รายงานผลการประดิษฐ์

เงินอุดหนุนโครงการสิ่งประดิษฐ์

เรื่อง

โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา

519.550
28663
ว422ป

โดย

ชัยโรจน์ คุณพนิชกิจ

2539

Tm
93-04-04

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายงาน

โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา

โดย

ชัยโรจน์ คุณพนิชกิจ

ตุลาคม 2539

I18498814

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายงาน

โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โดย

ชัยโรจน์ คุณพนิชกิจ

ตุลาคม 2539

คณะแพทยศาสตร์

มอบให้หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

24 / มิ.ย. / 2540

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิตติกรรมประกาศ

โครงการสิ่งประดิษฐ์ "โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา Time Series Analysis Program" ได้รับการสนับสนุนงบประมาณจาก ทุนโครงการสิ่งประดิษฐ์ ของฝ่ายวิจัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีงบประมาณ 2531

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชื่อโครงการ	โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา
ชื่อผู้ดำเนินงาน	นายชัยโรจน์ คุณพนิชกิจ
เดือนและปีที่ทำวิจัยเสร็จ	ตุลาคม 2539

บทคัดย่อ

โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา สามารถใช้วิเคราะห์อนุกรมเวลาในรูปแบบของโมเดล Autoregressive (AR) และ โมเดล Autoregressive Moving Average (ARMA) ได้ ในช่วงแรกโปรแกรมจะตรวจสอบลักษณะพื้นฐานทางสถิติของอนุกรมเวลาเพื่อเป็นข้อมูลสำหรับผู้วิเคราะห์ในการเลือกกำหนดรูปแบบโมเดลที่เหมาะสมสำหรับอนุกรมเวลานั้น ๆ เมื่อกำหนดอันดับของโมเดล โปรแกรมจะประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดล และแสดงฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองของเทอมความแปรปรวนสุ่ม เพื่อตรวจสอบความเป็นอิสระต่อกัน

ผลของการวิเคราะห์ลักษณะพื้นฐานทางสถิติของอนุกรมเวลา และ การประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดล AR ได้ผลดี สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดล ARMA ใช้งานได้เฉพาะโมเดลที่มีอันดับต่ำเพราะเป็นกระบวนการประมาณค่าแบบไม่เชิงเส้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Project Title	Time Series Analysis Program
Name of the Investigator	Mr. Chairote Kunpanitchakit
Year	October, 1996

Abstract

Time Series Analysis Program is capable to analyze time series in the form of Autoregressive (AR) model and Autoregressive Moving Average (ARMA) model. At first the program will analyze the basic statistical properties of time series and then the user has to select a suitable model for that particular time series. The program will estimate the parameters of the specified model and will also present the autocorrelation function of the residual for independent checking.

The results from basic statistical analysis of time series and the parameter estimation of AR models are reasonable. However, the parameter estimation of ARMA models is limited to low order models due to difficulties in the nonlinear estimation.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	II
บทคัดย่อ - ภาษาไทย	III
- ภาษาอังกฤษ	IV
สารบัญ	V
1. บทนำ	1
2. โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา (TSAP)	1ก
2.1 การใช้โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา (TSAP)	1ก
2.2 ผลการทดสอบโปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา (TSAP)	11
3. เอกสารอ้างอิง	28
4. ภาคผนวก ก	ก1
(ข้อมูลอ้างอิงจาก "TIME SERIES ANALYSIS forecasting and control")	
ภาคผนวก ข	ข1
(FORTRAN code ของโปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา TSAP)	
ภาคผนวก ค	ค1
(การวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบ Box-Jenkins)	

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา

1. บทนำ

อนุกรมเวลา (Time Series) คือ ข้อมูลหรือค่าตัวแปรที่ถูกบันทึกตามลำดับเวลาที่เกิดขึ้น อนุกรมเวลาถือได้ว่าเป็นค่าตัวแปรชุดหนึ่งที่เกิดขึ้น (realization) ในบรรดาค่าที่อาจเป็นไปได้ของกระบวนการเชิงความน่าจะเป็น นั่นคือค่าของตัวแปรที่เกิดขึ้นนี้จะเป็นไปตามกฎความน่าจะเป็น การใช้กรรมวิธีทางสถิติเพื่อศึกษาข้อมูลในลักษณะดังกล่าวเรียกว่า การวิเคราะห์อนุกรมเวลา

การวิเคราะห์อนุกรมเวลามีจุดมุ่งหมายที่สำคัญ 2 ประการคือ พยายามอธิบายกระบวนการที่ก่อให้เกิดอนุกรมเวลาชุดนั้น ๆ และ พยากรณ์ค่าของอนุกรมเวลาที่จะเกิดขึ้นในอนาคต การวิเคราะห์อนุกรมเวลาเป็นการศึกษาข้อมูลที่ให้ความสำคัญต่อลำดับเวลาที่เกิดขึ้นของข้อมูลนั้น และจะเน้นถึงความสัมพันธ์ที่ขึ้นต่อกันของข้อมูล จากลักษณะทั้ง 2 ประการนี้เองที่ทำให้การวิเคราะห์อนุกรมเวลาแตกต่างจากกรรมวิธีทางสถิติอื่น ๆ ที่มีข้อสมมติเกี่ยวกับความเป็นอิสระต่อกันของข้อมูล

อนุกรมเวลา ในโปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลาจะหมายความถึงอนุกรมเวลาสองแบบ คือ อนุกรมเวลาแบบไม่ต่อเนื่องที่ได้ค่ามาจากอนุกรมเวลาแบบต่อเนื่องที่ถูกบันทึกค่าตามหน่วยเวลาที่ไม่ต่อเนื่องกัน เช่น ค่าของอุณหภูมิภายในห้องที่ถูกบันทึกทุก ๆ 5 นาที หรืออนุกรมเวลาแบบไม่ต่อเนื่องที่แสดงค่าตัวแปรที่สะสมในช่วงเวลาหนึ่ง เช่น ปริมาณการส่งสินค้าออกในแต่ละเดือน เป็นต้น คุณสมบัติทางสถิติพื้นฐานของอนุกรมเวลาได้แก่

- ค่าเฉลี่ย (Average)
- ความแปรปรวน (Variance)
- Skewness
- Kurtosis
- ฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation Function)
- ฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน (Partial Autocorrelation Function)

โมเดลอนุกรมเวลาได้แก่สมการทางสถิติและคณิตศาสตร์ซึ่งมีคุณลักษณะจำเพาะทางสถิติที่สอดคล้องกับคุณสมบัติทางสถิติของอนุกรมเวลานั้น ๆ จากโมเดลอนุกรมเวลาที่เหมาะสมทำให้การเข้าใจกระบวนการที่ก่อให้เกิดอนุกรมเวลา และการพยากรณ์ค่าของอนุกรมเวลาสามารถกระทำได้สะดวกและแม่นยำขึ้น

โมเดลอนุกรมเวลาแบบ Box-Jenkins จำแนกออกเป็น 3 ประเภทคือ

1. โมเดล Autoregressive (AR) มีลักษณะที่สำคัญคือค่าของตัวแปร ณ เวลาใดก็ตาม จะมีความสัมพันธ์โดยตรงกับค่าของตัวแปรนั้นในช่วงเวลาที่ผ่านมา รูปแบบของโมเดล AR(n) คือ

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \cdots + \phi_n y_{t-n} + e_t$$

2. โมเดล Moving Average (MA) มีลักษณะที่สำคัญคือค่าของตัวแปร ณ เวลาใดก็ตาม จะมีความสัมพันธ์โดยตรงกับเทอมความแปรปรวนสุ่ม รูปแบบของโมเดล MA(m) คือ

$$y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \cdots - \theta_m e_{t-m}$$

3. โมเดล Autoregressive Moving Average (ARMA) จะมีลักษณะที่สำคัญร่วมกันของสองโมเดลข้างต้น คือ ค่าของตัวแปร ณ เวลาใดก็ตามจะมีความสัมพันธ์โดยตรงกับค่าของตัวแปรนั้นและเทอมความแปรปรวนสุ่มในช่วงเวลาที่ผ่านมาแล้ว รูปแบบของโมเดล ARMA(n,m) คือ

$$y_t - \phi_1 y_{t-1} - \phi_2 y_{t-2} - \cdots - \phi_n y_{t-n} = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \cdots - \theta_m e_{t-m}$$

โดยที่ y_t คืออนุกรมเวลา ณ เวลา t

e_t คือเทอมความแปรปรวนสุ่ม ณ เวลา t ซึ่งมีการกระจายแบบปกติ $N(0,\sigma_e)$

n คืออันดับของเทอม Autoregressive

m คืออันดับของเทอม Moving Average

ϕ คือพารามิเตอร์ของเทอม Autoregressive

θ คือพารามิเตอร์ของเทอม Moving Average

2. โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา(TSAP)

โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา คือ โปรแกรมที่ใช้สำหรับวิเคราะห์ลักษณะพื้นฐานทางสถิติของอนุกรมเวลา และใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดล Autoregressive (AR) และ Autoregressive Moving Average (ARMA) ของอนุกรมเวลา

2.1 การใช้โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา (TSAP)

โปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series Analysis Program : TSAP) พัฒนาจากภาษา FORTRAN ซึ่งทำงานโดยอาศัย disk operating system (DOS) ของคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลทั่วไป ตั้งแต่รุ่น XT ขึ้นไป ข้อสมมติพื้นฐานคือ ผู้ใช้โปรแกรม TSAP ต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการวิเคราะห์อนุกรมเวลา เพื่อให้สามารถเข้าใจศัพท์ทางเทคนิคได้

เมื่อใส่แผ่น disk ที่มีโปรแกรม TSAP ในเครื่องคอมพิวเตอร์ ขั้นตอนการทำงานมีดังนี้

A>TSAP (เพื่อเรียกโปรแกรม TSAP มาใช้งาน)

```
TTTTT   SSSS    AAA    PPPP
  T    S       A   A   P   P
  T    SSSS    A   A   PPPP
  T        S   AAAAA   P
  T    SSSS    A   A   P
```

TIME SERIES ANALYSIS PROGRAM

VERSION 1.0
CHULALONGKORN UNIVERSITY
@ COPYRIGHT 1989

(กดแป้นใด ๆ เพื่อเริ่มทำงาน)

* ข้อมูลที่แสดงบนจอมอนิเตอร์

MAIN MENU

1 - CREATE OR EDIT DATA-FILE

2 - NEW TIME SERIES

3 - BASIC STATISTICS

4 - AR MODELS

5 - ARMA MODELS

0 - QUIT

YOUR CHOICE X

option 1 - เพื่อบันทึกหรือแก้ไขข้อมูลอนุกรมเวลาในแฟ้มข้อมูล

option 2 - เพื่อวิเคราะห์คุณสมบัติทางสถิติพื้นฐานของอนุกรมเวลาชุดใหม่ ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน skewness , kurtosis และ กราฟ

option 3 - เพื่อวิเคราะห์คุณสมบัติทางสถิติที่ระบุถึงความสัมพันธ์ตามเวลาของอนุกรมเวลา ได้แก่ ฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเอง (autocorrelation functions) ฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน (partial autocorrelation functions)

option 4 - เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดล AR(N) ตามอันดับ N ที่ต้องการ

option 5 - เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดล ARMA(N,M) ตามอันดับ N และ M ที่ต้องการ

option 0 - เพื่อยุติการใช้โปรแกรม

X - คือข้อมูลที่ผู้ใช้กำหนด

(option 1)

DATA FILE

1 - CREATE NEW DATA FILE

2 - EDIT OLD DATA FILE

0 - RETURN TO MAIN MENU

YOUR CHOICE X

1 - เพื่อบันทึกข้อมูลในแฟ้มอนุกรมเวลาชุดใหม่
2 - เพื่อแก้ไขข้อมูลในแฟ้มอนุกรมเวลาที่มีอยู่แล้วในแผ่น disk
0 - เพื่อกลับไปเมนูหลัก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หอสมุดกลาง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(option 2)

NAME OF DATA FILE XXXXXXXX
NUMBER OF DATA-POINTS XXX

BASIC STATISTICS OF TIME SERIES

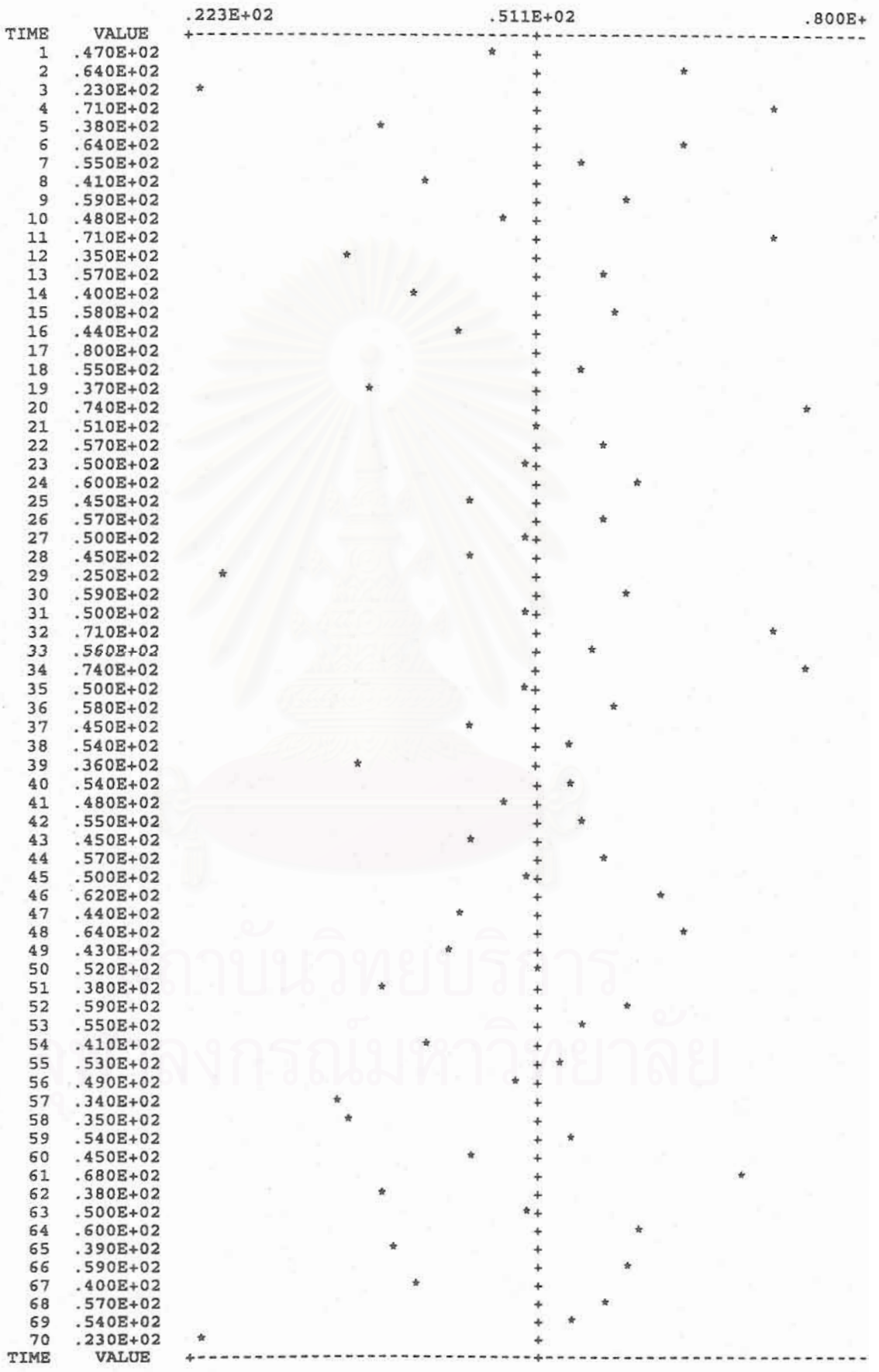
seriesf

AVERAGE	51.129
VARIANCE	139.798
SKEWNESS	-.074
KURTOSIS	.025

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

TIME SERIES seriesf



PRESS <ENTER> TO CONTINUE

(กลับไปเมนูหลัก)

(option 3)

NAME OF DATA FILE XXXXXXXX
NUMBER OF DATA-POINTS XXX

BASIC STATISTICS OF TIME SERIES

seriesf

AVERAGE	51.129
VARIANCE	139.798
SKEWNESS	-.074
KURTOSIS	.025

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

MAXIMUM NUMBER OF AUTOCORELATION LAG XX

AUTOCORRELATION FUNCTIONS & THEIR 2 - SIGMA

ACF(1)	-.390	.239
ACF(2)	.304	.239
ACF(3)	-.166	.239
ACF(4)	.071	.239
ACF(5)	-.097	.239
ACF(6)	-.047	.239
ACF(7)	.035	.239
ACF(8)	-.043	.239
ACF(9)	-.005	.239
ACF(10)	.014	.239
ACF(11)	.110	.239
ACF(12)	-.069	.239
ACF(13)	.148	.239
ACF(14)	.036	.239
ACF(15)	-.007	.239
ACF(16)	.173	.239
ACF(17)	-.111	.239
ACF(18)	.020	.239
ACF(19)	-.047	.239
ACF(20)	.016	.239

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

AUTOCORRELATION FUNCTIONS

LAGS	ACF(K)	-1.0 -0.5 0.0 +0.5 +1
1	-.390	********** .
2	.304	. *********
3	-.166	. ***** .
4	.071	. ** .
5	-.097	. *** .
6	-.047	. * .
7	.035	. * .
8	-.043	. * .
9	-.005	. .
10	.014	. .
11	.110	. *** .
12	-.069	. ** .
13	.148	. **** .
14	.036	. * .
15	-.007	. .
16	.173	. ***** .
17	-.111	. *** .
18	.020	. .
19	-.047	. * .
20	.016	. .
LAGS	ACF(K)	-1.0 -0.5 0.0 +0.5 +1

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

PARTIAL AUTOCORRELATION FUNCTIONS

LAGS	PACF(K)	-1.0 -0.5 0.0 +0.5 +1
1	-.424	********** .
2	.190	. ****** .
3	.009	. .
4	-.065	. ** .
5	-.069	. ** .
6	-.144	. **** .
7	.046	. * .
8	-.000	. .
9	-.095	. *** .
10	.051	. * .
11	.181	. ***** .
12	-.054	. * .
13	.093	. ** .
14	.179	. ***** .
15	.009	. .
16	.416	. **********
LAGS	PACF(K)	-1.0 -0.5 0.0 +0.5 +1

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

(กลับไปเมนูหลัก)

(option 4)

```
NAME OF DATA FILE        XXXXXXXX
NUMBER OF DATA-POINTS         XXX
```

```
            BASIC STATISTICS OF TIME SERIES

                       seriesf

             AVERAGE                    51.129

             VARIANCE                  139.798

             SKEWNESS                   -.074

             KURTOSIS                    .025
               PRESS <ENTER> TO CONTINUE
```

```
ORDER OF AR MODEL  N =  X

DO YOU WANT THE RESIDUE-VALUES ?  (Y/N)  X
```

(* ถ้าตอบ Y โปรแกรมจะแสดงค่า residuals ของโมเดล ถ้าตอบ N จะไม่แสดงค่า)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
            AR-MODEL  AR( 2)  OF  seriesf

                PHI( 1)       -.3399
                PHI( 2)        .1902

                SSQ        7889.1680
             PRESS <ENTER> TO CONTINUE
```

BASIC STATISTICS OF RESIDUES

seriesf

AVERAGE	.127
VARIANCE	112.686
SKEWNESS	-.397
KURTOSIS	.549

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

RESIDUE AUTOCORRELATION

AUTOCORRELATION FUNCTIONS & THEIR 2 - SIGMA

ACF(1)	-.005	.239
ACF(2)	.008	.239
ACF(3)	.006	.239
ACF(4)	-.059	.239
ACF(5)	-.091	.239
ACF(6)	-.103	.239
ACF(7)	.058	.239
ACF(8)	-.061	.239
ACF(9)	-.053	.239
ACF(10)	.114	.239
ACF(11)	.088	.239
ACF(12)	-.022	.239
ACF(13)	.144	.239
ACF(14)	.066	.239
ACF(15)	.063	.239
ACF(16)	.202	.239
ACF(17)	-.085	.239
ACF(18)	-.062	.239
ACF(19)	-.028	.239
ACF(20)	.016	.239

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

Q-STATISTICS IS 9.50 WITH 18 DEGREES OF FREEDOM

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

(กลับไปเมนูหลัก)

(option 5)

```
NAME OF DATA FILE        XXXXXXXX
NUMBER OF DATA-POINTS         XXX
```

BASIC STATISTICS OF TIME SERIES

seriesf

AVERAGE	51.129
VARIANCE	139.798
SKEWNESS	-.074
KURTOSIS	.025

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

```
ORDER OF AUTOREGRESSIVE N = 2
ORDER OF MOVING AVERAGE M = 1

WILL YOU SUPPLY YOUR OWN INITIAL GUESSES ? (Y/N)  X
```

(* ถ้าตอบ Y ผู้ใช้จะเป็นผู้กำหนดค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์แต่ละตัวเอง
ถ้าตอบ N โปรแกรมจะช่วยประมาณค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์ โดยใช้ inverse function
โดยจะถามข้อมูลเพิ่ม คือ

```
ORDER OF INVERSE FUNCTION TO BE USED ?
must be       3 <= ? <= 16
```

(ค่า N+M) (จำนวนพารามิเตอร์สูงสุด)

INITIAL PARAMETER VALUES for NONLINEAR SEARCH

PHI(1)	-.2591
PHI(2)	.2118
THETA(1)	.0477

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

```
START PROBLEM WITH    70  OBSERVATIONS AND   3  PARAMETERS
BNDUP(I)=     .10000E+31     .10000E+31     .10000E+31
PAR(I)  =    -.25915E+00     .21178E+00     .47694E-01
BNDLW(I)=    -.10000E+31    -.10000E+31    -.10000E+31
DEL(I)  =    -.10000E-01    -.10000E-01    -.10000E-01
CHMAX(I)=     .51830E-01     .42357E-01     .95388E-02
REDA =  .10000E-01   RSSTOL =  .10000E-02   ITMAX =  20   LISTS =  1   IDIF =

START ITERATION NO.  1  NO. OF FUNCTION CALLS   0
PAR(I)  =    -.25915E+00     .21178E+00     .47694E-01
INITIAL SUM OF SQUARE =     .79047161D+04
PARAMETER  3 LIMITS THE CORRECTION TO    .2554E+00 TIMES THE GAUSS-NEWTON VALU
SEARCH CONVERGED AFTER  3 CYCLES, WITH LAMDA =  .5101D+00 AND SSQ =  .789221E+

START ITERATION NO.  2  NO. OF FUNCTION CALLS   8
PAR(I)  =    -.27939E+00     .21732E+00     .66746E-01
SEARCH CONVERGED AFTER  1 CYCLES, WITH LAMDA =  .1000D+01 AND SSQ =  .789206E+


BEST PARAMETER VALUES AND 2-SIGMA CONFIDENCE LIMITS ESTIMATED
BY LINEARIZATION FOR THE INDIVIDUAL PARAMETERS ARE AS FOLLOWED
UPR(I)  =    -.46822D-01     .45086D+00     .32125D+00
PAR(I)  =    -.28142E+00     .21612E+00     .64745E-01
LWR(I)  =    -.51602D+00    -.18617D-01    -.19175D+00
STANDARD ERROR OF WEIGHTED RESIDUALS =    .10853E+02
ESTIMATED WITH   70  RESIDUALS AND   67  DEGREES OF FREEDOM

