บทที่ 2

สถิติและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิเคราะห์ความถดถอย เป็นการวิเคราะห์รูปแบบของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตาม โดยแสดงให้เห็นว่าตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามหรือไม่ มากน้อยเพียงใดซึ่งดูได้จากค่าสัมประสิทธิ์ถดถอย เมื่อใช้สมการถดถอยเชิงเส้นในการแสดงความสัมพันธ์ของปัจจัยต่าง ๆ ที่มีต่อตัวแปรตาม ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตามที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาต่างกัน หรือต่างกลุ่มตัวอย่าง ยังคงประกอบด้วยตัวแปรอิสระชุดเดียวกัน แต่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนไม่เท่ากัน จึงเกิดคำถามที่ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตามต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรอิสระที่เกิดขึ้นในสองช่วงเวลาหรือสองกลุ่มตัวอย่างเท่ากันหรือไม่

สิ่งที่สนใจศึกษาในการวิจัยนี้ คือ การทดสอบความเท่ากันของสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้น ซึ่งประกอบด้วย สมการถดถอย 2 สมการ การแปลงค่าตัวแปรอิสระให้เป็นค่ามาตร-ฐาน การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด การทดสอบความเท่ากันของสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นโดยใช้สถิติทดสอบ 3 วิธี ทั้งนี้เพื่อเปรียบ-เทียบความแกร่งและอำนาจของการทดสอบทั้ง 3 วิธี ซึ่งในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีสถิติและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 <u>การแปลงค่าตัวแปรอิสระให้เป็นค่ามาตรฐาน</u>

การเปรียบเทียบตัวแปรอิสระแต่ละตัว ซึ่งดูได้จากค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย ในกรณีตัวแปรอิสระมากกว่า 1 ตัว ตัวแปรอิสระแต่ละตัวอาจจะมีหน่วยที่แตกต่างกัน เพื่อทำให้ค่าของตัวแปรอิสระมีหน่วยเดียวกัน จึงต้องแปลงค่าตัวแปรอิสระให้เป็นค่ามาตรฐาน วิธีการแปลงสมการถดถอยเชิงเส้นเป็นสมการมาตรฐานมี 2 วิธี คือ

<u>วิธีที่ 1</u> Unit Normal Scaling

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots, n \quad j = 1,2,\ldots, k$$

$$y_i^* = \frac{y_i - \bar{y}}{s_y} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots, n$$

โดยที่ k คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

x_{ij} คือ ค่าของตัวแปรอิสระที่ j จากตัวอย่างที่ i

y_i คือ ค่าของตัวแปรตามจากตัวอย่างที่ i

$s_j^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n-1}$ เป็นความแปรปรวนของตัวแปรอิสระ x_j

$s_y^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$ เป็นความแปรปรวนของตัวแปรตาม

ตัวแปรอิสระและตัวแปรตามที่ถูกแปลงค่าแล้วจะมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และมีความแปร-ปรวนเป็นหนึ่ง เมื่อใช้ตัวแปรใหม่เหล่านี้ ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นเป็น

$$y_i^* = b_1 z_{i1} + b_2 z_{i2} + \ldots + b_k z_{ik} + \varepsilon_i \; ; \; i = 1,2,\ldots, n$$

ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยกำลังสองน้อยที่สุดคือ

$$\hat{b} = (Z'Z)^{-1} Z'y^* \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(2.1.1)$$

<u>วิธีที่ 2</u> Unit Length Scaling

$$w_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_{jj}^{1/2}} \quad ; \quad i = 1,2, \ldots, n \quad j = 1,2, \ldots, k$$

$$y_i^* = \frac{y_i - \bar{y}}{s_{yy}^{1/2}} \quad ; \quad i = 1,2, \ldots, n$$

โดยที่ x_{ij} คือ ค่าของตัวแปรอิสระที่ j จากตัวอย่างที่ i

y_i คือ ค่าของตัวแปรตามจากตัวอย่างที่ i

$$s_{jj} = \sum_{i=1}^{n} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$$

ในการแปลงค่าตัวแปรวิธีนี้ จะได้ค่าตัวแปรอิสระใหม่ w_j ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และ $\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (w_{ij} - \bar{w}_i)^2} = 1$ และสมการถดถอยเชิงเส้นในเทอมของตัวแปรใหม่นี้คือ

$$y_i^* = b_1 w_{i1} + b_2 w_{i2} + \ldots + b_k w_{ik} + \varepsilon_i \quad ; \quad i = 1,2,\ldots, n$$

ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะได้

$$\hat{b} = (W'W)^{-1} W'y^* \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(2.1.2)$$

การแปลงตัวแปรอิสระให้มีมาตรฐานเดียวกันด้วยวิธี Unit Length Scaling นี้จะได้เมตริกซ์ความสัมพันธ์ $W'W$ ดังนี้

$$W'W = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & r_{14} & \cdots & r_{1k} \\ r_{12} & 1 & r_{23} & r_{24} & \cdots & r_{2k} \\ r_{13} & r_{23} & 1 & r_{34} & \cdots & r_{3k} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ r_{1k} & r_{2k} & \cdots & & & 1 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(x_{ki} - \bar{x}_i)(x_{kj} - \bar{x}_j)}{(s_{ii}\ s_{jj})^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{s_{ij}}{(s_{ii}\ s_{jj})^{\frac{1}{2}}}$$ เป็นสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ x_i กับ x_j

ในทำนองเดียวกัน

$$W'y^* = \begin{bmatrix} r_{1y} \\ r_{2y} \\ \vdots \\ r_{ky} \end{bmatrix}$$

โดยที่ $r_{jy} = \dfrac{\sum\limits_{u=1}^{n} (x_{uj} - \bar{x}_j)(y_u - \bar{y})}{(s_{jj}\ s_{yy})^{\frac{1}{2}}}$

$= \dfrac{s_{jy}}{(s_{jj}\ s_{yy})^{\frac{1}{2}}}$ เป็นสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ x_j กับ

ตัวแปรตาม y

สมการ (2.1.1) และสมการ (2.1.2) จะมีค่าเท่ากัน

นั่นคือ ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ได้จากการแปลงข้อมูลทั้ง 2 วิธี มีค่าเท่ากัน ทั้งนี้เพราะ $Z'Z = (n-1)\ W'W$ ค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้นที่ได้จากการแปลงค่านี้ เรียกว่า สัมประสิทธิ์ความถดถอยมาตรฐาน

2.2 <u>การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด</u>

วิธีการหาค่าประมาณของพารามิเตอร์วิธีนี้ เป็นวิธีที่มีรากฐานมาจากทฤษฎีการประมาณค่าเชิงเส้น เป็นวิธีที่คิดขึ้นโดย คาร์ล เฟรดริช เกาส์ (Karl Friedrich Gauss 1777 - 1855) และอังเดร แอนดรีวิช มาร์คอฟ (Andrei Andreevich Markov 1856-1922) โดยมีหลักเกณฑ์ดังนี้ คือ ให้หาตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของผลต่างของค่าสังเกตกับค่าคาดหวังของตัวแปรมีค่าต่ำสุด

แบบจำลองทั่วไปของสมการถดถอยเชิงเส้น

$$\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon} \qquad \text{..................(2.2.1)}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{Y}$ คือ เมตริกซ์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$

X คือ เมตริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times k_1$

$\underset{\sim}{\beta}$ คือ เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นขนาด $k_1 \times 1$

$\underset{\sim}{\varepsilon}$ คือ เมตริกซ์ของความคลาดเคลื่อนขนาด nx1 โดยที่

$$\underset{\sim}{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 I_n)$$

n คือ ขนาดตัวอย่าง

k_1 คือ จำนวนตัวแปรอิสระ +1

ตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดของ $\underset{\sim}{\beta}$ คือ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ ที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Sum Square Error) มีค่าน้อยที่สุด

