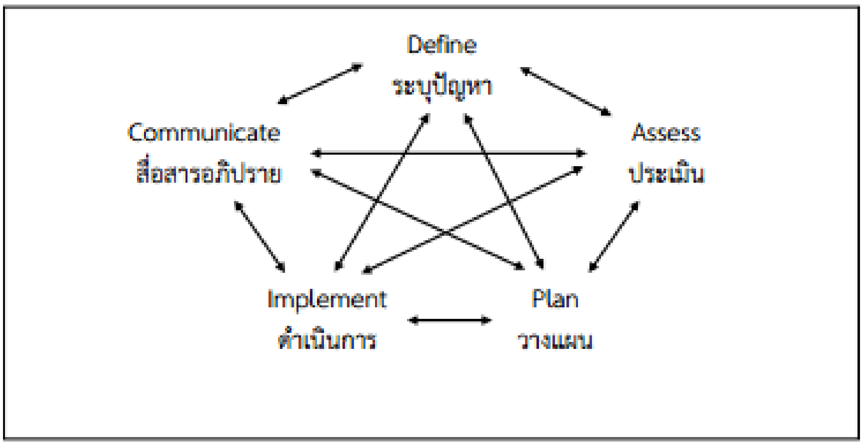
2. ประเมินเงื่อนไขของปัญหา (Assess) ขั้นนี้นักเรียนประเมินเงื่อนไขของปัญหา พิจารณาข้อมูลที่ช่วยในการหาคำตอบ รวมทั้งความคุ้นเคยของปัญหา คือพิจารณาคำตอบที่ผ่านมาว่าประสบความสำเร็จหรือล้มเหลวอย่างไร เพื่อพัฒนาสู่ขั้นการวางแผนต่อไป

3. วางแผนการแก้ปัญหา (Plan) ขั้นนี้นักเรียนวางแผนหาวิธีที่เหมาะสมมาช่วยในการแก้ปัญหา

4. นำแผนที่วางไปใช้ (Implement) ขั้นนี้นักเรียนนำแผนที่วางไว้มาใช้ โดยอาจมีการปรับปรุงแผนให้ดีขึ้น

5. สื่อสารอภิปรายร่วมกัน (Communicate) ขั้นนี้นักเรียนนำผลที่ได้มาวิเคราะห์สรุป และสื่อสารอภิปรายร่วมกัน อาจเป็นแบบฟอร์ม คำพูด การทำนายและการสร้างปัญหาใหม่

ทั้งนี้กระบวนการแก้ปัญหาแบบ DAPIC ไม่ได้กำหนดไว้ว่าเริ่มจุดไหนหรือเป็นไปตามลำดับ แต่ขึ้นอยู่กับผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาปัญหาเอง เป็นกระบวนการไม่เชิงเส้น (Nonlinear) ยืดหยุ่นได้ กล่าวคือ ปัญหาอาจเริ่มต้นจากขั้นประเมินเงื่อนไขของปัญหา หรือการนำแผนที่วางไปใช้ก็ได้ แต่สำหรับนักเรียน ควรส่งเสริมให้เริ่มจากขั้นทำความเข้าใจเพื่อฝึกการพิจารณาปัญหา ดังภาพ



กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาแบบ DAPIC

ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

Mayer (1992: 455 - 489; 2003: 146 - 189) ได้เสนอทักษะที่เป็นความสามารถพื้นฐานของการแก้ปัญหารวมทั้งสิ้น 4 ทักษะ ซึ่งในแต่ละทักษะต้องใช้ความรู้ด้านต่างๆ ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> : ขั้นสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหา (Problem representation)

การสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาเป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนทุกคนจะต้องผ่านกระบวนการในขั้นนี้ก่อนไปสู่การหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ โดยทักษะสำคัญที่นักเรียนต้องใช้ในกระบวนการขั้นนี้มีด้วยกัน 2 ทักษะดังนี้

1. ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem translation)

หมายถึง ความสามารถในการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ และการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของโจทย์ที่บรรยายอยู่ในรูปของประโยคภาษา กราฟ แผนภูมิ ตารางข้อมูล หรือรูปภาพ เพื่อจะได้ทราบว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้างและโจทย์ต้องการหาสิ่งใด โดยความรู้ที่ต้องใช้ในทักษะนี้มี 2 ประเภทคือ (1) ความรู้ทางภาษา (Linguistic knowledge) เป็นความรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถอ่านหนังสือได้และเข้าใจความหมายของสถานการณ์ปัญหาที่โจทย์กำหนด (2) ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Factual knowledge) หรือความรู้เกี่ยวกับความหมายของศัพท์ทางคณิตศาสตร์หรือนิยามทางคณิตศาสตร์ (Semantic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ที่ช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาได้แจ่มชัดยิ่งขึ้น

Mayer ได้กล่าวว่า การแปลความโจทย์คณิตศาสตร์จะมีความยากเพิ่มขึ้นเมื่อสถานการณ์ปัญหามีประโยคที่บรรยายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้กับปริมาณของตัวแปรในโจทย์ (Relational statement) ตัวอย่างเช่น “แมรี่มีอายุเป็น 2 เท่าของเบ็ตตี้ ถ้าแมรี่อายุ 40 ปี เบ็ตตี้จะมีอายุกี่ปี?” จะเห็นว่าโจทย์ปัญหานี้ได้บรรยายความสัมพันธ์ของอายุของแมรี่คือ 40 ปี

(ปริมาณของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้) กับอายุของเบ็ตตี้ (ปริมาณของตัวแปรในโจทย์) โดยกล่าวไว้ว่า แมรี่มีอายุเป็น 2 เท่าของเบ็ตตี้ ซึ่งโจทย์ปัญหาลักษณะนี้จะมีความยากมากกว่าโจทย์ที่บอกปริมาณของข้อมูลมาให้โดยตรง (Assignment statement) เช่น “แมรี่อายุ 40 ปี เบ็ตตี้อายุ 20 ปี แมรี่มีอายุเป็นกี่เท่าของเบ็ตตี้?” ดังนี้เป็นต้น นอกจากนี้ Loftus และ Suppes (1972 อ้างถึงใน Mayer, 2003: 154) ยังพบว่า โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการแปลงหน่วยปริมาณของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้จะมีความยากมากกว่าโจทย์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับการแปลงหน่วยปริมาณของข้อมูล

2. ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Problem integration)

หมายถึง ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้คัดเลือกข้อมูลจากโจทย์ที่มีความเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และประมวลข้อมูลที่คัดเลือกแล้วดังกล่าวมาสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหา (Problem representation) โดยการจัดวางข้อมูลให้เชื่อมโยงสัมพันธ์กันตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและมีความสอดคล้องกันตามหลักคณิตศาสตร์ สำหรับความรู้ที่ใช้ในทักษะนี้คือความรู้ด้านแบบแผนทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา (Schematic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาเพื่อนำไปเชื่อมโยงข้อมูลต่างๆ ในสถานการณ์ปัญหาว่ามีความเกี่ยวข้องกันในลักษณะใด และมีหลักการทางคณิตศาสตร์อะไรบ้างที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ อย่างไรก็ตามพฤติกรรมที่พบในทักษะนี้สามารถแสดงออกได้หลายรูปแบบ ได้แก่

1) บอกได้ว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มีความขัดแย้งกันเองหรือไม่ (โดยเป็นการขัดแย้งกันด้วยหลักของเหตุผลหรือขัดแย้งกันด้วยหลักคณิตศาสตร์) ถ้ามี ข้อมูลที่ขัดแย้งกันนั้นคือข้อมูลใด และมีความขัดแย้งกันอย่างไร ในการตรวจสอบพฤติกรรมที่ว่านี้ให้สร้างโจทย์คณิตศาสตร์ที่มีสถานการณ์ปัญหาซึ่งมีข้อมูลที่ไม่สามารถเกิดขึ้นได้จริง หรือมีข้อมูลที่เป็นไปไม่ได้ (Impossibleproblem) เพื่อให้นักเรียนพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อมูล เช่น “ชายคนหนึ่งมีจำนวนเหรียญยี่สิบห้าเซนต์เป็น 7 เท่าของจำนวนเหรียญสิบเซนต์ที่เขามี ถ้ามูลค่าของจำนวนเหรียญสิบเซนต์ที่เขามี มากกว่ามูลค่าของจำนวนเหรียญยี่สิบห้าเซนต์อยู่ 2.50 ดอลลาร์ อยากทราบว่าชายคนนี้จะมีเหรียญแต่ละชนิดจำนวนกี่เหรียญ?” หากพิจารณาปัญหานี้ให้ดีจะพบว่า เมื่อใช้ความรู้ด้านภาษาและความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เพื่อแปลงประโยคในโจทย์ให้เป็นสมการทางคณิตศาสตร์จะได้ว่า $Q = 7D$ และ $D(0.10) = 2.50 + Q(0.25)$ เมื่อกำหนดให้ Q แทน จำนวนเหรียญยี่สิบห้าเซนต์ และ D แทนจำนวนเหรียญสิบเซนต์ แต่เมื่อได้พิจารณาสมการทั้งสองร่วมกันอย่างถี่ถ้วนแล้วจึงพบว่า ปัญหานี้ไม่สามารถสร้างสมการเพื่อเป็นตัวแทนทางความคิดของปัญหา (Problem representation) ได้ เนื่องจากสมการที่สร้างขึ้นไม่สอดคล้องกันอย่างสมเหตุสมผลตามหลักคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนที่จะสามารถแสดงพฤติกรรมนี้ได้จำเป็นต้องอาศัยความรู้ทาง

คณิตศาสตร์ร่วมในการพิจารณาข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อบูรณาการข้อมูลเหล่านั้นมาสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาให้มีความสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์

2) พิจารณาข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพื่อแยกแยะข้อมูลที่จำเป็นและข้อมูลที่ไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา ให้สามารถเลือกใช้ข้อมูลมาแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง หรือคัดเลือกเฉพาะข้อมูลจากโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ ฉะนั้นนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมนี้ได้จึงต้องรู้จักประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการจำแนกข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ แล้วคัดเลือกเฉพาะข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหานั้น

3) บอกได้ว่าในการแก้ปัญหานั้นๆ จำเป็นต้องใช้ข้อมูลใดบ้าง หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือบอกได้ว่าโจทย์ให้ข้อมูลมาเพียงพอสำหรับใช้แก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอ ข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมนั้นคืออะไรบ้าง อย่างไรก็ตามพฤติกรรมนี้จะมีลักษณะคล้ายคลึงกับพฤติกรรมในข้อ 2 เพียงแต่แสดงออกในรูปแบบที่ต่างกันขึ้นอยู่กับลักษณะของโจทย์ปัญหา กล่าวคือโจทย์ปัญหาซึ่งใช้วัดพฤติกรรมในข้อ 2 มักเป็นโจทย์ที่ให้ข้อมูลมากเกินความจำเป็นต่อการแก้ปัญหาเพื่อวัดความ สามารถในการจำแนกข้อมูลและคัดเลือกข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา ในขณะที่ลักษณะของโจทย์ปัญหาที่ใช้วัดพฤติกรรมนี้มักเป็นโจทย์ที่กำหนดข้อมูลให้ไม่ครบถ้วนหรือไม่เพียงพอต่อการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนแสดงความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา แล้วบอกข้อมูลส่วนที่เหลือหรือบอกข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมในการใช้แก้ปัญหา กล่าวอีกนัยหนึ่งคือนักเรียนต้องสามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อบอกข้อมูลที่ต้องการซึ่งได้ขาดหายไปแต่มีความเกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวอันจะนำไปสู่การแก้ปัญหาต่อไปได้

4) สร้างโจทย์คณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หรือสร้างสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับสมการคณิตศาสตร์ที่กำหนดมาให้ได้ ซึ่งนักเรียนต้องแสดงความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อมาบูรณาการกับข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาให้ออกมาเป็นโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลในโจทย์สอดคล้องกันตามเงื่อนไขของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้

5) จำแนกโจทย์ปัญหาตามลักษณะเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือตามลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการใช้แก้ปัญหาได้ โดยส่วนใหญ่แล้วนักเรียนที่จะแสดงพฤติกรรมนี้ได้ต้องมีความรู้พื้นฐานเรื่อง “กลุ่มโครงสร้างของโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem categories)” ก่อน จึงจะสามารถจำแนกหรือจัดประเภทของโจทย์ปัญหาตามลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ (ซึ่งโดยส่วนมากการสอนความรู้พื้นฐานดังกล่าว มักพบในรูปแบบการเรียนการสอนของโรงเรียนในต่างประเทศ และมักไม่ค่อยพบการเรียนการสอนลักษณะนี้ในโรงเรียนของไทย)

อย่างไรก็ตามพฤติกรรมนี้ยังคงเป็นพฤติกรรมที่ต้องประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เช่นกัน เพื่อที่จะจำแนกสถานการณ์ปัญหาในโจทย์ตามลักษณะของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

6) สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและมีความสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์ โดยใช้การวาดรูปเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล หรือจะแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยการสร้างแผนภูมิ ตารางข้อมูลหรือแผนภาพก็ได้ รวมถึงการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยสร้างสมการที่สอดคล้องกัน เป็นต้น ซึ่งนักเรียนที่สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาได้จะต้องสามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้นตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้และมีความสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์ได้

พฤติกรรมที่ปรากฏในทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวไปในข้างต้นนี้ มีข้อสังเกตบางประการซึ่งเห็นได้ว่า พฤติกรรมเหล่านั้นล้วนมีลักษณะของพฤติกรรมที่เท่าเทียมกัน ในแง่ที่ต้องประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเชื่อมโยงความรู้กับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เหมือนกัน หรือพฤติกรรมเหล่านั้นต่างมีคุณลักษณะบางประการที่เหมือนกันคือต้องการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเชื่อมโยงข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล เพียงแต่มีการแสดงออกของแต่ละพฤติกรรมที่แตกต่างกันออกไปเท่านั้น

<u>ขั้นที่ 2</u> : ขั้นแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ (Problem solution)

สำหรับขั้นสุดท้ายของกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เป็นการใช้ตัวแทนทางความคิดของปัญหาที่สร้างแล้วนั้น มาประกอบในการวางแผนแก้ปัญหาเพื่อหากลวิธีที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ โดยกระบวนการในขั้นนี้ประกอบด้วยทักษะที่สำคัญ 2 ทักษะ ได้แก่

1. ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา (Solution planning and monitoring) หมายถึง ความสามารถในการบูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงข้อมูลทั้งหมดไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยมีการแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา และเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา (Planning) พร้อมทั้งกำกับความคิด (Monitoring) เพื่อตรวจสอบการวางแผนขั้นตอนการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนว่ามีความสำคัญอย่างไรหรือเพราะเหตุใดจึงเลือกขั้นตอนนั้นมาแก้ปัญหา และขั้นตอนเหล่านั้นมีความถูกต้องเหมาะสมแล้วหรือไม่ สำหรับความรู้ที่ใช้ในทักษะนี้คือ ความรู้ด้านกลวิธีในการหาคำตอบหรือความรู้เกี่ยวกับการวางแผนแก้ปัญหา (Strategic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ที่ต้องอาศัยประสบการณ์การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของแต่ละบุคคล ร่วมกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาในการวางแผนหรือสร้างกลวิธีแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ

2. ทักษะการดำเนินการตามแผน (Solution execution) หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามกลวิธีที่ได้วางแผนไว้และการคำนวณตามกระบวนการทาง

คณิตศาสตร์เพื่อที่จะหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ โดยความรู้สำคัญที่ต้องใช้ในทักษะนี้คือ ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ (Procedural knowledge) เพื่อคำนวณหาคำตอบตามแผนการที่วางไว้จนได้ผลลัพธ์ออกมาตามที่ต้องการ ทักษะนี้จึงเป็นทักษะที่ใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ลำดับสุดท้ายนั่นเอง

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นของการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา/สถานการณ์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องอ่าน เพื่อวิเคราะห์โจทย์/สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ว่า อะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้อะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา เพื่อค้นหาความเชื่อมโยงจากสิ่งที่โจทย์กำหนดกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ ผู้แก้ปัญหาจะสามารถเขียนสิ่งเหล่านี้ออกมาเป็นความสัมพันธ์ในรูปของสมการได้ โดยนำกฎ สูตร ทฤษฎีต่างๆ มาช่วยในการแก้ปัญหานั้น

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนที่ได้วางไว้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ เป็นขั้นตรวจสอบกระบวนการ การหาคำตอบที่ได้ตามโจทย์/สถานการณ์ที่กำหนด

3.5 ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Bitter, Hartfield; & Edwards (1993: 55-60) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. ประมาณและตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นยุทธวิธีหนึ่งในการเสนอคำตอบที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินว่าแนวทางแก้ปัญหาน่าจะเป็นวิธีใด คำตอบที่สันนิษฐานไว้ต้องสัมพันธ์กับคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา และการประมาณคำตอบสามารถทำได้เป็นประจำในชั้นเรียน

2. ค้นหารูปแบบ (Looking for Patterns) ปัญหาบางปัญหามีวิธีแก้วิธีเดียว คือ การหารูปแบบได้จากข้อมูลที่ให้มา

3. พิจารณาว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) ในบางครั้งข้อมูลที่ให้มานั้นไม่เพียงพอคือ บางส่วนหายไปจากโจทย์ปัญหา

4. วาดภาพ กราฟ และตาราง (Drawing Pictures, Graph and Table) การวาดภาพ กราฟ และตารางช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากข้อมูลที่เป็นตัวเลขได้ กราฟช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที

5. ตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) โจทย์ปัญหาบางโจทย์ปัญหาให้ข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการหาคำตอบ ซึ่งนักเรียนจะต้องตัดข้อมูลที่ไม่จำเป็นออก เพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นแคบลง แทนที่จะใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย

6. พัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formulas and Writing Equation) การสร้างสูตรมีประโยชน์ต่อการเอาจำนวนมาใส่ในสูตร เพื่อคำนวณให้ได้คำตอบ

7. สร้างแบบจำลอง (Modeling) เป็นหนทางที่ช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ที่จำเป็นในการแก้ปัญหา ครูที่มีความเข้าใจในไมโครคอมพิวเตอร์จะใช้การสร้างแบบจำลองได้ดี

8. วิธีย้อนกลับ (Working Blackwards) ในการพิสูจน์เรขาคณิตใช้ยุทธวิธีนี้เพื่อพิจารณาการเขียนพิสูจน์

9. เขียนผังงาน (Flowcharting) ขั้นตอนการดำเนินงานการเขียนผังงานจะช่วยให้มองเห็นกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งผังงานเป็นโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่างๆที่ต้องการก่อนที่จะไปถึงทางแก้ปัญหา

10. เทียบเคียงปัญหาอื่น (Acting out the Problem) การมองปัญหาว่าเป็นสถานการณ์ที่เคยพบมาก่อน ทำให้เห็นขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้ง่ายขึ้น

11. ทำให้เป็นปัญหาอย่างง่าย (Simplifying the Problem) ในโจทย์ปัญหาบางโจทย์มีการคิดคำนวณที่ใช้ตัวเลขที่มีค่ามากๆ การนำตัวเลขที่มีค่าน้อยกว่าสามารถช่วยคำนวณได้อย่างรวดเร็วและสามารถนำมาแทนที่จำนวนที่มีค่ามากๆนั้นเพื่อช่วยให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบอย่างมีเหตุผลได้ก่อนที่จะแก้ปัญหาโจทย์ที่กไหนดให้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 25-79) ได้เสนอกลวิธีแก้โจทย์ปัญหาไว้ 10 กลวิธี ได้แก่

1. กลวิธีเดาและตรวจสอบ กลวิธีนี้เป็นกลวิธีพื้นฐานที่เรานำมาใช้แก้ปัญหาอยู่เสมอ สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ในกรณีที่การแก้ปัญหานั้นโดยตรงอาจยุ่งยาก ใช้เวลามากหรือผู้แก้ปัญหาลืมวิธีการไปแล้ว การเดานั้นต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดานั้นใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด การเดาครั้งหลังๆต้องอาศัยพื้นฐานข้อมูลจากการเดาครั้งต้นๆ

2. กลวิธีการเขียนภาพ แผนภาพ และสร้างแบบจำลอง กลวิธีการเขียนภาพ แผนภูมิและสร้างแบบจำลองช่วยให้มองเห็นปัญหาอย่างเป็นรูปธรรม ทำให้ผู้แก้ปัญหาเกิดความรู้สึกว่าได้สัมผัสกับปัญหานั้นอย่างแท้จริง ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาทำความเข้าใจกับปัญหาได้ง่ายขึ้น สามารถกำหนดแนวทางวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจนอีกด้วย

3. กลวิธีสร้างตาราง การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีสร้างตารางนี้มีประเด็นที่ควรพิจารณาดังนี้

3.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่างๆที่เป็นไปได้ทั้งหมด

3.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี

3.3 สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด

3.4 สร้างตารางเพื่อค้นหารูปแบบทั่วไปของความสัมพันธ์

4. กลวิธีใช้ตัวแปร การใช้ตัวแปรแทนตัวที่ไม่ทราบค่า เป็นวิธีการแก้ปัญหาอย่างหนึ่งที่ใช้กันในวิชาคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น และในบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้อยู่ในรูปสมการได้ ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ 2 ลักษณะ คือ

4.1 ใช้ตัวแปรสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและพิจารณาคำตอบของปัญหาจากข้อความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้นนั้น

4.2 สร้างสมการความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆของปัญหาในรูปแบบการเท่ากันสามารถสร้างสมการที่สอดคล้องกับปัญหานั้นได้การหาคำตอบทำโดยแก้สมการหรือพิจารณาคำตอบจากสมการนั้น

5. กลวิธีการค้นหารูปแบบ กลวิธีการค้นหารูปแบบเป็นกลวิธีที่สำคัญมากในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เหมาะที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปแบบของจำนวน ผู้แก้ต้องศึกษาปัญหาที่มีอยู่ วิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้น และคาดเดาคำตอบซึ่งอาจเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องก็ได้ จากปัญหาเดียวกันข้อมูลชุดเดียวกัน ผู้แก้ปัญหาแต่ละคนอาจพบปัญหาที่แตกต่างกันก็ได้

6. กลวิธีแบ่งเป็นกรณี โจทย์ปัญหาหลายปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น เมื่อแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณีซึ่งในแต่ละกรณีจะมีความชัดเจนมากขึ้นเมื่อแก้ปัญหาของทุกกรณีได้แล้วให้พิจารณาคำตอบของทุกกรณีร่วมกันจะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหาเริ่มต้น

7. กลวิธีการใช้เหตุผลตรง กลวิธีการใช้เหตุผลตรงนี้มักพบอยู่ตลอดเวลาในการแก้ปัญหา โดยผู้แก้มักใช้ร่วมกับกลวิธีอื่นๆ ข้อความที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางตรงมักอยู่ในรูป “ถ้า A แล้ว B” โดยที่ข้อความ A เป็นเหตุบังคับให้เกิดข้อความ B การใช้การให้เหตุผลตรงในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ ประมวลเข้ากับความรู้และประสบการณ์ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่แล้ว ให้เหตุผลนำไปสู่คำตอบของปัญหาที่ต้องการ ปัญหาที่ใช้กลวิธีนี้อาจไม่มีการคิดคำนวณเลยก็ได้ แต่เป็นการเน้นให้เหตุผล

8. กลวิธีการให้เหตุผลทางอ้อม โจทย์ปัญหาบางปัญหาไม่ง่ายนักที่จะแก้ปัญหาโดยใช้การให้เหตุผลทางตรง ในกรณีเช่นนี้ การให้เหตุผลทางอ้อมนับว่าเป็นวิถีทางที่ดีที่สุดวิธีหนึ่งที่จะนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ใช้การให้เหตุผลทางอ้อมมักเป็นปัญหาให้พิสูจน์ สำหรับปัญหาให้ค้นหาจะใช้การให้เหตุผลโดยการพิสูจน์เพื่ออธิบายคำตอบของปัญหา

9. กลวิธีย้อนกลับ โจทย์ปัญหาบางปัญหาสามารถแก้ได้ง่ายกว่า ถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้าย แล้วย้อนมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน กลวิธีทำย้อนกลับใช้

กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

10. กลวิธีการสร้างปัญหาขึ้นใหม่ ปัญหาบางปัญหาถ้าแก้ปัญหานั้นโดยตรงอาจทำได้ยากการสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ให้เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิมแล้วศึกษาวิธีการแก้ปัญหาใหม่ที่สร้างขึ้นนี้เป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยให้เกิดแนวคิดในการเริ่มต้นการแก้ปัญหาที่มีอยู่ ปัญหาที่สร้างขึ้นใหม่อาจสร้างให้ครอบคลุมปัญหาเดิมทั้งหมด หรือสร้างขึ้นใหม่เพียงบางส่วนของปัญหาเดิมก็ได้ ซึ่งสามารถแยกกล่าวได้เป็น 3 ลักษณะ คือ

10.1 กลวิธีนึกถึงปัญหาที่สัมพันธ์กัน

10.2 กลวิธีแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า

10.3 กลวิธีกำหนดเป้าหมายรอง

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 10-21) ได้กล่าวไว้ว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหามี ดังนี้

1. การหารูปแบบ
2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ
3. สร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง
4. การสร้างตาราง
5. การเดาและตรวจสอบ
6. แจงกรณีที่เป็นไปได้
7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ
9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อยๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544: 7-10) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ
2. ยุทธวิธีเขียนภาพ เขียนแผนภูมิและสร้างแบบจำลอง
3. ยุทธวิธีสร้างตาราง
4. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร
5. ยุทธวิธีค้นหารูปแบบ
6. ยุทธวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรง
7. ยุทธวิธีย้อนกลับ
8. ยุทธวิธีสร้างปัญหาใหม่ สามารถแยกได้เป็น 3 ลักษณะ คือ

8.1 ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องกัน

8.2 ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า

8.3 ยุทธวิธีกำหนดเป้าหมายตรง

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นจำเป็นต้องให้ผู้เรียนรู้จักขั้นตอนการแก้ปัญหา เลือกวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหาของผู้เรียน และยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักวิชาการได้เสนอคล้ายคลึงกัน มีดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ
2. ยุทธวิธีค้นหารูปแบบ เขียนภาพ แผนภูมิ ตารางและสร้างแบบจำลอง
3. ยุทธวิธีเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์
4. ยุทธวิธีแจงกรณีที่เป็นไปได้
5. ยุทธวิธีย้อนกลับ

3.6 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 26) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกได้ 2 ประการ ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ประกอบด้วย

1.1 ความรู้ความคิดและประสบการณ์

1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ

1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด

1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่าง ๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการและทักษะทางคณิตศาสตร์

1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.6 ความมั่นใจในตนเองต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ประกอบด้วย

2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา

2.3 มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอและได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีก่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะต่าง ๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ท้าทายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

สิริพร ทิพย์คง (2544: 106-107) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก
2. วิธีการนำเสนอโจทย์ปัญหา
3. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา
4. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง
5. การเริ่มต้นการแก้ปัญหา เช่น นักเรียนรู้ว่าจะต้องทำอะไรก่อน และทำอย่างไร
6. ข้อมูลที่กำหนดให้มีเพียงพอต่อการแก้ปัญหา
7. เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา นักเรียนมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหาต่าง ๆ
8. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การที่จะเป็นผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่าองค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยองค์ประกอบหลายอย่าง เพื่อช่วยให้การคิดแก้ปัญหาประสบความสำเร็จ องค์ประกอบต่างๆ ที่มีส่วนช่วยในการคิดแก้ปัญหาควรได้รับการสอนและฝึกฝนพัฒนา ซึ่งอาจขึ้นอยู่กับตัวผู้เรียน ความรู้ ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูผู้สอน เจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เป็นต้น

3.7 แนวทางการวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านที่ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังต่อไปนี้

Polya (1973: 5-40) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียดดังนี้

ขั้นทำความเข้าในปัญหา พฤติกรรมคือ หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไรและข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา พฤติกรรมคือ ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา พฤติกรรมคือ ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรมเขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ขั้นตรวจคำตอบ พฤติกรรมคือ ทักษะการคำนวณการพิจารณาความสมเหตุสมผลและการสรุปความหมายของคำตอบ

Charles; & Lester (1982: 11-12) เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ โดยพิจารณาถึงความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมายโจทย์ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้
   - 0 หมายถึง แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง
   - 1 หมายถึง แปลความหมายผิดบางส่วน
   - 2 หมายถึง แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง
2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหามีวิธีการให้คะแนน ดังนี้
   - 0 หมายถึง ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง
   - 1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องเป็นบางส่วน
   - 2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง (ไม่พิจารณาการคำนวณ)
3. การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหากับทักษะการคำนวณมีวิธีการให้คะแนน ดังนี้
   - 0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด
   - 1 หมายถึง ตอบเพียงบางส่วน (ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)
   - 2 หมายถึง การคำนวณถูกต้อง

กรมวิชาการ (2545: 121-123) ได้ให้เกณฑ์การวัดและการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

0 หมายถึง ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ตามความสามารถในการแก้ปัญหา หรือไม่มีร่องรอยการแก้ปัญหา
1 หมายถึง การดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน อธิบายวิธีการไม่ได้แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
2 หมายถึง ใช้ยุทธวิธีการดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางขั้นตอน อธิบายเหตุผลการใช้ไม่ชัดเจน
3 หมายถึง ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ อธิบายเหตุผลในการใช้แก้ปัญหานั้นไม่ชัดเจน
4 หมายถึง ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ อธิบายเหตุผลในการใช้วิธีการได้เข้าใจชัดเจน

จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า การวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้วิจัยได้ยึดกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบ Polya (1973) ร่วมกับการปรับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Mayer (1992) ประกอบด้วย 4 ด้าน ดังนี้

1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากโจทย์ เพื่อทำความเข้าใจข้อมูลสำคัญสำหรับการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจากการระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และการตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหา

2) การวางแผนแก้ปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการใช้ข้อมูลจากการวิเคราะห์ เพื่อเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับปัญหา รวมถึงกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นที่นำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

3) การดำเนินการแก้ปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการคิดคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์และใช้เหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ โดยใช้แนวทางตามแผนการแก้ปัญหาที่ได้วางแผนไว้ จนนำไปสู่คำตอบ

4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

หมายถึง ความสามารถในการสรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้หรือไม่

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

4.1 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้อง

Nancy Maynes, Julien-Schultz and Cilla Dunn (2010) ทำวิจัยเรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซในห้องเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นครูในโรงเรียนแห่งหนึ่งใน Ontario จำนวน 3 คน ที่เป็นอาสาสมัคร ผู้วิจัยสังเกตการสอนในห้องเรียนของครูทั้ง 3 คน เป็นเวลา 5 วัน ใน 3 สัปดาห์ ตามรูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปใช้กับการสอนในห้องเรียน พบว่า ครูมีการใช้แบบอย่าง (modeling) บ่อยมากขึ้นกว่างานวิจัยก่อนหน้า (1979) ที่ทำเพียง 0.44% โดยปัจจุบันคิดเป็น 18.5% ถึง 22.5% ซึ่งคิดเป็นค่าเฉลี่ยคือ 20.4%

Nancy Maynes and Jeff Scott (2011) ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาทักษะการเขียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้เป็น เกรด 3 – 6 ที่มีอายุระหว่าง 8 – 12 ปี จำนวน 81 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีทักษะการเขียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ทั้ง 3 รูปแบบ คือ การเขียนอธิบายแนวคิด การเขียนเชิงเปรียบเทียบ และการเขียนข้อโต้แย้ง อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

Nancy Maynes and Julien-Schultz (2011) พัฒนารูปแบบโครงสร้างของขั้นตอนการสอนโดยตรง โดยใช้ชื่อว่า “การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ” ซึ่งนำไปใช้วิชาวิธีวิทยาการสอน สำหรับนักศึกษาครู ระดับปริญญาตรี รูปแบบนี้ถูกใช้เพื่อแสดงกรอบแนวคิดของการสอนช่วยให้ครูเห็นภาพของลำดับขั้นตอนที่ควรจะมีในการเรียนการสอนของพวกเขา

Nancy Maynes and Lynn Julien-Schultz (2014) ทำวิจัยเรื่อง พัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซในการเรียนการสอนวิชาต่างๆ เช่น วิชาคณิตศาสตร์ เกรด 7 และ 11 วิชาสังคม เกรด 4 วิชาหลักภาษา เกรด 1 โดยในแต่ละขั้นของการเรียนการสอนจะมีการเพิ่มระดับความยากและซับซ้อนของงานที่มอบหมายให้นักเรียนทำ เป็นการไต่ระดับความยากขึ้นไปเรื่อยๆเพื่อพัฒนาความรู้ของนักเรียนมากยิ่งขึ้นและเพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการของนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน

Zemira R. Mevarech and Shimon Fridkin (2006) ทำวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การฝึกการรู้คิดด้วยวิธี IMPROVE ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรที่ใช้คือนักเรียนในวิทยาลัยของประเทศอิสราเอลจำนวน 81 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง กลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้วิธี IMPROVE ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอน IMPROVE มีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ การวิจัยในครั้งนี้แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในวิทยาลัยภายใต้การใช้วิธีการสอนการรู้คิด ซึ่งงานวิจัยก่อนส่วนใหญ่มุ่งเน้นเฉพาะการใช้วิธีการสอน IMPROVE กับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา

Meyer (2014, 7 – 14) ได้ศึกษาการสร้างความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการสอนแบบแลกเปลี่ยนบทบาท โดยประยุกต์ใช้การเรียนการสอนด้วยวิธีการสอน แบบแลกเปลี่ยนบทบาทในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวิธีการสอนแบบแลกเปลี่ยนบทบาทได้ขยายจากสี่ยุทธวิธีแบบดั้งเดิม คือ การคาดเดาเหตุการณ์ การสร้างความกระจ่าง การตั้งคำถาม และการสรุป โดยเพิ่มการแสดง การเชื่อมโยง และการคำนวณเข้ามาโดยจัดทำเป็นบัตรกิจกรรม และแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ผลการวิจิยนี้ปรากฏว่า นวัตกรรมที่นำวิธีการสอนแบบแลกเปลี่ยนบทบาทมาใช้กับกลุ่มขนาดเล็กในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นช่วยพัฒนาความเข้าใจให้กับนักเรียนในการอ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้ยังมีครูหลายท่านได้นำวิธีการสอนแบบแลกเปลี่ยนบทบาทไปใช้ ซึ่งผลปรากฏว่า นักเรียนของพวกเขามีคะแนนสอบสูงขึ้น เมื่อเทียบกับนักเรียนระดับเดียวกัน

Lau Ngee Kiong และ Hwa Tee Yong (2004) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้เรียนปกติ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ยังช่วยให้นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์แบบใหม่ในการแก้โจทย์ปัญหาได้

Nindi Citra Setia Dewi (2013) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมกาเรรียนรู้โดยใช้โมเดล CRMI เพื่อพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องเศษส่วนของนักเรียนระดับประถมศึกษา ซึ่งโมเดล CRMI เป็นโมเดลการสอนที่เน้นการให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองจากบริบทที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์ โดยอาศัยความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ไดรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดล CRMI มีความเข้าใจเกี่ยวกับมนัศน์ที่สูงขึ้น

Ibrahim Jbeili (2012) ศึกษาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคล่องในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและการเสริมต่อกาเรรียนรู้ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคล่องในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติด้วย

4.2 งานวิจัยภายในประเทศที่เกี่ยวข้อง

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม จำนวน 2 ห้องเรียน นักเรียนจำนวน 96 คน เป็นกลุ่มทดลอง 45 คน กลุ่มควบคุม 51 คน ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการสอนที่พัฒนาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

สุนิดตา เรืองสิริเศรษฐ์ (2552) ทำวิจัยเรื่อง ปัจจัยที่มีผลต่อความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในกรุงเทพมหานคร จำนวน 538 คน ผลการวิจัยพบว่า ปัจจัยด้านจิตวิทยา ปัจจัยด้านสภาพแวดล้อมของโรงเรียน มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และปัจจัยที่เป็นตัวทำนายความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ขนาดของโรงเรียน ระดับการศึกษาของผู้ปกครองมัธยมศึกษา ระดับการศึกษาของผู้ปกครองประถมศึกษา เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ รายได้ของผู้ปกครองต่ำกว่า 10,000 บาท อัตมโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์ และเพศ โดยสามารถร่วมกันทำนายได้ร้อยละ 80.4

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ทำวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพัทลุง เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 48 คน นักเรียนกลุ่มควบคุม 45 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

อิสริยา ปรมัตถากร (2556) ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาความรู้และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอนุบาลนครราชสีมา เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 40 คน นักเรียนกลุ่มควบคุม 41 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

สิรีรัศน์ ผลขวัญโชติกา (2554) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบ 4E x 2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธี 4E x 2 มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อรชร ภูบุญเติม (2550: 67-71) ได้ศึกษาเรื่องการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation) จำนวน 60 คน ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน (Representation) ที่แบ่งออกเป็น 4 แผน ตามวิธีการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 วิธี คือ การแก้โจทย์สมการโดยการใช้วัตถุจริงหรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การใช้ตารางและการใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) ผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปิยะนาถ เหมวิเศษ (2551: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่องการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อีกทั้งศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจ

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจนและมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

ซูรายา สัสตีวงศ์ (2555) ได้พัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงขึ้น และสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และมีความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นและสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งรูปแบบของการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มีแนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นพัฒนาการคิดจากการความคิดของนักเรียน ขยายความคิดนั้นและหาข้อสรุปซึ่งมีความคล้ายกับกระบวนการ RMT จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ระบวนการ RMT จะส่งผลให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น พบว่า มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซในต่างประเทศ แต่ยังไม่พบงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ ภายในประเทศ และจากการศึกษางานวิจัยในต่างประเทศพบว่า โดยส่วนใหญ่มีการนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปใช้ในการพัฒนาทักษะด้านการเขียน ซึ่งสามารถช่วยพัฒนาทักษะด้านการเขียนของนักเรียนให้ดีขึ้น และพบว่ามีการนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปใช้กับวิชาอื่นๆอีกหลายวิชารวมทั้งคณิตศาสตร์ด้วย โดยเป็นการนำเสนอแผนการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในบางเนื้อหา และสำหรับบางระดับชั้น ทั้งนี้ยังไม่พบงานวิจัยที่ศึกษาการนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แต่จากการศึกษาขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ พบว่า เน้นให้นักเรียนมีความอยากเรียนรู้จากภายใน โดยมีการสร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียนตั้งแต่ก่อนเริ่มเข้าสู่บทเรียน ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนตั้งใจเรียนและสนใจในบทเรียน อีกทั้งเน้นให้ครูนำเสนอแบบอย่าง (modeling) ซึ่งสอดคล้องกับธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยครูเป็นแบบอย่างในการเรียนรู้ของนักเรียน และยังมีการลดบทบาทของครู เพิ่มบทบาทของนักเรียนในการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนเข้าใจความรู้

ชัดเจนมากขึ้น และได้ฝึกนำความรู้ไปใช้ด้วยตนเอง ซึ่งผู้วิจัยคิดว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ น่าจะสามารถนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้ยังมีการให้นักเรียนฝึกปฏิบัติ โดยนำความรู้ไปประยุกต์ใช้งานในบริบทที่หลากหลาย หลังจากที่นักเรียนสร้างความรู้ใหม่แล้ว ซึ่งเป็นการทำให้นักเรียนได้ฝึกฝนการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี ทำให้ผู้วิจัยคิดว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซน่าจะช่วยสนับสนุนให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

บทที่ 3
วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

โดยแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียด ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1) ศึกษาผลการประเมินทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งระดับชาติและระดับนานาชาติเพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดปัญหาการเรียนรู้และคำถามวิจัย

2) ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา บทความ ข้อมูล งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศเกี่ยวกับแนวทางในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3) ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม เพื่อเป็นแนวทางในการวิเคราะห์ความรู้ที่จะใช้ในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4) ศึกษาเนื้อหาเรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม จากหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 และหนังสืออื่นๆ ประกอบเพิ่มเติม เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

5) ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา บทความ ข้อมูลจากหนังสือและอินเตอร์เน็ตเกี่ยวกับวิธีวิจัย การวัดและประเมินผล การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi – Experimental Study) ที่ประกอบด้วย กลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยรูปแบบการวิจัยมีลักษณะ ดังนี้

ตารางที่ 3 รูปแบบการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	**การทดสอบก่อนการทดลอง**	**การทดลอง**	**การทดสอบหลังการทดลอง**
E	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	X	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
C	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	~X	- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. การกำหนดประชากรและตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์แบบปกติ ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสหศึกษาขนาดใหญ่พิเศษเขตราชเทวี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นห้องเรียนที่นักเรียนมีลักษณะคละความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทั้งหมด 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนประมาณห้องละ 45 คน โดยผู้วิจัยสุ่มห้องเรียน 2 ห้อง เพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองหนึ่งห้องและกลุ่มควบคุมหนึ่งห้อง ตามขั้นตอนดังนี้

1) ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์แบบปกติทั้ง 3 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2) ผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียนเป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยการพิจารณาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ที่มีค่าใกล้เคียงกันมากที่สุด ได้แก่นักเรียนห้อง ม.5/2 จำนวน 44 คน และ ห้องม.5/3 จำนวน 46 คน ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) คือ 62.63 และ 61.91 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) เท่ากับ 6.08 และ 7.61 ตามลำดับ

3) ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบ พบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยค่าที (t- independent samples test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไม่แตกต่างกัน

4) ผู้วิจัยทำการสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) โดยการจับสลากเพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.5/2 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ และนักเรียนห้อง ม.5/3 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 ใบงาน

2.4 แบบสัมภาษณ์อย่างง่าย

4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองในการวิจัยครั้งนี้ คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ สำหรับกลุ่มทดลอง จำนวน 15 แผน และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม จำนวน 15 แผน

ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดให้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 รวมทั้งสิ้น 15 คาบ (คาบละ 50 นาที) โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนตามรายละเอียดต่อไปนี้

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ มีขั้นตอนในการสร้าง ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ จากหนังสือ เอกสาร วารสาร และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ (2012) โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 6 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างแรงจูงใจ (Motivation)

ขั้นที่ 2 ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่ (Modeling the New Learning)

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่าง (Recapitulation)

ขั้นที่ 4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Structured Consolidation)

ขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application)

ขั้นที่ 6 ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion)

2. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนกลุ่มตัวอย่างที่พัฒนาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รวมถึงศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล เพื่อวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

3. สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ รายชั่วโมงให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม จำนวน 15 แผน ใช้สอน 15 คาบ โดยแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วยหัวข้อ ดังนี้ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นสร้างแรงจูงใจ ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่ ขั้นสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่าง ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง สื่อ/แหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

4. นำแผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 15 แผน ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมงที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง

4.1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติมีขั้นตอนในการสร้าง ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักการ จุดมุ่งหมายของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม เพื่อเป็นแนวทางในการวิเคราะห์ความรู้ที่จะใช้ในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายชั่วโมงให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม จำนวน 15 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วยหัวข้อ ดังนี้ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นสรุปบทเรียน สื่อ/แหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

4. นำแผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 15 แผน ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมงที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มควบคุม สำหรับรายละเอียดสาระการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน แสดงได้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 แสดงสาระการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

<table>
<tr><th>แผนการเรียนรู้ที่</th><th>เนื้อหาสาระการเรียนรู้กลุ่มทดลอง</th><th>เนื้อหาสาระการเรียนรู้กลุ่มควบคุม</th></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="2">การนำสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มไปใช้ :
นิยาม สมบัติ และการใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="2">การนำสมบัติของรากที่ n ไปใช้ :
บทนิยาม และสมบัติของรากที่สองของจำนวนจริง
บทนิยามของของรากที่ n และค่าหลักของรากที่ n
การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของกรณฑ์</td></tr>
<tr><td>3</td><td colspan="2">การนำสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะไปใช้ :
บทนิยาม สมบัติ และการใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
การบวก ลบ คูณ และหารเลขยกกำลัง
การทำให้ส่วนอยู่ในรูปไม่ติดกรณฑ์</td></tr>
<tr><td>4</td><td colspan="2">การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง :
การใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะในการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง</td></tr>
<tr><td>5</td><td colspan="2">ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล กราฟ และการนำไปใช้ :
ความหมายและลักษณะสำคัญของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
การใช้กราฟของฟังก์ชันในรูป $y = a^{x}$ ในการเขียนกราฟของฟังก์ชันในรูป $y = a^{x-h}+k$</td></tr>
<tr><td>6</td><td colspan="2">ฟังก์ชันลอการิทึม และการประยุกต์ของกราฟ :
ความหมายและลักษณะสำคัญของฟังก์ชันลอการิทึม
กราฟของฟังก์ชันลอการิทึมและการเลื่อนกราฟ
ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดของฟังก์ชันลอการิทึม</td></tr>
<tr><td>7</td><td>การหาค่าลอการิทึมโดยใช้นิยามและสมบัติของลอการิทึม :</td><td>การหาค่าลอการิทึมโดยใช้นิยามและสมบัติของลอการิทึม :</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>แผนการเรียนรู้ที่</th><th>เนื้อหาสาระการเรียนรู้กลุ่มทดลอง</th><th>เนื้อหาสาระการเรียนรู้กลุ่มควบคุม</th></tr>
<tr><td></td><td>การหาค่าลอการิทึมโดยใช้นิยามของลอการิทึม
การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติพื้นฐานของลอการิทึม</td><td>การหาค่าลอการิทึมโดยใช้นิยามของลอการิทึม
การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติของลอการิทึม</td></tr>
<tr><td>8</td><td>การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติของลอการิทึมและการเปลี่ยนฐาน :
การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติของลอการิทึม
การหาค่าลอการิทึมโดยใช้การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม</td><td>การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติของลอการิทึมและลอการิทึมสามัญ :
การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติของลอการิทึม (ต่อ)
การหาค่าลอการิทึมสามัญ</td></tr>
<tr><td>9</td><td>ลอการิทึมสามัญและแอนติลอการิทึม :
การหาค่าลอการิทึมสามัญ
การหาแอนติลอการิทึม</td><td>แอนติลอการิทึม :
การหาแอนติลอการิทึม</td></tr>
<tr><td>10</td><td>ลอการิทึมธรรมชาติ :
การหาค่าลอการิทึมธรรมชาติ</td><td>การหาค่าลอการิทึมโดยใช้การเปลี่ยนฐานและลอการิทึมธรรมชาติ :
การหาค่าลอการิทึมโดยใช้การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม
การหาค่าลอการิทึมธรรมชาติ</td></tr>
<tr><td>11</td><td colspan="2">การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล : การหาคำตอบของสมการเอกซ์โพเนนเชียล</td></tr>
<tr><td>12</td><td colspan="2">การแก้สมการลอการิทึม : การหาคำตอบของสมการลอการิทึม</td></tr>
<tr><td>13</td><td colspan="2">การแก้อสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม :
การหาคำตอบของอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม</td></tr>
<tr><td>14</td><td colspan="2">การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล :
การประยุกต์เกี่ยวกับดอกเบี้ยทบต้น การเจริญเติบโตของประชากร และการเสื่อมสลายของสารกัมมันตภาพรังสี</td></tr>
<tr><td>15</td><td colspan="2">การประยุกต์ของฟังก์ชันลอการิทึม :
การประยุกต์เกี่ยวกับการวัดระดับความเข้มของเสียง ระดับความเป็นกรด-ด่างของสารละลาย และการวัดระดับแรงสั่นสะเทือนของแผ่นดินไหว</td></tr>
</table>

จากการวิเคราะห์เนื้อหาสาระในแต่ละแผนการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้กำหนดแบบอย่างสำหรับแต่ละเนื้อหา ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 5 แสดงแบบอย่างที่ใช้สำหรับกลุ่มทดลองในแต่ละแผนการเรียนรู้