FINAL SUM OF SQUARES =  .78920653D+04
                        PRESS <ENTER> TO CONTINUE



DO YOU WANT THE RESIDUE-VALUES ?  (Y/N) X


                ARMA-MODEL  ARMA( 2, 1)  OF  seriesf


                   PHI( 1)      -.2814
                   PHI( 2)       .2161
                   THETA( 1)     .0647

                   SSQ       7892.0650
                PRESS <ENTER> TO CONTINUE
```

BASIC STATISTICS OF RESIDUES

seriesf

AVERAGE	.128
VARIANCE	112.727
SKEWNESS	-.391
KURTOSIS	.548

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

RESIDUE AUTOCORRELATION

AUTOCORRELATION FUNCTIONS & THEIR 2 - SIGMA

ACF(1)	.000	.239
ACF(2)	.005	.239
ACF(3)	-.001	.239
ACF(4)	-.058	.239
ACF(5)	-.094	.239
ACF(6)	-.101	.239
ACF(7)	.057	.239
ACF(8)	-.061	.239
ACF(9)	-.053	.239
ACF(10)	.114	.239
ACF(11)	.087	.239
ACF(12)	-.022	.239
ACF(13)	.140	.239
ACF(14)	.066	.239
ACF(15)	.067	.239
ACF(16)	.202	.239
ACF(17)	-.085	.239
ACF(18)	-.064	.239
ACF(19)	-.028	.239
ACF(20)	.018	.239

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

Q-STATISTICS IS 9.45 WITH 18 DEGREES OF FREEDOM

PRESS <ENTER> TO CONTINUE

(กลับไปเมนูหลัก)

(option 0)

TIME SERIES ANALYSIS PROGRAM COMPLETED.

ผลของการวิเคราะห์โดยโปรแกรม TSAP ที่ปรากฏบนจอมอนิเตอร์ เฉพาะส่วนที่สำคัญจะถูกบันทึกไว้ในแฟ้มข้อมูลชื่อ "TIMEOUT" ซึ่งสามารถเรียกเพื่อนำกลับมาพิจารณาทางจอมอนิเตอร์เมื่อสิ้นสุดการใช้โปรแกรม TSAP แล้ว โดยใช้คำสั่ง TYPE TIMEOUT และขณะเดียวกันก็สามารถพิมพ์ทางเครื่องพิมพ์ โดยใช้คำสั่ง PRINT SCREEN

แฟ้ม TIMEOUT จะใช้เนื้อที่ของแผ่น disk ค่อนข้างมาก ดังนั้น ถ้าแผ่น disk ที่ใช้เป็นแผ่นขนาด 5 1/2 นิ้ว double density ซึ่งมีความจุน้อย เมื่อวิเคราะห์อนุกรมเวลาไปสัก 5-6 โมเดล ควรยุติการใช้โปรแกรม แล้วจึงเรียกโปรแกรมกลับมาใช้ใหม่ เพื่อเป็นการลบแฟ้ม TIMEOUT ทำให้มีเนื้อที่ว่างสำหรับใช้โปรแกรม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.2 ผลการทดสอบโปรแกรม TSAP

การทดสอบโปรแกรม TSAP อาศัยข้อมูลตัวอย่างจากเอกสารอ้างอิงในภาคผนวก ก ได้ผลลัพธ์ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. การวิเคราะห์ลักษณะพื้นฐานทางสถิติของอนุกรมเวลาได้ผลถูกต้องสมบูรณ์
2. การประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดล Autoregressive (AR) ได้ผลถูกต้องสมบูรณ์
3. การประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดล Autoregressive Moving Average (ARMA) ใช้งานได้ดีสำหรับโมเดลที่มีอันดับต่ำ ทั้งนี้ไม่ว่าจะใช้ค่าเริ่มต้นจากโปรแกรมหรือค่าที่กำหนดเอง สำหรับโมเดลที่มีอันดับสูงขึ้น เช่น ARMA(3,4) หรือ สูงกว่า การประมาณค่าพารามิเตอร์อาจไม่สำเร็จ นั่นคือโปรแกรมไม่อาจหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมได้ หรือ ประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ แต่ไม่อาจยืนยันได้ว่าเป็นค่าที่เหมาะสม เพราะเป็นกระบวนการประมาณค่าแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear estimation)

อนุกรมเวลาที่ใช้ทดสอบและแสดงไว้ คือ อนุกรมเวลา series A series E และ series F ตามภาคผนวก ก ทั้งนี้เพราะเป็นอนุกรมเวลาชุดที่มีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในรูปแบบของโมเดล AR และ ARMA ซึ่งผลของการประมาณค่าพารามิเตอร์ตามเอกสารอ้างอิงหมายเลข 1 ได้แสดงไว้ในภาคผนวก ก เช่นกัน สำหรับอนุกรมเวลา series B series C และ series D สามารถใช้ตรวจสอบการประมาณค่าฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองและฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนเท่านั้น เพราะรูปแบบของโมเดลแตกต่างกัน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของอนุกรมเวลา

อนุกรมเวลาชุด A		พารามิเตอร์จากโปรแกรม TSAP ARMA(1,1)	ARMA(1,1)	ARMA(1,1)	พารามิเตอร์* ARMA(1,1)
	ϕ_1	0.9125	0.9095	0.8700	0.87
	θ_1	0.5830	0.5762	0.4861	0.48
	σ^2	0.098	0.098	0.098	0.098

หมายเหตุ โมเดล ARMA(1,1) ทั้งสามโมเดล ใช้ค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่างกัน

อนุกรมเวลาชุด E		พารามิเตอร์จากโปรแกรม TSAP AR(2)	AR(3)	พารามิเตอร์* AR(2)	AR(3)
	ϕ_1	1.4046	1.5520	1.32	1.37
	ϕ_2	-0.7113	-1.0069	-0.63	-0.74
	ϕ_3		0.2076		0.08
	σ^2	239.6	240.1	289	287

อนุกรมเวลาชุด F		พารามิเตอร์จากโปรแกรม TSAP AR(2)	พารามิเตอร์* AR(2)
	ϕ_1	-0.3399	-0.32
	ϕ_2	0.1902	0.18
	σ^2	112.7	115

* พารามิเตอร์จากเอกสารอ้างอิง "TIME SERIES ANALYSIS forecasting and control" ดังแสดงไว้ในหน้า ก9

BASIC STATISTICS OF TIME SERIES

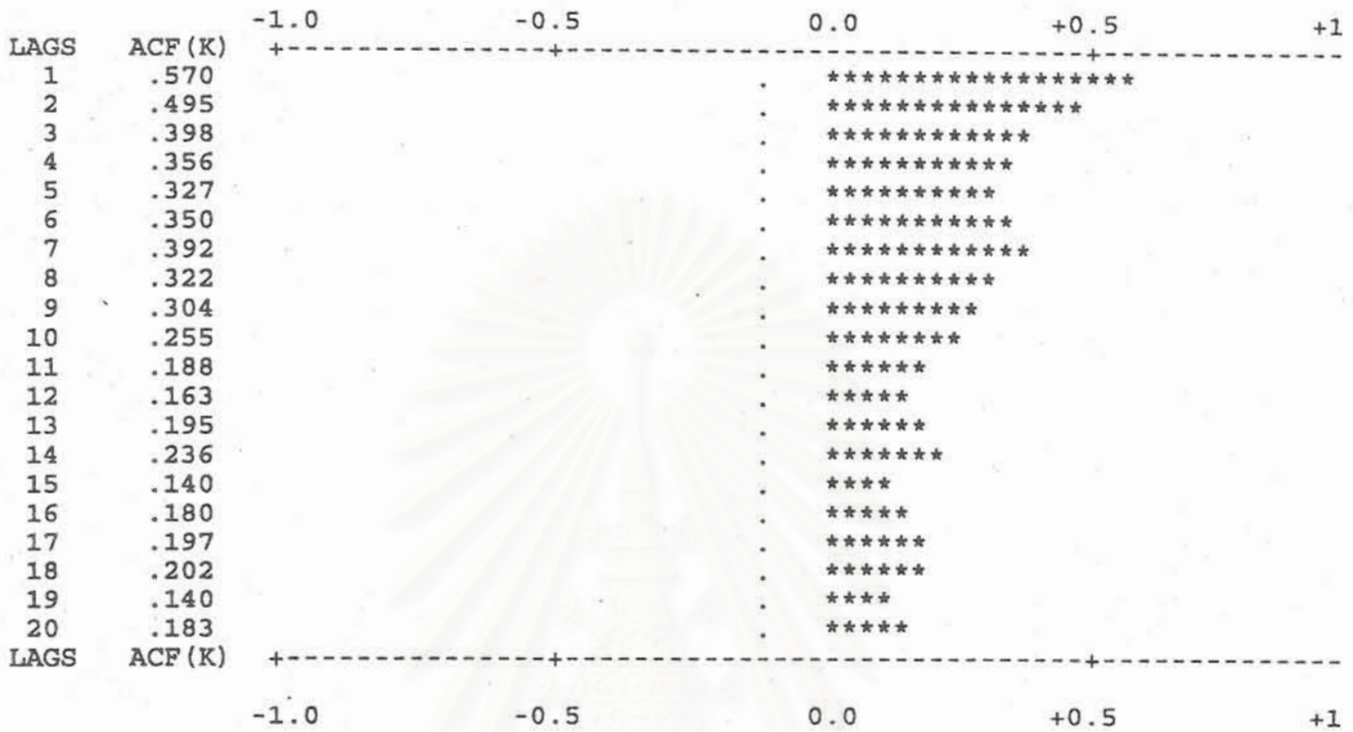
seriesa

AVERAGE	17.062
VARIANCE	.159
SKEWNESS	.157
KURTOSIS	-.150

AUTOCORRELATION FUNCTIONS & THEIR 2 - SIGMA

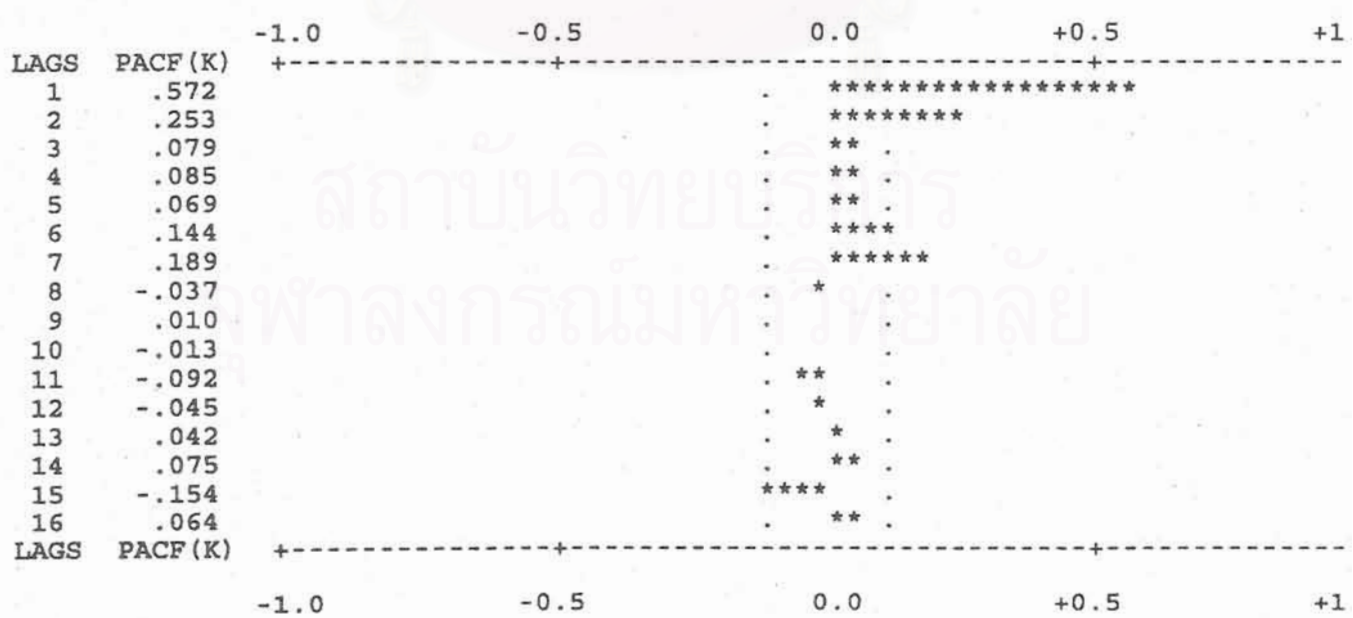
ACF(1)	.570	.142
ACF(2)	.495	.142
ACF(3)	.398	.142
ACF(4)	.356	.142
ACF(5)	.327	.142
ACF(6)	.350	.142
ACF(7)	.392	.142
ACF(8)	.322	.142
ACF(9)	.304	.142
ACF(10)	.255	.142
ACF(11)	.188	.142
ACF(12)	.163	.142
ACF(13)	.195	.142
ACF(14)	.236	.142
ACF(15)	.140	.142
ACF(16)	.180	.142
ACF(17)	.197	.142
ACF(18)	.202	.142
ACF(19)	.140	.142
ACF(20)	.183	.142

AUTOCORRELATION FUNCTIONS



LAGS	ACF(K)
1	.570
2	.495
3	.398
4	.356
5	.327
6	.350
7	.392
8	.322
9	.304
10	.255
11	.188
12	.163
13	.195
14	.236
15	.140
16	.180
17	.197
18	.202
19	.140
20	.183

PARTIAL AUTOCORRELATION FUNCTIONS



LAGS	PACF(K)
1	.572
2	.253
3	.079
4	.085
5	.069
6	.144
7	.189
8	-.037
9	.010
10	-.013
11	-.092
12	-.045
13	.042
14	.075
15	-.154
16	.064

INITIAL PARAMETER VALUES for NONLINEAR SEARCH

PHI(1)	1.3672
THETA(1)	1.0000

ARMA-MODEL ARMA(1, 1) OF seriesa

PHI(1)	.9125
THETA(1)	.5830
SSQ	19.2801

BASIC STATISTICS OF RESIDUES

seriesa

AVERAGE	.005
VARIANCE	.098
SKEWNESS	.315
KURTOSIS	.642

RESIDUE AUTOCORRELATION

AUTOCORRELATION FUNCTIONS & THEIR 2 - SIGMA

ACF(1)	.052	.142
ACF(2)	.005	.142
ACF(3)	-.094	.142
ACF(4)	-.087	.142
ACF(5)	-.091	.142
ACF(6)	.018	.142
ACF(7)	.166	.142
ACF(8)	.039	.142
ACF(9)	.063	.142
ACF(10)	.018	.142
ACF(11)	-.074	.142
ACF(12)	-.092	.142
ACF(13)	-.003	.142
ACF(14)	.105	.142
ACF(15)	-.108	.142
ACF(16)	.013	.142
ACF(17)	.060	.142
ACF(18)	.090	.142
ACF(19)	-.035	.142
ACF(20)	.092	.142

Q-STATISTICS IS 23.52 WITH 19 DEGREES OF FREEDOM

INITIAL PARAMETER VALUES for NONLINEAR SEARCH

PHI(1)	1.3568
THETA(1)	1.0000

ARMA-MODEL ARMA(1, 1) OF seriesa

PHI(1)	.9095
THETA(1)	.5762
SSQ	19.2786

BASIC STATISTICS OF RESIDUES

seriesa

AVERAGE	.005
VARIANCE	.098
SKEWNESS	.318
KURTOSIS	.648

RESIDUE AUTOCORRELATION

AUTOCORRELATION FUNCTIONS & THEIR 2 - SIGMA

ACF(1)	.049	.142
ACF(2)	.004	.142
ACF(3)	-.093	.142
ACF(4)	-.085	.142
ACF(5)	-.089	.142
ACF(6)	.019	.142
ACF(7)	.167	.142
ACF(8)	.039	.142
ACF(9)	.063	.142
ACF(10)	.019	.142
ACF(11)	-.073	.142
ACF(12)	-.091	.142
ACF(13)	-.002	.142
ACF(14)	.107	.142
ACF(15)	-.108	.142
ACF(16)	.013	.142
ACF(17)	.061	.142
ACF(18)	.091	.142
ACF(19)	-.035	.142
ACF(20)	.093	.142

Q-STATISTICS IS 23.45 WITH 19 DEGREES OF FREEDOM

INITIAL PARAMETER VALUES for NONLINEAR SEARCH

PHI(1)	.8000
THETA(1)	.3000

ARMA-MODEL ARMA(1, 1) OF seriesa

PHI(1)	.8700
THETA(1)	.4861
SSQ	19.3178

BASIC STATISTICS OF RESIDUES

seriesa

AVERAGE	.003
VARIANCE	.098
SKEWNESS	.358
KURTOSIS	.723

RESIDUE AUTOCORRELATION

AUTOCORRELATION FUNCTIONS & THEIR 2 - SIGMA

ACF(1)	.004	.142
ACF(2)	.001	.142
ACF(3)	-.077	.142
ACF(4)	-.059	.142
ACF(5)	-.068	.142
ACF(6)	.033	.142
ACF(7)	.178	.142
ACF(8)	.040	.142
ACF(9)	.072	.142
ACF(10)	.032	.142
ACF(11)	-.058	.142
ACF(12)	-.076	.142
ACF(13)	.013	.142
ACF(14)	.126	.142
ACF(15)	-.104	.142
ACF(16)	.021	.142
ACF(17)	.064	.142
ACF(18)	.094	.142
ACF(19)	-.039	.142
ACF(20)	.104	.142

Q-STATISTICS IS 22.89 WITH 19 DEGREES OF FREEDOM

BASIC STATISTICS OF TIME SERIES

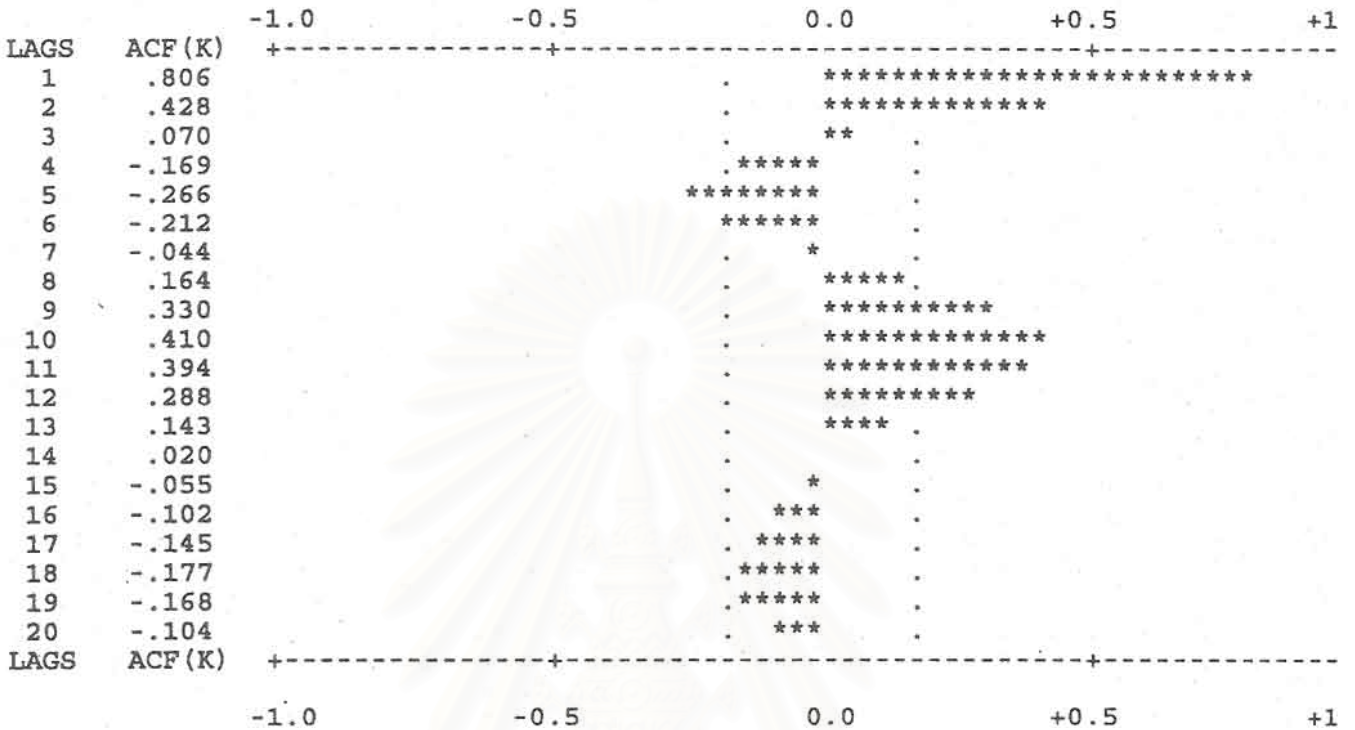
seriese

AVERAGE	46.930
VARIANCE	1382.185
SKEWNESS	.847
KURTOSIS	-.049

AUTOCORRELATION FUNCTIONS & THEIR 2 - SIGMA

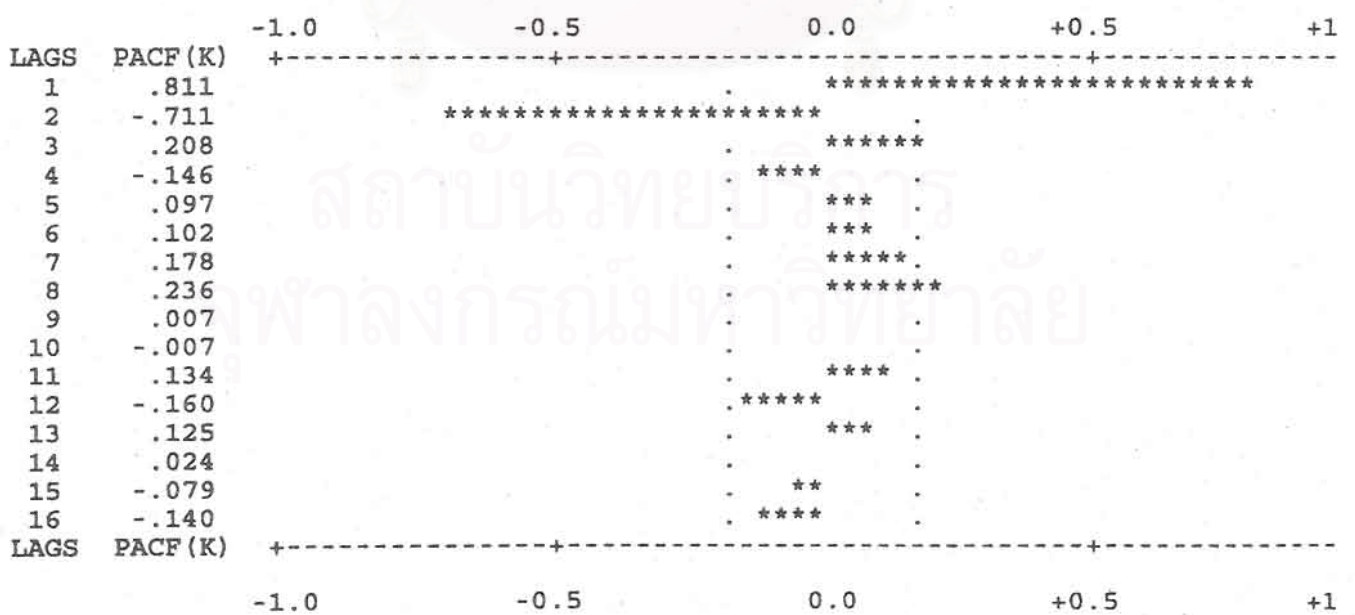
ACF(1)	.806	.200
ACF(2)	.428	.200
ACF(3)	.070	.200
ACF(4)	-.169	.200
ACF(5)	-.266	.200
ACF(6)	-.212	.200
ACF(7)	-.044	.200
ACF(8)	.164	.200
ACF(9)	.330	.200
ACF(10)	.410	.200
ACF(11)	.394	.200
ACF(12)	.288	.200
ACF(13)	.143	.200
ACF(14)	.020	.200
ACF(15)	-.055	.200
ACF(16)	-.102	.200
ACF(17)	-.145	.200
ACF(18)	-.177	.200
ACF(19)	-.168	.200
ACF(20)	-.104	.200

AUTOCORRELATION FUNCTIONS



LAGS	ACF(K)
1	.806
2	.428
3	.070
4	-.169
5	-.266
6	-.212
7	-.044
8	.164
9	.330
10	.410
11	.394
12	.288
13	.143
14	.020
15	-.055
16	-.102
17	-.145
18	-.177
19	-.168
20	-.104

PARTIAL AUTOCORRELATION FUNCTIONS



LAGS	PACF(K)
1	.811
2	-.711
3	.208
4	-.146
5	.097
6	.102
7	.178
8	.236
9	.007
10	-.007
11	.134
12	-.160
13	.125
14	.024
15	-.079
16	-.140

AR-MODEL AR(2) OF seriese

PHI(1)	1.4046
PHI(2)	-.7113

BASIC STATISTICS OF RESIDUES

seriese

AVERAGE	-.282
VARIANCE	239.599
SKEWNESS	.621
KURTOSIS	1.334

RESIDUE AUTOCORRELATION

AUTOCORRELATION FUNCTIONS & THEIR 2 - SIGMA

ACF(1)	.123	.200
ACF(2)	-.129	.200
ACF(3)	.022	.200
ACF(4)	.174	.200
ACF(5)	.079	.200
ACF(6)	.023	.200
ACF(7)	-.076	.200
ACF(8)	.072	.200
ACF(9)	.192	.200
ACF(10)	.007	.200
ACF(11)	.162	.200
ACF(12)	.130	.200
ACF(13)	-.010	.200
ACF(14)	-.060	.200
ACF(15)	-.006	.200
ACF(16)	-.032	.200
ACF(17)	.006	.200
ACF(18)	-.048	.200
ACF(19)	-.116	.200
ACF(20)	-.084	.200

Q-STATISTICS IS 18.83 WITH 18 DEGREES OF FREEDOM

AR-MODEL AR(3) OF seriese

PHI(1)	1.5520
PHI(2)	-1.0069
PHI(3)	.2076

BASIC STATISTICS OF RESIDUES

seriese

AVERAGE	-.340
VARIANCE	240.123
SKEWNESS	.300
KURTOSIS	1.091

RESIDUE AUTOCORRELATION

AUTOCORRELATION FUNCTIONS & THEIR 2 - SIGMA

ACF(1)	-.021	.200
ACF(2)	-.063	.200
ACF(3)	.025	.200
ACF(4)	.126	.200
ACF(5)	-.026	.200
ACF(6)	-.040	.200
ACF(7)	-.132	.200
ACF(8)	.055	.200
ACF(9)	.186	.200
ACF(10)	-.040	.200
ACF(11)	.183	.200
ACF(12)	.125	.200
ACF(13)	.012	.200
ACF(14)	-.044	.200
ACF(15)	-.016	.200
ACF(16)	-.076	.200
ACF(17)	-.016	.200
ACF(18)	-.064	.200
ACF(19)	-.100	.200
ACF(20)	-.048	.200

Q-STATISTICS IS 15.32 WITH 17 DEGREES OF FREEDOM

BASIC STATISTICS OF TIME SERIES

seriesf

AVERAGE	51.129
VARIANCE	139.798
SKEWNESS	-.074
KURTOSIS	.025

AUTOCORRELATION FUNCTIONS & THEIR 2 - SIGMA

ACF(1)	-.390	.239
ACF(2)	.304	.239
ACF(3)	-.166	.239
ACF(4)	.071	.239
ACF(5)	-.097	.239
ACF(6)	-.047	.239
ACF(7)	.035	.239
ACF(8)	-.043	.239
ACF(9)	-.005	.239
ACF(10)	.014	.239
ACF(11)	.110	.239
ACF(12)	-.069	.239
ACF(13)	.148	.239
ACF(14)	.036	.239
ACF(15)	-.007	.239
ACF(16)	.173	.239
ACF(17)	-.111	.239
ACF(18)	.020	.239
ACF(19)	-.047	.239
ACF(20)	.016	.239

I18498814

AUTOCORRELATION FUNCTIONS

LAGS	ACF(K)	-1.0 -0.5 0.0 +0.5 +1
1	-.390	********** .
2	.304	. *********
3	-.166	. ***** .
4	.071	. ** .
5	-.097	. *** .
6	-.047	. * .
7	.035	. * .
8	-.043	. * .
9	-.005	. .
10	.014	. .
11	.110	. *** .
12	-.069	. ** .
13	.148	. **** .
14	.036	. * .
15	-.007	. .
16	.173	. ***** .
17	-.111	. *** .
18	.020	. .
19	-.047	. * .
20	.016	. .
LAGS	ACF(K)	-1.0 -0.5 0.0 +0.5 +1

PARTIAL AUTOCORRELATION FUNCTIONS

LAGS	PACF(K)	-1.0 -0.5 0.0 +0.5 +1
1	-.424	********** .
2	.190	. ****** .
3	.009	. .
4	-.065	. ** .
5	-.069	. ** .
6	-.144	. **** .
7	.046	. * .
8	-.000	. .
9	-.095	. *** .
10	.051	. * .
11	.181	. ***** .
12	-.054	. * .
13	.093	. ** .
14	.179	. ***** .
15	.009	. .
16	.416	. **********
LAGS	PACF(K)	-1.0 -0.5 0.0 +0.5 +1

AR-MODEL AR(2) OF seriesf

PHI(1)	-.3399
PHI(2)	.1902

BASIC STATISTICS OF RESIDUES

seriesf

AVERAGE	.127
VARIANCE	112.686
SKEWNESS	-.397
KURTOSIS	.549

RESIDUE AUTOCORRELATION

AUTOCORRELATION FUNCTIONS & THEIR 2 - SIGMA

ACF(1)	-.005	.239
ACF(2)	.008	.239
ACF(3)	.006	.239
ACF(4)	-.059	.239
ACF(5)	-.091	.239
ACF(6)	-.103	.239
ACF(7)	.058	.239
ACF(8)	-.061	.239
ACF(9)	-.053	.239
ACF(10)	.114	.239
ACF(11)	.088	.239
ACF(12)	-.022	.239
ACF(13)	.144	.239
ACF(14)	.066	.239
ACF(15)	.063	.239
ACF(16)	.202	.239
ACF(17)	-.085	.239
ACF(18)	-.062	.239
ACF(19)	-.028	.239
ACF(20)	.016	.239

Q-STATISTICS IS 9.50 WITH 18 DEGREES OF FREEDOM

3. เอกสารอ้างอิง

1. "TIME SERIES ANALYSIS forecasting and control", Revised Edition, G.E.P. BOX and G.M. JENKINS, Holden-Day, 1976.
2. "Time Series and System Analysis with Applications", S.M. PANDIT and S.M. WU, John Wiley and Sons, 1983.
3. "การวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบ Box-Jenkins", ชัยโรจน์ คุณพนิชกิจ และ ดนุชา คุณพนิชกิจ เอกสารประกอบการสัมมนาทางวิชาการเรื่อง"เทคนิคการพยากรณ์" ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย หน้า 1-57, 6 กุมภาพันธ์ 2528.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. ภาคผนวก ก

ข้อมูลอ้างอิงจาก "TIME SERIES ANALYSIS forecasting and control"

Series A – Chemical process concentration readings : every two hours.

Series B – IBM common stock closing prices : Daily, 17th May 1961 to 2nd November 1962.

Series C – Chemical Process temperature readings : every minute.

Series D – Chemical process viscosity readings : every hour.

Series E – Wolfer sunspot numbers : yearly.

Series F – Series of 70 consecutive yields from a batch chemical process.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

SERIES A CHEMICAL PROCESS CONCENTRATION READINGS: EVERY TWO HOURS*

1	17.0	41	17.6	81	16.8	121	16.9	161	17.1
2	16.6	42	17.5	82	16.7	122	17.1	162	17.1
3	16.3	43	16.5	83	16.4	123	16.8	163	17.1
4	16.1	44	17.8	84	16.5	124	17.0	164	17.4
5	17.1	45	17.3	85	16.4	125	17.2	165	17.2
6	16.9	46	17.3	86	16.6	126	17.3	166	16.9
7	16.8	47	17.1	87	16.5	127	17.2	167	16.9
8	17.4	48	17.4	88	16.7	128	17.3	168	17.0
9	17.1	49	16.9	89	16.4	129	17.2	169	16.7
10	17.0	50	17.3	90	16.4	130	17.2	170	16.9
11	16.7	51	17.6	91	16.2	131	17.5	171	17.3
12	17.4	52	16.9	92	16.4	132	16.9	172	17.8
13	17.2	53	16.7	93	16.3	133	16.9	173	17.8
14	17.4	54	16.8	94	16.4	134	16.9	174	17.6
15	17.4	55	16.8	95	17.0	135	17.0	175	17.5
16	17.0	56	17.2	96	16.9	136	16.5	176	17.0
17	17.3	57	16.8	97	17.1	137	16.7	177	16.9
18	17.2	58	17.6	98	17.1	138	16.8	178	17.1
19	17.4	59	17.2	99	16.7	139	16.7	179	17.2
20	16.8	60	16.6	100	16.9	140	16.7	180	17.4
21	17.1	61	17.1	101	16.5	141	16.6	181	17.5
22	17.4	62	16.9	102	17.2	142	16.5	182	17.9
23	17.4	63	16.6	103	16.4	143	17.0	183	17.0
24	17.5	64	18.0	104	17.0	144	16.7	184	17.0
25	17.4	65	17.2	105	17.0	145	16.7	185	17.0
26	17.6	66	17.3	106	16.7	146	16.9	186	17.2
27	17.4	67	17.0	107	16.2	147	17.4	187	17.3
28	17.3	68	16.9	108	16.6	148	17.1	188	17.4
29	17.0	69	17.3	109	16.9	149	17.0	189	17.4
30	17.8	70	16.8	110	16.5	150	16.8	190	17.0
31	17.5	71	17.3	111	16.6	151	17.2	191	18.0
32	18.1	72	17.4	112	16.6	152	17.2	192	18.2
33	17.5	73	17.7	113	17.0	153	17.4	193	17.6
34	17.4	74	16.8	114	17.1	154	17.2	194	17.8
35	17.4	75	16.9	115	17.1	155	16.9	195	17.7
36	17.1	76	17.0	116	16.7	156	16.8	196	17.2
37	17.6	77	16.9	117	16.8	157	17.0	197	17.4
38	17.7	78	17.0	118	16.3	158	17.4		
39	17.4	79	16.6	119	16.6	159	17.2		
40	17.8	80	16.7	120	16.8	160	17.2		

* 197 Observations

SERIES B IBM COMMON STOCK CLOSING PRICES: DAILY, 17TH MAY 1961–2ND NOVEMBER 1962*

460	471	527	580	551	523	333	394	330
457	467	540	579	551	516	330	393	340
452	473	542	584	552	511	336	409	339
459	481	538	581	553	518	328	411	331
462	488	541	581	557	517	316	409	345
459	490	541	577	557	520	320	408	352
463	489	547	577	548	519	332	393	346
479	489	553	578	547	519	320	391	352
493	485	559	580	545	519	333	388	357
490	491	557	586	545	518	344	396	
492	492	557	583	539	513	339	387	
498	494	560	581	539	499	350	383	
499	499	571	576	535	485	351	388	
497	498	571	571	537	454	350	382	
496	500	569	575	535	462	345	384	
490	497	575	575	536	473	350	382	
489	494	580	573	537	482	359	383	
478	495	584	577	543	486	375	383	
487	500	585	582	548	475	379	388	
491	504	590	584	546	459	376	395	
487	513	599	579	547	451	382	392	
482	511	603	572	548	453	370	386	
479	514	599	577	549	446	365	383	
478	510	596	571	553	455	367	377	
479	509	585	560	553	452	372	364	
477	515	587	549	552	457	373	369	
479	519	585	556	551	449	363	355	
475	523	581	557	550	450	371	350	
479	519	583	563	553	435	369	353	
476	523	592	564	554	415	376	340	
476	531	592	567	551	398	387	350	
478	547	596	561	551	399	387	349	
479	551	596	559	545	361	376	358	
477	547	595	553	547	383	385	360	
476	541	598	553	547	393	385	360	
475	545	598	553	537	385	380	366	
475	549	595	547	539	360	373	359	
473	545	595	550	538	364	382	356	
474	549	592	544	533	365	377	355	
474	547	588	541	525	370	376	367	
474	543	582	532	513	374	379	357	
465	540	576	525	510	359	386	361	
466	539	578	542	521	335	387	355	
467	532	589	555	521	323	386	348	
471	517	585	558	521	306	389	343	

* 369 Observations (Read downwards).

SERIES C CHEMICAL PROCESS TEMPERATURE READINGS: EVERY MINUTE*

26.6	19.6	24.4	21.1	24.4
27.0	19.6	24.4	20.9	24.2
27.1	19.6	24.4	20.8	24.2
27.1	19.6	24.4	20.8	24.1
27.1	19.6	24.5	20.8	24.1
27.1	19.7	24.5	20.8	24.0
26.9	19.9	24.4	20.9	24.0
26.8	20.0	24.3	20.8	24.0
26.7	20.1	24.2	20.8	23.9
26.4	20.2	24.2	20.7	23.8
26.0	20.3	24.0	20.7	23.8
25.8	20.6	23.9	20.8	23.7
25.6	21.6	23.7	20.9	23.7
25.2	21.9	23.6	21.2	23.6
25.0	21.7	23.5	21.4	23.7
24.6	21.3	23.5	21.7	23.6
24.2	21.2	23.5	21.8	23.6
24.0	21.4	23.5	21.9	23.6
23.7	21.7	23.5	22.2	23.5
23.4	22.2	23.7	22.5	23.5
23.1	23.0	23.8	22.8	23.4
22.9	23.8	23.8	23.1	23.3
22.8	24.6	23.9	23.4	23.3
22.7	25.1	23.9	23.8	23.3
22.6	25.6	23.8	24.1	23.4
22.4	25.8	23.7	24.6	23.4
22.2	26.1	23.6	24.9	23.3
22.0	26.3	23.4	24.9	23.2
21.8	26.3	23.2	25.1	23.3
21.4	26.2	23.0	25.0	23.3
20.9	26.0	22.8	25.0	23.2
20.3	25.8	22.6	25.0	23.1
19.7	25.6	22.4	25.0	22.9
19.4	25.4	22.0	24.9	22.8
19.3	25.2	21.6	24.8	22.6
19.2	24.9	21.3	24.7	22.4
19.1	24.7	21.2	24.6	22.2
19.0	24.5	21.2	24.5	21.8
18.9	24.4	21.1	24.5	21.3
18.9	24.4	21.0	24.5	20.8
19.2	24.4	20.9	24.5	20.2
19.3	24.4	21.0	24.5	19.7
19.3	24.4	21.0	24.5	19.3
19.4	24.3	21.1	24.5	19.1
19.5	24.4	21.2	24.4	19.0
				18.8

* 226 Observations (Read downwards).

SERIES D CHEMICAL PROCESS VISCOSITY READINGS: EVERY HOUR*

8.0	8.6	9.3	9.8	9.4	9.6	9.4
8.0	8.4	9.5	9.6	9.6	9.6	10.0
7.4	8.3	9.4	9.6	9.6	9.6	10.0
8.0	8.4	9.0	9.4	9.6	9.6	10.0
8.0	8.3	9.0	9.4	10.0	9.6	10.2
8.0	8.3	8.8	9.4	10.0	9.0	10.0
8.0	8.1	9.0	9.4	9.6	9.4	10.0
8.8	8.2	8.8	9.6	9.2	9.4	9.6
8.4	8.3	8.6	9.6	9.2	9.4	9.0
8.4	8.5	8.6	9.4	9.2	9.6	9.0
8.0	8.1	8.0	9.4	9.0	9.4	8.6
8.2	8.1	8.0	9.0	9.0	9.6	9.0
8.2	7.9	8.0	9.4	9.6	9.6	9.6
8.2	8.3	8.0	9.4	9.8	9.8	9.6
8.4	8.1	8.6	9.6	10.2	9.8	9.0
8.4	8.1	8.0	9.4	10.0	9.8	9.0
8.4	8.1	8.0	9.2	10.0	9.6	8.9
8.6	8.4	8.0	8.8	10.0	9.2	8.8
8.8	8.7	7.6	8.8	9.4	9.6	8.7
8.6	9.0	8.6	9.2	9.2	9.2	8.6
8.6	9.3	9.6	9.2	9.6	9.2	8.3
8.6	9.3	9.6	9.6	9.7	9.6	7.9
8.6	9.5	10.0	9.6	9.7	9.6	8.5
8.6	9.3	9.4	9.8	9.8	9.6	8.7
8.8	9.5	9.3	9.8	9.8	9.6	8.9
8.9	9.5	9.2	10.0	9.8	9.6	9.1
9.1	9.5	9.5	10.0	10.0	9.6	9.1
9.5	9.5	9.5	9.4	10.0	10.0	9.1
8.5	9.5	9.5	9.8	8.6	10.0	
8.4	9.5	9.9	8.8	9.0	10.4	
8.3	9.9	9.9	8.8	9.4	10.4	
8.2	9.5	9.5	8.8	9.4	9.8	
8.1	9.7	9.3	8.8	9.4	9.0	
8.3	9.1	9.5	9.6	9.4	9.6	
8.4	9.1	9.5	9.6	9.4	9.8	
8.7	8.9	9.1	9.6	9.6	9.6	
8.8	9.3	9.3	9.2	10.0	8.6	
8.8	9.1	9.5	9.2	10.0	8.0	
9.2	9.1	9.3	9.0	9.8	8.0	
9.6	9.3	9.1	9.0	9.8	8.0	
9.0	9.5	9.3	9.0	9.7	8.0	
8.8	9.3	9.1	9.4	9.6	8.4	
8.6	9.3	9.5	9.0	9.4	8.8	
8.6	9.3	9.4	9.0	9.2	8.4	
8.8	9.9	9.5	9.4	9.0	8.4	
8.8	9.7	9.6	9.4	9.4	9.0	
8.6	9.1	10.2	9.6	9.6	9.0	

* 310 Observations (Read downwards).

SERIES E WÖLFER SUNSPOT NUMBERS: YEARLY*

1770	101	1795	21	1820	16	1845	40
1771	82	1796	16	1821	7	1846	62
1772	66	1797	6	1822	4	1847	98
1773	35	1798	4	1823	2	1848	124
1774	31	1799	7	1824	8	1849	96
1775	7	1800	14	1825	17	1850	66
1776	20	1801	34	1826	36	1851	64
1777	92	1802	45	1827	50	1852	54
1778	154	1803	43	1828	62	1853	39
1779	125	1804	48	1829	67	1854	21
1780	85	1805	42	1830	71	1855	7
1781	68	1806	28	1831	48	1856	4
1782	38	1807	10	1832	28	1857	23
1783	23	1808	8	1833	8	1858	55
1784	10	1809	2	1834	13	1859	94
1785	24	1810	0	1835	57	1860	96
1786	83	1811	1	1836	122	1861	77
1787	132	1812	5	1837	138	1862	59
1788	131	1813	12	1838	103	1863	44
1789	118	1814	14	1839	86	1864	47
1790	90	1815	35	1840	63	1865	30
1791	67	1816	46	1841	37	1866	16
1792	60	1817	41	1842	24	1867	7
1793	47	1818	30	1843	11	1868	37
1794	41	1819	24	1844	15	1869	74

* 100 Observations

SERIES F YIELDS FROM BATCH CHEMICAL PROCESS*

47	44	50	62	68
64	80	71	44	38
23	55	56	64	50
71	37	74	43	60
38	74	50	52	39
64	51	58	38	59
55	57	45	59	40
41	50	54	55	57
59	60	36	41	54
48	45	54	53	23
71	57	48	49	
35	50	55	34	
57	45	45	35	
40	25	57	54	
58	59	50	45	

* 70 Observations (Read downwards).

TABLE 6.2 Estimated autocorrelations of Series A–F

SERIES A Chemical Process Concentration Readings: Every Two Hours

197 *Observations*

		Autocorrelations									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	Lags 1–10	0.57	0.50	0.40	0.36	0.33	0.35	0.39	0.32	0.30	0.26
	11–20	0.19	0.16	0.20	0.24	0.14	0.18	0.20	0.20	0.14	0.18
∇z	Lags 1–10	−0.41	0.02	−0.07	−0.01	−0.07	−0.02	0.15	−0.07	0.04	0.02
	11–20	−0.05	−0.06	−0.01	0.16	−0.17	0.03	0.01	0.08	−0.12	0.15
$\nabla^2 z$	Lags 1–10	−0.65	0.18	−0.04	0.04	−0.04	−0.04	0.13	−0.11	0.04	0.02
	11–20	−0.02	−0.02	−0.04	0.18	−0.19	0.08	−0.03	0.09	−0.17	0.20

SERIES B IBM Common Stock Closing Prices: Daily. 17th May 1961–2nd November 1962

369 *Observations*

		Autocorrelations									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	Lags 1–10	0.99	0.99	0.98	0.97	0.96	0.96	0.95	0.94	0.93	0.92
	11–20	0.91	0.91	0.90	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83
∇z	Lags 1–10	0.09	0.00	−0.05	−0.04	−0.02	0.12	0.07	0.04	−0.07	0.02
	11–20	0.08	0.05	−0.05	0.07	−0.07	0.12	0.12	0.05	0.05	0.07
$\nabla^2 z$	Lags 1–10	−0.45	−0.02	−0.04	0.00	−0.07	0.11	−0.01	0.04	−0.10	0.02
	11–20	0.04	0.04	−0.12	0.13	−0.17	0.10	0.05	−0.04	−0.01	0.09

SERIES C Chemical Process Temperature Readings: Every Minute

226 *Observations*

		Autocorrelations									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	Lags 1–10	0.98	0.94	0.90	0.85	0.80	0.75	0.69	0.64	0.58	0.52
	11–20	0.47	0.41	0.36	0.30	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.00
∇z	Lags 1–10	0.80	0.65	0.53	0.44	0.38	0.32	0.26	0.19	0.14	0.14
	11–20	0.10	0.09	0.07	0.07	0.07	0.07	0.09	0.05	0.04	0.04
$\nabla^2 z$	Lags 1–10	−0.08	−0.07	−0.12	−0.06	0.01	−0.02	0.05	−0.05	−0.12	0.12
	11–20	−0.12	0.07	−0.08	0.03	−0.01	−0.06	0.17	−0.10	−0.01	−0.02

TABLE 6.2 continued

SERIES D Chemical Process Viscosity Readings: Every Hour

310 *Observations*

		Autocorrelations									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	Lags 1–10	0.86	0.74	0.62	0.53	0.46	0.41	0.35	0.31	0.27	0.24
	11–20	0.22	0.20	0.18	0.15	0.14	0.13	0.16	0.19	0.21	0.23
∇z	Lags 1–10	−0.05	−0.06	−0.07	−0.08	−0.06	0.00	−0.02	−0.02	−0.03	−0.06
	11–20	−0.01	0.04	0.02	−0.07	−0.03	−0.09	−0.02	0.05	−0.01	0.06
$\nabla^2 z$	Lags 1–10	−0.50	0.00	0.00	−0.01	−0.02	0.04	−0.01	0.00	0.01	−0.04
	11–20	0.00	0.04	0.03	−0.06	0.04	−0.06	0.00	0.06	−0.06	0.06

SERIES E Wölfer Sunspot Numbers: Yearly

100 *Observations*

		Autocorrelations									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	Lags 1–10	0.81	0.43	0.07	−0.17	−0.27	−0.21	−0.04	0.16	0.33	0.41
	11–20	0.39	0.29	0.14	0.02	−0.06	−0.10	−0.14	−0.18	−0.17	−0.10
∇z	Lags 1–10	0.55	−0.02	−0.30	−0.40	−0.40	−0.33	−0.20	0.04	0.26	0.31
	11–20	0.29	0.16	−0.03	−0.12	−0.10	−0.09	−0.09	−0.12	−0.14	−0.05
$\nabla^2 z$	Lags 1–10	0.15	−0.31	−0.20	−0.11	−0.09	−0.02	−0.11	−0.04	0.19	0.05
	11–20	0.13	0.09	−0.10	−0.11	0.04	0.01	0.00	−0.03	−0.10	−0.04

SERIES F Yields from a Batch Chemical Process

70 *Observations*

		Autocorrelations									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	Lags 1–10	−0.39	0.30	−0.17	0.07	−0.10	−0.05	0.04	−0.04	−0.01	0.01
	11–20	0.11	−0.07	0.15	0.04	−0.01	0.17	−0.11	0.02	−0.05	0.02
∇z	Lags 1–10	−0.74	0.43	−0.27	0.16	−0.10	0.01	0.05	−0.05	0.04	−0.05
	11–20	0.11	−0.16	0.12	−0.01	−0.08	0.16	−0.14	0.08	−0.07	0.03
$\nabla^2 z$	Lags 1–10	−0.83	0.54	−0.33	0.21	−0.12	0.03	0.04	−0.06	0.06	−0.07
	11–20	0.12	−0.16	0.11	0.00	−0.10	0.16	−0.15	0.10	−0.07	0.03

TABLE 6.3 Estimated partial autocorrelations* of Series A–F

SERIES A Chemical Process Concentration Readings: Every Two Hours

197 Observations		Partial autocorrelations 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	Lags 1–10	0.57	0.25	0.08	0.09	0.07	0.15	0.19	−0.03	0.01	−0.01
	11–20	−0.09	−0.04	0.04	0.08	−0.15	0.06	0.13	0.09	−0.06	0.07
∇z	Lags 1–10	−0.41	−0.19	−0.17	−0.14	−0.20	−0.23	0.01	−0.04	−0.01	0.06
	11–20	0.02	−0.07	−0.10	0.13	−0.09	−0.15	−0.11	0.04	−0.08	0.12
$\nabla^2 z$	Lags 1–10	−0.66	−0.43	−0.33	−0.23	−0.20	−0.36	−0.23	−0.21	−0.23	−0.16
	11–20	−0.07	−0.04	−0.25	0.00	0.04	−0.02	−0.16	−0.03	−0.22	−0.03

SERIES B IBM Common Stock Closing Prices: Daily, 17th May 1961–2nd November 1962

369 Observations		Partial autocorrelations 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	Lags 1–10	0.996	−0.09	0.01	0.05	0.02	0.02	−0.12	−0.05	−0.02	0.06
	11–20	−0.05	−0.09	−0.03	0.07	−0.08	0.06	−0.14	−0.10	−0.01	−0.08
∇z	Lags 1–10	0.09	−0.01	−0.05	−0.03	−0.02	0.13	0.05	0.02	−0.06	0.05
	11–20	0.09	0.03	−0.08	0.08	−0.06	0.14	0.10	0.00	0.07	0.08
$\nabla^2 z$	Lags 1–10	−0.45	−0.28	−0.24	−0.20	−0.29	−0.17	−0.13	−0.03	−0.14	−0.16
	11–20	−0.09	0.02	−0.13	0.01	−0.19	−0.13	−0.03	−0.10	−0.10	0.06

SERIES C Chemical Process Temperature Readings: Every Minute

226 Observations		Partial autocorrelations 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	Lags 1–10	0.99	−0.81	−0.03	−0.02	−0.10	−0.07	−0.01	−0.03	0.04	−0.04
	11–20	−0.15	0.10	−0.14	0.01	−0.10	−0.02	−0.07	−0.11	0.11	−0.13
∇z	Lags 1–10	0.81	−0.01	−0.01	0.06	0.03	−0.03	−0.01	−0.08	0.00	0.10
	11–20	−0.14	0.10	−0.05	0.05	0.02	0.06	0.06	−0.17	0.09	0.00
$\nabla^2 z$	Lags 1–10	−0.08	−0.08	−0.14	−0.10	−0.03	−0.05	0.02	−0.06	−0.16	0.09
	11–20	−0.14	0.01	−0.09	−0.02	−0.05	−0.09	0.13	−0.13	−0.03	−0.05

* Obtained by fitting autoregressive processes of increasing order, using least squares.

TABLE 6.3 continued

SERIES D Chemical Process Viscosity Readings: Every Hour

310 Observations		Partial autocorrelations 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	Lags 1–10	0.86	−0.02	0.00	0.01	0.03	0.03	−0.02	0.01	0.00	0.01
	11–20	0.05	0.01	−0.04	−0.03	0.07	0.04	0.10	0.06	0.00	0.06
∇z	Lags 1–10	−0.05	−0.06	−0.07	−0.09	−0.08	−0.03	−0.05	−0.05	−0.05	−0.09
	11–20	−0.05	0.01	−0.01	−0.10	−0.07	−0.13	−0.09	−0.02	−0.08	0.00
$\nabla^2 z$	Lags 1–10	−0.50	−0.32	−0.24	−0.20	−0.22	−0.16	−0.14	−0.11	−0.07	−0.12
	11–20	−0.15	−0.12	−0.02	−0.06	−0.01	−0.07	−0.12	−0.06	−0.13	−0.07

SERIES E Wölfer Sunspot Numbers: Yearly

100 Observations		Partial autocorrelations 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	Lags 1–10	0.81	−0.71	0.21	−0.15	0.10	0.10	0.18	0.23	0.01	0.00
	11–20	0.14	−0.16	0.12	0.03	−0.08	−0.14	−0.06	−0.12	0.00	0.05
∇z	Lags 1–10	0.57	−0.48	−0.06	−0.27	−0.22	−0.26	−0.29	−0.05	−0.02	−0.16
	11–20	0.13	−0.15	−0.04	0.06	0.12	0.02	0.07	−0.06	−0.09	−0.06
$\nabla^2 z$	Lags 1–10	0.15	−0.35	−0.10	−0.21	−0.16	−0.17	−0.36	−0.26	−0.09	−0.33
	11–20	−0.02	−0.13	−0.20	−0.21	−0.10	−0.13	0.00	0.03	−0.01	−0.08

SERIES F Yields from a Batch Chemical Process

70 Observations		Partial autocorrelations 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z	Lags 1–10	−0.40	0.19	0.01	−0.07	−0.07	−0.15	0.05	0.00	−0.10	0.05
	11–20	0.18	−0.05	0.09	0.18	0.01	0.43	0.01	−0.14	0.11	0.18
∇z	Lags 1–10	−0.76	−0.32	−0.19	−0.16	−0.09	−0.24	−0.15	−0.06	−0.18	−0.28
	11–20	−0.02	−0.16	−0.24	−0.06	−0.44	−0.02	0.12	−0.12	−0.17	−0.24
$\nabla^2 z$	Lags 1–10	−0.83	−0.52	−0.38	−0.33	−0.15	−0.24	−0.26	−0.14	−0.09	−0.31
	11–20	−0.12	−0.09	−0.26	0.08	−0.38	−0.39	−0.07	−0.05	−0.03	−0.30

TABLE 6.7 Summary of models identified for Series A–F, with initial estimates inserted

Series	Differencing	$*\bar{w} \pm \hat{\sigma}(\bar{w})$	$\hat{\sigma}_w^2 = c_0$	Identified Model	$\hat{\sigma}_a^2$
A	either 0	17.06 ± 0.10	0.1586	$z_t - 0.87z_{t-1} = 2.45 + a_t - 0.48a_{t-1}$	0.098
	or 1	0.002 ± 0.011	0.1364	$\nabla z_t = a_t - 0.53a_{t-1}$	0.107
B	1	-0.28 ± 0.41	52.54	$\nabla z_t = a_t + 0.09a_{t-1}$	52.2
C	either 1	-0.035 ± 0.047	0.0532	$\nabla z_t - 0.81\nabla z_{t-1} = a_t$	0.019
	or 2	-0.003 ± 0.008	0.0198	$\nabla^2 z_t = a_t - 0.09a_{t-1} - 0.07a_{t-2}$	0.020
D	either 0	9.13 ± 0.04	0.3620	$z_t - 0.86z_{t-1} = 1.32 + a_t$	0.093
	or 1	0.004 ± 0.017	0.0965	$\nabla z_t = a_t - 0.05a_{t-1}$	0.096
E	either 0	46.9 ± 5.4	1382.2	$z_t - 1.32z_{t-1} + 0.63z_{t-2} = 14.9 + a_t$	289
	or 0	46.9 ± 5.4	1382.2	$z_t - 1.37z_{t-1} + 0.74z_{t-2} - 0.08z_{t-3} = 13.7 + a_t$	287
F	0	51.1 ± 1.1	139.80	$z_t + 0.32z_{t-1} - 0.18z_{t-2} = 58.3 + a_t$	115

* When $d = 0$, read z for w.

ภาคผนวก ข

FORTRAN code ของโปรแกรมวิเคราะห์อนุกรมเวลา TSAP

MAXOBS - จำนวนจุดสูงสุดที่อนุกรมเวลาแต่ละชุดจะมีได้
MATRIX - จำนวนพารามิเตอร์รวมสูงสุดของโมเดลที่จะมีได้
LAG - จำนวน lag สูงสุดของฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองที่จะมีได้
X(I) - ตัวแปรอนุกรมเวลา
ACF(I) - ตัวแปรฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเอง
PACF(I) - ตัวแปรฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน
PHI(I) - ตัวแปรพารามิเตอร์
THETA(I) - ตัวแปรพารามิเตอร์

โปรแกรมได้ตั้งไว้ให้ MAXOBS=256 , MATRIX=16 , LAG=32 ถ้าต้องการแก้ไขเพื่อขยายหรือลดขนาดของโปรแกรม ให้แก้ไขที่ประโยค

PARAMETER (MAXOBS=256 , MATRIX=16 , LAG=32)

ใน main และ ทุก ๆ subroutine ให้มีค่าตามที่ต้องการ แล้ว re-complied โปรแกรมใหม่

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
C-----------------------------------------------------------------------
C                          TIME SERIES ANALYSIS PROGRAM
C                                  VERSION 1.0
C                              CHULALONGKORN UNIVERSITY
C                                  @ COPYRIGHT 1989
C                                       BY
C                              CHAIROTE KUNPANITCHAKIT
C-----------------------------------------------------------------------
      PROGRAM  TSAP
      PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
      EXTERNAL FCN
      DIMENSION DATAX(MAXOBS),DA(MAXOBS)
      DIMENSION X(MAXOBS),A(MAXOBS),ACF(LAG),PACF(LAG)
      DIMENSION PHI(MATRIX),THETA(MATRIX)
      DIMENSION XX(MATRIX,MATRIX),XY(MATRIX)
      DIMENSION DXX(MATRIX,MATRIX),DXY(MATRIX),AR(MATRIX,MATRIX)
      COMMON/DATA/ DATAX,X,DA,A,ACF,PACF,PHI,THETA,XX,XY,DXX,DXY,AR
      COMMON/INPUT/ MAXDATA,AVERAGE,SIGMA,VARIANCE,SKEWNESS,KURTOSIS,
     +              FILENAME,MAXORDER
      REAL KURTOSIS,NUMBER
      CHARACTER*8 FILENAME
      INTEGER*1 IUNIT
      CHARACTER*1 ANSWER
      OPEN(UNIT=88,FILE='TIMEOUT')
      IROUND=0
      CALL CLEAR
      DO 999 IX=1,2
        IF (IX .EQ. 1) IUNIT=88
        IF (IX .EQ. 2) IUNIT=6
        CALL TITLE(IUNIT)
999   CONTINUE
      READ(*,'(A1)') ANSWER
1000  CONTINUE
      CALL CLEAR
      WRITE(*,1010)
