หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

วิธีการวิเคราะห์และการคำนวณออกแบบ

2.1 สมมติฐาน

ก) ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับความเครียดของเหล็ก สามารถแทนได้ด้วยส่วนที่เป็นเชิงเส้นคู่ (Bilinear Curve)

ข) พฤติกรรมของโครงสร้างจะถูกสมมติให้อยู่ในช่วงอิลาสติกระหว่างการเกิดจุดหมุนพลาสติกของแต่ละจุด

ค) ไม่มีการหมุนย้อนกลับของจุดหมุนพลาสติก

ง) ข้อต่อต่าง ๆ ในโครงสร้างมีความแข็งแรงพอที่จะยอมให้การกระจายซ้ำของแรง (Redistribution of Forces) เกิดขึ้นได้อย่างสมบูรณ์

จ) ไม่คำนึงถึงการบิดด้านข้างในชิ้นส่วนของโครงเหล็กข้อแข็ง

2.2 วิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการเปลี่ยนตำแหน่ง

วิธีนี้ใช้การสังเคราะห์สติฟเนสของโครงสร้างทั้งระบบจากสติฟเนสของชิ้นส่วนและการเลือกระบบโคออร์ดิเนตที่เหมาะสม จะสามารถสังเคราะห์สติฟเนสของระบบโดยการรวมสติฟเนสโดยตรง (Direct Stiffness Method)

ก) ความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายในที่ข้อต่อกับการเปลี่ยนรูปร่างของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่ โดยพิจารณาการเปลี่ยนรูปร่างเนื่องจากผลของแรงในแนวแกนและแรงดัด

เท่านั้น ซึ่งเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \tag{2.2.1}$$

หรือ $\{ S \} = [k] \{ V \}$ (2.2.2)

โดยที่ $\{ S \}$ = เวกเตอร์แรงภายในที่ข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่

$[k]$ = สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่

$\{ V \}$ = เวกเตอร์การเปลี่ยนรูปร่างของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่

ข) ความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่กับการเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อในระบบพิกัดวงกว้าง สามารถหาได้จากการพิจารณารูปแบบการเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อที่ละ 1 หน่วยในระบบพิกัดวงกว้าง ที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่ ดังรูปที่ 2.2.1 - 2.2.2 ซึ่งเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\theta & -\sin\theta & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \\ \bar{V}_5 \\ \bar{V}_6 \end{bmatrix} \tag{2.2.3}$$

หรือ $\{V\} = [A]\{\bar{V}\}$ (2.2.4)

โดยที่ $[A]$ = เมตริกซ์แปลงการเปลี่ยนตำแหน่ง

$\{\bar{V}\}$ = เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อในระบบพิกัดวงกว้าง

ค) แรงภายในที่ข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่ เมื่อพิจารณาพลังงานความเครียดที่สะสมในชิ้นส่วน สำหรับระบบพิกัดเฉพาะที่และในระบบพิกัดวงกว้าง พลังงานความเครียดต้องเป็นค่าเดียวไม่ว่าจะพิจารณาแรง และ การเปลี่ยนตำแหน่งในระบบแกนใด ดังนั้น

$$1/2\,\{V\}^t\{S\} = 1/2\,\{\bar{V}\}^t\{\bar{S}\} \quad (2.2.5)$$

แทนค่าสมการ (2.2.4) ลงในสมการ (2.2.5) ได้

$$[A]^t\{S\} = \{\bar{S}\} \quad (2.2.6)$$

โดยที่ $\{V\}^t$ = ทรานสโพสของเวกเตอร์ $\{V\}$

$\{\bar{V}\}^t$ = ทรานสโพสของเวกเตอร์ $\{\bar{V}\}$

$[A]^t$ = ทรานสโพสของเมตริกซ์ $[A]$

$\{\bar{S}\}$ = เวกเตอร์แรงภายในที่ข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดวงกว้าง

แทนค่าสมการ (2.2.2) และสมการ (2.2.4) ลงในสมการ (2.2.6) ได้ความสัมพันธ์ของแรงและการเปลี่ยนตำแหน่งในระบบพิกัดวงกว้างได้ดังนี้

$$\{\bar{S}\} = [A]^t[k][A]\{\bar{V}\} = [\bar{k}]\{\bar{V}\} \quad (2.2.7)$$

โดยที่ $[\bar{k}]$ = สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนในระบบพิกัดวงกว้าง

$$[\bar{k}] = [A]^t [k][A] \quad (2.2.8)$$

สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนในระบบพิกัดวงกว้าง สมการที่ (2.2.8) จะถูกรวมเข้าในตำแหน่งที่เหมาะสมของสติฟเนสของโครงข้อแข็ง ตามวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง (Direct Stiffness Method) โดยเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$[K] = \Sigma [\bar{k}]^m \quad (2.2.9)$$

โดยที่ $[K]$ = สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงข้อแข็งที่ประกอบด้วยชิ้นส่วน m ชิ้นส่วน

จากความสัมพันธ์ของสติฟเนสของโครงข้อแข็ง และการเปลี่ยนตำแหน่งที่สอดคล้องตามแรงกระทำภายนอก สามารถหาเวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อในระบบพิกัดวงกว้างได้

$$\{P\} = [K]\{\bar{V}\} \quad (2.2.10)$$

โดยที่ $\{P\}$ = เวกเตอร์แรงกระทำในระบบพิกัดวงกว้างซึ่งประกอบด้วยแรงกระทำที่ข้อต่อและแรงยึดแน่นปลายของชิ้นส่วน

และสามารถคำนวนหาแรงภายในที่ข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่ได้ดังนี้

$$\{S\} = [k][A]\{\bar{V}\} + \{f\} \quad (2.2.11)$$

โดยที่ $\{f\}$ = เวกเตอร์แรงยึดแน่นปลายของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่