แผนการเรียนรู้ที่	เนื้อหาสาระการเรียนรู้กลุ่มทดลอง	แบบอย่าง
1	การนำสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มไปใช้ : นิยาม สมบัติ และการใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	ทำความเข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม โดยเริ่มจากการอ่านนิยามและสมบัติแต่ละข้อ วิเคราะห์ลักษณะสำคัญของสมบัติ และพิจารณาข้อความหรือเงื่อนไขที่ยังไม่เข้าใจ เชื่อมโยงความรู้เดิมมาใช้ในการวิเคราะห์ความรู้ใหม่ พิจารณาสัญลักษณ์ต่างๆ และยกตัวอย่างในกรณีเฉพาะ และตัดสินใจเลือกสมบัติไปใช้ในบริบทที่แตกต่างกัน เมื่อพบโจทย์ที่ต้องหาคำตอบ อ่านโจทย์ให้รอบคอบ วางแผนในการหาคำตอบของการดำเนินการที่เกี่ยวกับเลขยกกำลัง โดยเลือกใช้สมบัติให้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้ จนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
2	การนำสมบัติของรากที่ n ไปใช้ : บทนิยาม และสมบัติของรากที่สองของจำนวนจริง บทนิยามของของรากที่ n และค่าหลักของรากที่ n การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของกรณฑ์	ทำความเข้าใจรากที่ n โดยเริ่มจากการอ่านนิยามและสมบัติแต่ละข้อ วิเคราะห์ลักษณะสำคัญของสมบัติ และสัญลักษณ์ของรากที่ n จากนั้นพิจารณาข้อความหรือเงื่อนไขที่ยังไม่เข้าใจ เชื่อมโยงความรู้เดิมมาใช้ในการวิเคราะห์ความรู้ใหม่ พิจารณาสัญลักษณ์ต่างๆ และยกตัวอย่างในกรณีเฉพาะ และตัดสินใจเลือกสมบัติไปใช้ในบริบทที่แตกต่างกัน เมื่อพบโจทย์ที่ต้องหาคำตอบ อ่านโจทย์ให้รอบคอบ วางแผนในการหาคำตอบของการดำเนินการที่เกี่ยวกับกรณฑ์ โดยเลือกใช้สมบัติให้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้ จนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
3	การนำสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลข	ทำความเข้าใจสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ โดยเริ่มจากการอ่านนิยามและสมบัติแต่ละข้อ รวทั้ง

แผนการเรียนรู้ที่	เนื้อหาสาระการเรียนรู้กลุ่มทดลอง	แบบอย่าง
	ชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะไปใช้ : บทนิยาม สมบัติและการใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ การบวก ลบ คูณ และหารเลขยกกำลัง การทำให้ส่วนอยู่ในรูปไม่ติดกรณฑ์	การดำเนินการเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ วิเคราะห์ลักษณะสำคัญของสมบัติ และพิจารณาข้อความหรือเงื่อนไขที่ยังไม่เข้าใจ เชื่อมโยงความรู้เดิมมาใช้ในการวิเคราะห์ความรู้ใหม่ พิจารณาสัญลักษณ์ต่างๆ และยกตัวอย่างในกรณีเฉพาะ และตัดสินใจเลือกสมบัติไปใช้ในบริบทที่แตกต่างกัน เมื่อพบโจทย์ที่ต้องหาคำตอบ อ่านโจทย์ให้รอบคอบ วางแผนในการหาคำตอบของการดำเนินการที่เกี่ยวกับเลขยกกำลัง โดยเลือกใช้สมบัติให้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้ จนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
4	การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง : การใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะในการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง	ทำความเข้าใจโจทย์โดยการอ่านพิจารณาสมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสองในโจทย์ให้รอบคอบ จากนั้นวิเคราะห์ลักษณะของสมการ โดยตั้งคำถามกับตัวเองว่าโจทย์นี้เกี่ยวข้องกับเรื่องอะไร ต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง อาจขีดเส้นใต้ หรือวงกลม ข้อมูลสำคัญ สัญลักษณ์ หรือ คำถาม เพื่อพิจารณาว่ามีเงื่อนไขใดที่ยังเข้าใจไม่ชัดเจน แต่หากโจทย์ข้อนั้นง่าย อาจไม่ต้องขีดเส้นประกอบ และอาจอ่านโจทย์ทวนอีกรอบ ถ้ายังไม่เข้าใจโจทย์หรืออาจเชื่อมโยงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหน้านี้ว่ามีส่วนคล้ายคลึงกันอย่างไร จากนั้นวางแผนแก้ปัญหา โดยวิเคราะห์ขั้นตอนการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง เชื่อมโยงความรู้เดิมเกี่ยวกับสมบัติของกรณฑ์ และการแก้สมการเชิงเส้นหรือสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เพื่อนำมาใช้ในการแก้สมการ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้ โดยจัดรูปสมการ แล้วยกกำลังสองทั้งสองข้าง และดำเนินการแก้สมการจนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่

แผนการเรียนรู้ที่	เนื้อหาสาระการเรียนรู้กลุ่มทดลอง	แบบอย่าง
5	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล กราฟและการนำไปใช้ : ความหมายและลักษณะสำคัญของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล การใช้กราฟของฟังก์ชันในรูป $y = a^{x}$ ในการเขียนกราฟของฟังก์ชันในรูป $y = a^{x-h}+k$	ทำความเข้าใจฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยเริ่มจากการอ่านนิยาม ลักษณะสำคัญ และเงื่อนไขของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล วิเคราะห์ลักษณะสำคัญของฟังก์ชันซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างโดเมนกับเรนจ์ และพิจารณาลักษณะของกราฟตามเงื่อนไขของค่า a จากนั้นพิจารณาข้อความหรือเงื่อนไขที่ยังไม่เข้าใจ เชื่อมโยงความรู้เดิมมาใช้ในการวิเคราะห์ความรู้ใหม่ พิจารณาสัญลักษณ์ต่างๆ และยกตัวอย่างในกรณีเฉพาะ รวมถึงใช้กราฟของฟังก์ชันในรูป $y = a^{x}$ ในการเขียนกราฟของฟังก์ชันในรูป $y = a^{x-h}+k$ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่ และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
6	ฟังก์ชันลอการิทึมและการประยุกต์ของกราฟ : ความหมายและลักษณะสำคัญของฟังก์ชันลอการิทึม กราฟของฟังก์ชันลอการิทึมและการเลื่อนกราฟ ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดของฟังก์ชันลอการิทึม	ทำความเข้าใจฟังก์ชันลอการิทึม โดยเริ่มจากการอ่านนิยาม ลักษณะสำคัญ และเงื่อนไขของฟังก์ชันลอการิทึม วิเคราะห์ลักษณะสำคัญของฟังก์ชันซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างโดเมนกับเรนจ์ และพิจารณาลักษณะของกราฟตามเงื่อนไขของค่า a จากนั้นพิจารณาข้อความหรือเงื่อนไขที่ยังไม่เข้าใจ เชื่อมโยงความรู้เดิมมาใช้ในการวิเคราะห์ความรู้ใหม่ พิจารณาสัญลักษณ์ต่างๆ และยกตัวอย่างในกรณีเฉพาะ รวมถึงใช้กราฟของฟังก์ชันในรูป $y = \log_a x$ ในการเขียนกราฟของฟังก์ชันในรูป $y = \log_a (x-h)+k$ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่ และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
7	การหาค่าลอการิทึมโดยใช้นิยามและสมบัติของลอการิทึม :	ทำความเข้าใจการหาค่าลอการิทึมโดยใช้นิยามและสมบัติของลอการิทึม โดยเริ่มจากการอ่าน ลักษณะสำคัญ เงื่อนไข และสมบัติแต่ละข้อของลอการิทึม วิเคราะห์ลักษณะสำคัญของสมบัติแต่ละข้อ และพิจารณาข้อความหรือเงื่อนไขที่ยังไม่เข้าใจ เชื่อมโยงความรู้เดิมมาใช้ในการวิเคราะห์ความรู้ใหม่ พิจารณา

แผนการเรียนรู้ที่	เนื้อหาสาระการเรียนรู้กลุ่มทดลอง	แบบอย่าง
	การหาค่าลอการิทึมโดยใช้นิยามของลอการิทึม การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติพื้นฐานของลอการิทึม	สัญลักษณ์ต่างๆ และยกตัวอย่างในกรณีเฉพาะ และตัดสินใจเลือกสมบัติไปใช้ในบริบทที่แตกต่างกัน เมื่อพบโจทย์ที่ต้องหาคำตอบ อ่านโจทย์ให้รอบคอบ วางแผนในการหาคำตอบ โดยเลือกใช้นิยามหรือสมบัติให้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้ จนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
8	การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติของลอการิทึมและการเปลี่ยนฐาน : การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติของลอการิทึม การหาค่าลอการิทึมโดยใช้การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม	ทำความเข้าใจการหาค่าลอการิทึมโดยใช้นิยามและสมบัติของลอการิทึม โดยเริ่มจากการอ่าน ลักษณะสำคัญ เงื่อนไข และสมบัติแต่ละข้อของลอการิทึม รวมถึงการเปลี่ยนฐานของลอการิทึม วิเคราะห์ลักษณะสำคัญของสมบัติแต่ละข้อและการเปลี่ยนฐาน และพิจารณาข้อความหรือเงื่อนไขที่ยังไม่เข้าใจ เชื่อมโยงความรู้เดิมมาใช้ในการวิเคราะห์ความรู้ใหม่ พิจารณาสัญลักษณ์ต่างๆ และยกตัวอย่างในกรณีเฉพาะ และตัดสินใจเลือกสมบัติไปใช้ในบริบทที่แตกต่างกัน เมื่อพบโจทย์ที่ต้องหาคำตอบ อ่านโจทย์ให้รอบคอบ วางแผนในการหาคำตอบ โดยเลือกใช้นิยามหรือสมบัติให้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้ จนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
9	ลอการิทึมสามัญและแอนติลอการิทึม : การหาค่าลอการิทึมสามัญ การหาแอนติลอการิทึม	ทำความเข้าใจลอการิทึมสามัญและแอนติลอการิทึม โดยเริ่มจากการอ่านนิยาม ลักษณะสำคัญ เงื่อนไข และสัญลักษณ์ของลอการิทึมสามัญ วิเคราะห์ลักษณะสำคัญ เงื่อนไข และการใช้สัญลักษณ์ และพิจารณาข้อความหรือเงื่อนไขที่ยังไม่เข้าใจ เชื่อมโยงความรู้เดิมในการวิเคราะห์ความรู้ใหม่ เพื่อใช้ในการหาค่าลอการิทึมสามัญในกรณีต่างๆ รวมถึงวิเคราะห์ขั้นตอนการหาแอนติลอการิทึม และตัดสินใจเลือกสมบัติไปใช้ในขั้นตอนที่แตกต่างกัน เมื่อพบโจทย์ที่ต้องหาคำตอบ อ่านโจทย์ให้รอบคอบ

แผนการเรียนรู้ที่	เนื้อหาสาระการเรียนรู้กลุ่มทดลอง	แบบอย่าง
		วางแผนในการหาคำตอบ โดยเลือกใช้นิยามหรือสมบัติให้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้ จนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
10	ลอการิทึมธรรมชาติ : การหาค่าลอการิทึมธรรมชาติ	ทำความเข้าใจลอการิทึมธรรมชาติ โดยเริ่มจากการอ่าน ลักษณะสำคัญ เงื่อนไข และสัญลักษณ์ วิเคราะห์ลักษณะสำคัญ เงื่อนไขและการใช้สัญลักษณ์ และพิจารณาข้อความหรือเงื่อนไขที่ยังไม่เข้าใจ เชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับการเปลี่ยนฐานของลอการิทึมเพื่อใช้ในการหาค่าลอการิทึมฐาน e โดยเปลี่ยนเป็นลอการิทึมฐาน 10 รวมถึงเชื่อมโยงสมบัติของลอการิทึม กับสมบัติของลอการิทึมฐาน e และตัดสินใจเลือกสมบัติไปใช้ในบริบทที่แตกต่างกัน เมื่อพบโจทย์ที่ต้องหาคำตอบ อ่านโจทย์ให้รอบคอบวางแผนในการหาคำตอบ โดยเลือกใช้นิยามหรือสมบัติให้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้ จนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
11	การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล : การหาคำตอบของสมการเอกซ์โพเนนเชียล	ทำความเข้าใจโจทย์โดยการอ่านพิจารณาสมการในโจทย์ให้รอบคอบ จากนั้นวิเคราะห์ลักษณะของสมการ โดยตั้งคำถามกับตัวเองว่าโจทย์นี้เกี่ยวข้องกับเรื่องอะไร ต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง อาจขีดเส้นใต้ หรือวงกลม ข้อมูลสำคัญ สัญลักษณ์ หรือ คำถาม เพื่อพิจารณาว่ามีเงื่อนไขใดที่ยังเข้าใจไม่ชัดเจน แต่หากโจทย์ข้อนั้นง่าย อาจไม่ต้องขีดเส้นประกอบ และอาจอ่านโจทย์ทวนอีกรอบ ถ้ายังไม่เข้าใจโจทย์ หรืออาจเชื่อมโยงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหน้านี้ว่ามีส่วนคล้ายคลึงกันอย่างไร จากนั้นวางแผนแก้ปัญหา โดยวิเคราะห์วิธีการแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลแบบต่างๆ เชื่อมโยงความรู้เดิมเกี่ยวกับสมบัติของเลขยกกำลัง และการแก้สมการพหุนามกำลังสอง รวมถึงสมบัติของลอการิทึม

แผนการเรียนรู้ที่	เนื้อหาสาระการเรียนรู้กลุ่มทดลอง	แบบอย่าง
		และตัดสินใจเลือกวิธีการแก้สมการ เพื่อนำมาใช้ในการแก้สมการ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้ จนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
12	การแก้สมการลอการิทึม : การหาคำตอบของสมการลอการิทึม	ทำความเข้าใจโจทย์โดยการอ่านพิจารณาสมการในโจทย์ให้รอบคอบ จากนั้นวิเคราะห์ลักษณะของสมการ โดยตั้งคำถามกับตัวเองว่าโจทย์นี้เกี่ยวข้องกับเรื่องอะไร ต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง อาจขีดเส้นใต้ หรือวงกลม ข้อมูลสำคัญ สัญลักษณ์ หรือ คำถาม เพื่อพิจารณาว่ามีเงื่อนไขใดที่ยังเข้าใจไม่ชัดเจน แต่หากโจทย์ข้อนั้นง่าย อาจไม่ต้องขีดเส้นประกอบ และอาจอ่านโจทย์ทวนอีกรอบ ถ้ายังไม่เข้าใจโจทย์ หรืออาจเชื่อมโยงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหน้านี้ว่ามีส่วนคล้ายคลึงกันอย่างไร จากนั้นวางแผนแก้ปัญหา โดยวิเคราะห์วิธีการแก้สมการลอการิทึมแบบต่างๆ เชื่อมโยงความรู้เดิมเกี่ยวกับสมบัติของลอการิทึม นิยามของฟังก์ชันลอการิทึม และการแก้สมการพหุนามกำลังสอง รวมถึงสมบัติของเลขยกกำลังและตัดสินใจเลือกวิธีการแก้สมการ เพื่อนำมาใช้ในการแก้สมการ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้ จนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
13	การแก้อสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม : การหาคำตอบของอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม	ทำความเข้าใจโจทย์โดยการอ่านพิจารณาอสมการในโจทย์ให้รอบคอบ จากนั้นวิเคราะห์ลักษณะของอสมการ โดยตั้งคำถามกับตัวเองว่าโจทย์นี้เกี่ยวข้องกับเรื่องอะไร ต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง อาจขีดเส้นใต้ หรือวงกลม ข้อมูลสำคัญ สัญลักษณ์ หรือคำถาม เพื่อพิจารณาว่ามีเงื่อนไขใดที่ยังเข้าใจไม่ชัดเจน แต่หากโจทย์ข้อนั้นง่าย อาจไม่ต้องขีดเส้นประกอบ และอาจอ่านโจทย์ทวนอีกรอบ ถ้ายังไม่เข้าใจโจทย์ หรืออาจเชื่อมโยงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหน้านี้ว่ามีส่วนคล้ายคลึงกันอย่างไร จากนั้น

แผนการเรียนรู้ที่	เนื้อหาสาระการเรียนรู้กลุ่มทดลอง	แบบอย่าง
		วางแผนแก้ปัญหา โดยวิเคราะห์แนวทางในการแก้อสมการแต่ละขั้น เชื่อมโยงความรู้เดิมเกี่ยวกับฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม รวมถึงสมบัติของเลขยกกำลังและสมบัติของลอการิทึม และตัดสินใจเลือกสมบัติ เพื่อนำมาใช้ในการแก้อสมการ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้ โดยจัดรูปอสมการให้สัมพันธ์กับการใช้สมบัติของเลขยกกำลังหรือสมบัติของลอการิทึม แปลงเป็นอสมการปกติ จนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
14	การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล : การประยุกต์เกี่ยวกับดอกเบี้ยทบต้น การเจริญเติบโตของประชากร และการเสื่อมสลายของสาร กัมมันตภาพรังสี	ทำความเข้าใจสถานการณ์ในโจทย์โดยการอ่านโจทย์ให้รอบคอบ จากนั้นวิเคราะห์บริบทของสถานการณ์ โดยตั้งคำถามกับตัวเองว่าโจทย์นี้เกี่ยวข้องกับเรื่องอะไร ต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง อาจขีดเส้นใต้ หรือวงกลม ข้อมูลสำคัญ สัญลักษณ์ หรือ คำถาม เพื่อพิจารณาว่ามีเงื่อนไขใดที่ยังเข้าใจไม่ชัดเจน แต่หากโจทย์ข้อนั้นง่าย อาจไม่ต้องขีดเส้นประกอบ และอาจอ่านโจทย์ทวนอีกรอบถ้ายังไม่เข้าใจโจทย์ หรืออาจเชื่อมโยงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหน้านี้ว่ามีส่วนคล้ายคลึงกันอย่างไร จากนั้นวางแผนแก้ปัญหาโดยเชื่อมโยงความรู้เดิมเกี่ยวกับสมบัติของเลขยกกำลังและลอการิทึม และตัดสินใจเลือกสมบัติ เพื่อนำมาใช้ในการหาคำตอบ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้ จนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่
15	การประยุกต์ของฟังก์ชันลอการิทึม : การประยุกต์เกี่ยวกับการวัดระดับความเข้มของเสียง ระดับ	ทำความเข้าใจสถานการณ์ในโจทย์โดยการอ่านโจทย์ให้รอบคอบ จากนั้นวิเคราะห์บริบทของสถานการณ์ โดยตั้งคำถามกับตัวเองว่าโจทย์นี้เกี่ยวข้องกับเรื่องอะไร ต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง อาจขีดเส้นใต้ หรือวงกลม ข้อมูลสำคัญ สัญลักษณ์ หรือ คำถาม เพื่อพิจารณาว่ามีเงื่อนไขใดที่ยังเข้าใจไม่ชัดเจน แต่หากโจทย์ข้อนั้นง่าย อาจไม่ต้องขีดเส้นประกอบ และอาจอ่านโจทย์ทวนอีกรอบ

แผนการเรียนรู้ที่	เนื้อหาสาระการเรียนรู้กลุ่มทดลอง	แบบอย่าง
	ความเป็นกรด-ด่างของสารละลายและการวัดระดับแรงสั่นสะเทือนของแผ่นดินไหว	ถ้ายังไม่เข้าใจโจทย์ หรืออาจเชื่อมโยงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหน้านี้ว่ามีส่วนคล้ายคลึงกันอย่างไร จากนั้นวางแผนแก้ปัญหาโดยเชื่อมโยงความรู้เดิมเกี่ยวกับสมบัติของลอการิทึม และตัดสินใจเลือกสมบัติหรือการหาแอนติลอการิทึม เพื่อนำมาใช้ในการหาคำตอบ หลังจากนั้นดำเนินการตามที่ได้วางแผนไว้จนกระทั่งสรุปคำตอบให้สอดคล้องกับโจทย์ และตรวจสอบว่าการทำงานเป็นไปตามแผนหรือไม่และแนวทางที่ใช้ได้ผลดีหรือไม่

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและ จูเลียน-ชูลต์ซกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผู้วิจัยได้เปรียบเทียบดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 6 กรอบแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ)	กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างแรงจูงใจ (Motivation) - ครูสร้างแรงจูงใจให้นักเรียน เพื่อกระตุ้นความสนใจนักเรียน ทำให้นักเรียนอยากเรียนรู้จากภายใน โดยใช้กิจกรรมและกลวิธีต่างๆ เพื่อชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญ ความจำเป็น หรือประโยชน์ของเนื้อหาที่จะเรียน (โดยครูอาจจัดกิจกรรมที่น่าสนใจและมีการโต้ตอบกันระหว่างครูกับนักเรียน หรือสร้างความขัดแย้งทางปัญญาให้นักเรียน หรือ เชื่อมโยงสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้วกับสิ่งที่กำลังจะเรียนรู้ ด้วยวิธีการที่เหมาะสมกับลักษณะของเนื้อหา) - ครูตรวจสอบความพร้อมในการเรียนของนักเรียน ทั้งด้านอารมณ์และด้านความรู้เดิมที่จำเป็น (โดยครูอาจใช้คำถาม หรือ ทบทวนความรู้เดิมที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว) - ครูแจ้งเนื้อหาที่จะเรียนในวันนี้ให้นักเรียนทราบ	**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** - ครูกล่าวถึงประโยชน์หรือความสำคัญของเนื้อหาที่จะเรียน เพื่อให้นักเรียนมีความสนใจที่จะเรียน - ครูแจ้งเนื้อหาที่จะเรียนในวันนี้ให้นักเรียนทราบ - ครูทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ในบทเรียน โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ)	**กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)**
ขั้นที่ 2 ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่ (Modeling the New Learning) - ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ (context) ซึ่งอาจเป็นตัวอย่างปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือกิจกรรม และนักเรียนพยายามทำความเข้าใจบริบทการเรียนรู้ - ครูแสดง "แบบอย่างของวิธีคิด" เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจบริบท และวิเคราะห์องค์ประกอบของเนื้อหาความรู้ เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เพื่อเรียนรู้เนื้อหาสาระหรือมโนทัศน์ และแสดง "แบบอย่างของวิธีการทำงาน" ที่เป็นระบบ เพื่อเรียนรู้ขั้นตอนหรือวิธีการต่างๆ รวมถึงแสดง "แบบอย่างของการสะท้อนคิด" ในระหว่างการเรียนรู้ เพื่อชี้ให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะสำคัญและตัวอย่างของความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหา - นักเรียนสังเกต สะท้อน วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ และสร้างความรู้ใหม่ที่ได้เรียนรู้จากแบบอย่าง รวมถึงสังเกตการใช้แบบอย่างประเภทต่างๆ - ครูกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตและทำความเข้าใจแบบอย่าง แล้วสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่างตามความเข้าใจด้วยตนเอง - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และครูอาจอธิบายเพิ่มเติม - ครูเน้นให้นักเรียนสังเกตและทำความเข้าใจเนื้อหาสาระที่ครูแสดงให้ดูเป็นตัวอย่าง	**ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้** - ครูดำเนินการสอนตามการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง - ครูอธิบายเนื้อหาต่างๆ ให้กับนักเรียน และใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น - ครูแสดงตัวอย่างประกอบเนื้อหา จากนั้นอธิบายวิธีการทำแต่ละตัวอย่าง โดยตัวอย่างที่ครูนำเสนอมีความหลากหลาย ครอบคลุมเนื้อหาที่เรียน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหามากยิ่งขึ้น - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม - ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนเพื่อเพิ่มความเข้าใจ - ครูตรวจสอบการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน และอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ
ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่าง (Recapitulation) - ครูใช้กลวิธีในการตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับแบบอย่างของวิธีคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่	

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ)	กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
ครูนำเสนอในขั้นที่ 2 โดยครูใช้ “แบบอย่างของการสะท้อนคิด” เพื่อเน้นในประเด็นที่นักเรียนเข้าใจยากหรือยังเข้าใจไม่ถูกต้องชัดเจน - นักเรียนทบทวนความรู้ใหม่ที่ได้เรียนรู้จากแบบอย่าง และอธิบายข้อสรุปที่ได้เรียนรู้ใหม่ โดยการตอบคำถาม - ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเป็นความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาจากแบบอย่าง - นักเรียนตอบคำถามครูเกี่ยวกับประเด็นที่เข้าใจยากหรือยังเข้าใจไม่ถูกต้องชัดเจน - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และครูอาจอธิบายเพิ่มเติม	
ขั้นที่ 4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Structured Consolidation) - ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ที่คล้ายคลึงกับที่ได้นำเสนอในขั้นที่ 2 และนักเรียนพยายามทำความเข้าใจบริบทการเรียนรู้ที่ครูนำเสนอ - ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนใช้ “แบบอย่างของวิธีคิด” เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจบริบท และให้นักเรียนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของ “ความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาจากแบบอย่าง” ในขั้นที่ 3 กับบริบทของการเรียนรู้ดังกล่าว และใช้ “แบบอย่างของวิธีการทำงาน” เพื่อนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในบริบท รวมถึงใช้ “แบบอย่างของการสะท้อนคิด” ร่วมด้วยทุกขั้นตอน - นักเรียนจัดโครงสร้างความรู้ใหม่เพื่อให้เป็นความเข้าใจที่ถูกต้องชัดเจนมากขึ้น - ครูค่อยๆปล่อยให้นักเรียนทำด้วยตนเองภายใต้การสนับสนุนของครูตามความสามารถของนักเรียนซึ่งครูจะ	

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ)	กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
ค่อย ๆ ลดการช่วยเหลือสนับสนุนลงเมื่อนักเรียนสามารถทำได้ดีขึ้น - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และครูอาจอธิบายเพิ่มเติม โดยให้นักเรียนสรุปและอธิบายเกี่ยวกับความรู้ใหม่ที่เข้าใจอย่างชัดเจน - ในกรณีที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถทำได้หรือยังเข้าใจไม่ชัดเจน ครูอาจใช้วิธีการแบบเดียวกับขั้นที่ 2 อีกครั้ง	
ขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application) - ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ที่ไม่คุ้นเคยที่หลากหลาย และนักเรียนพยายามทำความเข้าใจบริบทการเรียนรู้ที่ครูนำเสนอ - นักเรียนฝึกใช้แบบอย่างด้วยตนเองในการนำ “ความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากแบบอย่าง” ไปประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กับบริบทการเรียนรู้ดังกล่าวด้วยตนเอง เพื่อให้เกิดทักษะ - ครูใช้กลวิธีต่างๆ ในการช่วยเหลือสนับสนุนตามความสามารถของนักเรียน ซึ่งครูจะค่อย ๆ ลดการช่วยเหลือสนับสนุนลงเมื่อนักเรียนสามารถทำได้ดีขึ้น แต่จะลดน้อยกว่าขั้นที่ 4 - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และครูมอบหมายแบบฝึกหัดเพิ่มเติมให้นักเรียนทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจและความแม่นยำ - ในกรณีที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถทำได้หรือยังเข้าใจไม่ชัดเจน ครูอาจใช้วิธีการแบบเดียวกับขั้นที่ 2 อีก	
ขั้นที่ 6 ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion)	**ขั้นสรุปบทเรียน**

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ)	กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
- นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหา รวมถึงกระบวนการคิด และ “แบบอย่าง” ที่ใช้ในการเรียนรู้ความรู้และวิธีการแก้ปัญหา ภายใต้การช่วยเหลือสนับสนุนจากครู - ครูให้นักเรียนแต่ละคนได้สะท้อนตนเองเกี่ยวกับความรู้หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้จากแบบอย่างประเภทต่างๆ และ “แบบอย่าง” ที่ใช้ในการเรียนรู้ความรู้และวิธีการแก้ปัญหา เพื่อประเมินตนเองได้ว่าทำได้หรือทำไม่ได้ อย่างไร - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย - ครูมอบหมายแบบฝึกหัดเพิ่มเติมให้นักเรียนทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจและความแม่นยำ	- นักเรียนร่วมกันสรุปและสะท้อนความคิดเกี่ยวกับความรู้ในบทเรียน - ครูสรุปประเด็นเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนยังสรุปได้ไม่สมบูรณ์ เพื่อสร้างความเข้าใจที่ตรงกันให้กับนักเรียน - ครูมอบหมายแบบฝึกหัดให้นักเรียนทำเพิ่มเติม

4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใบงาน และแบบสัมภาษณ์ โดยรายละเอียดขั้นตอนของการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลมีดังนี้

4.2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล เป็นแบบวัด 2 ตอน คือ ชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน และชนิดเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน โดยแบ่งเป็น 2 ฉบับ ฉบับละ 25 ข้อ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

- ฉบับที่ 1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวนจริง และ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ที่นักเรียนเรียนมาแล้ว

- ฉบับที่ 2 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

รายละเอียดและวิธีการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ มีขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการ และประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดรูปแบบที่เหมาะสมและใช้เป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานและเพิ่มเติม ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวนจริง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน และ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

3. สร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

3.1 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน โดยสร้างตารางโครงสร้างแบบวัด ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ (อัมพร ม้าคนอง, 2554) ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ และ ความรู้เชิงกระบวนการ ตามเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวนจริง และความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้

3.2. สร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวนจริง และความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เป็นแบบวัด 2 ตอน คือ ชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน และชนิดเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 25 ข้อ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนคือตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

3.3 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข หลังจากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ซึ่งประกอบด้วย ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีประสบการณ์ในการสอนในโรงเรียน จำนวน 1 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์ในการทำงาน จำนวน 2 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมใน 3 ด้าน ได้แก่ ความตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้อง และความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถาม ซึ่งพบว่าข้อสอบทุกข้อมีความตรงเชิงเนื้อหาและมีความถูกต้อง แต่มีข้อสอบบางข้อที่ต้องได้รับการแก้ไขในส่วนของความเหมาะสมของภาษา ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมและสิ่งที่ต้องแก้ไข ตามประเด็นต่อไปนี้ ดังนี้

1) ความเหมาะสมของภาษา ควรใช้ภาษา สัญลักษณ์ในโจทย์ให้เข้าใจง่าย การใช้ตัวเลือกในโจทย์ควรเขียนสื่อความหมายให้ชัดเจน ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

โจทย์เดิม

กำหนดให้ $f(x) = |x - a| + b$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

A. $D_f = [a, \infty)$ B. $R_f = [b, \infty)$

ข้อใด**<u>ถูกต้อง</u>**

ก. ถูกทั้ง A. และ B. ข. A. ถูก B. ผิด ค. A. ผิด B. ถูก ง. ผิดทั้ง A. และ B.

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนดให้ $f(x) = |x - a| + b$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง

I. $D_f = [a, \infty)$ II. $R_f = [b, \infty)$

ข้อใด**<u>ถูกต้อง</u>**

ก. ถูกทั้ง I. และ II. ข. I. ถูก II. ผิด ค. I. ผิด II. ถูก ง. ผิดทั้ง I. และ II.

2) ประเด็นอื่นๆ ควรปรับตัวเลขในโจทย์ ให้นักเรียนสามารถคิดได้ชัดเจนขึ้น ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

โจทย์เดิม

พิจารณาการทำให้กรณฑ์อยู่ในรูปอย่างง่ายต่อไปนี้

$\sqrt[4]{\frac{13}{81}} = \frac{\sqrt[4]{13}}{\sqrt[4]{81}}$ อ้างอิงจากสมบัติ ....

$= \frac{2}{3}$ อ้างอิงจากสมบัติ ....

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

พิจารณาการทำให้กรณฑ์อยู่ในรูปอย่างง่ายต่อไปนี้

$\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{81}}$ อ้างอิงจากสมบัติ ....

$= \frac{2}{3}$ อ้างอิงจากสมบัติ ....

3.4 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 3.3 ไปทดลองใช้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และผ่านการเรียนเรื่อง เลขยกกำลัง จำนวนจริง และความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มาแล้ว จำนวน 35 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบวัด

3.5 นำคะแนนที่ได้จากข้อ 3.4 มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยงของแบบวัด โดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Kuder-Richardson-20: KR-20) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) ซึ่งต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข

3.6 คัดเลือกข้อสอบเพื่อใช้กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จำนวน 25 ข้อ แล้วนำมาวิเคราะห์หาคุณภาพของเครื่องมืออีกครั้งหนึ่ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.639
ค่าความยาก	0.33 – 0.71
ค่าอำนาจจำแนก	0.25 – 0.63

3.7 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 25 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ซึ่งเป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

4. สร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

4.1 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน โดยสร้างตารางโครงสร้างแบบวัด ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ (อัมพร ม้าคนอง, 2554) ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ และ ความรู้เชิงกระบวนการ ตามเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้

4.2. สร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม เป็นแบบวัด 2 ตอน คือ ชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน และชนิดเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 25 ข้อ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนคือตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

4.3 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข หลังจากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ซึ่งประกอบด้วย ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีประสบการณ์ในการสอนในโรงเรียน จำนวน 1 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์ในการทำงาน จำนวน 2 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมใน 3 ด้าน ได้แก่ ความตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้อง และความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถาม ซึ่งพบว่าข้อสอบทุกข้อมีความตรงเชิงเนื้อหาและมีความถูกต้อง แต่มีข้อสอบบางข้อที่ต้องได้รับการแก้ไขในส่วนของความเหมาะสมของภาษา ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมและสิ่งที่ต้องแก้ไข ตามประเด็นต่อไปนี้ ดังนี้

1) ความเหมาะสมของภาษา ควรเพิ่มเงื่อนไขในโจทย์ให้เข้าใจง่ายและชัดเจน ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

โจทย์เดิม

กำหนดให้ m, n, p และ q เป็นจำนวนเต็ม ข้อใดต่อไปนี้**<u>ถูกต้อง</u>**

ก. $a^{\frac{m}{n}} + a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{mp}{nq}}$ ข. $a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n}+\frac{p}{q}}$ ค. $\frac{a^{\frac{m}{n}}}{a^{\frac{p}{q}}} = a^{\frac{m}{n}\div\frac{p}{q}}$ ง. $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{p} = a^{\left(\frac{m}{n}\right)^{p}}$

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนดให้ m, n, p และ q เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ n, p และ q ไม่เป็น 0 ข้อใดต่อไปนี้ **<u>ถูกต้อง</u>**

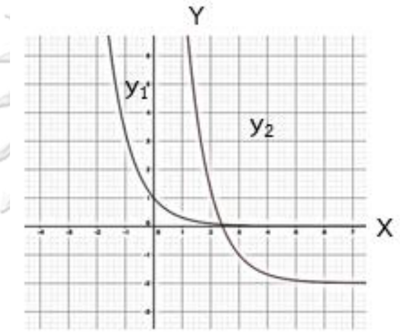
ก. $a^{\frac{m}{n}} + a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{mp}{nq}}$ ข. $a^{\frac{m}{n}} \bullet a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n}+\frac{p}{q}}$ ค. $\frac{a^{\frac{m}{n}}}{a^{\frac{p}{q}}} = a^{\frac{m}{n}\div\frac{p}{q}}$ ง. $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{p} = a^{\left(\frac{m}{n}\right)^{p}}$

2) ประเด็นอื่นๆ ควรปรับโจทย์ให้มีความชัดเจนขึ้น โดยระบุพิกัดจุดบนกราฟให้เข้าใจง่าย ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

โจทย์เดิม

กำหนดกราฟของฟังก์ชัน $y_1 = f(x)$ และกราฟของฟังก์ชัน $y_2 = g(x)$ ดังรูป

กราฟของฟังก์ชัน $y_2 = g(x)$ เกิดจากการกระบวนการใด



ก. เลื่อนกราฟของฟังก์ชัน y_1 ไปตามแกน X ทางบวก 3 หน่วย และ ตามแกน Y ทางบวก 2 หน่วย

ข. เลื่อนกราฟของฟังก์ชัน y_1 ไปตามแกน X ทางบวก 3 หน่วย และ ตามแกน Y ทางลบ 2 หน่วย

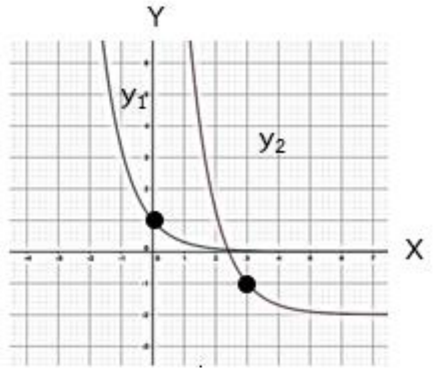
ค. เลื่อนกราฟของฟังก์ชัน y_1 ไปตามแกน X ทางลบ 3 หน่วย และ ตามแกน Y ทางบวก 2 หน่วย

ง. เลื่อนกราฟของฟังก์ชัน y_1 ไปตามแกน X ทางลบ 3 หน่วย และ ตามแกน Y ทางบลบ 2 หน่วย

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

กำหนดกราฟของฟังก์ชัน $y_1 = f(x)$ และกราฟของฟังก์ชัน $y_2 = g(x)$ ดังรูป

กราฟของฟังก์ชัน $y_2 = g(x)$ เกิดจากการกระบวนการใด



ก. เลื่อนกราฟของฟังก์ชัน y_1 ไปตามแกน X ทางบวก 3 หน่วย และ ตามแกน Y ทางบวก 2 หน่วย
ข. เลื่อนกราฟของฟังก์ชัน y_1 ไปตามแกน X ทางบวก 3 หน่วย และ ตามแกน Y ทางลบ 2 หน่วย
ค. เลื่อนกราฟของฟังก์ชัน y_1 ไปตามแกน X ทางลบ 3 หน่วย และ ตามแกน Y ทางบวก 2 หน่วย
ง. เลื่อนกราฟของฟังก์ชัน y_1 ไปตามแกน X ทางลบ 3 หน่วย และ ตามแกน Y ทางบลบ 2 หน่วย

4.4 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 3.3 ไปทดลองใช้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และผ่านการเรียนเรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม มาแล้ว จำนวน 35 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบวัด

4.5 นำคะแนนที่ได้จากข้อ 3.4 มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยงของแบบวัด โดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Kuder-Richardson-20: KR-20) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) ซึ่งต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข

4.6 คัดเลือกข้อสอบเพื่อใช้กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จำนวน 25 ข้อ แล้วนำมาวิเคราะห์หาคุณภาพของเครื่องมืออีกครั้งหนึ่ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.798
ค่าความยาก	0.28 – 0.68
ค่าอำนาจจำแนก	0.35 – 0.63

4.7 นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 25 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ซึ่งเป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

4.2.2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล เป็นแบบวัดชนิดอัตนัย โดยแบ่งเป็น 2 ฉบับ ฉบับละ 4 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

- ฉบับที่ 1 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวนจริง และความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ที่นักเรียนเรียนมาแล้ว

- ฉบับที่ 2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

รายละเอียดและวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ มีขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวนจริง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน และฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

3.1 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน โดยสร้างตารางโครงสร้างแบบวัด ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย เนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสม ซึ่งประกอบด้วยความสามารถย่อย 4 ด้าน คือ

1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

2) การวางแผนแก้ปัญหา

3) การดำเนินการแก้ปัญหา

4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

3.2 สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน เป็นข้อสอบแบบอัตนัย ฉบับละ 7 ข้อ แต่ละข้อจะมีสถานการณ์ปัญหา และคำถามย่อย 4 คำถามย่อย คือ

คำถามย่อยที่ 1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากโจทย์ เพื่อทำความเข้าใจข้อมูลสำคัญสำหรับการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจากการระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และการตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหา

คำถามย่อยที่ 2) การวางแผนแก้ปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการใช้ข้อมูลจากการวิเคราะห์ เพื่อเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับปัญหา รวมถึงกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นที่นำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

คำถามย่อยที่ 3) การดำเนินการแก้ปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการคิดคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และใช้เหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ โดยใช้แนวทางตามแผนการแก้ปัญหาที่ได้วางแผนไว้ จนนำไปสู่คำตอบ

คำถามย่อยที่ 4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

หมายถึง ความสามารถในการสรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้หรือไม่

3.3 สร้างเกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน โดยแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 8 คะแนน ดังปรากฏเกณฑ์การให้คะแนนในตารางที่ 7

3.4 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้น เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข หลังจากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ซึ่งประกอบด้วย ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีประสบการณ์ในการสอนในโรงเรียน จำนวน 1 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์ในการทำงาน จำนวน 2 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมใน 3 ด้าน ได้แก่ ความตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้อง และความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถาม ซึ่งพบว่าข้อสอบทุกข้อมีความตรงเชิงเนื้อหาและมีความถูกต้อง แต่มีข้อสอบบางข้อที่ต้องได้รับการแก้ไขในส่วนของความเหมาะสมของภาษา ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมและสิ่งที่ต้องแก้ไข ตามประเด็นต่อไปนี้ ดังนี้

1) ความเหมาะสมของภาษา ปรับภาษาและเงื่อนไขในโจทย์ให้มีความชัดเจนมากขึ้น ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

โจทย์เดิม

ดวงจันทร์ เป็นดาวบริวารเพียงดวงเดียวของโลก และจัดเป็นดาวบริวารขนาดใหญ่ลำดับที่ 5 ในระบบสุริยะ เส้นผ่านศูนย์กลางของดวงจันทร์มีค่าประมาณ 3,474 กิโลเมตร หรือประมาณหนึ่งในสี่ของโลก โดยดวงจันทร์มีระยะห่างจากโลกประมาณ 3.84×10^5 กิโลเมตร ถ้าแสงของดวงจันทร์ มีความเร็วประมาณ 30,000 กิโลเมตรต่อวินาที ทุกครั้งที่ดวงจันทร์ส่องแสงมายังโลก แสงจะต้องใช้เวลาในการเดินทางจากดวงจันทร์มายังโลกกี่นาที

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

ดวงจันทร์ เป็นดาวบริวารเพียงดวงเดียวของโลก และจัดเป็นดาวบริวารขนาดใหญ่ลำดับที่ 5 ในระบบสุริยะ เส้นผ่านศูนย์กลางของดวงจันทร์ยาวประมาณ 3,474 กิโลเมตร หรือประมาณหนึ่งในสี่

ของความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของโลก โดยดวงจันทร์มีระยะห่างจากโลกประมาณ 3.84×10^5 กิโลเมตร ถ้าแสงของดวงจันทร์ มีความเร็วประมาณ 30,000 กิโลเมตรต่อวินาที ทุกครั้งที่ดวงจันทร์ส่องแสงมายังโลก แสงจะต้องใช้เวลาในการเดินทางจากดวงจันทร์มายังโลกกี่วินาที

2) ประเด็นอื่นๆ ปรับสถานการณ์ในโจทย์ให้มีความสมจริงมากขึ้น ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

โจทย์เดิม

ศรัณย์มีที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอยู่หลังบ้านแปลงหนึ่ง เขาทราบว่าที่ดินแปลงนี้มีพื้นที่ 60 ตารางวา ตอนนี้เขาต้องการใช้ที่ดินในการเลี้ยงสัตว์ แต่ต้องล้อมรั้วรอบที่ดินเสียก่อน เพื่อดูแลไม่ให้สัตว์ที่จะเลี้ยงสูญหาย โดยศรัณย์ต้องการให้ด้านยาวของที่ดินมีความยาวมากกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 2 วา เขาจะต้องใช้รั้วที่มีความยาวและความกว้างเท่าใด

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

ศรัณย์มีที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอยู่หลังบ้านแปลงหนึ่ง เขาต้องการแบ่งที่ดิน 60 ตารางวา เพื่อกั้นคอกเลี้ยงสัตว์ แต่ต้องล้อมรั้วรอบที่ดินเสียก่อน เพื่อดูแลไม่ให้สัตว์ที่จะเลี้ยงสูญหาย โดยศรัณย์ต้องการให้ด้านยาวของที่ดินมีความยาวมากกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 2 วา เขาจะต้องใช้รั้วที่มีความกว้างและความยาวเท่าใด

3.5 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 3.4 ไปทดลองใช้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และผ่านการเรียนเรื่อง เลขยกกำลัง จำนวนจริง และ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มาแล้ว จำนวน 49 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบวัด

3.6 นำคะแนนที่ได้จากข้อ 3.5 มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยงของแบบวัด โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบราค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) ซึ่งต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข

3.7 คัดเลือกข้อสอบเพื่อใช้กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จำนวน 4 ข้อ แล้วนำมาวิเคราะห์หาคุณภาพของเครื่องมืออีกครั้งหนึ่ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.726
ค่าความยาก	0.20 – 0.25
ค่าอำนาจจำแนก	0.34 – 0.42

3.8 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 4 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ซึ่งเป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

4. สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

4.1 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน โดยสร้างตารางโครงสร้างแบบวัด ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย เนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสม ซึ่งประกอบด้วยความสามารถย่อย 4 ด้าน คือ

1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

2) การวางแผนแก้ปัญหา

3) การดำเนินการแก้ปัญหา

4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.2 สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เป็นข้อสอบแบบอัตนัย ฉบับละ 6 ข้อ แต่ละข้อจะมีสถานการณ์ปัญหา และคำถามย่อย 4 คำถามย่อย คือ

คำถามย่อยที่ 1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากโจทย์ เพื่อทำความเข้าใจข้อมูลสำคัญสำหรับการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจากการระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และการตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหา

คำถามย่อยที่ 2) การวางแผนแก้ปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการใช้ข้อมูลจากการวิเคราะห์ เพื่อเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับปัญหา รวมถึงกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นที่นำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

คำถามย่อยที่ 3) การดำเนินการแก้ปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการคิดคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์และใช้เหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ โดยใช้แนวทางตามแผนการแก้ปัญหาที่ได้วางแผนไว้ จนนำไปสู่คำตอบ

คำถามย่อยที่ 4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

หมายถึง ความสามารถในการสรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้หรือไม่

4.3 สร้างเกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน โดยแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 8 คะแนน ดังปรากฏเกณฑ์การให้คะแนนในตารางที่ 7

4.4 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนและเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้น เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข หลังจากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ซึ่งประกอบด้วย ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีประสบการณ์ในการสอนในโรงเรียน จำนวน 1 ท่าน และผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์ในการทำงาน จำนวน 2 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมใน 3 ด้าน ได้แก่ ความตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้อง และความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถาม ซึ่งพบว่าข้อสอบทุกข้อมีความตรงเชิงเนื้อหาและมีความถูกต้อง แต่มีข้อสอบบางข้อที่ต้องได้รับการแก้ไขในส่วนของความเหมาะสมของภาษา ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมและสิ่งที่ต้องแก้ไข ตามประเด็นต่อไปนี้ ดังนี้

1) ความเหมาะสมของภาษา ควรปรับการใช้ภาษาในโจทย์ให้เข้าใจง่าย ให้มีความชัดเจนและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

โจทย์เดิม

ในการแข่งขันเป่าขลุ่ยครั้งหนึ่ง จัดขึ้นที่หอประชุมประจำจังหวัด มีนักเรียนเข้าแข่งขันหลายคน มีฟลุต ฟ้า และฝ้าย รวมอยู่ด้วย ฟลุตลงแข่งขันประเภทเดี่ยว ส่วนฟ้าและฝ้ายลงแข่งขันประเภทคู่ ขณะที่ฟลุตเป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง 10^{-9} วัตต์/ตารางเมตร และเมื่อฟ้าและฝ้ายเป่าขลุ่ยพร้อมกัน ฟ้าเป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง 10^{-10} วัตต์/ตารางเมตร ระดับความเข้มเสียงขณะที่ฟ้าและฝ้ายเป่าขลุ่ยพร้อมกันมากกว่าระดับความเข้มเสียงขณะที่ฟลุตเป่าขลุ่ยคนเดียว 40 เดซิเบล

อยากทราบว่า ขณะที่ฝ้ายเป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียงกี่วัตต์/ตารางเมตร ถ้าระดับความเข้มเสียงหาได้จากสูตร $\beta = 10 \log I + 120$

เมื่อ β แทน ระดับความเข้มเสียง มีหน่วยเป็นเดซิเบล

I แทน ความเข้มเสียงที่ต้องการวัด มีหน่วยเป็นวัตต์/ตารางเมตร

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

ในการแข่งขันเป่าขลุ่ยครั้งหนึ่ง จัดขึ้นที่หอประชุมประจำจังหวัด มีนักเรียนเข้าแข่งขันหลายคน มี A B และ C รวมอยู่ด้วย A ลงแข่งขันประเภทเดี่ยว ส่วน B และ C ลงแข่งขันประเภทคู่ ขณะที่ A เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง 10^{-9} วัตต์/ตารางเมตร และเมื่อ B และ C เป่าขลุ่ยพร้อมกัน B เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง 10^{-10} วัตต์/ตารางเมตร พบว่าระดับความเข้มเสียงขณะที่ B และ C เป่าขลุ่ยพร้อมกันมากกว่าระดับความเข้มเสียงขณะที่ A เป่าขลุ่ยคนเดียว 40 เดซิเบล

อยากทราบว่า ขณะที่ C เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียงกี่วัตต์/ตารางเมตร ถ้าระดับความเข้มเสียงหาได้จากสูตร $\beta = 10 \log I + 120$

เมื่อ β แทน ระดับความเข้มเสียง มีหน่วยเป็นเดซิเบล

I แทน ความเข้มเสียงที่ต้องการวัด มีหน่วยเป็นวัตต์/ตารางเมตร

4.5 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 3.4 ไปทดลองใช้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และผ่านการเรียนเรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม มาแล้ว จำนวน 49 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบวัด

4.6 นำคะแนนที่ได้จากข้อ 4.5 มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยงของแบบวัด โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบราค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยาก (p) ซึ่งต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ต้องมีค่า 0.20 ขึ้นไป หากแบบวัดดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข

4.7 คัดเลือกข้อสอบเพื่อใช้กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จำนวน 4 ข้อ แล้วนำมาวิเคราะห์หาคุณภาพของเครื่องมืออีกครั้งหนึ่ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.741
ค่าความยาก	0.21 – 0.32
ค่าอำนาจจำแนก	0.46 – 0.53

4.8 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 4 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ซึ่งเป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

5. นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนมาตรวจให้คะแนน โดยใช้เกณฑ์ตามตารางที่ 7 ทั้งนี้จะมีการสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนตอบคำถามไม่ชัดเจน

ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์	คะแนน
ด้านที่ 1 การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)	
1.1 การระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา	
นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและครบถ้วน	1
นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	0.5
นักเรียนไม่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ หรือระบุไม่ถูกต้อง	0
1.2 การตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหา	
นักเรียนอธิบายข้อมูลและเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและครบถ้วน	1
นักเรียนอธิบายข้อมูลและเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	0.5
นักเรียนไม่สามารถอธิบายข้อมูลและเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ได้ หรืออธิบายไม่ถูกต้อง	0
ด้านที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา (2 คะแนน)	
2.1 การระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา	
นักเรียนสามารถระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและครบถ้วน	1
นักเรียนสามารถระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	0.5
นักเรียนไม่สามารถระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ หรือระบุไม่ถูกต้อง	0
2.2 การระบุแนวทางหรือลำดับในการแก้ปัญหา	
นักเรียนสามารถอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบได้ชัดเจน	1
นักเรียนสามารถอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบได้ชัดเจนบางส่วน	0.5
นักเรียนไม่สามารถอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบได้ หรือไม่ตอบ	0
ด้านที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา (2 คะแนน)	
นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ได้ถูกต้องสมบูรณ์	2
นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือมีร่องรอยที่นำไปสู่การหาคำตอบ	1
นักเรียนไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา หรือดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง	0

เกณฑ์	คะแนน
ด้านที่ 4 การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ (2 คะแนน)	
4.1 การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ	
นักเรียนแสดงการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์	1
นักเรียนแสดงการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	0.5
นักเรียนไม่แสดงการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ หรือแสดงการตรวจสอบแต่ไม่ถูกต้อง	0
4.2 การสรุปคำตอบ	
นักเรียนสามารถสรุปคำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาได้ครบถ้วน	1
นักเรียนสามารถสรุปคำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาได้ไม่ครบถ้วนหรือไม่สอดคล้องกับปัญหา	0.5
นักเรียนไม่สามารถสรุปคำตอบสอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาได้ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง	0

4.2.3 ใบงาน

ผู้วิจัยสร้างใบงาน จำนวน 33 ใบงาน เพื่อใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลอง และเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

- ใบงานที่ 1.1 – 15.1 รวม 15 ใบงาน สร้างขึ้นเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในขั้นที่ 4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Structured Consolidation)

- ใบงานที่ 1.2 – 15.2 รวม 15 ใบงาน สร้างขึ้นเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application)

- ใบงานที่ 4.3 8.3 และ 12.3 รวม 3 ใบงาน สร้างขึ้นเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลศึกษาพัฒนาการของความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โครงสร้างและเกณฑ์การตรวจให้คะแนน เช่นเดียวกับแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใบงานจะเป็นแบบอัตนัย ใบงานละ 1 ข้อ ซึ่งจะมีสถานการณ์ปัญหา และคำถามย่อย 4 คำถามย่อย คือ

คำถามย่อยที่ 1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากโจทย์ เพื่อทำความเข้าใจข้อมูลสำคัญสำหรับการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจากการระบุสิ่งที่

โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และการตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหา

คำถามย่อยที่ 2) การวางแผนแก้ปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการใช้ข้อมูลจากการวิเคราะห์ เพื่อเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับปัญหา รวมถึงกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นที่นำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

คำถามย่อยที่ 3) การดำเนินการแก้ปัญหา

หมายถึง ความสามารถในการคิดคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์และใช้เหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ โดยใช้แนวทางตามแผนการแก้ปัญหาที่ได้วางแผนไว้ จนนำไปสู่คำตอบ

คำถามย่อยที่ 4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

หมายถึง ความสามารถในการสรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้หรือไม่

มีขั้นตอนในการสร้างใบงานดังนี้

1. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องในการสร้างใบงาน เพื่อให้เหมาะสมกับการนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

2. ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

3. กำหนดกรอบ ข้อคำถาม ที่จะนำมาใช้ในการสร้างคำถามในใบงาน

4. สร้างใบงานที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาในแต่ละคาบ

5. นำใบงานให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้อง และความเหมาะสม

4.2.4 แบบสัมภาษณ์อย่างง่าย

ผู้วิจัยสร้างแบบสัมภาษณ์อย่างง่าย ซึ่งแนวคำถามจะกำหนดไว้เพียงกรอบหรือประเด็นที่จะสัมภาษณ์เท่านั้น โดยอาศัยกรอบและแนวคิดเป็นปัจจัยสำคัญในการตั้งประเด็นคำถามและจะไม่เรียงลำดับคำถามก่อนหลัง เหมือนที่กำหนดไว้ คำถามจะมีลักษณะเจาะลึกถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และหากในขณะที่สัมภาษณ์พบประเด็นปัญหาใด ผู้วิจัยจะทำการสัมภาษณ์โดยละเอียด เพื่อให้ได้คำตอบอย่างชัดเจน โดยแบบสัมภาษณ์นี้จะนำไปใช้ ดังนี้

- สัมภาษณ์เพื่อเจาะลึกความรู้ทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยนำแบบสัมภาษณ์นี้ไปใช้หลังจากที่นักเรียนทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ใบงาน และแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

- สัมภาษณ์เพื่อเจาะลึกความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยนำแบบสัมภาษณ์นี้ไปใช้หลังจากที่นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ใบงาน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

แบบสัมภาษณ์ มีขั้นตอนในการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

1) วิเคราะห์องค์ประกอบของความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างประเด็นหรือข้อคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์ให้สอดคล้องกับองค์ประกอบดังกล่าว

2) สร้างแบบสัมภาษณ์ กำหนดกรอบหรือประเด็นที่จะถาม เพื่อทำให้ทราบถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากการทำแบบวัดก่อนเรียน หลังเรียน และใบงาน

3) นำแนวคำถามที่จะใช้ในการสัมภาษณ์เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

4) หลังจากแก้ไขปรับปรุงให้มีความเหมาะสมแล้วนำแบบสัมภาษณ์ไปใช้สัมภาษณ์กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มเดียวกันกับการทดลองหาคุณภาพแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการก่อนการทดลอง ขั้นดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการก่อนการทดลอง

ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1) ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม รวมทั้งจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสอง

2) ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัยนี้ ทั้งฉบับก่อนเรียน และหลังเรียน

3) ผู้วิจัยประสานขอความร่วมมือในการกำหนดตารางสอน และขอบเขตเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง

4) ผู้วิจัยทำหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัยจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร เพื่อขอความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลในการทำวิจัย

5.2 ขั้นก่อนการทดลอง

ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1) ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาในการทำแบบวัด 50 นาที

ผู้วิจัยนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน ตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ โดยข้อที่ตอบถูก ได้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด ได้ 0 คะแนน พบว่า คะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 9.795 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.400 และนักเรียนกลุ่มควบคุม ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 9.261 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.245 เมื่อทำการทดสอบค่าที (independent samples t - test) พบว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ดังนั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จึงสามารถใช้การทดสอบค่าที (independent samples t - test) ได้

2) ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาในการทำแบบวัด 50 นาที

ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน ตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ในตารางที่ 4 พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 9.320 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.674 และนักเรียนกลุ่มควบคุม ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 10.180 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.196 เมื่อทำการทดสอบค่าที (independent samples t - test) พบว่า

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ดังนั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จึงสามารถใชการทดสอบค่าที (independent samples t - test) ได้

5.3 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1) ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เตรียมไว้ โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียน เนื้อหาที่ใช้สอนคือ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม กลุ่มละ 4 คาบต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 4 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 15 คาบ (คาบละ 50 นาที) ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 โดยเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 12 กรกฎาคม 2560 ถึงวันที่ 16 สิงหาคม 2560

2) ในระหว่างการเรียนการสอนผู้วิจัยเก็บข้อมูลจากใบงานและแบบสัมภาษณ์อย่างง่าย เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

5.4 ขั้นดำเนินการหลังการทดลอง

1) หลังจากที่ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้จนครบ 15 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลา 50 นาที จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบที่นักเรียนทำมาดำเนินการตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ โดยข้อที่ตอบถูก ได้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด ได้ 0 คะแนน และนำผลการตรวจให้คะแนนนั้น มาวิเคราะห์ข้อมูล

2) หลังจากที่ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้จนครบ 15 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลา 50 นาที จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบที่นักเรียนทำมาดำเนินการตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ในตารางที่ 8 และนำผลการตรวจให้คะแนนนั้น มาวิเคราะห์ข้อมูล

ตารางที่ 8 สรุปรายละเอียดของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติ

วัตถุประสงค์	เครื่องมือที่ใช้	การวิเคราะห์ข้อมูล			
		เชิงปริมาณ	เป้าหมาย	เชิงคุณภาพ	เป้าหมาย
ความรู้ทางคณิตศาสตร์					
- เปรียบเทียบหลังเรียน กลุ่มทดลองกับควบคุม	แบบวัดความรู้หลังเรียน	ความถี่, ร้อยละ, Mean, SD.	บรรยาย	-	-
- พัฒนาการ 3 ช่วง	แบบวัดความรู้ก่อนและหลังเรียน	-	-	content Analysis	บรรยายเชิงลึก
	ร่องรอยการทำใบงาน,แบบสัมภาษณ์อย่างง่าย	-	-		
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์					
- เปรียบเทียบก่อน และหลังเรียน กลุ่มทดลอง	แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนและหลังเรียน	ความถี่, ร้อยละ, Mean, SD.	บรรยาย	-	-
		t-Paired Sample test	เปรียบเทียบ	-	-
- เปรียบเทียบหลังเรียน กลุ่มทดลองกับควบคุม	แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียน	ความถี่,ร้อยละ ,Mean, SD.	บรรยาย	-	-
		independent – Samples T Test	เปรียบเทียบ	-	-
- พัฒนาการก่อน ระหว่าง และหลัง	แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนและหลังเรียน	-	-	content Analysis	บรรยายเชิงลึก
	ร่องรอยการทำใบงาน,แบบสัมภาษณ์อย่างง่าย	-	-		

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน มาวิเคราะห์ข้อมูลในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ส่วนการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยนำข้อมูลจากการทำใบงาน และการสัมภาษณ์นักเรียนซึ่งเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ การวิเคราะห์ข้อมูลแบ่งออกเป็น 5 ส่วน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. การเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผู้วิจัยนำคะแนนจากการตรวจแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน มาวิเคราะห์โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าความถี่ (frequency) ร้อยละ (percent) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) เพื่อบรรยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (independent samples t - test)

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซก่อนเรียนและหลังเรียน

ผู้วิจัยนำคะแนนจากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน และหลังเรียน มาวิเคราะห์โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าความถี่ (frequency) ร้อยละ (percent) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) เพื่อบรรยายความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (paired sample t - test)

3. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผู้วิจัยนำคะแนนจากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน มาวิเคราะห์โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าความถี่ (frequency) ร้อยละ (percent) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) เพื่อบรรยายความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (independent samples t - test)

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

4. วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ โดยแบ่งเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงที่ 1 (คาบที่ 1 – 5) ช่วงที่ 2 (คาบที่ 6 – 10) และช่วงที่ 3 (คาบที่ 11 – 15)

ผู้วิจัยนำข้อมูลจากหลักฐาน ร่องรอย การตรวจสอบความเข้าใจที่ถูกต้องของเนื้อหาที่เรียนจากการตอบคำถามในใบงาน แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และแบบสัมภาษณ์อย่างง่าย มาทำการวิเคราะห์เนื้อหา (content Analysis) เพื่อศึกษาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเชิงลึกมากขึ้น

5. วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยการวิเคราะห์ข้อมูล ในช่วงก่อน ระหว่าง และหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

ผู้วิจัยนำข้อมูลจากหลักฐาน ร่องรอย การตอบคำถามจากใบงาน แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และแบบสัมภาษณ์อย่างง่าย มาทำการวิเคราะห์เนื้อหา (content analysis) เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเชิงลึกมากขึ้น

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติเป็นส่วนหนึ่งในการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ โดยรายละเอียดของสถิติที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สถิติที่ใช้สำหรับการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และสถิติที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. สถิติที่ใช้สำหรับการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน20 (Kuder-Richardson Method: KR-20) ดังนี้

$$\text{KR-20} : r_{tt} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum pq}{s^2}\right)$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อของข้อสอบ
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูก
	q	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบผิด
	s^2	แทน	ความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

(Ebel, Robert L., 1972: 414)

1.2 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียน และหลังเรียน โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach)

1.3 หาค่าความยาก (p) ของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียน และหลังเรียน โดยใช้สูตร ดังนี้

$$p = \frac{R_h + R_l}{N}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยาก
	R_h	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	N	แทน	จำนวนคนทั้งหมด

(Carey, Lou.,1988: 252)

1.4 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียน และหลังเรียน โดยใช้สูตร ดังนี้

$$r = \frac{R_h - R_l}{\frac{N}{2}}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	R_h	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	N	แทน	จำนวนคนทั้งหมด

(Carey, Lou.,1988: 259)

2. สถิติที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล

2.1. วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อบรรยายข้อมูลต่าง ๆ ด้วยสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าความถี่ (frequency) ร้อยละ (percent) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2.2. วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างของข้อมูล ด้วยสถิติอนุมาน ได้แก่ การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) การทดสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน (independent – Samples T Test) และการทดสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน (t-Paired Sample test)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้นำเสนอทั้งผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ตอนที่ 1.1 เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 1.2 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ ก่อนเรียนและหลังเรียน

ตอนที่ 1.3 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตอนที่ 2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

ตอนที่ 2.2 การศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตอนที่ 2.3 การศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ตอนที่ 1.1 เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ในการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าที ผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (independent samples t - test) ของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

ความรู้ทางคณิตศาสตร์	กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	t	Sig
ความรู้เชิงมโนทัศน์	กลุ่มทดลอง	44	7.95	2.102	2.082	.040*
(คะแนนเต็ม 14 คะแนน)	กลุ่มควบคุม	46	6.96	2.440		
ความรู้เชิงกระบวนการ	กลุ่มทดลอง	44	5.84	2.551	3.526	.001*
(คะแนนเต็ม 11 คะแนน)	กลุ่มควบคุม	46	4.07	2.205		
รวม	กลุ่มทดลอง	44	13.91	3.934	3.530	.001*
(คะแนนเต็ม 25 คะแนน)	กลุ่มควบคุม	46	11.09	3.811		

* $p < .05$

จากตารางที่ 9 พบว่า คะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 7.95 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.102 คะแนนของกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6.96 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.440 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 2.082 สรุปได้ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 คะแนนความรู้เชิงกระบวนการหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 5.84 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.551 คะแนนของกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.07 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.205 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 3.526 สรุปได้ว่า ความรู้เชิงกระบวนการของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 คะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 13.91 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.934 คะแนนของกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 11.09 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.811 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 3.530 สรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 1.2 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ ก่อนเรียนและหลังเรียน

ในการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองก่อนเรียนและหลังเรียน ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง ไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าที ผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (paired samples t - test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองก่อนเรียนและหลังเรียน

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	n	ก่อนเรียน		หลังเรียน		t	Sig
		$\bar{x}$	S.D.	$\bar{x}$	S.D.		
ด้านที่ 1 (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)	44	4.21	1.853	5.42	1.451	4.374	.000*
ด้านที่ 2 (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)	44	3.02	1.811	4.78	1.217	5.621	.000*
ด้านที่ 3 (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)	44	3.09	2.055	5.97	1.383	10.330	.000*
ด้านที่ 4 (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)	44	3.89	2.212	5.73	1.203	5.751	.000*
รวม (คะแนนเต็ม 32 คะแนน)	44	14.21	2.674	21.89	3.433	7.092	.000*

* $p < .05$

จากตารางที่ 10 พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 4.21 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.853 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 5.42 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.451 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 4.374 สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 3.02 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.811 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 4.78 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.217 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 5.621 สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 3.09 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.055 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 5.97 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.383 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 10.330 สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 3.89 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.212 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 5.73 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.203 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 5.751 สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 14.21 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.674 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 21.89 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.433 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 7.092 สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 1.3 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ในการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (independent samples t - test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**กลุ่มตัวอย่าง**	n	$\bar{x}$	S.D.	t	Sig
ด้านที่ 1 (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)	กลุ่มทดลอง	44	5.42	1.451	3.639	.000*
	กลุ่มควบคุม	46	4.35	1.345		
ด้านที่ 2 (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)	กลุ่มทดลอง	44	4.78	1.217	5.558	.000*
	กลุ่มควบคุม	46	3.27	1.357		
ด้านที่ 3 (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)	กลุ่มทดลอง	44	5.97	1.383	9.517	.000*
	กลุ่มควบคุม	46	3.00	1.564		
ด้านที่ 4 (คะแนนเต็ม 8 คะแนน)	กลุ่มทดลอง	44	5.73	1.203	5.298	.000*
	กลุ่มควบคุม	46	3.85	2.068		
รวม (คะแนนเต็ม 32 คะแนน)	กลุ่มทดลอง	44	21.89	3.433	7.409	.000*
	กลุ่มควบคุม	46	14.47	5.826		

* $p < .05$

จากตารางที่ 11 พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 5.42 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.451 และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.35 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.345 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 3.639 สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.78 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.217 และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.27 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.357 และผลการทดสอบค่าที (t- test) เท่ากับ 5.558 สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 3 หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 5.97 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.383 และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.00 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.564 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 9.517 สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 4 หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 5.73 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.203 และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.85 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.068 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 5.298 สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 21.89 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.433 และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 14.47 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.826 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 7.409 สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ตอนที่ 2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

2.1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ โรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง เป็นโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ตั้งอยู่ ณ ที่เช่าสำนักงานทรัพย์สินส่วนพระมหากษัตริย์ เลขที่ 497 ถนนศรีอยุธยา เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร มีเนื้อที่ 16 ไร่ 3 งาน 60 ตารางวา บริเวณโรงเรียน ส่วนหน้าจรดถนนศรีอยุธยา ส่วนหลังจรดถนนรางน้ำ ปัจจุบันโรงเรียนเปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (ช่วงชั้นที่ 3) จำนวน 36 ห้องเรียน และ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (ช่วงชั้นที่ 4) จำนวน 30 ห้องเรียน แต่ละห้องเรียนมีนักเรียนประมาณ 45 – 50 คน

2.1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2560 โรงเรียนมีครูทั้งหมด 156 คน เป็นครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 20 คน ซึ่งสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 14 คน และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท จำนวน 6 คน

ด้านภาระงานในการสอนของครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ภาระงานหลักคือการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยประมาณคนละ 16 คาบต่อสัปดาห์ ส่วนภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากการสอนมีครูบางท่านที่ได้รับมอบหมายให้ปฏิบัติหน้าที่ในงานอื่น ๆ เช่น งานวัดและประเมินผลทางการศึกษา งานประกันคุณภาพการศึกษา กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน เป็นต้น เนื่องจากทางโรงเรียนมีเจ้าหน้าที่ธุรการ หรือเจ้าหน้าที่ประจำในงานด้านเอกสารต่าง ๆ จึงทำให้ครูมีเวลาในการสอนและเตรียมการเรียนการสอนให้กับนักเรียนได้อย่างเต็มที่

2.1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

โรงเรียนมีจำนวนนักเรียนทั้งหมดประมาณ 3,145 คน ในปีการศึกษา 2560 โรงเรียนมีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 492 คน นักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 44 คน นักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 46 คน ซึ่งนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีระดับผลการเรียนอยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนส่วนใหญ่อาศัยอยู่กับบิดา มารดา

ตอนที่ 2.2 การศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ในการวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ผู้วิจัยวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองใน “ช่วงเวลาระหว่างทดลอง” เท่านั้น โดยแยกศึกษาเป็น 2 ด้าน คือ

1) ด้านที่ 1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ ซึ่งเป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

2) ด้านที่ 2 ความรู้เชิงกระบวนการ ซึ่งเป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการคำนวณโดยใช้สูตร และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยวิเคราะห์ใน “ช่วงเวลาระหว่างทดลอง” ซึ่งแบ่งเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงแรก (คาบที่ 1 – 5) ช่วงที่สอง (คาบที่ 6 – 10) และช่วงที่สาม (คาบที่ 11 - 15) สำหรับข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยรวบรวมจากผลงานของนักเรียนที่เขียนแสดงความคิดในใบงาน ได้แก่ ใบงานที่ 1.1 – 15.1 และ 1.2 – 15.2 และการตอบคำถามในเอกสารประกอบการเรียนรู้ ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis)

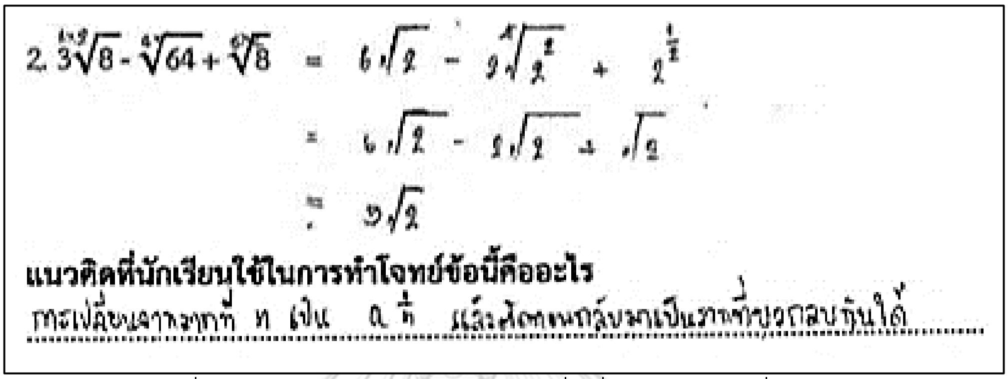
ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเกี่ยวกับพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

1) พัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้เชิงมโนทัศน์ ซึ่งเป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และ สมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

จากการทดลอง สามารถสรุปพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้เชิงมโนทัศน์ ซึ่งเป็นความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ว่า ในช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่เรียนถูกต้องเพียงบางส่วน รวมถึงนักเรียนยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนอยู่บ้างในเนื้อหาบางประเด็น เมื่อการทดลองผ่านไปหนึ่งสัปดาห์ พัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้เชิงมโนทัศน์ของนักเรียนดีขึ้นกว่าในช่วงแรกเล็กน้อย จนกระทั่งช่วงที่สามซึ่งเป็นสัปดาห์สุดท้าย พัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้เชิงมโนทัศน์ดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัดเจน กล่าวคือนักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่เรียนถูกต้องทั้งหมด และมีนักเรียนส่วนน้อยเท่านั้นที่ยังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเนื้อหาที่เรียนอยู่บ้าง รายละเอียดพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้เชิงมโนทัศน์ของนักเรียนแสดงดังต่อไปนี้

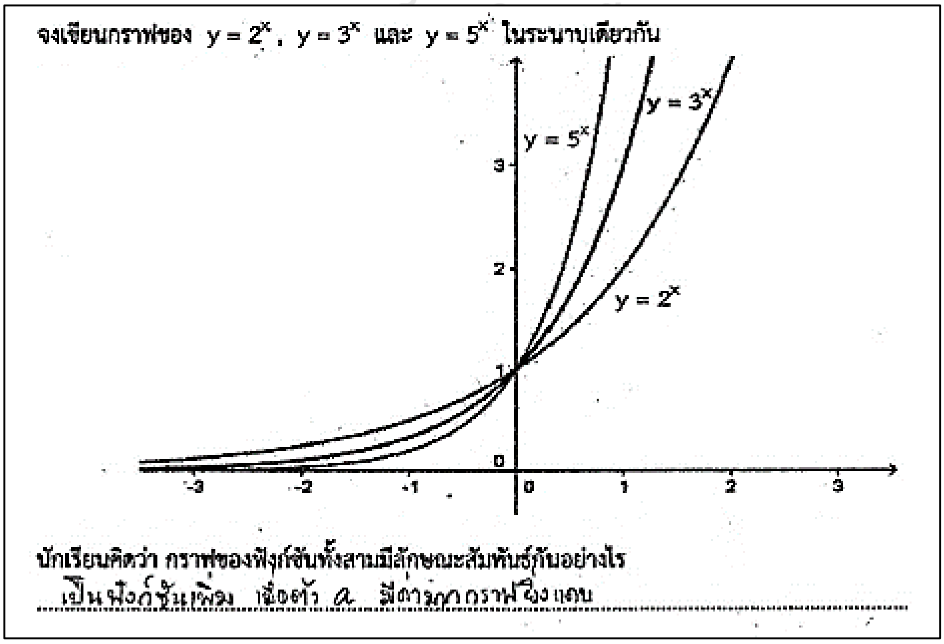
ช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนส่วนใหญ่แสดงความเข้าใจเนื้อหาสาระที่เรียนถูกต้องเพียงบางส่วน รวมถึงมีความเข้าใจในเนื้อหาคลาดเคลื่อนอยู่บ้างบางประเด็น สังเกตจากนักเรียนไม่สามารถสรุปความรู้ด้วยตนเองได้เลย ต้องอาศัยการแนะนำและการช่วยเหลือจากครูอย่างมาก อีกทั้งเมื่อให้นักเรียนทำโจทย์ในขั้น 4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Structured Consolidation) นักเรียนไม่สามารถทำได้ ตัวอย่างของความรู้เชิงมโนทัศน์ มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 1



จากตัวอย่างที่ 1 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเกี่ยวกับความรู้เรื่อง “การนำสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะไปใช้” โดยให้หาค่าของ $3\sqrt{8} - \sqrt[4]{64} + \sqrt[6]{8}$ นักเรียนไม่เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่าง $\sqrt[n]{a}$ กับ $a^{\frac{1}{n}}$ จึงไม่สามารถทำโจทย์นี้ได้ ครูจึงต้องให้ความช่วยเหลือและอธิบายอย่างละเอียด นักเรียนจึงจะสามารถทำได้

ตัวอย่างที่ 2



จากตัวอย่างที่ 2 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเกี่ยวกับความรู้เรื่อง “ลักษณะของกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่สัมพันธ์กับ a” โดยเมื่อให้ใบงานนักเรียนไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่มีค่า a แตกต่างกันด้วยตนเองได้ ครูต้องใช้คำถามและให้คำแนะนำอย่างมาก นักเรียนจึงจะสามารถอธิบายได้

ช่วงที่สองของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ดีขึ้นกว่าในช่วงแรกเล็กน้อย โดยนักเรียนส่วนใหญ่ความเข้าใจเนื้อหาสาระที่เรียนถูกต้องเพียงบางส่วน และมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนอยู่บ้างในบางประเด็นซึ่งไม่มากนัก แต่นักเรียนที่มีความเข้าใจในเนื้อหาเกือบทั้งหมดมีจำนวนเพิ่มขึ้นจากช่วงแรกอย่างเห็นได้ชัดเจน ตัวอย่างของความรู้เชิงมโนทัศน์มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 3

จงอธิบายว่ากราฟของ $y = 3^x + 2$ สัมพันธ์กับกราฟของ $y = 3^x$ อย่างไร

เกิดจากการเลื่อนกราฟ $y = 3^x$ ทางแกน y ไปทางบวก 2 หน่วย

จงอธิบายว่ากราฟของ $y = 3^{x+1}$ สัมพันธ์กับกราฟของ $y = 3^x$ อย่างไร

เกิดจากการเลื่อนกราฟ $y = 3^x$ ทางแกน x ไปทางบวก 1 หน่วย

จากตัวอย่างที่ 3 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเกี่ยวกับความรู้เรื่อง “การวาดกราฟของฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ โดยอาศัยการเลื่อนกราฟของฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = a^x$” นักเรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างกราฟของ $y = 3^x + 2$ และ $y = 3^{x+1}$ กับกราฟของ $y = 3^x$ ได้บ้าง โดยนักเรียนเข้าใจการเลื่อนกราฟขนานแกน Y แต่ยังสับสนเกี่ยวกับการเลื่อนกราฟขนานแกน X

ตัวอย่างที่ 4

2. จงหาค่าของ ln 0.027 + ln 123.4 – ln 0.25

$$\ln 0.027 + \ln 123.4 - \ln 0.25 = \ln\left(\frac{0.027 \times 123.4}{0.25}\right)$$

$$= \ln 13.3272$$

$$\ln 13.3272 = \frac{\log 1.3327 \times 10}{\log e}$$

$$= \frac{0.1239 + 1}{0.4343}$$

$$= 2.5878$$

จากตัวอย่างที่ 4 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเกี่ยวกับความรู้เรื่อง “การหาค่าลอการิทึมธรรมชาติ โดยอาศัยสมบัติของลอการิทึม” เป็นการให้หาค่าของ ln 0.027 + ln 123.4 – ln 0.25 นักเรียนแสดงความเข้าใจเรื่องนี้ยังไม่ชัดเจนมากพอ ดังจะเห็นได้จากใบงานที่นักเรียนทำ โดยเมื่อครูเดินดูพบว่านักเรียนทำไม่ได้ในส่วน “การหาค่าลอการิทึมธรรมชาติ โดยใช้การเปลี่ยนฐานเป็นลอการิทึมสามัญ” ครูต้องช่วยแนะนำให้นักเรียนพิจารณาการเปลี่ยนฐาน และอธิบายเพิ่มเติม นักเรียนจึงจะสามารถทำได้

ช่วงที่สามของการทดลอง นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัดเจน เมื่อเทียบกับช่วงแรก และช่วงที่สอง โดยนักเรียนแสดงความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่เรียนได้ถูกต้องเกือบทั้งหมด สังเกตได้จากการนักเรียนสามารถสรุปความรู้ที่เรียนและตอบคำถามในใบงานด้วยภาษาของตนเองได้อย่างชัดเจนและถูกต้อง นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถนำความรู้ที่เรียนไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาในใบงานได้ ตัวอย่างของความรู้เชิงมโนทัศน์ มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 5

3. จงหาค่า x จากสมการ $e^{2x} - e^x - 6 = 0$ เมื่อกำหนดให้ ln 3 = 1.0986

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้เป็นพหุนามกำลังสอง $e^{2x} - e^x - 6 = 0$

2. กำหนด A แทน e^x $A^2 - A - 6 = 0$

$(A+2)(A-3) = 0$

$A = -2, 3$

3. แทนค่ากลับ $e^x = -2, 3$

กรณี $e^x = -2$ จะได้ $\ln e^x = \ln(-2)$

$x \ln e = \ln(-2)$

$x = \ln(-2)$

ไม่มี

กรณี $e^x = 3$ จะได้ $\ln e^x = \ln 3$

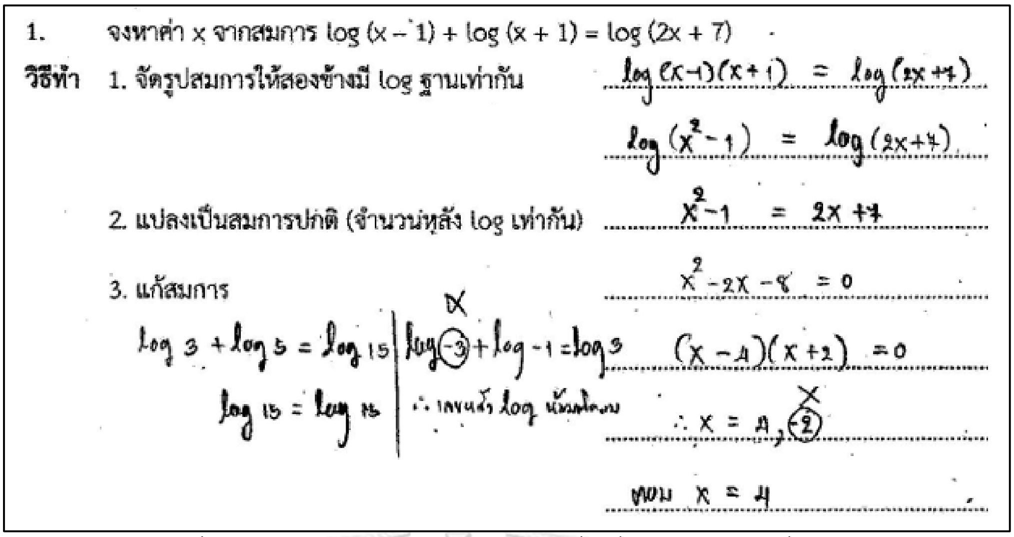
$x \ln e = \ln 3$

$x = 1.0986$

ดังนั้น x มีค่า $x = 1.0986$

จากตัวอย่างที่ 5 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเกี่ยวกับความรู้เรื่อง “สมการเอกซ์โพเนนเชียล” เป็นการให้หาค่า x จากสมการ $e^{2x} - e^x - 6 = 0$ นักเรียนแสดงความเข้าใจได้ถูกต้อง โดยนักเรียนทราบว่า เมื่อหาค่า $e^x = -2, 3$ ต้อง take ln เพื่อหาค่า x และนักเรียนสามารถสรุปด้วยภาษาของตนเองได้ว่า ไม่มีค่า x ที่สอดคล้องกับสมการ $e^x = -2$

ตัวอย่างที่ 6



1. จงหาค่า x จากสมการ log (x − 1) + log (x + 1) = log (2x + 7)

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้สองข้างมี log ฐานเท่ากัน $\log(x-1)(x+1) = \log(2x+7)$

$\log(x^2-1) = \log(2x+7)$

2. แปลงเป็นสมการปกติ (จำนวนหลัง log เท่ากัน) $x^2-1 = 2x+7$

3. แก้สมการ $x^2-2x-8 = 0$

$\log 3 + \log 5 = \log 15$ | $\log(-3) + \log -1 = \log 3$ $(x-4)(x+2) = 0$

$\log 15 = \log 15$ | ∴ เลขหลัง log ห้ามติดลบ $\therefore x = 4, \cancel{-2}$

ตอบ $x = 4$

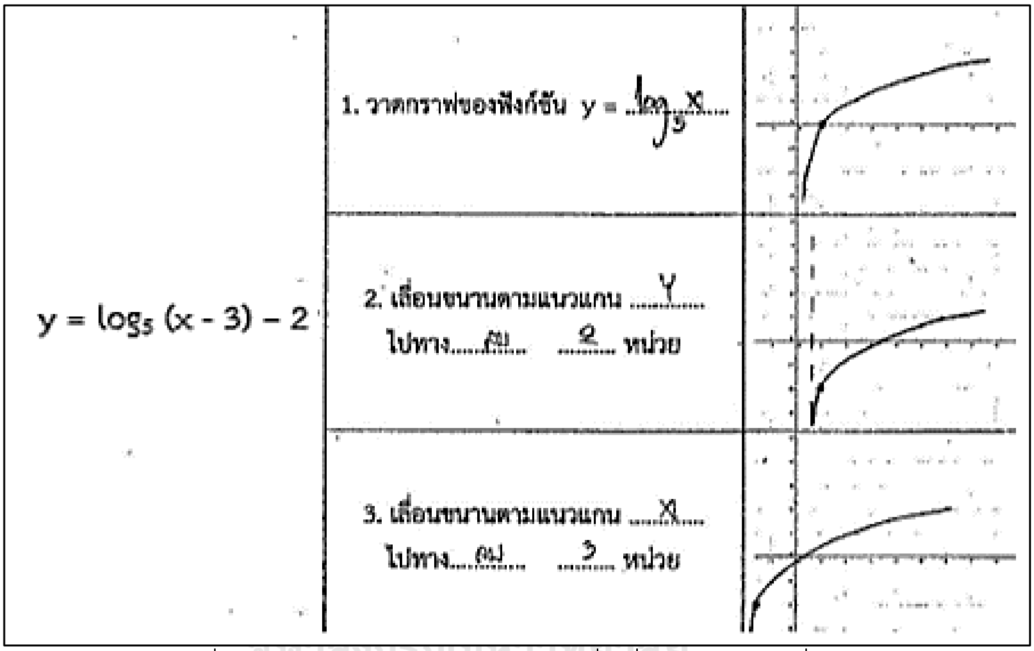
จากตัวอย่างที่ 6 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเกี่ยวกับความรู้เรื่อง “สมการลอการิทึม” เป็นการให้หาค่า x จากสมการ log (x – 1) + log (x + 1) = log (2x + 7) นักเรียนแสดงความเข้าใจได้ถูกต้อง โดยนักเรียนทราบว่า เมื่อหาคำตอบได้ว่า x = 4 หรือ - 2 จะต้องนำไปแทนค่าเพื่อตรวจสอบคำตอบ ไม่ให้ค่าใน log มีค่าเป็นลบ และนักเรียนสามารถสรุปด้วยภาษาของตนเองได้ว่าควรตอบเฉพาะค่า x ที่เป็น 4 เพราะเมื่อนำ – 2 ไปแทนแล้วหลัง log มีค่าติดลบ จึงใช้ไม่ได้

2) พัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้เชิงกระบวนการ ซึ่งเป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการคำนวณโดยใช้สูตร และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

จากการทดลอง สามารถสรุปพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้เชิงกระบวนการ ซึ่งเป็นความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ได้ว่า ในช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนมีความเข้าใจเนื้อหาสาระที่เรียนยังไม่ชัดเจน เห็นได้จาก การอธิบายขั้นตอนการดำเนินการเพื่อหาคำตอบของปัญหายังไม่ชัดเจน ซึ่งเป็นการอธิบายขั้นตอนแบบกว้างๆ ขาดรายละเอียด เมื่อการทดลองผ่านไปหนึ่งสัปดาห์ พัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ในด้านนี้ของนักเรียนดีขึ้นกว่าในช่วงแรก โดยจำนวนนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับดีเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัด จนกระทั่งช่วงที่สามซึ่งเป็นสัปดาห์สุดท้าย นักเรียนส่วนใหญ่ มีความเข้าใจเนื้อหาสาระเกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนสามารถอธิบายวิธีการหาคำตอบจนได้คำตอบที่ถูกต้อง รวมถึงนักเรียนใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง รายละเอียดพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้เชิงกระบวนการของนักเรียนแสดงดังต่อไปนี้

ช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนแสดงความเข้าใจเนื้อหาสาระที่เรียนถูกต้องเพียงบางส่วน แต่ยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในเนื้อหาอยู่บ้างหลายประเด็น โดยนักเรียนไม่ทราบขั้นตอนการดำเนินการเพื่อหาคำตอบของปัญหา หรือบางคนแสดงขั้นตอนแบบกว้าง ๆ ขาดรายละเอียด ไม่สามารถดำเนินการขั้นตอนต่อไปได้ ครูต้องให้ความช่วยเหลือ โดยการให้นักเรียนย้อนกลับไปดูวิธีการที่ถูกต้องที่นำเสนอใน “แบบอย่าง” อีกครั้งหนึ่ง รวมถึงอาศัยการแนะนำและการช่วยเหลือจากครูอย่างมาก นักเรียนจึงจะสามารถทำได้ ตัวอย่างของความรู้เชิงกระบวนการ มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 7



จากตัวอย่างที่ 7 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเกี่ยวกับความรู้เรื่อง “การวาดกราฟของฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = \log_a (x - h) + k$ โดยอาศัยการเลื่อนกราฟของฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y= \log_a x$” เป็นการให้เขียนกราฟของ $y = \log_5 (x - 3) - 2$ นักเรียนสามารถแสดงวิธีการเขียนกราฟได้ โดยเลื่อนกราฟขนานแกน Y ได้ถูกต้อง แต่เลื่อนกราฟขนานแกน X ไม่ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 8

1. จงหาคำตอบของสมการ $\sqrt{x+7}-x+5=0$

วิธีทำ

$\sqrt{x+7} = x-5$

$x+7 = x^2-10x+25$

$x^2-11x+18 = 0$

$(x-9)(x-2) = 0$

$x = 2, 9$

ตรวจ 2; $\sqrt{2+7}-2+5 = 0$

$3+3 \neq 0$

9; $\sqrt{9+7}-9+5 = 0$

$4-4 = 0$

$0 = 0$

$\therefore$ คำตอบ คือ 9 ※

จากตัวอย่างที่ 8 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเกี่ยวกับความรู้เรื่อง “การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง” เป็นการหาคำตอบของสมการ $\sqrt{x+7}-x+5=0$ นักเรียนเขียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง และต้องการความช่วยเหลือจากครูอย่างมาก โดยในตอนแรกนักเรียนจะใช้การยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการทันที

ช่วงที่สองของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ดีขึ้นกว่าในช่วงแรก โดยนักเรียนส่วนใหญ่ทราบขั้นตอนวิธีการดำเนินการเพื่อหาคำตอบของปัญหาและดำเนินการจนถูกต้องเกือบทั้งหมด แต่นักเรียนยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนอยู่บ้างในบางประเด็นซึ่งไม่มากนัก ตัวอย่างของความรู้เชิงกระบวนการ มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 9

1. จงหาค่าของ ln 114 + ln 15

$= \ln 1,410$

$= \dfrac{\log(1.410\times10^3)}{\log e}$

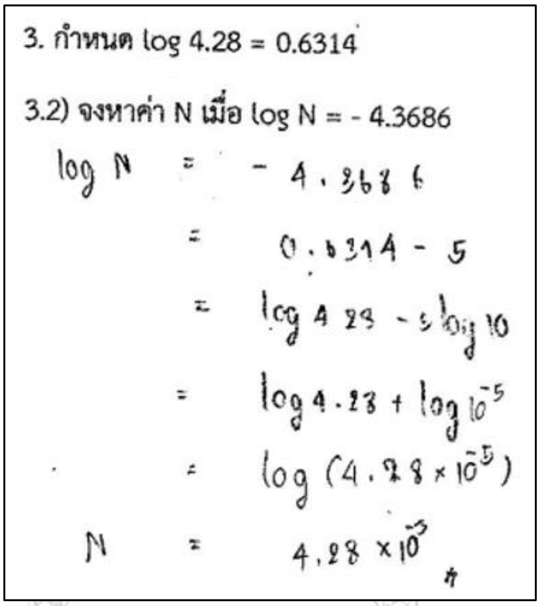
$= \dfrac{\log 1.410 + \log 10^3}{\log e}$

$= \dfrac{0.2330+3}{0.4343}$

$= 7.4441$

จากตัวอย่างที่ 9 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเกี่ยวกับความรู้เรื่อง “การหาค่าลอการิทึมธรรมชาติ” ซึ่งเป็นการหาค่าของ ln 114 + ln 15 โดยใช้การเปลี่ยนฐานลอการิทึม นักเรียนสามารถใช้สมบัติของลอการิทึมได้ถูกต้อง และทราบว่าต้องเปลี่ยนฐานของลอการิทึมจากฐาน e เป็นฐานสิบ และทำได้ถูกต้อง แต่เมื่อหาค่าลอการิทึมยังมีข้อผิดพลาดอยู่บ้าง โดยใช้สมบัติในการคำนวณไม่ถูกต้อง ครูจึงต้องให้ความช่วยเหลือเล็กน้อย

ตัวอย่างที่ 10



3. กำหนด log 4.28 = 0.6314

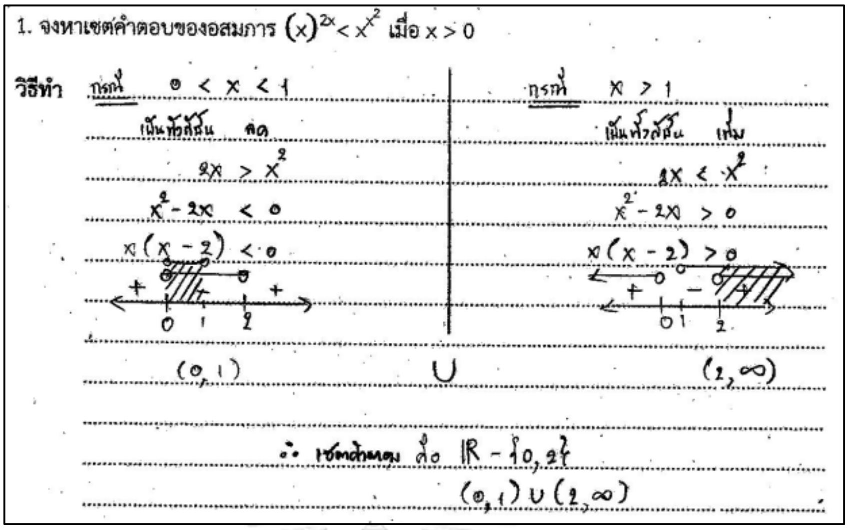
3.2) จงหาค่า N เมื่อ log N = - 4.3686

$$\begin{aligned} \log N &= -4.3686 \\ &= 0.6314 - 5 \\ &= \log 4.28 - 5\log 10 \\ &= \log 4.28 + \log 10^{-5} \\ &= \log(4.28 \times 10^{-5}) \\ N &= 4.28 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

จากตัวอย่างที่ 10 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเกี่ยวกับความรู้เรื่อง “ลอการิทึมสามัญและแอนติลอการิทึม” เป็นการหา N เมื่อ log N = - 4.3686 นักเรียนทราบว่าจะต้องทำให้ log N มีค่าเป็นบวก และต้องแยกค่าลอการิทึมออกเป็น 2 ส่วน คือส่วนที่เป็นจำนวน และส่วนที่เป็นทศนิยม จากนั้นเปลี่ยนทศนิยมเป็นค่า log N_0 โดยการเปิดตาราง และหาค่าลอการิทึม และเมื่อนักเรียนดำเนินการในแต่ละขั้นตอน พบว่านักเรียนยังมีข้อผิดพลาดอยู่บ้าง โดยนักเรียนคำนวณไม่ถูกต้องในการทำให้ log N มีค่าเป็นบวก ครูต้องใช้คำถามเพื่อให้คำแนะนำ นักเรียนจึงสามารถทำได้

ช่วงที่สามของการทดลอง นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจเนื้อหาสาระดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัดเมื่อเทียบกับช่วงแรก และช่วงที่สอง โดยนักเรียนทราบขั้นตอนวิธีการดำเนินการเพื่อหาคำตอบของปัญหา จนได้คำตอบที่ถูกต้อง รวมถึงนักเรียนใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง นอกจากนี้มีข้อสังเกตว่า ในระยะนี้ไม่พบนักเรียนที่มีความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนการดำเนินการคลาดเคลื่อน ตัวอย่างของความรู้เชิงกระบวนการ มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 11


1. จงหาเซตคำตอบของอสมการ $(x)^{2x} < x^{x^2}$ เมื่อ x > 0

วิธีทำ กรณี $0 < x < 1$ เป็นฟังก์ชันลด

$2x > x^2$

$x^2 - 2x < 0$

$x(x-2) < 0$

กรณี $x > 1$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

$2x < x^2$

$x^2 - 2x > 0$

$x(x-2) > 0$

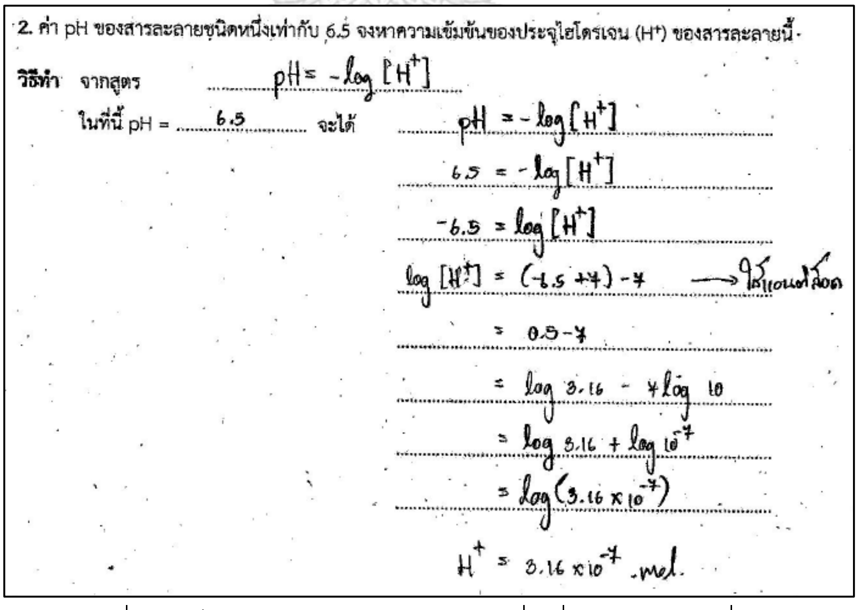
$(0,1) \cup (2,\infty)$

∴ เซตคำตอบ คือ $\mathbb{R} - \{0,2\}$

$(0,1) \cup (2,\infty)$

จากตัวอย่างที่ 11 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเกี่ยวกับความรู้เรื่อง “อสมการเอกซ์โพเนนเชียลและอสมการลอการิทึม” ซึ่งเป็นการให้หาเซตคำตอบของอสมการ $(x)^{2x} < x^{x^2}$ เมื่อ x > 0 นักเรียนทราบว่าต้องแยกพิจารณาฐานของลอการิทึม เพื่อตรวจสอบว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด และแปลงเป็นอสมการปกติ จากนั้นแก้อสมการ แล้วสรุปคำตอบ และเมื่อนักเรียนดำเนินการในแต่ละขั้นตอน พบว่า นักเรียนดำเนินการเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 12


2. ค่า pH ของสารละลายชนิดหนึ่งเท่ากับ 6.5 จงหาความเข้มข้นของประจุไฮโดรเจน (H^+) ของสารละลายนี้

วิธีทำ จากสูตร $pH = -\log[H^+]$

ในที่นี้ pH = 6.5 จะได้ $pH = -\log[H^+]$

$6.5 = -\log[H^+]$

$-6.5 = \log[H^+]$

$\log[H^+] = (-6.5+7)-7$ → ใส่แอนติล็อค

$= 0.5-7$

$= \log 3.16 - 7\log 10$

$= \log 3.16 + \log 10^{-7}$

$= \log(3.16 \times 10^{-7})$

$H^+ = 3.16 \times 10^{-7}$ mol.