จากแบบจำลอง (2.2.1) จะได้ผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเป็น

$$
\begin{aligned}
S(\beta) &= \underset{\sim}{\varepsilon}'\underset{\sim}{\varepsilon} = (\underset{\sim}{Y} - X\underset{\sim}{\beta})'(\underset{\sim}{Y} - X\underset{\sim}{\beta}) \\
&= \underset{\sim}{Y}'\underset{\sim}{Y} - \underset{\sim}{\beta}'X'\underset{\sim}{Y} - \underset{\sim}{Y}'X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\beta}'X'X\underset{\sim}{\beta} \\
&= \underset{\sim}{Y}'\underset{\sim}{Y} - 2\underset{\sim}{\beta}'X'\underset{\sim}{Y} + \underset{\sim}{\beta}'X'X\underset{\sim}{\beta} \qquad \text{..........(2.2.2)}
\end{aligned}
$$

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด จากตัวแบบ (2.2.1) ซึ่งจะได้ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นจากการ ดิฟเฟอเรน ซิเอท (Differentiate) สมการ (2.2.2) เทียบกับ β แล้วให้เท่ากับศูนย์

$$\left.\frac{\partial \underset{\sim}{S}}{\partial \beta}\right|_{\hat{\beta}} = -2X'\underset{\sim}{Y} + 2X'X\hat{\underset{\sim}{\beta}} = \underset{\sim}{0}$$

$$X'X\hat{\underset{\sim}{\beta}} = X'\underset{\sim}{Y} \qquad \text{.....................(2.2.3)}$$

สมการ (2.2.3) เรียกสมการปกติโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จากสมการนี้จะได้ตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุด

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (X'X)^{-1}X'\underset{\sim}{Y}$$

จะพบว่า เมตริกซ์ $(X^{\prime}X)^{-1}$ จะหาค่าได้ (Exist) ถ้าตัวแปรอิสระเป็นอิสระซึ่งกันและกันเชิงเส้น (Linearly independent) นั่นคือ ไม่มีสดมภ์ใด ๆ ของเมตริกซ์ X เป็นผลบวกเชิงเส้น (Linear Combination) ของสดมภ์อื่น ๆ

จากสมการปกติโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (2.2.3) จะพบว่า $X^{\prime}X$ เป็นเมตริกซ์สมมาตร (Symmetric matrix) โดยที่สมาชิกในแนวทะแยงมุมของ $X^{\prime}X$ เป็นผลบวกกำลังสองของสมาชิกในแต่ละสดมภ์ของ X และสดมภ์อื่น ๆ ที่ไม่ใช่สมาชิกในแนวทะแยงมุมเป็นผลบวกของผลคูณไขว้ของสมาชิกของ X นอกจากนี้ $X^{\prime}\underset{\sim}{Y}$ เป็นผลบวกของผลคูณไขว้ของสมาชิกในแต่ละสดมภ์ของ X กับค่าสังเกตที่ i (y_i)

ในการศึกษาครั้งนี้จะทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นจากข้อมูล 3 ชุด คือข้อมูลชุดที่หนึ่ง ข้อมูลชุดที่สอง ข้อมูลชุดที่หนึ่งและข้อมูลชุดที่สองรวมกัน เพื่อนำไปใช้ในการทดสอบ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

2.2.1 <u>ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นจากข้อมูลชุดที่หนึ่ง</u>

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}_A = (X_A^{\prime} X_A)^{-1} X_A^{\prime} \underset{\sim}{Y}_A$$

เมื่อ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}_A$ คือ เมตริกซ์ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยขนาด $k_1 x 1$

$\underset{\sim}{Y}_A$ คือ เมตริกซ์ของตัวแปรตามขนาด $n_1 \times 1$

X_A คือ เมตริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n_1 \times k_1$

n_1 คือ ขนาดตัวอย่างชุดที่หนึ่ง

k_1 คือ จำนวนตัวแปรอิสระ + 1

2.2.2 <u>ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นจากข้อมูลชุดที่สอง</u>

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}_B = (X_B^{\prime} X_B)^{-1} X_B^{\prime} \underset{\sim}{Y}_B$$

เมื่อ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}_B$ คือ เมตริกซ์ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยขนาด $k_1 x 1$