2.3 ตัวประกอบความยาวประสิทธิผลของชิ้นส่วน

การหาน้ำหนักวิกฤตของเสาในโครงข้อแข็งนั้น ส่วนใหญ่จะเขียนเป็นสมการทั่วไปในรูปแบบของน้ำหนักออยเลอร์ ซึ่งง่ายต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความยาวของเสา

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_c}{(kL_c)^2} \qquad (2.3.1)$$

โดยที่ I_c = โมเมนต์อินเนอร์เชียของเสา

L_c = ความยาวของเสา

k = ตัวประกอบความยาวประสิทธิผลของเสา

ค่าตัวประกอบความยาวประสิทธิผลของเสา สามารถหาได้จาก

1. รูปแบบสภาพการยึดรั้งที่ปลายเสาได้กำหนดโดย CRC (Column Research Council) ค่า k ที่ได้จากวิธีนี้เป็นค่าประมาณซึ่งขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้ออกแบบเกี่ยวกับสภาพการยึดรั้งที่ปลายของเสา

2. แผนภูมิ (Alignment Charts) ค่า k ที่ได้จากวิธีนี้เป็นค่าประมาณที่ถูกต้องเนื่องจากพิจารณาการแปรผันของสภาพการยึดรั้งที่ปลายเสา

3. วิเคราะห์ความเสถียรของโครงสร้างทางทฤษฎี ค่า k ที่ได้จะถูกต้องแน่นอน แต่ยุ่งยากในการคำนวณ จึงไม่ค่อยเหมาะในทางปฏิบัติ

งานวิจัยนี้จะประยุกต์ข้อที่ 2. คือแผนภูมิกับเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ คำนวณค่าตัวประกอบความยาวประสิทธิผลของชิ้นส่วนในโครงข้อแข็งที่ไม่มีการเซขณะเกิดการโก่งเดาะ และโครงข้อแข็งที่มีการเซขณะเกิดการโก่งเดาะ โดยมีสมมติฐานในการหาสมการความเสถียรในช่วงอิลาสติก ดังนี้

1. พฤติกรรมของโครงข้อแข็งอยู่ในช่วงอิลาสติก

2. เสาทุกต้นเกิดการโก่งเดาะพร้อมกัน

3. โครงสร้างเป็นโครงสี่เหลี่ยมมุมฉากและมีความสมมาตร

4. ที่จุดต่อแรงดัดกระจายจากคานเข้าเสาบน และเสาล่างตามสัดส่วนสติฟเนสของเสา

5. โครงสร้างรับแรงในแนวดิ่งกระทำที่จุดต่อเท่านั้น

6. สำหรับโครงข้อแข็งที่ไม่มีการเซขณะเกิดการโก่งเดาะ ที่ปลายของคานจะถูกยึดรั้งแบบอิลาสติกโดยเสา คานเกิดการโก่งเดาะเป็นโค้งเดี่ยว การหมุนที่ปลายทั้งสองของคานมีค่าเท่ากัน แต่ว่าทิศทางตรงกันข้ามกัน

7. สำหรับโครงข้อแข็งที่มีการเซขณะเกิดการโก่งเดาะ ที่ปลายของคานจะถูกยึดรั้งแบบอิลาสติกโดยเสา คานเกิดการโก่งเดาะจะเป็นโค้งคู่ การหมุนที่ปลายทั้งสองของคานมีค่าเท่ากัน และมีทิศทางเดียวกัน

8. คานไม่มีแรงกระทำตามแนวแกน

ก) สมการลักษณะเฉพาะของโครงข้อแข็งที่ไม่มีการเซ

เมื่อพิจารณาชิ้นส่วนรับแรงดัดและแรงอัดร่วมกัน ดังรูปที่ 2.3.1 และโครงข้อแข็งที่ไม่มีการเซ ดังรูปที่ 2.3.2 สามารถหาสมการลักษณะเฉพาะ (Characteristic Equation) ของโครงข้อแข็งที่ไม่มีการเซได้ดังนี้

$$\frac{G_a G_b}{4}(\pi^2/k^2) + \frac{(G_a+G_b)}{2}\left(1 - \frac{\pi/k}{\tan \pi/k}\right) + \frac{2\tan \pi/2k}{\pi/k} = 1 \qquad (2.3.2)$$

โดยที่ k = ตัวประกอบความยาวประสิทธิผลของเสา

$$G = \frac{\Sigma (I_c/L_c)}{\Sigma (I_g/L_g)} \qquad (2.3.3)$$

I_g = โมเมนต์อินเนอร์เชียของคาน

L_g = ความยาวของคาน

สำหรับสัญญลักษณ์ a และ b ใช้แทนตำแหน่งที่ปลายเสาทั้งสองข้าง

ข) สมการลักษณะเฉพาะของโครงข้อแข็งที่มีการเซ

เมื่อพิจารณาชิ้นส่วนรับแรงดัดและแรงอัดร่วมกัน ดังรูป 2.3.1 และ โครงข้อแข็งที่มีการเซ ดังรูปที่ 2.3.3 สามารถหาสมการลักษณะเฉพาะ (Characteristic Equation) ของโครงข้อแข็งที่มีการเซ ได้ดังนี้

$$\frac{[(\pi/k)^2 G_a G_b - 1]}{36} \tan \pi/k - \frac{(G_a+G_b)\ \pi/k}{6} = 0 \qquad (2.3.4)$$

ค) การปรับค่าสติฟเนสของคานเพื่อสอดคล้องกับสภาพของจุดรองรับ และค่า G ของเสาที่ฐานรองรับ

1. โครงข้อแข็งที่ไม่มีการเซ

   กรณีปลายคานด้านไกล เป็นแบบยึดแน่น คูณ I_g/L_g ด้วย 2.0

   กรณีปลายคานด้านไกลเป็นแบบยึดหมุน คูณ I_g/L_g ด้วย 1.5

2. โครงข้อแข็งที่มีการเซ

   กรณีปลายคานด้านไกลเป็นแบบยึดแน่น คูณ I_g/L_g ด้วย 2/3

   กรณีปลายคานด้านไกลเป็นแบบยึดหมุน คูณ I_g/L_g ด้วย 1/2

3. ค่า G ของเสาที่ฐานรองรับ

   กรณีเสาที่ฐานรองรับแบบยึดหมุน ค่า G จากสมการ (2.2.3) มีค่าอนันต์ งานวิจัยนี้ใช้ค่า G ตาม CRC เท่ากับ 10