จากตัวอย่างที่ 12 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเกี่ยวกับความรู้เรื่อง “การประยุกต์ของฟังก์ชันลอการิทึม” ซึ่งเป็นการให้หาความเข้มข้นของประจุไฮโดรเจน จากค่า pH ที่กำหนดให้ นักเรียนทราบว่าต้องใช้แอนติลอการิทึมในการหา และสามารถดำเนินการเพื่อหาคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด

ตอนที่ 2.3 การศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ในการวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ผู้วิจัยวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยแยกศึกษาตามความสามารถย่อย 4 ด้าน คือ

1) ด้านที่ 1 ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

การใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากโจทย์ เพื่อทำความเข้าใจข้อมูลสำคัญสำหรับการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจากการระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และการตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหา

2) ด้านที่ 2 ความสามารถของนักเรียนในการวางแผนแก้ปัญหา

การใช้ข้อมูลจากการวิเคราะห์ เพื่อเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์เหมาะสมกับปัญหา รวมถึงกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นที่นำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

3) ด้านที่ 3 ความสามารถของนักเรียนในการดำเนินการแก้ปัญหา

การคิดคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์และใช้เหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ โดยใช้แนวทางตามแผนการแก้ปัญหาที่ได้วางแผนไว้ จนนำไปสู่คำตอบ

4) ด้านที่ 4 ความสามารถของนักเรียนในการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

การสรุปคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้หรือไม่

ผู้วิจัยวิเคราะห์ใน 3 ระยะ คือ ระยะก่อนการทดลอง ระยะระหว่างการทดลอง และระยะหลังการทดลอง สำหรับข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยรวบรวมจากการตอบคำถามในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ใบงานที่ 4.3 8.3 และ 12.3 รวมทั้งแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) จากนั้นแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม ตามระดับคะแนนที่นักเรียนได้รับ ดังนี้

ระดับดี	คือ	นักเรียนที่ได้คะแนน 1.51 – 2.00 คะแนน
ระดับปานกลาง	คือ	นักเรียนที่ได้คะแนน 0.76 – 1.50 คะแนน
ระดับปรับปรุง	คือ	นักเรียนที่ได้คะแนน 0.00 – 0.75 คะแนน

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเกี่ยวกับพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกเป็นรายด้าน แสดงดังตารางที่ 9 ถึงตารางที่ 12

ตารางที่ 12 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละ ในแต่ละระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 1 ความสามารถในการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยจำแนกตามช่วงเวลาการวิเคราะห์ข้อมูล

ช่วงเวลา การวิเคราะห์ข้อมูล	**ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 1**					
	ปรับปรุง		**ปานกลาง**		**ดี**	
	จำนวน	**ร้อยละ**	**จำนวน**	**ร้อยละ**	**จำนวน**	**ร้อยละ**
ก่อนการทดลอง	11	25.00	21	47.73	12	27.27
ระหว่างการทดลอง ช่วงแรก (คาบที่ 1 – 5)	1	2.27	37	84.09	6	13.64
ระหว่างการทดลอง ช่วงที่สอง (คาบที่ 6 – 10)	1	2.27	17	38.64	26	59.09
ระหว่างการทดลอง ช่วงที่สาม (คาบที่ 11 – 15)	0	0.00	17	38.64	27	61.36
หลังการทดลอง	0	0.00	16	36.36	28	63.64

จากตารางที่ 12 สามารถแปลผลพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในด้านที่ 1 ได้โดย ระยะก่อนการทดลอง พบว่า นักเรียนจำนวนมากสุดได้คะแนนอยู่ในระดับปานกลางซึ่งมีจำนวนถึง 21 คน (ร้อยละ 47.73) มีข้อสังเกตว่า ระดับปรับปรุงมีนักเรียนจำนวนมาถึงร้อยละ 25 ในช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 37 คน (ร้อยละ 84.09) ส่วนช่วงที่สองและช่วงที่สามนักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ในระดับดี จำนวน 26 คน (ร้อยละ 59.09) และ 27 คน (ร้อยละ 61.36) ตามลำดับ มีข้อสังเกตว่า ในช่วงระหว่างการทดลอง มีจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับปรับปรุงน้อยมาก ระยะหลังการทดลอง พบว่า นักเรียนจำนวนมากสุดได้คะแนนอยู่ในระดับดี ซึ่งมีจำนวนถึง 28 คน (ร้อยละ 63.64) รองลงมานักเรียนได้คะแนนอยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 16 คน (ร้อยละ 36.36) มีข้อสังเกตว่า ในระยะนี้ไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับปรับปรุงเลย

พฤติกรรมที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านที่ 1 ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา มีรายละเอียดพัฒนาการของนักเรียนแสดงดังต่อไปนี้

ก่อนการทดลอง นักเรียนสามารถวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาได้บ้าง โดยระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้บ้าง แต่ไม่ครบถ้วน และตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหาได้ไม่ถูกต้องหรือถูกต้องบางส่วน ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 1 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 13

ศรัณย์มีที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอยู่หลังบ้านแปลงหนึ่ง เขาต้องการแบ่งที่ดิน 60 ตารางวา เพื่อกั้นคอกเลี้ยงสัตว์ แต่ต้องล้อมรั้วรอบที่ดินเสียก่อน เพื่อดูแลไม่ให้สัตว์ที่จะเลี้ยงสูญหาย โดยศรัณย์ต้องการให้ด้านยาวของที่ดินมีความยาวมากกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 2 วา เขาจะต้องใช้รั้วที่มีความกว้างและความยาวเท่าใด

1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

1.1 จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงระบุสิ่งที่ต้องการทราบ และข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

สิ่งที่ต้องการทราบ คือ

รั้วมีความกว้างและยาวเท่าไร

ข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา คือ

แบ่งที่ดินเป็น 6 วา

ด้านยาว ยาวกว่าด้านกว้าง 2 เท่า

1.2 จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ “ด้านยาวของที่ดินมีความยาวมากกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 2 วา” มีความหมายว่าอย่างไร

ให้ด้านยาวเป็น A ด้านกว้างเป็น B จะได้ (A+2) + (A+2) + B+B = ความยาวรอบรูป

จากตัวอย่างที่ 13 เป็นการตอบคำถามในแบบวัดก่อนเรียนซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “จำนวนจริง” นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ แต่ระบุข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ไม่ครบถ้วน อีกทั้งนักเรียนตีความเงื่อนไขที่ว่า “ด้านยาวของที่ดินมีความยาวมากกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 2 วา” ไม่ถูกต้อง

ช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหา ด้านที่ 1 ดีขึ้นกว่าระยะก่อนการทดลอง แต่ดีขึ้นไม่มากนัก นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ครบถ้วนมากขึ้น โดยนักเรียนสามารถตีความได้ถูกต้องบ้างบางส่วน ซึ่งดีขึ้นกว่าก่อนทดลอง ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 1 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 14

รากที่สองของผลรวมระหว่างกำลังสองของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งกับ 21 มากกว่าจำนวนจำนวนนั้นอยู่ 3 จงหาจำนวนนั้น

1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

1.1 จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงระบุสิ่งที่ต้องการทราบ และข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

สิ่งที่ต้องการทราบ คือ

จำนวนนั้น

ข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา คือ

รากที่สองของผลรวมระหว่างกำลังสองของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งกับ 21 มากกว่าจำนวนนั้นอยู่ 3

1.2 จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ หากกล่าวว่า "รากที่สองของ a" หมายถึงอะไร

กำลังสองของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งกับ 21

จากตัวอย่างที่ 14 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง” นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและระบุข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน แต่นักเรียนเขียนอธิบายเพื่อตีความ “รากที่สองของ a” ยังไม่ถูกต้อง

ช่วงที่สองของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหา ด้านที่ 1 ดีขึ้นกว่าช่วงก่อนการทดลองและช่วงสัปดาห์แรกอย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ชัดเจนครบถ้วน และสามารถตีความข้อมูลทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหาได้ถูกต้อง ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 1 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 15

กำหนดให้ $\log_{10} 2 = 0.3010$ $\log_{10} 3 = 0.4771$ จงหาค่าของ $\log_{10} 5.76$

1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

1.1 จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงระบุสิ่งที่ต้องการทราบ และข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

สิ่งที่ต้องการทราบ คือ

จงหาค่าของ $\log_{10} 5.76$

ข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา คือ

$\log_{10} 2 = 0.3010$

$\log_{10} 3 = 0.4771$

1.2 จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ " $\log_{10} 2 + \log_{10} 3$ " มีค่าเท่าใด

$0.3010 + 0.4771 = 0.7781$

จากตัวอย่างที่ 15 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติของลอการิทึม” นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและระบุข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน รวมถึงเข้าใจเงื่อนไข “$\log_{10} 2$ และ $\log_{10} 3$” ที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง

ช่วงที่สามของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหา ด้านที่ 1 ไม่แตกต่างจากสัปดาห์ที่สองมากนัก แต่เป็นที่น่าสังเกตว่า ในระยะนี้มีจำนวนนักเรียนที่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ชัดเจนครบถ้วน และสามารถตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหาได้ถูกต้องเพิ่มขึ้นจากสัปดาห์ที่สอง อีกทั้งไม่มีนักเรียนคนใดที่ไม่สามารถระบุได้เลย ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 1 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 16

ถ้า A และ B เป็นคำตอบของสมการ $\log_5 x + 2\log_x 5 = 3$ จงหาค่า A + B

1.1 จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงระบุสิ่งที่ต้องการทราบ และข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

สิ่งที่ต้องการทราบ คือ

~~ค~~หาค่า A + B

ข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา คือ

$\log_5 x + 2\log_x 5 = 3$

1.2 จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ "$\log_5 x$ และ $\log_x 5$" มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

$\log_5 x = \frac{1}{\log_x 5}$

จากตัวอย่างที่ 16 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ "การแก้สมการลอการิทึม" นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและระบุข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน รวมถึงสามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่าง "$\log_5 x$ และ $\log_x 5$" ได้ถูกต้อง

หลังการทดลอง นักเรียนสามารถวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน และสามารถตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งไม่แตกต่างจากสัปดาห์ที่สามมากนัก ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 1 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 17

นักวิทยาศาสตร์คนหนึ่งได้นำธาตุกัมมันตรังสี 2 ชนิด คือ ธาตุ A และ ธาตุ B มาเก็บไว้ในห้องทดลองวิทยาศาสตร์ โดยธาตุ B มีครึ่งชีวิต 5 วัน ธาตุ A มีเวลาครึ่งชีวิตนานเป็น 2 เท่าของธาตุ B ณ เวลาเริ่มต้น ธาตุ A มีปริมาณเป็น 4 เท่าของธาตุ B เมื่อเวลาผ่านไป 100 วัน ปริมาณของธาตุ A ที่เหลืออยู่เป็นกี่เท่าของธาตุ B ที่เหลืออยู่

ครึ่งชีวิต (Half-life) คือเวลาที่สารกัมมันตรังสีใช้ในการสลายตัวเหลือครึ่งหนึ่งของปริมาณที่มีอยู่เดิม

โดยที่ปริมาณของธาตุที่เหลือ หาได้จากสูตร $m = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{h}}$

เมื่อ m แทน ปริมาณสารที่เหลืออยู่เมื่อเวลาผ่านไป t วัน

m_0 แทน ปริมาณของสาร ณ จุดเริ่มต้น

t แทน จำนวนวันที่ผ่านไป

h แทน เวลาครึ่งชีวิต มีหน่วยเป็นวัน

1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

1.1 จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงระบุสิ่งที่ต้องการทราบ และข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

สิ่งที่ต้องการทราบ คือ

จำนวนเท่าปริมาณของธาตุ A ที่เหลืออยู่ เทียบกับธาตุ B เมื่อผ่านไป 100 วัน

ข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา คือ

ธาตุ B มีครึ่งชีวิต 5 วัน

ธาตุ A มีครึ่งชีวิตเป็น 2 เท่าของ B (10วัน)

ตอนเริ่มมีธาตุ A เป็น 4 เท่าของธาตุ B

1.2 จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ "ถ้าเดิมธาตุ B มีปริมาณจำนวนหนึ่ง ผ่านไป 10 วัน ธาตุ B เหลือ 3 กรัม" อยากทราบว่า 10 วันที่แล้ว ธาตุ B มีปริมาณกี่กรัม

$m = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{h}}$

$3 = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{10}{5}}$

$3 = m_0\left(\frac{1}{4}\right)$

$m_0 = 12$ กรัม #

จากตัวอย่างที่ 17 เป็นการตอบคำถามในแบบวัดหลังเรียน ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ "ครึ่งชีวิต" นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและระบุข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน รวมถึงตีความข้อมูลที่โจทย์ให้มาได้ถูกต้อง โดยสามารถคำนวณหา ปริมาณของธาตุ B จากเงื่อนไขที่กำหนดให้

พฤติกรรมที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในด้านที่ 1 ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา จำแนกตามช่วงเวลาการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ก่อนการทดลอง นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหารวมทั้งตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหาได้บ้างแต่ยังไม่ชัดเจน เมื่อการทดลองผ่านไปจนกระทั่งเกือบสัปดาห์สุดท้าย นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 1 ดีขึ้น โดยนักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วนขึ้น และตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหาได้ถูกต้อง และเมื่อหลังทดลอง พบว่านักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนขึ้นอย่างเห็นได้ชัด เมื่อเปรียบเทียบกับระยะก่อนทดลอง และระหว่างทดลอง

ตารางที่ 13 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละ ในแต่ละระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 2 ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา โดยจำแนกตามช่วงเวลาการวิเคราะห์ข้อมูล

ช่วงเวลาการวิเคราะห์ข้อมูล	ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 2					
	ปรับปรุง		ปานกลาง		ดี	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
ก่อนการทดลอง	19	43.18	24	54.55	1	2.27
ระหว่างการทดลอง ช่วงแรก (คาบที่ 1 – 5)	3	6.82	41	93.18	0	0.00
ระหว่างการทดลอง ช่วงที่สอง (คาบที่ 6 – 10)	21	47.73	23	52.27	0	0.00
ระหว่างการทดลอง ช่วงที่สาม (คาบที่ 11 – 15)	2	4.55	23	52.27	19	43.18
หลังการทดลอง	0	0.00	26	59.09	18	40.91

จากตารางที่ 13 สามารถแปลผลพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในด้านที่ 2 ได้โดย ระยะก่อนการทดลอง พบว่า นักเรียนจำนวนมากสุดได้คะแนนอยู่ในระดับปานกลางซึ่งมีจำนวนถึง 24 คน (ร้อยละ 54.55) รองลงมา นักเรียนได้คะแนนอยู่ในระดับปรับปรุง จำนวน 19 คน (ร้อยละ 43.18) ระยะระหว่างการทดลอง พบว่า ในช่วงแรก ช่วงที่สอง และช่วงที่สาม นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 41 คน (ร้อยละ 93.18) 23 คน

(ร้อยละ 52.27) และ 23 คน (ร้อยละ 52.27) ตามลำดับ มีข้อสังเกตว่า ในช่วงระหว่างการทดลองช่วงแรกและช่วงที่สอง ไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับดีเลย แต่เมื่อเข้าสู่ช่วงที่สาม นักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับดี เริ่มมีจำนวนเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัด ระยะหลังการทดลอง พบว่า นักเรียนจำนวนมากสุดได้คะแนนอยู่ในระดับปานกลาง ซึ่งมีจำนวนถึง 26 คน (ร้อยละ 59.09) รองลงมา นักเรียนได้คะแนนอยู่ในระดับดี จำนวน 18 คน (ร้อยละ 40.91) มีข้อสังเกตว่า ในระยะนี้ไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับปรับปรุงเลย และนักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับดี มีจำนวนเพิ่มขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับระยะก่อนการทดลองและระยะระหว่างการทดลอง

พฤติกรรมที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านที่ 2 ความสามารถของนักเรียนในการวางแผนแก้ปัญหา มีรายละเอียดพัฒนาการของนักเรียนแสดงดังต่อไปนี้

ก่อนการทดลอง นักเรียนสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้บ้าง โดยเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับปัญหาแต่ไม่ครบถ้วน และกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบถูกต้องบางส่วน ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 2 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 18

ดวงจันทร์ เป็นดาวบริวารเพียงดวงเดียวของโลก และจัดเป็นดาวบริวารขนาดใหญ่ลำดับที่ 5 ในระบบสุริยะ เส้นผ่านศูนย์กลางของดวงจันทร์มีค่าประมาณ 3,474 กิโลเมตร หรือประมาณหนึ่งในสี่ของโลก โดยดวงจันทร์มีระยะห่างจากโลกประมาณ 3.84×10^5 กิโลเมตร ถ้าแสงของดวงจันทร์ มีความเร็วประมาณ 30,000 กิโลเมตรต่อวินาที ทุกครั้งที่ดวงจันทร์ส่องแสงมายังโลก แสงจะต้องใช้เวลาในการเดินทางจากดวงจันทร์มายังโลกกี่นาที

2) การวางแผนแก้ปัญหา

2.1 จงระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา (สมบัติ นิยาม สูตร ฯลฯ)

การแก้สมการ

2.2 จงอธิบายแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหา

เขียนจำนวนในรูปเลขยกกำลัง

จากตัวอย่างที่ 18 เป็นการตอบคำถามในแบบวัดก่อนเรียน ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “เลขยกกำลัง” นักเรียนเลือกความรู้ที่ใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา แต่ไม่ครบถ้วน โดยนักเรียนระบุความรู้ คือ การแก้สมการ เพียงอย่างเดียว และแนวทางในการแก้ปัญหาของนักเรียนมีเพียง การเขียนจำนวนในรูปเลขยกกำลัง ซึ่งยังไม่เห็นแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบที่ชัดเจน

ช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหา ด้านที่ 2 ดีขึ้นกว่าระยะก่อนการทดลอง แต่ดีขึ้นไม่มากนัก นักเรียนสามารถเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับปัญหาและครบถ้วนมากขึ้น แต่กำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบถูกต้องบางส่วน ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 19

รากที่สองของผลรวมระหว่างกำลังสองของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งกับ 21 มากกว่าจำนวนจำนวนนั้นอยู่ 3 จงหาจำนวนนั้น

2) การวางแผนแก้ปัญหา

2.1 จงระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา (สมบัติ นิยาม สูตร ฯลฯ)

เลขยกกำลัง

แก้สมการ หาตัวแปร

2.2 จงอธิบายแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ยกกำลัง 2 ทั้งสองข้างในสมการ แล้วแก้สมการหาค่าตัวแปร

จากตัวอย่างที่ 19 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง” นักเรียนเลือกความรู้ที่ใช้ได้เหมาะสมกับปัญหามากขึ้น โดยนักเรียนระบุความรู้ คือ เลขยกกำลัง และการแก้สมการ แต่ยังไม่ครบถ้วน และกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบถูกต้องบางส่วน ซึ่งยังไม่ครบถ้วน

ช่วงที่สองของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหา ด้านที่ 2 ไม่แตกต่างจากสัปดาห์แรกมากนัก โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับแก้ปัญหาและถูกต้องครบถ้วน แต่กำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบถูกต้องบางส่วน ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 2 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 20

กำหนดให้ $\log_{10} 2 = 0.3010$ $\log_{10} 3 = 0.4771$ จงหาค่าของ $\log_{10} 5.76$

2) การวางแผนแก้ปัญหา

2.1 จงระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา (สมบัติ นิยาม สูตร ฯลฯ)

1 $\log_n M - \log_n N = \log_n \frac{M}{N}$ 3 $\log_a b^n = n\log_a b$

2 $\log_n M + \log_n N = \log_n (M)(N)$

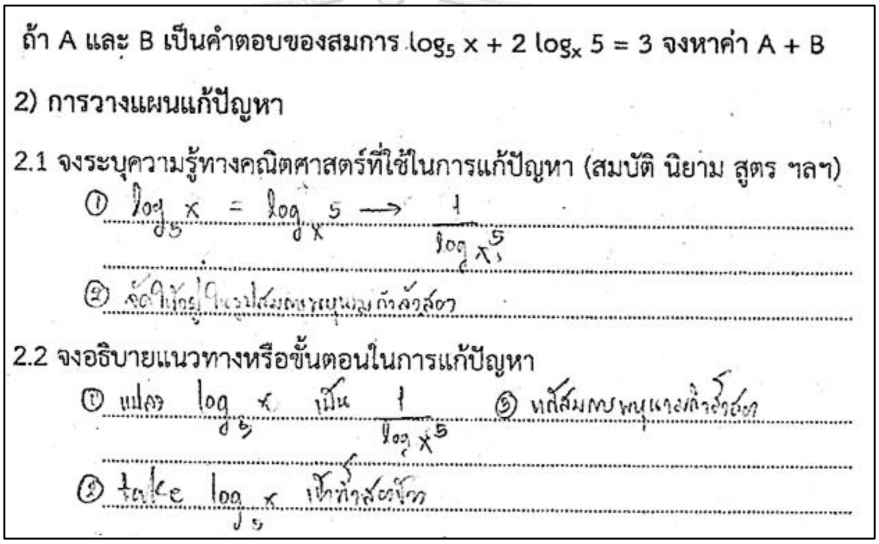
2.2 จงอธิบายแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหา

นำสมบัติไปใช้หาคำตอบ

จากตัวอย่างที่ 20 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติของลอการิทึม” นักเรียนเลือกความรู้และวิธีการได้เหมาะสมกับปัญหาและถูกต้อง โดยสามารถระบุสมบัติของลอการิทึมที่จะใช้ในการหาค่าลอการิทึมได้ครบถ้วน รวมถึงกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังขาดรายละเอียดที่สำคัญ

ช่วงที่สามของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหา ด้านที่ 2 ดีขึ้นกว่าช่วงก่อนการทดลอง ช่วงสัปดาห์แรก และช่วงสัปดาห์ที่สองอย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนสามารถเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมปัญหาและถูกต้องครบถ้วน และกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบได้ถูกต้อง ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 2 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 21


ถ้า A และ B เป็นคำตอบของสมการ $\log_5 x + 2\log_x 5 = 3$ จงหาค่า A + B

2) การวางแผนแก้ปัญหา

2.1 จงระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา (สมบัติ นิยาม สูตร ฯลฯ)

① $\log_5 x = \log_x 5 \longrightarrow \frac{1}{\log_x 5}$

② จัดให้อยู่ในรูปสมการพหุนามกำลังสอง

2.2 จงอธิบายแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหา

① แปลง $\log_5 x$ เป็น $\frac{1}{\log_x 5}$

② take $\log_5 x$ เข้าทั้งสองข้าง

③ หาสมการพหุนามกำลังสอง

จากตัวอย่างที่ 21 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “การแก้สมการลอการิทึม” นักเรียนเลือกความรู้ที่ใช้ได้เหมาะสมกับปัญหาและถูกต้อง โดยสามารถระบุสมบัติของลอการิทึมที่จะใช้ได้ครบถ้วน และเลือกวิธีการได้ถูกต้อง คือ การจัดรูปให้เป็นสมการกำลังสอง รวมถึงกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบได้ถูกต้อง

หลังการทดลอง นักเรียนสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ดี โดยนักเรียนสามารถเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับแก้ปัญหาและถูกต้องครบถ้วน และกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบได้ถูกต้อง ซึ่งไม่แตกต่างจากสัปดาห์ที่สามมากนัก แต่เป็นที่น่าสังเกตว่า ไม่มีนักเรียนคนใดที่ไม่สามารถระบุได้เลย ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 2 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 22

ในการแข่งขันเป่าขลุ่ยครั้งหนึ่ง จัดขึ้นที่หอประชุมประจำจังหวัด มีนักเรียนเข้าแข่งขันหลายคน โดยมี A B และ C รวมอยู่ด้วย A ลงแข่งขันประเภทเดี่ยว ส่วน B และ C ลงแข่งขันประเภทคู่ ขณะที่ A เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง 10^{-9} วัตต์/ตารางเมตร และเมื่อ B และ C เป่าขลุ่ยพร้อมกัน B เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง 10^{-10} วัตต์/ตารางเมตร พบว่าระดับความเข้มเสียงขณะที่ B และ C เป่าขลุ่ยพร้อมกันมากกว่าระดับความเข้มเสียงขณะที่ A เป่าขลุ่ยคนเดียว 40 เดซิเบล

อยากทราบว่า ขณะที่ C เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียงกี่วัตต์/ตารางเมตร ถ้าระดับความเข้มเสียง หาได้จากสูตร $\beta = 10 \log I + 120$

เมื่อ β แทน ระดับความเข้มเสียง มีหน่วยเป็นเดซิเบล

I แทน ความเข้มเสียงที่ต้องการวัด มีหน่วยเป็นวัตต์/ตารางเมตร

2) การวางแผนแก้ปัญหา

2.1 จงระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา (สมบัติ นิยาม สูตร ฯลฯ)

สูตร $\beta = 10 \log I + 120$

หา β_B และ β_A

แทนค่าหา β_C

2.2 จงอธิบายแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหา

1.) แทนค่า I_A เพื่อหา β_A

แทนค่า I_B เพื่อหา β_B

2.) นำค่า β_A และ β_B แทนค่าหา β_C

3.) นำค่า β_C แทนค่าในสูตร $\beta = 10 \log I + 120$ เพื่อ I จะได้คำตอบ

จากตัวอย่างที่ 22 เป็นการตอบคำถามในแบบวัดหลังเรียน ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ "ระดับความเข้มเสียง" โดยเป็นการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันลอการิทึมมาแก้ปัญหา นักเรียนเลือกความรู้และวิธีการได้เหมาะสมกับปัญหาและถูกต้อง โดยสามารถระบุสมบัติของลอการิทึมที่จะใช้ได้ครบถ้วน รวมถึงกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบได้ถูกต้อง และมีรายละเอียดครบถ้วน

พฤติกรรมที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านที่ 2 ความสามารถของนักเรียนในการวางแผนแก้ปัญหา จำแนกตามช่วงเวลาการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ก่อนการทดลอง นักเรียนสามารถเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาได้บ้าง แต่ยังไม่ครบถ้วน และกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง

หรือถูกต้องบางส่วน เมื่อการทดลองผ่านไปหนึ่งสัปดาห์ นักเรียนมีพัฒนาการดีขึ้น โดยนักเรียนสามารถเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาได้ครบถ้วนมากขึ้น และกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องมากขึ้น และเมื่อหลังทดลอง พบว่าพัฒนาการไม่แตกต่างจากช่วงสัปดาห์สุดท้ายมากนัก

ตารางที่ 14 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละ ในแต่ละระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 3 ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหา โดยจำแนกตามช่วงเวลาการวิเคราะห์ข้อมูล

ช่วงเวลา การวิเคราะห์ข้อมูล	**ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 3**					
	ปรับปรุง		**ปานกลาง**		**ดี**	
	จำนวน	**ร้อยละ**	**จำนวน**	**ร้อยละ**	**จำนวน**	**ร้อยละ**
ก่อนการทดลอง	23	52.27	17	38.64	4	9.09
ระหว่างการทดลอง ช่วงแรก (คาบที่ 1 – 5)	2	4.55	36	81.82	6	13.64
ระหว่างการทดลอง ช่วงที่สอง (คาบที่ 6 – 10)	1	2.27	17	38.64	26	59.09
ระหว่างการทดลอง ช่วงที่สาม (คาบที่ 11 – 15)	0	0.00	6	13.64	38	86.36
หลังการทดลอง	2	4.55	11	25.00	31	70.45

จากตารางที่ 14 สามารถแปลผลพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในด้านที่ 3 ได้โดย ระยะก่อนการทดลอง พบว่า นักเรียนจำนวนมากสุดได้คะแนนอยู่ในระดับปรับปรุง ซึ่งมีจำนวนถึง 23 คน (ร้อยละ 52.27) รองลงมา นักเรียนได้คะแนนอยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 17 คน (ร้อยละ 38.64) ระยะระหว่างการทดลอง พบว่า ในช่วงแรก นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 36 คน (ร้อยละ 81.82) ส่วนช่วงที่สองและช่วงที่สามนักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ในระดับดี จำนวน 26 คน (ร้อยละ 59.09) และ 38 คน (ร้อยละ 86.36) ตามลำดับ มีข้อสังเกตว่า ในช่วงระหว่างการทดลอง มีจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับปรับปรุงน้อยมาก ระยะหลังการทดลอง พบว่า นักเรียนจำนวนมากสุดได้คะแนนอยู่ในระดับดี ซึ่งมีจำนวนถึง 31 คน (ร้อยละ 70.45) รองลงมา นักเรียนได้คะแนนอยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 11 คน (ร้อยละ 25.00)

พฤติกรรมที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านที่ 3 ความสามารถของนักเรียนในการดำเนินการแก้ปัญหา มีรายละเอียดพัฒนาการของนักเรียนแสดงดังต่อไปนี้

ก่อนการทดลอง นักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้เลย โดยไม่มีร่องรอยแสดงการคิดคำนวณ เพื่อเป็นแนวทางไปสู่คำตอบ ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 3 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 23

เจ้าของหอพักใกล้มหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง มีห้องพักสำหรับให้เช่า 90 ห้อง เขาพบว่า ถ้าเขาคิดค่าเช่าห้องละ 5,600 บาทต่อเดือน จะมีผู้เข้าพักเต็มทุกห้อง แต่ถ้าเพิ่มราคาห้องพักเป็นเดือนละ 5,700 บาท จะมีห้องว่าง 1 ห้อง และถ้าเพิ่มราคาห้องพักเป็น 5,800 บาท จะมีห้องว่าง 2 ห้อง นั่นคือ จำนวนห้องว่างจะเพิ่มขึ้น 1 ห้อง เมื่อเพิ่มราคาค่าเช่าห้องพัก 100 บาท เจ้าของห้องพักควรตั้งราคาค่าเช่าห้องพักเท่าใด เพื่อให้มีรายได้มากที่สุด จงเขียนฟังก์ชันแสดงรายได้ของเจ้าของหอพัก และหาราคาเช่าห้องพักที่ทำให้เจ้าของห้องพักมีรายได้สูงสุด

3) การดำเนินการแก้ปัญหา

ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางแผนไว้ ดังนี้

....

....

....

จากตัวอย่างที่ 23 เป็นการตอบคำถามในแบบวัดก่อนเรียน ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน” นักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ และไม่มีร่องรอยที่แสดงการคิดคำนวณจนนำไปสู่คำตอบ

ช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหา ด้านที่ 3 ดีขึ้นกว่าระยะก่อนการทดลองอย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนสามารถคิดคำนวณและใช้เหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือมีร่องรอยที่นำไปสู่การหาคำตอบ ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 3 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 24

รากที่สองของผลรวมระหว่างกำลังสองของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งกับ 21 มากกว่าจำนวนจำนวนนั้นอยู่ 3 จงหาจำนวนนั้น

3) การดำเนินการแก้ปัญหา

ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางแผนไว้ ดังนี้

$(\sqrt{a^2+21})^2 = (a+3)^2$

$a^2+21 = a^2+6a+9$

จากตัวอย่างที่ 24 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง” นักเรียนสามารถสร้างสมการแทนปัญหาได้ และดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน ซึ่งเป็นแนวทางที่สามารถนำไปสู่คำตอบได้

ช่วงที่สองของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหา ด้านที่ 3 ดีขึ้นกว่าช่วงก่อนการทดลองและช่วงสัปดาห์แรกอย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถคิดคำนวณ ใช้เหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 3 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 25

กำหนดให้ $\log_{10} 2 = 0.3010$ $\log_{10} 3 = 0.4771$ จงหาค่าของ $\log_{10} 5.76$

3) การดำเนินการแก้ปัญหา

ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางแผนไว้ ดังนี้

$\log_{10} 576 - \log_{10} 10 = \log_{10} 2^6 + \log_{10} 3^2 - 2$

$= 6(0.3010) + 2(0.4771) - 2$

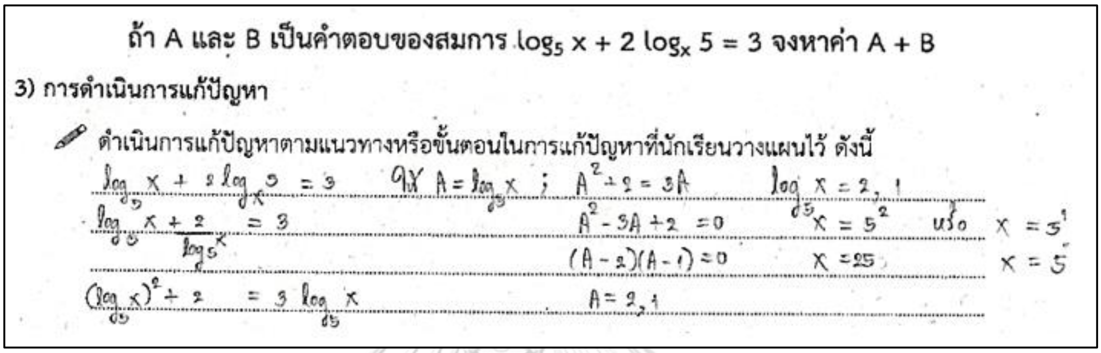
$= 1.806 + 0.9542 - 2$

$= 0.7602$

จากตัวอย่างที่ 25 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติของลอการิทึม” นักเรียนสามารถคำนวณหาค่าของ $\log_{10} 5.76$ ตามลำดับขั้นตอนที่ได้วางแผนอย่างถูกต้องสมบูรณ์

ช่วงที่สามของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหา ด้านที่ 3 ไม่แตกต่างจากสัปดาห์ที่สองมากนัก แต่เป็นที่น่าสังเกตว่า ในระยะนี้มีจำนวนนักเรียนที่ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์เพิ่มจากสัปดาห์ที่สองมากขึ้น อีกทั้งไม่มีนักเรียนคนใดที่ไม่สามารถระบุได้เลย ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 3 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 26



ถ้า A และ B เป็นคำตอบของสมการ $\log_5 x + 2\log_x 5 = 3$ จงหาค่า A + B

3) การดำเนินการแก้ปัญหา

ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางแผนไว้ ดังนี้

$\log_5 x + 2\log_x 5 = 3$ ให้ $A = \log_5 x$; $A^2 + 2 = 3A$; $\log_5 x = 2, 1$

$\log_5 x + \frac{2}{\log_5 x} = 3$; $A^2 - 3A + 2 = 0$; $x = 5^2$ หรือ $x = 5^1$

$(A-2)(A-1) = 0$; $x = 25$; $x = 5$

$(\log_5 x)^2 + 2 = 3\log_5 x$; $A = 2, 1$

จากตัวอย่างที่ 26 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “การแก้สมการลอการิทึม” นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาที่ว่า “ถ้า A และ B เป็นคำตอบของสมการ $\log_5 x + 2 \log_x 5 = 3$ จงหาค่า A + B” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ โดยทำตามลำดับขั้นตอนที่ได้วางแผนไว้

หลังการทดลอง นักเรียนสามารถคิดคำนวณและใช้เหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งไม่แตกต่างจากสัปดาห์ที่สามมากนัก ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 3 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 27

ในการแข่งขันเป่าขลุ่ยครั้งหนึ่ง จัดขึ้นที่หอประชุมประจำจังหวัด มีนักเรียนเข้าแข่งขันหลายคน โดยมี A B และ C รวมอยู่ด้วย A ลงแข่งขันประเภทเดี่ยว ส่วน B และ C ลงแข่งขันประเภทคู่ ขณะที่ A เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง 10^{-9} วัตต์/ตารางเมตร และเมื่อ B และ C เป่าขลุ่ยพร้อมกัน B เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง 10^{-10} วัตต์/ตารางเมตร พบว่าระดับความเข้มเสียงขณะที่ B และ C เป่าขลุ่ยพร้อมกันมากกว่าระดับความเข้มเสียงขณะที่ A เป่าขลุ่ยคนเดียว 40 เดซิเบล

อยากทราบว่า ขณะที่ C เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียงกี่วัตต์/ตารางเมตร ถ้าระดับความเข้มเสียง หาได้จากสูตร $\beta = 10 \log \mathbf{I} + 120$

เมื่อ β แทน ระดับความเข้มเสียง มีหน่วยเป็นเดซิเบล

$\mathbf{I}$ แทน ความเข้มเสียงที่ต้องการวัด มีหน่วยเป็นวัตต์/ตารางเมตร

3) การดำเนินการแก้ปัญหา

ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางแผนไว้ ดังนี้

$\beta_B = 10 \log 10^{-10} + 120$
$= 10(-10) + 120$
$= 20$

$\beta_A = 10 \log 10^{-9} + 120$
$= 10(-9) + 120$
$= 30$

จาก $(\beta_B + \beta_C) - \beta_A = 40$
แทนค่า $\beta_B = 20$, $\beta_A = 30$

จะได้ $(20 + \beta_C) - 30 = 40$
$20 + \beta_C = 40$
$\therefore \beta_C = 50$

นำ $\beta_C = 50$ แทนค่าในสูตร

$\beta_C = 10 \log I + 120$
$50 = 10 \log I + 120$
$-70 = 10 \log I$
$-7 = \log I$

$\therefore I = 10^{-7}$ W/m^2 #

จากตัวอย่างที่ 27 เป็นการตอบคำถามในแบบวัดหลังเรียน ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “ระดับความเข้มเสียง” โดยเป็นการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันลอการิทึมมาแก้ปัญหา นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนที่ได้วางแผนไว้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ เริ่มจากการคำนวณหาระดับ ความเข้มเสียงที่ต้องการ แล้วนำไปสู่การหาความเข้มเสียงซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา

พฤติกรรมที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในด้านที่ 3 ความสามารถของนักเรียนในการดำเนินการแก้ปัญหา จำแนกตามช่วงเวลาการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ก่อนการทดลอง นักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้เลย เมื่อการทดลองผ่านไปหนึ่งสัปดาห์ นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 3 ดีขึ้นมาก โดยนักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือมีร่องรอยที่นำไปสู่การหาคำตอบ จนกระทั่งเกือบสัปดาห์สุดท้าย นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 3 ดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ และเมื่อหลังทดลอง พบว่า พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 3 ไม่แตกต่างจากช่วงสองสัปดาห์สุดท้ายมากนัก

ตารางที่ 15 แสดงจำนวนนักเรียนและร้อยละ ในแต่ละระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 4 ความสามารถในการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยจำแนกตามช่วงเวลาการวิเคราะห์ข้อมูล

ช่วงเวลา การวิเคราะห์ข้อมูล	**ระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 4**					
	ปรับปรุง		**ปานกลาง**		**ดี**	
	จำนวน	**ร้อยละ**	**จำนวน**	**ร้อยละ**	**จำนวน**	**ร้อยละ**
ก่อนการทดลอง	17	38.64	21	47.73	6	13.64
ระหว่างการทดลอง ช่วงแรก (คาบที่ 1 – 5)	6	13.64	34	77.27	4	9.09
ระหว่างการทดลอง ช่วงที่สอง (คาบที่ 6 – 10)	10	22.73	27	61.36	7	15.91
ระหว่างการทดลอง ช่วงที่สาม (คาบที่ 11 – 15)	2	4.55	18	40.71	24	54.55
หลังการทดลอง	1	2.27	10	22.73	33	75.00

จากตารางที่ 15 สามารถแปลผลพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในด้านที่ 4 ได้โดย ระยะก่อนการทดลอง พบว่า นักเรียนจำนวนมากสุดได้คะแนนอยู่ในระดับปานกลาง ซึ่งมีจำนวนถึง 21 คน (ร้อยละ 47.73) รองลงมา นักเรียนได้คะแนนอยู่ในระดับปรับปรุง จำนวน 17 คน (ร้อยละ 38.64) ระยะระหว่างการทดลอง พบว่า ในช่วงแรกและช่วงที่สอง นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 34 คน (ร้อยละ 77.27) และ 27 คน (ร้อยละ 61.36) ตามลำดับ ส่วนช่วงที่สามนักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนอยู่ในระดับดี จำนวน 24 คน (ร้อยละ

54.55) มีข้อสังเกตว่า ในช่วงระหว่างการทดลอง นักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับปรับปรุง มีจำนวนลดน้อยลงมาก ระยะหลังการทดลอง พบว่า นักเรียนจำนวนมากสุดได้คะแนนอยู่ในระดับดี ซึ่งมีจำนวนถึง 33 คน (ร้อยละ 75.00) รองลงมา นักเรียนได้คะแนนอยู่ในระดับปานกลาง จำนวน 10 คน (ร้อยละ 22.73) มีข้อสังเกตว่า ในระยะนี้นักเรียนที่ได้คะแนนอยู่ในระดับปรับปรุง มีเพียงคนเดียวเท่านั้น

พฤติกรรมที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านที่ 4 ความสามารถของนักเรียนในการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ มีรายละเอียดพัฒนาการของนักเรียนแสดงดังต่อไปนี้

ก่อนการทดลอง นักเรียนสามารถสรุปคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 4 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 28

ดวงจันทร์ เป็นดาวบริวารเพียงดวงเดียวของโลก และจัดเป็นดาวบริวารขนาดใหญ่ลำดับที่ 5 ในระบบสุริยะ เส้นผ่านศูนย์กลางของดวงจันทร์มีค่าประมาณ 3,474 กิโลเมตร หรือประมาณหนึ่งในสี่ของโลก โดยดวงจันทร์มีระยะห่างจากโลกประมาณ 3.84×10^5 กิโลเมตร ถ้าแสงของดวงจันทร์ มีความเร็วประมาณ 30,000 กิโลเมตรต่อวินาที ทุกครั้งที่ดวงจันทร์ส่องแสงมายังโลก แสงจะต้องใช้เวลาในการเดินทางจากดวงจันทร์มายังโลกกี่นาที

4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.1 นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลกับปัญหานี้ มีวิธีการตรวจสอบอย่างไร

แทนค่าตามเงื่อนไขในสมการ

จะได้ $40.02 \times 10^6 = 3.84 \times 10^5 \times 3.474 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^4$

$40.02 \times 10^6 = 40.02 \times 10^6$ วินาที เป็นจริง

4.2 สรุปคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหา

แสงจะต้องใช้เวลาในการเดินทาง 40.02×10^6 วินาที

จากตัวอย่างที่ 28 เป็นการตอบคำถามในแบบวัดก่อนเรียน ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “เลขยกกำลัง” นักเรียนเขียนแสดงการตรวจสอบคำตอบบางส่วนแต่ไม่ถูกต้อง และนักเรียนเขียนสรุปคำตอบไม่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ถาม

ช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหา ด้านที่ 4 ดีขึ้นกว่าระยะก่อนการทดลอง แต่ดีขึ้นไม่มากนัก โดยนักเรียนสามารถสรุปคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 4 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 29

รากที่สองของผลรวมระหว่างกำลังสองของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งกับ 21 มากกว่าจำนวนจำนวนนั้นอยู่ 3 จงหาจำนวนนั้น

4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.1 นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลกับปัญหานี้ มีวิธีการตรวจสอบอย่างไร

แทนค่า $x = 2$ ในสมการ $\sqrt{x^2+21} = x+3$

4.2 สรุปคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหา

$x = 2$

จากตัวอย่างที่ 29 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง” นักเรียนเขียนแสดงการตรวจสอบคำตอบบางส่วนแต่ไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน

ช่วงที่สองของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหา ด้านที่ 4 ไม่แตกต่างจากสัปดาห์แรกมากนัก โดยนักเรียนสามารถสรุปคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 4 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 30

กำหนดให้ $\log_{10} 2 = 0.3010$ $\log_{10} 3 = 0.4771$ จงหาค่าของ $\log_{10} 5.76$

4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.1 นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลกับปัญหานี้ มีวิธีการตรวจสอบอย่างไร

$576 = 10^{0.764}$ เท่ากัน

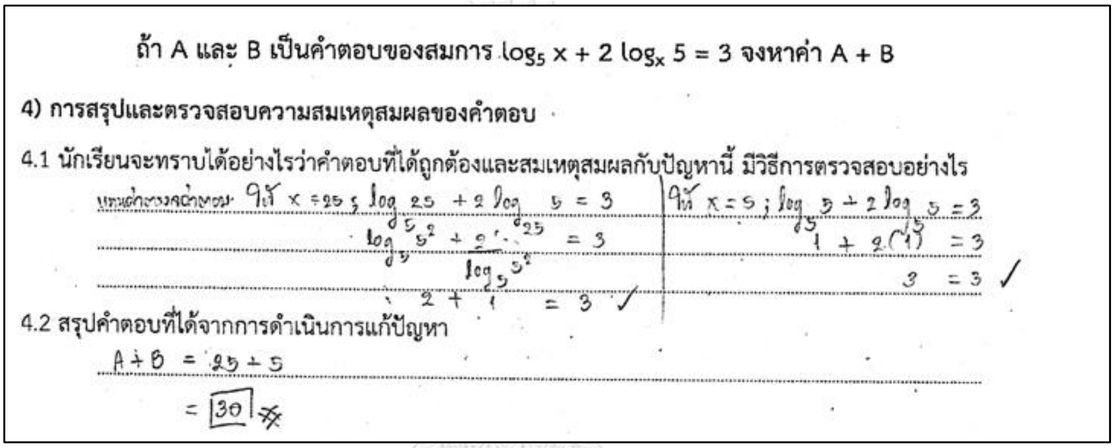
4.2 สรุปคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหา

0.7642

จากตัวอย่างที่ 30 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “การหาค่าลอการิทึมโดยใช้สมบัติของลอการิทึม” นักเรียนเขียนแสดงการตรวจสอบคำตอบถูกต้องบางส่วน รวมถึงนักเรียนเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน โดยคำตอบที่ถูกต้องของข้อนี้คือ 0.7602

ช่วงที่สามของการทดลอง นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหา ด้านที่ 4 ดีขึ้นกว่าช่วงก่อนการทดลอง ช่วงสัปดาห์แรก และช่วงสัปดาห์ที่สองอย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนสามารถสรุปคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 4 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 31



ถ้า A และ B เป็นคำตอบของสมการ $\log_5 x + 2\log_x 5 = 3$ จงหาค่า A + B

4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.1 นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลกับปัญหานี้ มีวิธีการตรวจสอบอย่างไร

แทนค่าตรวจคำตอบ ให้ $x = 25$; $\log_5 25 + 2\log_{25} 5 = 3$

$\log_5 5^2 + \frac{2}{\log_5 5^2} = 3$

$2 + 1 = 3$ ✓

ให้ $x = 5$; $\log_5 5 + 2\log_5 5 = 3$

$1 + 2(1) = 3$

$3 = 3$ ✓

4.2 สรุปคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหา

$A + B = 25 + 5$

$= \boxed{30}$ ##

จากตัวอย่างที่ 31 เป็นการตอบคำถามในใบงานซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “การแก้สมการลอการิทึม” นักเรียนสามารถเขียนแสดงการตรวจคำตอบได้ถูกต้อง โดยแทนค่าลอการิทึมลงในสมการ และเลือกคำตอบที่สมเหตุสมผลสอดคล้องกับเงื่อนไขของลอการิทึม และสรุปคำตอบที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องสมบูรณ์

หลังการทดลอง นักเรียนสามารถสรุปคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งไม่แตกต่างจากสัปดาห์ที่สามมากนัก ตัวอย่างของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 4 มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 32