1010  FORMAT(T36,'MAIN MENU')
      WRITE(*,1020)
1020  FORMAT(/,/,/,/,/,T25,'1  -  CREATE OR EDIT DATA-FILE')
      WRITE(*,1030)
1030  FORMAT(/,/,T25,'2  -  NEW TIME SERIES')
      WRITE(*,1040)
1040  FORMAT(/,/,T25,'3  -  BASIC STATISTICS')
      WRITE(*,1050)
1050  FORMAT(/,/,T25,'4  -  AR MODELS')
      WRITE(*,1060)
1060  FORMAT(/,/,T25,'5  -  ARMA MODELS')
      WRITE(*,1100)
1100  FORMAT(/,/,T25,'0  -  QUIT')
      WRITE(*,1110)
1110  FORMAT(/,/,T33,'YOUR CHOICE  ',\)
      READ(*,*) ICHOICE
      IF (ICHOICE .NE. 0) THEN
        IF (ICHOICE .EQ. 1) THEN
          IROUND=0
          CALL CREATE
        ELSE IF (ICHOICE .EQ. 2) THEN
          IF (IROUND .NE. 0) THEN
            DO 1120 IX=1,MAXOBS
              DATAX(IX)=0.0
              X(IX)=0.0
1120        CONTINUE
            DO 1130 IX=1,LAG
              ACF(IX)=0.0
```

```
            PACF(IX)=0.0
1130        CONTINUE
            DO 1150 JX=1,MATRIX
              DO 1140 IX=1,MATRIX
                XX(IX,JX)=0.0
                DXX(IX,JX)=0.0
                AR(IX,JX)=0.0
1140          CONTINUE
              PHI(JX)=0.0
              THETA(JX)=0.0
              XY(JX)=0.0
              DXY(JX)=0.0
1150        CONTINUE
            MAXDATA=0.0
            AVERAGE=0.0
            SIGMA=0.0
            VARIANCE=0.0
            SKEWNESS=0.0
            KURTOSIS=0.0
            FILENAME='          '
            MAXORDER=0
          ENDIF
          IROUND=1
          CALL BASIC
          PAUSE '                                PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
          IF (MAXDATA .GT. 100) THEN
            WRITE(*,1160)
1160        FORMAT(1X,'TIME SERIES IS RATHER LONG - DO YOU WANT A ',
     +           'GRAPGH ?  (Y/N)' ,\)
            READ(*,'(A1)') ANSWER
            IF ((ANSWER.EQ.'Y') .OR. (ANSWER.EQ.'y')) THEN
              CALL DATAPLOT(MAXDATA,AVERAGE,FILENAME)
            PAUSE '                                PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
            ENDIF
          ELSE
            CALL DATAPLOT(MAXDATA,AVERAGE,FILENAME)
            PAUSE '                                PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
          ENDIF
        ELSE IF (ICHOICE .EQ. 3) THEN
          CALL STATIS(IROUND)
          IROUND=IROUND+1
        ELSE IF (ICHOICE .EQ. 4) THEN
          CALL ARMODE(IROUND)
          IROUND=IROUND+1
        ELSE IF (ICHOICE .EQ. 5) THEN
          CALL ARMA(IROUND)
          IROUND=IROUND+1
        ELSE
          GOTO 1000
        ENDIF
        GOTO 1000
      ENDIF
      CLOSE(UNIT=88)
      CALL CLEAR
      STOP '                    TIME SERIES ANALYSIS PROGRAM COMPLETED.'
      END
      SUBROUTINE CREATE
C-----------------------------------------------------------------------
C                     SUBROUTINE TO CREATE DATA FILE
C-----------------------------------------------------------------------
      PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
      DIMENSION DATAX(MAXOBS),DA(MAXOBS)
      DIMENSION X(MAXOBS),A(MAXOBS),ACF(LAG),PACF(LAG)
      DIMENSION PHI(MATRIX),THETA(MATRIX)
```

```
      DIMENSION XX(MATRIX,MATRIX),XY(MATRIX)
      DIMENSION DXX(MATRIX,MATRIX),DXY(MATRIX),AR(MATRIX,MATRIX)
      COMMON/DATA/ DATAX,X,DA,A,ACF,PACF,PHI,THETA,XX,XY,DXX,DXY,AR
      CHARACTER*1 ANSWER
      CHARACTER*8 FILENAME
C-----------------------------------------------------------------------
C                                    MENU
C-----------------------------------------------------------------------
7000  CONTINUE
      CALL CLEAR
      WRITE(*,7900)
7900  FORMAT(T32,'DATA FILE')
      WRITE(*,7910)
7910  FORMAT(/,/,/,/,/,/,/,T24,'1  -  CREATE NEW DATA FILE')
      WRITE(*,7920)
7920  FORMAT(/,/,/,T24,'2  -  EDIT OLD DATA FILE')
      WRITE(*,7930)
7930  FORMAT(/,/,/,T24,'0  -  RETURN TO MAIN MENU')
      WRITE(*,7940)
7940  FORMAT(/,/,/,/,/,/,/,T33,'YOUR CHOICE  ',\)
      READ(*,*) ICHOICE
      IF (ICHOICE .EQ. 1) THEN
        WRITE(*,8000)
8000    FORMAT(1X,'NAME OF DATA FILE TO CREATE    ',\)
        READ(*,'(A8)') FILENAME
      ELSE IF (ICHOICE .EQ. 2) THEN
        WRITE(*,8001)
8001    FORMAT(1X,'NAME OF DATA FILE TO EDIT    ',\)
        READ(*,'(A8)') FILENAME
      ELSE IF (ICHOICE .EQ. 0) THEN
        GOTO 8999
      ELSE
        GOTO 7000
      ENDIF
      IF ((ICHOICE .EQ. 1) .OR. (ICHOICE .EQ. 2)) THEN
        OPEN(UNIT=99,FILE=FILENAME)
        REWIND(UNIT=99)
        WRITE(*,8010)
8010    FORMAT(1X,'NUMBER OF DATA-POINTS    ',\)
        READ(*,*) MAXDATA
        IF (MAXDATA.GT.MAXOBS) THEN
          MAXDATA=MAXOBS
          WRITE(*,8020) MAXOBS,MAXOBS
8020      FORMAT(1X,'PROGRAM CANNOT HANDLE DATA-POINTS MORE THAN  ',I4,/
     +          ,1X,'NUMBER OF DATA-POINTS IS SET EQUAL TO        ',I4)
        ENDIF
      ENDIF
      IF (ICHOICE .EQ. 1) THEN
        DO 8040 IX=1,MAXDATA
          WRITE(*,8030) IX
8030      FORMAT(1X,'NO. ',I4,'    ',\)
          READ(*,*) DATAX(IX)
8040    CONTINUE
      ELSE IF (ICHOICE .EQ. 2) THEN
        READ(99,*) (DATAX(IX),IX=1,MAXDATA)
      ENDIF
      CALL CLEAR
      WRITE(*,8050)
8050  FORMAT(T23,'DATA WILL BE DISPLAYED 4 AT A TIME')
      DO 8100 IX=1,MAXDATA,4
        WRITE(*,*)
        WRITE(*,8070)
8070    FORMAT(/,/,T18,'PRESS  -  < C > TO CHANGE ANY OF THE 4 DATA')
        WRITE(*,*)
```

```
        IX4=IX+3
        IDX=MAXDATA-IX
        IF (IDX.GT.3) IDX=3
        WRITE(*,8080) (JX,DATAX(JX),JX=IX,IX+IDX)
8080    FORMAT(1X,I4,G14.7,2X,I4,G14.7,2X,I4,G14.7,2X,I4,G14.7,2X)
        WRITE(*,*)
        WRITE(*,8090)
8090    FORMAT(27X,'PRESS ANY KEYS TO CONTINUE   ',\)
        READ(*,'(A1)') ANSWER
        IF ((ANSWER.EQ.'C') .OR. (ANSWER.EQ.'c')) THEN
8300      WRITE(*,*)
          WRITE(*,8310)
8310      FORMAT(1X,'HOW MANY DATA-POINTS DO YOU WANT TO CHANGE?    ',\)
          READ(*,*) ICHANGE
          IF (ICHANGE.GT.(IDX+1)) GOTO 8300
          DO 8330 JX=1,ICHANGE
8320        WRITE(*,8325)
8325        FORMAT(1X,'INPUT    NO. -  VALUE  ',\)
            READ(*,*) ID,VALUE
            IF ((ID.LT.IX).OR.(ID.GT.(IX+IDX))) THEN
              GOTO 8320
            ELSE
              DATAX(ID)=VALUE
            ENDIF
8330      CONTINUE
        ENDIF
8100  CONTINUE
      WRITE(*,8110)
8110  FORMAT(/,/,/,/,1X,'EVERYTHING LOOK FINE, RIGHT?  < Y/N >  ',\)
      READ(*,'(A1)') ANSWER
      IF ((ANSWER.NE.'Y') .AND.(ANSWER.NE.'y')) GOTO 8040
      REWIND(UNIT=99)
      WRITE(99,*) (DATAX(IX),IX=1,MAXDATA)
      CLOSE(UNIT=99)
8999  CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE STATIS(IROUND)
C-------------------------------------------------------------------------------
C           SUBROUTINE TO COMPUTE BASIC STATISTICS OF TIME SERIES
C-------------------------------------------------------------------------------
      PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
      DIMENSION DATAX(MAXOBS),DA(MAXOBS)
      DIMENSION X(MAXOBS),A(MAXOBS),ACF(LAG),PACF(LAG)
      DIMENSION PHI(MATRIX),THETA(MATRIX)
      DIMENSION XX(MATRIX,MATRIX),XY(MATRIX)
      DIMENSION DXX(MATRIX,MATRIX),DXY(MATRIX),AR(MATRIX,MATRIX)
      COMMON/DATA/ DATAX,X,DA,A,ACF,PACF,PHI,THETA,XX,XY,DXX,DXY,AR
      COMMON/INPUT/ MAXDATA,AVERAGE,SIGMA,VARIANCE,SKEWNESS,KURTOSIS,
     +              FILENAME,MAXORDER
      REAL KURTOSIS,NUMBER
      CHARACTER*8 FILENAME
      CHARACTER*4 PLOT
      CHARACTER*1 ANSWER
      LOGICAL ARFLAG
3000  CONTINUE
      IF (IROUND .EQ. 0) THEN
        CALL BASIC
        PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
      ENDIF
      WRITE(*,3170)
3170  FORMAT(/,/,/,1X,'MAXIMUM NUMBER OF AUTOCORELATION LAG     ',\)
      READ(*,*) MAXLAG
      IF (MAXLAG .GT. LAG) THEN
```

```
        MAXLAG=LAG
        WRITE(*,3180) LAG,LAG
3180    FORMAT(1X,'MAXIMUM NUMBER OF AUTOCORRELATION LAG GREATER THAN  '
     1   ,I2,/,1X,'MAXIMUM NUMBER OF AUTOCORRELATION LAG IS SET TO     '
     2   ,I2)
       ENDIF
       CALL AUTOCO(X,MAXLAG,MAXDATA,VARIANCE,ACF,ACF2SD)
       PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
       PLOT=' ACF'
       CALL ACFPLOT(PLOT,ACF,MAXLAG,ACF2SD)
       PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
       CALL WORKING
       ARFLAG=.FALSE.
       PLOT='PACF'
       MAXORDER=MAXLAG
       IF (MAXORDER .GT. MATRIX) MAXORDER=MATRIX
       CALL ARAUTO(MAXORDER,ARFLAG,MAXDATA)
       CALL ACFPLOT(PLOT,PACF,MAXORDER,ACF2SD)
       PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
       RETURN
       END
       SUBROUTINE BASIC
C-------------------------------------------------------------------------------
C                    SUBROUTINE TO READ IN DATA FROM FILE
C-------------------------------------------------------------------------------
       PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
       DIMENSION DATAX(MAXOBS),DA(MAXOBS)
       DIMENSION X(MAXOBS),A(MAXOBS),ACF(LAG),PACF(LAG)
       DIMENSION PHI(MATRIX),THETA(MATRIX)
       DIMENSION XX(MATRIX,MATRIX),XY(MATRIX)
       DIMENSION DXX(MATRIX,MATRIX),DXY(MATRIX),AR(MATRIX,MATRIX)
       COMMON/DATA/ DATAX,X,DA,A,ACF,PACF,PHI,THETA,XX,XY,DXX,DXY,AR
       COMMON/INPUT/ MAXDATA,AVERAGE,SIGMA,VARIANCE,SKEWNESS,KURTOSIS,
      +              FILENAME,MAXORDER
       REAL KURTOSIS,NUMBER
       CHARACTER*8 FILENAME
       CALL CLEAR
       WRITE(*,3010)
3010   FORMAT(1X,'NAME OF DATA FILE    ',\)
       READ(*,'(A8)') FILENAME
       OPEN(UNIT=99,FILE=FILENAME)
       REWIND(UNIT=99)
       WRITE(*,3020)
3020   FORMAT(1X,'NUMBER OF DATA-POINTS    ',\)
       READ(*,*) MAXDATA
       IF (MAXDATA.GT.MAXOBS) THEN
         MAXDATA=MAXOBS
         WRITE(*,3030) MAXOBS,MAXOBS
3030     FORMAT(1X,'PROGRAM CANNOT HANDLE DATA-POINTS MORE THAN  ',I4,/
      +        ,1X,'NUMBER OF DATA-POINTS IS SET EQUAL TO        ',I4)
       ENDIF
       READ(99,*)  (DATAX(IX),IX=1,MAXDATA)
       REWIND(UNIT=99)
       CLOSE(UNIT=99)
       NUMBER=REAL(MAXDATA)
       CALL MOMENT(DATAX,X,MAXDATA,
      1            AVERAGE,SIGMA,VARIANCE,SKEWNESS,KURTOSIS)
       CALL CLEAR
       DO 3160 IX=1,2
         IF (IX .EQ. 1) THEN
           IUNIT=88
           WRITE(88,3099)
3099       FORMAT(/,/,/,/,/,/)
         ENDIF
```

```
      IF (IX .EQ. 2) IUNIT=6
      WRITE(IUNIT,3100)
3100  FORMAT(T25,'BASIC STATISTICS OF TIME SERIES')
      WRITE(IUNIT,3110) FILENAME
3110  FORMAT(/,T37,A8)
      WRITE(IUNIT,3120) AVERAGE
3120  FORMAT(/,/,T26,'AVERAGE ',F21.3)
      WRITE(IUNIT,3130) VARIANCE
3130  FORMAT(/,T26,'VARIANCE',F21.3)
      WRITE(IUNIT,3140) SKEWNESS
3140  FORMAT(/,T26,'SKEWNESS',F21.3)
      WRITE(IUNIT,3150) KURTOSIS
3150  FORMAT(/,T26,'KURTOSIS',F21.3)
3160 CONTINUE
     RETURN
     END
     SUBROUTINE XXXY(NORDER,MAXDATA)
C-------------------------------------------------------------------------------
C          SUBROUTINE TO COMPUTE AND SETUP MATRIXES  X'*X  &  X'*Y
C-------------------------------------------------------------------------------
     PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
     DIMENSION DATAX(MAXOBS),DA(MAXOBS)
     DIMENSION X(MAXOBS),A(MAXOBS),ACF(LAG),PACF(LAG)
     DIMENSION PHI(MATRIX),THETA(MATRIX)
     DIMENSION XX(MATRIX,MATRIX),XY(MATRIX)
     DIMENSION DXX(MATRIX,MATRIX),DXY(MATRIX),AR(MATRIX,MATRIX)
     COMMON/DATA/ DATAX,X,DA,A,ACF,PACF,PHI,THETA,XX,XY,DXX,DXY,AR
     COMMON/KFLAG/ KFLAG
C-------------------------------------------------------------------------------
C                     COMPUTE UPPER HALF OF MATRIX  X'*X
C-------------------------------------------------------------------------------
     DO 7040 IX=1,NORDER
       SUMXX=0.0
       IX1=IX - 1
       DO 7010 JX=NORDER,(MAXDATA-1)
         SUMXX=SUMXX + X(JX)*X(JX-IX1)
7010   CONTINUE
       XX(1,IX)=SUMXX
       IF (IX .EQ. 1) THEN
         DO 7020 KX=1,(NORDER-1)
           JX=IX + KX
           IPX=MAXDATA - KX
           IQX=JX - 1
           ITX=NORDER - KX
           XX(JX,JX)=XX(IQX,IQX) - X(IPX)*X(IPX) + X(ITX)*X(ITX)
7020     CONTINUE
       ELSE IF (IX .GT. 1) THEN
         DO 7030 KX=1,(NORDER-IX)
           IF1=KX + IX1
           IFMX=MAXDATA - KX
           IFXN=NORDER - KX
           XX(KX+1,IF1+1)=XX(KX,IX1+KX) - X(IFMX)*X(IFMX-IX1)
     1                                  + X(IFXN)*X(IFXN-IX1)
7030     CONTINUE
       ENDIF
7040 CONTINUE
C-------------------------------------------------------------------------------
C                        SETUP SYMMETRIC MATRIX  X'*X
C-------------------------------------------------------------------------------
     DO 7060 IX=2,NORDER
       DO 7050 JX=1,(IX-1)
         XX(IX,JX)=XX(JX,IX)
7050   CONTINUE
7060 CONTINUE
```

```
C-----------------------------------------------------------------------
C                          COMPUTE MATRIX  X'*Y
C-----------------------------------------------------------------------
      DO 7070 IX=1,(NORDER-1)
        XY(IX)=XX(1,IX+1) - X(NORDER)*X(NORDER-IX)
     1                    + X(MAXDATA)*X(MAXDATA-IX)
7070  CONTINUE
      SUMXX=0.0
      DO 7080 JX=(NORDER+1),MAXDATA
        SUMXX=SUMXX + X(JX)*X(JX-NORDER)
7080  CONTINUE
      XY(NORDER)=SUMXX
C-----------------------------------------------------------------------
C              STORE SUM  X'*X  &  X'*Y  OF THE HIGHEST ORDER
C-----------------------------------------------------------------------
      IF (KFLAG .EQ. 1) THEN
        DO 7100 IX=1,NORDER
          DO 7090 JX=1,NORDER
            DXX(JX,IX)=XX(JX,IX)
7090        CONTINUE
          DXY(IX)=XY(IX)
7100      CONTINUE
          KFLAG=9
      ENDIF
      CALL SIMUL(NORDER)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE SIMUL(NORDER)
C-----------------------------------------------------------------------
C                  SUBROUTINE TO SOLVE SIMULTANEOUS EQUATIONS
C-----------------------------------------------------------------------
      PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
      DIMENSION DATAX(MAXOBS),DA(MAXOBS)
      DIMENSION X(MAXOBS),A(MAXOBS),ACF(LAG),PACF(LAG)
      DIMENSION PHI(MATRIX),THETA(MATRIX)
      DIMENSION XX(MATRIX,MATRIX),XY(MATRIX)
      DIMENSION DXX(MATRIX,MATRIX),DXY(MATRIX),AR(MATRIX,MATRIX)
      COMMON/DATA/ DATAX,X,DA,A,ACF,PACF,PHI,THETA,XX,XY,DXX,DXY,AR
      COMMON/KFLAG/ KFLAG
      INTEGER PIVOT(MATRIX)
      PIVOT(NORDER)=1
      IF (NORDER .GT. 1) THEN
        NM1=NORDER - 1
        DO 7250 KX=1,NM1
          KP1=KX + 1
          MX=KX
C-----------------------------------------------------------------------
C                                FIND PIVOT
C-----------------------------------------------------------------------
          DO 7210 IX=KP1,NORDER
            IF (ABS(XX(IX,KX)) .GT. ABS(XX(MX,KX))) MX=IX
7210      CONTINUE
          PIVOT(KX)=MX
          IF (MX .NE. KX) PIVOT(NORDER)=-PIVOT(NORDER)
          T=XX(MX,KX)
          XX(MX,KX)=XX(KX,KX)
          XX(KX,KX)=T
          IF (T .NE. 0.0) THEN
            DO 7220 IX=KP1,NORDER
              XX(IX,KX)=-XX(IX,KX)/T
7220        CONTINUE
C-----------------------------------------------------------------------
C                    INTERCHANGE AND ELIMINATE BY COLUMNS
C-----------------------------------------------------------------------
```

```
              DO 7240 JX=KP1,NORDER
                T=XX(MX,JX)
                XX(MX,JX)=XX(KX,JX)
                XX(KX,JX)=T
                IF (T .NE. 0.0) THEN
                  DO 7230 IX=KP1,NORDER
                    XX(IX,JX)=XX(IX,JX) + XX(IX,KX)*T
7230              CONTINUE
                ENDIF
7240          CONTINUE
            ENDIF
7250      CONTINUE
        ENDIF
        DO 7260 IX=1,NORDER
          PHI(IX)=XY(IX)
7260    CONTINUE
C-------------------------------------------------------------------------------
C                               SOLVE   X*PHI  =  Y
C
C                                FORWARD ELIMINATE
C-------------------------------------------------------------------------------
        IF (NORDER .NE. 1) THEN
          NM1=NORDER - 1
          DO 7320 KX=1,NM1
            KP1=KX + 1
            MX=PIVOT(KX)
            T=PHI(MX)
            PHI(MX)=PHI(KX)
            PHI(KX)=T
            DO 7310 IX=KP1,NORDER
              PHI(IX)=PHI(IX) + XX(IX,KX)*T
7310        CONTINUE
7320      CONTINUE
C-------------------------------------------------------------------------------
C                                BACK SUBSTITUTION
C-------------------------------------------------------------------------------
          DO 7340 KB=1,NM1
            KM1=NORDER - KB
            KX=KM1 + 1
            PHI(KX)=PHI(KX)/XX(KX,KX)
            T=-PHI(KX)
            DO 7330 IX=1,KM1
              PHI(IX)=PHI(IX) + XX(IX,KX)*T
7330        CONTINUE
7340      CONTINUE
        ENDIF
        PHI(1)=PHI(1)/XX(1,1)
C-------------------------------------------------------------------------------
C           STORE PARAMETER (PHI(I),I=1,NORDER) OF AR(NORDER) MODEL
C-------------------------------------------------------------------------------
        DO 7350 IX=1,NORDER
          AR(NORDER,IX)=PHI(IX)
7350    CONTINUE
        RETURN
        END
        SUBROUTINE ARAUTO(MAXORDER,ARFLAG,MAXDATA)
C-------------------------------------------------------------------------------
C                  SUBROUTINE TO COMPUTE AR MODEL PARAMETERS
C-------------------------------------------------------------------------------
        PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
        DIMENSION DATAX(MAXOBS),DA(MAXOBS)
        DIMENSION X(MAXOBS),A(MAXOBS),ACF(LAG),PACF(LAG)
        DIMENSION PHI(MATRIX),THETA(MATRIX)
        DIMENSION XX(MATRIX,MATRIX),XY(MATRIX)
```

```
      DIMENSION DXX(MATRIX,MATRIX),DXY(MATRIX),AR(MATRIX,MATRIX)
      COMMON/DATA/ DATAX,X,DA,A,ACF,PACF,PHI,THETA,XX,XY,DXX,DXY,AR
      COMMON/KFLAG/ KFLAG
      LOGICAL ARFLAG
      NORDER=MAXORDER
      KFLAG=1
      CALL XXXY(NORDER,MAXDATA)
      PACF(NORDER)=PHI(NORDER)
      IF (.NOT.ARFLAG) THEN
        KCOUNT=NORDER
C---------------------- DO LOOP WITH DECREASING INDEX ----------------------
        DO 7540 NORDER=(MAXORDER-1),1,-1
          DO 7530 IX=1,NORDER
            DO 7510 JX=IX,NORDER
              XX(IX,JX)=DXX(IX,JX) + X(KCOUNT-IX)*X(KCOUNT-JX)
              DXX(IX,JX)=XX(IX,JX)
7510        CONTINUE
            DO 7520 JX=(IX+1),NORDER
              XX(JX,IX)=XX(IX,JX)
              DXX(JX,IX)=XX(IX,JX)
7520        CONTINUE
            XY(IX)=DXY(IX) + X(KCOUNT)*X(KCOUNT-IX)
            DXY(IX)=XY(IX)
7530      CONTINUE
          KCOUNT=KCOUNT-1
          CALL XXXY(NORDER,MAXDATA)
          PACF(NORDER)=PHI(NORDER)
7540    CONTINUE
      ENDIF
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ARMODE(IROUND)
C-------------------------------------------------------------------------------
C                 SUBROUTINE TO COMPUTE AUTOREGRESSIVE MODELS
C-------------------------------------------------------------------------------
      PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
      DIMENSION AACF(LAG)
      DIMENSION DATAX(MAXOBS),DA(MAXOBS)
      DIMENSION X(MAXOBS),A(MAXOBS),ACF(LAG),PACF(LAG)
      DIMENSION PHI(MATRIX),THETA(MATRIX)
      DIMENSION XX(MATRIX,MATRIX),XY(MATRIX)
      DIMENSION DXX(MATRIX,MATRIX),DXY(MATRIX),AR(MATRIX,MATRIX)
      COMMON/DATA/ DATAX,X,DA,A,ACF,PACF,PHI,THETA,XX,XY,DXX,DXY,AR
      COMMON/INPUT/ MAXDATA,AVERAGE,SIGMA,VARIANCE,SKEWNESS,KURTOSIS,
     +              FILENAME,MAXORDER
      COMMON/KFLAG/ KFLAG
      REAL KURTOSIS,NUMBER
      CHARACTER*8 FILENAME
      CHARACTER*1 ANSWER
      LOGICAL ARFLAG
      ARFLAG=.TRUE.
      CALL CLEAR
      IF (IROUND .EQ. 0) THEN
        CALL BASIC
        PAUSE '                                PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
      ENDIF
      WRITE(*,7700)
7700  FORMAT(1X,'ORDER OF AR MODEL  N = ',\)
      READ(*,*) NAR
      IF (NAR .GT. MATRIX) THEN
        NAR=MATRIX
        WRITE(*,7710) MATRIX,MATRIX
7710    FORMAT(/,/,1X,'ORDER OF AR MODEL IS GREATER THAN   ',I2,
     +         /,1X,'THE ORDER IS SET TO MAXIMUM OF       ',I2)
```

```
      ENDIF
      IF (NAR .GT. MAXORDER) THEN
        CALL ARAUTO(NAR,ARFLAG,MAXDATA)
      ELSE
        DO 7720 IX=1,NAR
          PHI(IX)=AR(NAR,IX)
7720    CONTINUE
      ENDIF
      WRITE(*,7725)
7725  FORMAT(/,/,1X,'DO YOU WANT THE RESIDUE-VALUES ?  (Y/N)',\)
      READ(*,'(A1)') ANSWER
      CALL CLEAR
      WRITE(*,7750) NAR,FILENAME
      WRITE(88,7750) NAR,FILENAME
7750  FORMAT(/,/,/,/,/,/,/,25X,'AR-MODEL  AR(',I2,')',2X,'OF',2X,A8,/,/)
      MMA=0
      CALL RESIDUE(NAR,MMA,ANSWER,SSQ)
      CALL MOMENT(DA,A,MAXDATA,AMEAN,ASIG,AVAR,ASKEW,AKUR)
      DO 7770 IX=1,NAR
C       IF (NAR .GT. MAXORDER) THEN
C         PHI2SD=2.0*XX(IX,IX)*AVAR
C       ELSE
C         PHI2SD=2.0*DXX(IX,IX)*AVAR
C       ENDIF
        WRITE(*,7760) IX,PHI(IX)
        WRITE(88,7760) IX,PHI(IX)
7760    FORMAT(30X,'PHI(',I2,')',4X,F8.4)
7770  CONTINUE
      WRITE(*,7780) SSQ
7780  FORMAT(/,30X,'SSQ',5X,F11.4)
      PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
      CALL CLEAR
      DO 7860 IX=1,2
        IF (IX .EQ. 1) THEN
          IUNIT=88
          WRITE(88,7799)
7799      FORMAT(/,/,/)
        ENDIF
        IF (IX .EQ. 2) IUNIT=6
        WRITE(IUNIT,7800)
7800    FORMAT(T27,'BASIC STATISTICS OF RESIDUES')
        WRITE(IUNIT,7810) FILENAME
7810    FORMAT(/,T37,A8)
        WRITE(IUNIT,7820) AMEAN
7820    FORMAT(/,T26,'AVERAGE ',F21.3)
        WRITE(IUNIT,7830) AVAR
7830    FORMAT(T26,'VARIANCE',F21.3)
        WRITE(IUNIT,7840) ASKEW
7840    FORMAT(T26,'SKEWNESS',F21.3)
        WRITE(IUNIT,7850) AKUR
7850    FORMAT(T26,'KURTOSIS',F21.3)
7860  CONTINUE
      PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
      WRITE(*,7890)
      WRITE(88,7890)
7890  FORMAT(/,/,/,28X,'RESIDUE AUTOCORRELATION')
      MAXA=20
      CALL AUTOCO(A,MAXA,MAXDATA,AVAR,AACF,AACF2SD)
      PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
      Q=0.
      DO 7898 IX=1,MAXA
        Q=Q + AACF(IX)*AACF(IX)
7898  CONTINUE
      Q=REAL(MAXDATA)*Q
```

```
      WRITE(*,7899) Q,(MAXA-NAR)
      WRITE(88,7899) Q,(MAXA-NAR)
7899  FORMAT(/,1X,'Q-STATISTICS IS ',F6.2,5X,'WITH',I4,2X,'DEGREES OF '
     +       ,'FREEDOM')
      PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
      RETURN
      END
      SUBROUTINE RESIDUE(NAR,MMA,ANSWER,SSQ)
C-----------------------------------------------------------------------
C                SUBROUTINE TO COMPUTE RESIDUES FROM MODELS
C-----------------------------------------------------------------------
      PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
      DIMENSION DATAX(MAXOBS),DA(MAXOBS)
      DIMENSION X(MAXOBS),A(MAXOBS),ACF(LAG),PACF(LAG)
      DIMENSION PHI(MATRIX),THETA(MATRIX)
      DIMENSION XX(MATRIX,MATRIX),XY(MATRIX)
      DIMENSION DXX(MATRIX,MATRIX),DXY(MATRIX),AR(MATRIX,MATRIX)
      COMMON/DATA/ DATAX,X,DA,A,ACF,PACF,PHI,THETA,XX,XY,DXX,DXY,AR
      COMMON/INPUT/ MAXDATA,AVERAGE,SIGMA,VARIANCE,SKEWNESS,KURTOSIS,
     +              FILENAME,MAXORDER
      REAL KURTOSIS,NUMBER
      CHARACTER*8 FILENAME
      CHARACTER*1 ANSWER
      LIMIT=MAX0(NAR,MMA)
      DA(1)=0.
      DO 7910 IX=2,LIMIT+1
        DA(IX)=X(IX)
        DO 7900 JX=1,IX-1
          IF ((NAR .NE. 0) .AND. (JX .LE. NAR)) THEN
            DA(IX)=DA(IX) - PHI(JX)*X(IX-JX)
          ENDIF
          IF ((MMA .NE. 0) .AND. (JX .LE. MMA)) THEN
            DA(IX)=DA(IX) + THETA(JX)*DA(IX-JX)
          ENDIF
7900    CONTINUE
7910  CONTINUE
      DO 7940 IX=LIMIT+2,MAXDATA
        DA(IX)=X(IX)
        DO 7930 JX=1,LIMIT
          IF ((NAR .NE. 0) .AND. (JX .LE. NAR)) THEN
            DA(IX)=DA(IX) - PHI(JX)*X(IX-JX)
          ENDIF
          IF ((MMA .NE. 0) .AND. (JX .LE. MMA)) THEN
            DA(IX)=DA(IX) + THETA(JX)*DA(IX-JX)
          ENDIF
7930    CONTINUE
7940  CONTINUE
      SSQ=0.0
      DO 7950 IX=1,MAXDATA
          SSQ=SSQ + DA(IX)*DA(IX)
7950  CONTINUE
      IF ((ANSWER.EQ.'Y') .OR. (ANSWER.EQ.'y')) THEN
        WRITE(*,7960)
        WRITE(88,7960)
7960    FORMAT(/,1X,'RESIDUE-VALUES')
        WRITE(*,*) (DA(IX),IX=1,MAXDATA)
        WRITE(88,*) (DA(IX),IX=1,MAXDATA)
      ENDIF
      RETURN
      END
      SUBROUTINE TITLE(IUNIT)
      INTEGER*1 IUNIT
      WRITE(IUNIT,1)
      WRITE(IUNIT,2)
```

```
      WRITE(IUNIT,3)
      WRITE(IUNIT,4)
      WRITE(IUNIT,5)
      WRITE(IUNIT,6)
      WRITE(IUNIT,7)
      WRITE(IUNIT,8)
      WRITE(IUNIT,9)
      WRITE(IUNIT,10)
      WRITE(IUNIT,11)
      WRITE(IUNIT,12)
      WRITE(IUNIT,13)
      WRITE(IUNIT,14)
      WRITE(IUNIT,15)
      WRITE(IUNIT,16)
      WRITE(IUNIT,17)
      WRITE(IUNIT,18)
      WRITE(IUNIT,19)
      WRITE(IUNIT,20)
      WRITE(IUNIT,21)
      WRITE(IUNIT,22)
      WRITE(IUNIT,23)
      WRITE(IUNIT,24)
1     FORMAT(T33,'        *       ')
2     FORMAT(T33,'       * *      ')
3     FORMAT(T33,'      *   *     ')
4     FORMAT(T33,'     *     *    ')
5     FORMAT(T33,'    *       *   ')
6     FORMAT(T33,'     *******    ')
7     FORMAT(T33,' ************* ')
8     FORMAT(T33,'*     C U     *')
9     FORMAT(T33,' ************* ')
10    FORMAT(1X)
11    FORMAT(1X)
12    FORMAT(1X)
13    FORMAT(T27,'TTTTT   SSSS    AAA    PPPP ')
14    FORMAT(T27,'  T    S       A   A   P   P')
15    FORMAT(T27,'  T    SSSS    A   A   PPPP ')
16    FORMAT(T27,'  T        S   AAAAA   P    ')
17    FORMAT(T27,'  T    SSSS    A   A   P    ')
18    FORMAT(1X)
19    FORMAT(1X)
20    FORMAT(T27,'TIME SERIES ANALYSIS PROGRAM')
21    FORMAT(1X)
22    FORMAT(T27,'        VERSION 1.0        ')
23    FORMAT(T27,'  CHULALONGKORN UNIVERSITY ')
24    FORMAT(T27,'      @ COPYRIGHT 1989     ')
      RETURN
      END
      SUBROUTINE WORKING
      CALL CLEAR
      WRITE(*,9900)
9900  FORMAT(/,/,/,/,/,/,/,/,/,/)
      WRITE(*,9910)
9910  FORMAT(
     1T11,'WW      WW   OOOOO   RRRRRR   KK  KK  II  NN    NN   GGGGG ',/,
     2T11,'WW  W  WW  OO   OO  RR   RR  KK KK   II  NNN   NN  GG     ',/,
     3T11,'WW  W  WW  OO   OO  RRRRRR   KKKK    II  NN N NN  GG  GGG',/,
     4T11,'WW W W WW  OO   OO  RR  RR   KK KK   II  NN  NNN  GG   GG',/,
     5T11,' WW   WW    OOOOO   RR   RR  KK  KK  II  NN   NN   GGGGG ',/,
     6)
      WRITE(*,9900)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE CLEAR
```

```
      INTEGER*1 ICLEAR
      DO 9999 ICLEAR=1,24
        PRINT '(1X)'
9999  CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE MOMENT(DUMMY,Y,MAXDATA,
     1                  AVERAGE,SIGMA,VARIANCE,SKEWNESS,KURTOSIS)
C-------------------------------------------------------------------------------
C     SUBROUTINE TO COMPUTE  -  AVERAGE,SIGMA,VARIANCE,SKEWNESS,KURTOSIS
C-------------------------------------------------------------------------------
      PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
C     COMMON/YDUMMY/ DUMMY(MAXOBS),Y(MAXOBS)
      DIMENSION DUMMY(MAXOBS),Y(MAXOBS)
      REAL KURTOSIS,NUMBER
      NUMBER=REAL(MAXDATA)
      SUMY=0.0
      SUMY2=0.0
      SUMY3=0.0
      SUMY4=0.0
      DO 3040 IX=1,MAXDATA
        Y(IX)=DUMMY(IX)
        SUMY=SUMY+Y(IX)
3040  CONTINUE
      AVERAGE=SUMY/NUMBER
      DO 3050 IX=1,MAXDATA
        DY=Y(IX)-AVERAGE
        Y(IX)=DY
        SUMY2=SUMY2 + (DY*DY)
        SUMY3=SUMY3 + (DY*DY*DY)
        SUMY4=SUMY4 + (DY*DY*DY*DY)
3050  CONTINUE
      VARIANCE=SUMY2/NUMBER
      SIGMA=SQRT(VARIANCE)
      SKEWNESS=SUMY3/(NUMBER*VARIANCE**1.5)
      KURTOSIS=SUMY4/(NUMBER*VARIANCE*VARIANCE) - 3.0
      RETURN
      END
      SUBROUTINE AUTOCO(DUMMY,MAXLAG,MAXDATA,VARIANCE,DACF,DACF2SD)
C-------------------------------------------------------------------------------
C              SUBROUTINE TO COMPUTE AUTOCORRELATION FUNCTIONS
C-------------------------------------------------------------------------------
      PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
C     COMMON/YDUMMY/ DUMMY(MAXOBS),Y(MAXOBS)
      DIMENSION DUMMY(MAXOBS),Y(MAXOBS)
      DIMENSION DACF(LAG)
      REAL NUMBER
      CALL WORKING
      NUMBER=REAL(MAXDATA)
      DO 3210 IX=1,MAXLAG
        SUMXK=0.0
        KX=MAXDATA-IX
        DO 3200 JX=1,KX
          SUMXK=SUMXK + DUMMY(JX)*DUMMY(JX+IX)
3200    CONTINUE
        IF (MAXLAG .GT. MAXDATA/10) THEN
          DACF(IX)=SUMXK/(VARIANCE*NUMBER)
        ELSE
          DACF(IX)=SUMXK/(VARIANCE*REAL(KX))
        ENDIF
3210  CONTINUE
      DACFSD=1.0/SQRT(NUMBER)
      DACF2SD=2.0*DACFSD
      CALL CLEAR
```

```
      DO 3310 JX=1,2
        IF (JX .EQ. 1) THEN
          IUNIT=88
          WRITE(88,3219)
3219      FORMAT(/)
        ENDIF
        IF (JX .EQ. 2) IUNIT=6
        WRITE(IUNIT,3220)
3220    FORMAT(T19,'AUTOCORRELATION FUNCTIONS  &  THEIR 2 - SIGMA')
        WRITE(IUNIT,3230)
3230    FORMAT(/)
        DO 3300 IX=1,MAXLAG
          WRITE(IUNIT,3240) IX,DACF(IX),DACF2SD
3240      FORMAT(T25,'ACF(',I2,')',6X,F7.3,6X,F7.3)
          IF ((IUNIT.EQ.6) .AND. (IX.EQ.IX/20*20)) THEN
            IF ((MAXLAG.NE.MAXLAG/20*20)) THEN
            PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
            ENDIF
          ENDIF
3300    CONTINUE
3310  CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE DATAPLOT(MAXDATA,AVERAGE,FILENAME)
C-------------------------------------------------------------------------------
C                            SUBROUTINE TO PLOT DATA
C-------------------------------------------------------------------------------
      PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
      DIMENSION DATAX(MAXOBS),DA(MAXOBS)
      DIMENSION X(MAXOBS),A(MAXOBS),ACF(LAG),PACF(LAG)
      DIMENSION PHI(MATRIX),THETA(MATRIX)
      DIMENSION XX(MATRIX,MATRIX),XY(MATRIX)
      DIMENSION DXX(MATRIX,MATRIX),DXY(MATRIX),AR(MATRIX,MATRIX)
      COMMON/DATA/ DATAX,X,DA,A,ACF,PACF,PHI,THETA,XX,XY,DXX,DXY,AR
      CHARACTER*8 FILENAME
      REAL LOWER
      CHARACTER*1 P(63)
      UPPER=DATAX(1)
      LOWER=DATAX(1)
      DO 9000 IX=2,MAXDATA