   กรณีเสาที่ฐานรองรับแบบยึดแน่น ค่า G จากสมการ (2.2.3) มีค่าศูนย์

ใช้ค่า G ตาม CRC เท่ากับ 1.0

ง) การหาคำตอบของสมการลักษณะเฉพาะของโครงข้อแข็ง

การหาค่าตัวประกอบความยาวประสิทธิผล k ของชิ้นส่วน อาศัยวิธีการทำซ้ำ (Iterative Method) โดยใช้ Modified Regula Falsi Method ซึ่งมีหลักว่า ระหว่างจุดสองจุดที่ค่าฟังก์ชัน f(x) มีเครื่องหมายตรงข้ามกันต้องมีค่าศูนย์ของ f(x) ดังนั้น ในการลองหาค่าศูนย์ของ f(x) เส้นตรงที่ลากระหว่างค่า f(x) ณ จุดทั้งสองและจะทำให้ระยะระหว่างจุดทั้งสองลดลงจนสามารถหาค่าศูนย์ของ f(x) ได้ดังรูปที่ 2.3.4 เขียนขั้นตอนวิธีได้

กำหนดค่า $f(x)$, a_1, b_1

เมื่อ $f(a_1)f(b_1) < 0$

$L = f(a_1)$, $R = f(b_1)$, $x_1 = a_1$

→ $k = 1,2,3,\ldots$

$x_{k+1} = (a_kR - b_kL)/(R-L)$

ถ้า $f(a_k)f(x_{k+1}) < 0$

ดังนั้น $a_{k+1} = a_k$, $b_{k+1} = x_{k+1}$, $R = f(x_{k+1})$

ถ้า $f(x_k)f(x_{k+1}) > 0$ ดังนั้น $L = L/2$

มิฉะนั้น $a_{k+1} = x_{k+1}$, $b_{k+1} = b_k$, $L = f(x_{k+1})$

ถ้า $f(x_k)f(x_{k+1}) > 0$ ดังนั้น $R = R/2$

ถ้า $f(x_{k+1}) > \epsilon_f$

โดยที่ ϵ_f = ค่าที่ยอมให้ของฟังก์ชัน

ในที่นี้ ค่าที่ยอมให้ของฟังก์ชันจะใช้เท่ากับ 10^{-6}

2.4 เงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก

ก) ความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกน กับ แรงดัดในการรับน้ำหนักของชิ้นส่วนหน้าตัด W ที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก เขียนเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{P}{P_y} + 0.85\frac{M}{M_p} = 1.0 \quad \text{เมื่อ } \frac{P}{P_y} > 0.15 \qquad (2.4.1)$$

$$\frac{M}{M_p} = 1.0 \quad \text{เมื่อ } \frac{P}{P_y} \leqslant 0.15 \qquad (2.4.2)$$

โดยที่ P = แรงในแนวแกนของชิ้นส่วน

P_y = $F_y A$

F_y = กำลังคลากของวัสดุ

M = แรงดัดของชิ้นส่วน

M_p = แรงดัดพลาสติกของชิ้นส่วน

ข) ความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกน กับ แรงดัดเมื่อพิจารณาแรงดัดที่เพิ่มขึ้นภายในชิ้นส่วน เนื่องจากผล P-Δ ที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก เขียนเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{C_m M}{(1-P/P_e)M_p} = 1.0 \qquad (2.4.3)$$

โดยที่ P_{cr} = แรงที่ทำให้เกิดการโค้งงอทางแกนที่เกิดการดัด

= $1.7 \ F_a A$

F_a = หน่วยแรงอัดที่ยอมให้

= $(12/23)\pi^2 E/C^2$ เมื่อ $C \geqslant C_c$

= $F_y/(FS(1 - C^2/(2C^2_c)))$ เมื่อ $C < C_c$

FS = $5/3 + (3/8)(C/C_c) - (1/8)(C/C_c)^3$

C = อัตราความชะลูด = kL/r

C_c = $\sqrt{2\pi^2 E/F_y}$

P_e = แรงออยเลอร์ทางแกนที่เกิดการดัด

= $\pi^2 EA/(kL/r)^2$

C_m = สัมประสิทธิ์ตัวลดค่าแรงดัด

= 0.85

k = ตัวประกอบความยาวประสิทธิผล

r = รัศมีไจเรชัน

2.5 การคำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก

ภายหลังจากการวิเคราะห์โครงข้อแข็งด้วยวิธีอิลาสติก จะทราบแรงภายในของแต่ละชิ้นส่วน จึงสามารถหาค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่ต่ำที่สุด เมื่อนำไปคูณแรงภายในของชิ้นส่วนแล้วทำให้จุดในโครงสร้างเกิดหน่วยแรงคลากตลอดทั้งหน้าตัด หรือเกิดจุดหมุนพลาสติกนั่นเอง การคำนวณหาค่าตัวประกอบสามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$\frac{\lambda^{j}_{ik} \ P^{j}_{k} + P^{j-1}_{ak}}{P_{yk}} + \frac{0.85 \ \lambda^{j}_{ik} \ M^{j}_{ik} + 0.85 \ M^{j-1}_{cik}}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.5.1)$$

017972

เมื่อ $\dfrac{\lambda^{j}_{ik} P^{j}_{k} + P^{j-1}_{ck}}{P_{yk}} > 0.15$

$$\frac{\lambda^{j}_{ik} M^{j}_{ik} + M^{j-1}_{cik}}{M_{pk}} = 1.0 \qquad (2.5.2)$$