ในการแข่งขันเป่าขลุ่ยครั้งหนึ่ง จัดขึ้นที่หอประชุมประจำจังหวัด มีนักเรียนเข้าแข่งขันหลายคน โดยมี A B และ C รวมอยู่ด้วย A ลงแข่งขันประเภทเดี่ยว ส่วน B และ C ลงแข่งขันประเภทคู่ ขณะที่ A เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง 10^{-9} วัตต์/ตารางเมตร และเมื่อ B และ C เป่าขลุ่ยพร้อมกัน B เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง 10^{-10} วัตต์/ตารางเมตร พบว่าระดับความเข้มเสียงขณะที่ B และ C เป่าขลุ่ยพร้อมกันมากกว่าระดับความเข้มเสียงขณะที่ A เป่าขลุ่ยคนเดียว 40 เดซิเบล

อยากทราบว่า ขณะที่ C เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียงกี่วัตต์/ตารางเมตร ถ้าระดับความเข้มเสียง หาได้จากสูตร $\beta = 10 \log I + 120$

เมื่อ β แทน ระดับความเข้มเสียง มีหน่วยเป็นเดซิเบล

I แทน ความเข้มเสียงที่ต้องการวัด มีหน่วยเป็นวัตต์/ตารางเมตร

4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.1 นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลกับปัญหานี้ มีวิธีการตรวจสอบอย่างไร

ตรวจคำตอบ นำค่า I_c ที่ได้ แทนค่าในสูตร เพื่อหา β_c ว่าได้ค่าตามที่กำหนดไหม

$\beta_c = 10 \log 10^{-4} + 120$

$= 10(-4) + 120$

$\therefore \beta_c =$ ๘๐ เดซิเบล เป็นจริง

4.2 สรุปคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหา

ขณะที่ C เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง เท่ากับ 10^{-4} W/m²

จากตัวอย่างที่ 32 เป็นการตอบคำถามในแบบวัดหลังเรียน ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับ “ระดับความเข้มเสียง” โดยเป็นการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันลอการิทึมมาแก้ปัญหา นักเรียนสามารถเขียนแสดงการตรวจคำตอบได้ถูกต้อง โดยแทนค่าความเข้มเสียง และระดับความเข้มเสียงลงในสมการและสรุปคำตอบที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องสมบูรณ์

พฤติกรรมที่แสดงออกถึงการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านที่ 4 ความสามารถของนักเรียนในการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ จำแนกตามช่วงเวลาการวิเคราะห์ข้อมูล ก่อนการทดลอง นักเรียนสามารถสรุปคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน เมื่อการทดลองผ่านไปจนถึงสัปดาห์สุดท้าย นักเรียนสามารถสรุปคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ และเมื่อหลังทดลอง พบว่าพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 4 ไม่แตกต่างจากช่วงสัปดาห์สุดท้ายมากนัก

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซก่อนเรียนและหลังเรียน
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
4. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ
5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์แบบปกติ ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสหศึกษาขนาดใหญ่พิเศษเขตราชเทวี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นห้องเรียนที่นักเรียนมีลักษณะคละ

ความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทั้งหมด 3 ห้องเรียน โดยผู้วิจัยได้สุ่มห้องเรียน 2 ห้อง เพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ผู้วิจัยเลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเป็นนักเรียนชั้นม.5/2 และ ม.5/3 จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์แบบปกติทั้ง 3 ห้อง โดยกลุ่มที่เลือกจะมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{\mathbf{x}}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ใกล้เคียงกันมากที่สุด จากนั้นผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบ พบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยค่าการทดสอบที (t- independent samples test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงจับสลากเพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.5/2 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ และนักเรียนห้อง ม.5/3 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ จากนั้นผู้วิจัยจึงดำเนินการสอบก่อนการทดลอง โดยใช้แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 50 นาที

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ชนิดคือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ สำหรับกลุ่มทดลอง จำนวน 15 แผน และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม จำนวน 15 แผน ใช้ในการทดลองสอนทั้งหมด 15 คาบ ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และบันทึกหลังการสอน จากนั้นนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบพิจารณาความถูกต้องและความ

เหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำข้อเสนอแนะไปปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสมที่จะใช้ในการเรียนการสอน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน

ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ยึดตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย โดยผู้วิจัยพิจารณาลักษณะสำคัญที่แสดงออกถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ ความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการรับข้อมูลและประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วยความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการ ลักษณะของแบบวัด แบ่งเป็น 2 ตอน คือ ชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ชนิดเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ซึ่งครอบคลุมเนื้อหา และตัวชี้วัดตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรที่ได้สร้างขึ้น จากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วจึงนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถามและให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เมื่อผู้วิจัยดำเนินการแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำ แล้วจึงนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนปัญญาวรคุณ จำนวน 35 คน ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด พบว่า

- แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.639 ค่าความยากเป็น 0.33 – 0.71 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.25 – 0.63

- แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยง เป็น 0.798 ค่าความยากเป็น 0.28 – 0.68 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.35 – 0.63

2.2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน

ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ยึดตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย โดยผู้วิจัยพิจารณาลักษณะที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใน 4 ด้าน คือ 1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนแก้ปัญหา 3) การดำเนินการแก้ปัญหา และ 4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ลักษณะของแบบวัดเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน ซึ่งครอบคลุมเนื้อหาและตัวชี้วัดตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรที่ได้สร้างขึ้น จากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วจึงนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการปรับปรุง

แก้ไขไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถามและให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เมื่อผู้วิจัยดำเนินการแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำแล้วจึงนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมวัดหนองแขม จำนวน 49 คน ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด พบว่า

- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.726 ค่าความยากเป็น 0.20 – 0.25 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.34 – 0.42
- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยง เป็น 0.741 ค่าความยากเป็น 0.21 – 0.32 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.46 – 0.53

2.3 ใบงาน

ผู้วิจัยสร้างใบงาน จำนวน 33 ใบงาน เพื่อใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในขั้นที่ 4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่ (Structured Consolidation) และ ขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่ (Application) สำหรับกลุ่มทดลอง และเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

- ใบงานที่ 1.1 – 15.1 รวม 15 ใบงาน สร้างขึ้นเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในขั้นที่ 4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Structured Consolidation)
- ใบงานที่ 1.2 – 15.2 รวม 15 ใบงาน สร้างขึ้นเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application)
- ใบงานที่ 4.3 8.3 และ 12.3 รวม 3 ใบงาน สร้างขึ้นเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลศึกษาพัฒนาการของความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โครงสร้างและเกณฑ์การตรวจให้คะแนน เช่นเดียวกับแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใบงานจะเป็นแบบอัตนัย ใบงานละ 1 ข้อ ซึ่งจะมีสถานการณ์ปัญหา และคำถามย่อย 4 คำถามย่อย

โดยศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องในการสร้างใบงาน จากนั้นศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม มากำหนดกรอบ ข้อคำถาม ที่จะนำมาใช้ในการสร้างคำถามในใบงาน เมื่อกำหนดกรอบการสร้าง

เรียบร้อยแล้วจึงสร้างใบงานที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาในแต่ละคาบ หลังจากนั้นนำใบงานให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้อง และความเหมาะสม

2.4 แบบสัมภาษณ์อย่างง่าย

ผู้วิจัยสร้างแบบสัมภาษณ์ที่เป็นแนวคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์เพื่อให้ได้รายละเอียดชัดเจนยิ่งขึ้นเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังจากนั้นนำแบบสัมภาษณ์ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้อง และความเหมาะสม

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการสอนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

1. ขั้นเตรียมการก่อนการทดลอง

1.1. ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม รวมทั้งจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มตัวอย่าง

1.2. ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัยนี้ คือ แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหางคณิตศาสตร์ ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน

1.3. ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 กรุงเทพมหานคร

2. ขั้นก่อนการทดลอง

2.1. ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 ห้อง ทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ใช้เวลา 50 นาที

2.2 ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 ห้อง ทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ใช้เวลา 50 นาที

3. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

3.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 เนื้อหาที่ใช้สอนคือ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนน

เชียลและฟังก์ชันลอการิทึม กลุ่มละ 4 คาบต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 4 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 15 คาบ (คาบละ 50 นาที)

3.2 ในระหว่างการเรียนการสอนผู้วิจัยเก็บข้อมูลจากใบงานและแบบสัมภาษณ์ เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

4. ขั้นดำเนินการหลังการทดลอง

4.1 เมื่อดำเนินการสอนครบ 15 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลา 50 นาที จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบที่นักเรียนทำมาดำเนินการตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนำผลการตรวจให้คะแนนนั้น มาวิเคราะห์ข้อมูล

4.2 เมื่อดำเนินการสอนครบ 15 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองห้องทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลา 50 นาที จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบที่นักเรียนทำมาดำเนินการตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนำผลการตรวจให้คะแนนนั้น มาวิเคราะห์ข้อมูล

จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล มีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ดำเนินการโดยนำคะแนนแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-independent samples test)

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซก่อนเรียนและหลังเรียน ดำเนินการโดยนำคะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-paired samples test)

3. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซกับนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติดำเนินการโดยนำคะแนนสอบหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-independent samples test)

4. วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ โดยแบ่งเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงที่ 1 (คาบที่ 1 – 5) ช่วงที่ 2 (คาบที่ 6 – 10) และช่วงที่ 3 (คาบที่ 11 – 15) ดำเนินการโดยนำข้อมูลจากหลักฐาน ร่องรอย การตอบคำถามจากใบงาน การตรวจแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ 2 ฉบับ และข้อมูลจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม ด้วยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis)

5. วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ ด้วยการวิเคราะห์ข้อมูล ในช่วงก่อน ระหว่าง และหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดำเนินการโดยนำข้อมูลจากหลักฐาน ร่องรอย การตอบคำถามจากใบงาน การตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2 ฉบับ และข้อมูลจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม ด้วยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 สรุปผลการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงมโนทัศน์ดีขึ้น โดยก่อนการทดลอง นักเรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในเนื้อหาบางเรื่อง และเมื่อการทดลองผ่านไป 3 สัปดาห์ นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ดีขึ้นอย่างชัดเจน โดยนักเรียนเข้าใจในเนื้อหาสาระได้ถูกต้อง และมีนักเรียนส่วนน้อยเท่านั้นที่ยังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเนื้อหาที่เรียนอยู่บ้าง และนักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงวิธีการดีขึ้น โดยก่อนการทดลอง นักเรียนอธิบายทฤษฎี กฎ สมบัติ ขั้นตอนการดำเนินการเพื่อหาคำตอบของปัญหาไม่ชัดเจน ซึ่งอธิบายแบบกว้าง ๆ ขาดรายละเอียด และเมื่อการทดลองผ่านจนถึงสัปดาห์สุดท้าย นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัดเจน โดยนักเรียนสามารถอธิบายวิธีการหาคำตอบจนได้คำตอบที่ถูกต้อง รวมถึงนักเรียนใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

5. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น โดยก่อนการทดลอง นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ด้วยตนเองได้ อีกทั้งไม่สามารถระบุความรู้ และเริ่มดำเนินการแก้ปัญหาได้ และเมื่อการทดลองผ่านจนถึงสัปดาห์สุดท้าย นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาดีขึ้นอย่างชัดเจน โดยนักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ระบุความรู้และขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบคำตอบได้เป็นอย่างดี

อภิปรายผลการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำเสนอการอภิปรายผลการวิจัยเป็น 3 ตอน ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ และสอดคล้องกับงานวิจัยที่ใช้แนวคิดที่ใกล้เคียงกับแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ คือ การค่อยๆปล่อยความรับผิดชอบในการเรียนรู้ให้เป็นของนักเรียนทีละน้อย (gradual release of responsibility model : GRR Model) และการเสริมต่อการเรียนรู้ ได้แก่ งานวิจัยของ Lau Ngee Kiong และ Hwa Tee Yong (2004) ที่พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้เรียนปกติ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ยังช่วยให้นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์แบบใหม่ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ ทั้งนี้อาจมีเหตุผลสนับสนุนดังนี้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีส่วนให้นักเรียนเกิดความรู้ในเนื้อหาที่เรียนทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการอย่างถูกต้องชัดเจน โดยมีขั้นตอนที่ช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้ที่ถูกต้องอย่างค่อยเป็นค่อยไป กล่าวคือ ขั้นที่ 2 ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่ (Modeling the New Learning) นักเรียนได้สังเกตและทำความเข้าใจเนื้อหาสาระที่ถูกต้องสมบูรณ์จาก “แบบอย่าง” ที่แสดงลักษณะสำคัญของความรู้ วิธีคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่ครูนำเสนอโดยใช้กลวิธีต่างๆที่เน้นการอธิบายและการใช้สื่อที่หลากหลาย ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่าง (Recapitulation) นักเรียนได้สรุปสาระสำคัญจากแบบอย่างที่แสดงวิธีคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาอีกครั้งหนึ่ง จึงทำให้มีความรู้ที่ชัดเจนขึ้น หากมีประเด็นที่นักเรียนเข้าใจยากหรือยังเข้าใจไม่ถูกต้องชัดเจน ครูจะช่วยทำให้นักเรียนเข้าใจถูกต้อง และในขั้นที่ 4 ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Structured Consolidation) นักเรียนได้นำความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากแบบอย่างไปใช้งานในตัวอย่างปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือกิจกรรม จนเกิดความเข้าใจที่ถูกต้องชัดเจนมากขึ้น รวมถึงในขั้นที่ 6 ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion) นักเรียนได้สะท้อนความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนและสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ด้วยตนเอง โดยในแต่ละขั้นจะมีครูคอยให้การสนับสนุนการเรียนรู้และความช่วยเหลือตามความต้องการของนักเรียน การดำเนินการตามขั้นตอนข้างต้นอย่างต่อเนื่องจึงเป็นเหตุผลว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีแนวคิดสอดคล้องกับแนวทางพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของ สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM , 2000) ที่กล่าวว่าแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ร่วมกับการฝึกการรู้คิด (metacognition) และได้เสนอหลักการเรียนรู้ ไว้ว่านักเรียนต้องเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ นักเรียนที่เรียนโดยการท่องจำสูตร กฎ ทฤษฎีหรือขั้นตอนกระบวนการต่างๆ โดยปราศจากความเข้าใจนั้นมักจะไม่สามารถนำความรู้นั้นไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และยังสอดคล้องกับ Shurkry (2003 อ้างถึง ในวัชราภรณ์ ปราณีธรรม, 2549: 4) กล่าวว่าการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะการเรียนด้วยความเข้าใจจะทำให้นักเรียนสามารถจดจำเนื้อหาได้ดีกว่าการเรียนรู้แบบท่องจำ ลักษณะสำคัญในส่วนที่ให้นักเรียน “นำความรู้ที่เรียนไปประยุกต์ใช้ในบริบทต่างๆ” สอดคล้องกับ Klausmeier and Ripple (1971) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความรู้รวมถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทำได้โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ที่เรียนในการแก้ปัญหา และลักษณะสำคัญในส่วนที่ให้นักเรียน “สะท้อนการเรียนรู้ของตนเอง” สอดคล้องกับ Klausmeier and Ripple (1971) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความรู้รวมถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทำได้โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประเมินความรู้ความเข้าใจของตนเอง ตลอดจนครูควรให้ข้อมูลป้อนกลับเกี่ยวกับผลการเรียนรู้แก่นักเรียน เพื่อให้ทราบข้อผิดพลาดและสิ่งที่ต้องปรับปรุงแก้ไข อีกทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง และนำความรู้ไปใช้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับ จิตรวรรณ เอกพันธ์ (2558) ที่ได้ศึกษาผลของการใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบท ที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง นำความรู้ไปใช้ด้วยตนเอง และส่งเสริมการแลกเปลี่ยนความรู้ พบว่า การที่นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเองและนำความรู้ไปใช้ด้วยตนเอง ช่วยให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น และยังสอดคล้องกับศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ที่ได้ศึกษาผลของการใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ พบว่า การเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ และนำความรู้ไปใช้ด้วยตนเอง ผ่านการเรียนรู้ร่วมกัน จะช่วยพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นได้ เนื่องจากนักเรียนจะเป็นผู้สังเกตและสรุปสาระสำคัญของความรู้ด้วยตนเอง และสอดคล้องกับ Ninda Citra Setiadewi (2013) ที่ได้ศึกษาผลการใช้โมเดล CRMI ที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง ผ่านบริบทที่มีความสัมพันธ์กับสาระสำคัญของเนื้อหา พบว่า การสร้างความรู้ด้วยตนเองของนักเรียนทำให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น เมื่อพิจารณาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มควบคุม พบว่า กลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมโดยให้สร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่างที่เป็นวิธีการคิดและขั้นตอนต่างๆ บ้าง และมีการสนับสนุนการเรียนรู้บ้าง แต่ไม่ต่อเนื่องและเป็นระบบเหมือนกลุ่มทดลอง จึงอาจทำให้นักเรียนเข้าใจความรู้ไม่ถูกต้องชัดเจน และไม่ได้สะท้อนการเรียนรู้ของตนเอง เป็นเหตุให้

ให้นักเรียนไม่สามารถประเมินความรู้ความเข้าใจของตนเองได้ จึงอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม

ตอนที่ 2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2 และ 3 ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ และสอดคล้องกับงานวิจัยที่ใช้แนวคิดที่ใกล้เคียงกับแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ คือ การค่อยๆปล่อยความรับผิดชอบในการเรียนรู้ให้เป็นของนักเรียนทีละน้อย (gradual release of responsibility model : GRR Model) และการเสริมต่อการเรียนรู้ ได้แก่ งานวิจัยของ Meyer (2014, 7 – 14) ที่พบว่า การจัดการเรียนรู้โดยวิธีการสอนแบบแลกเปลี่ยนบทบาทมาใช้กับกลุ่มขนาดเล็กในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นช่วยพัฒนาความเข้าใจให้กับนักเรียนในการอ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ทั้งนี้อาจมีเหตุผลสนับสนุน 2 ประเด็น ดังนี้

1. เนื่องจากนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่ถูกต้องชัดเจน จนสามารถสรุปและใช้ความรู้ได้ถูกต้อง ดังที่ได้อภิปรายมาแล้วในตอนที่ 1 จึงเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้งานในการแก้ปัญหาต่างๆได้อย่างถูกต้อง

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application) ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนได้ฝึกนำความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้จากแบบอย่างไปประยุกต์ใช้ในบริบทใหม่ ได้ฝึกวิเคราะห์และทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเนื่องจากเป็นบริบทใหม่ ได้ฝึกนำความรู้จากแบบอย่างมาสัมพันธ์กับปัญหา ได้ฝึกแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ที่สัมพันธ์กับปัญหาตามขั้นตอน และได้ฝึกพิจารณาความถูกต้องของคำตอบ รวมถึงในขั้นที่ 6 ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion) นักเรียนได้สะท้อนความสามารถของตนเอง ว่ามีส่วนใดที่นักเรียนต้องพัฒนาต่อไป โดยในแต่ละขั้นจะมีครูคอยให้การสนับสนุนการเรียนรู้และความช่วยเหลือที่ปรับตามความสามารถของนักเรียน โดยเมื่อครูมั่นใจว่านักเรียนสามารถทำด้วยตนเองได้ จึงลดบทบาทของครูให้น้อยลง การดำเนินการตามขั้นตอนข้างต้นอย่างต่อเนื่อง จึงเป็นเหตุผลว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ สอดคล้องกับ สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ที่กล่าวว่า องค์ประกอบหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งเกิดจากการที่นักเรียนได้ฝึกนำความรู้ไปใช้กับสถานการณ์ต่างๆจนคุ้นเคย ดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวว่า การที่จะเป็นผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Wiest (1997: 5091-A) ที่ได้ศึกษาถึงบทบาทของปัญหาแปลกใหม่และปัญหาในชีวิตจริงที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 โดยที่นักเรียนที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาต่ำ ผลการศึกษาพบว่า มีนักเรียนเกรด 4 จำนวน 58% ที่สามารถเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และนักเรียนเกรด 6 ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม 76% ของปัญหาที่ทำการแก้ และสอดคล้องกับ Bruner (1969) และ Le Blance et al (1980) ที่ได้ให้คำแนะนำว่าการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติส่งเสริมกระตุ้นการเรียนรู้ และสร้างแรงจูงใจ ครูต้องให้การช่วยเหลือ เตรียมคำถามที่ช่วยกระตุ้นความคิด และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Ibrahim Jbeili (2012) ที่ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและการเสริมต่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่การการเสริมต่อการเรียนรู้ และยังสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2554) ที่กล่าวว่า สิ่งสำคัญที่จะทำให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้คือ นักเรียนต้องได้รับการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นระบบที่สามารถนำไปใช้กับการแก้ปัญหาใดๆก็ได้ และสอดคล้องกับแนวคิดของสสวท. (2555) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ให้นักเรียนได้มีการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้งาน ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกฝน ให้นักเรียนได้ใช้ความคิดและประสบการณ์ไปใช้ในการแก้ปัญหา และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างต่อเนื่อง ดังนั้นการมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และการดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง จึงมีความสำคัญต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้น เมื่อพิจารณาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มควบคุม พบว่า กลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมโดยให้สร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่างที่เป็นวิธีการคิดและขั้นตอนต่างๆบ้าง มีการฝึกนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในบริบทที่ไม่คุ้นเคยด้วยตนเองบ้าง และมีการสนับสนุนการเรียนรู้บ้าง แต่ไม่ต่อเนื่องและเป็นระบบเหมือนกลุ่มทดลอง จึงอาจทำให้นักเรียนไม่สามารถลงมือแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง อีกทั้งนักเรียนไม่ได้สะท้อนความสามารถของตนเอง นักเรียนจึงไม่ทราบว่ามีประเด็นใดที่ยังต้องพัฒนา จึงอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม

ตอนที่ 3 พัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีพัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น สอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 4 โดยจะนำเสนอการอภิปรายใน “ช่วงเวลาระหว่างการทดลอง” ดังนี้

ในช่วงแรกของการทดลอง นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่เรียนถูกต้องเพียงบางส่วน รวมถึงนักเรียนยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนอยู่บ้างในเนื้อหาบางประเด็น เมื่อผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซอย่างต่อเนื่อง โดยผู้วิจัยกำหนด “แบบอย่าง” ซึ่งแสดงลักษณะสำคัญของความรู้ที่ถูกต้องและแสดงวิธีการใช้ความรู้ในบริบทต่างๆ รวมถึงผู้วิจัยได้เลือกกลวิธีในการนำเสนอแบบอย่างและการให้ความช่วยเหลือสนับสนุนการเรียนรู้ จากนั้นดำเนินการตามขั้นตอน เพื่อให้นักเรียนจัดโครงสร้างความรู้ที่ถูกต้อง กล่าวคือ ให้นักเรียนสังเกตและทำความเข้าใจเนื้อหาสาระจากแบบอย่างที่ครูนำเสนอจนเข้าใจดีแล้ว จากนั้นจึงเปิดโอกาสให้นักเรียนฝึกทำตามแบบอย่าง โดยนำความรู้ไปใช้ในบริบทต่างๆ จนสามารถทำได้ด้วยตนเอง นอกจากนั้นในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละขั้น ครูจะให้ความช่วยเหลือและการสนับสนุนการเรียนรู้นักเรียนตามความสามารถ โดยเมื่อครูแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจแล้วจึงลดบทบาทของครูลง และให้นักเรียนทำด้วยตัวเองอย่างอิสระ จนนักเรียนสามารถสรุปความรู้และนำความรู้ไปใช้ในบริบทได้อย่างถูกต้อง การดำเนินการตามขั้นตอนข้างต้นอย่างต่อเนื่อง จึงอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้พัฒนาการของความสามารถในการสรุปและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตรของนักเรียน ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการดีขึ้นเป็นลำดับ จนกระทั่ง ช่วงสุดท้ายของการทดลอง นักเรียนสามารถสรุปความรู้ที่เรียนและนำความรู้ไปใช้ด้วยตนเองได้อย่างชัดเจนและถูกต้องสมบูรณ์ สอดคล้องกับ จิตรวรรณ เอกพันธ์ (2558) ที่ได้ศึกษาผลของการใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบท ที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง นำความรู้ไปใช้ด้วยตนเอง และส่งเสริมการแลกเปลี่ยนความรู้ พบว่า การที่นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเองและนำความรู้ไปใช้ด้วยตนเอง ช่วยให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

3.2 จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น สอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 5 โดยจะนำเสนอการอภิปรายเป็นรายด้าน ดังนี้

ด้านการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ระยะก่อนการทดลอง นักเรียนสามารถวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาได้บ้าง โดยระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้บ้าง แต่ไม่ครบถ้วน และตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหาได้ไม่ถูกต้องหรือถูกต้องบางส่วน เมื่อผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซในขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application) และขั้นที่ 6 ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion) อย่างต่อเนื่อง โดยผู้วิจัยใช้บริบทที่ไม่คุ้นเคย เพื่อให้นักเรียนใช้ความรู้จากแบบอย่าง ซึ่งการดำเนินการดังกล่าว นักเรียนจะได้ฝึกวิเคราะห์ทำความเข้าใจบริบท ฝึกแยกแยะข้อมูลที่เป็นส่วนประกอบของบริบทและได้แปลความเงื่อนไขที่กำหนดในบริบท ประกอบกับในแต่ละขั้นครูให้ความช่วยเหลือและการสนับสนุนนักเรียนตามความสามารถจนกว่านักเรียนจะทำได้ด้วยตนเอง โดยเมื่อครูแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจแล้วจึงลดบทบาทของครูลง และให้นักเรียนทำด้วยตัวเองอย่างอิสระ การดำเนินการตามขั้นตอนข้างต้นอย่างต่อเนื่อง จึงอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาดีขึ้นเป็นลำดับ จนกระทั่งในระยะหลังการทดลอง นักเรียนสามารถวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน และสามารถตีความข้อมูลหรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่ระบุในปัญหาได้ถูกต้อง สอดคล้องกับอรวรรณ ตันสุวรรณรัตน์ (2552) ที่ทำการวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาจะทำให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ว่า โจทย์ปัญหานั้นต้องการทราบอะไร และในโจทย์ปัญหานั้นบอกข้อมูลอะไรมาบ้างที่สามารถนำมาแก้ปัญหาได้

ด้านการวางแผนแก้ปัญหา ระยะก่อนการทดลอง นักเรียนสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้บ้าง โดยเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาได้บ้าง แต่ยังไม่ครบถ้วน และกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้องหรือถูกต้องบางส่วนเมื่อผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซในขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application) และขั้นที่ 6 ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion) อย่างต่อเนื่อง โดยผู้วิจัยใช้บริบทที่ไม่คุ้นเคย เพื่อให้นักเรียนใช้ความรู้จากแบบอย่าง ซึ่งการดำเนินการดังกล่าว นักเรียนจะได้ฝึกเลือกใช้ความรู้ให้เหมาะสมกับปัญหา โดยในช่วงแรกนักเรียนเลือกความรู้เกินกว่าที่จำเป็น หรือน้อยกว่าที่จำเป็น แต่เมื่อครูให้คำแนะนำ นักเรียนก็สามารถเลือกได้ครบถ้วนมากขึ้น และได้ฝึกนำความรู้ที่เลือกมาจัดลำดับขั้นตอนที่เฉพาะเจาะจง เพื่อ

นำไปสู่การหาคำตอบได้ โดยช่วงแรกนักเรียนลำดับขั้นค่อนข้างกว้าง ขาดรายละเอียด ครูจึงต้องให้ความช่วยเหลือ นักเรียนจึงสามารถลำดับได้เฉพาะเจาะจงมากขึ้น ประกอบกับในแต่ละขั้นครูให้ความช่วยเหลือและการสนับสนุนนักเรียนตามความสามารถจนกว่านักเรียนจะทำได้ด้วยตนเอง โดยเมื่อครูแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจแล้วจึงลดบทบาทของครูลง และให้นักเรียนทำด้วยตัวเองอย่างอิสระ การดำเนินการตามขั้นตอนข้างต้นอย่างต่อเนื่อง จึงอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการวางแผนแก้ปัญหาดีขึ้นเป็นลำดับ จนกระทั่งในระยะหลังการทดลอง นักเรียนสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ดี โดยนักเรียนสามารถเลือกความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน และกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ สอดคล้องกับ Bitter (1990) ที่กล่าวว่า การสอนเพื่อให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ครูควรให้นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาที่น่าสนใจและท้าทายบ่อยๆ ให้นักเรียนได้ร่วมอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาและผลการแก้ปัญหานั้น รวมถึงควรให้เวลากับนักเรียนในการแก้ปัญหา

ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา ระยะก่อนการทดลอง นักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้เลย โดยไม่มีร่องรอยแสดงการคิดคำนวณ เพื่อเป็นแนวทางไปสู่คำตอบ เมื่อผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซในขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application) และขั้นที่ 6 ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion) อย่างต่อเนื่อง โดยผู้วิจัยใช้บริบทที่ไม่คุ้นเคย เพื่อให้นักเรียนใช้ความรู้จากแบบอย่าง ซึ่งการดำเนินการดังกล่าว นักเรียนจะได้ฝึกนำลำดับขั้นตอนที่จะนำไปสู่คำตอบที่ได้จากการวางแผน มาดำเนินการแก้ปัญหาตามลำดับนั้น และได้ฝึกความเป็นเหตุเป็นผลในการดำเนินการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอน โดยในช่วงแรกนักเรียนไม่สามารถดำเนินการด้วยตนเองได้เลย ครูต้องให้ความช่วยเหลือด้วยการใช้คำถาม การให้ดูแบบอย่างที่เป็นวิธีการ จนนักเรียนลงมือทำได้ ประกอบกับในแต่ละขั้นครูให้ความช่วยเหลือและการสนับสนุนนักเรียนตามความสามารถจนกว่านักเรียนจะทำได้ด้วยตนเอง โดยเมื่อครูแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจแล้วจึงลดบทบาทของครูลง และให้นักเรียนทำด้วยตัวเองอย่างอิสระ การดำเนินการตามขั้นตอนข้างต้นอย่างต่อเนื่อง จึงอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาดีขึ้นเป็นลำดับ จนกระทั่งในระยะหลังการทดลอง นักเรียนสามารถคิดคำนวณและใช้เหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ สอดคล้องกับ Bitter (1990) ที่กล่าวว่า การจะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน ครูควรให้นักเรียนได้ฝึกลงมือแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่แปลกใหม่ด้วยตนเองสม่ำเสมอ รวมถึงให้ความช่วยเหลือและเวลากับนักเรียนในการแก้ปัญหา

ด้านการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ระยะก่อนการทดลอง นักเรียนสามารถสรุปคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน เมื่อผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซในขั้นที่ 5 ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง (Application) และขั้นที่ 6 ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง (Lesson Conclusion) อย่างต่อเนื่อง โดยผู้วิจัยใช้บริบทที่ไม่คุ้นเคย เพื่อให้นักเรียนใช้ความรู้จากแบบอย่าง ซึ่งการดำเนินการดังกล่าว นักเรียนจะได้ฝึกตรวจสอบคำตอบที่หาค่าได้ ว่าสามารถใช้เป็นคำตอบได้ทุกค่าหรือไม่ และได้ฝึกพิจารณาความเป็นเหตุเป็นผลของสถานการณ์ปัญหาในบริบทกับคำตอบที่ได้ รวมถึงได้ฝึกสรุปคำตอบที่ถูกต้อง โดยในช่วงแรกนักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบและพิจารณาคำตอบไม่ถูกต้องหรือถูกต้องเพียงบางส่วน แต่เมื่อครูให้คำแนะนำนักเรียนจึงสามารถทำได้ด้วยตนเอง ประกอบกับในแต่ละขั้นครูให้ความช่วยเหลือและการสนับสนุนนักเรียนตามความสามารถจนกว่านักเรียนจะทำได้ด้วยตนเอง โดยเมื่อครูแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจแล้วจึงลดบทบาทของครูลง และให้นักเรียนทำด้วยตัวเองอย่างอิสระ การดำเนินการตามขั้นตอนข้างต้นอย่างต่อเนื่องจึงอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบดีขึ้นเป็นลำดับ จนกระทั่งในระยะหลังการทดลองนักเรียนสามารถสรุปคำตอบและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ สอดคล้องกับ Polya (1957) ที่กล่าวว่า ขั้นตรวจสอบผลเป็นขั้นที่มีความสำคัญในการแก้ปัญหา เพราะเป็นการตรวจสอบความเข้าใจ ความเป็นเหตุเป็นผลของคำตอบที่ได้

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ ให้ความสำคัญกับ “แบบอย่าง” ที่เป็นวิธีคิด วิธีการทำงาน วิธีการสะท้อนคิดที่มีประสิทธิภาพซึ่งใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่และการทำงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบอย่างดังกล่าวมีความเฉพาะและสัมพันธ์กับลักษณะของความรู้คณิตศาสตร์และการทำงานทางคณิตศาสตร์ เนื้อหาบางเรื่องอาจมีแบบอย่างได้มากกว่า 1 แบบอย่าง ขณะเดียวกันแบบอย่างของความรู้หรือวิธีแก้ปัญหาหนึ่ง อาจมีวิธีการนำเสนอได้หลายรูปแบบ ดังนั้นเพื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ครูควรดำเนินการดังนี้ 1) วางแผนและกำหนด “แบบอย่าง” ให้เหมาะสมกับความรู้คณิตศาสตร์หรือวิธีการแก้ปัญหาไว้ล่วงหน้า 2) เลือก“แบบอย่าง”ของความรู้คณิตศาสตร์หรือวิธีการแก้ปัญหา ให้เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของนักเรียนเป็นสำคัญ 3) เลือกกลวิธีและสื่อการเรียนรู้ในการนำเสนอให้เหมาะสมกับลักษณะของ “แบบอย่างของความรู้คณิตศาสตร์หรือวิธีการ

แก้ปัญหานั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถติดตามและเข้าใจแบบอย่างนั้นได้อย่างถูกต้องและชัดเจน และ 4) ในขณะนำเสนอแบบอย่าง ครูควรกระตุ้นและชี้ให้นักเรียนสังเกตและทำความเข้าใจแบบอย่างของความรู้คณิตศาสตร์หรือวิธีการแก้ปัญหานั้นเป็นระยะ ๆ ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนสามารถติดตามและเข้าใจแบบอย่างของแบบอย่างของความรู้คณิตศาสตร์หรือวิธีการแก้ปัญหานั้น ๆ นั้นได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ ให้ความสำคัญกับ "การสร้างแรงจูงใจ"ให้กับนักเรียนก่อนจะเริ่มเรียนเนื้อหาใหม่ จากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยพบว่า หากครูสามารถสร้างแรงจูงใจเพื่อให้นักเรียนมองเห็นความสำคัญและประโยชน์ของการเรียนเนื้อหาเรื่องนั้นที่เป็น "รูปธรรม" จะช่วยให้นักเรียนสนใจเรียนเนื้อหาเรื่องนั้นมากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนพยายามมีส่วนร่วมและกระตือรือร้นกับกิจกรรมการเรียนรู้ พยายามทำความเข้าใจเนื้อหาเรื่องนั้นให้เข้าใจ ซึ่งในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยจูงใจโดยใช้ตัวอย่างการประยุกต์ของความรู้เรื่องนั้นในชีวิตจริง เช่น การคาดคะเนอายุของโครงกระดูกของมนุษย์โบราณที่ขุดพบ หรือ การกำหนดความดังของเสียง เป็นต้น และนำเสนอโดยใช้คลิปวิดีโอ

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ ให้ความสำคัญกับการให้นักเรียนได้ "ฝึกการนำความรู้หรือวิธีการแก้ปัญหาจากแบบอย่างไปใช้งานด้วยตนเอง" ผ่านกระบวนการฝึกโดยเริ่มจากการฝึกภายใต้การช่วยเหลือและสนับสนุนจากครูที่สอดคล้องกับความสามารถของนักเรียน จากนั้นค่อยๆ ลดการช่วยเหลือและสนับสนุนลงจนแน่ใจว่านักเรียนสามารถทำด้วยตนเองได้ ดังนั้นครูควรกำหนด "เวลาให้นักเรียนได้ฝึกตามกระบวนการดังกล่าวที่เพียงพอ" รวมถึงพิจารณาการช่วยเหลือสนับสนุนตามความสามารถของนักเรียนเป็นสำคัญ เช่น แบบอย่างของความรู้บางเรื่องมีความซับซ้อน ยากในการทำความเข้าใจ ครูอาจต้องช่วยเหลือและสนับสนุนนักเรียนมากหน่อยเพื่อให้แน่ใจว่านักเรียนสามารถทำด้วยตนเองได้ ขณะที่แบบอย่างของความรู้บางเรื่องนั้นไม่ยากมาก การช่วยเหลือและสนับสนุนจากครู อาจลดน้อยลงหรือไม่จำเป็นต้องช่วยเหลือและสนับสนุนเลย

นอกจากนั้น ครูต้องให้เวลานักเรียนในการฝึกด้วยตนเอง พยายามให้นักเรียนทำด้วยตนเอง หากนักเรียนทำไม่ได้และถามครู ครูต้องไม่บอกวิธีการที่ถูกต้องกับนักเรียน อาจแนะให้นักเรียนกลับไปทำความเข้าใจแบบอย่างของความรู้นั้นอีกครั้ง

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ ควรให้เวลาที่เพียงพอกับนักเรียนใน “การสะท้อนสิ่งที่ได้เรียนรู้จากแบบอย่าง” และพยายามให้นักเรียนแต่ละคนได้สะท้อนตนเองเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนรู้จากแบบอย่าง ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนได้ทราบตนเองว่ามีประเด็นใดบ้างที่ทำได้หรือทำไม่ได้ และต้องปรับปรุงในประเด็นนั้นอย่างไร

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรนำแนวปฏิบัติการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปใช้ซ้ำกับเนื้อหาเรื่องอื่น เพื่อตรวจสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ควรทำการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซไปปรับใช้ในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาความรู้หรือความสามารถในด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน มีดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์	อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
2. อาจารย์วิมลมาศ อำพลพงษ์	อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
3. อาจารย์สุจิตรา ตั้งตระกูล	อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ครูชำนาญการพิเศษ - คศ.3) โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน มีดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์	อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
2. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช	อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม
3. อาจารย์สุจิตรา ตั้งตระกูล	อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ครูชำนาญการพิเศษ - คศ.3) โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร. 82565-97 ต่อ 6732
ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60- 4015 **วันที่** กรกฎาคม 2560
เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และรองคณบดี

ด้วย นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมีอาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์ อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช และ อาจารย์วิมลมาศ อำพลพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงาน ในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์ อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช และอาจารย์วิมลมาศ อำพลพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชิโนกุล)
รองคณบดี

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82565-97 ต่อ 6732

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60-4011 **วันที่** กรกฎาคม 2560

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุวรรณา ทิมสถิตย์

ด้วย นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมีอาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชิโนกุล)

รองคณบดี

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82565-97 ต่อ 6732
ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60- 4012 **วันที่** กรกฎาคม 2560
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช

ด้วย นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมีอาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชิโนกุล)
รองคณบดี

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82565-97 ต่อ 6732

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60- 4013 **วันที่** กรกฎาคม 2560

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์วิมลมาศ อำพลพงษ์

ด้วย นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมีอาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชิโนกุล)
รองคณบดี

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60- 4016

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กรกฎาคม 2560

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมีอาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์สุจิตรา ตั้งตระกูล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงาน ในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์สุจิตรา ตั้งตระกูล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิ ตรวจสอบเครื่องมือวิจัย เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชิโนกุล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 081-8653514 E-mail: NCP_MayNichaporn@hotmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60-**4014**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กรกฎาคม 2560

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ สุจิตรา ตั้งตระกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ซูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมีอาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชิโนกุล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 081-8653514 E-mail: NCP_MayNichaporn@hotmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60-4009

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กรกฎาคม 2560

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนปัญญาวรคุณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมีอาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยทดลองใช้เครื่องมือกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชิโนกุล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 081-8653514 E-mail: NCP_MayNichaporn@hotmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60-4010

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กรกฎาคม 2560

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนมัธยมวัดหนองแขม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมีอาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยทดลองใช้เครื่องมือกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชิโนกุล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 081-8653514 E-mail: NCP_MayNichaporn@hotmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/60- **4008**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

กรกฎาคม 2560

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมีอาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบอย่างและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเก็บข้อมูลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้เก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชิโนกุล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 081-8653514 E-mail: NCP_MayNichaporn@hotmail.com

ภาคผนวก ค

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ของกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

ตารางที่ 16 แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	t	Sig
กลุ่มทดลอง	44	62.63	6.08	.484	.042*
กลุ่มควบคุม	46	61.91	7.61		

* $p < .05$

จากตารางที่ 16 แสดงให้เห็นว่าคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาคผนวก ง

ผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

ตารางที่ 17 แสดงผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมก่อนการทดลอง (คะแนนเต็ม 25 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	F	Sig	t	Sig
กลุ่มทดลอง	44	9.795	3.400	7.543	.059*	.884	.379*
กลุ่มควบคุม	46	9.261	2.245				

* $p > .05$

จากตารางที่ 17 แสดงให้เห็นว่าความแปรปรวนของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 18 แสดงผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ก่อนการทดลอง (คะแนนเต็ม 32 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	F	Sig	t	Sig
กลุ่มทดลอง	44	9.320	2.674	.744	.391*	-1.392	.167*
กลุ่มควบคุม	46	10.180	3.196				

* $p > .05$

จากตารางที่ 18 แสดงให้เห็นว่าความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาคผนวก จ

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ตารางที่ 19 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

เรื่อง	เรื่องย่อย	จำนวนข้อสอบฉบับ Try Out			จำนวนข้อสอบฉบับจริง		
		ความรู้เชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม	ความรู้เชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม
เลขยกกำลัง							
1.รากที่ n ของจำนวนจริง	บทนิยามรากที่ n ของจำนวนจริง	4 (ข้อ 1, 2, 3, 4)	3 (ข้อ 24, 25, 27)	7	2 (ข้อ 2, 4)	1 (ข้อ 24)	3
	สมบัติของรากที่ n						
	ความหมายของ $\sqrt[n]{a}$						
	การทำให้กรณฑ์อยู่ในรูปอย่างง่ายโดยใช้สมบัติของรากที่ n						
	การบวก ลบ และคูณจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์						
	การหาค่าประมาณรากที่ n						
2.เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	บทนิยามเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	2 (ข้อ 5, 6)	3 (ข้อ 26, 28, 29)	5	1 (ข้อ 6)	2 (ข้อ 26, 29)	3
	สมบัติของเลขยกกำลัง						
	การเขียนจำนวนในรูปกรณฑ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลัง						
	การทำให้จำนวนอยู่ในรูปอย่างง่ายโดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง						
	การประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องเลขยกกำลัง						

เรื่อง	เรื่องย่อย	จำนวนข้อสอบฉบับ Try Out			จำนวนข้อสอบฉบับจริง		
		ความรู้เชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม	ความรู้เชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม
จำนวนจริง							
1.จำนวนจริง	จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	1 (ข้อ 7)	-	1	1 (ข้อ 7)	-	1
2.สมบัติของจำนวนจริง	สมบัติของจำนวนจริง สมบัติของการเท่ากัน สมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการไม่เท่ากัน สมบัติของการเท่ากันในระบบจำนวน	5 (ข้อ 8, 9, 11, 12, 13)	-	5	2 (ข้อ 9, 12)	-	2
3.การนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ในการแก้สมการกำลังสอง	ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการแยกตัวประกอบ การเขียนแทนความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาด้วยสมการกำลังสองตัวแปรเดียว การแก้อสมการโดยใช้สมบัติการไม่เท่ากัน การแสดงคำตอบของอสมการโดยใช้เส้นจำนวน ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง	1 (ข้อ 10)	7 (ข้อ 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36)	8	1 (ข้อ 10)	4 (ข้อ 31, 32, 34, 35)	5

เรื่อง	เรื่องย่อย	จำนวนข้อสอบฉบับ Try Out			จำนวนข้อสอบฉบับจริง		
		ความรู้เชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม	ความรู้เชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม
	การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์						
	การหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวโดยใช้สูตร						
ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน							
1. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	ความหมายของความสัมพันธ์	3 (ข้อ 14, 15, 16)	5 (ข้อ 37, 38, 39, 40, 41)	8	2 (ข้อ 14, 15)	2 (ข้อ 38, 40)	4
	โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์						
	ความหมายของฟังก์ชัน						
	การเขียนแสดงความสัมพันธ์						
	กราฟของความสัมพันธ์						
	วิธีพิจารณาการเป็นฟังก์ชันโดยใช้กราฟ						
	การหาโดเมนและเรนจ์จากกราฟของฟังก์ชัน						
	การหาค่าของฟังก์ชัน						
2. ฟังก์ชันเชิงเส้น	ความหมายและกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น	1 (ข้อ 19)	1 (ข้อ 42)	2	1 (ข้อ 19)	1 (ข้อ 42)	2
	การเขียนแทนความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาด้วยฟังก์ชันเชิงเส้น						

เรื่อง	เรื่องย่อย	จำนวนข้อสอบฉบับ Try Out			จำนวนข้อสอบฉบับจริง		
		ความรู้เชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม	ความรู้เชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม
3. ฟังก์ชันกำลังสอง	ความหมายและกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง การเขียนแทนความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาด้วยฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ	1 (ข้อ 20)	1 (ข้อ 43)	2	-	1 (ข้อ 43)	1
4. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	ความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล การเขียนแทนความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาด้วยฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	2 (ข้อ 17, 18)	2 (ข้อ 44, 45)	4	1 (ข้อ 18)	1 (ข้อ 45)	2
5. ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์	ความหมายและกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์	2 (ข้อ 21, 22)	-	2	1 (ข้อ 22)	-	1
6. ฟังก์ชันขั้นบันได	ความหมายและกราฟของฟังก์ชันขั้นบันได	1 (ข้อ 23)	-	1	1 (ข้อ 23)	-	1
รวม		23	22	45	13	12	25

ตัวอย่างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)
เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวนจริง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

****

คำชี้แจง

1. แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ มีจำนวน 30 ข้อ แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้
   ตอนที่ 1 : ข้อสอบชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
   ตอนที่ 2 : ข้อสอบชนิดอัตนัย จำนวน 10 ข้อ
2. ให้นักเรียนใช้เวลาในการทำแบบวัด 60 นาที
3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล ชั้น และเลขที่ลงในแบบวัดให้ชัดเจน
4. หากนักเรียนมีข้อสงสัย ให้ถามครูผู้คุมสอบเท่านั้น
5. ให้นักเรียนส่งข้อสอบ และกระดาษคำตอบทุกตอน กับครูคุมสอบหลังจากหมดเวลาสอบ

<u>ตอนที่ 1</u> จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยทำเครื่องหมาย ✖ ลงในกระดาษคำตอบ

1. สมบัติต่อไปนี้ข้อใด**<u>ถูกต้อง</u>** เมื่อกำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็ม

ก. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = |a|$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงลบ ข. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ สำหรับทุกจำนวนจริง a

ค. $\sqrt[n]{a^n} = a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวก ง. $\sqrt[n]{a^n} = -a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงลบ

2. สมบัติต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก. $\sqrt[50]{a} + \sqrt[50]{b} = \sqrt[50]{a+b}$ ข. $\sqrt[27]{ab} = \sqrt[27]{a}\ \sqrt[27]{b}$

ค. $\left(\sqrt[18]{a}\right)^5 = \sqrt[90]{a}$ ง. $\sqrt[86]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[86]{a}}{\sqrt[86]{b}}$

3. พิจารณา $\sqrt[n]{a+b}$ เมื่อกำหนดให้ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 ข้อใดต่อไปนี้**<u>ถูกต้อง</u>**

ก. ถ้า $a = 0$ หรือ $b = 0$ แล้ว $\sqrt[n]{a+b} = 0$

ข. ถ้า $a < 0$ และ $b < 0$ แล้ว $\sqrt[n]{a+b}$ เป็นจำนวนลบ

ค. ถ้า $a < 0$ และ $b > 0$ แล้ว $\sqrt[n]{a+b}$ เป็นจำนวนบวก

ง. ถ้า $0 < a < b$ แล้ว $\sqrt[n]{a+b}$ เป็นจำนวนบวก

4. กำหนดให้ a, b, c, d และ e เป็นจำนวนจริงใดๆ ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

ก. ถ้า $a + cd = b + cd$ แล้ว $a = b$ ข. ถ้า $ac = bc$ แล้ว $a = b$

ค. ถ้า $(ab - c) + d = e$ แล้ว $ab - (c + d) = e$ ง. ถ้า $ab = cd$ แล้ว $a = c$ และ $b = d$

5. ข้อความใดต่อไปนี้**ไม่ถูกต้อง**

ก. ถ้า r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B แล้ว $D_r \subset A$ และ $R_r \subset B$

ข. ถ้า r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B แล้ว r เป็นสับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ B

ค. ถ้า r เป็นเซตว่าง แล้ว r ไม่เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

ง. ถ้า r เป็นเซตของคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกตัวหลังเป็นสมาชิกของเซต A แล้ว r เป็นความสัมพันธ์ จาก B ไป A

6. กำหนดให้ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

A. $D_r = A$ B. $R_r \subset B$

ข้อใด**ถูกต้อง**

ก. ถูกทั้ง A และ B ข. A ถูก B ผิด ค. A ผิด B ถูก ง. ผิดทั้ง A และ B

7. กำหนดให้ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B เงื่อนไขสำคัญในข้อใดที่ทำให้ r เป็นฟังก์ชัน

ก. โดเมนของ r เป็นสับเซตของ A

ข. เรนจ์ของ r คือ เซต B

ค. สำหรับ $(x, y) \in r$ แต่ละค่าของ $x \in A$ หาค่า $y \in B$ ได้เพียงค่าเดียว

ง. สำหรับ $(x, y) \in r$ แต่ละค่าของ $y \in B$ เกิดจากค่า $x \in A$ เพียงค่าเดียว

8. กำหนดฟังก์ชันเชิงเส้น $y = ax + b$ ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

ก. เมื่อ $a = 0$ กราฟของฟังก์ชัน $y = ax + b$ เป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y

ข. ถ้า $a_1 > a_2 > 0$ แล้วกราฟของฟังก์ชัน $y = a_1x + b$ มีความชันมากกว่ากราฟของฟังก์ชัน $y = a_2x + b$

ค. กราฟมีระยะตัดแกน Y เท่ากับ a

ง. กราฟของฟังก์ชัน $y = ax + b$ ตัดแกน X 2 จุด เสมอ

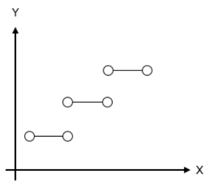
9. กำหนดให้ $f(x) = |x - a| + b$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

A. $D_f = [a, \infty)$ B. $R_f = [b, \infty)$

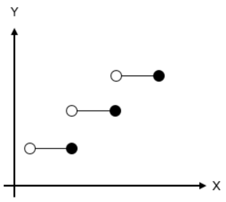
ข้อใด**ถูกต้อง**

ก. ถูกทั้ง A และ B ข. A ถูก B ผิด ค. A ผิด B ถูก ง. ผิดทั้ง A และ B

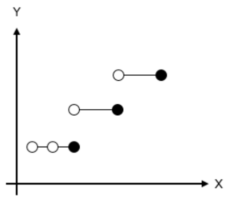
10. กราฟในข้อใดต่อไปนี้เป็นกราฟของฟังก์ชันขั้นบันได



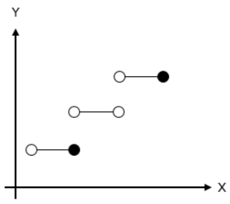
ก.