        UPPER=AMAX1(DATAX(IX),UPPER)
        LOWER=AMIN1(DATAX(IX),LOWER)
9000  CONTINUE
      UPPER=UPPER - AVERAGE
      LOWER=AVERAGE - LOWER
      SCALE=AMAX1(UPPER,LOWER)
      UPPER=AVERAGE + SCALE
      LOWER=AVERAGE - SCALE
      CALL CLEAR
      WRITE(*,9010) FILENAME
9010  FORMAT(T40,'TIME SERIES ',A8)
      WRITE(88,9011) FILENAME
9011  FORMAT(/,/,/,/,/,/,/,T40,'TIME SERIES ',A8)
      WRITE(*,9020) LOWER,AVERAGE,UPPER
      WRITE(88,9020) LOWER,AVERAGE,UPPER
9020  FORMAT(/,T17,E9.3,T44,E9.3,T72,E9.3)
      WRITE(*,9030)
      WRITE(88,9030)
9030  FORMAT(1X'TIME    VALUE   ',\,
     1'+------------------------------+------------------------------+')
C-------------------------------------------------------------------------------
C                            CHARACTER ASSIGNMENT
C-------------------------------------------------------------------------------
      DO 9040 JX=1,63
```

```
        P(JX)=' '
9040    CONTINUE
        NPOLD=1
        DO 9060 IX=1,MAXDATA
          P(32)='+'
          NP=INT(31.0*X(IX)/SCALE)
          IF (X(IX) .NE. 0.0) THEN
            NP=NP + 32
          ELSE
            NP = 32
          ENDIF
          P(NP)='*'
          IF ((NPOLD.NE.NP) .AND. (NPOLD.NE.32)) P(NPOLD)=' '
          NPOLD=NP
          WRITE(*,9050) IX,DATAX(IX),(P(JX),JX=1,63)
          WRITE(88,9050) IX,DATAX(IX),(P(JX),JX=1,63)
9050      FORMAT(1X,I4,1X,E9.3,2X,63A1)
9060    CONTINUE
        WRITE(*,9030)
        WRITE(88,9030)
        WRITE(*,9020) LOWER,AVERAGE,UPPER
        WRITE(88,9020) LOWER,AVERAGE,UPPER
        RETURN
        END
        SUBROUTINE ACFPLOT(CF,CFDATA,MAXLAG,SD2SD)
C-------------------------------------------------------------------------------
C           SUBROUTINE TO PLOE AUTO AND PARTIAL CORRELATION FUNCTIONS
C-------------------------------------------------------------------------------
        PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
        DIMENSION CFDATA(LAG)
        CHARACTER*4 CF
        CHARACTER*1 P(64)
        CALL CLEAR
        IF (CF .EQ. ' ACF') THEN
          WRITE(*,9100)
9100      FORMAT(T29,'AUTOCORRELATION FUNCTIONS')
          WRITE(88,9110)
9110      FORMAT(/,/,/,/,/,/,/,T29,'AUTOCORRELATION FUNCTIONS')
        ELSE IF (CF .EQ. 'PACF') THEN
          WRITE(*,9120)
9120      FORMAT(T25,'PARTIAL AUTOCORRELATION FUNCTIONS')
          WRITE(88,9130)
9130      FORMAT(/,/,/,/,/,/,/,T25,'PARTIAL AUTOCORRELATION FUNCTIONS')
        ENDIF
        WRITE(*,9140)
        WRITE(88,9140)
9140    FORMAT(/,T16,'-1.0',T31,'-0.5',T48,'0.0',T62,'+0.5',T77,'+1.0')
        IF (CF .EQ. ' ACF') THEN
          WRITE(*,9150)
          WRITE(88,9150)
9150      FORMAT(1X,'LAGS   ACF(K)  +---------------+---------------',
       1          '---------------+---------------+')
        ELSE IF (CF .EQ. 'PACF') THEN
          WRITE(*,9160)
          WRITE(88,9160)
9160      FORMAT(1X,'LAGS  PACF(K)  +---------------+---------------',
       1          '---------------+---------------+')
        ENDIF
C-------------------------------------------------------------------------------
C                              CHARACTER ASSIGNMENT
C-------------------------------------------------------------------------------
        DO 9250 KX=1,MAXLAG
          DO 9200 IX=1,64
            P(IX)=' '
```

```
9200     CONTINUE
         NP=INT(32.0*SD2SD)
         P(NP+32)='.'
         P(33-NP)='.'
         NP=INT(ABS(32.0*CFDATA(KX)))
         IF (CFDATA(KX) .LT. 0.0) THEN
           DO 9210 IX=1,NP
             P(33-IX)='*'
9210       CONTINUE
         ELSE IF (CFDATA(KX) .GT. 0.0) THEN
           DO 9220 IX=1,NP
             P(IX+32)='*'
9220       CONTINUE
         ENDIF
         WRITE(*,9230) KX,CFDATA(KX),(P(IX),IX=1,64)
         WRITE(88,9230) KX,CFDATA(KX),(P(IX),IX=1,64)
9230     FORMAT(1X,I3,1X,F8.3,3X,64A1)
         IF (KX .EQ. KX/20*20) THEN
           IF ((MAXLAG.NE.MAXLAG/20*20)) THEN
           PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
           ENDIF
         ENDIF
9250   CONTINUE
       IF (CF .EQ. ' ACF') THEN
         WRITE(*,9150)
         WRITE(88,9150)
       ELSE IF (CF .EQ. 'PACF') THEN
         WRITE(*,9160)
         WRITE(88,9160)
       ENDIF
       WRITE(*,9140)
       WRITE(88,9140)
       RETURN
       END
       SUBROUTINE LS(NOB,OBS,NPAR,PAR,IRED)
C-------------------------------------------------------------------------------
C                SUBROUTINE FOR NONLINEAR PARAMETER ESTIMATION
C-------------------------------------------------------------------------------
       PARAMETER (MOB= 256,MPAR=32,MPAR1=MPAR+1)
       DOUBLE PRECISION A,PARB,X,FLR
       DOUBLE PRECISION PIVOT,CMULT,REF,DENOM,TFACT,FACT0
       DOUBLE PRECISION SSRED,TRED,DPIVP
       DIMENSION OBS(MOB),PAR(MPAR)
       COMMON/DMSCOM/ A(MPAR1,MPAR1),PARB(MPAR),Z(MOB,MPAR1),F0(MOB),
      1               FUP(MOB),FLW(MOB),LBIU(MPAR),LPCUM(MPAR),SS(3),
      2               FL(3),FD(4),SD(4),LSTP(MPAR)
       COMMON/BLOK1/ DEL(MPAR),CHMAX(MPAR),BNDLW(MPAR),BNDUP(MPAR),
      1              REDA,RSSTOL,ITMAX,LISTS,IDIF
       COMMON/BLOK2/ IDER,SPDA(MPAR),F(MOB)
       LOGICAL LG,LG1
       DATA III/0/
       FINF=1.D+30
       IF (IRED .GE. 1) GOTO 100
       DO 101 I=1,NPAR
         LG=(PAR(I) .EQ. 0.)
         IF (LG) WRITE(*,25) I
         IF (LG) STOP
25       FORMAT(1X,'PARAMETER PAR(',I2,') IS EQUAL ZERO')
         DEL(I)=-0.01
         CHMAX(I)=0.2*ABS(PAR(I))
         BNDLW(I)=-FINF
         BNDUP(I)=FINF
101    CONTINUE
       REDA=1.E-04
```

```
      RSSTOL=1.E-04
      ITMAX=20
      LISTS=0
      IDIF=1
      IF (IRED .LE. -1) RETURN
100   CONTINUE
C
C      WRITE(*,99999)
C99999 FORMAT(1X,'REDA,RSSTOL,ITMAX,LISTS')
C      READ(*,*) REDA,RSSTOL,ITMAX,LISTS
       REDA=.01
       RSSTOL=.001
       ITMAX=20
       LISTS=1
C
      III=III+1
      ZERO=0.
      IF (NPAR .GT. NOB) THEN
        WRITE(*,103)
        STOP
      ENDIF
103   FORMAT(/,1X,'NUMBER OF PARAMETERS EXCEEDS NUMBER OF OBSERVATIONS')
102   CONTINUE
      M=MOB
      IF (NOB .GT. MOB) WRITE(*,15) NOB,M
15    FORMAT(1X,'INCREASE THE VALUE OF MOB TO',I5,'  (',I5,' WAS USED)')
      M=MPAR
      IF (NPAR .GT. MPAR) WRITE(*,16) NPAR,M
16    FORMAT(1X,'INCREASE THE VALUE OF MPAR TO',I4,' (',I4,' WAS USED)')
      IF ((NOB .GT. MOB) .OR. (NPAR .GT. MPAR)) STOP
      IF (LISTS.GE.1) THEN
        WRITE(*,14) NOB,NPAR
14      FORMAT(/,/,/,1X,'START PROBLEM WITH  ',I4,2X,
     1         'OBSERVATIONS AND  ',I2,2X,'PARAMETERS')
        WRITE(*,7) (BNDUP(I),I=1,NPAR)
7       FORMAT(1X,'BNDUP(I)=',5E14.5)
        WRITE(*,8) (PAR(I),I=1,NPAR)
8       FORMAT(1X,'PAR(I)  =',5E14.5)
        WRITE(*,6) (BNDLW(I),I=1,NPAR)
6       FORMAT(1X,'BNDLW(I)=',5E14.5)
        WRITE(*,11) (DEL(I),I=1,NPAR)
11      FORMAT(1X,'DEL(I)  =',5E14.5)
        WRITE(*,13) (CHMAX(I),I=1,NPAR)
13      FORMAT(1X,'CHMAX(I)=',5E14.5)
        WRITE(*,17) REDA,RSSTOL,ITMAX,LISTS,IDIF
17      FORMAT(1X,'REDA =',E12.5,3X,'RSSTOL =',E12.5,3X,'ITMAX =',I4,
     1         3X,'LISTS =',I3,3X,'IDIF =',I3)
      ENDIF
      FMIN=1.
      DO 4 I=1,NPAR
        FMIN=AMIN1(FMIN,ABS(DEL(I)))
        LG=(PAR(I).LT.BNDLW(I)) .OR. (PAR(I).GT.BNDUP(I))
        IF (LG) THEN
          WRITE(*,18) I
          STOP
        ENDIF
4     CONTINUE
18    FORMAT(1X,'PARAMETER PAR(',I2,')  IS OUTSIDE ITS BOUNDS')
      ITNO=1
      NPAR1=NPAR+1
      NFUNC=0
1     IF (LISTS .GE. 1) WRITE(*,3) ITNO,NFUNC
3     FORMAT(/,1X,'START ITERATION NO.',I3,'  NO. OF FUNCTION CALLS',I4)
      IDER=0
```

```
      CALL MODEL(PAR,F0,NOB,NPAR)
      NFUNC=NFUNC+1
      IF (LISTS .GE. 1) WRITE(*,2) (PAR(I),I=1,NPAR)
2     FORMAT(1X,'PAR(I)   =',5E14.5)
      ITNO=ITNO+1
      DO 5 IOB=1,NOB
        Z(IOB,NPAR1)=-F0(IOB)+OBS(IOB)
5     CONTINUE
      DO 490 IPAR=1,NPAR
        IDER=IPAR
        IF (ABS(DEL(IPAR)).LT.(1./FINF)) GOTO 490
        IF (CHMAX(IPAR).NE.0. .AND. BNDUP(IPAR)-BNDLW(IPAR).GE.1./FINF)
     1                                                          GOTO 410
        DO 400 IOB=1,NOB
400     Z(IOB,IPAR)=0.
        GOTO 490
410     LG=(DEL(IPAR).GT.0.)
        LG1=(.NOT.LG) .AND. (ABS(PAR(IPAR)*DEL(IPAR)).LE.1.E-20)
        IF (LG1) THEN
          WRITE(*,60) IPAR
60        FORMAT(1X,'THE VALUE OF PAR(',I3,') IS TOO SMALL FOR DETERMIN'
     1           ,'ING THE DERIVATIVE')
          STOP
        ENDIF
        PARD=PAR(IPAR)
        IF (LG) THEN
          DPAR=DEL(IPAR)
        ELSE
          DPAR=ABS(PAR(IPAR)*DEL(IPAR))
        ENDIF
        JDIF=IDIF
        S1=BNDUP(IPAR)-PARD-DPAR
        S2=PARD-DPAR-BNDLW(IPAR)
        IF (S1.LT.0. .AND. S2.GT.S1 .AND. IDIF.GT.0) JDIF=-1
        IF (S2.LT.0. .AND. S1.GT.S2 .AND. IDIF.LT.0) JDIF=1
        IF (JDIF.LT.0) GOTO 420
        PAR(IPAR)=AMIN1(PARD+DPAR,BNDUP(IPAR))
        DENOM=PAR(IPAR)
        CALL MODEL(PAR,FUP,NOB,NPAR)
        NFUNC=NFUNC+1
        GOTO 440
420     DENOM=PARD
        DO 430 IOB=1,NOB
430     FUP(IOB)=F0(IOB)
440     IF (JDIF.GT.0) GOTO 450
        PAR(IPAR)=AMAX1(PARD-DPAR,BNDLW(IPAR))
        DENOM=DENOM-PAR(IPAR)
        CALL MODEL(PAR,FLW,NOB,NPAR)
        NFUNC=NFUNC+1
        GOTO 470
450     DENOM=DENOM-PARD
        DO 460 IOB=1,NOB
460     FLW(IOB)=F0(IOB)
470     PAR(IPAR)=PARD
        DO 480 IOB=1,NOB
480     Z(IOB,IPAR)=(FUP(IOB)-FLW(IOB))/DENOM
490   CONTINUE
      DO 20 IPAR=1,NPAR1
      DO 20 JPAR=1,IPAR
        X=0
        DO 19 IOB=1,NOB
19      X=X+Z(IOB,IPAR)*Z(IOB,JPAR)
        A(IPAR,JPAR)=X
        A(JPAR,IPAR)=X
```

```
20    CONTINUE
      IF ((ITNO .EQ. 2) .AND. (LISTS .GE. 1)) WRITE(*,12) A(NPAR1,NPAR1)
12    FORMAT(1X,'INITIAL SUM OF SQUARE =',D17.8)
21    IF (LISTS .GE. 2) THEN
        WRITE(*,22)
22      FORMAT(1X,'MATRIX OF NORMAL EQUATIONS')
        DO 49 I=1,NPAR1
          WRITE(*,50) (A(I,J),J=1,NPAR1)
49      CONTINUE
50      FORMAT(1X,5D15.5)
      ENDIF
501   NES=0
      NTRANS=0
      SSB=A(NPAR1,NPAR1)
      DO 502 I=1,NPAR
        LSTP(I)=0
        LBIU(I)=0
        PARB(I)=PAR(I)
        SPDA(I)=REDA*A(I,I)
502   CONTINUE
503   SSRED=0
      JBIU=0
      NPIV=0
      DO 510 I=1,NPAR
        IF (LSTP(I).NE.0 .OR. A(I,I).LE.SPDA(I) .OR.
     1                              ABS(CHMAX(I)).LT.1./FINF) GOTO 510
        TRED=A(I,NPAR1)**2/A(I,I)
        IF (TRED .LT. SSRED) GOTO 510
        JB=0
        FACT0=FINF
        DO 508 J=1,NPAR
          IF (J.NE.I) GOTO 504
          DENOM=A(I,NPAR1)/A(I,I)
          GOTO 505
504       IF (LSTP(J).EQ.0) GOTO 508
          REF=PAR(J)+A(J,NPAR1)
          DENOM=-A(J,I)*A(I,NPAR1)/A(I,I)
505       IF (DENOM.GT.1./FINF) GOTO 506
          IF (DENOM.GT.-1./FINF) GOTO 508
          IF (BNDLW(J).LE.-FINF) GOTO 508
          TFACT=(BNDLW(J)-REF)/DENOM
          IJ=-J
          GOTO 507
506       IF (BNDUP(J).GE.FINF) GOTO 508
          TFACT=(BNDUP(J)-REF)/DENOM
          IJ=J
507       IF (FACT0.LE.TFACT) GOTO 508
          FACT0=TFACT
          JB=IJ
508     CONTINUE
        IF (FACT0.GT.1) GOTO 509
        TRED=TRED*FACT0*(2.-FACT0)
509     IF (TRED.LT.SSRED) GOTO 510
        SSRED=TRED
        FLMAX=FACT0
        JBIU=JB
        NPIV=I
510   CONTINUE
      IF (NPIV.EQ.0 .OR. FLMAX.LT.1./FINF) GOTO 530
      NTRANS=NTRANS+1
      IF (FLMAX.LE.1.) GOTO 52
      NES=NES+1
      LSTP(NPIV)=NPIV
      LBIU(NPIV)=0
```

```
      GOTO 57
52    IRESP=IABS(JBIU)
      IF (IRESP.NE.NPIV) NES=NES-1
      LSTP(IRESP)=0
      DPIVP=FLMAX*A(NPIV,NPAR1)/A(NPIV,NPIV)
      PAR(NPIV)=PAR(NPIV)+DPIVP
      PAR(IRESP)=BNDLW(IRESP)
      IF (JBIU.GT.0) PAR(IRESP)=BNDUP(IRESP)
57    CONTINUE
      DO 58 I=1,NPAR
        IF (PAR(I)-BNDLW(I).LE.1./FINF .AND. LSTP(I).EQ.0) LBIU(I)=-I
        IF (BNDUP(I)-PAR(I).LE.1./FINF .AND. LSTP(I).EQ.0) LBIU(I)=I
58    CONTINUE
      IF (LISTS.GE.5) THEN
        WRITE(*,59) (LBIU(I),I=1,NPAR)
        WRITE(*,61) (LSTP(I),I=1,NPAR)
        WRITE(*,2) (PAR(I),I=1,NPAR)
      ENDIF
59    FORMAT(1X,'LBIU =',10I7)
61    FORMAT(1X,'LSTP =',10I7)
      IF (FLMAX.LT.1.) GOTO 70
62    LPCUM(NPIV)=NPIV
      IF (FLMAX.LE.1.) NPIV=IRESP
      PIVOT=A(NPIV,NPIV)
      A(NPIV,NPIV)=1.D+00
63    DO 512 J=1,NPAR1
512   A(NPIV,J)=A(NPIV,J)/PIVOT
513   DO 520 I=1,NPAR1
        IF (I.EQ.NPIV) GOTO 520
        CMULT=A(I,NPIV)
        DO 519 J=1,NPAR1
519     IF (J.EQ.NPIV) A(I,J)=A(I,J)-CMULT*A(NPIV,J)
        A(I,NPIV)=-A(I,NPIV)/PIVOT
520   CONTINUE
521   IF (LISTS .GE. 3) THEN
        WRITE(*,30)
30      FORMAT(1X,'TRANSFORMED MATRIX INCLUDING INVERSE OF EQUATIONS',
     1         ' THAT ARE NOW SOLVED')
        DO 522 I=1,NPAR1
522     WRITE(*,50) (A(I,J),J=1,NPAR1)
      ENDIF
      GOTO 503
70    A(NPAR1,NPAR1)=A(NPAR1,NPAR1)-SSRED
      DO 76 I=1,NPAR
        A(I,NPAR1)=A(1,NPAR1)-DPIVP*A(I,NPIV)
        LG1=(LSTP(I).NE.0)
        LG=(PAR(I).GT.BNDUP(I))
        IF (LG) PAR(I)=BNDUP(I)
        IF (LG.AND.LG1) A(I,NPAR1)=0.D+00
        LG=(PAR(I).LT.BNDLW(I))
        IF (LG) PAR(I)=BNDLW(I)
        IF (LG.AND.LG1) A(I,NPAR1)=0.D+00
        IF (LG1) A(NPAR1,I)=-A(I,NPAR1)
        IF (.NOT.LG1) A(NPAR1,I)=A(I,NPAR1)
76    CONTINUE
73    IF (NPIV.EQ.IRESP) GOTO 521
      A(IRESP,NPAR1)=0.D+00
      A(NPAR1,IRESP)=0.D+00
      GOTO 62
530   IF (NTRANS.GT.0) GOTO 531
541   WRITE(*,542)
542   FORMAT(1X,'NO PARAMETER CHANGES PERMITTED.  INSPECT BOUNDS AND',
     1       ' CHMAX ARRAYS')
      STOP
```

```
531   SSE1=A(NPAR1,NPAR1)
550   DO 552 I=1,NPAR
        IF (LSTP(I).EQ.0) A(I,NPAR1)=0.D+00
        A(I,NPAR1)=A(I,NPAR1)+PAR(I)-PARB(I)
552   CONTINUE
      ILAM=0
      FLAM=1
      ILMAX=0
      FLMAX=FINF
      QMAX=FINF
      DO 536 I=1,NPAR
        ABSA=ABS(A(I,NPAR1))
        IF (ABSA.LT.1./FINF) GOTO 536
        QLAM=ABS(CHMAX(I))
        IF (CHMAX(I).LE.ZERO) QLAM=QLAM*ABS(PARB(I))
        IF (FLAM*ABSA.LE.QLAM) GOTO 534
        ILAM=I
        FLAM=QLAM/ABSA
534     IF (A(I,NPAR1).GT.ZERO) QMAX=BNDUP(I)-PARB(I)
        IF (A(I,NPAR1).LT.ZERO) QMAX=PARB(I)-BNDLW(I)
        IF (QMAX.GE.FLMAX*ABSA) GOTO 536
        ILMAX=I
        FLMAX=QMAX/ABSA
536   CONTINUE
      IF (ILAM.EQ.0) GOTO 547
      IF (LISTS .GE. 1) WRITE(*,538) ILAM,FLAM
538   FORMAT(1X,'PARAMETER',I3,' LIMITS THE CORRECTION TO ',E12.4,
     1       ' TIMES THE GAUSS-NEWTON VALUES')
547   IF (FLMAX.LT.1. .AND. ILMAX.NE.ILAM) WRITE(*,538) ILMAX,FLMAX
548   IF (FLAM.LT.1./FINF) GOTO 541
560   SBEST=SSB
      FBEST=0.
      FLR=2.*FINF
      SSP=SSE1
      SS(1)=SSB
      FL(1)=0.
      SS(2)=1.01*FINF
      FL(2)=1.01*FLMAX
      SS(3)=1.02*FINF
      FL(3)=1.02*FLMAX
      FLT=FLAM
      KEY=0
      LG=.TRUE.
561   DO 590 IGRID=1,ITMAX
558     DO 562 I=1,NPAR
          PAR(I)=PARB(I)+FLT*A(I,NPAR1)
          IF (PAR(I).GT.BNDUP(I)) PAR(I)=BNDUP(I)
          IF (PAR(I).LT.BNDLW(I)) PAR(I)=BNDLW(I)
562     CONTINUE
        IDER=-1
        CALL MODEL(PAR,F,NOB,NPAR)
        NFUNC=NFUNC+1
        SST=0.
        DO 563 IOB=1,NOB
          DF=ABS(F(IOB)-OBS(IOB))
          IF (DF.GT.1.E+15) THEN
            WRITE(*,566) IOB,F(IOB)
566         FORMAT(1X,'F(',I3,') =',E12.5,' IS TOO LARGE')
            STOP
          ENDIF
          SST=SST + DF**2
563     CONTINUE
        SSR=SST
        LG=(LG .AND. SST.GT.SSB)
```

```
      IF (KEY.EQ.1) GOTO 581
      IF (LISTS .GE. 4) WRITE(*,564) FLT,SST,IGRID,FLR,SSP
564   FORMAT(1X,'FLT =',E13.5,' SST =',E13.5,' IGRID =',I3,' FLR =',
     1       D15.5,' SSP =',E13.5)
      IF ((ABS(FLT-1.).GT.RSSTOL .AND. ABS(FLT-FLMAX).GT.RSSTOL) .OR.
     1    ABS(SST-SSE1).GT.ABS(SSE1)*RSSTOL .OR. LG) GOTO 565
      FLR=FLT
      GOTO 581
565   INS=0
      K=0
      DO 575 I=1,3
        IF (FL(I).GT.FLT .AND. INS.EQ.0) INS=I
        IF (INS.GT.0) K=1
        IK=I+K
        FD(IK)=FL(I)
        SD(IK)=SS(I)
575   CONTINUE
      IF (INS.EQ.0) INS=4
      FD(INS)=FLT
      SD(INS)=SST
      K=0
      IF ((SD(2).GT.SD(3) .OR. INS.EQ.4) .AND. IGRID.GT.2) K=1
      IF (SD(1).LE.SD(2)) K=0
      DO 576 I=1,3
        IK=I+K
        FL(I)=FD(IK)
        SS(I)=SD(IK)
576   CONTINUE
      IF (LISTS .GE. 6) THEN
        WRITE(*,577) (FD(J),J=1,4)
        WRITE(*,568) (SD(J),J=1,4)
577     FORMAT(1X,'FD TABLE ',4E15.5)
568     FORMAT(1X,'SD TABLE ',4E15.5)
      ENDIF
      IF (SST.GE.SBEST) GOTO 578
      SBEST=ST
      FBEST=FLT
578   IF (FL(3).LE.FLMAX) GOTO 583
      IF (SS(1).LE.SS(2)) GOTO 587
      FLT=0.1*FL(1) + 0.9*FL(2)
      GOTO 590
583   DENOM=(FL(3)-FL(1))*(SS(2)-SS(1)) + (FL(1)-FL(2))*(SS(3)-SS(1))
      IF (DENOM.LE.-1./FINF .AND. FL(3).LT.FINF) GOTO 584
      SSP=FINF
      IF (SS(1).GT.SS(2)) GOTO 585
587   FLT=0.9*FL(1) + 0.1*FL(2)
      GOTO 590
585   FLT=FLMAX
      IF (FL(3).GE.0.98*FLMAX) FLT=0.1*FL(2) + 0.9*FL(3)
      IF (FL(3).LT.0.49*FLMAX) FLT=2.0*FL(3)
      GOTO 590
584   FOLD=FLR
      FLR=((FL(3)**2-FL(1)**2)*(SS(2)-SS(1)) + (FL(1)**2-FL(2)**2)
     1       *(SS(3)-SS(1)))/2./DENOM
      IF (FLR.GE.FLMAX) FLR=FLMAX
      IF (FLR.LT.FL(1)) FLR=FL(1)
      SSR=SS(1) + (SS(2)-SS(1))*(FLR-FL(1))*(FLR-FL(3))/(FL(2)-FL(1))
     1          /(FL(2)-FL(3)) + (SS(3)-SS(1))*(FLR-FL(1))*(FLR-FL(2))
     2          /(FL(3)-FL(1))/(FL(3)-FL(2))
      IF (ABS(SSR-SSP).GT.ABS(RSSTOL*SSP) .AND.
     1    ABS(FOLD-FLR).GT.ABS(RSSTOL*FLR)) GOTO 580
      IF (SSR.LT.0..OR.FLR.LE.FL(1).OR.FLR.GT.FL(3).OR.LG) GOTO 580
      FLT=FLR
      KEY=1
```

```
      GOTO 558
581   IF (LISTS .GE. 1) WRITE(*,579) IGRID,FLR,SSR
579   FORMAT(1X,'SEARCH CONVERGED AFTER',I3,' CYCLES, WITH LAMDA =',
     1       D11.4,' AND SSQ =',E13.6)
      GOTO 626
580   SSP=SSR
582   FLT=0.9*FL(1) + 0.1*FL(2)
      IF (FLR.GT.FLT) FLT=FLR
      FT=0.1*FL(1) + 0.9*FL(2)
      IF (FLR.GT.FT) FLT=FT
      FT=0.9*FL(2) + 0.1*FL(3)
      IF (FLR.GE.FL(2) .AND. FLR.LT.FT) FLT=FT
      IF (FLR.GE.FT) FLT=FLR
      FT=0.1*FL(2) + 0.9*FL(3)
      IF (FLR.GT.FT) FLT=FT
      IF (FLR.GT.FL(3)) GOTO 585
590   CONTINUE
      WRITE(*,591) ITMAX,FBEST,SBEST
591   FORMAT(1X,'SEARCH TOOK THE FULL',I4,' CYCLES, BEST TRIAL POINT',
     1       ', LAMDA =',E11.4,' SSQ =',E15.6)
      FLR=FBEST
      SSR=SBEST
626   DO 628 I=1,NPAR
        PAR(I)=PARB(I)+A(I,NPAR1)*FLR
        IF (PAR(I).LT.BNDLW(I)) PAR(I)=BNDLW(I)
        IF (PAR(I).GT.BNDUP(I)) PAR(I)=BNDUP(I)
628   CONTINUE
      IF (SSB.LT.SSR) WRITE(*,629) SSR,SSB
629   FORMAT(1X,'CURRENT SUM OF SQUARES',E15.8,' EXCEEDS  RESULT',
     1       E15.8,' OF PREVIOUS ITERATION')
      IF (ITNO.LE.ITMAX .AND. ABS((SSR-SSB)/RSSTOL).GT.SSR .AND.
     1                                              IGRID.GT.1) GOTO 1
      IF (ABS((SSR-SSB)/RSSTOL).GT.SSB .AND. IGRID.GT.1) WRITE(*,639)
639   FORMAT(1X,'**********  CONVERGENCE CRITERION IS NOT SATISFIED  ',
     1       '**********',/,1X,'********** MAXIMUM NUMBER OF ITE',
     2       'RATIONS WAS REACHED **********')
      NDF=NOB-NES
      SEXT=0.
      IF (NDF.GT.0) SEXT=SQRT(SSR/FLOAT(NDF))
      DO 630 I=1,NPAR
        IF (LSTP(I).NE.0) THEN
          A(I,NPAR1)=SQRT(A(I,I))
          PARB(I)=2.0*A(I,NPAR1)*SEXT
        ENDIF
630   CONTINUE
      IF (LISTS .GE. 1) WRITE(*,631)
631   FORMAT(/,/,1X,'BEST PARAMETER VALUES AND 2-SIGMA CONFIDENCE ',
     1       'LIMITS ESTIMATED',/,1X,'BY LINEARIZATION FOR THE INDI',
     2       'VIDUAL PARAMETERS ARE AS FOLLOWED')
      J1=(NPAR+4)/5
      DO 650 J2=1,J1
        I1=5*(J2-1) + 1
        I2=MIN0(NPAR,5*J2)
        DO 632 I=I1,I2
          SPDA(I)=PARB(I)
          IF (LSTP(I).EQ.0) SPDA(I)=FINF
          PARB(I)=PAR(I)+PARB(I)
632     IF (LSTP(I).EQ.0) PARB(I)=FINF
        IF (LISTS .GE. 1) THEN
          WRITE(*,633) (PARB(I),I=I1,I2)
633       FORMAT(1X,'UPR(I)   =',5(D14.5))
          WRITE(*,2) (PAR(I),I=I1,I2)
        ENDIF
        DO 634 I=I1,I2
```

```
          PARB(I)=2.0*PAR(I) - PARB(I)
634       IF (LSTP(I).EQ.0) PARB(I)=-FINF
          WRITE(*,635) (PARB(I),I=I1,I2)
650       CONTINUE
635       FORMAT(1X,'LWR(I)  =',5(D14.5))
          IF (LISTS .GE. 1) WRITE(*,636) SEXT,NOB,NDF
636       FORMAT(1X,'STANDARD ERROR OF WEIGHTED RESIDUALS =',E13.5,
     1          /,1X,'ESTIMATED WITH ',I4,'  RESIDUALS AND ',I4,
     2          '  DEGREES OF FREEDOM')
          IF (LISTS .GE. 2) THEN
            DO 640 I=1,NPAR
            DO 640 J=1,I
              IF (LSTP(I)*LSTP(J).EQ.0) THEN
                A(I,J)=1.0E+08
              ELSE
                A(I,J)=A(I,J)/A(I,NPAR1)/A(J,NPAR1)
              ENDIF
640         CONTINUE
            WRITE(*,641)
641         FORMAT(1X,'NORMALIZED CORRELATION MATRIX')
            J1=(NPAR+4)/5
            DO 660 J2=1,J1
              I1=5*(J2-1) + 1
              I2=MIN0(NPAR,5*J2)
              DO 660 I=I1,NPAR
                II=MIN0(I,I2)
                WRITE(*,652)
                WRITE(*,655) (A(I,J),J=I1,II)
660         CONTINUE
652         FORMAT(1X)
655         FORMAT(5(F15.6))
          ENDIF
661       IF (LISTS .LT. 3) GOTO 666
          IDER=-2
666       CONTINUE
          CALL MODEL(PAR,F,NOB,NPAR)
          NFUNC=NFUNC+1
          X=0
          DO 680 I=1,NOB
            F0(I)=F(I)-OBS(I)
            X=X + F0(I)**2
680       CONTINUE
          IF (LISTS .GE. 5) THEN
            WRITE(*,662)
662         FORMAT(1X,'FINAL FUNCTION VALUES')
            WRITE(*,663) (F(I),I=1,NOB)
663         FORMAT(1X,8E10.3)
            WRITE(*,665)
665         FORMAT(1X,'RESIDUALS')
            WRITE(*,663) (F0(I),I=1,NOB)
          ENDIF
          WRITE(*,681) X
681       FORMAT(/,1X,'FINAL SUM OF SQUARES =',D15.8)
671       FORMAT(1X,'END OF PROBLEM')
            PAUSE '                                PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
690     RETURN
        END
        SUBROUTINE ARMA(IROUND)
C-------------------------------------------------------------------------------
C         SUBROUTINE TO COMPUTE AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE MODELS
C-------------------------------------------------------------------------------
        PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
        DIMENSION DBLX(LAG)
        DIMENSION GP(MATRIX),GT(MATRIX)
```

```
      COMMON/NARMMA/ NAR,MMA,DBLF
      DIMENSION AACF(LAG)
      DIMENSION DATAX(MAXOBS),DA(MAXOBS)
      DIMENSION X(MAXOBS),A(MAXOBS),ACF(LAG),PACF(LAG)
      DIMENSION PHI(MATRIX),THETA(MATRIX)
      DIMENSION XX(MATRIX,MATRIX),XY(MATRIX)
      DIMENSION DXX(MATRIX,MATRIX),DXY(MATRIX),AR(MATRIX,MATRIX)
      COMMON/DATA/ DATAX,X,DA,A,ACF,PACF,PHI,THETA,XX,XY,DXX,DXY,AR
      COMMON/INPUT/ MAXDATA,AVERAGE,SIGMA,VARIANCE,SKEWNESS,KURTOSIS,
     +              FILENAME,MAXORDER
      COMMON/KFLAG/ KFLAG
      REAL KURTOSIS,NUMBER
      CHARACTER*8 FILENAME
      CHARACTER*1 ANSWER
      LOGICAL ARFLAG
      ARFLAG=.TRUE.
      CALL CLEAR
      IF (IROUND .EQ. 0) THEN
        CALL BASIC
        PAUSE '                                PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
      ENDIF
4000  CONTINUE
      WRITE(*,4001)
4001  FORMAT(1X,'ORDER OF AUTOREGRESSIVE N = ',\)
      READ(*,*) NAR
      WRITE(*,4002)
4002  FORMAT(1X,'ORDER OF MOVING AVERAGE M = ',\)
      READ(*,*) MMA
      IF (NAR .GT. MATRIX) THEN
        NAR=MATRIX
        WRITE(*,4003) MATRIX,MATRIX
4003    FORMAT(/,/,1X,'ORDER OF AR PART IS GREATER THAN   ',I2,
     +          /,1X,'THE ORDER IS SET TO MAXIMUM OF     ',I2)
      ENDIF
      IF (MMA .GT. MATRIX) THEN
        MMA=MATRIX
        WRITE(*,4004) MATRIX,MATRIX
4004    FORMAT(/,/,1X,'ORDER OF MA PART IS GREATER THAN   ',I2,
     +          /,1X,'THE ORDER IS SET TO MAXIMUM OF     ',I2)
      ENDIF
      NGUESS=NAR + MMA

C
      WRITE(*,4005)
4005  FORMAT(/,1X,'WILL YOU SUPPLY YOUR OWN INITIAL GUESSES ? (Y/N) ',\)
      READ(*,'(A1)') ANSWER
      IF ((ANSWER .EQ. 'Y') .OR. (ANSWER .EQ. 'y')) THEN
        DO 4007 IX=1,NAR
          WRITE(*,4006) IX
4006      FORMAT(1X,'PHI  (',I2,')  ',\)
          READ(*,*) DBLX(IX)
4007    CONTINUE
        DO 4009 IX=NAR+1,NGUESS
          WRITE(*,4008) IX-NAR
4008      FORMAT(1X,'THETA(',I2,')  ',\)
          READ(*,*) DBLX(IX)
4009    CONTINUE
      ELSE
        WRITE(*,4010) (NAR+MMA),MATRIX
4010    FORMAT(/,1X,'ORDER OF INVERSE FUNCTION TO BE USED ',/,
     1          1X,'must be     ',I2,' <= ? <= ',I2,'            ',\)
        READ(*,*) NGUESS
C
```

```
      IF ((NGUESS.LT.(NAR+MMA)) .OR. (NGUESS.GT.MATRIX)) GOTO 4000
      IF (NGUESS .GT. MAXORDER) THEN
        CALL ARAUTO(NGUESS,ARFLAG,MAXDATA)
      ENDIF
      DO 4015 IX=NAR+1,MATRIX
        GP(IX)=0.0
4015  CONTINUE
      DO 4020 IX=MMA+1,MATRIX
        GT(IX)=0.0
4020  CONTINUE
      DO 4060 IX=1,MMA
        DO 4050 JX=1,MMA
          XX(IX,JX)=AR(NGUESS,MMA+1+IX-JX)
4050    CONTINUE
        XY(IX)=AR(NGUESS,NAR+IX)
4060  CONTINUE
C                    SOLVE FOR INITIAL GUESS OF THETA'S
      CALL SIMUL(MMA)
      DO 4070 IX=1,MMA
        GT(IX)=PHI(IX)
4070  CONTINUE
C                                  DECREASING INDEX
      DO 4090 IX=NAR,1,-1
        GP(IX)=AR(NGUESS,IX) + GT(IX)
        DO 4080 JX=1,IX-1
          GP(IX)=GP(IX) - GT(JX)*AR(NGUESS,IX-JX)
4080    CONTINUE
4090  CONTINUE
      DO 4100 IX=1,NAR
        DBLX(IX)=GP(IX)
4100  CONTINUE
      DO 4110 IX=NAR+1,NGUESS
        DBLX(IX)=GT(IX-NAR)
4110  CONTINUE

C
      ENDIF
C
      WRITE(*,4111)
      WRITE(88,4111)
4111  FORMAT(///,16X,'INITIAL PARAMETER VALUES for NONLINEAR SEARCH')
      DO 4120 IX=1,NAR
        WRITE(*,4200) IX,DBLX(IX)
        WRITE(88,4200) IX,DBLX(IX)
4120  CONTINUE
      DO 4130 IX=1,MMA
        WRITE(*,4220) IX,DBLX(NAR+IX)
        WRITE(88,4220) IX,DBLX(NAR+IX)
4130  CONTINUE
      PAUSE '                                PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
      NGUESS=NAR+MMA
      CALL LS(MAXDATA,X,NGUESS,DBLX,0)
      CALL CLEAR
C      WRITE(*,4190) NAR,MMA,FILENAME
C      WRITE(88,4190) NAR,MMA,FILENAME
4190  FORMAT(/,/,/,/,/,/,22X,'ARMA-MODEL  ARMA(',I2,',',I2')',2X,'OF',2X,
     +       A8,/,/)
      DO 4210 IX=1,NAR
        PHI(IX)=DBLX(IX)
C        WRITE(*,4200) IX,PHI(IX)
C        WRITE(88,4200) IX,PHI(IX)
4200    FORMAT(30X,'PHI(',I2,')',4X,F8.4)
4210  CONTINUE
      DO 4230 IX=1,MMA
```

```
        THETA(IX)=DBLX(NAR+IX)
C        WRITE(*,4220) IX,THETA(IX)
C        WRITE(88,4220) IX,THETA(IX)
4220    FORMAT(30X,'THETA(',I2,')',2X,F8.4)
4230  CONTINUE
C       WRITE(*,4240) DBLF
C       WRITE(88,4240) DBLF
4240  FORMAT(/,30X,'SSQ',5X,F11.4)
      WRITE(*,4300)
4300  FORMAT(/,/,1X,'DO YOU WANT THE RESIDUE-VALUES ?  (Y/N) ',\)
      READ(*,'(A1)') ANSWER
      CALL RESIDUE(NAR,MMA,ANSWER,SSQ)
      CALL MOMENT(DA,A,MAXDATA,AMEAN,ASIG,AVAR,ASKEW,AKUR)
      CALL CLEAR
      WRITE(*,4190) NAR,MMA,FILENAME
      WRITE(88,4190) NAR,MMA,FILENAME
      DO 4310 IX=1,NAR
        WRITE(*,4200) IX,PHI(IX)
        WRITE(88,4200) IX,PHI(IX)
4310  CONTINUE
      DO 4320 IX=1,MMA
        WRITE(*,4220) IX,THETA(IX)
        WRITE(88,4220) IX,THETA(IX)
4320  CONTINUE
      WRITE(*,4240) SSQ
      WRITE(88,4240) SSQ
      PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
      CALL CLEAR
      DO 4399 IX=1,2
        IF (IX .EQ. 1) THEN
          IUNIT=88
          WRITE(88,4330)
4330      FORMAT(/,/,/)
        ENDIF
        IF (IX .EQ. 2) IUNIT=6
        WRITE(IUNIT,4340)
4340    FORMAT(T27,'BASIC STATISTICS OF RESIDUES')
        WRITE(IUNIT,4350) FILENAME
4350    FORMAT(/,T37,A8)
        WRITE(IUNIT,4360) AMEAN
4360    FORMAT(/,T26,'AVERAGE ',F21.3)
        WRITE(IUNIT,4370) AVAR
4370    FORMAT(T26,'VARIANCE',F21.3)
        WRITE(IUNIT,4380) ASKEW
4380    FORMAT(T26,'SKEWNESS',F21.3)
        WRITE(IUNIT,4390) AKUR
4390    FORMAT(T26,'KURTOSIS',F21.3)
4399  CONTINUE
      PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
      WRITE(*,4400)
      WRITE(88,4400)
4400  FORMAT(/,/,/,28X,'RESIDUE AUTOCORRELATION')
      MAXA=20
      CALL AUTOCO(A,MAXA,MAXDATA,AVAR,AACF,AACF2SD)
      PAUSE '                              PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
      Q=0.
      DO 4410 IX=1,MAXA
        Q=Q + AACF(IX)*AACF(IX)
4410  CONTINUE
      Q=REAL(MAXDATA)*Q
      WRITE(*,4420) Q,(MAXA-NAR)
      WRITE(88,4420) Q,(MAXA-NAR)
4420  FORMAT(/,1X,'Q-STATISTICS IS ',F6.2,5X,'WITH',I4,2X,'DEGREES OF '
     +       ,'FREEDOM')
```

```
      PAUSE '                                PRESS <ENTER> TO CONTINUE'
      RETURN
      END
      SUBROUTINE MODEL(DBLX,DAD,MAXATA,NGUESS)
C-----------------------------------------------------------------------
C          SUBROUTINE TO COMPUTE SUM OF SQUARE FOR NONLINEAR SEARCH
C-----------------------------------------------------------------------
      PARAMETER (MAXOBS= 256,MATRIX=16,LAG=32)
      COMMON/NARMMA/ NAR,MMA,DBLF
      DIMENSION DAD(MAXOBS)
      DIMENSION DBLX(LAG)
      DIMENSION DATAX(MAXOBS),DA(MAXOBS)
      DIMENSION X(MAXOBS),A(MAXOBS),ACF(LAG),PACF(LAG)
      DIMENSION PHI(MATRIX),THETA(MATRIX)
      DIMENSION XX(MATRIX,MATRIX),XY(MATRIX)
      DIMENSION DXX(MATRIX,MATRIX),DXY(MATRIX),AR(MATRIX,MATRIX)
      COMMON/DATA/ DATAX,X,DA,A,ACF,PACF,PHI,THETA,XX,XY,DXX,DXY,AR
      COMMON/INPUT/ MAXDATA,AVERAGE,SIGMA,VARIANCE,SKEWNESS,KURTOSIS,
     +              FILENAME,MAXORDER
      REAL KURTOSIS,NUMBER
      CHARACTER*8 FILENAME
      LIMIT=MAX0(NAR,MMA)
      DA(1)=0.
      DO 4910 IX=2,LIMIT+1
        DA(IX)=X(IX)
        DO 4900 JX=1,IX-1
          IF ((NAR .NE. 0) .AND. (JX .LE. NAR)) THEN
            DA(IX)=DA(IX) - DBLX(JX)*X(IX-JX)
          ENDIF
          IF ((MMA .NE. 0) .AND. (JX .LE. MMA)) THEN
            DA(IX)=DA(IX) + DBLX(NAR+JX)*DA(IX-JX)
          ENDIF
4900    CONTINUE
4910  CONTINUE
      DO 4950 IX=LIMIT+2,MAXDATA
        DA(IX)=X(IX)
        DO 4930 JX=1,NAR
          DA(IX)=DA(IX) - DBLX(JX)*X(IX-JX)
4930    CONTINUE
        DO 4940 JX=1,MMA
          DA(IX)=DA(IX) + DBLX(NAR+JX)*DA(IX-JX)
4940    CONTINUE
4950  CONTINUE
      DBLF=0.0
      DO 4960 IX=1,MAXDATA
        DBLF=DBLF + DA(IX)*DA(IX)
        DAD(IX)=X(IX)-DA(IX)
4960  CONTINUE
      RETURN
      END
```