$\underset{\sim}{Y}_B$ คือ เมตริกซ์ของตัวแปรตามขนาด $n_2 \times 1$

X_B คือ เมตริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n_2 \times k_1$

n_2 คือ ขนาดตัวอย่างชุดที่สอง

2.2.3 <u>ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นจากข้อมูลทั้งสองชุด</u>

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (X'X)^{-1} X' \underset{\sim}{Y}$$

เมื่อ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ คือ เมตริกซ์ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยขนาด $k_1 x 1$

$\underset{\sim}{Y}$ คือ เมตริกซ์ของตัวแปรตามขนาด $n \times 1$

X คือ เมตริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n \times k_1$

n คือ ขนาดตัวอย่างทั้งหมด โดยที่ $n = n_1 + n_2$

2.3 <u>การทดสอบความเท่ากันของสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นเมื่อความแปรปรวนไม่เท่ากัน</u>

พิจารณาแบบจำลอง

$$\underset{\sim}{Y}_A = X_A \underset{\sim}{\beta}_A + \underset{\sim}{\varepsilon}_A \quad \text{.................(2.3.1)}$$

และ

$$\underset{\sim}{Y}_B = X_B \underset{\sim}{\beta}_B + \underset{\sim}{\varepsilon}_B \quad \text{................ (2.3.2)}$$

จะได้สมการประมาณค่าดังนี้

$$\hat{\underset{\sim}{Y}}_A = X_A \hat{\underset{\sim}{\beta}}_A$$

และ

$$\hat{\underset{\sim}{Y}}_B = X_B \hat{\underset{\sim}{\beta}}_B$$

สมการ (2.3.1) รวมกับสมการ (2.3.2) ภายใต้สมมติฐาน $H_o : \underset{\sim}{\beta}_A = \underset{\sim}{\beta}_B = \underset{\sim}{\beta}$ จะได้

$$\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{\varepsilon}$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{Y}_A \\ \\ \underset{\sim}{Y}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A \\ \\ X_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \underset{\sim}{\beta} \\ \\ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\varepsilon}_A \\ \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_B \end{bmatrix}$$

สมการประมาณค่าจะเป็น

$$\hat{\underset{\sim}{Y}} = X\hat{\underset{\sim}{\beta}}$$

เมื่อ $\underset{\sim}{Y}_A$ และ $\underset{\sim}{Y}_B$ คือ เมตริกซ์ของตัวแปรตามขนาด $n_1 \times 1$ และ $n_2 \times 1$

$\hat{\underset{\sim}{Y}}_A$ และ $\hat{\underset{\sim}{Y}}_B$ คือ เมตริกซ์ของตัวประมาณของตัวแปรตามขนาด $n_1 \times 1$ และ $n_2 \times 1$

X_A และ X_B คือ เมตริกซ์ของค่าสังเกต ขนาด $n_1 \times k_1$ และ $n_2 \times k_1$ โดยที่ $n_1, n_2 > k_1$

$\underset{\sim}{\beta}_A$ และ $\underset{\sim}{\beta}_B$ คือ เมตริกซ์ของสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นขนาด $k_1 \times 1$

$\hat{\underset{\sim}{\beta}}_A$ และ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}_B$ คือ เมตริกซ์ของค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นขนาด $k_1 \times 1$

$\underset{\sim}{\varepsilon}_A$ และ $\underset{\sim}{\varepsilon}_B$ คือ เมตริกซ์ของความคลาดเคลื่อนสุ่มขนาด $n_1 \times 1$ และ $n_2 \times 1$

โดยที่ $\underset{\sim}{\varepsilon}_i \sim N(0, \sigma_i^2)$ นั่นคือ $E(\underset{\sim}{\varepsilon}_i) = \underset{\sim}{0}$ $E(\underset{\sim}{\varepsilon}_i \underset{\sim}{\varepsilon}_i^{\prime}) = \sigma_i^2 I_{ni}$

และ $E(\underset{\sim}{\varepsilon}_A \underset{\sim}{\varepsilon}_B^{\prime}) = \underset{\sim}{0}$; $i = A, B$

$\underset{\sim}{Y}$ และ $\hat{\underset{\sim}{Y}}$ คือ เมตริกซ์ของตัวแปรตาม และค่าสังเกตของตัวแปรตามขนาด n x 1 โดยที่ $n = n_1 + n_2$