ข.



ค.



ง.

<u>ตอนที่ 2</u> จงเขียนคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดให้

1. กำหนดจำนวนจริงต่อไปนี้ $\sqrt{4}$, 3.14 , $\sqrt[3]{4}$, 3.272272227... , $\frac{22}{7}$, π , $\frac{3}{5}$, $\sqrt[4]{81}$, 1.732 , $\sqrt{3}$, 0.363636... , $\sqrt[5]{32}$ จงเขียน**จำนวนอตรรกยะ**ทั้งหมด

<u>ตอบ</u> ....

2. กำหนดให้ $\sqrt[3]{375} = a\sqrt[3]{b}$ จงหาค่า a และ b พร้อมทั้งแสดงแนวคิดประกอบ

<u>ตอบ</u> ....

....

3. พิจารณาการทำให้กรณฑ์อยู่ในรูปอย่างง่ายต่อไปนี้

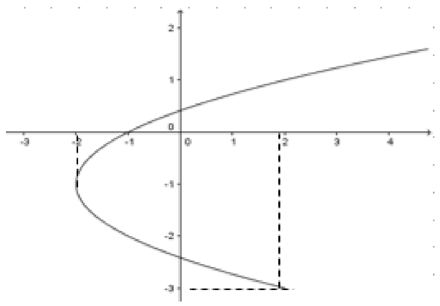
$$\sqrt[4]{\frac{13}{81}} = \frac{\sqrt[4]{13}}{\sqrt[4]{81}}$$ อ้างอิงจากสมบัติ ....

$$= \frac{\sqrt[4]{13}}{3}$$ อ้างอิงจากสมบัติ ....

4. กำหนดให้ จำนวนคี่บวกที่เรียงติดกันสามจำนวน มีผลคูณเท่ากับ 693 และ a เป็นจำนวนคี่ที่มีค่ามากที่สุด จงเขียนสมการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาจำนวนคี่ทั้งสาม

<u>ตอบ</u> ....

5. จงระบุโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่เขียนกราฟได้ดังนี้



<u>ตอบ</u> ....

ตารางที่ 20 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

เรื่อง	เรื่องย่อย	จำนวนข้อสอบฉบับ Try Out			จำนวนข้อสอบฉบับจริง		
		ความรู้เชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม	ความรู้เชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม
1. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	บทนิยามของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ $a^{\frac{p}{q}} = (a^{\frac{1}{q}})^p$	2 (ข้อ 1, 2)	6 (ข้อ 23, 24, 25, 26, 27, 28)	8	1 (ข้อ 2)	3 (ข้อ 24, 25, 27)	4
	สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ						
	การนำสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะไปใช้						
	การบวก และคูณกรณฑ์						
	การลบ และหารกรณฑ์						
	การบวก ลบ คูณ และหารเลขยกกำลัง						
	การทำให้ตัวส่วนอยู่ในรูปไม่ติดกรณฑ์						
	การแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์อันดับสอง						
2. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	บทนิยามของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	4 (ข้อ 3, 4, 5, 6)	1 (ข้อ 29)	5	3 (ข้อ 3, 5, 6)	1 (ข้อ 29)	4
	โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล						
	กราฟและการเลื่อนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล						
	ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล						

เรื่อง	เรื่องย่อย	จำนวนข้อสอบฉบับ Try Out			จำนวนข้อสอบฉบับจริง		
		ความรู้เชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม	ความรู้เชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม
3. ฟังก์ชันลอการิทึม	โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันลอการิทึม	9 (ข้อ 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)	2 (ข้อ 30, 31)	11	4 (ข้อ 12, 13, 14, 15)	2 (ข้อ 30, 31)	6
	ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดของฟังก์ชันลอการิทึม						
	สมบัติของลอการิทึม $\log_a M + \log_a N = \log_a MN$ $\log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$ $\log_a 1 = 0$						
	สมบัติของลอการิทึม $\log_a M^k = k \log_a M$						
	สมบัติของลอการิทึม $\log_{a^k} M = \frac{1}{k} \log_a M$						
	สมบัติของลอการิทึม $a^{\log_a M} = M$						
	สมบัติของลอการิทึม $\log_a a = 1$						
	กราฟและการเลื่อนกราฟของฟังก์ชันลอการิทึม						
	การนำสมบัติของลอการิทึมไปใช้						
4. การหาค่าลอการิทึม	ความสัมพันธ์ระหว่างสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม	5 (ข้อ 16, 17, 18, 19, 20)	1 (ข้อ 32)	6	3 (ข้อ 16, 17, 20)	1 (ข้อ 32)	4
	ความหมายของลอการิทึมสามัญ						
	ความหมายของลอการิทึมธรรมชาติ						
	ความหมายของแอนติลอการิทึม						
	ความหมายของแมนทิสซาและคาแรกเทอริสติก						
	การหาค่าลอการิทึมของจำนวนจริงจากค่าลอการิทึมที่ทราบ						

เรื่อง	เรื่องย่อย	จำนวนข้อสอบฉบับ Try Out			จำนวนข้อสอบฉบับจริง		
		ความรูเชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม	ความรูเชิงมโนทัศน์	ความรู้เชิงกระบวนการ	รวม
5. การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม	สมบัติการเปลี่ยนฐานของลอการิทึม	2 (ข้อ 21, 22)	1 (ข้อ 33)	3	1 (ข้อ 21)	1 (ข้อ 33)	2
	การหาค่าแอนติลอการิทึม จากค่าลอการิทึมที่กำหนดให้						
6. การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม	การหาค่าลอการิทึมโดยใช้การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม	-	2 (ข้อ 34, 35)	2	-	1 (ข้อ 34)	1
7. สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียล	การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล	-	4 (ข้อ 36, 37, 38, 39)	4	-	2 (ข้อ 38, 39)	2
	การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลโดยใช้การ take log						
	การแก้อสมการเอกซ์โพเนนเชียล						
8. สมการและอสมการลอการิทึม	การแก้สมการลอการิทึม	-	3 (ข้อ 40, 41, 42)	3	-	1 (ข้อ 40)	1
	การแก้อสมการลอการิทึม						
9. การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	การนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปประยุกต์ใช้ในสาขาวิชาอื่นๆ	-	3 (ข้อ 43, 44, 45)	3	-	1 (ข้อ 45)	1
	การนำความรู้เรื่องฟังก์ชันลอการิทึมไปประยุกต์ใช้ในสาขาวิชาอื่นๆ						
รวม		22	23	45	12	13	25

ตัวอย่างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)
เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

****

คำชี้แจง

1. แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ มีจำนวน 25 ข้อ แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้
   ตอนที่ 1 : ข้อสอบชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
   ตอนที่ 2 : ข้อสอบชนิดอัตนัย จำนวน 5 ข้อ
2. ให้นักเรียนใช้เวลาในการทำแบบวัด 50 นาที
3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล ชั้น และเลขที่ลงในแบบวัดให้ชัดเจน
4. หากนักเรียนมีข้อสงสัย ให้ถามครูผู้คุมสอบเท่านั้น
5. ให้นักเรียนส่งข้อสอบ และกระดาษคำตอบทุกตอน กับครูคุมสอบหลังจากหมดเวลาสอบ

<u>ตอนที่ 1</u> จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยทำเครื่องหมาย ✖ ลงในกระดาษคำตอบ

1. กำหนดให้ m, n, p และ q เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ n, p และ q ไม่เป็น 0
   ข้อใดต่อไปนี้**<u>ถูกต้อง</u>**

ก. $a^{\frac{m}{n}} + a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{mp}{nq}}$ ข. $a^{\frac{m}{n}} \bullet a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n}+\frac{p}{q}}$ ค. $\frac{a^{\frac{m}{n}}}{a^{\frac{p}{q}}} = a^{\frac{m}{n}\div\frac{p}{q}}$ ง. $\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{p} = a^{\left(\frac{m}{n}\right)^{p}}$

2. ข้อความใดต่อไปนี้**<u>ถูกต้อง</u>**
   ก. โดเมนของฟังก์ชันในรูป $y = 3^{x-1}$ คือ $(1, \infty)$
   ข. โดเมนของฟังก์ชันในรูป $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x+2}$ คือ $(-\infty, \infty)$
   ค. เรนจ์ของฟังก์ชันในรูป $y = 7^{2x+1}$ คือ $[0, \infty)$
   ง. เรนจ์ของฟังก์ชันในรูป $y = \left(\frac{2}{9}\right)^{x+5}$ คือ $(5, \infty)$
3. ข้อใด**<u>ไม่ถูกต้อง</u>**เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในรูป $f(x) = a^x$
   ก. ถ้า $a > 1$ และ x มากขึ้น แล้วค่า f(x) จะมากขึ้น
   ข. ถ้า $a > 1$ และ x น้อยลง แล้วค่า f(x) จะน้อยลง
   ค. ถ้า $0 < a < 1$ และ x มากขึ้น แล้วค่า f(x) จะน้อยลง
   ง. ถ้า $0 < a < 1$ และ x น้อยลง แล้วค่า f(x) จะน้อยลง
4. ฟังก์ชัน f(x) ในข้อใดต่อไปนี้ **<u>ไม่ใช่</u>** ฟังก์ชันลด

ก. $f(x) = \log_{0.1} x$ ข. $f(x) = \log_{\frac{7}{11}} x$ ค. $f(x) = \log_{\sqrt{3}} x$ ง. $f(x) = \log_{\frac{5}{6}} x$

5. ข้อใดต่อไปนี้**ไม่ถูกต้อง**

ก. กราฟของฟังก์ชันในรูป $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x}$ มีค่าต่ำสุด

ข. กราฟของฟังก์ชันในรูป $y = 6^{x}$ จะผ่านจุด (0, 1) เสมอ

ค. กราฟของฟังก์ชันในรูป $y = \left(\frac{5}{11}\right)^{x}$ มีจุดตัดแกน Y 1 จุด

ง. กราฟของฟังก์ชันในรูป $y = 3^{x}$ และ $y = \log_{3} x$ จะสมมาตรกันเมื่อเทียบกับเส้นตรง $y = x$

6. กำหนดให้ $a = b^{c}$ เมื่อ a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็มบวก ค่าของ $\log_{a} d$ เท่ากับข้อใด

ก. $c \log_{a} d$ ข. $\frac{1}{c} \log_{a} d$ ค. $c \log_{b} d$ ง. $\frac{1}{c} \log_{b} d$

7. กำหนดให้ $y = 8 \log_{z} x$ แล้ว z^{y} มีค่าเท่าใด

ก. x ข. x^{8} ค. z^{8} ง. xy

8. กำหนดให้ $m + n - p = 0$ และ $q - m = n$ โดยที่ m, n, p และ q เป็นจำนวนเต็มบวก จงหาค่าของ $(\log_{p} q) + (\log_{q} p)$

ก. 0 ข. 1 ค. 2 ง. 3

9. ข้อความใดต่อไปนี้**ไม่ถูกต้อง**

ก. กราฟของฟังก์ชันในรูป $y = \log x$ และฟังก์ชันในรูป $y = \ln x$ ไม่ตัดกัน

ข. กราฟของ $y = \log_{\frac{2}{5}} x$ จะผ่านจุด (1, 0) เสมอ

ค. กราฟของ $y = \log_{6} x$ มีจุดตัดแกน X 1 จุด

ง. กราฟของ $y = \log_{\frac{3}{8}} x$ อยู่ในจตุภาคที่ 1 และ 4 เท่านั้น

10. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

A. สัญลักษณ์ log 9 หมายถึง $\log_{10} 9$

B. log 2 และ $\log_{2} 10$ มีค่าเท่ากัน

ข้อใด**ถูกต้อง**

ก. ถูกทั้ง A และ B ข. A ถูก B ผิด ค. A ผิด B ถูก ง. ผิดทั้ง A และ B

11. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

A. antilog (N) = M มีความหมายเช่นเดียวกับ log M = N

B. แอนติลอการิทึมของจำนวนจริง a หมายถึง จำนวนที่ลอการิทึมฐานสิบของจำนวนนั้นเท่ากับ a

ข้อใด**ถูกต้อง**

ก. ถูกทั้ง A และ B ข. A ถูก B ผิด ค. A ผิด B ถูก ง. ผิดทั้ง A และ B

12. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

A. log 0.0571 และ log 5710 มี คาแรกเทอริสติกเหมือนกัน แต่แมนทิสซาต่างกัน

B. ถ้า log M มีคาแรกเทอริส เท่ากับ 2 และ แมนทิสซา เท่ากับ 0.1 แล้ว M = 2.1

ข้อใด**<u>ถูกต้อง</u>**

ก. ถูกทั้ง A และ B ข. A ถูก B ผิด ค. A ผิด B ถูก ง. ผิดทั้ง A และ B

13. ข้อใดต่อไปนี้**<u>ถูกต้อง</u>**

ก. $\sqrt{-2} \times \sqrt{-2} = \sqrt{(-2)^2} = 2$ ข. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{5}$

ค. $3\sqrt[4]{9} + 5\sqrt[6]{3} = 8\sqrt[10]{12}$ ง. $5\sqrt[3]{4} \times 2\sqrt[3]{6} = 10\sqrt[3]{24} = 20\sqrt[3]{3}$

14. กำหนดให้ $\frac{3\sqrt{150} - \sqrt{54}}{\sqrt{48}} = A\sqrt{2}$ แล้ว A มีค่าเท่าใด

ก. 1 ข. 2 ค. 3 ง. 4

15. กำหนดให้ $\frac{\sqrt{10} - 3}{\sqrt{10} + 3} = A + B\sqrt{10}$ แล้ว A + B มีค่าเท่าใด

ก. 9 ข. 13 ค. 17 ง. 21

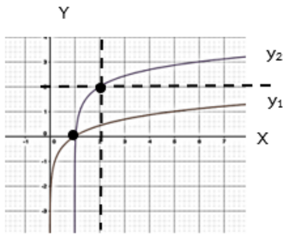
<u>ตอนที่ 2</u> จงเขียนคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดให้

1. จงยกตัวอย่างฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่เป็นฟังก์ชันเพิ่ม <u>ตอบ</u> ....

2. หากเขียนสมการ $\log_{\frac{1}{4}} 8 = -\frac{3}{2}$ ในรูปสมการเลขยกกำลังได้เป็น $a = \left(\frac{1}{2}\right)^b$ แล้ว a และ b มีค่าเท่าใด <u>ตอบ</u> ....

3. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน $y_1 = f(x)$ และกราฟของฟังก์ชัน $y_2 = g(x)$ ดังรูป

โดย f(x) = log x และ g(x) เกิดจากการเลื่อนขนานกราฟของ f(x) แล้ว g(x) คือฟังก์ชันใด



<u>ตอบ</u> ....

4. เมื่อจัดรูปสมการ $\log_3 (x - 24) = 4 - \log_3 x$ ให้เป็นสมการปกติในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ จงหาค่าa, b และ c

<u>ตอบ</u> ....

5. กำหนดให้ สูตรการหาความเป็นกรด - ด่าง คือ pH = - log (H^+) ถ้า H^+ เท่ากับ 0.000000316 แล้ว pH มีค่าเท่าใด เมื่อ log 3.16 = 0.5

<u>ตอบ</u> ....

ตารางที่ 21 แสดงโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ฉบับก่อนเรียน

เนื้อหาคณิตศาสตร์	**จำนวนข้อ ฉบับ Try Out**	**ข้อสอบข้อที่**	**จำนวนข้อ ฉบับจริง**	**ข้อสอบข้อที่**
เลขยกกำลัง	2	1, 2	1	1
จำนวนจริง	2	3, 4	1	3
ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	3	5, 6, 7	2	5, 6
รวม	7		4	

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวนจริง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

****

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบวัดชนิดอัตนัย จำนวน 4 ข้อ แต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ
2. ให้นักเรียนใช้เวลาในการทำแบบวัด 40 นาที โดยตอบคำถามและแสดงวิธีทำทุกข้ออย่างละเอียด
3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล ชั้น และเลขที่ลงในแบบวัดให้ชัดเจน
4. หากนักเรียนมีข้อสงสัย ให้ถามครูผู้คุมสอบเท่านั้น
5. ให้นักเรียนส่งข้อสอบ และกระดาษคำตอบทุกตอน กับครูคุมสอบหลังจากหมดเวลาสอบ
6. ปัญหาที่ 0 เป็นเพียงตัวอย่างเพื่อให้เกิดความเข้าใจในการทำแบบวัดเท่านั้น

ปัญหาที่ 3 : ล้อมรั้วที่ดิน

ศรัณย์มีที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอยู่หลังบ้านแปลงหนึ่ง เขาต้องการแบ่งที่ดิน 60 ตารางวา เพื่อกั้นคอกเลี้ยงสัตว์ แต่ต้องล้อมรั้วรอบที่ดินเสียก่อน เพื่อดูแลไม่ให้สัตว์ที่จะเลี้ยงสูญหาย โดยศรัณย์ต้องการให้ด้านยาวของที่ดินมีความยาวมากกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 2 วา เขาจะต้องใช้รั้วที่มีความกว้างและความยาวเท่าใด

ปัญหาที่ 3 : ล้อมรั้วที่ดิน

1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

1.1 จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงระบุสิ่งที่ต้องการทราบ และข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

✎ สิ่งที่ต้องการทราบ คือ

....

....

✎ ข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา คือ

....

....

....

....

1.2 จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ “ด้านยาวของที่ดินมีความยาวมากกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 2 วา” มีความหมายว่าอย่างไร

....

....

2) การวางแผนแก้ปัญหา

2.1 จงระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา (สมบัติ นิยาม สูตร ฯลฯ)

....

....

....

....

2.2 จงอธิบายแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหา

....

....

....

....

....

3) การดำเนินการแก้ปัญหา

ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางแผนไว้ ดังนี้

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.1 นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลกับปัญหานี้ มีวิธีการตรวจสอบอย่างไร

....

....

....

....

....

....

....

....

4.2 สรุปคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหา

....

....

....

....

ตารางที่ 22 แสดงโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ฉบับหลังเรียน

เนื้อหาคณิตศาสตร์	**จำนวนข้อ ฉบับ Try Out**	**ข้อสอบข้อที่**	**จำนวนข้อ ฉบับจริง**	**ข้อสอบข้อที่**
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	3	1, 3, 5	2	3, 5
ฟังก์ชันลอการิทึม	3	2, 4, 6	2	2, 4
รวม	6		4	

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)
เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

****

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบวัดชนิดอัตนัย จำนวน 4 ข้อ แต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ
2. ให้นักเรียนใช้เวลาในการทำแบบวัด 50 นาที โดยตอบคำถามและแสดงวิธีทำทุกข้ออย่างละเอียด
3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล ชั้น และเลขที่ลงในแบบวัดให้ชัดเจน
4. หากนักเรียนมีข้อสงสัย ให้ถามครูผู้คุมสอบเท่านั้น
5. ให้นักเรียนส่งข้อสอบ และกระดาษคำตอบทุกตอน กับครูคุมสอบหลังจากหมดเวลาสอบ
6. ปัญหาที่ 0 เป็นเพียงตัวอย่างเพื่อให้เกิดความเข้าใจในการทำแบบวัดเท่านั้น

ปัญหาที่ 2 : เป่าขลุ่ย

ในการแข่งขันเป่าขลุ่ยครั้งหนึ่ง จัดขึ้นที่หอประชุมประจำจังหวัด มีนักเรียนเข้าแข่งขันหลายคน โดยมี A B และ C รวมอยู่ด้วย A ลงแข่งขันประเภทเดี่ยว ส่วน B และ C ลงแข่งขันประเภทคู่ ขณะที่ A เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง 10^{-9} วัตต์/ตารางเมตร และเมื่อ B และ C เป่าขลุ่ยพร้อมกัน B เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียง 10^{-10} วัตต์/ตารางเมตร พบว่าระดับความเข้มเสียงขณะที่ B และ C เป่าขลุ่ยพร้อมกันมากกว่าระดับความเข้มเสียงขณะที่ A เป่าขลุ่ยคนเดียว 40 เดซิเบล

อยากทราบว่า ขณะที่ C เป่าขลุ่ยมีความเข้มเสียงกี่วัตต์/ตารางเมตร ถ้าระดับความเข้มเสียง หาได้จากสูตร $\beta = 10 \log I + 120$

เมื่อ β แทน ระดับความเข้มเสียง มีหน่วยเป็นเดซิเบล

I แทน ความเข้มเสียงที่ต้องการวัด มีหน่วยเป็นวัตต์/ตารางเมตร

ปัญหาที่ 2 : เป่าขลุ่ย

1) การวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

1.1 จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จงระบุสิ่งที่ต้องการทราบ และข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

✎ สิ่งที่ต้องการทราบ คือ

....

....

✎ ข้อมูลสำคัญที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา คือ

....

....

....

....

1.2 จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ “10^{-10} w/m^2 และ 10^{-9} w/m^2” จำนวนใดมีค่าน้อยกว่า

....

....

2) การวางแผนแก้ปัญหา

2.1 จงระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา (สมบัติ นิยาม สูตร ฯลฯ)

....

....

....

....

2.2 จงอธิบายแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหา

....

....

....

....

....

....

3) การดำเนินการแก้ปัญหา

ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่นักเรียนวางแผนไว้ ดังนี้

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4) การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.1 นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลกับปัญหานี้ มีวิธีการตรวจสอบอย่างไร

....

....

....

....

....

....

....

....

4.2 สรุปคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหา

....

....

....

....

ภาคผนวก ฉ

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม จำนวน 1 คาบ 50 นาที
เรื่อง สมการลอการิทึม ผู้สอน นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร

---

1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. แก้สมการลอการิทึมได้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. อธิบายวิธีการแก้สมการลอการิทึมได้

ด้านทักษะและกระบวนการ : นักเรียนสามารถ

1. ใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
2. แก้อสมการเอกซ์โพเนนเชียล ได้

ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ : นักเรียน

1. มีความร่วมมือในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
2. มีความรับผิดชอบและละเอียดรอบคอบในการทำงาน
3. มีความตรงต่อเวลา

3. สาระสำคัญ

การแก้สมการลอการิทึม

สมการที่มีลอการิทึมของตัวแปร เรียกว่า สมการลอการิทึม มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายตามความเหมาะสมของสมการ บางครั้งในการหาคำตอบของสมการลอการิทึม อาจต้องอาศัยสมบัติของเอกซ์โพเนนเชียลมาช่วยในการหาคำตอบ

4. สาระการเรียนรู้

การแก้สมการลอการิทึม

สมการที่มีลอการิทึมของตัวแปร เรียกว่า สมการลอการิทึม มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายตามความเหมาะสมของสมการ บางครั้งในการหาคำตอบของสมการลอการิทึม อาจต้องอาศัยสมบัติของเอกซ์โพเนนเชียลมาช่วยในการหาคำตอบ

การแก้สมการลอการิทึม มีวิธีการหาคำตอบ ดังนี้

1) ทำฐานให้เท่ากัน	เมื่อ $\log_a x = \log_a y$ จะได้ว่า $x = y$
2) ถอด log	เมื่อ $\log_a x = y$ จะได้ว่า $x = a^y$
3) จัดให้อยู่ในรูปสมการพหุนามกำลังสอง	กำหนดตัวแปรแทน $\log_a x$ แทนค่ากลับ และตรวจคำตอบ ($x > 0$)
4) ใช้สมบัติของเอกซ์โพเนนเชียล	เมื่อ $a^x = a^y$ จะได้ $x = y$

*** ข้อควรระวัง** จำนวนหลัง log ต้องเป็นจำนวนจริงบวกเสมอ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า x จากสมการ $\log x = 2 \log 4 + \log 32$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้สองข้างมี log ฐานเท่ากัน $\log x = \log 4^2 + \log 32$

$\log x = \log (16 \times 32)$

2. แปลงเป็นสมการปกติ (จำนวนหลัง log เท่ากัน) $x = 16 \times 32$

3. แก้สมการ $x = 512$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่า x จากสมการ $\log_6 2x = 3$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้มี log ค่าเดียว $\log_6 2x = 3$

2. ถอด log $2x = 6^3$

3. แก้สมการ $2x = 216$

$x = 108$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่า x จากสมการ $\log (3x + 2) = \log (x - 1) + 1$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้มี log ค่าเดียว $\log (3x + 2) - \log (x - 1) = 1$

$\log \left(\frac{3x+2}{x-1}\right) = 1$

2. ถอด log $\frac{3x+2}{x-1} = 10$

3. แก้สมการ $3x + 2 = 10(x - 1)$

$3x + 2 = 10x - 10$

$7x = 12$

$x = \frac{12}{7}$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาค่า x จากสมการ $\log_2 x + 4\log_x 2 = 5$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้เป็นพหุนามกำลังสอง $\log_2 x + \frac{4}{\log_2 x} = 5$

$(\log_2 x)^2 + 4 = 5\log_2 x$

$(\log_2 x)^2 - 5\log_2 x + 4 = 0$

2. กำหนด A แทน $\log_2 x$ $\quad A^2 - 5A + 4 = 0$

$(A - 1)(A - 4) = 0$

$A = 1$ หรือ 4

3. แทนค่ากลับ $\quad \log_2 x = 1$ หรือ 4

กรณี $\log_2 x = 1$ จะได้ $\log_2 x = 1$ $\quad$ กรณี $\log_2 x = 4$ จะได้ $\log_2 x = 4$

$x = 2^1$ $\quad$ $x = 2^4$

$x = 2$ $\quad$ $x = 16$

ดังนั้น x มีค่า 2 หรือ 16

ตัวอย่างที่ 5 จงหาค่า x จากสมการ $4^{\log x} = \frac{1}{8}$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้เป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเท่ากัน $\quad 2^{2\log x} = 2^{-3}$

2. แปลงเป็นสมการปกติ (เลขชี้กำลังเท่ากัน) $\quad 2\log x = -3$

3. แก้สมการ $\quad \log x = -\frac{3}{2}$

$x = 10^{-\frac{3}{2}}$

5. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<u>ขั้นสร้างแรงจูงใจ</u> 1. ครูใช้กลวิธีสร้างแรงจูงใจในชั้นเรียน โดยชวนนักเรียนพูดคุยเกี่ยวกับสมบัติของลอการิทึมและสมบัติของเลขยกกำลังที่ใช้ในการหาค่าลอการิทึมรูปแบบต่างๆ จากแผนผังกราฟิกที่ครูเคยแสดงให้นักเรียนดู เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทบทวนทั้งสมบัติและการใช้สมบัติให้เหมาะสมกับโจทย์ รวมถึงข้อจำกัดของการใช้แต่ละสมบัติ 2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มให้นักเรียนตามโต๊ะเรียนที่ใกล้กัน ประมาณ 3 - 4 กลุ่ม จากนั้นครูตรวจสอบความรู้เดิมของ	**<u>ขั้นนำ</u>** 1. ครูให้นักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เดิม เรื่อง สมบัติของลอการิทึมและสมบัติของเลขยกกำลัง เพื่อนำมาใช้ในการแก้สมการลอการิทึม 2. ครูบอกกับนักเรียนว่า วันนี้เราจะมาเรียนเกี่ยวกับการแก้สมการลอการิทึม

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
นักเรียน โดยการให้นักเรียนแข่งขันกันตอบคำถามของครูบนกระดาน ในแต่ละข้อครูจะแสดง โจทย์ที่ให้หาค่าลอการิทึม เช่น “จงหาค่า log 3 + log 2” จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแข่งกันตอบว่าจะใช้สมบัติใดในการหาคำตอบของโจทย์ดังกล่าว พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลของการเลือกใช้สมบัติดังกล่าว และครูอาจให้นักเรียนกลุ่มอื่นๆ ช่วยกันบอกข้อจำกัดของการใช้สมบัติดังกล่าว หากตอบผิด ครูอธิบายให้นักเรียนเข้าใจถูกต้อง 3. ครูบอกกับนักเรียนว่า เราสามารถใช้ความรู้เรื่องสมบัติของลอการิทึมและเลขยกกำลัง รวมทั้งการใช้สมบัติมาใช้ในการแก้สมการลอการิทึมได้ ซึ่งเราจะได้เรียนรู้รายละเอียดในวันนี้	
<u>**ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่**</u> 1. ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ในครั้งนี้ คือ สมการลอการิทึมแต่ละลักษณะที่ใช้เพียงวิธีการเดียวในการแก้ พร้อมทั้งแจกเอกสารประกอบการเรียนรู้ (สำหรับกลุ่มทดลอง) ให้กับนักเรียน 2. ครูแสดง “แบบอย่างของวิธีคิด” เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจบริบทของโจทย์แต่ละข้อ โดยวิเคราะห์ลักษณะของสมการลอการิทึมแต่ละแบบ พร้อมทั้งวิธีการแก้สมการลอการิทึมแต่ละแบบ เริ่มจากเชื่อมโยงความรู้เดิมเกี่ยวกับสมบัติและนิยามของลอการิทึมกับวิธีการแก้สมการ คือ 1) ทำฐานให้เท่ากัน เชื่อมโยงการเท่ากันของลอการิทึม 2) ถอด log เชื่อมโยงนิยามกับการหาค่า log 3) จัดให้อยู่ในรูปสมการพหุนามกำลังสอง เชื่อมโยงการกำหนดตัวแปรแทนค่า log แล้วแก้สมการกำลังสอง และ 4) ใช้สมบัติของเอกซ์โพเนนเชียล เชื่อมโยงสมบัติของเลขยกกำลัง ในการเรียนรู้ความรู้ใหม่ โดยให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนข้างๆ ดูจากเอกสารประกอบการเรียนรู้ที่ครูแจกให้และร่วมกันสังเกตลักษณะสำคัญของวิธีการแก้สมการลอการิทึมแต่ละแบบ	<u>**ขั้นสอน**</u> 1. ครูแจกเอกสารประกอบการเรียนรู้ (สำหรับกลุ่มควบคุม) ให้กับนักเรียน และอธิบายวิธีการแก้สมการลอการิทึม วิธีต่างๆ 2. ครูแสดงตัวอย่างที่ 1 และอธิบายวิธีการแก้สมการ โดยให้นักเรียนช่วยกันใช้สมบัติของลอการิทึมในการจัดรูปสมการใหม่ จากนั้นครูให้นักเรียนพิจารณาว่าลอการิทึมทั้งสองข้างของสมการนี้มีฐานเท่ากันหรือไม่ และเป็นฐานใด (เท่ากัน ฐาน 10) จากการที่ฐานเท่ากัน นักเรียนจะได้อะไรตามมา (จำนวนหลัง log ต้องเท่ากันด้วย) และครูจึงแสดงการแก้สมการให้นักเรียนดู พร้อมทั้งให้นักเรียนเขียนลงในเอกสารประกอบการเรียนรู้ของ

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
3. ครูแสดง “แบบอย่างของวิธีการทำงาน” ที่เป็นระบบเพื่อเรียนรู้วิธีการแก้สมการลอการิทึม เริ่มจากการอ่านสมการและพิจารณาลักษณะของสมการ วางแผนการแก้สมการอย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกวิธีการแก้สมการให้เหมาะสมกับรูปแบบของสมการ และแก้สมการให้สอดคล้องกับวิธีการ ตรวจสอบคำตอบที่เหมาะสม โดยใช้วิธีทำฐานให้เท่ากันในตัวอย่างที่ 1 ใช้วิธีการถอด log โดยใช้นิยามในตัวอย่างที่ 2 ซึ่งมีค่าลอการิทึมค่าเดียว และ 3 ที่มีค่าลอการิทึมหลายค่าต้องใช้สมบัติของลอการิทึมเพื่อจัดรูปก่อน เนื่องจากลอการิทึมทั้งสองในสมการมีเลขฐานและจำนวนหลัง log สลับกันอยู่ จึงต้องใช้สมบัติของลอการิทึมก่อน ใช้วิธีจัดให้อยู่ในรูปสมการพหุนามกำลังสองในตัวอย่างที่ 4 และใช้สมบัติของเอกซ์โพเนนเชียลในตัวอย่างที่ 5 4. ครูแสดง “แบบอย่างของการสะท้อนคิด” ในการกำกับการคิดในขั้นตอนย่อยแต่ละขั้น เช่น ในการจัดรูปจะต้องใช้ความรู้เรื่องอะไร และการทำงานในทุกๆขั้นตอนว่าจะต้องดำเนินการตามแผนอย่างไร ในระหว่างการเรียนรู้การแก้สมการลอการิทึม 5. ครูกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตลักษณะสำคัญและตัวอย่างของการแก้สมการลอการิทึม การใช้แบบอย่างประเภทต่างๆ และทำความเข้าใจแบบอย่างแล้วสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่างตามความเข้าใจด้วยตนเอง ในระหว่างที่ครูนำเสนอแบบอย่าง 6. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปรายรายละเอียดวิธีการแก้สมการในแต่ละแบบ และซักถามข้อสงสัย	ตนเองและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 3. ครูแสดงตัวอย่างที่ 2 และอธิบายวิธีการแก้สมการ โดยใช้นิยามในการช่วยแก้สมการ ครูให้นักเรียนช่วยกันบอกนิยามที่ต้องใช้ในการแก้สมการ และแสดงการแก้สมการให้นักเรียนดู 4. ครูแสดงตัวอย่างที่ 3 และอธิบายวิธีการแก้สมการ โดยครูบอกกับนักเรียนว่าจะต้องใช้สมบัติของลอการิทึมในการจัดรูปลอการิทึมให้เหลือเพียงค่าเดียว และครูและนักเรียนร่วมกันแก้สมการลอการิทึมบนกระดาน และนักเรียนเขียนลงในเอกสารประกอบการเรียนรู้ของตนเอง เช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 2 5. ครูแสดงตัวอย่างที่ 4 และอธิบายวิธีการแก้สมการที่ต้องใช้สมบัติของลอการิทึมในการจัดรูปก่อนแล้วจึงกำหนดตัวแปรแทนค่าลอการทึมจากนั้นแก้สมการพหุนามกำลังสองแล้วแทนค่ากลับ เพื่อหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบ

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<u>ขั้นสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่าง</u> 1. ครูใช้กลวิธีในการตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้สมการลอการิทึมแต่ละวิธีและแบบอย่างแต่ละประเภทที่ครูนำเสนอในขั้นที่ 2 ที่นักเรียนสรุปได้จากการสังเกตลักษณะสำคัญจากแบบอย่างในตัวอย่างที่ 1 - 5 ครูใช้ "แบบอย่างของการสะท้อนคิด" เพื่อเน้นในประเด็นที่นักเรียนเข้าใจยากหรือเข้าใจยังไม่ถูกต้องชัดเจน และใช้การถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย จนนักเรียนเกิดความเข้าใจที่ถูกต้องในเนื้อหาที่เรียน 2. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการสมการลอการิทึมแบบต่างๆ และครูถามนักเรียนอีกว่า การแก้สมการลอการิทึม มีประเด็นอะไรที่ต้องพิจารณาบ้าง เช่น ข้อควรระวัง ที่จำนวนหลัง log ต้องเป็นจำนวนจริงบวกเสมอ เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจอย่างถูกต้อง 3. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยเพิ่มเติม	6. ครูแสดงตัวอย่างที่ 5 และอธิบายวิธีการแก้สมการโดยจัดรูปสมการลอการิทึมให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังแล้วใช้สมบัติของเลขยกกำลัง เพื่อหาคำตอบ 7. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยเกี่ยวกับการแก้อสมการและครูอาจอธิบายเพิ่มเติม 8. ครูแจกใบงานที่ 12.1 (สำหรับกลุ่มควบคุม) ให้กับนักเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันแก้สมการลอการิทึมบนกระดาน และนักเรียนเขียนลงใบงานของตนเอง
<u>ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง</u> 1. ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ในครั้งนี้ คือ สมการลอการิทึมแต่ละลักษณะที่ใช้เพียงวิธีการเดียวในการแก้ พร้อมทั้งแจกใบงานที่ 12.1 (สำหรับกลุ่มทดลอง) ให้กับนักเรียน 2. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนใช้ "แบบอย่างของวิธีคิด" เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจบริบท และให้นักเรียนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของ "ความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาจากแบบอย่าง" ในขั้นที่ 3 กับบริบทของการเรียนรู้ และใช้ "แบบอย่างของวิธีการทำงาน" เพื่อนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสมการลอการิทึมลักษณะต่างๆ เพื่อจัดโครงสร้างความรู้ใหม่เพื่อให้เป็นความเข้าใจที่ถูกต้องชัดเจนมากขึ้น รวมถึงใช้ "แบบอย่างของการสะท้อนคิด" ร่วมด้วยทุกขั้นตอน ในใบงานที่ 12.1 โดยจับคู่กับเพื่อนที่นั่งข้างๆ และช่วยกันทำตามแบบอย่าง ซึ่งโจทย์มีลักษณะคล้าย	9. ครูแจกใบงานที่ 12.2 ให้กับนักเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันแก้สมการลอการิทึมบนกระดาน โดยครูถามนักเรียนว่าสมการในแต่ละข้อจะเริ่มแก้สมการอย่างไร ครูทำตามที่นักเรียนตอบและอธิบายเพิ่มเติม และนักเรียนเขียนลงในใบงานของตนเอง 10. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และครูอธิบายเพิ่มเติม

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
กับตัวอย่างในเอกสารประกอบการเรียนรู้ข้อ 1 – 5 โดยแยกรูปแบบสมการตามวิธีการแบบต่างๆ 3. ครูค่อยๆปล่อยให้นักเรียนทำด้วยตนเองภายใต้การสนับสนุนของครู และครูใช้กลวิธีในการสนับสนุนการเรียนรู้ที่เน้นการช่วยเหลือและการใช้คำถาม ในการช่วยเหลือสนับสนุนตามความสามารถของนักเรียน โดยคอยเดินดูนักเรียนขณะที่นักเรียนกำลังทำใบงานที่ 12.1 (สำหรับกลุ่มทดลอง) เพื่อคอยอำนวยความสะดวก และสังเกตการเรียนรู้ของนักเรียน โดยสังเกตแยกตามขั้นตอนย่อยว่านักเรียนไม่เข้าใจในขั้นตอนใด และให้ผลย้อนกลับในทันที ซึ่งครูจะค่อยๆ ลดการช่วยเหลือสนับสนุนลงเมื่อนักเรียนสามารถทำได้ดีขึ้น 4. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ร่วมกันอภิปรายแนวคิดในการแก้สมการของคู่ตนเอง จากนั้นจึงร่วมกันเฉลยบนกระดาน 5. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 6. ในกรณีที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถทำได้หรือยังเข้าใจไม่ชัดเจน ครูอาจให้นักเรียนกลับไปสังเกตแบบอย่างในอีกครั้ง	
<u>ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง</u> 1. ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ในครั้งนี้ คือ สมการลอการิทึมหลายลักษณะที่ใช้หลายวิธีการในการแก้ พร้อมทั้งแจกใบงานที่ 12.2 ให้กับนักเรียน 2. ครูให้นักเรียนฝึกใช้แบบอย่างด้วยตนเองในการนำ "ความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากแบบอย่าง" ไปประยุกต์ใช้ในการแก้สมการลอการิทึมที่มีหลายลักษณะในโจทย์เดียว ในใบงานที่ 12.2 โดยจับคู่กับเพื่อนที่นั่งข้างๆ และช่วยกันทำ เพื่อให้เกิดเป็นทักษะ หากมีข้อสงสัยนักเรียนถามครูได้	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
3. ครูใช้กลวิธีในการสนับสนุนการเรียนรู้ที่เน้นการช่วยเหลือและการใช้คำถาม ในการช่วยเหลือสนับสนุนตามความสามารถของนักเรียน โดยคอยเดินดูและสังเกตการประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่างของนักเรียน ซึ่งครูจะค่อย ๆ ลดการช่วยเหลือสนับสนุนลงเมื่อนักเรียนสามารถทำได้ดีขึ้น แต่ลดน้อยลงกว่าเดิม ระหว่างที่สังเกตนักเรียน เมื่อพบว่านักเรียนมีปัญหาในส่วนใดครูจะได้ทราบว่านักเรียนยังไม่เข้าใจในประเด็นใดบ้าง และเข้าไปช่วยแก้ไข 4. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ร่วมกันเฉลยและอธิบายแนวคิดของตนเองในการเลือกวิธีการแก้สมการของแต่ละคู่ จากนั้นครูตรวจสอบความถูกต้อง 5. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยเกี่ยวกับการแก้สมการลอการิทึม 6. ในกรณีที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถทำได้หรือยังเข้าใจไม่ชัดเจน ครูอาจให้นักเรียนกลับไปสังเกตแบบอย่างในตัวอย่างที่ 1 และ 2 อีกครั้ง	
<u>ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง</u> 1. นักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้สมการลอการิทึม รวมถึงกระบวนการคิด และ “แบบอย่าง” ที่ใช้ในการเรียนรู้วิธีการแก้สมการ ภายใต้การช่วยเหลือและสนับสนุนจากครู โดยครูใช้กลวิธีในการสรุปบทเรียนที่เน้นการยกตัวอย่าง การอธิบาย การใช้คำถาม และการใช้สื่อประกอบ ครูอาจให้นักเรียนร่วมกันสรุปพร้อมกันทั้งห้อง หรืออาจสุ่มเรียกหรือขออาสาสมัครในการสรุปวิธีการแก้สมการลอการิทึม 2. นักเรียนแต่ละคนสะท้อนความรู้ความสามารถของตนเองเกี่ยวกับวิธีการแก้สมการลอการิทึม รวมถึงกระบวนการคิดและ “แบบอย่าง” ที่ใช้ในการเรียนรู้ ว่ามีประเด็นใดบ้างที่นักเรียนยังไม่เข้าใจชัดเจนและต้องพัฒนา รวมถึงประเด็นที่นักเรียนเข้าใจดีแล้ว	**<u>ขั้นสรุป</u>** 1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้อสมการลอการิทึม 2. ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม เป็นการบ้าน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
3. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามส่วนที่ยังไม่เข้าใจ และให้นักเรียนที่เข้าใจเป็นผู้ตอบ เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงสิ่งที่ตนเองได้เรียนรู้และตระหนักว่าตนเองรู้จริงหรือไม่ 4. ครูมอบหมายให้นักเรียนกลับไปทบทวนความรู้ใหม่ที่ได้เรียนในวันนี้ และทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม เป็นการบ้าน เพื่อเพิ่มความเข้าใจและความแม่นยำ	

6. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

- กระดาน
- เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง สมการลอการิทึม (สำหรับกลุ่มทดลอง/ควบคุม)
- ใบงานที่ 12.1 เรื่อง สมการลอการิทึม (สำหรับกลุ่มทดลอง/ควบคุม)
- ใบงานที่ 12.2 เรื่อง สมการลอการิทึม
- หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

7. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ				
1. อธิบายวิธีการแก้สมการลอการิทึมได้	สังเกตจากการการตอบคำถามในชั้นเรียน	การถาม-ตอบ	นักเรียนร้อยละ 70 ตอบคำถามได้ถูกต้องถือว่าผ่าน	
ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนสามารถ				
1. ใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง	ผลการตรวจเอกสารประกอบการเรียนรู้ ใบงานที่ 12.1 – 12.2	เอกสารประกอบการเรียนรู้ ใบงานที่ 12.1 – 12.2	นักเรียนร้อยละ 70 สามารถทำได้ถือว่าผ่าน	
2. แก้สมการลอการิทึมได้				
ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ : นักเรียน				
1. มีความร่วมมือในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน	ประเมินผลจากแบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน	แบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน	มีคะแนนระดับคุณภาพอยู่ในระดับดีขึ้นไป ถือว่าผ่าน	
2. มีความรับผิดชอบและละเอียดรอบคอบในการทำงาน				
3. มีความตรงต่อเวลา				

8. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง : นักเรียนมีความกระตือรือร้นในขั้นสร้างแรงจูงใจ ทุกคนมีส่วนร่วมในการช่วยกลุ่มตอบสมบัติของลอการิทึมที่ใช้ในการหาค่าลอการิทึม และเมื่อครูแสดงแบบอย่างลักษณะต่างๆในการเรียนรู้วิธีการแก้สมการลอการิทึม นักเรียนมีความตั้งใจในการสังเกตและเรียนรู้จากแบบอย่าง นักเรียนให้ความร่วมมือในการตอบคำถามเป็นอย่างดี และเมื่อให้นักเรียนลงมือทำเอง นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ด้วยตนเอง ส่วนนักเรียนที่ไม่เข้าใจจะยกมือถามครู เพื่อให้ครูแนะแนวทางในการคิดวิเคราะห์สมการลักษณะต่างๆ จากนั้นนักเรียนก็สามารถทำเองได้มากขึ้นเรื่อยๆ จนถึงขั้นสรุป นักเรียนแสดงความกระตือรือร้นในการขอเป็นตัวแทนในการสรุปวิธีการแก้สมการลอการิทึม ครูจึงให้นักเรียนช่วยกันสรุปคนละ 1 ข้อ และให้นักเรียนคนอื่นๆช่วยเสริมรายละเอียดในแต่ละขั้นตอน ซึ่งนักเรียนสามารถสรุปได้ถูกต้อง

กลุ่มควบคุม : นักเรียนตั้งใจและให้ความร่วมมือในการเรียนการสอนดี แต่มีนักเรียนบางส่วนที่คุยกันบ้าง และเมื่อครูถาม นักเรียนส่วนใหญ่ยังตอบได้ไม่ชัดเจน ครูต้องอธิบายให้นักเรียนเข้าใจและต้องแก้สมการไปพร้อมกับนักเรียนเกือบทุกข้อ เพราะนักเรียนไม่สามารถแก้ด้วยตนเองได้

2. ปัญหา/อุปสรรคที่พบ

กลุ่มทดลอง : นักเรียนมักจะยกมือถามพร้อมกัน เนื่องจากสงสัยในจุดเดียวกัน จึงทำให้บางครั้งครูเดินไปตอบนักเรียนไม่ทัน

กลุ่มควบคุม : นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจวิธีการแก้สมการลอการิทึมดี แต่ไม่สามารถทำด้วยตนเองได้

3. ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไขปรับปรุง

กลุ่มทดลอง : เมื่อประเด็นไหนที่นักเรียนถามบ่อย ครูจะไปแนะแนวทางให้กับนักเรียนพร้อมกันหน้าห้อง เพื่อให้นักเรียนได้รับคำแนะนำอย่างทั่วถึง

กลุ่มควบคุม : ต้องมีเวลาในการให้นักเรียนฝึกแก้สมการด้วยตนเองมากกว่านี้ หรือบางครั้งครูต้องอธิบายและสอนนักเรียนวิเคราะห์สมการให้มากขึ้น

ลงชื่อ ....

(นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร)

เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง สมการลอการิทึม (สำหรับกลุ่มทดลอง)

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 5 **ภาคเรียนที่** 1 **ปีการศึกษา** 2560

ชื่อ .... **ชั้น** .... **เลขที่** ....

การแก้สมการลอการิทึม

สมการที่มีลอการิทึมของตัวแปร เรียกว่า สมการลอการิทึม มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายตามความเหมาะสมของสมการ บางครั้งในการหาคำตอบของสมการลอการิทึม อาจต้องอาศัยสมบัติของเอกซ์โพเนนเชียลมาช่วยในการหาคำตอบ

การแก้สมการลอการิทึม มีวิธีการหาคำตอบ ดังนี้

1) ทำฐานให้เท่ากัน เมื่อ $\log_a x = \log_a y$ จะได้ว่า $x = y$

2) ถอด log เมื่อ $\log_a x = y$ จะได้ว่า $x = a^y$

3) จัดให้อยู่ในรูปสมการพหุนามกำลังสอง กำหนดตัวแปรแทน $\log_a x$ แทนค่ากลับ และตรวจคำตอบ $(x > 0)$

4) ใช้สมบัติของเอกซ์โพเนนเชียล เมื่อ $a^x = a^y$ จะได้ $x = y$

*** ข้อควรระวัง** จำนวนหลัง log ต้องเป็นจำนวนจริงบวกเสมอ

1. ทำฐานให้เท่ากัน เมื่อ $\log_a x = \log_a y$ จะได้ว่า $x = y$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า x จากสมการ $\log x = 2 \log 4 + \log 32$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้สองข้างมี log ฐานเท่ากัน $\log x = \log 4^2 + \log 32$

$\log x = \log (16 \times 32)$

2. แปลงเป็นสมการปกติ (จำนวนหลัง log เท่ากัน) $x = 16 \times 32$

3. แก้สมการ $x = 512$

2. ถอด log เมื่อ $\log_a x = y$ จะได้ว่า $x = a^y$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่า x จากสมการ $\log_6 2x = 3$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้มี log ค่าเดียว $\log_6 2x = 3$

2. ถอด log $2x = 6^3$

3. แก้สมการ $2x = 216$

$x = 108$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่า x จากสมการ $\log(3x + 2) = \log(x - 1) + 1$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้มี log ค่าเดียว

$$\log(3x + 2) - \log(x - 1) = 1$$

$$\log\left(\frac{3x + 2}{x - 1}\right) = 1$$

2. ถอด log

$$\frac{3x + 2}{x - 1} = 10$$

3. แก้สมการ

$$3x + 2 = 10(x - 1)$$

$$3x + 2 = 10x - 10$$

$$7x = 12$$

$$x = \frac{12}{7}$$

3. จัดให้อยู่ในรูปสมการพหุนามกำลังสอง

กำหนดตัวแปรแทน $\log_a x$ แทนค่ากลับ และตรวจคำตอบ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาค่า x จากสมการ $\log_2 x + 4\log_x 2 = 5$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้เป็นพหุนามกำลังสอง

$$\log_2 x + \frac{4}{\log_2 x} = 5$$

$$(\log_2 x)^2 + 4 = 5\log_2 x$$

$$(\log_2 x)^2 - 5\log_2 x + 4 = 0$$

2. กำหนด A แทน $\log_2 x$

$$A^2 - 5A + 4 = 0$$

$$(A - 1)(A - 4) = 0$$

$$A = 1 \text{ หรือ } 4$$

3. แทนค่ากลับ

$$\log_2 x = 1 \text{ หรือ } 4$$

กรณี $\log_2 x = 1$ จะได้ $\log_2 x = 1$

$$x = 2^1$$

$$x = 2$$

กรณี $\log_2 x = 4$ จะได้ $\log_2 x = 4$

$$x = 2^4$$

$$x = 16$$

ดังนั้น x มีค่า 2 หรือ 16

4. ใช้สมบัติของเอกซ์โพเนนเชียล

เมื่อ $a^x = a^y$ จะได้ $x = y$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาค่า x จากสมการ $4^{\log x} = \frac{1}{8}$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้เป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเท่ากัน

$$2^{2\log x} = 2^{-3}$$

2. แปลงเป็นสมการปกติ (เลขชี้กำลังเท่ากัน)

$$2\log x = -3$$

3. แก้สมการ

$$\log x = -\frac{3}{2}$$

$$x = 10^{-\frac{3}{2}}$$

เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง สมการลอการิทึม (สำหรับกลุ่มควบคุม)

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 5 **ภาคเรียนที่** 1 **ปีการศึกษา** 2560

ชื่อ .... ชั้น .... เลขที่ ....

การแก้สมการลอการิทึม

สมการที่มีลอการิทึมของตัวแปร เรียกว่า สมการลอการิทึม มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายตามความเหมาะสมของสมการ บางครั้งในการหาคำตอบของสมการลอการิทึม อาจต้องอาศัยสมบัติของเอกซ์โพเนนเชียลมาช่วยในการหาคำตอบ

การแก้สมการลอการิทึม มีวิธีการหาคำตอบ ดังนี้

1) ทำฐานให้เท่ากัน เมื่อ $\log_a x = \log_a y$ จะได้ว่า $x = y$

2) ถอด log เมื่อ $\log_a x = y$ จะได้ว่า $x = a^y$

3) จัดให้อยู่ในรูปสมการพหุนามกำลังสอง กำหนดตัวแปรแทน $\log_a x$ แทนค่ากลับและตรวจคำตอบ $(x > 0)$

4) ใช้สมบัติของเอกซ์โพเนนเชียล เมื่อ $a^x = a^y$ จะได้ $x = y$

*** ข้อควรระวัง** จำนวนหลัง log ต้องเป็นจำนวนจริงบวกเสมอ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า x จากสมการ $\log x = 2 \log 4 + \log 32$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่า x จากสมการ $\log_6 2x = 3$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่า x จากสมการ $\log (3x + 2) = \log (x - 1) + 1$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่างที่ 4 จงหาค่า x จากสมการ $\log_2 x + 4 \log_x 2 = 5$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่างที่ 5 จงหาค่า x จากสมการ $4^{\log x} = \frac{1}{8}$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

ใบงานที่ 12.1 เรื่อง สมการลอการิทึม (สำหรับกลุ่มทดลอง)

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 5 **ภาคเรียนที่** 1 **ปีการศึกษา** 2560

ชื่อ .... ชั้น .... เลขที่ ....

1. ทำฐานให้เท่ากัน

1. จงหาค่า x จากสมการ $\log(x-1)+\log(x+1)=\log(2x+7)$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้สองข้างมี log ฐานเท่ากัน ....

....

2. แปลงเป็นสมการปกติ (จำนวนหลัง log เท่ากัน) ....

3. แก้สมการ ....

....

....

....

2. ถอด log

2. จงหาค่า x จากสมการ $\log(3x+5)=2$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้มี log ค่าเดียว ....

2. ถอด log ....

3. แก้สมการ ....

....

3. จงหาค่า x จากสมการ $\log(x+2)+\log(x-1)=1$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้มี log ค่าเดียว ....

....

2. ถอด log ....

3. แก้สมการ ....

....

3. จัดให้อยู่ในรูปสมการพหุนามกำลังสอง

4. จงหาค่า x จากสมการ $\log_3 x - \dfrac{8}{\log_3 x} = 2$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้เป็นพหุนามกำลังสอง ....

....

2. กำหนด A แทน ....

....

3. แทนค่ากลับ ....

กรณี .... จะได้ .... กรณี .... จะได้ ....

....

....

ดังนั้น x มีค่า ....

4. ใช้สมบัติของเอกซ์โพเนนเชียล

5. จงหาค่า x จากสมการ $\left(\dfrac{1}{27}\right)^{\log_5 2x} = 243$

วิธีทำ 1. จัดรูปสมการให้เป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเท่ากัน ....

2. แปลงเป็นสมการปกติ (เลขชี้กำลังเท่ากัน) ....

3. แก้สมการ ....

....

....

ใบงานที่ 12.1 เรื่อง สมการลอการิทึม (สำหรับกลุ่มควบคุม)

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 5 **ภาคเรียนที่** 1 **ปีการศึกษา** 2560

ชื่อ .... **ชั้น** .... **เลขที่** ....

1. จงหาค่า x จากสมการ $\log(x-1) + \log(x+1) = \log(2x+7)$	**2.** จงหาค่า x จากสมการ $\log(3x+5) = 2$
วิธีทำ	**วิธีทำ** ....
3. จงหาค่า x จากสมการ $\log(x+2) + \log(x-1) = 1$	**4.** จงหาค่า x จากสมการ $\log_3 x - \frac{8}{\log_3 x} = 2$
วิธีทำ	**วิธีทำ** ....
5. จงหาค่า x จากสมการ $\left(\frac{1}{27}\right)^{\log_5 2x} = 243$	
วิธีทำ	

ใบงานที่ 12.2 เรื่อง สมการลอการิทึม

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 5 **ภาคเรียนที่** 1 **ปีการศึกษา** 2560

ชื่อ .... ชั้น .... เลขที่ ....

1. จงหาค่า x จากสมการ $\log_2 3 + \log_2 x = \log_2 5 + \log_2 (x - 2)$	**2.** จงหาค่า x จากสมการ $\log 2x = \log 2 + 5$
วิธีทำ	**วิธีทำ** ....
3. จงหาค่า x จากสมการ $\log x = 1 - \log (x - 9)$	**4.** จงหาค่า x จากสมการ $\log_2 (\log_3 x) = 4$
วิธีทำ	**วิธีทำ** ....
5. จงหาค่า x จากสมการ $(\log x)^2 + 5(\log x)(\log 2) + 6(\log 2)^2 = 0$	**6.** จงหาค่า x จากสมการ $2^{\frac{1}{\log_5 x}} = \frac{1}{16}$
วิธีทำ	**วิธีทำ** ....

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม จำนวน 1 คาบ 50 นาที
เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ผู้สอน นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร

---

1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. ประยุกต์ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหาได้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

<u>ด้านความรู้</u> : นักเรียนสามารถ

1. อธิบายขั้นตอนการนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้การแก้ปัญหาได้

<u>ด้านทักษะและกระบวนการ</u> : นักเรียนสามารถ

1. ใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้การแก้ปัญหาได้

<u>ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์</u> : นักเรียน

1. มีความร่วมมือในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
2. มีความรับผิดชอบและละเอียดรอบคอบในการทำงาน
3. มีความตรงต่อเวลา

3. สาระสำคัญ

การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลสามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้ในหลายสาขาวิชา เช่น วิชาชีววิทยา ศึกษาเกี่ยวกับการเพิ่มของจำนวนประชากร วิชาเคมี ศึกษาการเสื่อมสลายของสารกัมมันตภาพรังสี รวมถึงการคำนวณดอกเบี้ยทบต้นที่พบเจอในชีวิตประจำวัน

4. สาระการเรียนรู้

การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลสามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้ในหลายสาขาวิชา เช่น วิชาชีววิทยา ศึกษาเกี่ยวกับการเพิ่มของจำนวนประชากร วิชาเคมี ศึกษาการเสื่อมสลายของสารกัมมันตภาพรังสี รวมถึงการคำนวณดอกเบี้ยทบต้นที่พบเจอในชีวิตประจำวัน

1. การเจริญเติบโตของประชากร

- การเพิ่มจำนวนไม่ได้เป็นไปอย่างต่อเนื่องตลอดเวลา

จำนวนประชากรที่เติบโตแบบเอกซ์โพเนนเชียลมีสูตรดังนี้

$$n(t) = n_0(1 + r)^t$$

เมื่อ $n(t)$ แทน จำนวนประชากร เมื่อเวลาผ่านไป t ปี

n_0 แทน จำนวนประชากร ณ เวลาเริ่มต้น

r แทน อัตราการเติบโตของประชากรต่อเวลา

t แทน เวลา

ตัวอย่างที่ 1 ในปี พ.ศ. 2548 จำนวนประชากรของจังหวัดหนึ่งเท่ากับ 250,000 คน ถ้าจำนวนประชากรของจังหวัดนี้เติบโตเท่ากับ 3% ต่อปี

(1) จงหาจำนวนประชากรของจังหวัดนี้เมื่อเวลาผ่านไป 10 ปี

(2) จงหาว่าอีกประมาณกี่ปี จังหวัดนี้จึงจะมีจำนวนประชากรเป็นสองเท่าของเมื่อเริ่มต้น

วิธีทำ จากสูตร $n(t) = n_0(1 + r)^t$

ในที่นี้ $n_0 = 250{,}000$ คน $r = 3\ \% = 0.03$

(1) ถ้า $t = 10$ ปี แล้ว $n(t) = 250{,}000(1 + 0.03)^{10} = 250{,}000(1.03)^{10} \approx 335{,}980$ คน

(2) ต้องการให้ $n(t) = 2n_o$ ซึ่ง $n(t) = 500{,}000$

จากสูตร $n(t) = n_0(1 + r)^t$

จะได้ว่า

$$500{,}000 = 250{,}000(1.03)^t$$

$$2 = (1.03)^t$$

$$\log 2 = \log (1.03)^t$$

$$\log 2 = t \log 1.03$$

$$t = \frac{\log 2}{\log 1.03} = \frac{0.0301}{0.012} \approx 23.5 \text{ ปี}$$

- การเพิ่มจำนวนเป็นไปอย่างต่อเนื่องตลอดเวลา

จำนวนประชากรที่เติบโตแบบเอกซ์โพเนนเชียลมีสูตรดังนี้

$$n(t) = n_0e^{rt}$$

เมื่อ $n(t)$ แทน จำนวนประชากร เมื่อเวลาผ่านไป t ชั่วโมง

n_0 แทน จำนวนประชากร ณ เวลาเริ่มต้น

r แทน อัตราการเติบโตของประชากรต่อเวลา

t แทน เวลา

ตัวอย่างที่ 2 ในห้องปฏิบัติการแห่งหนึ่ง เพาะเลี้ยงแบคทีเรียชนิดหนึ่ง พบว่า จำนวนแบคทีเรียเมื่อเริ่มต้นทดลองเท่ากับ 10 ตัว และมีอัตราการเติบโตเท่ากับ 60% ต่อชั่วโมง

(1) จงหาจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป 6 ชั่วโมง

(2) จงหาว่าเวลาผ่านไปกี่ชั่วโมง จำนวนแบคทีเรียถึงจะเท่ากับ 1,000 ตัว

วิธีทำ จากสูตร $n(t) = n_0e^{rt}$

ในที่นี้ $n_o = 10$ ตัว $r = 60\ \% = 0.60$

(1) ถ้า t = 6 ชั่วโมง แล้ว $n(t) = 10e^{(0.6)(6)} = 10e^3 \approx 366$ ตัว

(2) ต้องการให้ $n(t) = 1{,}000$

จะได้ว่า

$$1{,}000 = 10e^{(0.6)t}$$

$$100 = e^{(0.6)t}$$

$$\ln 100 = \ln e^{(0.6)t}$$

$$\ln 100 = 0.6t \ln e$$

$$t = \frac{\log 100}{0.6} = \frac{2}{0.6} \approx 3.3 \text{ ชั่วโมง}$$

2. ดอกเบี้ยทบต้น

การหาจำนวนเงินฝากพร้อมดอกเบี้ย มีสูตรดังนี้

$$A = P(1 + \frac{r}{n})^{nt}$$

เมื่อ A แทน เงินฝากรวมดอกเบี้ยเมื่อครบ t ปี

P แทน จำนวนเงินฝากเริ่มต้น

r แทน อัตราการเติบโตของแบคทีเรียต่อเวลา

n แทน จำนวนงวดต่อปี

t แทน จำนวนปีที่ฝากเงิน

ตัวอย่างที่ 3 ถ้านำเงินฝากธนาคาร 1,000 บาท ธนาคารให้ดอกเบี้ยแบบทบต้นในอัตรา 5% ต่อปี โดยให้ดอกเบี้ยทุก 3 เดือน (ปีละ 4 ครั้ง)

(1) จงหาจำนวนเงินฝากพร้อมดอกเบี้ยเมื่อฝากครบ 5 ปี

(2) ถ้าต้องการเงินฝากพร้อมดอกเบี้ยเป็นสองเท่าของเงินฝากเริ่มต้น จงหาว่าจะต้องฝากเป็นเวลากี่ปี

วิธีทำ จากสูตร $A = P(1 + \frac{r}{n})^{nt}$

ในที่นี้ P = 1,000 บาท r =5 % = 0.05 ต่อปี n = 4 งวดต่อปี

(1) ถ้า t = 5 ปี แล้ว $A = 1{,}000(1 + \frac{0.05}{4})^{(4)(5} = 1{,}000(1.0125)^{20} \approx 1{,}282$ บาท

(2) ต้องการให้ A = 2,000

จะได้ว่า $2{,}000 = 1{,}000(1 + \frac{0.05}{4})^{(4)t}$

$2 = (1.0125)^{4t}$

$\log 2 = \log (1.0125)^{4t}$

$\log 2 = 4t \log 1.0125$

$t = \frac{\log 2}{4 \log 1.0125} \approx 4$ ปี

3. การเสื่อมสลายของสารกัมมันตภาพรังสี

การสลายตัวของสารกัมมันตภาพรังสี ที่มีครึ่งชีวิต h วัน มีสูตรดังนี้

$$m(t) = m_0e^{-rt}$$

เมื่อ m(t) แทน ปริมาณของสารกัมมันตภาพรังสีที่เหลืออยู่ เมื่อเวลาผ่านไป t

m_0 แทน ปริมาณของสารกัมมันตภาพรังสี เมื่อเริ่มต้น t = 0

t แทน เวลา

h แทน ครึ่งชีวิตของสารกัมันตภาพรังสี

$r = \frac{\ln 2}{h}$

ตัวอย่างที่ 4 สารกัมมันตภาพรังสี แกลเลียม -67 (^{67}Ga) ที่ใช้ในการรักษาโรคเนื้องอก มีครึ่งชีวิตเท่ากับ 46.5 ชั่วโมง ถ้าเริ่มต้นด้วยสารกัมมันตภาพรังสีนี้ที่มีปริมาณ 100 มิลลิกรัม

(1) จงหาปริมาณของสารกัมมันตภาพรังสีที่เหลือ หลังเวลาผ่านไป 1 สัปดาห์

(2) ใช้เวลานานเท่าใดปริมาณของสารกัมมันตภาพรังสีเหลือ 25 มิลลิกรัม

วิธีทำ จากสูตร $m(t) = m_0e^{-rt}$

ในที่นี้ $m_o = 100$ มิลลิกรัม $h = 46.5$ ชั่วโมง และ $r = \dfrac{\ln 2}{46.5} \approx 0.0149$

(1) ถ้า $t = 168$ ชั่วโมง แล้ว

$$\begin{aligned} m(t) &= 100e^{-(0.0149)(168)} \\ &= 100e^{-2.5032} \\ &= 100(0.0818) \\ &\approx 8.18 \text{ มิลลิกรัม} \end{aligned}$$

(2) ต้องการให้ $m(t) = 25$ มิลลิกรัม

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 25 &= 100e^{-(0.0149)t} \\ 0.25 &= e^{-(0.0149)t} \\ \ln 0.25 &= -0.0149t \ln e \\ -1.386 &= -0.0149t \\ t &= \frac{-1.386}{-0.0149} \approx 93 \text{ ชั่วโมง} \end{aligned}$$

5. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<u>ขั้นสร้างแรงจูงใจ</u> 1. ครูใช้กลวิธีสร้างแรงจูงใจในชั้นเรียน โดยชวนนักเรียนพูดคุยเกี่ยวกับประโยชน์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จากนั้นเปิดคลิปวิดีโอที่เป็นการประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลให้นักเรียนดู 3 คลิป โดยคลิปแรกเป็นนิทานในอดีตที่นักคณิตศาสตร์ที่คิดเกมหมากรุกให้กับกษัตริย์และได้รับความชื่นชอบ จึงได้รับรางวัล เขาขอรางวัลเป็นเมล็ดข้าว 1 เมล็ดในตารางช่องแรก 2 เมล็ดในตารางช่องสอง และ 4 เมล็ดในตารางช่องสาม เป็นเช่นนี้เรื่อยไปจนครบ 64 ช่องของตารางหมากรุก และพบว่าเมื่อใช้เมล็ดข้าวจนหมดท้องพระคลัง ก็ยังวางเมล็ดข้าวลงในช่องหมากรุกไม่ถึงครึ่งเลย จนต้องไปหาเมล็ดข้าวจากเมืองอื่น สร้างความงุนงงให้	**<u>ขั้นนำ</u>** 1. ครูให้นักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เดิม เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เพื่อนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา 2. ครูบอกกับนักเรียนว่า วันนี้เราจะมาเรียนเกี่ยวกับการประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
กับกษัตริย์เป็นอย่างมาก ซึ่งนั่นเป็นอิทธิพลของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยครูอธิบายประกอบให้นักเรียนฟัง 2. จากนั้นครูเปิดคลิปวิดีโอที่ 2 ให้นักเรียนดู ซึ่งเป็นคลิปเกี่ยวกับการเพิ่มขึ้นของระดับน้ำในอ่างที่เพิ่มขึ้นทวีคูณในทุกๆนาที ซึ่งในคลิปพบว่า เมื่อผ่านไปไม่กี่นาทีน้ำก็ล้นเต็มอ่าง และในนาทีถัดไปจำนวนน้ำก็เพิ่มเป็น 2 อ่าง ซึ่งในนาทีถัดไปก็เพิ่มเป็น 4 อ่าง และนั่นก็เป็นอิทธิพลของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยครูอธิบายประกอบให้นักเรียนฟัง 3. จากนั้นครูเปิดคลิปที่ 3 ให้นักเรียนดู ซึ่งเป็นการให้นักเรียนได้ทดลองปล่อยลูกบอลในกล่องที่ภายในบรรจุลูกบอลอยู่หลายสิบลูก แซะพบว่าเมื่อลูกบอลกระทบลูกบอล 2 ลูก 2 ลูกนั้นก็จะไปกระทบลูกบอลอีก 2 ลูก ไปเรื่อย และเมื่อเวลาผ่านไปลูกบอลก็จะกระทบกันไปมาหมดทั้งกล่องเป็นอิทธิพลของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยครูอธิบายประกอบให้นักเรียนฟัง 4. ครูบอกกับนักเรียนว่า เราสามารถประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้กับหลายสาขาวิชา ซึ่งเราจะได้เรียนรู้รายละเอียดในวันนี้	
<u>ขั้นใช้แบบอย่างในการนำเสนอความรู้ใหม่</u> 1. ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ในครั้งนี้ คือ สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล พร้อมทั้งแจกเอกสารประกอบการเรียนรู้ (สำหรับกลุ่มทดลอง) ให้กับนักเรียน 2. ครูแสดง “แบบอย่างของวิธีคิด” เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจบริบทของโจทย์แต่ละข้อ โดยวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของสูตร ว่ามีองค์ประกอบอะไรบ้าง สัญลักษณ์ต่างๆที่ปรากฏในสูตรเป็นตัวแทนของค่าใด และเงื่อนไขของสูตรมีข้อจำกัดอย่างไร ต้องใช้หน่วยอะไรในการแทนค่าในสูตร	**<u>ขั้นสอน</u>** 1. ครูแจกเอกสารประกอบการเรียนรู้ (สำหรับกลุ่มควบคุม) ให้กับนักเรียนและอธิบายวิธีการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล 2. ครูแสดงตัวอย่างที่ 1 และอธิบายการนำฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการคำนวณจำนวนประชากรที่เพิ่มขึ้นแบบไม่ต่อเนื่อง โดยแสดง

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
เริ่มจากเชื่อมโยงความรู้เดิมเกี่ยวกับสมบัติของเลขยกกำลังที่ต้องใช้ในการหาคำตอบจากสูตรนั้น และความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ในการเรียนรู้ความรู้ใหม่ โดยให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนข้างๆดูจากเอกสารประกอบการเรียนรู้ที่ครูแจกให้และร่วมกันสังเกตลักษณะสำคัญและวิธีหาคำตอบของสูตรแต่ละสูตร 3. ครูแสดง “แบบอย่างของวิธีการทำงาน” ที่เป็นระบบเพื่อเรียนรู้วิธีการประยุกต์ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เริ่มจากการอ่านสถานการณ์ปัญหาในโจทย์และพิจารณารายละเอียด วางแผนการแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน โดยเลือกสูตรให้เหมาะสมกับปัญหา และแทนค่าลงในสูตรให้ถูกต้องตามสัญลักษณ์และหน่วยที่กำหนดในสูตร และหาคำตอบให้สอดคล้องกับปัญหา รวมถึงตรวจสอบคำตอบที่เหมาะสม โดยเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับการเจริญเติบโตของประชากร ในตัวอย่างที่ 1 และ 2 เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับดอกเบี้ยทบต้นในตัวอย่างที่ 3 และเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับการเสื่อมสลายของสารกัมมันตภาพรังสีในตัวอย่างที่ 4 4. ครูแสดง “แบบอย่างของการสะท้อนคิด” ในการกำกับการคิดในขั้นตอนย่อยแต่ละขั้น เช่น ในการหาค่าเลขยกกำลังจะต้องใช้สมบัติอะไร และกำกับการทำงานในทุกๆขั้นตอนว่าจะต้องดำเนินการตามแผนอย่างไร ในระหว่างการเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล 5. ครูกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตลักษณะสำคัญและตัวอย่างของการประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล การใช้แบบอย่างประเภทต่างๆ และทำความเข้าใจแบบอย่างแล้วสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่างตามความเข้าใจด้วยตนเอง ในระหว่างที่ครูนำเสนอแบบอย่าง	สูตรที่ใช้ในการคำนวณและอธิบายสัญลักษณ์ต่างๆ และนำค่าในโจทย์ปัญหาไปแทนลงในสูตร โดยให้นักเรียนช่วยกันใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการหาคำตอบ จากนั้นครูแสดงการหาคำตอบให้นักเรียนดูพร้อมทั้งให้นักเรียนเขียนลงในเอกสารประกอบการเรียนรู้ของตนเองและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 3. ครูแสดงตัวอย่างที่ 2 และอธิบายการนำฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการคำนวณจำนวนประชากรที่เพิ่มขึ้นแบบต่อเนื่อง โดยแสดงสูตรที่ใช้ในการคำนวณและอธิบายสัญลักษณ์ต่างๆ และนำค่าในโจทย์ปัญหาไปแทนลงในสูตร โดยให้นักเรียนช่วยกันใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการหาคำตอบ จากนั้นครูแสดงการหาคำตอบให้นักเรียนดูพร้อมทั้งให้นักเรียนเขียนลงในเอกสารประกอบการเรียนรู้ของตนเองและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 4. ครูแสดงตัวอย่างที่ 3 และอธิบายการนำฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการคำนวณดอกเบี้ยทบต้น โดยแสดงสูตรที่ใช้ในการคำนวณและอธิบายสัญลักษณ์ต่างๆ และนำค่าในโจทย์ปัญหาไปแทนลงในสูตร

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
6. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปรายรายละเอียดวิธีการแก้สมการในแต่ละแบบ และซักถามข้อสงสัย	โดยให้นักเรียนช่วยกันใช้สมบัติของ
<u>ขั้นสรุปสาระสำคัญจากแบบอย่าง</u> 1. ครูใช้กลวิธีในการตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหาแต่ละบริบทและแบบอย่างแต่ละประเภทที่ครูนำเสนอในขั้นที่ 2 ที่นักเรียนสรุปได้จากการสังเกตลักษณะสำคัญจากแบบอย่างในตัวอย่างที่ 1 - 5 ครูใช้ “แบบอย่างของการสะท้อนคิด” เพื่อเน้นในประเด็นที่นักเรียนเข้าใจยากหรือเข้าใจยังไม่ถูกต้องชัดเจน และใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบาย จนนักเรียนเกิดความเข้าใจที่ถูกต้องในเนื้อหาที่เรียน 2. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหาในบริบทต่างๆ และครูถามนักเรียนอีกว่า การประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหา มีประเด็นอะไรที่ต้องพิจารณาบ้าง เช่น การเลือกใช้สูตรให้เหมาะสมกับบริบทสถานการณ์ปัญหา เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจอย่างถูกต้อง 3. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยเพิ่มเติม	เลขยกกำลังในการหาคำตอบ จากนั้นครูแสดงการหาคำตอบให้นักเรียนดู พร้อมทั้งให้นักเรียนเขียนลงในเอกสารประกอบการเรียนรู้ของตนเองและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 5. ครูแสดงตัวอย่างที่ 4 และอธิบายการนำฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการคำนวณการเสื่อมสลายของสารกัมมันตภาพรังสี โดยแสดงสูตรที่ใช้ในการคำนวณและอธิบายสัญลักษณ์ต่างๆ และนำค่าในโจทย์ปัญหาไปแทนลงในสูตร โดยให้นักเรียนช่วยกันใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการหาคำตอบ จากนั้นครูแสดงการหาคำตอบให้นักเรียนดู พร้อมทั้งให้นักเรียนเขียนลงในเอกสารประกอบการเรียนรู้ของตนเองและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 7. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยเกี่ยวกับการแก้อสมการ และครูอาจอธิบายเพิ่มเติม 8. ครูแจกใบงานที่ 14.1 (สำหรับกลุ่มควบคุม) ให้กับนักเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาบนกระดาน และนักเรียนเขียนลงในใบงานของตนเอง
<u>ขั้นจัดโครงสร้างความรู้ใหม่จากแบบอย่าง</u> 1. ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ในครั้งนี้ คือ สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล พร้อมทั้งแจกใบงานที่ 14.1 (สำหรับกลุ่มทดลอง) ให้กับนักเรียน 2. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนใช้ “แบบอย่างของวิธีคิด” เพื่อวิเคราะห์และทำความเข้าใจบริบท และให้นักเรียนเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของ “ความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาจากแบบอย่าง” ในขั้นที่ 3 กับบริบทของการเรียนรู้ และใช้ “แบบอย่างของวิธีการทำงาน” เพื่อนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาบริบทต่างๆ เพื่อจัดโครงสร้างความรู้ใหม่เพื่อให้เป็นความเข้าใจที่ถูกต้องชัดเจน	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
มากขึ้น รวมถึงใช้ "แบบอย่างของการสะท้อนคิด" ร่วมด้วยทุกขั้นตอน ในใบงานที่ 14.1 โดยจับคู่กับเพื่อนที่นั่งข้างๆ และช่วยกันทำตามแบบอย่าง ซึ่งโจทย์มีลักษณะคล้ายกับตัวอย่างในเอกสารประกอบการเรียนรู้ข้อ 1 – 4 โดยแยกตามบริบทของสถานกาณ์ปัญหาต่างๆ 3. ครูค่อยๆปล่อยให้นักเรียนทำด้วยตนเองภายใต้การสนับสนุนของครู และครูใช้กลวิธีในการสนับสนุนการเรียนรู้ที่เน้นการช่วยเหลือและการใช้คำถาม ในการช่วยเหลือสนับสนุนตามความสามารถของนักเรียน โดยคอยเดินดูนักเรียนขณะที่นักเรียนกำลังทำใบงานที่ 14.1 (สำหรับกลุ่มทดลอง) เพื่อคอยอำนวยความสะดวก และสังเกตการเรียนรู้ของนักเรียน โดยสังเกตแยกตามขั้นตอนย่อยว่านักเรียนไม่เข้าใจในขั้นตอนใด และให้ผลย้อนกลับในทันที ซึ่งครูจะค่อย ๆ ลดการช่วยเหลือสนับสนุนลงเมื่อนักเรียนสามารถทำได้ดีขึ้น 4. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ร่วมกันอภิปรายแนวคิดในการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหา จากนั้นจึงร่วมกันเฉลยบนกระดาน 5. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 6. ในกรณีที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถทำได้หรือยังเข้าใจไม่ชัดเจน ครูอาจให้นักเรียนกลับไปสังเกตแบบอย่างในอีกครั้ง	9. ครูแจกใบงานที่ 14.2 ให้กับนักเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาบนกระดาน โดยครูถามนักเรียนว่า ปัญหาแต่ละข้อจะเริ่มแก้อย่างไร ต้องใช้สูตรใด ครูทำตามที่นักเรียนตอบ และอธิบายเพิ่มเติม และนักเรียนเขียนลงในใบงานของตนเอง 10. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และครูอธิบายเพิ่มเติม
<u>**ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่าง**</u> 1. ครูนำเสนอบริบทการเรียนรู้ในครั้งนี้ คือ สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่ซับซ้อน พร้อมทั้งแจกใบงานที่ 14.2 ให้กับนักเรียน 2. ครูให้นักเรียนฝึกใช้แบบอย่างด้วยตนเองในการนำ "ความรู้ใหม่หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากแบบอย่าง" ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ซับซ้อน ในใบงานที่ 14.2 โดยจับคู่กับเพื่อนที่นั่งข้างๆ และช่วยกันทำเพื่อให้เกิดเป็นทักษะ หากมีข้อสงสัยนักเรียนถามครูได้	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
3. ครูใช้กลวิธีในการสนับสนุนการเรียนรู้ที่เน้นการช่วยเหลือและการใช้คำถาม ในการช่วยเหลือสนับสนุนตามความสามารถของนักเรียน โดยคอยเดินดูและสังเกตการประยุกต์ใช้ความรู้ใหม่จากแบบอย่างของนักเรียน ซึ่งครูจะค่อย ๆ ลดการช่วยเหลือสนับสนุนลงเมื่อนักเรียนสามารถทำได้ดีขึ้น แต่ลดน้อยลงกว่าเดิม ระหว่างที่สังเกตนักเรียน เมื่อพบว่านักเรียนมีปัญหาในส่วนใดครูจะได้ทราบว่านักเรียนยังไม่เข้าใจในประเด็นใดบ้าง และเข้าไปช่วยแก้ไข 4. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ร่วมกันเฉลยและอธิบายแนวคิดของตนเองในการเลือกสูตรในการแก้ปัญหาของแต่ละคู่ จากนั้นครูตรวจสอบความถูกต้อง 5. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหา 6. ในกรณีที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถทำได้หรือยังเข้าใจไม่ชัดเจน ครูอาจให้นักเรียนกลับไปสังเกตแบบอย่างในตัวอย่างที่ 1 และ 2 อีกครั้ง	
<u>ขั้นสรุปบทเรียนจากแบบอย่าง</u> 1. นักเรียนร่วมกันสรุปการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหา รวมถึงกระบวนการคิด และ “แบบอย่าง” ที่ใช้ในการเรียนรู้การการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหา ภายใต้การช่วยเหลือและสนับสนุนจากครู โดยครูใช้กลวิธีในการสรุปบทเรียนที่เน้นการยกตัวอย่าง การอธิบาย การใช้คำถาม และการใช้สื่อประกอบ ครูอาจให้นักเรียนร่วมกันสรุปพร้อมกันทั้งห้องหรืออาจสุ่มเรียกหรือขออาสาสมัครในการสรุปการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหา 2. นักเรียนแต่ละคนสะท้อนความรู้ความสามารถของตนเองเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหา รวมถึงกระบวนการคิด และ “แบบอย่าง” ที่ใช้ในการเรียนรู้ ว่ามีประเด็นใดบ้างที่นักเรียนยังไม่เข้าใจชัดเจน	**<u>ขั้นสรุป</u>** 1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหา 2. ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม เป็นการบ้าน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
และต้องพัฒนา รวมถึงประเด็นที่นักเรียนเข้าใจดีแล้ว 3. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามส่วนที่ยังไม่เข้าใจ และให้นักเรียนที่เข้าใจเป็นผู้ตอบ เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงสิ่งที่ตนเองได้เรียนรู้และตระหนักว่าตนเองรู้จริงหรือไม่ 4. ครูมอบหมายให้นักเรียนกลับไปทบทวนความรู้ใหม่ที่ได้เรียนในวันนี้ และทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม เป็นการบ้าน เพื่อเพิ่มความเข้าใจและความแม่นยำ	

6. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

- กระดาน
- เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (สำหรับกลุ่มทดลอง/ควบคุม)
- ใบงานที่ 12.1 เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (สำหรับกลุ่มทดลอง/ควบคุม)
- ใบงานที่ 12.2 เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
- หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

7. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ				
1. อธิบายขั้นตอนการนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้การแก้ปัญหาได้	สังเกตจากการการตอบคำถามในชั้นเรียน	การถาม-ตอบ	นักเรียนร้อยละ 70 ตอบคำถามได้ถูกต้องถือว่าผ่าน	
ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนสามารถ				
1. ใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง	ผลการตรวจเอกสารประกอบการเรียนรู้ ใบงานที่ 14.1 – 14.2	เอกสารประกอบการเรียนรู้ ใบงานที่ 14.1 – 14.2	นักเรียนร้อยละ 70 สามารถทำได้ถือว่าผ่าน	
2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้การแก้ปัญหาได้				
ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ : นักเรียน				
1. มีความร่วมมือในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน	ประเมินผลจากแบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน	แบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน	มีคะแนนระดับคุณภาพอยู่ในระดับดีขึ้นไปถือว่าผ่าน	
2. มีความรับผิดชอบและละเอียดรอบคอบในการทำงาน				
3. มีความตรงต่อเวลา				

8. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง : เมื่อเปิดคลิปเกี่ยวกับการประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลให้นักเรียนดูในขั้นสร้างแรงจูงใจ นักเรียนแสดงความกระตือรือร้นและตื่นเต้นอย่างมาก เพราะเป็นคลิปที่นักเรียนไม่เคยเห็นมาก่อน และเมื่อครูแสดงแบบอย่างลักษณะต่างๆในการเรียนรู้การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในบริบทต่างๆ นักเรียนมีความตั้งใจในการสังเกตและเรียนรู้จากแบบอย่าง และให้ความร่วมมือในการตอบคำถามเป็นอย่างดี และเมื่อให้นักเรียนลงมือทำเอง นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ด้วยตนเอง ส่วนนักเรียนที่ไม่เข้าใจจะยกมือถามครู เพื่อให้ครูแนะแนวทางในการคิดวิเคราะห์สมการลักษณะต่างๆ จากนั้นนักเรียนก็สามารถทำเองได้มากขึ้นเรื่อยๆ จนถึงขั้นสรุป นักเรียนทุกคนช่วยกันสรุปสูตรต่างๆที่ใช้ในการการประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในบริบทต่างๆ ได้ถูกต้อง

กลุ่มควบคุม : นักเรียนตั้งใจและให้ความร่วมมือในการเรียนการสอนดี แต่มีนักเรียนบางส่วนที่คุยกันบ้าง แต่น้อยลงมาก และเมื่อครูถาม นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบได้ถูกต้องแต่ยังไม่ชัดเจน ครูต้องอธิบายเพิ่มเติมให้นักเรียนเข้าใจ

2. ปัญหา/อุปสรรคที่พบ

กลุ่มทดลอง : นักเรียนบางคนมีปัญหาเกี่ยวกับการคิดคำนวณ จำนวนที่มีหลายหลัก จึงทำให้สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

กลุ่มควบคุม : นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจการใช้สูตรที่กำหนดให้ แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลมาใช้แก้ปัญหาด้วยตนเองได้

3. ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไขปรับปรุง

กลุ่มทดลอง : เมื่อนักเรียนมีปัญหาในการคำนวณจำนวณที่มีค่ามากๆ ครูสอนวิธีลัดในการคิดเลขให้เร็วขึ้น

กลุ่มควบคุม : ครูต้องอธิบายและทบทวนสมบัติต่างๆให้กับนักเรียน

ลงชื่อ ....

(นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร)

เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (สำหรับกลุ่มทดลอง)

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 5 **ภาคเรียนที่** 1 **ปีการศึกษา** 2560

ชื่อ .... ชั้น .... เลขที่ ....

1. การเจริญเติบโตของประชากร

- การเพิ่มจำนวนไม่ได้เป็นไปอย่างต่อเนื่องตลอดเวลา

จำนวนประชากรที่เติบโตแบบเอกซ์โพเนนเชียลมีสูตรดังนี้

$$n(t) = n_0(1 + r)^t$$

เมื่อ $n(t)$ แทน จำนวนประชากร เมื่อเวลาผ่านไป t ปี

n_0 แทน จำนวนประชากร ณ เวลาเริ่มต้น

r แทน อัตราการเติบโตของประชากรต่อเวลา

t แทน เวลา

ตัวอย่างที่ 1 ในปี พ.ศ. 2548 จำนวนประชากรของจังหวัดหนึ่งเท่ากับ 250,000 คน ถ้าจำนวนประชากรของจังหวัดนี้เติบโตเท่ากับ 3% ต่อปี

(3) จงหาจำนวนประชากรของจังหวัดนี้เมื่อเวลาผ่านไป 10 ปี

(4) จงหาว่าอีกประมาณกี่ปี จังหวัดนี้จึงจะมีจำนวนประชากรเป็นสองเท่าของเมื่อเริ่มต้น

วิธีทำ จากสูตร $n(t) = n_0(1 + r)^t$

ในที่นี้ n_0 = ... คน r = ... % = ...

(3) ถ้า t = 10 ปี แล้ว $n(t) = 250,000(1 + 0.03)^{10} = 250,000(1.03)^{10} \approx$ 335,980 คน

(4) ต้องการให้ $n(t) = 2n_o$ ซึ่ง $n(t) = 500,000$

จากสูตร $n(t) = n_0(1 + r)^t$

จะได้ว่า

$$500,000 = 250,000(1.03)^t$$

$$2 = (1.03)^t$$

$$\log 2 = \log (1.03)^t$$

$$\log 2 = t \log 1.03$$

$$t = \frac{\log 2}{\log 1.03} = \frac{0.0301}{0.012} \approx 23.5 \text{ ปี}$$

- การเพิ่มจำนวนเป็นไปอย่างต่อเนื่องตลอดเวลา

จำนวนประชากรที่เติบโตแบบเอกซ์โพเนนเชียลมีสูตรดังนี้

$$n(t) = n_0e^{rt}$$

เมื่อ $n(t)$ แทน จำนวนประชากร เมื่อเวลาผ่านไป t ชั่วโมง

n_0 แทน จำนวนประชากร ณ เวลาเริ่มต้น

r แทน อัตราการเติบโตของประชากรต่อเวลา

t แทน เวลา

ตัวอย่างที่ 2 ในห้องปฏิบัติการแห่งหนึ่ง เพาะเลี้ยงแบคทีเรียชนิดหนึ่ง พบว่า จำนวนแบคทีเรียเมื่อเริ่มต้นทดลองเท่ากับ 10 ตัว และมีอัตราการเติบโตเท่ากับ 60% ต่อชั่วโมง

(3) จงหาจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป 6 ชั่วโมง

(4) จงหาว่าเวลาผ่านไปกี่ชั่วโมง จำนวนแบคทีเรียถึงจะเท่ากับ 1,000 ตัว

วิธีทำ จากสูตร $n(t) = n_0e^{rt}$

ในที่นี้ n_o = ... ตัว r = ... % = ...

(3) ถ้า t = 6 ชั่วโมง แล้ว $n(t) = 10e^{(0.6)(6)} = 10e^3 \approx 366$ ตัว

(4) ต้องการให้ $n(t) = 1,000$

จะได้ว่า

$$1,000 = 10e^{(0.6)t}$$

$$100 = e^{(0.6)t}$$

$$\ln 100 = \ln e^{(0.6)t}$$

$$\ln 100 = 0.6t \ln e$$

$$t = \frac{\log 100}{0.6} = \frac{2}{0.6} \approx 3.3 \text{ ชั่วโมง}$$

2. ดอกเบี้ยทบต้น

การหาจำนวนเงินฝากพร้อมดอกเบี้ย มีสูตรดังนี้

$$A = P(1 + \frac{r}{n})^{nt}$$

เมื่อ A แทน เงินฝากรวมดอกเบี้ยเมื่อครบ t ปี

P แทน จำนวนเงินฝากเริ่มต้น

r แทน อัตราการเติบโตของแบคทีเรียต่อเวลา

n แทน จำนวนงวดต่อปี

t แทน จำนวนปีที่ฝากเงิน

ตัวอย่างที่ 3 ถ้านำเงินฝากธนาคาร 1,000 บาท ธนาคารให้ดอกเบี้ยแบบทบต้นในอัตรา 5% ต่อปี โดยให้ดอกเบี้ยทุก 3 เดือน (ปีละ 4 ครั้ง)

(3) จงหาจำนวนเงินฝากพร้อมดอกเบี้ยเมื่อฝากครบ 5 ปี

(4) ถ้าต้องการเงินฝากพร้อมดอกเบี้ยเป็นสองเท่าของเงินฝากเริ่มต้น จงหาว่าจะต้องฝากเป็นเวลากี่ปี

วิธีทำ จากสูตร $A = P(1 + \frac{r}{n})^{nt}$

ในที่นี้ P = ... บาท r = ... % = ... ต่อปี n = ... งวดต่อปี

(3) ถ้า t = 5 ปี แล้ว $A = 1,000(1 + \frac{0.05}{4})^{(4)(5}$ $= 1,000(1.0125)^{20}$ $\approx 1,282$ บาท

(4) ต้องการให้ A = 2,000

จะได้ว่า $2,000 = 1,000(1 + \frac{0.05}{4})^{(4)t}$

$2 = (1.0125)^{4t}$

$\log 2 = \log (1.0125)^{4t}$

$\log 2 = 4t \log 1.0125$

$t = \frac{\log 2}{4 \log 1.0125} \approx 4$ ปี

3. การเสื่อมสลายของสารกัมมันตภาพรังสี

การสลายตัวของสารกัมมันตภาพรังสี ที่มีครึ่งชีวิต h วัน มีสูตรดังนี้

$$m(t) = m_0e^{-rt}$$

เมื่อ	$m(t)$	แทน ปริมาณของสารกัมมันตภาพรังสีที่เหลืออยู่ เมื่อเวลาผ่านไป t
	m_0	แทน ปริมาณของสารกัมมันตภาพรังสี เมื่อเริ่มต้น t = 0
	t	แทน เวลา
	h	แทน ครึ่งชีวิตของสารกัมันตภาพรังสี
	r	$= \frac{\ln 2}{h}$

จากสูตร $\mathbf{m(t) = m_0e^{-rt}}$ แทนค่า $\mathbf{r = \frac{\ln 2}{h}}$ จะได้ **m(t)** **=** ....

= ....

ตัวอย่างที่ 4 สารกัมมันตภาพรังสี แกลเลียม -67 (^{67}Ga) ที่ใช้ในการรักษาโรคเนื้องอก มีครึ่งชีวิตเท่ากับ 46.5 ชั่วโมง ถ้าเริ่มเต้นด้วยสารกัมมันตภาพรังสีนี้ที่มีปริมาณ 100 มิลลิกรัม

(3) จงหาปริมาณของสารกัมมันตภาพรังสีที่เหลือ หลังเวลาผ่านไป 1 สัปดาห์

(4) ใช้เวลานานเท่าใดปริมาณของสารกัมมันตภาพรังสีเหลือ 25 มิลลิกรัม

วิธีทำ จากสูตร $m(t) = m_0e^{-rt}$

ในที่นี้ m_o = ... มิลลิกรัม h = ... ชั่วโมง และ $r = \frac{\ln 2}{46.5} \approx 0.0149$

(3) ถ้า t = 168 ชั่วโมง แล้ว

$$\begin{aligned} m(t) &= 100e^{-(0.0149)(168)} \\ &= 100e^{-2.5032} \\ &= 100(0.0818) \\ &\approx 8.18 \text{ มิลลิกรัม} \end{aligned}$$

(4) ต้องการให้ m(t) = 25 มิลลิกรัม

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 25 &= 100e^{-(0.0149)t} \\ 0.25 &= e^{-(0.0149)t} \\ \ln 0.25 &= -0.0149t \ln e \\ -1.386 &= -0.0149t \\ t &= \frac{-1.386}{-0.0149} \approx 93 \text{ ชั่วโมง} \end{aligned}$$

เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (สำหรับกลุ่มควบคุม)
วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 5 **ภาคเรียนที่** 1 **ปีการศึกษา** 2560

ชื่อ .... ชั้น .... เลขที่ ....