ภาคผนวก ค

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบ Box-Jenkins

ยิบโรจน์ คุณพนิชกิจ *

สมุชา คุณพนิชกิจ **

1. บทนำ

อนุกรมเวลา (Time Series) คือข้อมูลหรือค่าของตัวแปรที่ถูกบันทึกตามลำดับเวลาที่เกิดขึ้น การใช้กรรมวิธีทางสถิติเพื่อศึกษาข้อมูลในลักษณะเช่นนี้เรียกว่า การวิเคราะห์อนุกรมเวลา การวิเคราะห์อนุกรมเวลามีจุดมุ่งหมายที่สำคัญ 2 ประการคือ พยายามอธิบายกระบวนการที่ก่อให้เกิดอนุกรมเวลาชุดนั้น ๆ (Description of Generating Mechanism) และพยากรณ์ค่าของตัวแปรในอนาคต

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาเป็นการศึกษาข้อมูลที่ให้ความสำคัญต่อลำดับเวลาที่เกิดขึ้นของข้อมูลนั้น และจะเน้นถึงความสัมพันธ์ที่ขึ้นต่อกัน (Dependence) ของข้อมูล จากลักษณะทั้ง 2 ประการนี้เองที่ทำให้การวิเคราะห์อนุกรมเวลาแตกต่างจากกรรมวิธีทางสถิติอื่น ๆ ที่มีข้อสมมติเกี่ยวกับความเป็นอิสระต่อกันและการเกิดสุ่ม (Randomization) ของข้อมูล เช่น การวิเคราะห์ความถดถอย หรือแม้แต่เทคนิคการทำให้เรียบ และการวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบคลาสสิค ก็ยังต้องมีข้อสมมติเกี่ยวกับความเป็นอิสระของข้อมูลเช่นกัน

ถ้าพิจารณาในแง่ของการพยากรณ์ การพยากรณ์ค่าของตัวแปรล่วงหน้าโดยใช้โมเดลอนุกรมเวลาแบบ Box-Jenkins ก็สามารถกระทำได้โดยง่าย นอกจากนี้การพยากรณ์โดยใช้โมเดลอนุกรมเวลาดังกล่าวยังมีจุดเด่นในแง่ที่สามารถใช้พยากรณ์ได้ทันที โดยให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์น้อยที่สุดด้วย

---

* อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

** อาจารย์ประจำภาควิชาการบัญชี คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทความนี้อธิบายถึงการวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบ Box-Jenkins โดยแบ่งออกเป็น 4 หัวข้อ หัวข้อที่ 2 เน้นคุณสมบัติทางสถิติของข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลา และความหมายของค่าทางสถิติเหล่านั้น หัวข้อที่ 3 แสดงรูปแบบต่าง ๆ ของโมเดลอนุกรมเวลาพร้อมกับคุณสมบัติทางสถิติของโมเดลทั้งหมด หัวข้อที่ 4 กล่าวถึงกระบวนการของการเลือกและการตรวจสอบโมเดลสำหรับอนุกรมเวลาแต่ละชุด ส่วนหัวข้อที่ 5 กล่าวถึงการใช้โมเดลอนุกรมเวลาสำหรับการพยากรณ์ค่าของอนุกรมล่วงหน้า การคำนวณหาพิสัยแห่งความเชื่อถือ รวมทั้งการปรับค่าพยากรณ์ของอนุกรมเวลาเมื่อมีข้อมูลใหม่เกิดขึ้น

2. อนุกรมเวลาและคุณสมบัติทางสถิติ (Time Series and Their Statistical Properties)

ดังที่ได้กล่าวแล้วว่าอนุกรมเวลา คือข้อมูลหรือค่าของตัวแปรที่ถูกบันทึกตามลำดับเวลาที่เกิดขึ้น ข้อมูลนี้อาจถูกบันทึกต่อเนื่องกันตลอดเวลา เรียกว่า อนุกรมเวลาแบบต่อเนื่อง (Continuous Time Series) หรืออาจถูกบันทึกตามหน่วยเวลาที่ไม่ต่อเนื่องกันก็ได้ ซึ่งเรียกว่า อนุกรมเวลาแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Time Series) ตัวอย่างเช่น ค่าของอุณหภูมิภายในตู้เย็นซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาเป็นอนุกรมเวลาแบบต่อเนื่อง ส่วนยอดขายรวมของสินค้าประจำเดือนต่าง ๆ จะเป็นอนุกรมเวลาแบบไม่ต่อเนื่อง

อนุกรมเวลาแบบไม่ต่อเนื่อง แบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ

1) อนุกรมเวลาแบบไม่ต่อเนื่องที่ได้ค่ามาจากอนุกรมเวลาแบบต่อเนื่องในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง เช่น ค่าของอุณหภูมิภายในตู้เย็นที่ถูกบันทึกทุก ๆ 5 นาที

2) อนุกรมเวลาแบบไม่ต่อเนื่องที่แสดงค่าของตัวแปรที่สะสมในช่วงเวลาหนึ่ง ทั้งนี้เนื่องจากว่าค่าของตัวแปรที่เวลา ณ จุดใดจุดหนึ่งไม่มีความหมายที่แท้จริง เช่น ปริมาณฝนตก ณ เวลา 14.00 น. ของวันใดวันหนึ่งไม่สามารถจะบอกค่าได้ แต่ปริมาณฝนตกสะสมในช่วงเวลา 2 ชั่วโมงสามารถวัดค่าได้

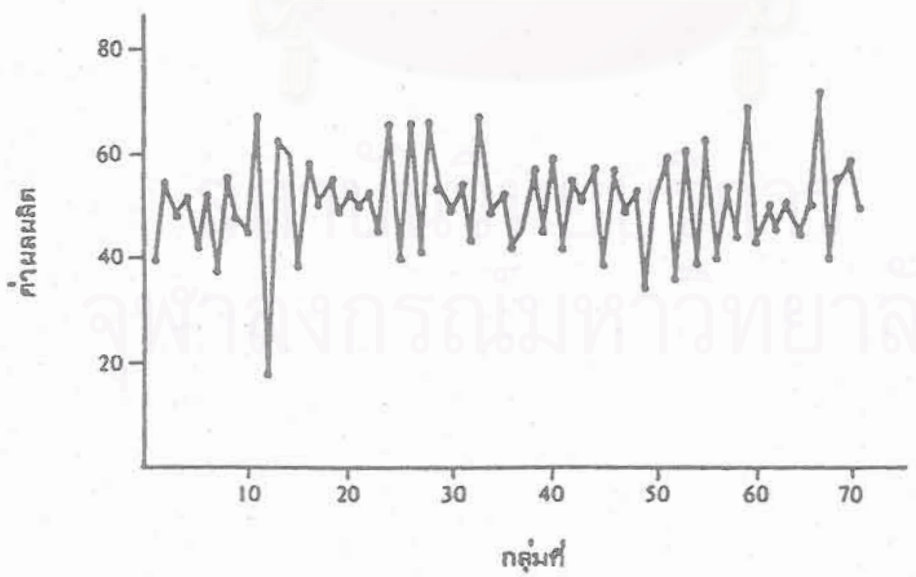
อนุกรมเวลาในบทความนี้จะหมายความถึงอนุกรมเวลาแบบไม่ต่อเนื่องทั้ง 2 ประเภทข้างต้น

อนุกรมเวลาถือได้ว่าเป็นค่าของตัวแปรชุดหนึ่งที่เกิดขึ้น (Realization) ในบรรดาค่าที่อาจเป็นไปได้ของกระบวนการเชิงความน่าจะเป็น (Stochastic Process) นั่นคือ ค่าของตัวแปรที่เกิดขึ้นนี้จะเป็นไปตามกฎความน่าจะเป็น (Probability Laws) ตัวอย่างเช่น ค่าผลผลิตที่ได้จากกระบวนการผลิตทางเคมี 70 กลุ่ม (Batches) ตามลำดับก่อนหลังแสดงในตารางที่ 1 นั้น เป็นค่าของผลผลิตชุดหนึ่งที่เกิดขึ้นเท่านั้นในบรรดาค่าที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดของผลผลิตนั้นถ้าได้มีการผลิตในช่วงเวลาเดียวกัน ค่าของข้อมูลในตารางที่ 1 แสดงในรูปกราฟได้ตามรูปที่ 1 จากกราฟจะเห็นได้ว่าถึงแม้ค่าของข้อมูลชุดนี้จะจัดเป็นอนุกรมเวลาแบบไม่ต่อเนื่อง แต่ได้ใช้เส้นตรงเชื่อมต่อระหว่างจุดที่แสดงค่าของข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้สังเกตลักษณะของข้อมูลได้ง่ายขึ้น กราฟแสดงลักษณะที่เด่นชัดว่าค่าผลผลิตทางเคมีจะสูงต่ำสลับกันเป็นส่วนใหญ่ แต่การที่จะพยากรณ์ค่าผลผลิตที่จะได้ในกระบวนการผลิตกลุ่มถัดไปไม่สามารถจะกระทำได้อย่างแม่นยำ เพื่อให้ผลของการพยากรณ์ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด ดังนั้นการวิเคราะห์อนุกรมเวลาจึงต้องอาศัยคุณสมบัติทางสถิติตลอดจนวิธีการทางสถิติเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย

ตารางที่ 1

ค่าผลผลิตทางเคมีที่ได้จากกระบวนการผลิต 70 กลุ่มตามลำดับ

t:	1–15	16–30	31–45	46–60	61–70
	40	59	53	56	48
	54	51	43	49	44
	48	55	66	52	49
	52	48	48	33	44
	41	51	52	52	49
	52	50	42	59	69
	38	52	44	34	40
	56	44	56	57	54
	48	65	44	39	58
	45	40	58	60	49
	66	65	41	40	
	17	41	54	52	
	62	64	51	44	
	50	53	56	65	
	38	48	38	43	



รูปที่ 1 กราฟแสดงค่าผลผลิตทางเคมี

การศึกษาคุณสมบัติของอนุกรมเวลาคือการเรียนรู้พฤติกรรมของกระบวนการเชิงความน่าจะเป็น ทั้งนี้เพราะดังที่ได้กล่าวแล้วว่าอนุกรมเวลาเป็นค่าของตัวแปรชุดหนึ่งที่เกิดขึ้นของกระบวนการเชิงความน่าจะเป็น ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลานั้นจะถือว่า ค่า $\tilde{y}_t$ ของอนุกรมเวลา ณ เวลา t เป็นค่าที่เกิดขึ้นของตัวแปร $\tilde{Y}_t$ และตัวแปรนี้มี Probability Density Function $f(\tilde{Y}_t)$ ในทำนองเดียวกัน ค่า $\tilde{y}_{t_1}$ และ $\tilde{y}_{t_2}$ ของอนุกรมเวลา ณ เวลา t_1 และ t_2 จะเป็นค่าที่เกิดขึ้นของตัวแปร 2 มิติ $\tilde{Y}_{t_1}$ และ $\tilde{Y}_{t_2}$ ซึ่งมี Joint Probability Density Function $f(\tilde{Y}_{t_1}, \tilde{Y}_{t_2})$ ดังนั้นสำหรับอนุกรมเวลาชุดหนึ่งที่มีข้อมูล N ตัว $\tilde{y}_{t_1}, \tilde{y}_{t_2}, \ldots, \tilde{y}_{t_N}$ จะเป็นค่าที่เกิดขึ้นของตัวแปร N มิติ $(\tilde{Y}_{t_1}, \tilde{Y}_{t_2}, \ldots, \tilde{Y}_{t_N})$ ซึ่งมี Joint Probability Density Function $f(\tilde{Y}_{t_1}, \tilde{Y}_{t_2}, \ldots, \tilde{Y}_{t_N})$

อนุกรมเวลาที่มาจาก Strictly Stationary Stochastic Process จะเป็นอนุกรมเวลาที่คุณสมบัติทางสถิติ (Probability Structure) ไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อมีการเปลี่ยนจุดเริ่มต้นของอนุกรมเวลานั้น ดังนั้น Joint Probability Density Function ของตัวแปร N ตัว $\tilde{Y}_{t_1}, \tilde{Y}_{t_2}, \ldots, \tilde{Y}_{t_N}$ จะเหมือนกับ Joint Probability Density Function ของตัวแปร N ตัว $\tilde{Y}_{t_1+k}, \tilde{Y}_{t_2+k}, \ldots, \tilde{Y}_{t_N+k}$ สำหรับค่า k ที่เป็นเลขจำนวนเต็ม แต่อนุกรมเวลาที่มาจาก Weakly Stationary Stochastic Process จะมีเพียงค่าเฉลี่ย (Mean) และฟังก์ชั่นสหความแปรปรวน (Covariance Function) ของตัวแปร $\tilde{Y}_{t_1}, \tilde{Y}_{t_2}, \ldots, \tilde{Y}_{t_N}$ เท่านั้นที่คงที่ไม่ขึ้นกับเวลา ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาจะสมมติว่า Joint Probability Density Function ของชุดตัวแปรทุกชุดเป็น Multivariate Normal ทั้งนี้เพราะถ้าตัวแปรมี Joint Probability Density Function เป็น Multivariate Normal แล้ว การรู้เพียงค่าเฉลี่ย และฟังก์ชั่นสหความแปรปรวนก็สามารถคำนวณหาคุณสมบัติทางสถิติอื่น ๆ ได้หมด และจะสมมติด้วยว่าอนุกรมเวลามาจาก Weakly Stationary Stochastic Process จากข้อสมมติทั้งสองนี้อนุกรมเวลาจะมี Joint Probability Density Function คงที่ ซึ่งต่อไปจะขอเรียกอนุกรมเวลาที่มีคุณสมบัติตามข้อสมมติทั้งสองนี้ว่า Stationary Process

<u>ค่าเฉลี่ย ฟังก์ชั่นสหความแปรปรวน และฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์</u>

ค่าเฉลี่ย หมายถึง ค่าของตัวแปรที่มีโอกาสเกิดขึ้นมากที่สุด ค่านี้จะบอกให้ทราบถึงระดับเฉลี่ยของข้อมูลชุดหนึ่ง ๆ จากกราฟในรูปที่ 1 ถ้าหาค่าเฉลี่ยจะพบว่าประมาณครึ่งหนึ่งของค่าผลผลิตทางเคมีมีค่าสูงกว่าค่าเฉลี่ยนี้ และอีกครึ่งหนึ่งมีค่าต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนี้ ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลาที่ประกอบด้วยข้อมูล N ตัว สามารถคำนวณได้จาก

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \tilde{Y}_t \quad \left[\text{ค่าในทางทฤษฎี } \mu = E(\tilde{Y}_t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{Y}_t \, f(\tilde{Y}_t) d\tilde{Y}_t\right] \qquad (1)$$

ส่วนความแปรปรวน (Variance) ของอนุกรมเวลาเป็นค่าตัวเลขที่บอกถึงลักษณะการกระจายของข้อมูลรอบค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลานั้น ถ้าความแปรปรวนมีค่ามากแต่ละค่าของข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดนั้นจะแตกต่างจากค่าเฉลี่ยมาก แต่ถ้าความแปรปรวนมีค่าน้อย แต่ละค่าของข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดนั้นก็จะแตกต่างจากค่าเฉลี่ยน้อยด้วย ความแปรปรวนของอนุกรมเวลาที่ประกอบด้วยข้อมูล N ตัว สามารถคำนวณได้จาก

$$\hat{\sigma}^2_{\tilde{Y}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} (\tilde{Y}_t - \hat{\mu})^2 \qquad (2)$$

$$\left[\text{ค่าในทางทฤษฎี } \sigma^2_{\tilde{Y}} = E(\tilde{Y} - \mu)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\tilde{Y}_t - \mu)^2 \, f(\tilde{Y}_t) \, d\tilde{Y}_t\right]$$

จากกราฟในรูปที่ 1 จะสังเกตได้ว่าโดยทั่วไปถ้าค่าผลผลิตที่ได้จากกระบวนการผลิตทางเคมีในงวดนี้ต่ำ ค่าผลผลิตในงวดถัดไปจะสูง แต่ถ้าค่าผลผลิตในงวดนี้สูง ค่าผลผลิตในงวดถัดไปจะต่ำ ซึ่งแสดงว่าค่าของอนุกรมเวลา ณ เวลาที่ติดกันจะมีความสัมพันธ์ในแง่ลบ นอกจากนี้ถ้าสังเกตค่าของอนุกรมเวลา ณ เวลาสองงวดถัดไปที่ติดกัน จะเห็นว่าถ้าค่าผลผลิตในงวดนี้ต่ำ ค่าผลผลิตในอีกสองงวดถัดไปจะต่ำด้วย แต่ถ้าค่าผลผลิตในงวดนี้สูง ค่าผลผลิตในอีกสองงวดถัดไปก็จะสูงเช่นกัน ซึ่งแสดงว่าค่าของอนุกรมเวลาที่ห่างกันสองหน่วยเวลาจะมีความสัมพันธ์ในแง่บวก ข้อสังเกตที่ได้จากกราฟในรูปที่ 1 เหล่านี้แสดงให้เห็นว่าค่าของอนุกรมเวลา ณ เวลาต่าง ๆ กัน

ไม่ได้มีความเป็นอิสระต่อกัน (Independence) แต่จะมีความสัมพันธ์ที่ขึ้นต่อกัน (Dependence) คุณสมบัติทางสถิติที่ใช้วัดความสัมพันธ์ที่ขึ้นต่อกันระหว่างตัวแปรสองตัวคือ สหความแปรปรวน (Covariance) เมื่อนำคุณสมบัติที่ใช้วัดความสัมพันธ์ที่ขึ้นต่อกันนี้มาใช้วัดความสัมพันธ์ที่ขึ้นต่อกันของค่าอนุกรมเวลา ณ เวลาต่าง ๆ กันจะเรียกคุณสมบัติทางสถิตินี้ว่าสหความแปรปรวนในตัวเอง (Autocovariance) เนื่องจากข้อสมมติเบื้องต้นที่ว่า อนุกรมเวลามาจาก Stationary Process ซึ่งทำให้ Joint Probability Density Function $f(\tilde{Y}_t, \tilde{Y}_{t+k})$ ของตัวแปร $\tilde{Y}_t$, $\tilde{Y}_{t+k}$ คงที่ทุกค่าของเวลา t สำหรับแต่ละค่าของ k ที่เป็นเลขจำนวนเต็ม ค่าสหความแปรปรวนในตัวเองของค่าอนุกรมเวลาที่ประกอบด้วยข้อมูล N ตัวในระยะเวลาที่ห่างกัน k หน่วยเวลาสามารถคำนวณได้จาก

$$C_k = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N-k}(\tilde{Y}_t - \hat{\mu})(\tilde{Y}_{t+k} - \hat{\mu}) \quad , k = 1, 2, ... \qquad (3)$$

$$\left[\text{ค่าในทางทฤษฎี } \gamma_k = E(\tilde{Y}_t-\mu)(\tilde{Y}_{t+k}-\mu) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(\tilde{Y}_t-\mu)(\tilde{Y}_{t+k}-\mu) f(\tilde{Y}_t,\tilde{Y}_{t+k})d\tilde{Y}_t d\tilde{Y}_{t+k}\right]$$

จะเห็นได้ว่าค่าของ C_k ขึ้นกับขนาดของค่าตัวแปร $\tilde{Y}_t$ ดังนั้นการเปรียบเทียบค่าสหความแปรปรวนในตัวเองของชุดตัวแปรสองชุดไม่สามารถกระทำได้อย่างมีความหมายเท่าที่ควร

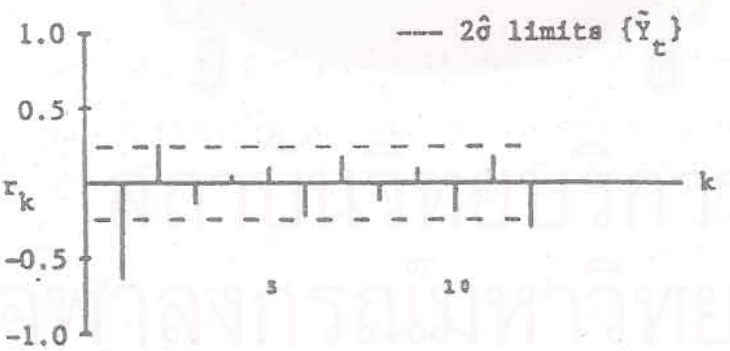
สหความสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation) คือสหความแปรปรวนในตัวเองที่ทำให้มีมาตรฐานเดียวกัน (Standardized) ไม่ขึ้นกับขนาดค่าของอนุกรมเวลา สหความสัมพันธ์ในตัวเองนี้จะมีค่าตั้งแต่ -1 ถึง +1 สูตรที่ใช้ในการคำนวณสหความสัมพันธ์ในตัวเองของค่าอนุกรมเวลาที่ห่างกันระยะเวลา k คือ

$$r_k = \frac{C_k}{\sqrt{\hat{\sigma}^2_{Y_t} \cdot \hat{\sigma}^2_{Y_{t+k}}}} = \frac{C_k}{\hat{\sigma}^2_{\tilde{Y}}} \qquad k = 1, 2, ... \qquad (4)$$

$$\left[\text{ค่าในทางทฤษฎี } \rho_k = \frac{\text{Cov}(Y_t, Y_{t+k})}{\sqrt{\sigma^2_{Y_t} \cdot \sigma^2_{Y_{t+k}}}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_o}\right]$$

ถ้า r_k มีค่า +1 แสดงว่าข้อมูลที่ห่างกันระยะเวลา k จะมีความสัมพันธ์ขึ้นต่อกันในทางบวกหนึ่งร้อยเปอร์เซนต์ นั่นคือถ้า $\tilde{Y}_t$ มีค่ามาก $\tilde{Y}_{t+k}$ จะมีค่ามากด้วย แต่ถ้า r_k มีค่า -1 แสดงว่าข้อมูลที่ห่างกันระยะเวลา k จะมีความสัมพันธ์ขึ้นต่อกันในทางลบหนึ่งร้อยเปอร์เซนต์ นั่นคือถ้า $\tilde{Y}_t$ มีค่ามาก $\tilde{Y}_{t+k}$ จะมีค่าน้อย ถ้า $r_k = 0$ แสดงว่าข้อมูลที่ห่างกันระยะเวลา k จะไม่มีความสัมพันธ์ขึ้นต่อกันเลย

ชุดรวมของค่าความสัมพันธ์ในตัวเองที่ทุก ๆ ค่าของระยะเวลา k จะเรียกว่าฟังก์ชั่นค่าความสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation Function) ฟังก์ชั่นนี้แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ห่างกันระยะเวลา k เมื่อนำค่าฟังก์ชั่นค่าความสัมพันธ์ในตัวเองมาเขียนกราฟ จะช่วยให้เห็นลักษณะความสัมพันธ์ขึ้นต่อกันของอนุกรมเวลาได้ชัดขึ้น จากค่าผลผลิตทางเคมีที่ได้จากกระบวนการผลิต 70 กลุ่มในตารางที่ 1 ถ้านำมาคำนวณหาฟังก์ชั่นค่าความสัมพันธ์ในตัวเองแล้วนำไปเขียนกราฟดังแสดงในรูปที่ 2 แล้ว จะเห็นว่าค่าความสัมพันธ์ในตัวเองมีค่ามากเฉพาะที่ k = 1



รูปที่ 2 ค่าของฟังก์ชั่นค่าความสัมพันธ์ในตัวเองของค่าผลผลิตทางเคมี

การที่จะกำหนดว่าค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองที่หน่วยเวลาใดที่มีค่ามากควรแก่การสนใจนั้น กระทำได้โดยการเปรียบเทียบค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองที่หน่วยเวลานั้นกับค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) ของค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองที่คำนวณได้ ถ้าคำนึงถึงเฉพาะขนาด (Absolute Value) และพบว่าค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองมีค่ามากกว่าสองเท่าของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่หน่วยเวลานั้น ๆ จะถือได้ว่าค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเอง ณ หน่วยเวลานั้นมีค่ามากควรแก่การสนใจที่ระดับนัยสำคัญ 5% การคำนวณค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองสามารถกระทำได้โดยใช้สมการดังนี้

ถ้าอนุกรมเวลามีค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเอง (ทางทฤษฎี) ที่ไม่เป็นศูนย์ q หน่วยเวลา และหลังจากนั้นเป็นศูนย์ทั้งหมด ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองสำหรับ $k > q$ คือ

$$\hat{\sigma}(r_k) \cong \sqrt{\frac{1}{N}\left\{1 + 2\sum_{i=1}^{q}(r_i)^2\right\}} \quad ; \quad k = q+1,\ q+2,\ldots\ldots \qquad (5)$$

ตัวอย่างเช่น กรณีที่อนุกรมเวลาเป็นอิสระต่อกัน คือค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเอง (ทางทฤษฎี) เป็นศูนย์ทั้งหมด นั่นคือ $q = 0$

$$\hat{\sigma}(r_k) \cong \sqrt{\frac{1}{N}} \quad ; \quad k = 1,\ 2,\ 3,\ldots \qquad (6)$$

นั่นคือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองที่หน่วยเวลาต่าง ๆ เท่ากันหมด สมการ (6) อาจใช้เป็นค่าประมาณของ $\hat{\sigma}(r_k)$ ในกรณีอื่นได้เช่นกัน

ถ้าอนุกรมเวลามีความสัมพันธ์กัน 1 หน่วยเวลา นั่นคือ $q = 1$

$$\hat{\sigma}(r_k) \cong \sqrt{\frac{1}{N}\left\{1 + 2(r_1)^2\right\}} \quad ; \quad k = 2,\ 3,\ 4,\ldots$$

ถ้าอนุกรมเวลามีความสัมพันธ์กัน 2 หน่วยเวลา นั่นคือ $q = 2$

$$\hat{\sigma}(r_k) \cong \sqrt{\frac{1}{N}\left\{1 + 2\,(r_1^2 + r_2^2)\right\}} \quad ; \quad k = 3,\ 4,\ 5,\ldots$$

สำหรับกรณีซึ่งไม่ทราบว่าอนุกรมเวลามีความสัมพันธ์กันที่หน่วยเวลา การหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองที่หน่วยเวลาต่าง ๆ จะเริ่มจากการสมมติว่า q ใน (5) เท่ากับศูนย์ เพื่อคำนวณหา $\hat{\sigma}(r_1)$ แล้วสมมติว่า $q = 1$ เพื่อคำนวณหา $\hat{\sigma}(r_2)$ และ $q = 2$ เพื่อคำนวณหา $\hat{\sigma}(r_3)$ ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนครบทุกหน่วยเวลาของฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองนั้น

3. <u>โมเดลอนุกรมเวลาและคุณสมบัติทางสถิติ</u> (Time Series Models and Their Statistical Properties)

เนื่องจากการวิเคราะห์ข้อมูลในลักษณะของอนุกรมเวลานี้มีจุดมุ่งหมายที่สำคัญ 2 ประการ คือ อธิบายกระบวนการที่ก่อให้เกิดอนุกรมเวลาชุดนั้น ๆ และพยากรณ์ค่าของตัวแปรในอนาคต ในการอธิบายกระบวนการที่ก่อให้เกิดอนุกรมเวลาแต่ละชุดนั้นกระทำโดยการสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่สามารถอธิบายลักษณะของอนุกรมเวลาชุดนั้นได้ เมื่อสร้างโมเดลที่เหมาะสมสำหรับอนุกรมเวลาชุดนั้น ๆ ได้แล้ว ก็จะใช้โมเดลนั้นในการพยากรณ์ค่าของตัวแปรต่อไป เนื่องจากโมเดลอนุกรมเวลาถูกสร้างขึ้นมาโดยอาศัยข้อมูลในช่วงเวลาที่ผ่านมา ดังนั้นพึงระลึกไว้เสมอว่าการพยากรณ์ค่าของตัวแปรโดยใช้โมเดลอนุกรมเวลานี้จะอยู่ภายใต้ข้อสมมติที่ว่าสถานการณ์ในอนาคตมีแนวโน้มที่จะเหมือนสถานการณ์ในอดีต

โมเดลอนุกรมเวลาจำแนกออกได้เป็น 3 ประเภทคือ

1) โมเดล Autoregressive (โมเดล AR) มีลักษณะที่สำคัญคือค่าของตัวแปร ณ เวลาใดก็ตามจะมีความสัมพันธ์โดยตรงกับค่าของตัวแปรนั้นในช่วงเวลาที่ผ่านมาแล้ว

2) โมเดล Moving Average (โมเดล MA) มีลักษณะที่สำคัญคือค่าของตัวแปร ณ เวลาใดก็ตามจะมีความสัมพันธ์โดยตรงกับเทอมแปรปรวนสุ่ม (Disturbance terms) ในช่วงเวลาที่ผ่านมาแล้ว

3) โมเดล Mixed Autoregressive Moving Average (โมเดล ARMA) จะมีลักษณะที่สำคัญร่วมกันของสองโมเดลข้างต้น คือค่าของตัวแปร ณ เวลาใดก็ตามจะมีความสัมพันธ์โดยตรงกับค่าของตัวแปรนั้นและเทอมแปรปรวนสุ่มในช่วงเวลาที่ผ่านมาแล้ว

<u>คำนิยามเบื้องต้น</u>

คำนิยามเบื้องต้นนี้จะใช้ในการสร้างโมเดลอนุกรมเวลา

กำหนดให้ $\tilde{Y}_t$ เป็นตัวแปรของเหตุการณ์ที่จะทำการวิเคราะห์ ณ เวลา t $\tilde{Y}_t$ นี้มี Probability Density Function แบบ Normal ซึ่งมีค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน $\sigma^2_{\tilde{Y}}$ ดังนั้น ตัวแปร $Y_t = \tilde{Y}_t - \mu$ ก็จะเป็นตัวแปรที่มี Probability Density Function แบบ Normal ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และค่าความแปรปรวน σ^2_Y ซึ่งเท่ากับ $\sigma^2_{\tilde{Y}}$ ของตัวแปร $\tilde{Y}_t$