X คือ เมตริกซ์ค่าสังเกตขนาด $n \times k_1$

$\underset{\sim}{\beta}$ และ $\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ คือ เมตริกซ์ของสัมประสิทธิ์ถดถอยเชิงเส้น และตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นขนาด $k_1 x 1$

<u>สมมติฐานการทดสอบ</u>

H_o : สัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นมีค่าเท่ากัน ($\underset{\sim}{\beta}_A = \underset{\sim}{\beta}_B$)

H_a : สัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นมีค่าไม่เท่ากัน ($\underset{\sim}{\beta}_A \neq \underset{\sim}{\beta}_B$)

<u>สถิติที่ใช้ทดสอบ</u>

2.3.1 <u>การทดสอบเช่า</u> เช่า (Chow 1960 : 591-605) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการถดถอยเชิงเส้นที่แสดงความสัมพันธ์ทางด้านเศรษฐศาสตร์ในลักษณะของฟังก์ชันการบริโภค ซึ่งประกอบด้วยตัวแปรต่าง ๆ เช่น รายได้ ระดับราคาสินค้า ความต้องการของผู้บริโภค และปริมาณการผลิต เมื่อใช้สมการถดถอยเชิงเส้นซึ่งแสดงความสัมพันธ์ทางด้านเศรษฐศาสตร์มากขึ้น จึงสนใจว่าความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นยังคงใช้ได้หรือไม่ในช่วงเวลาต่างกัน

<u>ตัวสถิติทดสอบ</u>

$$F_c = \frac{(\underset{\sim}{e}'\underset{\sim}{e} - \underset{\sim}{e}_A'\underset{\sim}{e}_A - \underset{\sim}{e}_B'\underset{\sim}{e}_B)/k_1}{(\underset{\sim}{e}_A'\underset{\sim}{e}_A + \underset{\sim}{e}_B'\underset{\sim}{e}_B)/(n_1+n_2-2k_1)}$$

โดยที่ $\underset{\sim}{e}'\underset{\sim}{e}$ คือ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของข้อมูลทั้งหมด

$\underset{\sim}{e}_A'\underset{\sim}{e}_A$ คือ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของข้อมูลชุดที่หนึ่ง

$\underset{\sim}{e}_B'\underset{\sim}{e}_B$ คือ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของข้อมูลชุดที่สอง

k_1 คือ จำนวนสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้น โดยที่ $k_1 = k + 1$

n_1 คือ ขนาดตัวอย่างชุดแรก

n_2 คือ ขนาดตัวอย่างชุดที่สอง

$n = n_1 + n_2$ คือ ขนาดตัวอย่างของข้อมูลทั้งหมด

<u>เกณฑ์การตัดสินใจ</u>

ปฏิเสธสมมติฐาน H_o เมื่อ $F_c > F(k_1, n-2k_1)$ เมื่อ $F(k_1, n-2k_1)$ เป็นค่าวิกฤตที่ได้จากตารางการแจกแจงแบบเอฟ ที่องศาความเป็นอิสระ k_1 และ $n-2k_1$ ณ ระดับนัยสำคัญ α

2.3.2 <u>การทดสอบโทโยดา</u>

โทโยดา (Toshihisa Toyoda ; 1974 : 601-608) ได้คิดตัวสถิติขึ้นใหม่ โดยใช้เกณฑ์การถ่วงน้ำหนักเฉลี่ยของความแปรปรวนสุ่มของข้อมูลทั้ง 2 ชุด

<u>ตัวสถิติทดสอบ</u>

$$F_d = \frac{(\underset{\sim}{e}'\underset{\sim}{e} - \underset{\sim}{e}_A'\underset{\sim}{e}_A - \underset{\sim}{e}_B'\underset{\sim}{e}_B)/k_1}{(\underset{\sim}{e}_A'\underset{\sim}{e}_A + \underset{\sim}{e}_B'\underset{\sim}{e}_B)/f}$$

เมื่อ
$$f = \frac{\left[(n_1-k_1)\sigma_A^2 + (n_2-k_1)\sigma_B^2\right]^2}{(n_1-k_1)\sigma_A^4 + (n_2-k_1)\sigma_B^4}$$