1. การเจริญเติบโตของประชากร

- การเพิ่มจำนวนไม่ได้เป็นไปอย่างต่อเนื่องตลอดเวลา

จำนวนประชากรที่เติบโตแบบเอกซ์โพเนนเชียลมีสูตรดังนี้

$$n(t) = n_0(1 + r)^t$$

เมื่อ $n(t)$ แทน จำนวนประชากร เมื่อเวลาผ่านไป t ปี
n_0 แทน จำนวนประชากร ณ เวลาเริ่มต้น
r แทน อัตราการเติบโตของประชากรต่อเวลา
t แทน เวลา

ตัวอย่างที่ 1 ในปี พ.ศ. 2548 จำนวนประชากรของจังหวัดหนึ่งเท่ากับ 250,000 คน ถ้าจำนวนประชากรของจังหวัดนี้เติบโตเท่ากับ 3% ต่อปี

(5) จงหาจำนวนประชากรของจังหวัดนี้เมื่อเวลาผ่านไป 10 ปี

(6) จงหาว่าอีกประมาณกี่ปี จังหวัดนี้จึงจะมีจำนวนประชากรเป็นสองเท่าของเมื่อเริ่มต้น

วิธีทำ ....
....
....
....
....
....

- การเพิ่มจำนวนเป็นไปอย่างต่อเนื่องตลอดเวลา

จำนวนประชากรที่เติบโตแบบเอกซ์โพเนนเชียลมีสูตรดังนี้

$$n(t) = n_0e^{rt}$$

เมื่อ $n(t)$ แทน จำนวนประชากร เมื่อเวลาผ่านไป t ชั่วโมง
n_0 แทน จำนวนประชากร ณ เวลาเริ่มต้น
r แทน อัตราการเติบโตของประชากรต่อเวลา
t แทน เวลา

ตัวอย่างที่ 2 ในห้องปฏิบัติการแห่งหนึ่ง เพาะเลี้ยงแบคทีเรียชนิดหนึ่ง พบว่า จำนวนแบคทีเรียเมื่อเริ่มต้นทดลองเท่ากับ 10 ตัว และมีอัตราการเติบโตเท่ากับ 60% ต่อชั่วโมง

(5) จงหาจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป 6 ชั่วโมง

(6) จงหาว่าเวลาผ่านไปกี่ชั่วโมง จำนวนแบคทีเรียถึงจะเท่ากับ 1,000 ตัว

วิธีทำ ....

2. ดอกเบี้ยทบต้น

การหาจำนวนเงินฝากพร้อมดอกเบี้ย มีสูตรดังนี้

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

เมื่อ	A	แทน เงินฝากรวมดอกเบี้ยเมื่อครบ t ปี
	P	แทน จำนวนเงินฝากเริ่มต้น
	r	แทน อัตราการเติบโตของแบคทีเรียต่อเวลา
	n	แทน จำนวนงวดต่อปี
	t	แทน จำนวนปีที่ฝากเงิน

ตัวอย่างที่ 3 ถ้านำเงินฝากธนาคาร 1,000 บาท ธนาคารให้ดอกเบี้ยแบบทบต้นในอัตรา 5% ต่อปี โดยให้ดอกเบี้ยทุก 3 เดือน (ปีละ 4 ครั้ง)

(5) จงหาจำนวนเงินฝากพร้อมดอกเบี้ยเมื่อฝากครบ 5 ปี

(6) ถ้าต้องการเงินฝากพร้อมดอกเบี้ยเป็นสองเท่าของเงินฝากเริ่มต้น จงหาว่าจะต้องฝากเป็นเวลากี่ปี

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

3. การเสื่อมสลายของสารกัมมันตภาพรังสี

การสลายตัวของสารกัมมันตภาพรังสี ที่มีครึ่งชีวิต h วัน มีสูตรดังนี้

$$m(t) = m_0 e^{-rt}$$

เมื่อ $m(t)$	แทน	ปริมาณของสารกัมมันตภาพรังสีที่เหลืออยู่ เมื่อเวลาผ่านไป t
m_0	แทน	ปริมาณของสารกัมมันตภาพรังสี เมื่อเริ่มต้น $t = 0$
t	แทน	เวลา
h	แทน	ครึ่งชีวิตของสารกัมันตภาพรังสี
r	=	$\frac{\ln 2}{h}$

ตัวอย่างที่ 4 สารกัมมันตภาพรังสี แกลเลียม -67 (^{67}Ga) ที่ใช้ในการรักษาโรคเนื้องอก มีครึ่งชีวิตเท่ากับ 46.5 ชั่วโมง ถ้าเริ่มต้นด้วยสารกัมมันตภาพรังสีนี้ที่มีปริมาณ 100 มิลลิกรัม

(5) จงหาปริมาณของสารกัมมันตภาพรังสีที่เหลือ หลังเวลาผ่านไป 1 สัปดาห์

(6) ใช้เวลานานเท่าใดปริมาณของสารกัมมันตภาพรังสีเหลือ 25 มิลลิกรัม

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

ใบงานที่ 14.1 เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (สำหรับกลุ่มทดลอง)

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 5 **ภาคเรียนที่** 1 **ปีการศึกษา** 2560

ชื่อ .... ชั้น .... เลขที่ ....

1. ในเวลา 10 ปี ฟาร์มแห่งหนึ่งมีวัวจำนวน 100 ตัว และมีอัตราการเติบโตของจำนวนวัว 45% ต่อปี

(1) ตอนเริ่มต้นฟาร์มนี้มีวัวประมาณกี่ตัว

(2) อีก 5 ปีข้างหน้า จะมีจำนวนวัวประมาณกี่ตัว

วิธีทำ จากสูตร ....

ในที่นี้ n(t) = ... t = ... r = ...

(1) ถ้า t = ... ปี แล้ว ....

....

....

....

....

(2) อีก 5 ปีข้างหน้า คือ t = ... ปี

จากสูตร ....

จะได้ว่า ....

....

2. จำนวนแบคทีเรียที่นักวิทยาศาสตร์เพาะเลี้ยงในห้องปฏิบัติการในเวลา t ชั่วโมง

หาได้จากสูตร $n(t) = 200e^{0.5t}$

(1) จงหาจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป 5 ชั่วโมง

(2) จงหาจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมง

(3) จงหาว่า จำนวนแบคทีเรียจะเพิ่มขึ้นเป็น 100,000 ตัว เมื่อเวลาผ่านไปกี่ชั่วโมง

วิธีทำ จากสูตร ....

ในที่นี้ n_o = ... r = ...

(1) ถ้า t = ... ชั่วโมง แล้ว ....

(2) ถ้า t = ... ชั่วโมง แล้ว ....

(3) ต้องการให้ n(t) = ...

จะได้ว่า ....

....

....

....

ใบงานที่ 14.1 เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (สำหรับกลุ่มควบคุม)

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 5 **ภาคเรียนที่** 1 **ปีการศึกษา** 2560

ชื่อ .... ชั้น .... เลขที่ ....

1. ในเวลา 10 ปี ฟาร์มแห่งหนึ่งมีวัวจำนวน 100 ตัว และมีอัตราการเติบโตของจำนวนวัว 45% ต่อปี

(3) ตอนเริ่มต้นฟาร์มนี้มีวัวประมาณกี่ตัว

(4) อีก 5 ปีข้างหน้า จะมีจำนวนวัวประมาณกี่ตัว

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. จำนวนแบคทีเรียที่นักวิทยาศาสตร์เพาะเลี้ยงในห้องปฏิบัติการในเวลา t ชั่วโมง
หาได้จากสูตร $n(t) = 200e^{0.5t}$

(4) จงหาจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป 5 ชั่วโมง

(5) จงหาจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมง

(6) จงหาว่า จำนวนแบคทีเรียจะเพิ่มขึ้นเป็น 100,000 ตัว เมื่อเวลาผ่านไปกี่ชั่วโมง

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ใบงานที่ 14.2 เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค32201) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 5 **ภาคเรียนที่** 1 **ปีการศึกษา** 2560

ชื่อ .... **ชั้น** .... **เลขที่** ....

1. ธาตุไอโอดีน – 131 มีครึ่งชีวิต 8 วัน ถ้าเดิมมีธาตุไอโอดีนอยู่ 600 มิลลิกรัม อยากทราบว่า

(1) ปริมาณของธาตุไอโอดีนที่เหลืออยู่ เมื่อเวลาผ่านไป 45 วัน

(2) ต้องใช้เวลานานกี่วัน จึงจะมีธาตุไอโอดีนเหลืออยู่ 400 มิลลิกรัม

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. ไพศาลนำเงินไปฝากธนาคาร โดยเปิดบัญชีเงินฝากประจำ 6 เดือน ธนาคารคิดดอกเบี้ยให้ทุก 6 เดือน ธนาคารให้ดอกเบี้ย 4% ต่อปี เมื่อฝากต่อเนื่อง 1 ปี 6 เดือน ไพศาลมีเงินในบัญชีทั้งหมด 350,198.60 บาท อยากทราบว่า ไพศาลนำเงินไปฝากธนาคารกี่บาท

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ภาคผนวก ช

ตัวอย่างแผนผังกราฟิก และคลิปวิดีโอที่ใช้ในการทดลอง

แผนผังกราฟิกแสดงความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

exponential

นิยาม

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ

ฟังก์ชัน $\{(x, y) \in R \times R \mid y = a^x, a > 0, a \neq 1, a \in R\}$

กราฟ

❖ กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มี 2 ลักษณะ ดังนี้

❖ การเขียนกราฟของฟังก์ชันในรูป $y = a^{x-h} + k$ โดยใช้การเลื่อนขนาน

ลักษณะสำคัญ

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในรูป $y = a^x$

❖ โดเมน คือ R เรนจ์ คือ R^+

❖ ฟังก์ชันเพิ่มหรือลด พิจารณาจากค่า a

LOGARITHM

นิยาม

ฟังก์ชันลอการิทึม คือ

ฟังก์ชัน $\{(x, y) \in R^+ \times R \mid y = \log_a x, a > 0, a \neq 1, a \in R\}$

และเป็นฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

กราฟ

❖ กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม มี 2 ลักษณะ ดังนี้

❖ การเขียนกราฟของฟังก์ชันในรูป $y = \log_a (x - h) + k$ โดยใช้การเลื่อนขนาน

ลักษณะสำคัญ

ฟังก์ชันลอการิทึมในรูป $y = \log_a x$

❖ โดเมน คือ R^+ เรนจ์ คือ R

❖ ฟังก์ชันเพิ่มหรือลด พิจารณาจากค่า a

แผนผังกราฟิกแสดงการหาค่าลอการิทึม

การหาค่าลอการิทึม

เป้าหมาย คือ การหาค่า $\log_a x$ เมื่อ $x > 0$

I

1. ใช้บทนิยามของลอการิทึม $x = a^{\log_a x}$
2. ใช้สมบัติพื้นฐานของลอการิทึม
   - 2.1 $\log_a 1 = 0$
   - 2.2 $\log_a a = 1$
   - 2.3 $\log_a M^k = k \log_a M$
   - 2.4 $\log_{a^k} M = \frac{1}{k} \log_a M$

ลักษณะโจทย์ที่เหมาะสม ค่าของ $\log_a x$ แต่ละตัวหาค่าได้ โดย a และ x เขียนเป็นเลขยกกำลังฐานเดียวกันได้

ตัวอย่างโจทย์ $\log_9 27$

ข้อจำกัด ....

II

1. ใช้สมบัติของลอการิทึม
   - 1.1 $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$
   - 1.2 $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
2. ใช้การเปลี่ยนฐานลอการิทึม
   - 2.1 $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$
   - 2.2 $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$

ลักษณะโจทย์ที่เหมาะสม log แต่ละตัว เมื่อนำมารวมกัน (คูณ / หาร) แล้วหาค่าได้

ตัวอย่างโจทย์ $(\log_{10} 5 + \log_{10} 2)$

ข้อจำกัด ....

....

III

ลอการิทึมสามัญ $\log_{10} x$

1. กรณีที่ $x = 10^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็ม
2. กรณีที่ $x = N_0 \times 10^n$, $1 \leq N_0 < 10$, n เป็นจำนวนเต็ม

แอนติลอการิทึม

เมื่อ กำหนดค่า log N สามารถหา N ได้

โดย $\log N = \log N_0 + n$

เรียก N ว่า แอนติลอการิทึมของ log N

เรียก $\log N_0$ ว่า แมนทิสซาของ log N

เรียก n ว่า คาแรกเทอริสติกของ log N

ลักษณะโจทย์ที่เหมาะสม แ

ตัวอย่างโจทย์ log 1000, กำหนดค่าของ log 5.7 จงหา log 5700

ข้อจำกัด ....

....

IV

ลอการิทึมธรรมชาติ $\log_e x$ นิยมเขียน ln x

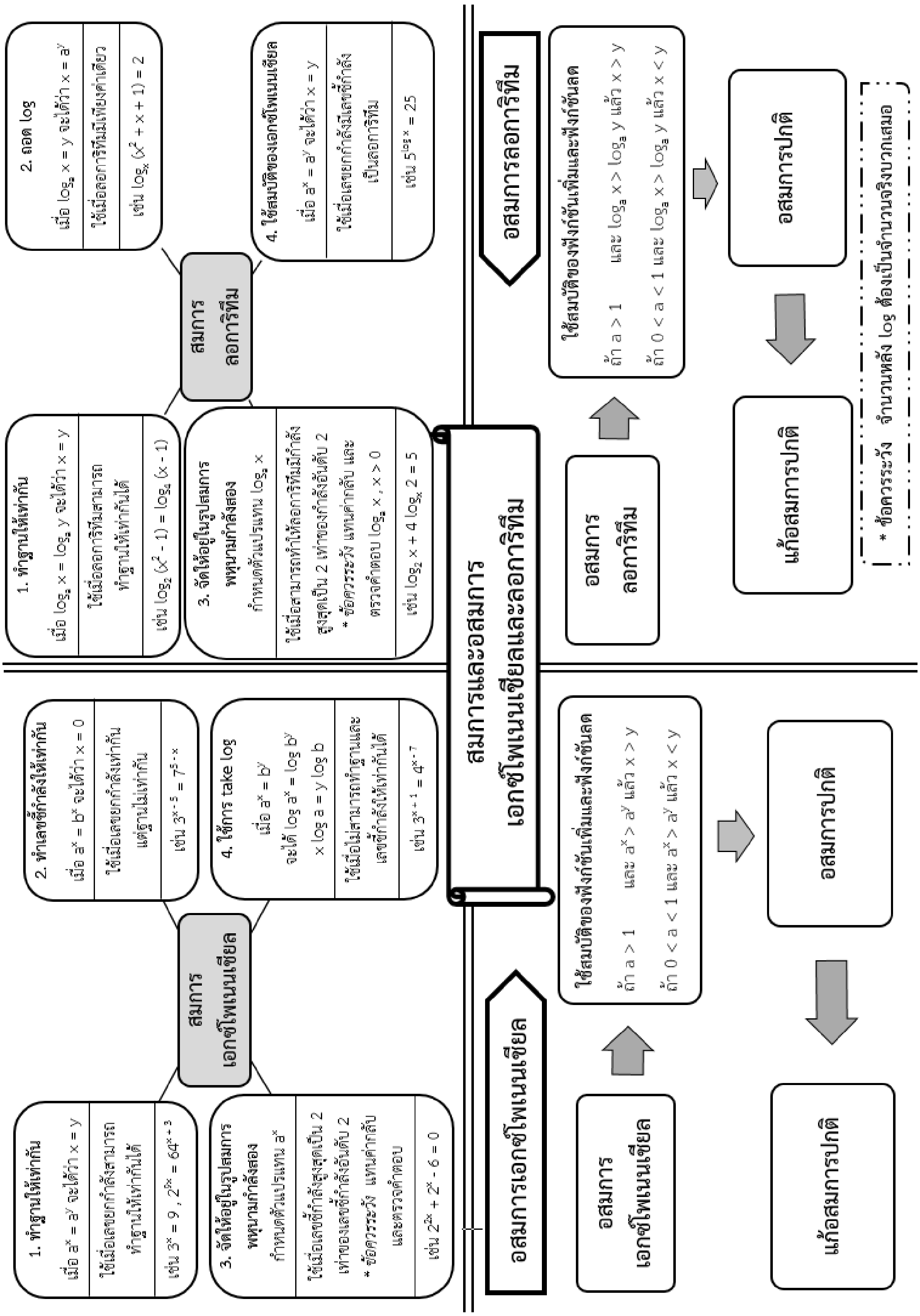
1. การหาค่าลอการิทึมฐาน e หาได้จาก $\ln x = \frac{\log x}{\log e}$
2. สมบัติของลอการิทึมฐาน e
   - 2.1 $\ln 1 = 0$
   - 2.2 $\ln e = 1$
   - 2.3 $\ln M^k = k \ln M$
   - 2.4 $\ln MN = \ln M + \ln N$
   - 2.5 $\ln \frac{M}{N} = \ln M - \ln N$

ลักษณะโจทย์ที่เหมาะสม ลอการิทึมฐาน e

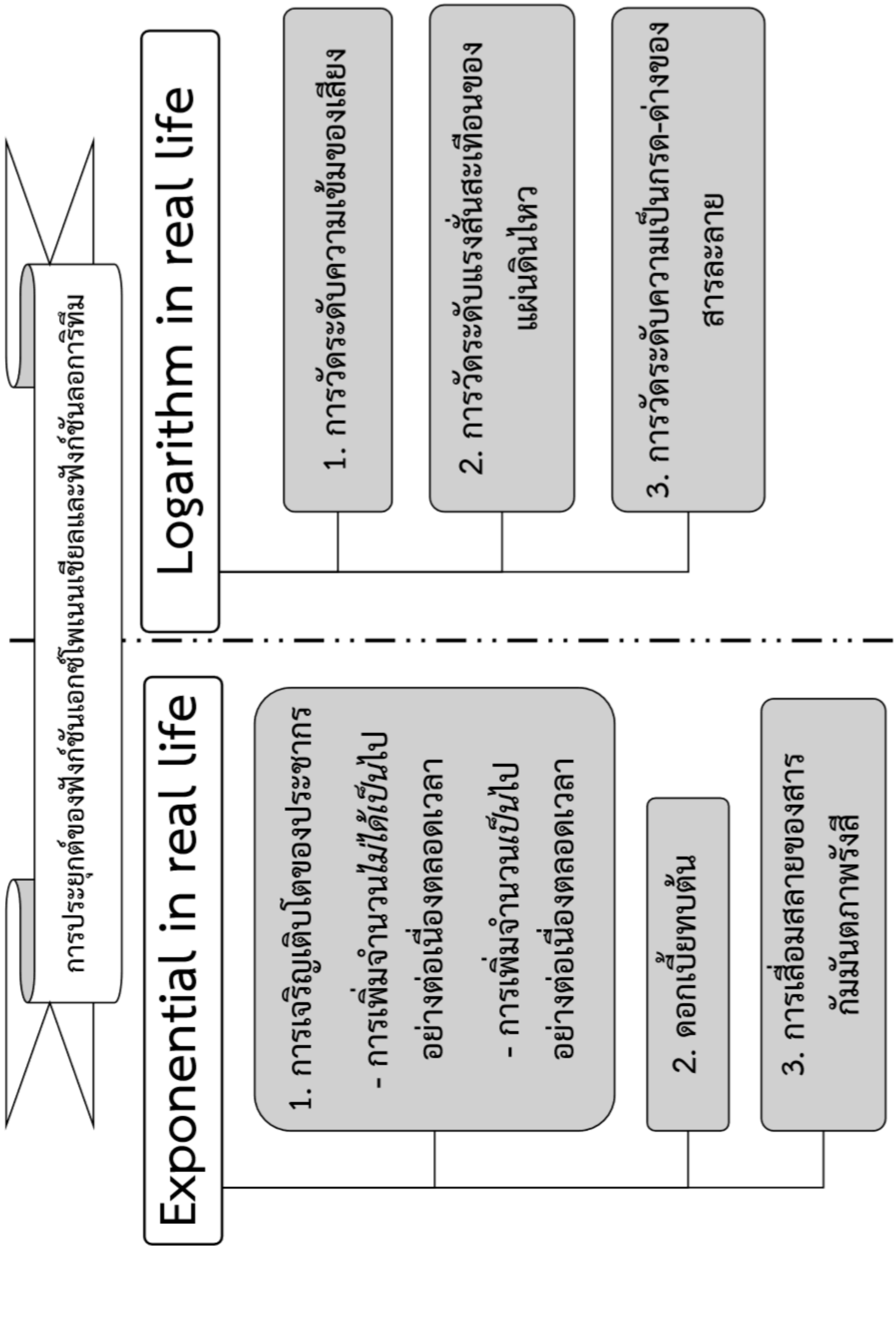
ตัวอย่างโจทย์ $(\ln 5 + \ln 2)$

ข้อจำกัด ....

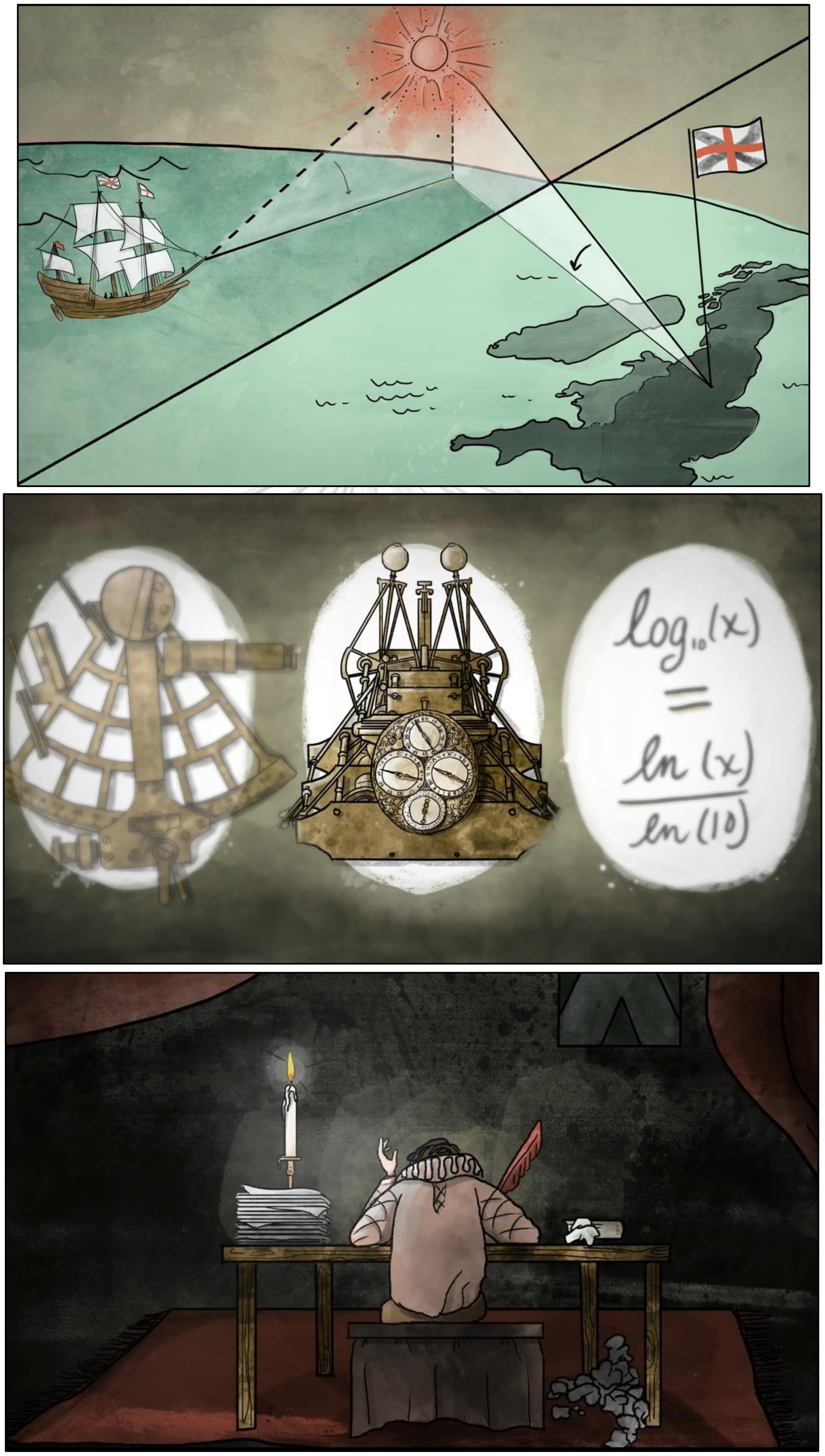
แผนผังกราฟิกแสดงวิธีการแก้สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม



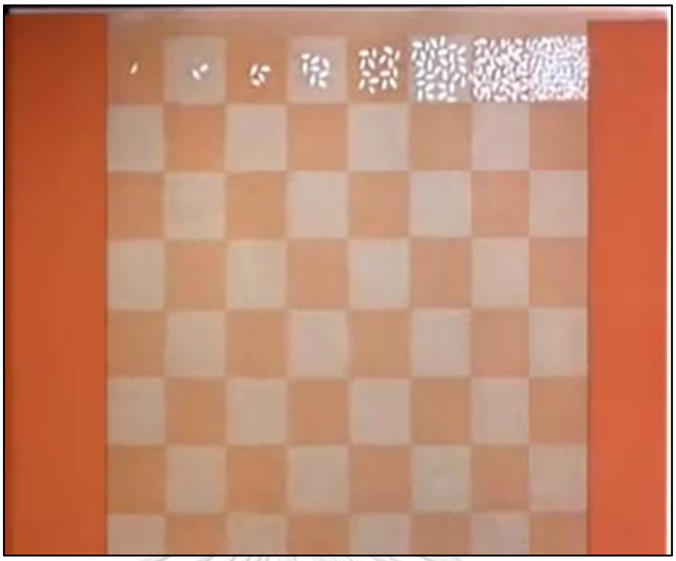
แผนผังกราฟิกแสดงหัวข้อการประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

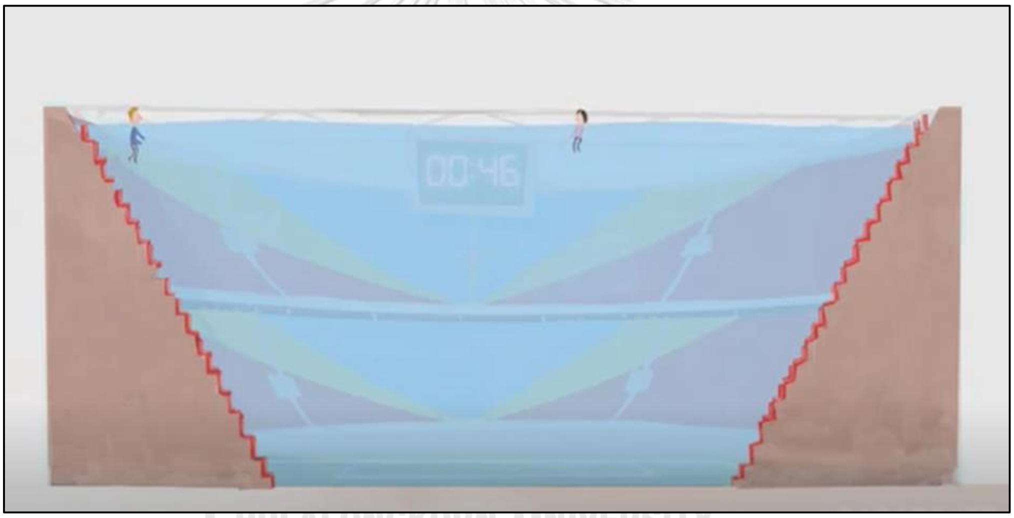


ตัวอย่างคลิปวิดีโอที่ใช้สร้างแรงจูงใจในการสอนเรื่องลอการิทึมธรรมชาติ

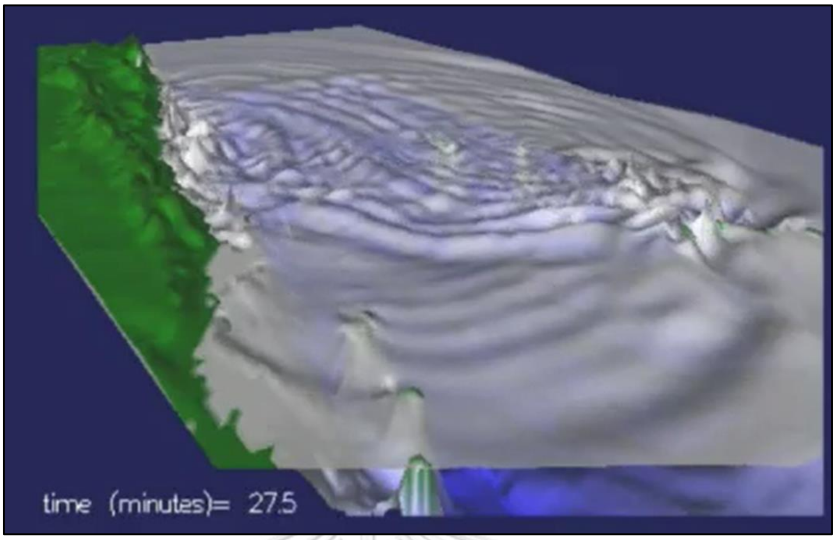


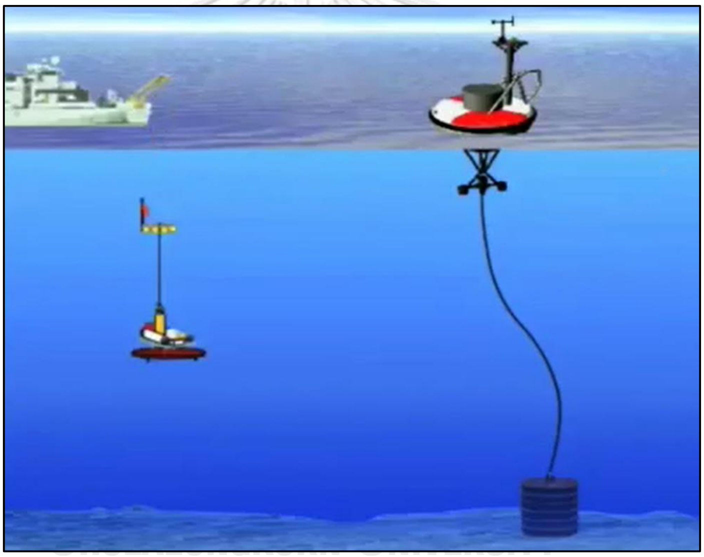
ตัวอย่างคลิปวิดีโอที่ใช้สร้างแรงจูงใจในการสอนเรื่องการประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

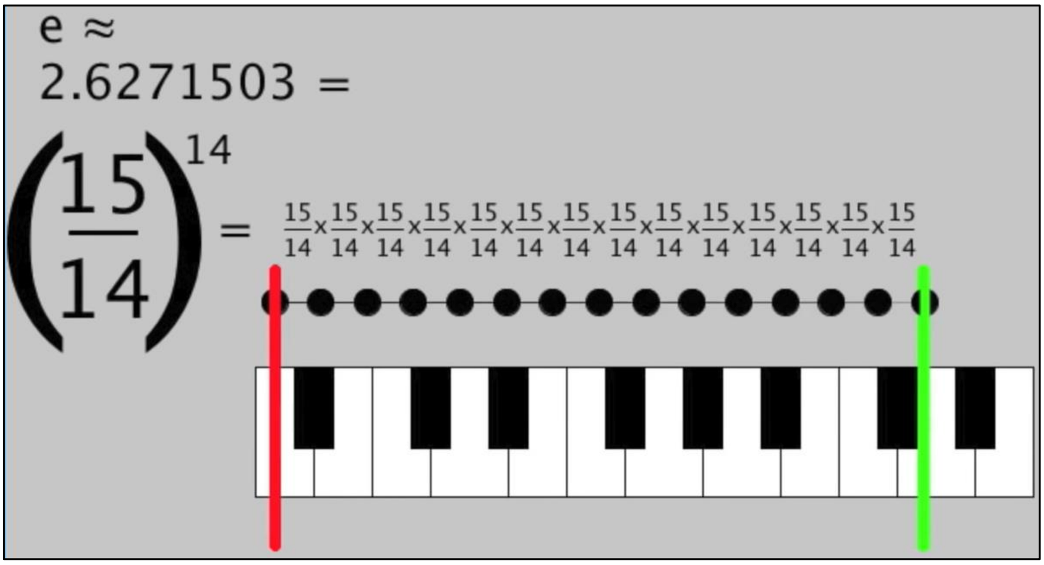




ตัวอย่างคลิปวิดีโอที่ใช้สร้างแรงจูงใจในการสอนเรื่องการประยุกต์ของฟังก์ชันลอการิทึม







รายการอ้างอิง

ภาษาอังกฤษ

Adam, S., Ellis, L.C. & Beeson, B.F. (1997). *Teaching mathematics with emphasis on the diagnostic approach.* New York: Harper & Row.

Alice, F. A., Shirel, Y. (1999). *Mathematics Reasoning During Small-Group Problem Solving DEveloping Mathematics Reasoning in Grades K-12 1999 Yearbook.* Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

Anderson, K.B. & Pingry, R.E. (1973). *Problem-solving in mathematics.* The learning of mathematics: Its theory and practices. Washington D. C.: The National Council of Teacher of mathematics

Annie, & john, S. (1996). *What Does Mathematical Knowledge Consist?* [Online]. http://.maa.org/t_and_l/sampler/rs_1.htm. [2016, August 25].

Ausubel, D. P. (1968). *Educational Psychology : a cognitive view.* New York : Rinegart and Winston.

Baldwin, M., Keating, J., & Bachman, K. (2006). *Teaching in Secondary Schools: Meeting the Challenges of Today's Adolescents*. Upper Saddle River, NJ: Pearson.

Bandura, A. (1977). *Social Learning Theory*. New York: General Learning Press. p. 22.

Bandura, A. (1986). *Social Foundations of Thought and Action: A Social Cognitive*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Baroody, A.J. (1993). *Problem Solving, Reasoning and Communication, K – 8: Helping Children Think Mathematically.* New York: Macmillan.

Bell, F.H. (1978). *Teaching and learning mathematics (in secondary schools).* Dubuque, IA: Wm. C. Brown.

Biggs, J. and Moore, P. (1993). *The Process of Learning.* Sydney: Prentice Hall.

Bitter, G. G. (1990). *Mathematics method for the elementary and middle school: A comprehensive approach.* Boston: Allyn and Bacon.

Bitter, G., Hatfield, M.M. and Edwards, N.T. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle School: A Comprehensive Approach.* Allyn and Bacon, Boston, MA.

Bruner, L. S. (1969). *The Process of Education.* Massachusetts: Harvard University Press.

Charles, R., Lester, F. (1982). *Teaching Problem Solving: What Why and How.* Palto Alto.

Clark, R., & Chopeta, L. (2004). *Graphics for Learning: Proven Guildline for Planing, Designing and Evaluating Visuals in Training Material.*

Clyde, C.G. (1967). *Teaching Mathematics in the Elementary School.* New York: the Ronald Press Company.

College Board. (2002). *Mathematics framework for the 2003 national assessment of Educational progress. Washington, D.C.: National Assessment Governing Borad*.

Collins, A. Brown, J. S., & Holum, A. (1991). *Cognitive apprenticeship: making thinking visible.* American Educator, 6 (46).

Cooney, T. J., Davis, E. J., & Henderson, K. B. (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics.* Boston: Honghton Mifflin.

De Cecco, J. P. (1968). *The psychology of learning and instruction.* New York : Prentice Hall.

Duplass, J. (2006). *Middle and High School Teaching: Methods, Standards, and Best Practices*. Boston: Houghton Mifflin Company. p. 204 - 205.

Durkin, D. (1979). *What classroom observations reveal about reading comprehension.* Reading Research Quarterly, 14, 581-544.

Eggen, P. and Kauchak, D. (2001). *Educational Psychology: Classroom Connections.* 5th edition. New York: Macmillan.

Eurich, G. (1995). *Theory into practice: Modelling respect in the classroom.* Intervention in School and Clinic. 31 (2): 119-121.

Exel. (1996). *Writing Frames.* Exeter: University of Exeter School of Education.

Fray, D. A., Fredrick, W. C., & Klausmeier, H. J. (1969). *A Schema for Testing the Level of Concept Mastery.* Working paper No.16 Madison, Wisconsin Research and Decelopment Center for Cognitive Learning, April.

Greenwood, J.J. (1993). *On the Nature of Teaching and Assessing "Mathematical Power" and "Mathematical Thinking".* Arithmetic Teacher. 41(3): 144-152.

Guiford, J. p., Hoepfner. (1971). *The Analysis of Intelligence.* New York: McGraw Hill Book.

Haston, W. (2007) *Teacher Modelling as an Effective Teaching Strategy.* Music Educators Journal. 93 (4): 26.

Hegarty, M., Mayer, R., E., and Monk, C., A. (1995). *Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers.* Journal of educational psychology 87 (March): 18 – 32.

Ibrahim Jbeili. (2012). *The Effect of Coorperative Learning with Metacognitive Scaffolding on Mathematics Conceptual Understanding and Procedural Fluency.* International Journal for Research in Education (IJRE). 32, 46-66.

Kitcher, P. (1983). *The Nature of Mathematical Knowledge.* New York: Oxford University Press.

Klausmeier, Herbert, J. and Richard E. Ripple. (1971). *Learning and human abililties: Educational psychology.* New York: Harper Row.

Kramarski, B., Z.R. Mevarech and A. Lieberman. (2001). *"Effects of multilevel versus unilevel metacognitive training on mathematical reasoning".* The Journal of Educational Research, Vol.94(5), pp.292-300.

Krulik, Stephen; & Rudnick, Jesse A. (1987). *Problem Solving: A Handbook for Teacher.*2nd ed. Boston: Allyn and Bacon.

Krulik, S., and Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and Problem-Solving: A Handbook for Elementary School Teachers.* Boston: Allyn and Bacon.

Lau Ngee Kiong and Hwa Tee yong. (2004). *Scaffolding: A Teaching Strategy for Mathematics.* [Online]. http://math.ecnu.edu.cn [2016, August 25].

Le Blance, J. F., Proudfit, L., and Putl, I. J. (1980). *Teaching Problem Solving in the Elementary School.* Virginia: Nation Council of Teachers of Mathematics.

Leitze, A. R. & Wiest, L. R. (1997, February). *GOTCHA! Story problems that grab children's interest.* Presentation conducted at the National Council of Teachers of Mathematics Western Regional Conference, Salt Lake City.

Leitze, A. R. & Wiest, L. R. (1997, March). *Reel 'em in: Hooking children's interest through story problems.* Presentation conducted at the National Council of Teachers of Mathematics Western Regional Conference, San Jose.

Leonard M. Kennedy, Steven Tipps. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics.* Wadsworth Publishing Company.

Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition.* Second edition. New York: W. H. Freeman and Company.

Mayer, R., E., and Hegarty, M. (1996). *The process of understanding mathematical problems.* In r., J., Sternberg, and T., Ben-Zeev (eds), The nature of mathematical thinking, pp.29-53. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Mayer, R., E. (2003). *Learning and instruction.* Upper Saddle River, NJ: Merrill.

Maynes, N., Dunn, C. & Julien-Schultz. (2009). *Cavitational Modeling: A Practical Framework to Maximize the Role of Modeling in Direct Instruction.*

Maynes, N., Julien-Schultz, L. & Dunn, C. (2010). *Modeling and the gradual release of responsibility: What does it look like in the classroom? Brock Journal*, *19* (2), 65-77.

Maynes, N., Julien-Schultz, L. & Dunn, C. (2010). *Managing Direct and Indirect Instruction: A Visual Model to Support Lesson Planning in Pre-Service Programs,* The International Journal of Learning, 17 (2), 125- 139.

Maynes, N., & Julien-Schultz, L. (2011). *Reflection with Impact?: Do Visual Frameworks for Professional Reflection on Planning and Lesson Delivery Support Teacher Candidates' Range and Nature of Reflections?* LEARNing Landscapes Journal, 5(1), 193-210. Available at http://www.learninglandscapes.ca.

Maynes, N. & Scott, J. (2011). *Modeling in the Classroom: What Approaches are Effective to Improve Students' Writing.* In education, 17 (1) Spring 2011.

Maynes, N., & Julien-Schultz, L.(2012). *Complex instructional knowledge made accessible for teacher candidates through the alignment of concepts in visual format.* Teaching and Learning, 7 (1), 21-36.

Maynes, N., & Julien-Schultz, L.(2014). *Tiering: Sites of Opportunity for Differentiation.* International Journal of Business and Social Science Vol.5 No.3 March 2014.

Mevarech, Z.R. and B. Kramarski. (1997). *"IMPROVE: A Multidimentional method for teaching mathematics in heterogeneous classrooms".* American Educational Research Journal, Vol.34(2), pp.365-395.

Mevarech, Z.R. and S. Fridkin. (2006). *"The effects of IMPROVE on mathematical knowledge, mathematical reasoning and meta-cognition".* Metacognition Learning, Vol.1, p.85 - 97.

Meyer, Walkowiak, T., Berry, R. Q., J. P., Rimm-Kau fman, S. E., & Ottmar, E. R. (2014). *Introducing an observational measure of standards- based mathematics teaching practices: Evidence of validity and score reliability.* Educational Studies in Mathematics, 85, 109-128.

National Council of Teacher of Mathematics. (1980). *An Agenda for Action Recommendation for School Mathematics.* Dale Seymour: The National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics.* Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.

Ontario, the Ministry of Education. *A Guide to Effective Instruction in Mathematics: Kindergarten to Grade 6.* Volume One Foundatons of Mathematics Instruction.

Polya, G. (1957). *How to Solve It.* Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Polya, G. (1973). *How to solve it: a new aspect of mathematical method.* (2nd ED). New Jersey: Princeton University Press.

Reys, R. E., Suydam, M. N. and Lindquist, M. M. (1995). *Helping children learn mathematics.* Needham Heights: Allyn & Bacon.

Roeber, A. S., & Reber, E. (2001). The penquin dictionary of psychology. London: Penquin Book.

Rosenshine, B. (1990). *Explicit teaching and teacher training. Educational Psychology*, 41(4), 34 – 44.

Rosenshine, B. (1997). *Advances in research on instruction.* Chapter 10 in J.W. Lloyd, E.J. Kameanui, and D. Chard (Eds.) (1997). *Issues in educating students with disabilities.* Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum, 197-221.

Setiadewi, N. C. (2013). The application of Learning - based concept - rich instruction to improved comprehension of fraction concept on elementary school students. [Online]. http://repository.upi.edu/11750/ [2016, September 10].

Sheffield, Linda Jensen, & Cruikshank, Douglas E. (2000). *Teaching and learning elementary and middle school mathematics (4th ed., updated).* New York: John Wiley.

Steinbring, H. (2007). *Mathematical Knowledge as a Socail Construct of Teaching/ Learning Processes- The Epistemology Oriented Mathematical Interaction Research* [Online]. http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/wG5/Papers/STEINB.pdf. [2016, September 10].

Suydam, M., N. (1980). *Untangling clues from research on problem solving.* In S., Krulik, and R., E., Reys (eds.), Problem solving in school mathematics (1980 Yearbook), pp.34 - 50. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

TIMSS International Study Center Boston College Chestnut Hill. (2007). *Highlights from TIMSS 2007: Mathematics and Science Achievement of U.S. Fourth and Eighth - Grade Students in an International Context.* MA, USA.

The Trends in International Mathematics and Science Study. (2007). *TIMSS 2007 International Mathematic Report.* Boston College. United States.

Toumasis, C. (1995). *Concept worksheet: An important tool for learning Mathematics Teacher.*

Usiskin, Z. (1989). *Paper-andpencil algorithms in a calculator-andcomputer age.* In Morrow, L.J. and Kenny, M.J. (eds.), The teaching and learning of algorithm in school mathematics, Reston, VA: NCTM.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Watson Todd, R. (2006a). *Why investigate large classes?* rEFLections, 9,10: 1-12.

Wilson, J.W.(1971). *Evaluation in Secondary School Mathematics. Handbook on Formative and summative Evaluation of student learning.* New York: McGraw-Hill.

Wood, D., Bruner, J., & Ross, G. (1976). *The role of tutoring in problem solving. Journal of Child Psychology and Child Psychiatry, 17, 89–100.*

ภาษาไทย

กษมา วุฒิสารวัฒนา. (2548). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์มหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โครงการวิจัยนานาชาติ TIMSS 2011 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). *การศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ระดับนานาชาติ พ.ศ. 2554.* [ออนไลน์]. (2559). แหล่งที่มา : http://www.ipst.ac.th/files/NEWS_%20 TIMSS2011.pdf [15สิงหาคม2559]

จิตรวรรณ เอกพันธ์. (2558). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบทที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* วิทยานพินธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ซูรายา สัสดีวงศ์. (2555). *การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* วิทยานพินธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ณัฐิกานต์ รักนาค. (2552). *การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้หตุผล และการเชื่อมโยงของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1.* วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทองหล่อ วงษ์อินทร์. (2537). *การวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ไขปัญหาและเมตาคอคนิชั่นของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.* วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปิยะนาถ เหมวิเศษ. (2551). *การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2538). *การแก้ปัญหางคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พนัส หันนาคินทร์. (2514). *คณิตศาสตร์: วิธีสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพมหานคร: องค์การค้าคุรุสภา.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์. (2548). *การพัฒนาโปรแกรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาศักยภาพในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของนักศึกษาครูคณิตศาสตร์.* วารสารวิทยาศาสตร์ มศว. ปีที่ 19-21 ฉบับพิเศษ (2546-2548) หน้า 52-61.

วัชราภรณ์ ปราณีธรรม. (2549). *การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองของนักเรียนในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก.* วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

วิชาการ. กรม, กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). *คู่มือการจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* กรุงเทพมหานคร: กรมวิชาการ.

วิมลรัตน์ ศรีสุข. (2551). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น.* วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. กรมวิชาการ. (2545). *สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระแกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

ศุภลักษณ์ ครุฑคง. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2.* วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2547). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.* กรุงเทพมหานคร: ศรีเมืองการพิมพ์.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์.* กรุงเทพมหานคร: หจก. ส เจริญการพิมพ์.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2551). *รายงานการประเมินผลการเรียนนานาชาติ PISA 2006 ความรู้และสมรรถนะทางวิทยาศาสตร์สำหรับโลกวันพรุ่งนี้.* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2551). *หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6.* กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2552). *บทสรุปรายงานผลการวิจัย โครงการ TIMSS 2007.* กรุงเทพฯ: ส.เอเซียเพรส (1989).

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2555). *บทสรุปรายงานผลการวิจัย โครงการ TIMSS 2011 (ด้านนักเรียนและครูผู้สอน).* [ออนไลน์]. 2559. แหล่งที่มา : http://www.ipst.ac.th/files/executive%2520TIMSS%25202011_PPT.pdf+&cd=1&hl=th&ct=clnk&gl=th [15สิงหาคม2559]

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2556). *ผลการประเมิน PISA 2012 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ บทสรุปเพื่อการบริหาร.* กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, กระทรวงศึกษาธิการ. *ผลการสอบ O-NET ของสถานศึกษาระดับขั้นพื้นฐาน* [ออนไลน์]. (2559). แหล่งที่มา : http://www.niets.or.th [15สิงหาคม 2559]

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ.* วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ.2545.* กรุงเทพฯ: สำนักนายกรัฐมนตรี.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ. (2556). *รายงานสภาวการณ์การศึกษาไทยในเวทีโลก พ.ศ. 2556.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์พริกหวานกราฟฟิค จำกัด.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพมหานคร: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สิรีรัศน์ ผลขวัญโชติกา. (2554). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3.* วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุนิดตา เรืองสิริเศรษฐ์. (2552). *ปัจจัยที่มีผลต่อความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร.* วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. คณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุรชัย ขวัญเมือง. (2522). *วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา.* กรุงเทพมหานคร: เทพนิมิตการพิมพ์.

โสภณ บำรุงสงฆ์. (2520). *เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่.* กรุงเทพมหานคร: พราวเพรส.

อรชร ภูบุญเติม. (2550). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation).* วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

อรวรรณ ตันสุวรรณรัตน์. (2552). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว. (2523). *การเปรียบเทียบการสอนมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ด้วยชุดสื่อการสอนและการบรรยายสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2.* วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). *ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์.* ในพร้อมพรรณ อุดมสินและอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.* กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม.* กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อิสริยา ปรมัตถากร. (2556). *การพัฒนาความรู้และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 5.* วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวณิชาพร เจริญวานิชกูร เกิดเมื่อวันอาทิตย์ ที่ 6 ตุลาคม พุทธศักราช 2534 สำเร็จการศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชามัธยมศึกษา (วิทยาศาสตร์) วิชาเอกคณิตศาสตร์ (เกียรตินิยมอันดับ 1 เหรียญทอง) จากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2557 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2558 โดยได้รับทุนอุดหนุนการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เพื่อเฉลิมฉลองวโรกาสที่พระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวภูมิพลอดุลยเดชทรงเจริญพระชนมายุครบ 72 พรรษา ประจำปีการศึกษา 2558 ของบัณฑิตวิทยาลัย และได้รับการสนับสนุนจาก ทุน 90 ปี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กองทุนรัชดาภิเษกสมโภช รุ่นที่ 39 (2/2560) เพื่อสนับสนุนการวิจัยจากบัณฑิตวิทยาลัย