กำหนดให้ e_t เป็นเทอมแปรปรวนสุ่มที่มากระตุ้นกระบวนการเชิงความน่าจะเป็น e_t นี้ จะมี Probability Density Function แบบ Normal มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2_e ($e_t \sim N(0, \sigma^2_e)$) สำหรับทุก ๆ ค่าของเวลา t e_t จะไม่มีความสัมพันธ์ขึ้นต่อ e_{t-k} และ Y_{t-k} (Y_{t-k} คือตัวแปรของเหตุการณ์ที่จะทำการวิเคราะห์ ณ เวลา t-k) ซึ่งสรุปได้ดังนี้

$$E\left[e_t\, e_{t-k}\right] = 0 \quad ; \quad k \neq 0$$

และ

$$E\left[e_t\, Y_{t-k}\right] = 0 \quad ; \quad k > 0$$

$e_t, e_{t-1}, \ldots, e_{t-N}$ จึงเป็นชุดอนุกรมเวลาของเทอมแปรปรวนสุ่มแบบ Normal ที่เป็นอิสระต่อกัน

3.1 โมเดล Autoregressive

<u>โมเดล First Order Autoregressive, AR(1)</u>

โมเดล AR(1) แสดงได้ดังนี้

$$(\tilde{Y}_t - \mu) = \phi_1(\tilde{Y}_{t-1} - \mu) + e_t$$

หรือ

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + e_t \qquad (7)$$

โมเดลอนุกรมเวลาข้างต้นคล้ายคลึงกับโมเดลการวิเคราะห์ความถดถอย (Regression Models) มาก ต่างกันแต่เพียงว่าในโมเดลการวิเคราะห์ความถดถอยนั้นตัวแปร

Y_t ซึ่งเป็นตัวแปรไม่อิสระจะขึ้นกับตัวแปรอิสระอื่น ๆ ส่วนในโมเดล AR(1) นี้ ตัวแปร Y_t จะขึ้นกับค่าในอดีตของตัวแปรนั้นเอง (7) แสดงให้ทราบว่า Y_t ที่เกิดขึ้น ณ เวลา t มีความสัมพันธ์กับ Y_{t-1} ซึ่งถ้าเขียน (7) สำหรับ Y_{t-1} ก็จะพบว่า Y_{t-1} มีความสัมพันธ์กับ Y_{t-2} ดังนั้น Y_t ก็มีความสัมพันธ์กับ Y_{t-2} ด้วยเช่นกัน ในทำนองเดียวกัน Y_t จะมีความสัมพันธ์กับ Y_{t-3}, Y_{t-4},... ด้วย

ค่า $Y_1, Y_2, \ldots, Y_N$ จาก (7) จะเป็นอนุกรมเวลาซึ่งมีคุณสมบัติทางสถิติ เช่น ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง สักษณะหนึ่ง ดังนั้น ถ้าอนุกรมเวลาที่สนใจมีคุณสมบัติทางสถิติเหมือนกับคุณสมบัติทางสถิติของอนุกรมเวลา Y_t, $t = 1, 2, \ldots, N$ อนุกรมเวลาชุดนั้นจะสามารถอธิบายได้ด้วยโมเดล AR(1) เช่นกัน แนวความคิดนี้เป็นหลักสำคัญในการนำโมเดลทางคณิตศาสตร์มาอธิบายอนุกรมเวลาแต่ละชุด

Autoregression

การคำนวณหาสหสัมพันธ์ความแปรปรวนในตัวเองของโมเดล AR(1) ทำได้โดยใช้กฎ Expectation ทางสถิติดังนี้

$$\gamma_0 = \sigma_Y^2 = \mathrm{Cov}(Y_t, Y_t) = E\left[Y_t\, Y_t\right] = E\left[(\phi_1 Y_{t-1} + e_t)(\phi_1 Y_{t-1} + e_t)\right]$$

$$= \phi_1^2\ \sigma_Y^2 + \sigma_e^2$$

$$\sigma_Y^2 = \frac{\sigma_e^2}{1 - \phi_1^2}$$

$$\gamma_1 = \mathrm{Cov}\ (Y_t, Y_{t-1}) = E\left[Y_t\, Y_{t-1}\right] = E\left[(\phi_1 Y_{t-1} + e_t)\, Y_{t-1}\right]$$

$$= E\left[\phi_1\, Y_{t-1} Y_{t-1} + e_t Y_{t-1}\right]$$

เนื่องจาก $E\left[Y_{t-1}\, Y_{t-1}\right] = \sigma_Y^2$

$E\left[e_t\, Y_{t-1}\right] = 0$

ดังนั้น $\gamma_1 = \phi_1 \sigma_Y^2$

และสหความสัมพันธ์ในตัวเองที่เวลาต่างกัน 1 หน่วยเวลา $\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\sigma_Y^2} = \phi_1$

สำหรับสหความแปรปรวนในตัวเองที่เวลาต่างกัน 2 หน่วยเวลาคำนวณได้จาก

$$\gamma_2 = \text{Cov}(Y_t, Y_{t-2}) = E\left[Y_t\, Y_{t-2}\right] = E\left[(\phi_1 Y_{t-1} + e_t)\, Y_{t-2}\right]$$

$$= E\left[\phi_1\left\{(\phi_1 Y_{t-2} + e_{t-1}) + e_t\right\}\, Y_{t-2}\right]$$

$$= E\left[\phi_1^2\, Y_{t-2}\, Y_{t-2} + \phi_1 e_{t-1} Y_{t-2} + e_t Y_{t-2}\right]$$

$$= \phi_1^2\, \sigma_Y^2$$

ดังนั้น $\rho_2 = \frac{\gamma_2}{\sigma_Y^2} = \phi_1^2$

โดยทั่วไปสหความสัมพันธ์ในตัวเองที่เวลาต่างกัน k หน่วยเวลาจะคำนวณจาก

$$\rho_k = \phi_1^k \qquad k = 0, 1, 2, \ldots\ldots \tag{8}$$

จะเห็นว่าค่าของสหความสัมพันธ์ในตัวเองของโมเดล AR(1) จะลดลงเรื่อย ๆ ตามระยะเวลาที่ผ่านไป

<u>หมายเหตุ</u> โมเดล AR(1) จะจัดเป็น Stationary Process ก็ต่อเมื่อ $|\phi_1| \leq 1$ ซึ่งหมายความว่าความสัมพันธ์ของ Y_t ที่ยืนตรงต่อ Y_{t-k} จะน้อยลงไปเรื่อย ๆ เมื่อค่าของ k เพิ่มมากขึ้น

<u>โมเดล Second Order Autoregressive, AR(2)</u>

โมเดล AR(2) แสดงได้ดังนี้

$$(\tilde{Y}_t - \mu) = \phi_1 (\tilde{Y}_{t-1} - \mu) + \phi_2 (\tilde{Y}_{t-2} - \mu) + e_t$$

หรือ

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t \tag{9}$$

ค่าสหความแปรปรวนในตัวเองของโมเดล AR(2) คำนวณได้ดังนี้

$$\gamma_0 = \sigma_Y^2 = \text{Cov}(Y_t, Y_t) = E\left[Y_t Y_t\right]$$

$$= E\left[(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t)(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t)\right]$$

$$= E\left[\phi_1^2 Y_{t-1} Y_{t-1} + 2\phi_1\phi_2 Y_{t-1} Y_{t-2} + 2\phi_1 Y_{t-1} e_t + 2\phi_2 Y_{t-2} e_t + \phi_2^2 Y_{t-2} Y_{t-2} + e_t e_t\right]$$

$$= \phi_1^2 \sigma_Y^2 + 2\phi_1\phi_2\gamma_1 + \phi_2^2 \sigma_Y^2 + \sigma_e^2$$

$$= \phi_1^2 \sigma_Y^2 + 2\frac{\phi_1^2\phi_2\sigma_Y^2}{1-\phi_2} + \phi_2^2 \sigma_Y^2 + \sigma_e^2 \qquad \text{(ค่าของ } \gamma_1 \text{ คำนวณอยู่ถัดไป)}$$

$$\left[(1-\phi_2)(1-\phi_2^2) - \phi_1^2(1+\phi_2)\right]\sigma_Y^2 = (1-\phi_2)\sigma_e^2$$

$$\sigma_Y^2 = \frac{(1-\phi_2)}{(1+\phi_2)\left[(1-\phi_2)^2 - \phi_1^2\right]}\sigma_e^2$$

$$\gamma_1 = \text{Cov}(Y_t, Y_{t-1}) = E\left[Y_t Y_{t-1}\right]$$

$$= E\left[(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t) Y_{t-1}\right]$$

$$= E\left[\phi_1 Y_{t-1} Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-1} Y_{t-2} + e_t Y_{t-1}\right]$$

$$= \phi_1 \sigma_Y^2 + \phi_2\gamma_1$$

$$(1-\phi_2)\gamma_1 = \phi_1 \sigma_Y^2$$

$$\gamma_1 = \frac{\phi_1}{(1-\phi_2)}\sigma_Y^2$$

และค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองที่เวลาต่างกัน 1 หน่วยเวลา $\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\sigma_Y^2}$

ดังนั้น

$$\rho_1 = \frac{\phi_1}{1-\phi_2} \qquad (10)$$

ในทำนองเดียวกันค่าสหความแปรปรวนในตัวเองที่เวลาต่างกัน k หน่วยเวลา ซึ่ง $k \geq 2$ สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\gamma_k &= \text{Cov}\left[Y_t, Y_{t-k}\right] = E\left[Y_t Y_{t-k}\right] \\ &= E\left[(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t)\, Y_{t-k}\right] \\ &= E\left[\phi_1 Y_{t-1} Y_{t-k} + \phi_2 Y_{t-2} Y_{t-k} + e_t Y_{t-k}\right] \\ &= \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2}\end{aligned}$$

ดังนั้นค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองที่เวลาต่างกัน k หน่วยเวลา ซึ่ง $k \geq 2$

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\sigma_Y^2} = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} \qquad (11)$$

นั่นคือสหความสัมพันธ์ในตัวเองที่เวลาต่างกัน k หน่วยเวลา ซึ่ง $k \geq 2$ สามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์ต่อเนื่องใน (11) เช่น $k = 2$

$$\begin{aligned}\rho_2 &= \phi_1 \rho_1 + \phi_2 \rho_0 \\ &= \frac{\phi_1^2}{1-\phi_2} + \phi_2 \qquad \left(\text{เพราะ } \rho_0 = \frac{\gamma_0}{\sigma_Y^2} = \frac{\sigma_Y^2}{\sigma_Y^2} = 1\right)\end{aligned}$$

<u>หมายเหตุ</u> โมเดล AR(2) จะเป็น Stationary Process ก็ต่อเมื่อ

$$\phi_2 + \phi_1 \leq 1 \; ; \quad \phi_2 - \phi_1 \leq 1 \; ; \quad -1 \leq \phi_2 \leq 1$$

<u>โมเดล Autoregressive of Order n, AR(n)</u>

โมเดล AR(n) ซึ่งเป็นรูปแบบโดยทั่วไปของโมเดล Autoregressive จะอยู่ในรูปดังนี้

$$(\tilde{Y}_t - \mu) = \phi_1(\tilde{Y}_{t-1} - \mu) + \phi_2(\tilde{Y}_{t-2} - \mu) + \ldots + \phi_n(\tilde{Y}_{t-n} - \mu) + e_t$$

หรือ

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \ldots + \phi_n Y_{t-n} + e_t \qquad (12)$$

การคำนวณหาฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเอง ρ_k, k = 0, 1, 2,... สามารถกระทำได้โดยกรรมวิธีเดียวกับที่แสดงไว้สำหรับโมเดล AR(1) และ AR(2) ข้างต้น

3.2 โมเดล Moving Average

โมเดล First Order Moving Average, MA(1)

โมเดล MA(1) แสดงได้ดังนี้

$$(\tilde{Y}_t - \mu) = e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

หรือ

$$Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} \qquad (13)$$

จาก (13) จะเห็นได้ว่าตัวแปร Y_t ของอนุกรมเวลาขึ้นอยู่กับเทอมแปรปรวนสุ่มที่มากระตุ้นกลไกของกระบวนการเพียงความน่าจะเป็น ณ เวลา t และ t-1 เท่านั้น ในกรณีเช่นนี้ตัวแปรของอนุกรมเวลาจะมีความสัมพันธ์กันโดยมีเทอมแปรปรวนสุ่มเป็นตัวกลาง

ค่าสหความแปรปรวนในตัวเองของโมเดล MA(1) คำนวณได้ดังนี้

$$\gamma_0 = \sigma_Y^2 = \text{Cov}\,(Y_t, Y_t) = E\left[Y_t Y_t\right]$$

$$= E\left[(e_t - \theta_1 e_{t-1})(e_t - \theta_1 e_{t-1})\right]$$

$$= E(e_t e_t - 2\theta_1 e_t e_{t-1} + \theta_1^2 e_{t-1} e_{t-1})$$

$$= \sigma_e^2 + \theta_1^2 \sigma_e^2$$

$$\gamma_1 = \text{Cov}\,(Y_t, Y_{t-1}) = E\left[Y_t Y_{t-1}\right]$$

$$= E\left[(e_t - \theta_1 e_{t-1})(e_{t-1} - \theta_1 e_{t-2})\right]$$

$$= E\left[e_t e_{t-1} - \theta_1 e_{t-1} e_{t-1} + \theta_1 e_t e_{t-2} - \theta_1^2 e_{t-1} e_{t-2}\right]$$

$$= -\theta_1 \sigma_e^2$$

ดังนั้น

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\sigma_Y^2}$$

$$= \frac{-\theta_1\sigma_e^2}{\sigma_Y^2}$$

$$= \frac{-\theta_1}{1+\theta_1^2} \qquad (14)$$

ในทำนองเดียวกันจะสามารถแสดงได้ว่า $\rho_k = 0;\ k \geq 2$ นั่นคืออนุกรมเวลาที่มาจากโมเดล MA(1) จะมีค่าสหสัมพันธ์ในตัวเองสำหรับระยะเวลาห่างกันเพียง 1 หน่วยเวลาเท่านั้น และค่านั้นคือ ρ_1

<u>หมายเหตุ</u> โมเดล MA(1) จะมีคุณสมบัติ Invertibility ก็ต่อเมื่อ $|\theta_1| < 1$

<u>โมเดล Second Order Moving Average, MA(2)</u>

อนุกรมเวลาที่มาจากโมเดล MA(2) จะขึ้นกับเทอมแปรปรวนสุ่ม ณ เวลา t, t-1 และ t-2 ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$(Y_t - \mu) = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2}$$

หรือ

$$Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} \qquad (15)$$

การคำนวณค่าสหสัมพันธ์แปรปรวนในตัวเองของอนุกรมเวลาทำได้ดังนี้

$$\gamma_0 = \sigma_Y^2 = \mathrm{Cov}(Y_t, Y_t) = E[Y_t Y_t]$$

$$= E\left[(e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2})(e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2})\right]$$

$$= E\left[e_t e_t - 2\theta_1 e_t e_{t-1} - 2\theta_2 e_t e_{t-2} + 2\theta_1\theta_2 e_{t-1} e_{t-2} + \theta_1^2 e_{t-1} + \theta_2^2 e_{t-2}\right]$$

$$= \sigma_e^2 + \theta_1^2\sigma_e^2 + \theta_2^2\sigma_e^2$$

$$\gamma_1 = \text{Cov}(Y_t, Y_{t-1}) = E\left[Y_t Y_{t-1}\right]$$

$$= E\left[(e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2})(e_{t-1} - \theta_1 e_{t-2} - \theta_2 e_{t-3})\right]$$

$$= E\left[e_t e_{t-1} - \theta_1 e_{t-1} e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} e_{t-1} - \theta_1 e_t e_{t-2} + \theta_1^2 e_{t-1} e_{t-2} + \theta_1\theta_2 e_{t-2} e_{t-2}\right.$$

$$\left. - \theta_2 e_t e_{t-3} + \theta_1\theta_2 e_{t-1} e_{t-3} + \theta_2^2 e_{t-2} e_{t-3}\right]$$

$$= -\theta_1\sigma_e^2 + \theta_1\theta_2\sigma_e^2$$

ดังนั้น $$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\sigma_Y^2} = \frac{-\theta_1 + \theta_1\theta_2}{\sigma_Y^2}\sigma_e^2 = -\theta_1\left(\frac{1-\theta_2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2}\right) \qquad (16)$$

ในทำนองเดียวกันสามารถแสดงได้ว่า

$$\rho_2 = \frac{-\theta_2}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2} \qquad (17)$$

$$\rho_k = 0 \; ; \; k \geq 3$$

นั่นคืออนุกรมเวลาที่มาจากโมเดล MA(2) จะมีค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองสำหรับระยะเวลาห่างกันเพียง 1 และ 2 หน่วยเวลาเท่านั้น

<u>หมายเหตุ</u> โมเดล MA(2) จะมีคุณสมบัติ Invertibility ก็ต่อเมื่อ

$$\theta_2 + \theta_1 \leq 1 \; ; \; \theta_2 - \theta_1 \leq 1 \; ; \; -1 \leq \theta_2 \leq 1$$

<u>โมเดล Moving Average of Order m , MA(m)</u>

โมเดล MA(m) ซึ่งเป็นรูปแบบโดยทั่วไปของโมเดล Moving Average แสดงได้ดังนี้

$$(\tilde{Y}_t - \mu) = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \ldots - \theta_m e_{t-m}$$

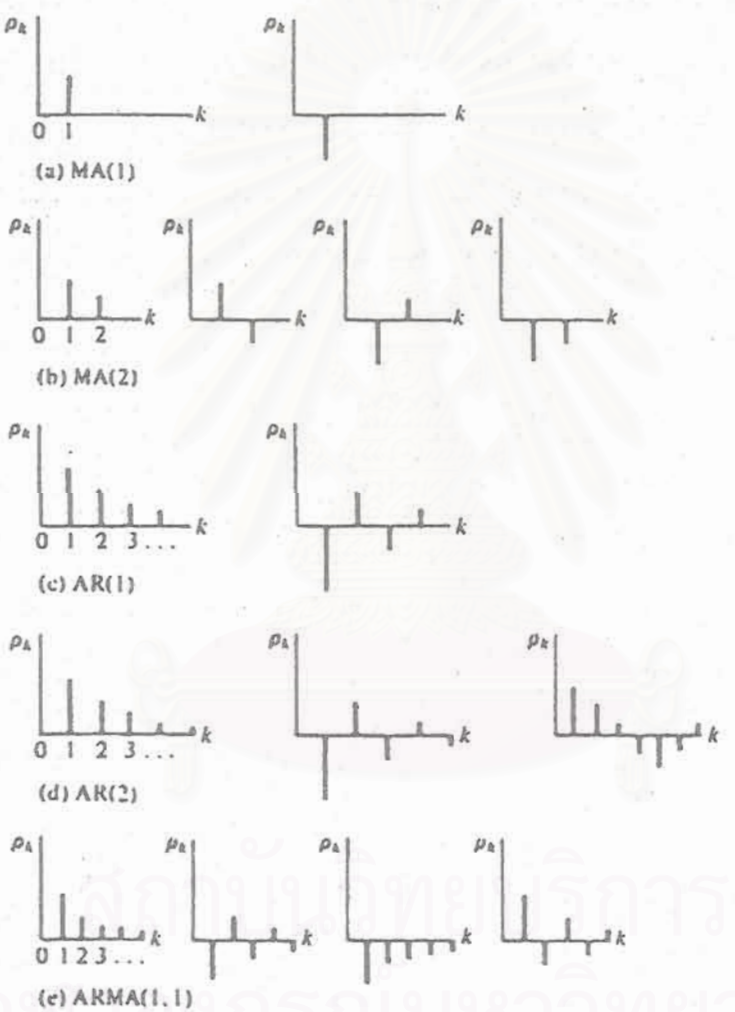
หรือ

$$Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \ldots - \theta_m e_{t-m} \qquad (18)$$

การคำนวณหาค่าฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเอง ρ_k , k = 0, 1, 2,... สามารถกระทำได้โดยกรรมวิธีเดียวกับที่แสดงไว้สำหรับโมเดล MA(1) และ MA(2) ข้างต้น ซึ่งค่า ρ_k จะเท่ากับศูนย์เมื่อ $k \geq m+1$

โมเดล AR และ MA มีลักษณะของฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองแตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด ในทางทฤษฎีฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองของโมเดล AR จะค่อย ๆ มีค่าลดลงเมื่อระยะเวลาผ่านไป รูปร่างของฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองอาจเป็นแบบ Exponential หรือ Damped Cosine ดังแสดงในรูปที่ 3 (c และ d) ส่วนฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองของโมเดล MA จะมีค่าเป็นศูนย์เมื่อพ้นหน่วยเวลาที่เท่ากับอันดับของโมเดล MA นั้นแล้ว ดังแสดงในรูปที่ 3 (a และ b)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3 รูปร่างของ ρ_k $(k \geq 0)$ สำหรับโมเดลอนุกรมเวลาบางโมเดล

อย่างไรก็ตามโมเดล AR และ MA ถือว่ามีความสัมพันธ์กัน นั่นคือโมเดล AR ทุก ๆ อันดับสามารถเขียนในรูปของโมเดล MA(∞) ได้ และในทำนองเดียวกันโมเดล MA ทุก ๆ อันดับก็สามารถเขียนในรูปของโมเดล AR(∞) ได้เช่นกัน แต่เนื่องจากในทางปฏิบัติการใช้โมเดลแทนอนุกรมเวลาชุดใดชุดหนึ่งนั้นจะพยายามเลือกโมเดลที่อยู่ในรูปแบบที่ง่ายที่สุดโดยคำนึงถึงโมเดลที่มีจำนวนพารามิเตอร์น้อยที่สุด ในกรณีที่โมเดลนั้นสามารถอธิบายหรือแสดงสิ่งเดียวกัน (Principle of Parsimony) ถ้าพิจารณาคุณสมบัติทางสถิติของอนุกรมเวลาอีกอย่างหนึ่งคือสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน (Partial Autocorrelation) ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างอนุกรมเวลาที่ห่างกัน k หน่วยเวลา เมื่อคำนึงถึงความสัมพันธ์ระหว่างอนุกรมเวลาที่ห่างกันในหน่วยเวลาตั้งแต่ 1 ถึง k-1 หน่วยเวลาแล้ว จะพบว่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน ณ เวลา k, ϕ_{kk}, คือค่าพารามิเตอร์ ϕ_k ของโมเดล AR(k) ดังนั้นสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของโมเดล AR จะมีค่าเป็นศูนย์เมื่อพ้นหน่วยเวลาที่มีค่าเท่ากับอันดับของโมเดล AR นั้น และจากความสัมพันธ์ระหว่างโมเดล AR กับ MA ดังกล่าวข้างต้น จะพบว่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของโมเดล MA มีค่าค่อย ๆ ลดลงไปตามเวลาที่ผ่านไป (โมเดล MA ทุก ๆ อันดับสามารถเขียนในรูป AR(∞) ได้)

คุณสมบัติทางสถิติเกี่ยวกับสหความสัมพันธ์ในตัวเองและสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของโมเดลอนุกรมเวลาจะใช้ร่วมกันในการพิจารณาโมเดลอนุกรมเวลาของข้อมูลแต่ละชุด

3.3 โมเดล Mixed Autoregressive Moving Average, ARMA(n, m)

โมเดล ARMA ครอบคลุมรูปแบบของอนุกรมเวลาได้กว้างกว่าโมเดล AR และ MA โมเดล ARMA(n, m) มีรูปสมการดังนี้

$$(\tilde{Y}_t-\mu) - \phi_1(\tilde{Y}_{t-1}-\mu) -\ldots- \phi_n(\tilde{Y}_{t-n}-\mu) = e_t-\theta_1 e_{t-1}-\ldots-\theta_m e_{t-m}$$

หรือ

$$Y_t-\phi_1 Y_{t-1}-\ldots-\phi_n Y_{t-n} = e_t-\theta_1 e_{t-1}-\ldots-\theta_m e_{t-m} \qquad (19)$$

n จะแสดงอันดับของเทอม Autoregressive และ m จะแสดงอันดับของเทอม Moving Average ในกรณีที่ $\theta_1 = \theta_2 =..= \theta_m = 0$ โมเดล ARMA(n, m) ก็จะคือโมเดล AR(n) และในทำนองเดียวกัน ถ้า $\phi_1 = \phi_2 =\ldots= \phi_n = 0$ โมเดล ARMA(n, m) ก็จะคือโมเดล MA(m)

ในที่นี้จะยอกตัวอย่างโมเดล ARMA(n,m) 2 รูปคือ ARMA(1,1) และ ARMA(2,1)

<u>โมเดล ARMA(1,1)</u>

โมเดล ARMA(1,1) แสดงได้ดังนี้

$$(\tilde{Y}_t-\mu) - \phi_1(\tilde{Y}_{t-1}-\mu) = e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

หรือ
$$Y_t - \phi_1 Y_{t-1} = e_t - \theta_1 e_{t-1} \qquad (20)$$

ค่าสหความแปรปรวนในตัวเองของโมเดล ARMA(1,1) คำนวณได้ดังนี้

$$\gamma_0 = \sigma_Y^2 = \mathrm{Cov}(Y_t,Y_t) = E\left[Y_t\, Y_t\right]$$

$$= E\left[(\phi_1 Y_{t-1} + e_t - \theta_1 e_{t-1})\, Y_t\right]$$

$$= E\left[\phi_1 Y_{t-1} Y_t + e_t Y_t - \theta_1 e_{t-1} Y_t\right]$$

$$= \phi_1\gamma_1 + E\left[e_t(\phi_1 Y_{t-1} + e_t - \theta_1 e_{t-1})\right] - \theta_1 E\left[e_{t-1} Y_t\right]$$

$$= \phi_1\gamma_1 + \sigma_e^2 - \theta_1 E\left[e_{t-1} Y_t\right]$$

จาก (20) $E\left[e_{t-1}(Y_t - \phi_1 Y_{t-1})\right] = E\left[e_{t-1}(e_t - \theta_1 e_{t-1})\right]$

$$E\left[e_{t-1}Y_t - e_{t-1}\phi_1\left\{\phi_1 Y_{t-2} + e_{t-1} + \theta_1 e_{t-2}\right\}\right] = E\left[e_{t-1}e_t - \theta_1 e_{t-1}e_{t-1}\right]$$

$$E\left[e_{t-1}Y_t\right] - \phi_1\sigma_e^2 = -\theta_1\sigma_e^2$$

$$E\left[e_{t-1}Y_t\right] = (\phi_1 - \theta_1)\sigma_e^2$$

ดังนั้น $\gamma_0 = \sigma_Y^2 = \phi_1\gamma_1 + \sigma_e^2 - \theta_1(\phi_1-\theta_1)\sigma_e^2$ (21)

ในทำนองเดียวกัน $\gamma_1 = \phi_1\gamma_0 - \theta_1\sigma_e^2$ (22)

ดังนั้น $\gamma_0 = \sigma_Y^2 = \dfrac{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1}{1 - \phi_1^2}\,\sigma_e^2$

และ $\gamma_1 = \dfrac{(1-\phi_1\theta_1)(\phi_1-\theta_1)}{1 - \phi_1^2}\,\sigma_e^2$

ส่วนส่หความแปรปรวนในตัวเองที่เวลาต่างกัน k หน่วยเวลา ซึ่ง $k \geq 2$ จะมีค่าดังนี้

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1}$$

ดังนั้นส่หความสัมพันธ์ในตัวเองที่เวลาต่างกัน k หน่วยเวลาของโมเดล ARMA(1,1) จะเป็นดังนี้

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\sigma_Y^2} = \frac{(1-\phi_1\theta_1)(\phi_1-\theta_1)}{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1} \qquad (23)$$

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\sigma_Y^2} = \phi_1 \rho_{k-1} \quad ; \quad k \geq 2 \qquad (24)$$

<u>หมายเหตุ</u> โมเดล ARMA(1,1) จะมีคุณส่มบัติเป็น Stationary Process และ Invertibility ก็ต่อเมื่อ $|\phi_1| \leq 1$ และ $|\theta_1| \leq 1$ ตามลำดับ

เนื่องจากโมเดล ARMA(1,1) นี้โดยแท้จริงแล้วคือการรวมกันระหว่างโมเดล AR(1) กับ MA(1) ฟังก์ชั่นส่หความสัมพันธ์ในตัวเองของอนุกรมเวลาที่มาจากโมเดลนี้จึงมีลักษณะร่วมกันระหว่างฟังก์ชั่นส่หความสัมพันธ์ในตัวเองที่เกี่ยวข้องกับโมเดล AR(1) กับ MA(1) นั่นคือ ρ_1 จะมีค่าสูงอันเป็นผลบางส่วนมาจากคุณส่มบัติของโมเดล MA(1) ส่วนค่า ρ_k; $k \geq 2$ จะมีลักษณะเหมือนกับโมเดล AR(1) ดังแสดงในรูปที่ 3 (e)

<u>โมเดล ARMA(2,1)</u>

โมเดล ARMA(2,1) แสดงอยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

$$(\tilde{Y}_t - \mu) - \phi_1(\tilde{Y}_{t-1} - \mu) - \phi_2(\tilde{Y}_{t-2} - \mu) = e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

หรือ

$$Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \phi_2 Y_{t-2} = e_t - \theta_1 e_{t-1} \qquad (25)$$

ซึ่งสรุปการหาค่าส่หความแปรปรวนในตัวเอง และค่าส่หความสัมพันธ์ในตัวเองได้ดังนี้

$$\gamma_0 = \sigma_Y^2 = \frac{(1-\phi_2)(1-\phi_1\theta_1+\theta_1^2) - \theta_1\phi_1(1+\phi_2)}{(1-\phi_2)(1-\phi_2^2) + \phi_1^2(1+\phi_2)} \sigma_e^2$$

$$\gamma_1 = \frac{-\theta_1(1-\phi_2^2) + \phi_1(1-\phi_1\theta_1+\theta_1^2)}{(1-\phi_2)(1-\phi_2^2) + \phi_1^2(1+\phi_2)}\ \sigma_e^2$$

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} \quad ; \quad k \geq 2$$

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1(1-\phi_2^2) + \phi_1(1-\phi_1\theta_1+\theta_1^2)}{(1-\phi_2)(1-\phi_1\theta_1+\theta_1^2) - \theta_1\phi_1(1+\phi_2)} \qquad (26)$$

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} \quad ; \quad k \geq 2 \qquad (27)$$

หมายเหตุ โมเดล ARMA(2,1) จะมีคุณสมบัติเป็น Stationary Process และ Invertibility ก็ต่อเมื่อ

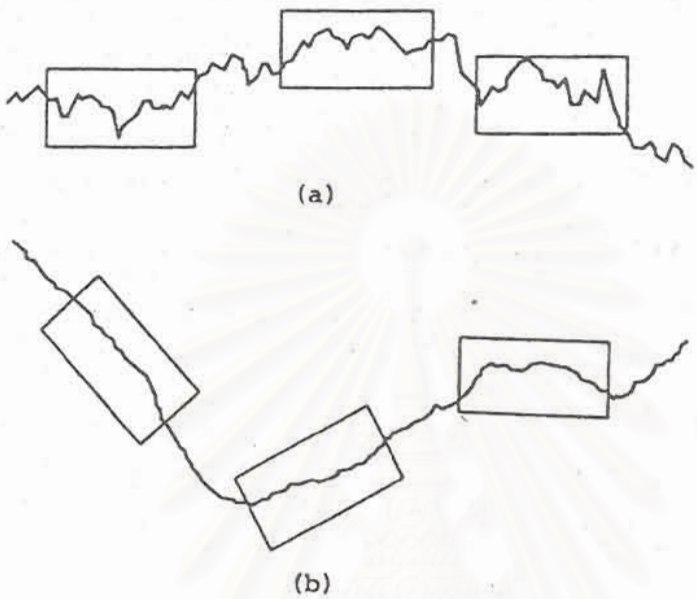
$$\phi_2 + \phi_1 < 1$$

$$\phi_2 - \phi_1 < 1$$

$$-1 < \phi_2 < 1$$

และ $|\theta_1| < 1$ ตามลำดับ

โมเดลอนุกรมเวลาทั้ง 3 ประเภทคือ โมเดล Autoregressive โมเดล Moving Average และโมเดล Mixed Autoregressive Moving Average ที่ได้อธิบายข้างต้นแล้วนั้น เป็นโมเดลสำหรับอนุกรมเวลาที่อยู่ภายใต้ข้อสมมติว่ามาจาก Stationary Process แต่ในความเป็นจริงจะพบว่าอนุกรมเวลาบางชุดไม่ได้มาจาก Stationary Process ตามข้อสมมตินี้ นั่นคือ ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนในช่วงเวลาหนึ่ง ๆ จะมีค่าแตกต่างกันออกไป ในที่นี้จะขออธิบายเฉพาะอนุกรมเวลาที่มาจาก Non-Stationary Process ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเปลี่ยนไปตามช่วงเวลาเท่านั้น ส่วนค่าความแปรปรวนยังคงที่ ซึ่งจัดเป็นอนุกรมเวลาแบบ Nonstationary ประเภท Homogeneous จากรูปที่ 4 (a และ b) แสดงลักษณะของอนุกรมเวลาดังกล่าวนี้ จะเห็นได้ว่านอกเหนือไปจากการเปลี่ยนระดับของอนุกรมเวลาแล้ว อนุกรมเวลาที่ห่างกันในช่วงระยะเวลาใกล้ ๆ กันชุดหนึ่งจะมีลักษณะคล้ายคลึงกับอนุกรมเวลาในอีกชุดเวลาหนึ่ง



รูปที่ 4 ตัวอย่างอนุกรมเวลาแบบ Nonstationary ประเภท Homogeneous

อนุกรมเวลาแบบ Nonstationary ประเภท Homogeneous นี้ จะมีค่าฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองสูงต่อเนื่องกันตลอดช่วงเวลา ซึ่งจำเป็นต้องใช้โมเดล AR, MA หรือ ARMA ที่มีอันดับสูงมาก ๆ ดังนั้นเพื่อที่จะหลีกเลี่ยงการใช้โมเดลในอันดับสูง ๆ การวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบนี้จะกระทำโดยการนิยามตัวแปรขึ้นใหม่ ซึ่งเป็นผลต่าง (Difference) ของอนุกรมเวลาเดิม

$$\text{นิยามให้} \quad W_t = \nabla \tilde{Y}_t = \tilde{Y}_t - \tilde{Y}_{t-1} \qquad t = 2, 3, \ldots, N \qquad (28)$$

(สมมติว่าอนุกรมเวลาชุดเดิมมีข้อมูล N ชุด)

ทั้งนี้เพื่อให้อนุกรมเวลาชุดใหม่ W_t มีคุณสมบัติเป็น Stationary Process และโมเดลอนุกรมเวลาอันดับต่ำ ๆ สามารถใช้อธิบายอนุกรมเวลาชุดใหม่นี้ได้

ถ้าอนุกรมเวลา W_t มาจากโมเดล AR(n) อนุกรมเวลาชุดเดิม $\tilde{Y}_t$ จะมาจากโมเดลที่เรียกว่า Integrated Autoregressive, ARI(n,1) ในทำนองเดียวกัน ถ้า W_t มาจากโมเดล MA(m) หรือ ARMA(n,m) $\tilde{Y}_t$ จะมาจากโมเดล Integrated Moving Average IMA(1,m) หรือ Integrated Autoregressive Moving Average ARIMA(n,1,m) ตามลำดับ 1 แสดงถึงจำนวนดีกรีของผลต่าง ในบางกรณีดีกรีของผลต่างจะมากกว่า 1 เพื่อที่จะทำให้อนุกรมเวลาชุดใหม่มีคุณสมบัติเป็น Stationary Process นั่นคือมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนคงที่ไม่ขึ้นกับช่วงเวลาใดเวลาหนึ่ง ในกรณีนี้จะนิยามตัวแปรใหม่ต่อไปเรื่อย ๆ ดังนี้

ดีกรีที่ 1 $\quad W_t = \nabla\tilde{Y}_t = \tilde{Y}_t - \tilde{Y}_{t-1} \quad t = 2, 3, \ldots, N$

ดีกรีที่ 2 $\quad U_t = \nabla W_t = W_t - W_{t-1} \quad t = 3, 4, \ldots, N$

ดีกรีที่ 3 $\quad V_t = \nabla U_t = U_t - U_{t-1} \quad t = 4, 5, \ldots, N$

$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

จนกว่าอนุกรมเวลาของตัวแปรชุดใหม่จะมีลักษณะ Stationary ซึ่งตรวจสอบได้จากลักษณะฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง

สรุปได้ว่า ถ้า $\tilde{Y}_t$, $t = 1, 2, \ldots, N$ เป็นอนุกรมเวลาชุดเดิม และจำนวนดีกรีของผลต่างเท่ากับ d ครั้ง ได้อนุกรมเวลาชุดใหม่อยู่ในรูป $Z_t = \nabla^d\tilde{Y}_t$ ถ้า Z_t, $t = d+1, d+2, .., N$ มาจากโมเดล AR(n) หรือ MA(m) หรือ ARMA(n,m) อนุกรมเวลาชุดเดิม $\tilde{Y}_t, t=1,2,..,N$ จะมาจากโมเดล ARI(n,d) หรือ IMA(d,m) หรือ ARIMA(n,d,m) ตามลำดับ

นอกจากนี้ยังมีอนุกรมเวลาบางประเภทที่ได้รับผลกระทบโดยตรงจากฤดูกาล (Seasonal Time Series) ซึ่งลักษณะของอนุกรมเวลาประเภทนี้จะเปลี่ยนแปลงขึ้นลงเสียนแบบกันตามช่วงเวลา เช่น ยอดขายของขวัญจะมีค่าสูงคล้าย ๆ กันทุกปีในช่วงเทศกาลต่าง ๆ หรือปริมาณรถยนต์ที่ผ่านสี่แยกราชประสงค์จะมากในชั่วโมงเร่งด่วนทั้งตอนเช้าและตอนเย็น อีกทั้งปริมาณรถยนต์นี้จะเปลี่ยนแปลงระหว่างวันทำการกับวันหยุดราชการด้วย โมเดลอนุกรมเวลาที่จะใช้สำหรับอนุกรมเวลาประเภทนี้เรียกว่า โมเดลอนุกรมเวลาที่มีฤดูกาล (Seasonal Time Series Model) โมเดลนี้ยังคงลักษณะของโมเดล ARMA อยู่ แต่จะมีการทำผลต่างฤดูกาล (Seasonal Difference) กับอนุกรมเวลาเดิม

ดังนี้

$$W_t = \nabla_S \tilde{Y}_t = \tilde{Y}_t - \tilde{Y}_{t-S}$$

เมื่อ S คือช่วงเวลาของฤดูกาลที่ทำให้อนุกรมเวลา Y_t มีการเปลี่ยนแปลง เช่น ยอดขายของขวัญรายเดือนจะมีช่วงเวลาของฤดูกาล 12 เดือน หรือปริมาณรถยนต์ที่ผ่านสี่แยกราชประสงค์ทุก ๆ ชั่วโมงจะมีช่วงเวลาของฤดูกาลเท่ากับ 24 ชั่วโมง กับ 168 ชั่วโมง (ตรงกับ 1 วันกับ 1 สัปดาห์ตามลำดับ) อนุกรมเวลา $\tilde{Y}_t$ อาจจะต้องทำผลต่างฤดูกาลมากกว่า 1 ครั้ง คือทำผลต่างฤดูกาลไป D ครั้งจนกว่าอนุกรมเวลาชุดใหม่จะไม่มีรูปแบบของฤดูกาลให้เห็น ซึ่งตรวจสอบได้จากฟังก์ชั่นส่หความสัมพันธ์ในตัวเอง