ในทางปฏิบัติจะใช้ s_i^2 แทน σ_i^2

เกณฑ์การตัดสินใจ

ปฏิเสธสมมติฐาน H_o เมื่อ $F_d > F(k_1 , f)$ เมื่อ F_d เป็นค่าวิกฤตที่ได้จากตารางการแจกแจงแบบเอฟ ที่องศาความเป็นอิสระ k_1 และ f ณ ระดับนัยสำคัญ α

2.3.3 วิธีของเซลเนอร์-ธีล-กุปตา

เซลเนอร์-ธีล-และกุปตา ได้คิดตัวสถิติทดสอบโดยการนำการทดสอบอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (Likelihood ratio test) โดยการใช้ S_A^2 และ S_B^2 ซึ่งเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ σ_A^2 และ σ_B^2 ตามลำดับ ซึ่งมีรายละเอียดของตัวสถิติดังนี้

ตัวสถิติทดสอบ

$$F_z = (1/k_1) \left(\hat{\beta}_A - \hat{\beta}_B \right)' \left[S_A^2 (X_A' X_A)^{-1} + S_B^2 (X_B' X_B)^{-1} \right]^{-1} (\hat{\beta}_A - \hat{\beta}_B)$$

$\hat{\beta}_A$ และ $\hat{\beta}_B$ เป็นตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นของข้อมูลชุดที่หนึ่งและข้อมูลชุดที่สอง

S_A^2 และ S_B^2 เป็นค่าประมาณความแปรปรวนของข้อมูลชุดที่หนึ่ง และข้อมูลชุดที่สอง ซึ่งเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ σ_A^2 และ σ_B^2

เกณฑ์การตัดสินใจ

ปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_o เมื่อ $F_z > F(k_1 , n - 2k_1)$ เมื่อ F เป็นค่าวิกฤตจากตารางการแจกแจงแบบเอฟ ที่องศาความเป็นอิสระ k_1 และ $n - 2k_1$ ณ ระดับนัยสำคัญ α

2.4 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของสัมประสิทธิ์ความถดถอยเชิงเส้นเมื่อความแปรปรวนสุ่มไม่เท่ากัน มีนักวิจัยได้ศึกษาไว้ดังนี้

ดับบลิว. เอ.จายาทิสสำ (W. A. Jayatissa 1977 : 1291-1292) ได้ศึกษาสถิติทดสอบเกี่ยวกับความเท่ากันของสัมประสิทธิความถดถอยเชิงเส้นของสมการถดถอยเชิงเส้น 2 สมการเมื่อความแปรปรวนสุ่มไม่เท่ากัน ซึ่งเป็นสถิติทดสอบที่ใช้กับตัวอย่างขนาดเล็ก และภายใต้สมมติฐานที่เป็นจริง ($H_o : \beta_A = \beta_B$) สถิติทดสอบจะมีการแจกแจงแบบเอฟ ที่มีศูนย์กลาง (Central F) แต่เมื่อสมมติฐานไม่เป็นจริง สถิติทดสอบจะมีการแจกแจงแบบเอฟ ไม่มีศูนย์กลาง (Non Central F)

ปีเตอร์ ส์มิดท์ และ โรบิน ซิกเคิลล์ (Peter Schmidt and Robin Sickles 1977 : 1293 - 1298) ได้ศึกษาการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ด้วยสถิติทดสอบเชาซึ่งสรุปได้ว่า วิธีการทดสอบเชา ยังคงใช้ได้ดีสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับพารามิเตอร์ดังกล่าว การทดสอบจะไม่มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ เมื่อความแปรปรวนของ 2 ประชากรมีค่าต่างกันมาก ๆ และเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งไม่มีผลที่ทำให้การทดสอบนั้นควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ดีขึ้น

ฟิชเชอร์ (Franklin M Fisher 1970 : 361-366) ได้เสนอรูปแบบที่ง่ายขึ้น ของสถิติทดสอบเชาคือ ได้แปลงสถิติทดสอบเชาให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์