เมื่อ $\dfrac{\lambda^{j}_{ik} P^{j}_{k} + P^{j-1}_{ck}}{P_{yk}} \leq 0.15$

$$\frac{\lambda^{j}_{ik} P^{j}_{k} + P^{j-1}_{ck}}{P_{crk}} + \frac{C_m \lambda^{j}_{ik} M^{j}_{ik} + C_m M^{j-1}_{cik}}{\left(1 - \dfrac{\lambda^{j}_{ik} P^{j}_{k} + P^{j-1}_{ck}}{P_{ck}}\right) M_{pk}} = 1.0$$

(2.5.3)

โดยที่ λ^{j}_{ik} = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่ตำแหน่ง i ของชิ้นส่วน k ในวงรอบการทำงานที่ j

P^{j}_{k} = แรงในแนวแกนของชิ้นส่วน k เนื่องจากแรงภายนอกกระทำในวงรอบการทำงานที่ j

P^{j-1}_{ck} = แรงในแนวแกนสะสมของชิ้นส่วน k ในวงรอบการทำงานที่ j-1

$= \sum_{j=1}^{j-1} \lambda^{j}_{m} \; P^{j}_{k}$

λ^{j}_{m} = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่น้อยที่สุด ในวงรอบการทำงานที่ j

P_{yk} = $F_y \; A_k$

A_k = พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วน k

M^{j}_{ik} = แรงดัดที่ตำแหน่ง i ของชิ้นส่วน k เนื่องจากแรงภายนอกกระทำในวงรอบการทำงานที่ j

M^{j-1}_{cik} = แรงดัดสะสมที่ตำแหน่ง i ของชิ้นส่วน k ในวงรอบการทำงานที่ j - 1

$= \sum_{j=1}^{j-1} \lambda^{j}_{m} \; M^{j}_{ik}$

M_{pk} = แรงดัดพลาสติกของชิ้นส่วน k

P_{crk} = แรงที่ทำให้เกิดการโก่งเดาะของชิ้นส่วน k

P_{ek} = แรงออยเลอร์ทางแกนที่เกิดการดัดของชิ้นส่วน k

2.6 การคำนวณผลลัพธ์สะสม

เมื่อทราบค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่น้อยที่สุดในวงรอบการทำงานที่ j ซึ่งหมายถึง โครงข้อแข็งจะเกิดจุดหมุนพลาสติก j จุดภายใต้แรงกระทำ $\lambda^{j-1}_{c}\{P\} + \lambda^{j}_{m}\{P\}$ และสามารถคำนวณค่าผลลัพธ์สะสมอื่น ๆ ได้ดังนี้

$$\lambda^{j}_{c} = \sum_{j=1}^{j} \lambda^{j}_{m} = \lambda^{j}_{m} + \lambda^{j-1}_{c} \qquad (2.6.1)$$

$$D^{j}_{ci} = \sum_{j=1}^{j} \lambda^{j}_{m} D^{j}_{i} = \lambda^{j}_{m} D^{j}_{i} + D^{j-1}_{ci} \qquad (2.6.2)$$

$$P^{j}_{ck} = \sum_{j=1}^{j} \lambda^{j}_{m} P^{j}_{k} = \lambda^{j}_{m} P^{j}_{K} + P^{j-1}_{cK} \qquad (2.6.3)$$

$$M^{j}_{cik} = \sum_{j=1}^{j} \lambda^{j}_{m} M^{j}_{ik} = \lambda^{j}_{m} M^{j}_{ik} + M^{j-1}_{cik} \qquad (2.6.4)$$

โดยที่ λ^{j}_{c} = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสมในวงรอบการทำงานที่ j

λ^{j-1}_{c} = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสมในวงรอบการทำงานที่ j-1

D^{j}_{ci} = ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสมที่ข้อต่อ i ในวงรอบการทำงานที่ j

D^{j}_{i} = ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อต่อ i ในวงรอบการทำงานที่ j

D^{j-1}_{ci} = ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสมที่ข้อต่อ i ในวงรอบการทำงานที่ j-1

P^{j}_{ck} = แรงในแนวแกนสะสมของชิ้นส่วน k ในวงรอบการทำงานที่ j

M^{j}_{cik} = แรงดัดสะสมที่ตำแหน่ง i ของชิ้นส่วน k ในวงรอบการทำงานที่ j

2.7 การเปลี่ยนแปลงสติฟเนสของชิ้นส่วน

เมื่อเกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้นที่ชิ้นส่วนใดในโครงข้อแข็ง แรงภายในที่ตำแหน่งนั้นจะไม่เพิ่มขึ้นอีกในการวิเคราะห์รอบต่อไป ซึ่งแรงภายในดังกล่าวมีทั้งแรงดัดและแรงตามแนวแกนในชิ้นส่วน ดังนั้นสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนที่เปลี่ยนแปลงในระบบพิกัดเฉพาะที่สามารถเขียนได้ดังนี้

ก) กรณีจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นที่ปลายซ้ายของชิ้นส่วน

$$[k] = 3EI/L \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L^2 & 0 & -1/L^2 & 1/L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/L^2 & 0 & 1/L^2 & -1/L \\ 0 & 1/L & 0 & -1/L & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7.1)$$

ข) กรณีจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นภายในชิ้นส่วน (รูปที่ 2.7.1 และ รูปที่ 2.7.2)

$$[k] = 3EI/(a^3+b^3) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & -1 & b \\ 0 & a & a^2 & -a & ab \\ 0 & -1 & -a & 1 & -b \\ 0 & b & ab & -b & b^2 \end{bmatrix} \quad (2.7.2)$$

ค) กรณีจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นที่ปลายขวาของชิ้นส่วน

$$
[k] = 3EI/L \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L^2 & 1/L & -1/L^2 & 0 \\ 0 & 1/L & 1 & -1/L & 0 \\ 0 & -1/L^2 & -1/L & 1/L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2.7.3)
$$