ให้ B_t คืออนุกรมเวลาที่เกิดจากการทำผลต่างฤดูกาล d ครั้งกับอนุกรมเวลาชุดเดิม $\tilde{Y}_t$ นั่นคือ $B_t = \nabla_S^D \tilde{Y}_t$ อนุกรมเวลา B_t สามารถนำไปหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่อยู่ห่างกัน S หน่วยเวลาได้ เช่น ความสัมพันธ์ของยอดขายของขวัญในเดือนธันวาคม ปี 2527 กับยอดขายในเดือนธันวาคม ปี 2526, 2525,... หรือยอดขายของขวัญในเดือนกุมภาพันธ์ปี 2527 กับยอดขายในเดือนกุมภาพันธ์ปี 2526, 2525,... โดยใช้โมเดล ARMA ที่มีค่าพารามิเตอร์เฉพาะในหน่วยเวลาที่เป็นจำนวนเท่าของ S คือ S, 2S, 3S,... ถ้า B_t มีโมเดล ARMA$(N,M)_S$ จะมีสมการดังนี้

$$B_t - \Phi_{1,S} B_{t-S} - \ldots - \Phi_{N,S} B_{t-NS} = a_t - \Theta_{1,S} a_{t-S} \ldots - \Theta_{M,S} a_{t-MS} \qquad (29)$$

a_t จะเป็นอนุกรมเวลาที่คำนวณได้จาก (29) ซึ่งอนุกรมเวลาชุดนี้จะตัดผลกระทบจากฤดูกาลออกแล้ว นั่นคือฟังก์ชั่นส่หความสัมพันธ์ในตัวเองของ a_t จะไม่มีค่าที่มีนัยสำคัญ ณ หน่วยเวลา S, 2S, 3S,... เนื่องจาก (29) ค่านึงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ห่างกัน ณ หน่วยเวลาที่เป็นจำนวนเท่าของ S เท่านั้น แต่ข้อมูลที่อยู่ ณ หน่วยเวลาต่าง ๆ อาจมีความสัมพันธ์กันด้วย เช่น ยอดขายของขวัญของเดือนธันวาคม 2527 อาจมีความสัมพันธ์กับยอดขายในเดือนพฤศจิกายน ตุลาคม ... ของปี 2527 นั่นเอง ในขณะเดียวกันยอดขายแต่ละเดือนอาจมีแนวโน้มที่จะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ตามการขยายตัวของเศรษฐกิจด้วย ความสัมพันธ์ดังกล่าวนี้อาจจะมีรูปแบบเป็นโมเดล ARIMA(n,d,m) คือ

นิยามให้ $C_t = \nabla^d a_t$

จะได้

$$C_t - \phi_1 C_{t-1} -\ldots- \phi_n C_{t-n} = e_t - \theta_1 e_{t-1} -\ldots- \theta_m e_{t-m} \qquad (30)$$

นิยามสัญญากรของการเลื่อนเวลาถอยหลัง, B, ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

$$BY_t = Y_{t-1},\ B^2_{Y_t} = Y_{t-2},\ldots,\ B^n Y_t = Y_{t-n}$$

นั่นคือ B เลื่อนเวลาของตัวแปร Y_t ถอยหลังไป 1 หน่วยเวลาทำให้ได้ Y_{t-1} หรือ B^n เลื่อนเวลาของตัวแปร Y_t ไป n หน่วยเวลาทำให้ได้ Y_{t-n} เมื่อนำสัญญากร B ไปใช้ใน (29) สมการจะแสดงดังนี้

$$(1-\Phi_{1,S}B^S-\ldots-\Phi_{N,S}B^{NS})\, \tilde{Y}_t = (1-\Theta_{1,S}B^S-\ldots-\Theta_{M,S}B^{MS})\, a_t$$

หรือ

$$(1-\Phi_{1,S}B^S-\ldots-\Phi_{N,S}B^{NS})\nabla_S^D \tilde{Y}_t = (1-\Theta_{1,S}B^S-\ldots-\Theta_{M,S}B^{MS})\, a_t \qquad (31)$$

ในทำนองเดียวกัน (30) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$(1-\phi_1 B-\ldots-\phi_n B^n)\, C_t = (1-\theta_1 B-\ldots-\theta_m B^m)\, e_t$$

หรือ

$$(1-\phi_1 B-\ldots-\phi_n B^n)\nabla^d a_t = (1-\theta_1 B-\ldots-\theta_m B^m)\, e_t \qquad (32)$$

เมื่อรวม (31) และ (32) เข้าด้วยกัน จะเขียนโมเดลแบบเชิงผลคูณ (Multiplicative Model) ARIMA(n,d,m) x $(N,D,M)_S$ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์โดยตรงระหว่าง $\tilde{Y}_t$ กับ e_t ได้ดังนี้

$$(1-B)^d(1-\phi_1 B-\ldots-\phi_n B^n)(1-\Phi_{1,S}B^S-\ldots-\Phi_{N,S}B^{NS})(1-B^S)^D \tilde{Y}_t$$

$$= (1-\theta_1 B-\ldots-\theta_m B^m)(1-\Theta_{1,S}B^S-\ldots-\Theta_{M,S}B^{MS})\, e_t \qquad (33)$$

4. การเลือกโมเดลสำหรับอนุกรมเวลา (Time Series Modeling)

การเลือกโมเดลที่เหมาะสมสำหรับอนุกรมเวลาชุดหนึ่ง ๆ นั้นมีหลักการสำคัญอยู่ที่การเปรียบเทียบคุณสมบัติทางสถิติของอนุกรมเวลาชุดนั้นกับคุณสมบัติทางสถิติของโมเดลอนุกรมเวลาแบบต่าง ๆ คุณสมบัติทางสถิตินี้ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน ค่าฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเอง และค่าฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน โมเดลที่เลือกมาใช้อธิบายอนุกรมเวลาชุดหนึ่ง ๆ นั้นจะต้องมีคุณสมบัติทางสถิติเหมือนกับอนุกรมเวลาชุดนั้น ซึ่งในหัวข้อที่แล้วได้อธิบายคุณสมบัติทางสถิติของโมเดลอนุกรมเวลาแบบต่างๆไว้ ลักษณะทางทฤษฎีของฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเอง และฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของโมเดล AR MA และ ARMA สามารถสรุปได้ดังแสดงในตารางที่ 2

เนื่องจากโมเดลอนุกรมเวลาหลาย ๆ โมเดลอาจมีลักษณะของฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองและฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนคล้ายกันได้ การเลือกโมเดลที่เหมาะสมเพื่อมาอธิบายอนุกรมเวลาชุดหนึ่ง ๆ จึงต้องคำนึงว่าจำนวนพารามิเตอร์ของโมเดลอนุกรมเวลานั้นควรจะมีให้น้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ โดยที่โมเดลอนุกรมเวลานั้นยังคงมีคุณสมบัติทางสถิติเหมือนกับคุณสมบัติทางสถิติของอนุกรมเวลาชุดนั้น ๆ อยู่ (Principle of Parsimony) ทั้งนี้เพื่อประโยชน์ในการนำโมเดลอนุกรมเวลาไปใช้ต่อไป เช่น นำไปใช้ในการพยากรณ์ นอกจากนี้การคำนวณค่า (โดยประมาณ) ของพารามิเตอร์เหล่านั้นก็กระทำได้เร็วขึ้น ตัวอย่างเช่น โมเดล AR(3) อาจมีลักษณะของฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองและฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนเหมือนกับโมเดล MA(8) แต่เนื่องจากโมเดล AR(3) มีจำนวนพารามิเตอร์น้อยกว่า ดังนั้นจะถือว่าโมเดล AR(3) เหมาะสมกับอนุกรมเวลาที่มีคุณสมบัติทางสถิติเหมือน AR(3) หรือ MA(8) มากกว่า

การเลือกโมเดลอนุกรมเวลาสำหรับอนุกรมเวลาชุดหนึ่ง ๆ นั้น ๆ ไม่ได้สิ้นสุดเพียงแค่การตัดสินใจเลือกโมเดลแบบใดโดยการเปรียบเทียบคุณสมบัติทางสถิติดังกล่าวข้างต้นเท่านั้น แต่จะต้องมีการหาค่าพารามิเตอร์ของโมเดลด้วย เพื่อที่จำโมเดลนั้นจะได้นำไปใช้ประโยชน์เกี่ยวกับอนุกรมเวลาต่อไป นอกจากนี้ยังต้องตรวจสอบด้วยว่าเทอมแปรปรวนสุ่มของโมเดลนั้นมีคุณสมบัติตามข้อสมมติของโมเดลอนุกรมเวลาหรือไม่ ดังจะได้อธิบายรายละเอียดเกี่ยวกับการตรวจสอบคุณสมบัติของเทอมแปรปรวนสุ่มต่อไป ถ้าเทอมแปรปรวนสุ่มมีลักษณะไม่เป็นไปตามข้อสมมตินั้น จะต้องพิจารณาเลือกโมเดลสำหรับอนุกรมเวลาชุดนั้น ๆ ใหม่

ตารางที่ 2

ลักษณะทางทฤษฎีของฟังก์ชั่นส่หความสัมพันธ์ในตัวเอง และฟังก์ชั่นส่หความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของโมเดลอนุกรมเวลา

โมเดล	ฟังก์ชั่นส่หความสัมพันธ์ในตัวเอง	ฟังก์ชั่นส่หความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน
AR(n)	มีค่าค่อย ๆ ลดลง (1)	มีค่าเป็นศูนย์หลังจากเวลา n (2)
MA(m)	มีค่าเป็นศูนย์หลังจากเวลา m (2)	มีค่าค่อย ๆ ลดลง (1)
ARMA(n,m)	มีค่าค่อย ๆ ลดลง (1)	มีค่าค่อย ๆ ลดลง (1)

(1) ฟังก์ชั่นส่หความสัมพันธ์ในตัวเองหรือฟังก์ชั่นส่หความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนมีค่าค่อย ๆ ลดลง โดยอาจจะอยู่ในลักษณะ Exponential, Sinusoidal หรือ Geometric ในหลาย ๆ ช่วงเวลา และมีค่าแตกต่างจากศูนย์

(2) ฟังก์ชั่นส่หความสัมพันธ์ในตัวเองหรือฟังก์ชั่นส่หความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนจะมีค่าต่างจากศูนย์อยู่ n หรือ m หน่วยเวลา หลังจากนั้นจะมีค่าเป็นศูนย์หมด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สรุปได้ว่าการเลือกโมเดลที่เหมาะสมสำหรับอนุกรมเวลาชุดหนึ่ง ๆ นั้นเป็นขั้นตอนที่ซ้ำไปซ้ำมา และสามารถแบ่งได้เป็น 3 ขั้นตอนดังนี้

1) การเลือกแบบและอันดับของโมเดลอนุกรมเวลา

ในขั้นแรกต้องตรวจสอบลักษณะฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองของอนุกรมเวลาที่สนใจก่อนว่ามาจาก Stationary Process หรือได้รับอิทธิพลจากฤดูกาลหรือไม่ ถ้าอนุกรมเวลานั้นมาจาก Nonstationary Process หรือได้รับอิทธิพลจากฤดูกาลจะต้องทำผลต่างหรือผลต่างฤดูกาลเสียก่อน ดังที่ได้อธิบายไว้ในส่วนท้ายของหัวข้อที่แล้ว แล้วถือว่าค่าของตัวแปรใหม่ที่นิยามขึ้นมาจากการทำผลต่างหรือผลต่างฤดูกาลเป็นอนุกรมเวลาที่จะเลือกโมเดล

เมื่ออนุกรมเวลามีลักษณะของ Stationary Process และไม่มีอิทธิพลของฤดูกาลเข้ามาเกี่ยวข้องแล้ว จะทำการเปรียบเทียบลักษณะฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองและฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของอนุกรมเวลาชุดนั้นกับลักษณะทางทฤษฎีของฟังก์ชั่นทั้งสองสำหรับโมเดลอนุกรมเวลาแบบต่าง ๆ แล้วเลือกโมเดลที่มีลักษณะฟังก์ชั่นทั้งสองคล้ายคลึงกับของอนุกรมเวลาชุดนั้น ในกรณีที่มีโมเดลให้เลือกหลายแบบ จะเลือกเอาโมเดลที่มีพารามิเตอร์น้อยที่สุดก่อน

2) <u>การคำนวณค่าพารามิเตอร์ในโมเดลอนุกรมเวลา</u>

เมื่อเลือกโมเดลมาได้แล้วจะต้องคำนวณค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดของโมเดลนั้น โดยกระบวนการทางสถิติ เพื่อให้ได้ค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดในแง่ของ $\sum_{t=1}^{N} e_t^2$ น้อยที่สุด (รายละเอียดเรื่องนี้จะไม่ขออธิบายในบทความนี้) ซึ่งการคำนวณค่าของพารามิเตอร์ต่าง ๆ นี้จำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ช่วย

3) <u>การตรวจสอบความเหมาะสมของโมเดล</u>

หลังจากที่เลือกโมเดลอนุกรมเวลาและคำนวณค่าพารามิเตอร์แล้ว จะต้องตรวจสอบว่าโมเดลที่เลือกมานั้นเป็นโมเดลที่เหมาะสมกับอนุกรมเวลาชุดนั้น ๆ จริงหรือไม่ การตรวจสอบนี้กระทำโดยการพิจารณาเทอมแปรปรวนสุ่มที่คำนวณได้จากโมเดลหลังจากแทนค่าอนุกรมเวลาและค่าพารามิเตอร์ในโมเดลนั้นแล้ว เทอมแปรปรวนสุ่มที่คำนวณได้จากโมเดลนี้จะขอเรียกว่า $\hat{e}_t$; $t = 1, 2, \ldots, N$ และจะเป็นค่าโดยประมาณของเทอมแปรปรวนสุ่ม e_t ของโมเดลที่แท้จริง เนื่องจาก e_t; $t = 1, 2, \ldots, N$ อยู่ภายใต้ข้อสมมติที่ว่าจะเป็นอิสระไม่ขึ้นต่อกัน ดังนั้นถ้า $\hat{e}_t$; $t=1,2,\ldots,N$ มีความเป็นอิสระไม่ขึ้นต่อกันเช่นกันแล้ว โมเดลอนุกรมเวลาที่เลือกมานั้นก็จะเป็นโมเดลที่เหมาะสมกับอนุกรมเวลาชุดนั้น ๆ มิฉะนั้นจะต้องกลับไปขั้นตอนที่ 1) พิจารณาเลือกโมเดลแบบอื่น ๆ ที่เหมาะสมกว่าต่อไป

การตรวจสอบว่า $\hat{e}_t$; $t = 1, 2, \ldots, N$ มีความเป็นอิสระต่อกันหรือไม่นั้น ทำได้โดยการเปรียบเทียบค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองของ $\hat{e}_t$ ณ เวลาต่าง ๆ กับพิสัยแห่งความเชื่อถือ (Confidence Interval) ที่แต่ละหน่วยเวลานั้น ในที่นี้จะขอเลือกพิสัยแห่งความเชื่อถือ 95% (การคำนวณเหมือนที่อธิบายในหัวข้อที่ 2) ถ้าค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองของ $\hat{e}_t$ ณ หลายหน่วยเวลาอยู่นอกพิสัยแห่งความเชื่อถือ แสดงว่าค่าประมาณของเทอมแปรปรวนสุ่มยังไม่เป็นอิสระต่อกัน การตรวจสอบค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองของ $\hat{e}_t$; $t = 1,2,\ldots,N$ กับพิสัยแห่งความเชื่อถือที่แต่ละหน่วยเวลานี้ เป็นการตรวจสอบความเป็นอิสระของ $\hat{e}_t$ เฉพาะแต่ละหน่วยเวลา การตรวจสอบความเป็น

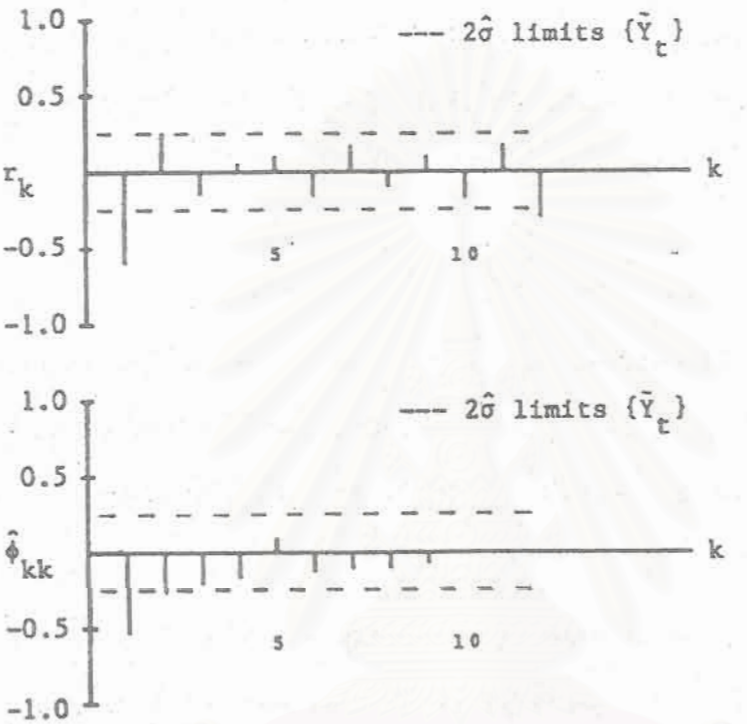
อิสระของ $\hat{e}_t$ แบบรวมกระทำโดยการเปรียบเทียบผลบวกของค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองยกกำลังสองของ $\hat{e}_t$ กับค่า Chi Square $\chi^2(\nu)$ ซึ่งมีค่าองค่าอิสระ (Degree of Freedom) เท่ากับ ν ν จะเท่ากับ K-p เมื่อ K เท่ากับจำนวนสหความสัมพันธ์ในตัวของ $\hat{e}_t$ และ p คือจำนวนพารามิเตอร์ในโมเดลทั้งหมด นั่นคือ ณ ระดับนัยสำคัญ 5% ถ้า $Q \leq \chi^2_{.95}(\nu)$ ก็แสดงว่าโดยส่วนรวม $\hat{e}_t$; t = 1,2,..,N มีความเป็นอิสระต่อกัน ในที่นี้

$$Q = N \sum_{k=1}^{K} r_k^2(\hat{e}) \sim \chi^2(\nu) \qquad (34)$$

ถ้า $Q > \chi^2_{.95}(\nu)$ ก็อาจสรุปได้ว่า $\hat{e}_t$; t = 1, 2,..., N ไม่เป็นอิสระต่อกันจริง ซึ่งจะต้องมีการพิจารณาเลือกโมเดลอนุกรมเวลาใหม่ โดยอาศัยลักษณะฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองของ $\hat{e}_t$ เป็นแนวทาง แล้วกระทำตามขั้นตอนที่ 2) และ 3) อีก เช่นนี้เรื่อยไปจนกว่าจะได้โมเดลที่เหมาะสมกับอนุกรมเวลาชุดนี้

ตามปกติการคำนวณค่าต่าง ๆ เช่น ฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเอง ฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน พิสัยแห่งความเชื่อถือ ค่า Q จะกระทำโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับอนุกรมเวลา ซึ่งในปัจจุบันก็มีหลายชุดให้เลือกใช้ได้ เพื่อให้เข้าใจขั้นตอนของการเลือกโมเดลที่เหมาะสมสำหรับอนุกรมเวลาชุดหนึ่ง ๆ ดียิ่งขึ้น จะขอยกตัวอย่างประกอบดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> พิจารณากราฟแสดงค่าผลผลิตทางเคมีในรูปที่ 1 อนุกรมเวลาชุดนี้มีฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองและฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนดังแสดงในรูปที่ 5



รูปที่ 5 ฟังก์ชั่นล่หความสัมพันธ์ในตัวเองและฟังก์ชั่นล่หความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของผลผลิตทางเคมี

ฟังก์ชั่นล่หความสัมพันธ์ในตัวเองจะมีค่าล่สับเครื่องหมายกันและค่อย ๆ ลดค่าลงเมื่อ k มีค่ามากขึ้น ส่วนฟังก์ชั่นล่หความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนจะมีค่ามากเฉพาะหน่วยเวลา k = 1 นอกนั้นจะมีค่าน้อยจนไม่มีนัยสำคัญ ลักษณะของฟังก์ชั่นทั้งล่องของอนุกรมเวลาชุดนี้เหมือนกับลักษณะของโมเดล AR(n) โดย n มีค่าเท่ากับ 1 ทั้งนี้เพราะฟังก์ชั่นล่หความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนมีค่ามากเฉพาะหน่วยเวลา k = 1 นั่นคืออนุกรมเวลาของผลผลิตทางเคมีควรมีโมเดล AR(1) ซึ่งแล่ดง

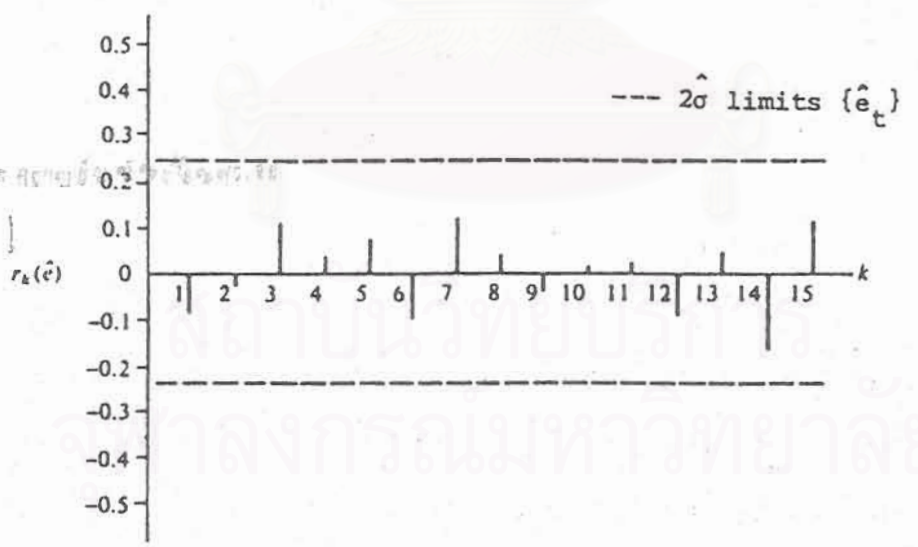
ได้ดังนี้

$$(\tilde{Y}_t - \mu) = \phi_1(\tilde{Y}_{t-1} - \mu) + e_t$$

จากการคำนวณ ϕ_1 จะมีค่าเท่ากับ -0.59 และ $\hat{\mu} = 49.7$ ดังนั้นชุดของอนุกรมเวลาของ $\hat{e}_t$; $t = 1, 2, \ldots, 70$ คำนวณได้จาก

$$\hat{e}_t = (\tilde{Y}_t - 49.7) + 0.59(\tilde{Y}_{t-1} - 49.7)$$

และมี $\hat{\sigma}_e^2 = 55.7$ อนุกรมเวลา $\hat{e}_t$ มีฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองพร้อมกับพิสัยแห่งความเชื่อถือ 95% ดังแสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 6 ฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองและพิสัยแห่งความเชื่อถือ 95% ที่เกี่ยวข้องของ $\hat{e}_t$ ที่ได้จากโมเดล

จะเห็นได้ว่าค่าสหความสัมพันธ์ในตัวเองอยู่ในช่วงพิสัยแห่งความเชื่อถือ 95% ทั้งหมด นอกจากนี้ค่า Q ซึ่งเท่ากับ $70\sum_{k=1}^{15} r_k^2(\hat{e})$ หรือ 9.86 ซึ่งน้อยกว่าค่า $\chi^2_{.95}(13)$ หรือ 22.36 จึงสรุปได้ว่าโมเดล AR(1) เหมาะสมสำหรับอนุกรมเวลาผลผลิตทางเคมี

ตัวอย่างที่ 2 อนุกรมเวลาของค่าความเข้มข้นของกระบวนการเคมี 197 ค่า ซึ่งบันทึกทุก ๆ 2 ชั่วโมงแสดงเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 7

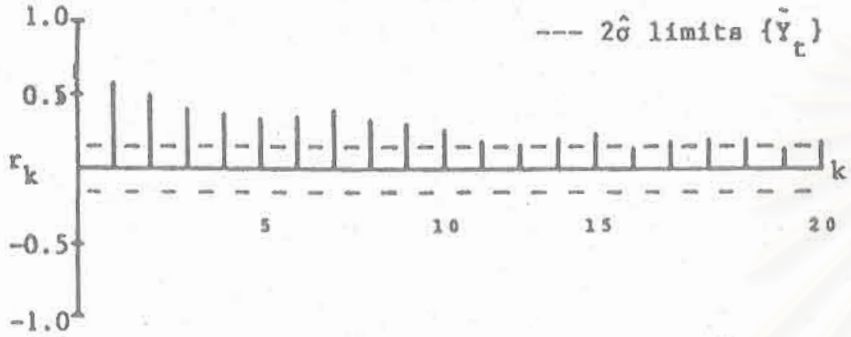
รูปที่ 7 กราฟแสดงค่าความเข้มข้นของกระบวนการเคมี 197 ค่า ซึ่งบันทึกทุก ๆ 2 ชั่วโมง

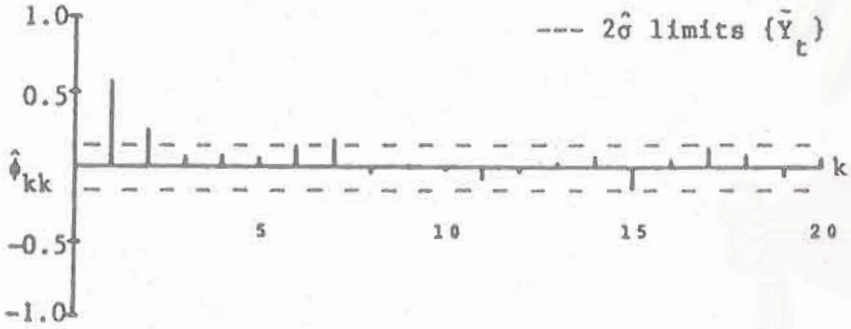
ถ้าพิจารณาฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองและฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของอนุกรมเวลาชุดนี้ ซึ่งแสดงไว้ในรูปที่ 8 จะเห็นว่าฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองมีค่าลดลงอย่างช้า ๆ ส่วนฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนจะลดลงค่อนข้างเร็ว จากลักษณะของฟังก์ชันทั้งสอง โมเดลอนุกรมเวลาที่มีคุณสมบัติใกล้เคียงกับคุณสมบัติของอนุกรมเวลาชุดนี้คือ ARMA(1,1)

แต่จากกราฟของอนุกรมเวลาในรูปที่ 7 จะเห็นว่าค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลาในช่วงครึ่งแรกและครึ่งหลังอยู่คนละระดับ ซึ่งเป็นลักษณะอย่างหนึ่งที่แสดงว่าอนุกรมเวลาชุดนี้อาจเป็น

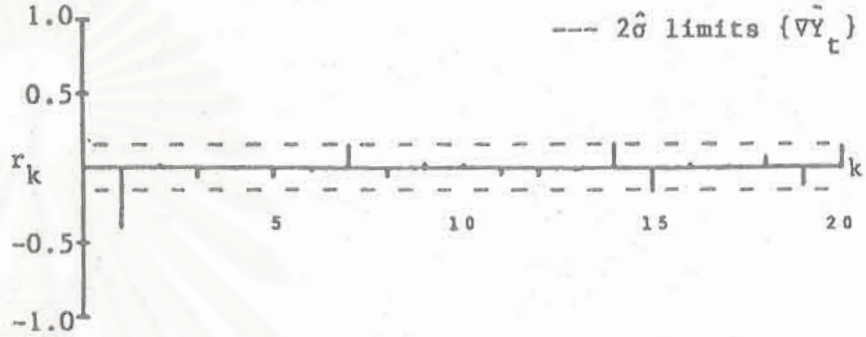
Nonstationary Process จากข้อสังเกตนี้รวมกับลักษณะฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองที่ลดลงอย่างช้า ๆ ดังควรทดลองทำผลต่าง 1 ครั้ง สำหรับอนุกรมเวลาชุดนี้ โดยนิยามตัวแปรใหม่ $W_t = \hat{Y}_t - \hat{Y}_{t-1}$; t = 2, 3,..., 197 ฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองและฟังก์ชันสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนสำหรับอนุกรมเวลาชุดใหม่ W_t แสดงในรูปที่ 9

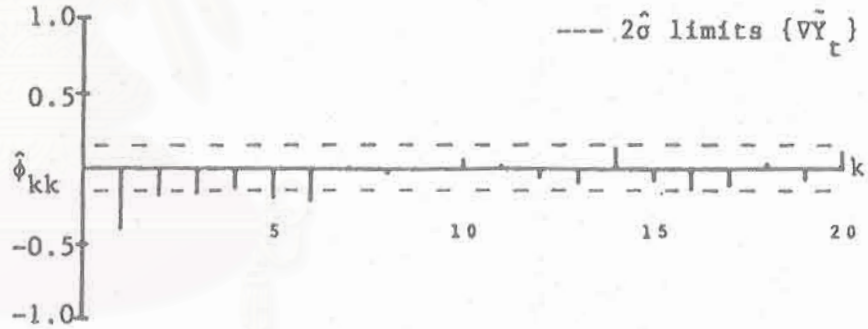
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย





รูปที่ 8 ฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองและฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของค่าความเข้มข้นของกระบวนการเคมี





รูปที่ 9 ฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองและฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนของอนุกรมเวลาหลังจากทำผลต่าง 1 ครั้ง

จะเห็นได้ว่าหลังจากทำผลต่าง 1 ครั้งแล้ว ฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองจะมีค่ามาก ณ หน่วยเวลาเดียวคือ k = 1 ส่วนฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนมีลักษณะค่อย ๆ ลดลง ลักษณะเช่นนี้สามารถเทียบได้กับโมเดล IMA(1,1)

ดังนั้นตัวอย่างนี้จะมีโมเดลอนุกรมเวลาสองโมเดลที่จะนำมาเปรียบเทียบกัน หลังจากการคำนวณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลแล้วสรุปได้ดังนี้

ARMA(1,1) $(\hat{Y}_t - 18.125) - 0.92(\hat{Y}_{t-1} - 18.125) = e_t - 0.58e_{t-1}$; $\hat{\sigma}_e^2 = 0.097$

IMA(1,1) $\hat{Y}_t - \hat{Y}_{t-1} = W_t = e_t - 0.70e_{t-1}$; $\hat{\sigma}_e^2 = 0.101$

ผลการตรวจสอบฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ของ $\hat{e}_t$ ที่ได้จากทั้งสองโมเดลข้างต้น (ไม่ได้แสดงรายละเอียดในที่นี้) แสดงว่าอนุกรมเวลา $\hat{e}_t$ ของโมเดลทั้งสองต่างเป็นอนุกรมเวลาที่เป็นอิสระไม่ขึ้นต่อกันทุกหน่วยเวลา ในกรณีเช่นนี้โมเดล ARMA(1,1) และ IMA(1,1) ต่างเป็นโมเดลที่เหมาะสมสำหรับอนุกรมเวลาค่าความเข้มข้นของกระบวนการเคมี ซึ่งสามารถเลือกใช้ได้ทั้งสองโมเดล โดยที่โมเดล IMA(1,1) มีจำนวนพารามิเตอร์น้อยกว่า แต่โมเดล ARMA(1,1) ให้ค่าความแปรปรวน $\hat{\sigma}_e^2$ น้อยกว่า

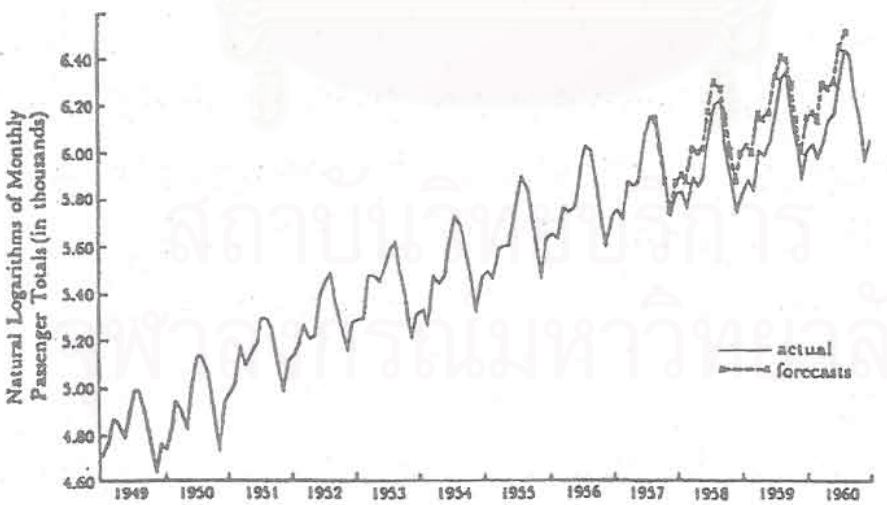
<u>ตัวอย่างที่ 3</u> อนุกรมเวลาของ ค่าสถิติการทำธรรมชาติของจำนวนผู้โดยสารทางอากาศระหว่างประเทศรายเดือนในช่วงปี ค.ศ.1949 ถึง 1960 ค่าของอนุกรมเวลาชุดนี้แสดงอยู่ในตารางที่ 3 และกราฟของอนุกรมเวลาชุดนี้แสดงอยู่ในรูปที่ 10

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3

ค่าลอการิทึมธรรมชาติของจำนวนผู้โดยสารทางอากาศระหว่างประเทศรายเดือน ในช่วงปี คศ.1949 ถึง 1960

	Jan.	Feb.	Mar.	Apr.	May	June	July	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
1949	4.718	4.771	4.883	4.860	4.796	4.905	4.997	4.997	4.913	4.779	4.644	4.771
1950	4.745	4.836	4.949	4.905	4.828	5.004	5.136	5.136	5.063	4.890	4.736	4.942
1951	4.977	5.011	5.182	5.094	5.147	5.182	5.293	5.293	5.215	5.088	4.984	5.112
1952	5.142	5.193	5.263	5.199	5.209	5.384	5.438	5.489	5.342	5.252	5.147	5.268
1953	5.278	5.278	5.464	5.460	5.434	5.493	5.576	5.606	5.468	5.352	5.193	5.303
1954	5.318	5.236	5.460	5.425	5.455	5.576	5.710	5.680	5.557	5.434	5.313	5.434
1955	5.489	5.451	5.587	5.595	5.598	5.753	5.897	5.849	5.743	5.613	5.468	5.628
1956	5.649	5.624	5.759	5.746	5.762	5.924	6.023	6.004	5.872	5.724	5.602	5.724
1957	5.753	5.707	5.875	5.852	5.872	6.045	6.146	6.146	6.001	5.849	5.720	5.817
1958	5.829	5.762	5.892	5.852	5.894	6.075	6.196	6.225	6.001	5.883	5.737	5.820
1959	5.886	5.835	6.006	5.981	6.040	6.157	6.306	6.326	6.138	6.009	5.892	6.004
1960	6.033	5.969	6.038	6.133	6.157	6.282	6.433	6.407	6.230	6.133	5.966	6.068



รูปที่ 10 กราฟแสดง ค่าลอการิทึมธรรมชาติของจำนวนผู้โดยสารทางอากาศระหว่างประเทศรายเดือนในช่วงปี คศ.1949 ถึง 1960

จะสังเกตเห็นได้ว่าค่าของอนุกรมเวลาชุดนี้มีแนวโน้มที่จะมีค่าสูงขึ้นเรื่อย ๆ นั่นคือ ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลาจะเปลี่ยนไปตามช่วงเวลา นอกจากนี้อนุกรมเวลาที่หน่วยเวลาห่างกันประมาณ 12 เดือนจะมีลักษณะคล้ายกัน นั่นคือมีค่าสูง ๆ ต่ำ ๆ เหมือนกัน ซึ่งเป็นการแสดงถึงผลของฤดูกาล เมื่อคำนวณค่าฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองของอนุกรมเวลาชุดนี้จะเห็นว่าค่าของฟังก์ชั่นลดลงช้ามาก ดังแสดงในรูป 11(a) ดังนั้นจึงทดลองคำนวณค่าฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ของอนุกรมเวลาที่เกิดจากการทำผลต่าง 1 ครั้ง $W_t = \tilde{Y}_t - \tilde{Y}_{t-1}$ ค่าของฟังก์ชั่นนี้แสดงในรูปที่ 11(b) ฟังก์ชั่นนี้จะมีลักษณะเด่นอย่างหนึ่งคือ ค่าของฟังก์ชั่นที่ทุก ๆ 12 หน่วยเวลาจะมีค่าสูงมาก ซึ่งหมายความว่าอนุกรมเวลา W_t มีความสัมพันธ์ขึ้นต่อกันทุกๆ 12 หน่วยเวลา เพื่อจะรักษาความสัมพันธ์ลักษณะเช่นนี้ในโมเดลอนุกรมเวลา จะนิยามอนุกรมเวลาชุดใหม่คือ $X_t = \tilde{Y}_t - \tilde{Y}_{t-12}$ ค่าฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองของ X_t จะค่อย ๆ ลดลงช้า ๆ และจะไม่มีลักษณะของยอดแหลมที่ทุก ๆ 12 หน่วยเวลาเช่นค่าฟังก์ชั่นของ W_t ค่าฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองของ X_t นี้แสดงอยู่ในรูปที่ 11(c)