ง) กรณีจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นที่ปลายซ้ายของชิ้นส่วนกับภายในของชิ้นส่วน หรือจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นภายในชิ้นส่วนกับที่ปลายขวาของชิ้นส่วน หรือจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นที่ปลายซ้ายของชิ้นส่วนกับปลายขวาของชิ้นส่วน

$$
[k] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2.7.4)
$$

2.8 แรงยึดแน่นที่ปลายของชิ้นส่วนเนื่องจากแรงกระทำภายในชิ้นส่วน

แรงยึดแน่นที่ปลายของชิ้นส่วนในกรณีที่ยังไม่เกิดจุดหมุนพลาสติก และในกรณีที่เกิดจุดหมุนพลาสติกสามารถหาได้ดังนี้

ก) กรณีปลายทั้งสองของชิ้นส่วนเป็นแบบยึดรั้ง

1. แรงกระทำแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอ (รูปที่ 2.8.1)

$F_1 = wl/2$

$F_2 = -wl^2/12$

$F_3 = wl/2$

$F_4 = -wl^2/12$ (2.8.1)

2. แรงกระทำแบบจุด (รูปที่ 2.8.2)

$F_1 = (Pd/l) + (Pcd^2/l^3) - (Pc^2d/l^3)$

$F_2 = Pcd^2/l^2$

$F_3 = (Pc/l) - (Pcd^2/l^3) + (Pc^2d/l^3)$

$F_4 = -Pc^2d/l^2$ (2.8.2)

ข) กรณีปลายซ้ายของชิ้นส่วนเกิดจุดหมุนพลาสติก และปลายขวาของชิ้นส่วนเป็นแบบยึดรั้ง

1. แรงกระทำแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอ (รูปที่ 2.8.3)

$F_1 = 3wl/8$

$F_2 = 0$

$F_3 = 5wl/8$

$F_4 = -wl^2/8$ (2.8.3)

2. แรงกระทำแบบจุด (รูปที่ 2.8.4)

$F_1 = (Pd/l)-(Pcd/2l^2)(1+c/l)$

$F_2 = 0$

$F_3 = (Pc/l) + (Pcd/2l^2)(1+c/l)$

$F_4 = -(Pcd/2l)(1+c/l)$ (2.8.4)

ค) กรณีจุดหมุนพลาสติกเกิดภายในชิ้นส่วน และปลายทั้งสองของชิ้นส่วนเป็นแบบยึดรั้ง

1. แรงกระทำแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอ (รูปที่ 2.8.5)

$F_1 = w(5a^4 + 8ab^3 + 3b^4)/(8(a^3 + b^3))$

$F_2 = wa(a^4 + 4ab^3 + 3b^4)/(8(a^3 + b^3))$

$F_3 = w(3a^4 + 8a^3b + 5b^4)/(8(a^3 + b^3))$

$F_4 = -wb\ (3a^4 + 4a^3b + b^4\ )/(8(a^3 +b^3))$ (2.8.5)

2. แรงกระทำแบบจุดโดยแรงกระทำด้านซ้ายของจุดหมุนพลาสติก (รูปที่ 2.8.6)

$F_1 = P(2a^3 - 3ac^2 + 2b^3 + c^3)/(2(a^3 + b^3))$

$F_2 = Pc(2a^3 - 3a^2c + ac^2 + 2b^3)/(2(a^3 + b^3))$

$F_3 = P(3ac^2 - c^3)/(2(a^3 + b^3))$

$F_4 = -Pb(3ac^2 - c^3)/(2(a^3 + b^3))$ (2.8.6)

3. แรงกระทำแบบจุดโดยแรงกระทำด้านขวาของจุดหมุนพลาสติก (รูปที่ 2.8.7)

$F_1 = P(2b^3 + (c-a)^3 -3(c-a)b^2)/(2(a^3 + b^3))$

$F_2 = Pa(2b^3 +(c-a)^3 -3(c-a)b^2)/(2(a^3 +b^3))$

$F_3 = P(2a^3 - (c-a)^3 + 3(c-a)b^2)/(2(a^3 + b^3))$

$F_4 = -P(2a^3b + (c-a)(b^3-2a^3)-(c-a)^3b/(2(a^3 + b^3))$

(2.8.7)

ง) กรณีจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นสองจุดที่ปลายซ้ายและภายในของชิ้นส่วน สำหรับปลายขวาของชิ้นส่วนเป็นแบบยึดรั้ง

1. แรงกระทำแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอ (รูปที่ 2.8.8)

$F_1 = wa/2$

$F_2 = Ø$

$F_3 = w(a/2 + b)$

$F_4 = -wb(a+b)/2$ (2.8.8)

2. แรงกระทำแบบจุดโดยแรงกระทำระหว่างจุดหมุนพลาสติกทั้งสอง (รูปที่ 2.8.9)

$F_1 = P(a-c)/a$

$F_2 = 0$

$F_3 = Pc/a$

$F_4 = -Pbc/a$ (2.8.9)

3. แรงกระทำแบบจุดโดยแรงกระทำระหว่างจุดหมุนพลาสติก และปลายยึดรั้ง (รูปที่ 2.8.10)

$F_1 = 0$

$F_2 = 0$

$F_3 = P$

$F_4 = -P(l-c)$ (2.8.10)

จ) กรณีจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นสองจุดที่ภายในและปลายขวาของชิ้นส่วน สำหรับปลายซ้ายของชิ้นส่วนเป็นแบบยึดรั้ง

1. แรงกระทำแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอ (รูปที่ 2.8.11)

$F_1 = w(a + b/2)$

$F_2 = wa\ (a + b)/2$

$F_3 = wb/2$

$F_4 = 0$ (2.8.11)

2. แรงกระทำแบบจุดโดยแรงกระทำระหว่างปลายยึดรั้ง และจุดหมุนพลาสติก (รูปที่ 2.8.12)

$F_1 = P$

$F_2 = Pc$

$F_3 = 0$

$F_4 = 0$ (2.8.12)

3. แรงกระทำแบบจุดโดยแรงกระทำระหว่างจุดหมุนพลาสติกทั้งสอง (รูปที่ 2.8.13)

$F_1 = P(l-c)/b$

$F_2 = Pa(l-c)/b$

$F_3 = P(c-a)/b$

$F_4 = 0$ (2.8.13)

ฉ) กรณีปลายขวาของชิ้นส่วนเกิดจุดหมุนพลาสติก และปลายซ้ายของชิ้นส่วนเป็นแบบยึดรั้ง

1. แรงกระทำแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอ (รูปที่ 2.8.14)

$F_1 = 5wl/8$

$F_2 = wl^2/8$

$F_3 = 3wl/8$

$F_4 = 0$ (2.8.14)

2. แรงกระทำแบบจุด (รูปที่ 2.8.15)

$F_1 = (Pd/l) + Pcd(1+d/l)/(2l^2)$

$F_2 = Pcd(1+d/l)/(2l)$

$F_3 = (Pc/l) - Pcd(1+d/l)/(2l^2)$

$F_4 = 0$ (2.8.15)

ช) กรณีปลายทั้งสองของชิ้นส่วนเกิดจุดหมุนพลาสติก

1. แรงกระทำแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอ (รูปที่ 2.8.16)

$F_1 = wl/2$

$F_2 = 0$

$F_3 = wl/2$

$F_4 = 0$ (2.8.16)

2. แรงกระทำแบบจุด (รูปที่ 2.8.17)

$F_1 = Pd/l$

$F_2 = 0$

$F_3 = Pc/l$

$F_4 = 0$ (2.8.17)

2.9 การตรวจสอบการวิบัติของโครงข้อแข็ง

สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงข้อแข็งเปลี่ยนแปลงตามสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนเมื่อจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นจนในที่สุดโครงข้อแข็งเกิดความไม่เสถียร โดยตรวจสอบได้ดังนี้

ก) เทอมในแนวทะแยงของสติฟเนสเมตริกซ์ของโครงข้อแข็งมีค่าเป็นศูนย์

ข) การเปลี่ยนตำแหน่งมีค่ามาก เนื่องจากเทอมในแนวทะแยงของสติฟเนสเมตริกซ์ของโครงข้อแข็งมีค่าน้อยมาก

2.10 หน่วยแรงลัพธ์ ณ จุดคลากของชิ้นส่วน

หลังจากคำนวณออกแบบโครงเหล็กข้อแข็งด้วยวิธีอิลาสติก - พลาสติกจนกระทั่งได้ขนาดหน้าตัดของชิ้นส่วนและได้ตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกตามที่ผู้ออกแบบต้องการ เพื่อให้แน่ใจว่า จะไม่เกิดหน่วยแรงคลากขึ้นในแต่ละชิ้นส่วน ขณะน้ำหนักบรรทุกใช้งานกระทำต่อโครงเหล็กข้อแข็งนี้ ในงานวิจัยนี้จึงตรวจสอบหน่วยแรงลัพธ์ ณ จุดคลากของชิ้นส่วน โดยสมการความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงในแนวแกนกับหน่วยแรงดัด สามารถเขียนได้ดังนี้

ก) กรณีแรงดัดสูงสุดเกิดขึ้นที่ปลายข้างใดข้างหนึ่งของชิ้นส่วน

$$\frac{P}{P_y} + \frac{M}{M_y} \leqslant 1.0 \qquad (2.10.1)$$

ข) กรณีแรงดัดสูงสุดเกิดขึ้นในระหว่างช่วงความยาวของชิ้นส่วน

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{M}{M_y} \frac{C_m}{1-P/P_e} \leqslant 1.0 \qquad (2.10.2)$$

โดยที่ M_y = แรงดัดคลาก

2.11 เกณฑ์ในการออกแบบโครงเหล็กข้อแข็งด้วยวิธีอิลาสติก - พลาสติก

ในการออกแบบโครงเหล็กข้อแข็งจะใช้ตามมาตรฐานของ AISC (4) ที่กำหนดไว้

ก) ขณะที่โครงเหล็กข้อแข็งเกิดสภาวะไม่เสถียร ตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกมีค่า

$\lambda \geqslant 1.7$ กรณีของน้ำหนักบรรทุกคงที่และน้ำหนักบรรทุกจร

$\lambda \geqslant 1.3$ กรณีของน้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจร และแรงลม (หรือ แรงแผ่นดินไหว)

ข) ขณะที่น้ำหนักบรรทุกใช้งาน ($\lambda = 1.0$) โครงเหล็กข้อแข็งจะไม่เกิดการคลาก

ค) พิกัดของค่าการโก่งตัว

1. ค่าการโก่งตัวที่ยอมให้ทางดิ่ง

$$\Delta_v \leqslant L/360 \qquad (2.11.1)$$

$$d \geqslant (F_y/56245.7)\, L \qquad (2.11.2)$$

2. ค่าการโก่งตัวที่ยอมให้ทางราบ

$$\Delta_H \leqslant 0.002\, H \qquad (2.11.3)$$

โดยที่ Δ_v = ค่าการโก่งตัวทางดิ่งตามทฤษฎีอิลาสติก

Δ_H = ค่าการโก่งตัวทางราบตามทฤษฎีอิลาสติก

d = ความลึกของหน้าตัดชิ้นส่วน

F_y = กำลังคลากของวัสดุเป็น กก.ต่อ ตร.ซม.

L = ความยาวของชิ้นส่วน

H = ความสูงของโครงข้อแข็ง

2.12 การคำนวณออกแบบขนาดชิ้นส่วนในโครงเหล็กข้อแข็ง

ในงานวิจัยนี้ผู้ออกแบบต้องกำหนด ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกของจุดหมุนพลาสติกจุดแรก และ ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกของจุดหมุนพลาสติกที่โครงเหล็กข้อแข็งเกิดสภาวะไม่เสถียร ต่อจากนั้นคำนวณออกแบบโครงเหล็กข้อแข็งด้วยวิธีอิลาสติก - พลาสติก โดยการเลือกขนาดของชิ้นส่วนจากตารางเหล็กปีกกว้างมาตรฐานที่ผลิตในประเทศญี่ปุ่น 81 หน้าตัดซึ่งได้แสดงคุณสมบัติของเหล็กหน้าตัดปีกกว้างในภาคผนวก ง.

ก) การหาขนาดหน้าตัดเริ่มแรกของชิ้นส่วน

โดยการสมมติหน้าตัดในโครงเหล็กข้อแข็งมีขนาดเท่ากันทุกชิ้นส่วนจากตารางเหล็กปีกกว้างมาตรฐาน วิเคราะห์โครงเหล็กข้อแข็งนี้ด้วยวิธีอิลาสติก - พลาสติก เพื่อหาแรงภายในและค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่จุดหมุนพลาสติกจุดแรก และจะต้องปรับค่าของแรงภายในที่ได้ตามอัตราส่วนระหว่างค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกของจุดหมุนพลาสติกจุดแรกที่ผู้ออกแบบต้องการ กับตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกของจุดหมุนพลาสติกจุดแรกที่คำนวณได้จากการสมมติหน้าตัดของชิ้นส่วน เพื่อปรับค่าแรงภายในของแต่ละชิ้นส่วนและออกแบบขนาดหน้าตัดเริ่มแรกด้วยวิธีการออกแบบพลาสติกตามมาตรฐานของ AISC (4) ดังนี้

1. การออกแบบคาน (ชิ้นส่วนรับแรงดัดกระทำเป็นหลัก)

$$Z = M_p/F_y \quad \text{เมื่อ } 0 \leqslant P/P_y \leqslant 0.15 \qquad (2.12.1)$$

$$Z = M_p(P/P_y+0.85)/F_y \quad \text{เมื่อ } 0.15 < P/P_y \leqslant 1.0 \qquad (2.12.2)$$

โดยที่ Z = โมดูลัสพลาสติก

2. การออกแบบเสา (ชิ้นส่วนรับแรงอัดกระทำเป็นหลัก)

$$P_y = P + 0.85\,(M_{pc}/M_p)P_y \qquad (2.12.3)$$

สำหรับหน้าตัดปีกกว้าง $Z/S \approx 1.12$ และ $r/d \approx 0.43$
เขียนสมการ (2.12.3) ใหม่ได้

$$P_y = P + 2.1\,M/d \qquad (2.12.4)$$

โดยที่ M_{pc} = แรงดัดประสิทธิผล
S = โมดูลัสหน้าตัด

ในที่นี้ ถ้าอัตราส่วนระหว่างแรงตามแนวแกนต่อแรงดัดมากกว่า 2.5 จะใช้หลักการออกแบบเสา (21)

3. กำลังของชิ้นส่วน ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดัดพลาสติกและแรงในแนวแกนสำหรับหน้าตัดเหล็กปีกกว้าง เขียนสมการได้ดังนี้

$$M_{pc} = 1.18\,M_p\,(1-P/P_y) \qquad (2.12.5)$$

4. การสูญเสียความเสถียรในระนาบของการดัด ความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกนกับแรงดัดในแง่ของความเสถียร เขียนสมการได้ดังนี้

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{C_m M}{(1-P/P_e)M_p} \leq 1.0 \qquad (2.12.6)$$

ข) การเลือกขนาดหน้าตัดของชิ้นส่วนในโครงเหล็กข้อแข็ง

การหาขนาดหน้าตัดของชิ้นส่วน เพื่อให้ได้ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกตามที่ผู้ออกแบบต้องการ จะอาศัยหลักการของ Wang (5) ซึ่งใช้ได้ในกรณีที่แรงในแนวแกนไม่มากนัก ดังสมการ (2.4.2) โดยสมมติว่าขนาดหน้าตัดของชิ้นส่วนในโครงเหล็กข้อแข็งเท่ากันทุกชิ้นส่วน วิเคราะห์หาแรงภายในของชิ้นส่วนและหาค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกได้ดังนี้

$$\frac{\lambda^{o}_{ik} M_{ik}}{M^{o}_{pk}} = 1.0 \qquad (2.12.7)$$

เมื่อเพิ่มหรือลดขนาดหน้าตัดของชิ้นส่วนในโครงเหล็กข้อแข็งเท่ากับ n เท่าของโมเมนต์อินเนอร์เชีย วิเคราะห์หาแรงภายในของชิ้นส่วนได้ค่าเท่าเดิมและหาค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{\lambda^{n}_{ik} M_{ik}}{M^{n}_{pk}} = 1.0 \qquad (2.12.8)$$

การเปลี่ยนแปลงค่าแรงดัดพลาสติกของชิ้นส่วน k

$$M^{n}_{pk} - M^{o}_{pk} = (\lambda^{n}_{ik} - \lambda^{o}_{ik}) M_{ik} \qquad (2.12.9)$$

จัดรูปสมการ (2.12.9) ใหม่ได้

$$M^n_{pk} = M^o_{pk} + \frac{(\lambda^n_{ik} - \lambda^o_{ik})\, M^o_{pk}}{\lambda^o_{ik}} \qquad (2.12.10)$$

โดยที่ M_{ik} = แรงดัดที่ตำแหน่ง i ของชิ้นส่วน k

λ^o_{ik} = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกค่าเก่าที่ตำแหน่ง i ของชิ้นส่วน k

M^o_{pk} = แรงดัดพลาสติกค่าเก่าของชิ้นส่วน k

λ^n_{ik} = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกค่าใหม่ที่ตำแหน่ง i ของชิ้นส่วน k

M^n_{pk} = แรงดัดพลาสติกค่าใหม่ของชิ้นส่วน k

ในงานวิจัยจะใช้สมการ (2.12.10) เลือกขนาดหน้าตัดของชิ้นส่วนจากตารางเหล็กปีกกว้างมาตรฐานจากภาคผนวก ง.

ค) การกำหนดชุดของชิ้นส่วนที่เหมือนกัน

ในทางปฏิบัติ การใช้ชิ้นส่วนที่เหมือนกันจะทำให้สะดวกในการก่อสร้าง การควบคุมงานและการสั่งซื้อวัสดุ หรืออาจเป็นความต้องการทางด้านสถาปัตยกรรม งานวิจัยนี้จึงให้ผู้ออกแบบสามารถเลือกชุดของชิ้นส่วนได้ นอกจากนี้การกำหนดชุดของชิ้นส่วนยังช่วยลดจำนวนรอบของการลองเลือกขนาดของชิ้นส่วนได้ด้วย

ง) การคำนวณค่าการโก่งตัวของชิ้นส่วน

เพื่อป้องกันมิให้เกิดรอยแตกร้าวต่าง ๆ เกิดขึ้นในส่วนอื่นของอาคาร เนื่องจากชิ้นส่วนในโครงสร้างโก่งตัวมากเกินไป จึงต้องคำนวณหาค่าการโก่งตัวของชิ้นส่วนเพื่อมิให้เกินพิกัดที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.11 ในงานวิจัยนี้ การคำนวณหาค่ามุมลาดเอียงและค่าการ

โก่งตัวจะถือที่ปลายของชิ้นส่วนไม่ทรุดตัว และถือว่าการโก่งตัวเนื่องจากแรงในแนวแกนของชิ้นส่วนมีค่าน้อย เมื่อพิจารณาสมการอนุพันธ์

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \qquad (2.12.11)$$

สามารถหาค่ามุมลาดเอียงและค่าการโก่งตัวของชิ้นส่วน ขณะมีแรงดัดกระทำที่ปลายทั้งสองและน้ำหนักบรรทุกแบบแผ่กระจายสม่ำเสมอและน้ำหนักบรรทุกแบบจุดกระทำระหว่างชิ้นส่วนได้

$$\theta(x) = 1/EI\{[((M_a + M_b)/2l)x^2 - M_a x + l(M_a/3 - M_b/6)]$$

$$+ \ w[x^3 - lx^2/4 + l^3/24]$$

$$+ \ 1/6l[\Sigma \ P_i d_i(-3x^2 + (l^2 - d^2_i))]$$

(น้ำหนักอยู่ขวาของ x)

$$+ \ 1/6l[\Sigma \ P_i d_i(-3x^2 + (3l/d_i)(x-c_i)^2 + (l^2 - d^2_i))]\}$$

(น้ำหนักอยู่ซ้ายของ x) (2.12.12)

$$y(x) = 1/EI\{[((M_a + M_b)/6l)x^3 - M_a x^2/2 + l(M_a/3 - M_b/6)x]$$

$$+ \ w[x^4/24 - lx^3/12 + l^3x/24]$$

$$+ \ 1/6l[\Sigma \ P_i d_i(-x^3 + (l^2 - d^2_i)x)]$$

(น้ำหนักอยู่ขวาของ x)

$$+ \ 1/6l[\Sigma \ P_i d_i(-x^3 + l(x-c_i)^3/d_i + (l^2-d^2_i)x)]\}$$

(น้ำหนักอยู่ซ้ายของ x) (2.12.13)

โดยที่ $\theta(x)$ = มุมลาดเอียงที่ตำแหน่ง x ของชิ้นส่วน

$y(x)$ = ระยะโก่งตัวที่ตำแหน่ง x ของชิ้นส่วน

จ) ผลของแรงเฉือนต่อแรงดัดพลาสติก

ณ ตำแหน่งที่เกิดจุดหมุนพลาสติกจะมีแรงเฉือน และแรงในแนวแกนเกิดขึ้นร่วมกับแรงดัด ผลเนื่องจากแรงในแนวแกนได้พิจารณาแล้วในหัวข้อ 2.4 ส่วนผลเนื่องจากแรงเฉือนพบว่า แรงเฉือนจะไม่ทำให้ค่าแรงดัดพลาสติกในคานปีกกว้างลดลงตราบใดที่แรงเฉือนที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยกว่าแรงเฉือนประลัย

$$V_u = F_y \ t_w \ d_w / \sqrt{3} \qquad (2.12.14)$$

โดยที่ V_u = แรงเฉือนประลัย

t_w = ความหนาของแผ่นเอว

d_w = ความลึกของเอว

ฉ) การโก่งเดาะเฉพาะที่

เพื่อป้องกันการวิบัติของคานในลักษณะการโก่งเดาะเฉพาะที่ของปีก หรือของแผ่นเอว ที่ความเครียดน้อยกว่าความเครียดแข็งเพิ่ม (strain hardening) มาตรฐาน AISC (4) ได้กำหนดค่าสูงสุดของอัตราส่วนความชะลูดที่ยอมให้ในแต่ละกรณีดังนี้

1. การโก่งเดาะเฉพาะที่ของปีก เมื่อรับแรงอัดเนื่องจากแรงดัด หรือแรงในแนวแกน หรือทั้งสองแรงร่วมกัน

$$\frac{b_f}{t_f} \leqslant \frac{845}{\sqrt{F_y}} \qquad (2.12.15)$$

โดยที่ b_f = ความกว้างของปีก

t_f = ความหนาของปีก

2. การโก่งเดาะเฉพาะที่ของแผ่นเอว เมื่อรับแรงอัด หรือแรงดัด หรือทั้งสองแรงร่วมกัน

$$\frac{d}{t_w} \leqslant \frac{2155}{\sqrt{F_y}} \qquad \text{เมื่อ} \quad \frac{P}{P_y} > 0.27$$

(2.12.16)

และ

$$\frac{d}{t_w} \leqslant \frac{3454}{\sqrt{F_y}} \left(1-1.4\frac{P}{P_y}\right) \qquad \text{เมื่อ} \quad \frac{P}{P_y} \leqslant 0.27$$

(2.12.17)

โดยที่ d = ความลึกของหน้าตัด

t_w = ความหนาของแผ่นเอว