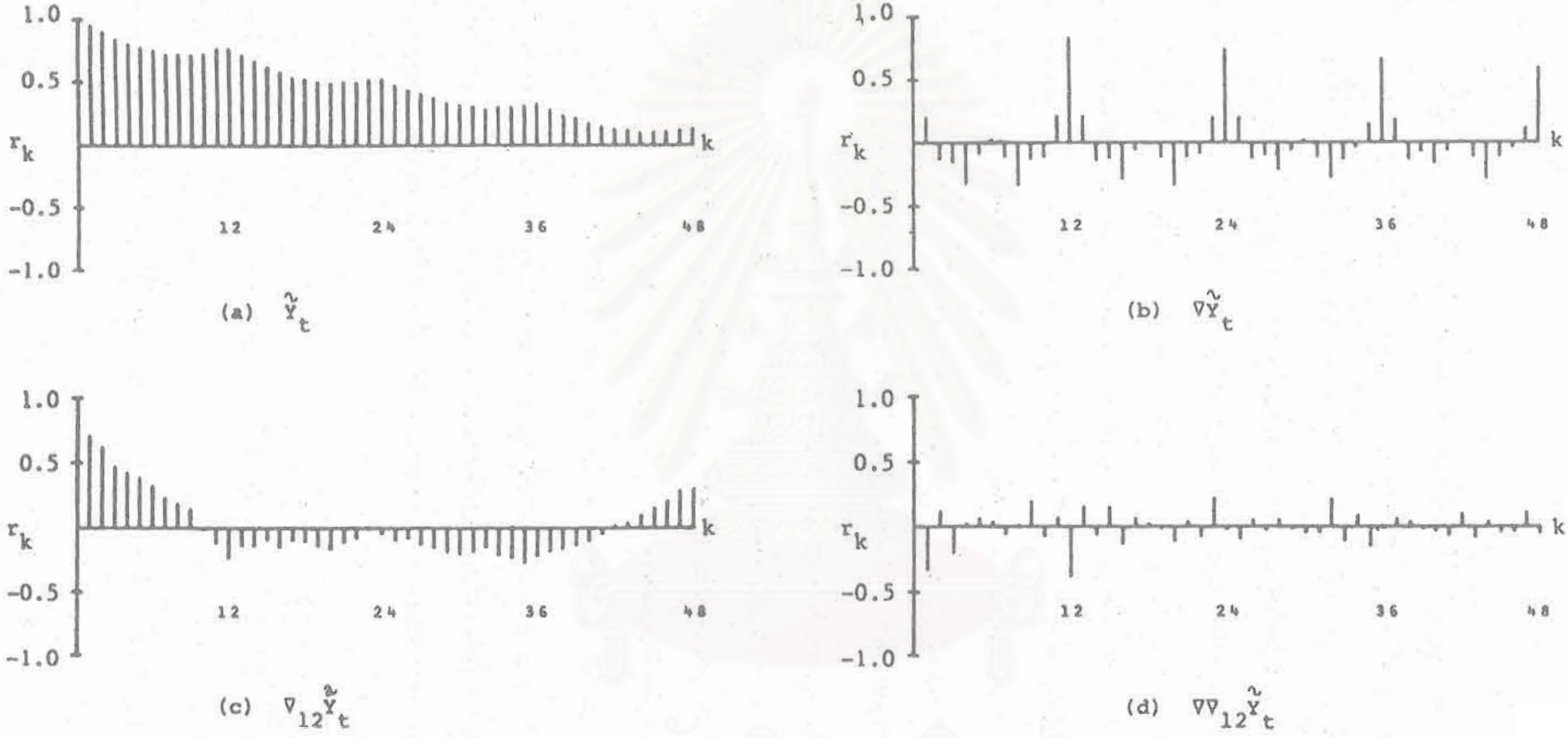
จากลักษณะข้างต้นนี้สรุปได้ว่าการทำผลต่าง 1 ครั้ง หรือการทำผลต่างฤดูกาลให้กับอนุกรมเวลาชุดนี้เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งนั้น จะไม่ทำให้อนุกรมเวลามีลักษณะของ Stationary Process และไม่มีอิทธิพลจากฤดูกาลด้วยพร้อมกัน ดังนั้นจึงต้องทำผลต่างทั้งสองแบบให้กับอนุกรมเวลาชุดนี้ และจะได้อนุกรมเวลาชุดใหม่ในรูปของ $Z_t = W_t - W_{t-1} = (\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_{t-1}) - (\tilde{Y}_{t-12} - \tilde{Y}_{t-13})$ ฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองของอนุกรมเวลา Z_t แสดงในรูปที่ 11 (d)

จากรูปที่ 11 (d) จะเห็นว่าฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองของ Z_t มีค่ามากที่หน่วยเวลา $k = 1$ และ 12 ดังนั้นโมเดลที่มีฤดูกาลของอนุกรมเวลาชุดนี้ควรจะเป็น ARIMA $(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)_{12}$ จากการคำนวณค่าพารามิเตอร์ของโมเดล จะได้โมเดลอนุกรมเวลาของอนุกรมเวลาชุดเดิมดังนี้

$$(1 - B)(1 - B^{12})\,\tilde{Y}_t = (1 - 0.40B)(1 - 0.61B^{12})e_t$$

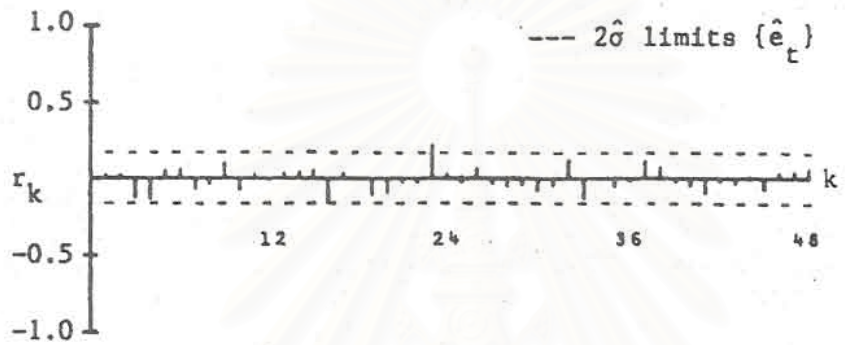
หรือ

$$\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_{t-1} - \tilde{Y}_{t-12} + \tilde{Y}_{t-13} = e_t - 0.40e_{t-1} - 0.61e_{t-12} + 0.24e_{t-13}$$



รูปที่ 11 ฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเองของค่าลอการิทึมธรรมชาติของจำนวนผู้โดยสารและของค่าผลต่างแบบต่าง ๆ

เมื่อตรวจสอบความเป็นอิสระไม่ขึ้นต่อกันของ $\hat{e}_t$ โดยใช้ฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเอง จะเห็นว่าฟังก์ชั่นนี้มีค่าน้อยไม่สำคัญเมื่อเทียบกับพิสัยแห่งความเชื่อถือ 95% ดังแสดงในรูปที่ 12 ถึงแม้ว่าค่า $Q = 35.7$ มากกว่าค่า $\chi^2_{.95}(46)$ เพียงเล็กน้อย ก็อาจสรุปได้ว่าโมเดล ARIMA $(0, 1, 1) \times (0, 1, 1)_{12}$ เหมาะสมกับอนุกรมเวลาชุดนี้



รูปที่ 12 ฟังก์ชั่นสหความสัมพันธ์ในตัวเอง และพิสัยแห่งความเชื่อถือ 95% ที่เกี่ยวข้องกับ $\hat{e}_t$ ที่ได้จากโมเดล

5. การพยากรณ์โดยใช้โมเดลอนุกรมเวลา

จุดประสงค์ประการหนึ่งของการวิเคราะห์อนุกรมเวลาคือการพยากรณ์ค่าของอนุกรมเวลาล่วงหน้า ซึ่งจะช่วยให้การวางแผนงานที่เกี่ยวข้องมีความเหมาะสมมากขึ้น การพยากรณ์โดยใช้โมเดลอนุกรมเวลาสามารถทำได้ง่ายโดยอาศัยหลักการของความคาดหมายอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Expectation) นั่นคือค่าพยากรณ์ ณ จุดพยากรณ์ (Forecast Origin) t สำหรับอนุกรมเวลาที่จะเกิดขึ้นในหน่วยเวลาถัดไป y_{t+1} ได้แก่ค่าความคาดหมายของ Y_{t+1} ซึ่งคำนวณจากค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของข้อมูลอนุกรมเวลากับเทอมแปรปรวนสุ่มทั้งหมดในโมเดลนั้น ๆ ในอดีตจนถึงหน่วยเวลา t การพยากรณ์โดยใช้โมเดลอนุกรมเวลาจะได้ค่าพยากรณ์ที่มีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์น้อยที่สุด เนื่องจากว่าการคำนวณค่าพยากรณ์กระทำโดยตรงกับสมการทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การพยากรณ์โดยใช้โมเดลอนุกรมเวลายังมีจุดเด่นที่ดีกว่าการพยากรณ์แบบอื่น ๆ เช่น การวิเคราะห์ความถดถอย และการวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบคลาสสิค ในแง่ที่โมเดลอนุกรมเวลานี้สามารถใช้พยากรณ์ได้ทันที เพราะการพยากรณ์อาศัยข้อมูลอนุกรมเวลาและเทอมแปรปรวนสุ่มในหน่วยเวลาที่ผ่านมาแล้วเท่านั้น

วิธีการพยากรณ์โดยใช้โมเดลอนุกรมเวลานี้จะขออธิบายโดยใช้ตัวอย่างประกอบดังต่อไปนี้

ถ้าอนุกรมเวลามีโมเดลแบบ AR(1) ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + e_t$$

จะสามารถเขียนสมการย้างต้นสำหรับ Y_{t+1} ได้เช่นกันคือ

$$Y_{t+1} = \phi_1 Y_t + e_{t+1}$$

ค่าพยากรณ์ของอนุกรมเวลา ณ จุดพยากรณ์ t สำหรับ Y_{t+1} ซึ่งเขียนแทนด้วย $\hat{y}_t(1)$ คำนวณได้จากค่าความคาดหมายของ Y_{t+1} โดยมีเงื่อนไขว่าได้ข้อมูลที่เกิดขึ้นจริงของหน่วยเวลาทั้งหมด t หน่วยเวลา ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\hat{y}_t(1) &= E\left[Y_{t+1}|y_t\right] \\ &= E\left[\phi_1 Y_t + e_{t+1}|y_t\right] \\ &= \phi_1 E\left[Y_t|y_t\right] + E\left[e_{t+1}|y_t\right]\end{aligned}$$

เนื่องจาก ณ จุดพยากรณ์ t ค่าของ Y_t ได้เกิดขึ้นแล้ว ดังนั้นค่าความคาดหมายของ Y_t กำหนดว่า y_t เกิดขึ้น ณ จุดพยากรณ์ t คือค่า y_t นั่นเอง นั่นคือ $E\left[Y_t|y_t\right] = y_t$ ส่วน e_{t+1} ซึ่งเป็นเทอมแปรปรวนสุ่ม ณ เวลา t+1 จะไม่มีความสัมพันธ์กับ y_t เลย และจากข้อสมมติ $e_{t+1} \sim N(0, \sigma_e^2)$ ดังนั้น $E\left[e_{t+1}|y_t\right] = E\left[e_{t+1}\right] = 0$ จึงสรุปได้ว่าค่าพยากรณ์ของ Y_{t+1} คือ

$$\hat{y}_t(1) = \phi_1 y_t \qquad (35)$$

ถ้าต้องการพยากรณ์ ณ จุดพยากรณ์ t สำหรับ 2 หน่วยเวลาถัดไป ให้เขียนสมการสำหรับ y_{t+2} ก่อน ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$Y_{t+2} = \phi_1 Y_{t+1} + e_{t+2}$$

ดังนั้นค่าพยากรณ์ของ Y_{t+2} จะคำนวณได้ดังนี้

$$\hat{y}_t(2) = E\left[Y_{t+2}|y_t\right]$$

$$= E\left[\phi_1 Y_{t+1} + e_{t+2}|y_t\right]$$

$$= \phi_1 E\left[Y_{t+1}|y_t\right] + E\left[e_{t+2}|y_t\right]$$

ณ จุดพยากรณ์ t e_{t+2} จะเป็นอิสระไม่ขึ้นกับ y_t ดังนั้น $E\left[e_{t+2}|y_t\right] = 0$ ส่วน $E\left[Y_{t+1}|y_t\right]$ นั่นก็คือ $\hat{y}_t(1)$ ซึ่งเป็นค่าพยากรณ์ของ Y_{t+1} ณ จุดพยากรณ์ t เพราะฉะนั้น

$$\hat{y}_t(2) = \phi_1 \hat{y}_t(1) = \phi_1^2 y_t \qquad (36)$$

ในกรณีที่ต้องการพยากรณ์ล่วงหน้าไปหลาย ๆ หน่วยเวลา เช่น ℓ หน่วยเวลาจากจุดพยากรณ์ t สมการของ $Y_{t+\ell}$ อยู่ในรูปของ

$$Y_{t+\ell} = \phi_1 Y_{t+\ell-1} + e_{t+\ell}$$

ดังนั้นค่าพยากรณ์ของ $Y_{t+\ell}$ จะคำนวณได้ดังนี้

$$\hat{y}_t(\ell) = E\left[Y_{t+\ell}|y_t\right]$$

$$= E\left[\phi_1 y_{t+\ell-1} + e_{t+\ell}|y_t\right]$$

$$= \phi_1 E\left[y_{t+\ell-1}|y_t\right] + E\left[e_{t+\ell}|y_t\right]$$

$$\hat{y}_t(\ell) = \phi_1 \hat{y}_1(\ell-1) = \phi_1^{\ell} y_t \; ; \; \ell \geq 2 \qquad (37)$$

(37) เป็นสมการแบบต่อเนื่องของการพยากรณ์โดยใช้โมเดล AR (1)

จาก(35)ซึ่งเป็นค่าพยากรณ์ของ Y_{t+1} ณ จุดพยากรณ์ t ค่าความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์จะคำนวณได้ดังนี้

$$e_t(1) = Y_{t+1} - \hat{Y}_t(1)$$

$$= (\phi_1 Y_t + e_{t+1}) - \phi_1 Y_t$$

$$e_t(1) = e_{t+1} \qquad (38)$$

ในทำนองเดียวกัน ค่าความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์ ณ จุดพยากรณ์ t สำหรับ Y_{t+2} และ $Y_{t+\ell}$ สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$e_t(2) = Y_{t+2} - \hat{Y}_t(2)$$

$$= (\phi_1 Y_{t+1} + e_{t+2}) - \phi_1 \hat{Y}_t(1)$$

$$= \phi_1 \left[Y_{t+1} - \hat{Y}_t(1)\right] + e_{t+2}$$

$$e_t(2) = \phi_1 e_{t+1} + e_{t+2} \qquad (39)$$

และ

$$e_t(\ell) = Y_{t+\ell} - \hat{Y}_t(\ell)$$

$$= \left[\phi_1 Y_{t+\ell-1} + e_{t+\ell}\right] - \left[\phi_1 \hat{Y}_t(\ell-1)\right]$$

$$= \phi_1 \left[Y_{t+\ell-1} - \hat{Y}_t(\ell-1)\right] + e_{t+1}$$

$$= \phi_1 e_t(\ell-1) + e_{t+\ell}$$

$$e_t(\ell) = \sum_{i=1}^{\ell} (\phi_1^{\ell-i} e_{t+i}) \qquad (40)$$

(40) เป็นลักษณะของสมการแบบต่อเนื่อง ค่าความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์ ณ จุดพยากรณ์ t สำหรับหน่วยเวลา $t+\ell$ ข้างหน้า จะขึ้นอยู่กับค่าความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์ ณ จุดพยากรณ์ t สำหรับหน่วยเวลา $t+\ell-1$, $t+\ell-2$, ... $t+2$, $t+1$ ซึ่งอยู่ในรูปของเทอมแปรปรวนสุ่มแบบ $N(0,\sigma_e^2)$ และเนื่องจากเทอมแปรปรวนสุ่มใช้แทนเหตุการณ์ใด ๆ ที่ไม่สามารถพยากรณ์ได้ ดังนั้น ค่าความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์จึงเป็นค่าความคลาดเคลื่อนที่น้อยที่สุดแล้ว

ในการพยากรณ์ค่าอนุกรมเวลาล่วงหน้านั้น จะไม่สนใจเพียงแค่ค่าพยากรณ์ค่าหนึ่ง ๆ ที่คำนวณได้จากโมเดลเท่านั้น แต่จะสนใจพิสัยแห่งความเชื่อถือของค่าพยากรณ์นั้น ๆ ด้วย พิสัยแห่งความเชื่อถือนี้

คำนวณได้โดยอาศัยค่าความแปรปรวนของเทอมแปรปรวนสุ่ม σ_e^2 จาก (38) ค่าความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์ล่วงหน้า 1 หน่วยเวลา ณ จุดพยากรณ์ $e_t(1) = e_{t+1}$ และเนื่องจาก $e_{t+1} \sim N(0, \sigma_e^2)$ $e_t(1)$ ย่อมมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ_e^2 ด้วย ดังนั้นพิสัยแห่งความเชื่อถือของค่าพยากรณ์ที่ระดับ 95% คำนวณได้จาก $\hat{y}_t(1) \pm 1.96\hat{\sigma}_e$ ($\hat{\sigma}_e$ คือประมาณของ σ_e) ในทำนองเดียวกันความแปรปรวนของ $e_t(2)$ และ $e(\ell)$ จะเท่ากับ $(1+\phi_1^2)\ \hat{\sigma}_e^2$ และ $(1+\phi_1^2+\phi_1^4+\ldots+\phi_1^{2\ell-2})\ \hat{\sigma}_e^2$ ตามลำดับ ดังนั้นพิสัยแห่งความเชื่อถือของค่าพยากรณ์ $\hat{y}_t(2)$ และ $\hat{y}_t(\ell)$ ที่ระดับ 95% คือ $\hat{y}_t(2) \pm 1.96\sqrt{(1+\phi_1^2)}\hat{\sigma}_e$ และ $\hat{y}_t(\ell) \pm 1.96\sqrt{(1+\phi_1^2+\phi_1^4+\ldots+\phi_1^{2\ell-2})}\hat{\sigma}_e$

จากตัวอย่างที่ 1 ซึ่งแสดงการเลือกโมเดลสำหรับอนุกรมเวลาผลผลิตทางเคมี โมเดลที่เหมาะสมคือโมเดล AR(1)

$$Y_t = -0.59\ Y_{t-1} + e_t$$

การพยากรณ์ล่วงหน้า ณ จุดพยากรณ์ t = 70 กระทำได้ดังนี้

$$\hat{y}_{70}(1) = -0.59y_{70} = 0.41$$

ค่าพยากรณ์ของ $\tilde{y}_{71}$ หรือ $\tilde{y}_{70}(1) = \hat{y}_{70}(1)+\hat{\mu} = 0.41 + 49.7 = 50.1$

พิสัยแห่งความเชื่อถือของ $\tilde{\hat{y}}_{70}(1)$ ที่ระดับ 95% คือ $\tilde{\hat{y}}_{70}(1) \pm 1.96\ \hat{\sigma}_e$ =(64.8, 35.4)

$$\hat{y}_{70}(2) = -0.59\hat{y}_{70}(1) = -0.24$$

ค่าพยากรณ์ของ $\tilde{y}_{72}$ หรือ $\tilde{\hat{y}}_{70}(2) = \hat{y}_{70}(2) + \hat{\mu} = -0.24 + 49.7 = 49.5$

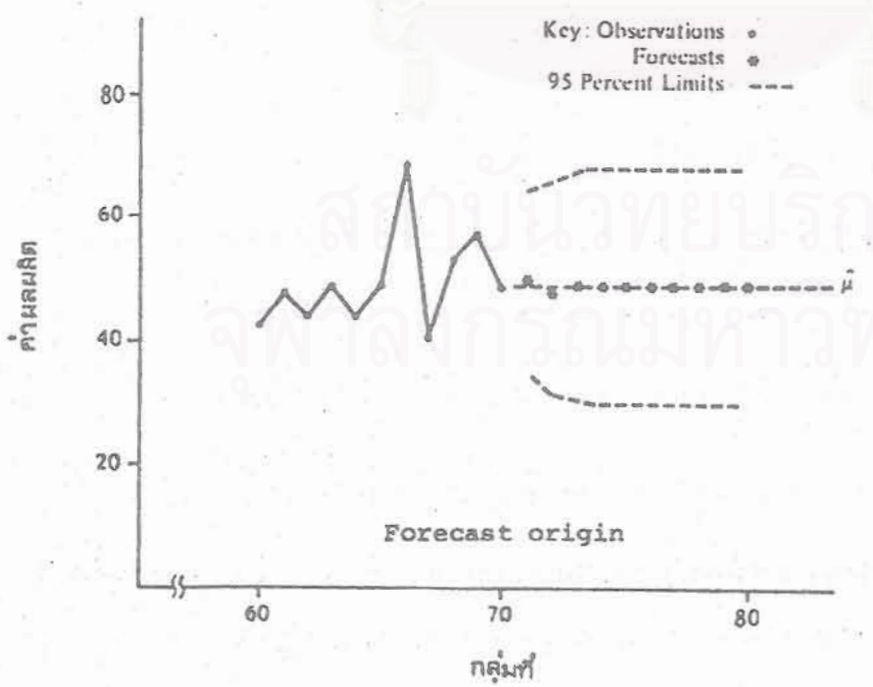
พิสัยแห่งความเชื่อถือของ $\tilde{\hat{y}}_{70}(2)$ ที่ระดับ 95% คือ $\tilde{\hat{y}}_{70}(2) \pm 1.96\sqrt{(1+\phi_1^2)}\hat{\sigma}_e$ = (66.8, 32.6)

ค่าพยากรณ์ของผลผลิตทางเคมีล่วงหน้าสำหรับหน่วยเวลาต่าง ๆ 10 หน่วยเวลาพร้อมทั้งพิสัยแห่งความเชื่อถือที่ระดับ 95% แสดงอยู่ในตารางที่ 4 และแสดงเป็นกราฟอยู่ในรูปที่ 13

ตารางที่ 4

ค่าพยากรณ์ของผลผลิตทางเคมี ณ จุดพยากรณ์ t=70 และค่าพยากรณ์หลังการปรับค่า

หน่วยเวลานับจากจุดพยากรณ์	ขีดจำกัดล่างของพิสัยแห่งความเชื่อถือ 95%	ค่าพยากรณ์	ขีดจำกัดบนของพิสัยแห่งความเชื่อถือ 95%	ค่าพยากรณ์หลังการปรับค่า
1	35.4	50.1	64.8	-
2	32.6	49.7	66.8	44.8
3	32.0	49.8	67.6	52.6
4	31.6	49.7	67.8	48.1
5	31.5	49.7	67.9	50.7
6	31.5	49.7	67.9	49.1
7	31.5	49.7	67.9	50.0
8	31.5	49.7	67.9	49.5
9	31.5	49.7	67.9	49.8
10	31.5	49.7	67.9	49.6



รูปที่ 13 ค่าพยากรณ์ของผลผลิตทางเคมี ณ จุดพยากรณ์ t = 70

การพยากรณ์โดยใช้โมเดลอนุกรมเวลายังสามารถทำการปรับ (Updating) ค่าพยากรณ์เมื่อได้รับข้อมูลที่เกิดขึ้นใหม่ เช่น เมื่อเวลาผ่านไป 1 หน่วยเวลา จะทราบค่าของ Y_{t+1} ที่เกิดขึ้นจริง ความรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับข้อมูลใหม่นี้สามารถนำไปปรับค่าพยากรณ์ของ $Y_{t+2}, Y_{t+3}, \ldots$ ที่กระทำ ณ จุดพยากรณ์ t ได้ดังนี้

ค่าพยากรณ์ของ Y_{t+2} ณ จุดพยากรณ์ t จาก (33)

$$\hat{y}_t(2) = \phi_1 \hat{y}_t(1)$$

ค่าพยากรณ์ของ Y_{t+2} ณ จุดพยากรณ์ t+1 คือ

$$\hat{y}_{t+1}(1) = \phi_1 y_{t+1}$$

ซึ่ง y_{t+1} สามารถเขียนในเทอมของค่าพยากรณ์ของ Y_{t+1} ณ จุดพยากรณ์ t และค่าความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์ได้ดังนี้

$$y_{t+1} = \hat{y}_t(1) + \left[y_{t+1} - \hat{y}_t(1)\right]$$

ดังนั้น

$$\hat{y}_{t+1}(1) = \phi_1 \hat{y}_t(1) + \phi_1 \left[y_{t+1} - \hat{y}_t(1)\right]$$

$$= \hat{y}_t(2) + \phi_1 \left[y_{t+1} - \hat{y}_t(1)\right] \qquad (41)$$

นั่นคือค่าพยากรณ์ของ Y_{t+2} เมื่อได้ข้อมูล y_{t+1} จะถูกปรับค่าด้วยความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์ใน 1 หน่วยเวลาที่ผ่านมา ในลักษณะเดียวกันค่าพยากรณ์ $\ell-1$ หน่วยเวลาข้างหน้าจากจุดพยากรณ์ t+1 เขียนในเทอมของค่าพยากรณ์ ℓ หน่วยเวลาข้างหน้าจากจุดพยากรณ์ t ได้ดังนี้

$$\hat{y}_{t+1}(\ell-1) = \hat{y}_t(\ell) + \phi_1^{\ell-1} \left[y_{t+1} - \hat{y}_t(1)\right] \qquad (42)$$

จะเห็นได้ว่าการปรับค่าพยากรณ์ให้ทันต่อเหตุการณ์สามารถกระทำได้โดยสะดวก ทั้งนี้ไม่จำเป็นต้องอาศัยข้อมูลเดิม นอกจากค่า y_{t+1} ที่เกิดขึ้น ณ หน่วยเวลา t+1 และค่าพยากรณ์ที่มีอยู่เดิม

จากตัวอย่างผลผลิตทางเคมี สมมติว่าเมื่อเวลาผ่านไป 1 หน่วยเวลา ค่า $\tilde{y}_{71} = 58$ ดังนั้นค่าความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์ $e_{70}(1) = 58 - 50.1 = 7.9$ การปรับค่าพยากรณ์ของ $\tilde{y}_{72}$ ที่ได้พยากรณ์ไปแล้วกระทำโดย

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{y}}_{71}(1) &= \hat{\tilde{y}}_{70}(2) + (-0.59)(7.9) \\ &= 49.5 + (-0.59)(7.9) \\ &= 44.8\end{aligned}$$

ค่าพยากรณ์ที่ปรับใหม่สำหรับหน่วยเวลาต่าง ๆ 9 หน่วยเวลาข้างหน้า จากจุดพยากรณ์ $t = 71$ แสดงไว้ในตารางที่ 4

การพยากรณ์และการปรับค่าพยากรณ์สำหรับโมเดล AR (n) ก็สามารถใช้หลักการและกรรมวิธีที่อธิบายมาแล้วสำหรับโมเดล AR(1) เช่นกัน

ถ้าอนุกรมเวลามีโมเดล MA(1) ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

จะสามารถเขียนสมการข้างต้นสำหรับ Y_{t+1} ได้ดังนี้

$$Y_{t+1} = e_{t+1} - \theta_1 e_t$$

ดังนั้น
$$\hat{y}_t(1) = E\left[Y_{t+1} | e_t\right] = E\left[e_{t+1} - \theta_1 e_t | e_t\right]$$

$$= -\theta_1 e_t \qquad (43)$$

ในทำนองเดียวกันสมการสำหรับ Y_{t+2} คือ

$$Y_{t+2} = e_{t+2} - \theta_1 e_{t+1}$$

และ
$$\hat{y}_t(2) = E\left[Y_{t+2} | e_t\right] = E\left[e_{t+2} - \theta_1 e_{t+1} | e_t\right]$$

$$= 0$$

ซึ่งจะสรุปได้ว่า $y_t(\ell) = 0 \; ; \; \ell \geq 2$ (44)

สำหรับโมเดล MA(m) ก็จะสามารถคำนวณค่าพยากรณ์ได้โดยใช้วิธีเดียวกัน

ถ้าอนุกรมเวลามีโมเดลแบบ ARMA (1, 1) ซึ่งเขียนสำหรับ Y_{t+1} ได้ดังนี้

$$Y_{t+1} = \phi_1 Y_t + e_{t+1} - \theta_1 e_t$$

ดังนั้น
$$\hat{y}_t(1) = E\left[Y_{t+1} | y_t, e_t\right]$$
$$= E\left[\phi_1 Y_t + e_{t+1} - \theta_1 e_t | y_t, e_t\right]$$
$$= \phi_1 y_t - \theta_1 e_t \qquad (45)$$

ส่วนการสำหรับ Y_{t+2} คือ

$$Y_{t+2} = \phi_1 Y_{t+1} + e_{t+2} - \theta_1 e_{t+1}$$

ดังนั้น
$$\hat{y}_t(2) = E\left[Y_{t+2} | y_t, e_t\right]$$
$$= E\left[\phi_1 Y_{t+1} + e_{t+2} - \theta_1 e_{t+1} | y_t, e_t\right]$$
$$= \phi_1 \hat{y}_t(1) \qquad (46)$$

โดยทั่วไปค่าพยากรณ์ของโมเดล ARMA (1, 1) ณ จุดพยากรณ์ t สำหรับ ℓ หน่วยเวลาข้างหน้า คำนวณได้จาก

$$\hat{y}_t(\ell) = \phi_1^{\ell-1} \hat{y}_t(1) \quad ; \quad \ell \geq 2 \qquad (47)$$

ส่วน $\hat{y}_t(1) = \phi_1 y_t - \theta_1 e_t$ สำหรับโมเดล ARMA (n,m) ค่าพยากรณ์ ณ จุดพยากรณ์ t สำหรับ ℓ หน่วยเวลาข้างหน้าคำนวณได้จากสมการความสัมพันธ์ต่อเนื่องดังนี้

$$\hat{y}_t(\ell) = \phi_1 \hat{y}_t(\ell-1) + \phi_2 \hat{y}_t(\ell-2) + \ldots + \phi_n \hat{y}_t(1) \quad ; \quad \ell \geq m+1 \qquad (48)$$

ซึ่ง $\hat{y}_t(1), \ldots, \hat{y}_t(\ell-1)$ สามารถคำนวณได้ตามกรรมวิธีข้างต้น

ในกรณีของอนุกรมเวลาที่มีฤดูกาล จะแสดงรายละเอียดของการพยากรณ์ค่าลอการิทึมธรรมชาติของจำนวนผู้โดยสารทางอากาศระหว่างประเทศ ซึ่งมีโมเดลดังอธิบายในตัวอย่างที่ 3 ดังนี้

$$(1 - B)(1 - B^{12})\tilde{Y}_t = (1 - 0.40B)(1 - 0.61B^{12})e_t$$

หรือ

$$\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_{t-1} - \tilde{Y}_{t-12} + \tilde{Y}_{t-13} = e_t - 0.40e_t - 0.61e_{t-12} + 0.24e_{t-13}$$

ซึ่ง $\hat{e}_t$ สามารถคำนวณได้โดยแทนค่าของ $\tilde{Y}_t$, $\tilde{Y}_{t-1}$, $\tilde{Y}_{t-12}$, $\tilde{Y}_{t-13}$, $\hat{e}_{t-1}$, $\hat{e}_{t-12}$, $\hat{e}_{t-13}$ ในสมการย้างต้น เมื่อคำนวณค่าความคาดหมายอย่างมีเงื่อนไข ค่าพยากรณ์ $\tilde{Y}_{t+1}$ ที่จุดพยากรณ์ $t = 103$ คือ

$$\hat{\tilde{Y}}_{t(1)} = \tilde{Y}_t + \tilde{Y}_{t-11} - \tilde{Y}_{t-12} - 0.40\hat{e}_t - 0.61\hat{e}_{t-11} + 0.24\hat{e}_{t-12}$$

ดังนั้น $\hat{\tilde{Y}}_{103}(1) = \tilde{Y}_{103} + \tilde{Y}_{92} - \tilde{Y}_{91} - 0.40\hat{e}_{103} - 0.61\hat{e}_{92} + 0.24\hat{e}_{91}$

$$= 6.146 + 6.004 - 6.023 - 0.41(0.0045) - 0.61(0.0034) + 0.24(-0.0044)$$

$$= 6.126$$

$$\hat{\tilde{Y}}_t(2) = \hat{\tilde{Y}}_t(1) + \tilde{Y}_{t-10} - \tilde{Y}_{t-11} - 0.61\hat{e}_{t-10} + 0.24\hat{e}_{t-11}$$

ดังนั้น $\hat{\tilde{Y}}_{103}(2) = \hat{\tilde{Y}}_{103}(1) + \tilde{Y}_{93} - \tilde{Y}_{92} - 0.61\hat{e}_{93} + 0.24\hat{e}_{92}$

$$= 6.126 + 5.872 - 6.004 - 0.61(-0.0189) + 0.24(-0.0034)$$

$$= 6.005$$

$$\vdots$$

$$\hat{\tilde{Y}}_t(13) = \hat{\tilde{Y}}_t(12) + \hat{\tilde{Y}}_t(1) - \tilde{Y}_t + 0.24\hat{e}_t$$

ดังนั้น $\hat{\tilde{Y}}_{103}(13) = \hat{\tilde{Y}}_{103}(12) + \hat{\tilde{Y}}_{103}(1) - \tilde{Y}_{103} + 0.24\hat{e}_{103}$

$$= 6.279 + 6.126 - 6.146 + 0.24(0.0045)$$

$$= 6.260$$

$$\hat{\tilde{y}}_t(14) = \hat{\tilde{y}}_t(13) + \hat{\tilde{y}}_t(2) - \hat{\tilde{y}}_t(1)$$

$$\hat{y}_{103}(14) = \hat{\tilde{y}}_{103}(13) + \hat{\tilde{y}}_{103}(2) - \hat{\tilde{y}}_{103}(1)$$

$$= 6.260 + 6.005 - 6.126$$

$$= 6.139$$

สำหรับการคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนและค่าความแปรปรวนของการพยากรณ์ ณ จุดพยากรณ์ t = 103 สำหรับหน่วยเวลาต่าง ๆ กระทำได้ดังนี้

$$e_t(1) = \tilde{y}_{t+1} - \hat{\tilde{y}}_t(1) = e_{t+1}$$

$$\sigma^2_{e_t(1)} = \hat{\sigma}^2_e$$

ดังนั้น

$$e_{103}(1) = \tilde{y}_{104} - \hat{\tilde{y}}_{103}(1) = e_{104}$$

และ $$\sigma^2_{e_{103}(1)} = \hat{\sigma}^2_e$$

$$e_t(2) = \tilde{y}_{t+2} - \hat{\tilde{y}}_t(2)$$

$$= \left[\tilde{y}_{t+1} - \hat{\tilde{y}}_t(1)\right] + e_{t+2} - 0.40\, e_{t+1}$$

$$= e_{t+12} + 0.60\, e_{t+1}$$

$$\sigma^2_{e_t(2)} = (1 + 0.60^2)\, \hat{\sigma}^2_e$$

ดังนั้น $e_{103}(2) = \tilde{y}_{105} - \hat{\tilde{y}}_{103}(2)$

$= \tilde{y}_{104} - \hat{\tilde{y}}_{103}(1) + e_{105} - 0.40e_{104}$

$= e_{105} + 0.60e_{104}$

และ $\sigma^2_{e_{103}(2)} = (1 + 0.60^2)\ \hat{\sigma}^2_e$

การคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนและค่าความแปรปรวนที่หน่วยเวลาต่อ ๆ ไป ก็สามารถกระทำโดยใช้กรรมวิธีเดียวกัน แต่ลำการจะซับซ้อนมากขึ้น ค่าพยากรณ์ของค่าลอการิทึมธรรมชาติของจำนวนผู้โดยสารทางอากาศระหว่างประเทศที่เริ่มจากเดือนกรกฎาคม 1957 ล่วงหน้าไป 18 เดือน แสดงไว้ในตารางที่ 5 จะพบว่าค่าพยากรณ์มีลักษณะของฤดูกาลตามรูปแบบของอนุกรมเวลาที่เกิดขึ้นจริง โดยที่มีค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ในช่วงแรกต่ำ ส่วนรูปที่ 10 (รูปในตัวอย่างที่ 3 ของการเลือกโมเดล) แสดงค่าพยากรณ์เริ่มจากหน่วยเวลาเดียวกันล่วงหน้าไป 36 เดือน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5

ค่าพยากรณ์ของค่าลอการิทึมธรรมชาติของจำนวนผู้โดยสารทางอากาศระหว่าง
ประเทศต่อจากเดือนกรกฎาคม ค.ศ. 1957

เดือน	ปี ค.ศ.	หน่วยเวลา นับจากจุดพยากรณ์	(ค่าลอการิทึมธรรมชาติ)		
			จำนวนผู้โดยสาร	ค่าพยากรณ์	ความคลาดเคลื่อน
ส.ค.	1957	1	6.146	6.126	0.020
ก.ย.	"	2	6.001	6.005	-0.004
ต.ค.	"	3	5.849	5.872	-0.023
พ.ย.	"	4	5.720	5.742	-0.022
ธ.ค.	"	5	5.817	5.873	-0.056
ม.ค.	1958	6	5.829	5.901	-0.072
ก.พ.	"	7	5.762	5.868	-0.106
มี.ค.	"	8	5.892	6.025	-0.133
เม.ย.	"	9	5.852	6.006	-0.154
พ.ค.	"	10	5.894	6.018	-0.124
มิ.ย.	"	11	6.075	6.171	-0.096
ก.ค.	"	12	6.196	6.279	-0.083
ส.ค.	"	13	6.225	6.260	-0.035
ก.ย.	"	14	6.001	6.139	-0.138
ต.ค.	"	15	5.883	6.005	-0.122
พ.ย.	"	16	5.737	5.875	-0.138
ธ.ค.	"	17	5.820	6.007	-0.187
ม.ค.	1959	18	5.886	6.034	-0.148

6. บทสรุป

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบ Box-Jenkins เป็นกรรมวิธีที่มีประโยชน์ สามารถนำไปใช้ในการพิจารณาและอธิบายถึงกระบวนการที่ก่อให้เกิดอนุกรมเวลา และใช้ในการพยากรณ์ค่าอนุกรมเวลาได้ดี เพราะการวิเคราะห์สามารถกระทำได้อย่างเป็นขั้นตอน แต่อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบ Box-Jenkins ก็ยังมีข้อจำกัดอยู่หลายประการดังนี้

1) ชุดอนุกรมเวลาที่จะนำมาวิเคราะห์ควรจะมีจำนวนข้อมูลมาก (ประมาณ 50 ค่าหรือมากกว่า) ทั้งนี้เพื่อให้ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณจากอนุกรมเวลาชุดนี้มีค่าถูกต้อง และโมเดลอนุกรมเวลาสามารถอธิบายลักษณะพิเศษของข้อมูลชุดนั้น ๆ ได้ แต่มักพบว่าข้อมูลที่ธุรกิจหรืออุตสาหกรรมต่าง ๆ มีอยู่นั้นไม่มากพอ

2) หลักการของโมเดลอนุกรมเวลาแบบนี้อาจยากต่อการเข้าใจเมื่อเปรียบเทียบกับการวิเคราะห์แบบถดถอย หรือการวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบคลาสสิค ซึ่งมีส่วนการที่แสดงแนวโน้ม (Trend) และฤดูกาล (Seasonal Term) อย่างเด่นชัด กรรมวิธีการทำผลต่างและผลต่างฤดูกาลของการวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบ Box-Jenkins จึงดูยุ่งยากมากกว่า

3) ในกรณีที่อนุกรมเวลามีฟังก์ชั่นสหสัมพันธ์ในตัวเองกับฟังก์ชั่นสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนที่มีลักษณะซับซ้อน การเลือกโมเดลอนุกรมเวลาจำเป็นต้องอาศัยวิจารณญาณประกอบด้วยเพื่อให้ได้โมเดลที่เหมาะสมสำหรับอนุกรมเวลาชุดนั้น ๆ

4) การคำนวณค่าพารามิเตอร์ของโมเดลอนุกรมเวลามีความยุ่งยาก และต้องการเวลาในการคำนวณของคอมพิวเตอร์สูง ทำให้ค่าใช้จ่ายของการนำเอาโมเดลอนุกรมเวลามาใช้งานสูงตามไปด้วย

ดังนั้นการที่จะวิเคราะห์อนุกรมเวลาแบบ Box-Jenkins จะต้องคำนึงถึงข้อจำกัดเหล่านี้ประกอบด้วย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บรรณานุกรม

1. Box, G.E., and G.M. Jenkins, Time Series Analysis : Forecasting and Control, Revised Edition, San Francisco : Holden Day, 1976.

2. Miller, R.B., and D.W. Wichern, Intermediate Business Statistics New York : Holt, Rinehart and Winston, 1977.

3. Nelson, C.R., Applied Time Series Analysis, San Francisco : Holden Day, 1973.

4. Wu, S.M., and S.M. Pandit, Time Series and System Analysis with Applications, New York : John Wiley and Sons, 1983.

5. วิชิต หล่อจีระพุฒิกุล, นิกร วัฒนพนม, สุจินต์ พงษ์ศักดิ์, สมบูรณ์วัลย์ เหมศาสตร์, และ อัจฉราวรรณ์ ปิ่นสุกาญจนะ, เทคนิคการพยากรณ์เชิงสถิติ, โครงการส่งเสริมเอกสารวิชาการ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ 2524.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Chulalinet
3 0021 00092882 0

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย