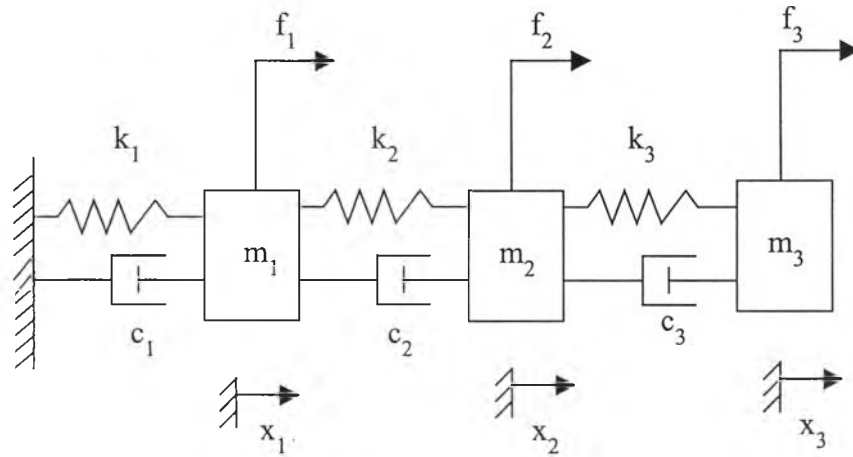




2.1 แบบจำลองกายภาพ และ แบบจำลองไม่ดัด



รูปที่ 2.1 ตัวอย่างระบบการสั่น 3 ระดับขั้นเสรี

จากรูปที่ 2.1 เป็นตัวอย่างของระบบการสั่นที่มี 3 ระดับขั้นเสรี ซึ่งสามารถหาสมการการเคลื่อนที่ของระบบ ได้ด้วยกฎข้อที่สองของนิวตัน หรือใช้สมการของลากรองจ์ (Lagrange's equation) ได้สมการในรูปแบบของเมทริกซ์ (matrix) ดังนี้

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (2.1)$$

โดย  $\{x\} = [x_1, x_2, x_3]^T$       เวกเตอร์การกระจัด (displacement vector)

$\{f\} = [f_1, f_2, f_3]^T$       เวกเตอร์แรง (force vector)

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad \text{เมทริกซ์มวล (mass matrix)}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \text{ เมทริกซ์ความหน่วง (damping matrix)}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \text{ เมทริกซ์ความแข็งสปริง (stiffness matrix)}$$

สมการ (2.1) เป็นสมการที่อยู่ในโคออร์ดิเนตกายภาพ (physical coordinate) คือ  $x_1, x_2, x_3$  หากพิจารณารูปแบบของเมทริกซ์  $[M]$ ,  $[K]$  และ  $[C]$  แล้วจะเห็นได้ว่า แต่ละโคออร์ดิเนตมีความเกี่ยวโยงกัน (couple) ซึ่งยากแก่การหาผลเฉลยของสมการ

การแก้ไขความเกี่ยวโยง สามารถทำได้โดยเปลี่ยนโคออร์ดิเนตจากโคออร์ดิเนตกายภาพ ให้เป็นโคออร์ดิเนตอื่นที่ไม่มีความเกี่ยวโยงกัน ขั้นตอนนี้จะเรียกว่าการวิเคราะห์โหมดัล (modal analysis) และโคออร์ดิเนตใหม่นี้เรียกว่า โคออร์ดิเนตमुखสำคัญ (principal coordinate)

เมทริกซ์  $[C]$  เป็นตัวกำหนดวิธีการที่ใช้ในการวิเคราะห์โหมดัล หาก  $[C]$  มีคุณสมบัติเป็นสัดส่วนโดยตรงกับมวลและความแข็งสปริง นั่นคือ  $[C] = \alpha[M] + \beta[K]$  (ซึ่งโดยทั่วไปจะเป็นข้อสมมติของตัวหน่วงทางโครงสร้าง (structural damping) ) จะสามารถทำการวิเคราะห์โหมดัลโดยการแปลงโคออร์ดิเนต จากสมการ (2.1) ได้ทันที

หากเมทริกซ์  $[C]$  ไม่มีคุณสมบัติดังกล่าวมา (ซึ่งเป็นตัวหน่วงแบบวิสคัลโดยทั่วไป) ก่อนที่ทำการวิเคราะห์โหมดัล จำเป็นจะต้องจัดรูปสมการ (2.1) ให้เหมาะสมเสียก่อน ด้วยวิธีของดันแคน (Duncan) [3] ซึ่งเป็นการแปลงสมการ (2.1) ที่เป็นระบบสมการอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับ 2 ให้กลายเป็นระบบสมการอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับ 1 ที่มีจำนวนสมการ (อันดับของระบบ) เพิ่มขึ้นอีกเท่าตัว ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 3} & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\{x\}} \\ \dot{\{x\}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M] & \underline{0}_{3 \times 3} \\ \underline{0}_{3 \times 3} & [K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\{x\}} \\ \{x\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0}_{3 \times 1} \\ \{f\} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

กำหนดให้

$$\{z\} = \begin{bmatrix} \dot{\{x\}} \\ \{x\} \end{bmatrix}, \quad \{q\} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{f\} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

และ

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} [-M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

จากข้อกำหนด (2.3) และ (2.4) สมการ (2.2) จะมีรูปแบบดังนี้

$$[A]\{z\} + [B]\{z\} = \{q\} \quad (2.5)$$

สมการ (2.5) เป็นสมการที่มีคุณสมบัติในการวิเคราะห์โหมด

วิเคราะห์ผลตอบสนองเสรี (free response)

แทน  $\{q\} = \{0\}$  ลงในสมการ (2.5)

$$[A]\{z\} + [B]\{z\} = \{0\}$$

คูณด้วย  $[A]^{-1}$  ตลอด

$$\{z\} + [A]^{-1}[B]\{z\} = \{0\}$$

สมมติคำตอบ  $\{z(t)\} = \{Z\}e^{\lambda t}$

$$(\lambda I + [A]^{-1}[B])\{Z\} = \{0\} \quad (2.6)$$

สมการ (2.6) เป็นปัญหาค่าเฉพาะ (eigen value problem) สำหรับระบบที่มีการสั่นแบบความหน่วงต่ำกว่าวิกฤต เมื่อแก้ปัญหาค่าเฉพาะแล้วจะได้ค่าเฉพาะ (eigenvalue,  $\lambda$ ) ที่เป็นคู่สังยุคเชิงซ้อน (complex conjugate pair) ซึ่งค่าเฉพาะแต่ละคู่จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= -\xi_1 \omega_{n1} \pm j\sqrt{1-\xi_1^2} \omega_{n1} \\ \lambda_{3,4} &= -\xi_2 \omega_{n2} \pm j\sqrt{1-\xi_2^2} \omega_{n2} \end{aligned}$$

$$\lambda_{5,6} = -\xi_3 \omega_{n3} \pm j\sqrt{1-\xi_3^2} \omega_{n3}$$

โดย  $\omega_{ni}$  คือ ความถี่ธรรมชาติของระบบโหมดที่  $i$

$\xi_i$  คือ อัตราส่วนความหน่วงของระบบโหมดที่  $i$

สำหรับเวกเตอร์เจาะจง (eigenvector,  $\{\Phi\}$ ) ในตัวอย่างนี้มี 6 เวกเตอร์ โดยเวกเตอร์เจาะจงโหมดที่  $i$  จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\{\Phi_i\} = [\Phi_{1i}, \Phi_{2i}, \Phi_{3i}, \Phi_{4i}, \Phi_{5i}, \Phi_{6i}]^T$$

หากนำเวกเตอร์เจาะจงทั้งหมดมาเขียนเรียงกัน จะถูกเรียกว่าโหมดเซพเมทริกซ์ (mode shape matrix,  $[\Phi]$ )

$$[\Phi] = [\{\Phi_1\}, \{\Phi_2\}, \dots, \{\Phi_6\}]$$

สมมติให้  $[\Phi]$  เป็นโหมดเซพเมทริกซ์ที่ถูกนอร์มัลไลซ์ด้วยมวล (mass normalized) ดังนั้น  $[\Phi]$  มีคุณสมบัติตั้งฉาก (orthogonal property) กับเมทริกซ์  $[A]$  และ  $[B]$  ในสมการ (2.5) ดังนี้

$$[\Phi]^T [A] [\Phi] = I \quad (2.7)$$

$$[\Phi]^T [B] [\Phi] = \text{diag}(-\lambda_1, -\lambda_2, \dots, -\lambda_6) \quad (2.8)$$

วิเคราะห์ผลตอบสนองบังคับ (force response)

หาผลตอบสนองบังคับด้วยการวิเคราะห์โหมดดังต่อไปนี้

$$\text{กำหนด} \quad \{z\} = [\Phi] \{\eta\} \quad (2.9)$$

โดย  $\{z\} = [x_1, x_2, x_3, x_1, x_2, x_3]^T$  เป็นโคออร์ดิเนตทางกายภาพ

$\{\eta\} = [\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5, \eta_6]^T$  เป็นโคออร์ดิเนตमुखสำคัญ

จากสมการ (2.5)

$$[A] \{z\} + [B] \{z\} = \{q\}$$

แทนสมการ (2.9) จะได้

$$[A][\Phi] \{\eta\} + [B][\Phi] \{\eta\} = \{q\}$$

คูณด้วย  $[\Phi]^T$  ตลอด

$$[\Phi]^T [A][\Phi]\{\eta\} + [\Phi]^T [B][\Phi]\{\eta\} = [\Phi]^T \{q\}$$

จากคุณสมบัติตั้งฉากในสมการ (2.7) และ (2.8)

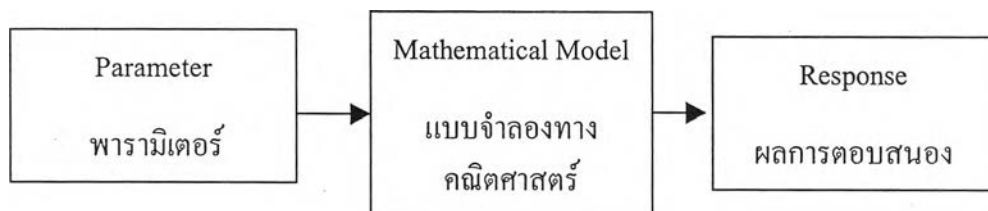
$$\{\eta\} + \text{diag}(-\lambda_1, -\lambda_2, \dots, -\lambda_c) \{\eta\} = [\Phi]^T \{q\} \quad (2.10)$$

สมการ (2.10) ประกอบไปด้วยสมการที่เป็นอิสระต่อกัน 6 สมการ ซึ่งแต่ละสมการเป็นคำตอบของการสั่นใน 1 โหมด และจากสมการ (2.9) คำตอบ  $\{z\}$  ซึ่งเป็นความเร็วและการกระจัดบนโคออร์ดิเนตกายภาพ ก็จะได้จากผลรวมคำตอบบนโคออร์ดิเนตमुखสำคัญ ( $\{\eta\}$ ) ในแต่ละโหมด

พิจารณาสมการ (2.1) เป็นสมการที่อยู่ในโคออร์ดิเนตกายภาพ (physical coordinate) คือ  $x_1, x_2, x_3$  จึงถูกเรียกว่าแบบจำลองกายภาพ (physical model) ซึ่งพารามิเตอร์ต่างๆที่ปรากฏในสมการเป็นพารามิเตอร์กายภาพ (physical parameter) คือ ค่ามวล ( $m$ ) , ค่าความแข็งสปริง ( $k$ ) และค่าความหน่วง ( $c$ )

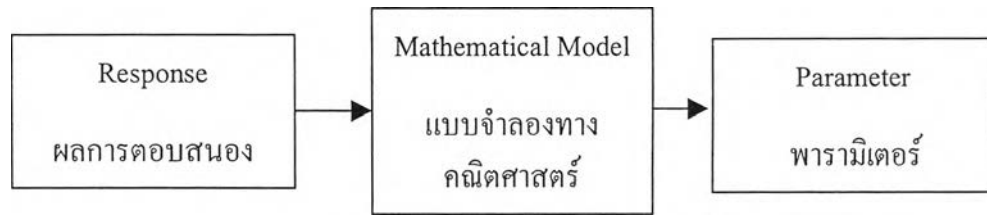
พิจารณาสมการ (2.9) และสมการ (2.10) เป็นสมการที่ต้องใช้คู่กัน ในการหาผลตอบสนองการสั่น ซึ่งถือเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่าแบบจำลองโมดัล (modal model) โดยค่าพารามิเตอร์ที่ปรากฏอยู่ในสมการเป็นพารามิเตอร์โมดัล (modal parameter) ซึ่งประกอบไปด้วยค่าเวกเตอร์เจาะจง ( $\lambda$ ) และเมทริกซ์ของโหมดเซพ ( $[\Phi]$ )

## 2.2 แนวทางการหาแบบจำลองเชิงการทดลอง



รูปที่ 2.2 แผนภาพการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนด้วยทฤษฎีทางตรง

รูปที่ 2.2 เป็นแผนภาพการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนโดยวิธีทางทฤษฎี ทางตรง (forward analysis) เริ่มต้นที่การหาค่าพารามิเตอร์ของระบบ แล้วจึงนำมาสร้างเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นจึงนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ มาวิเคราะห์หาผลการตอบสนอง



รูปที่ 2.3 แผนภาพการวิเคราะห์การล้นสะท้อนเชิงการทดลอง

รูปที่ 2.3 เป็นขั้นตอนการวิเคราะห์เชิงการทดลอง ซึ่งเป็นการทำกลับ (inverse analysis) คือทำการทดลองให้อินพุตกับระบบที่ทำการศึกษา ซึ่งอาจใส่เป็นแรงโดยตรง หรือให้เป็นเงื่อนไขเริ่มต้น แล้วทำการวัดผลตอบสนองที่เกิดขึ้น จากนั้น จึงนำข้อมูลแรงกับผลการตอบสนองที่ได้จากการทดลอง มาวิเคราะห์เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หรือฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) แล้วจึงนำแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้ ย้อนหาค่าพารามิเตอร์ของระบบ

ฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับพารามิเตอร์ของระบบด้วยรูปแบบความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่แน่นอน ดังนั้นหากมีข้อมูลของฟังก์ชันถ่ายโอนจากการทดลอง จึงอาจย้อนกลับมาหาพารามิเตอร์ของระบบ (parameter estimation) ได้ ด้วยระเบียบวิธีการถดถอยแบบกำลังสองน้อยสุด (least-squares regression) ซึ่งมีหลักการคือ กำหนดเทอมความผิดพลาด (error term) แล้วทำการหาค่าพารามิเตอร์ระบบที่ทำให้ค่าผลรวมของกำลังสองของเทอมความผิดพลาดนั้นมีค่าน้อยที่สุด การกำหนดเทอมความผิดพลาดอาจเป็นไปได้ 2 ลักษณะคือ

- 1) ความผิดพลาดระหว่างฟังก์ชันถ่ายโอนที่ได้จากการทดลอง กับ ฟังก์ชันถ่ายโอนที่ประเมินได้
- 2) ความผิดพลาดระหว่างเอาต์พุตที่ได้จริงจากการทดลอง กับเอาต์พุตที่คำนวณได้จากฟังก์ชันถ่ายโอนที่ประเมินขึ้นมา

วิธีการหาพารามิเตอร์ระบบที่ทำให้ผลรวมของกำลังสองของค่าความผิดพลาดมีค่าน้อยที่สุด อาจเป็นการหาคำตอบทางตรง (analytic solution) หรือเป็นการหาคำตอบแบบเชิงตัวเลข (numerical method) ซึ่งวิธีหลังเป็นวิธีที่นิยมมากกว่า เนื่องจากฟังก์ชันถ่ายโอนมักจะมีความสัมพันธ์กับพารามิเตอร์ของระบบในรูปแบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นการใช้ระเบียบวิธีทำซ้ำ (iterative method) เพื่อหาคำตอบเชิงตัวเลข จึงมีความเหมาะสมกว่าการหาคำตอบทางตรง เว้นแต่มีการทำปรับรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนให้มีความเป็นเชิงเส้น (linearization) จึงจะสามารถหาคำตอบทางตรงได้ง่าย [4]

ข้อเสียของการใช้ระเบียบวิธีทำซ้ำ เพื่อหาคำตอบเชิงตัวเลข คือจำเป็นต้องกำหนดค่าเริ่มต้นให้กับพารามิเตอร์ที่ต้องการจะหา ซึ่งหากค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์เหล่านี้ไม่เหมาะสม อาจจะทำให้

การทำซ้ำ ลู่ออก หรืออาจจะได้รับค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ค่อยมีความถูกต้อง ดังนั้นในทางปฏิบัติ จึงจำเป็นต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพารามิเตอร์ของระบบอยู่บ้าง

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจเป็นไปได้ใน 2 รูปแบบ คือ แบบจำลองกายภาพ หรือแบบจำลองโมดัล ดังนั้นการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบ จึงอาจจะหาพารามิเตอร์กายภาพ หรือหาพารามิเตอร์โมดัลก็ได้ ซึ่งหัวข้อ 2.3 และ 2.4 จะเป็นแนวทางการหาพารามิเตอร์โมดัล และพารามิเตอร์กายภาพ ตามลำดับ

### 2.3 แนวทางการหาพารามิเตอร์โมดัล

วิธีการหาพารามิเตอร์โมดัล จำเป็นต้องอิงกับฟังก์ชันถ่ายโอนในโดเมนของความถี่ ดังนั้นจึงต้องจัดรูปสมการแบบจำลองโมดัล ให้อยู่ในโดเมนความถี่เสียก่อน

จากสมการ (2.10)

$$\dot{\{\eta\}} + \text{diag}(-\lambda_1, -\lambda_2, \dots, -\lambda_6) \{\eta\} = [\Phi]^T \{q\}$$

หาผลตอบสนองเชิงความถี่ (frequency response)

$$\text{กำหนด } \{q\} = \{F\} e^{j\omega t} \quad (2.11)$$

$$\text{สมมติผลเฉลย } \{\eta\} = \{\eta\} e^{j\omega t} \quad (2.12)$$

$$\{z\} = \{X\} e^{j\omega t} \quad (2.13)$$

แทน (2.11) และ (2.12) ลงในสมการ (2.10)

$$j\omega \{\eta\} + \text{diag}(-\lambda_1, -\lambda_2, \dots, -\lambda_6) \{\eta\} = [\Phi]^T \{F\}$$

$$\text{diag}(j\omega - \lambda_1, j\omega - \lambda_2, \dots, j\omega - \lambda_6) \{\eta\} = [\Phi]^T \{F\} \quad (2.14)$$

สมการ (2.14) ประกอบด้วย 6 สมการ (ในแต่ละโหมด) ที่เป็นอิสระต่อกัน

แยกมอง 1 สมการสำหรับ โหมดที่  $r$  จะได้

$$\eta_r = \frac{\{\Phi_r\}^T \{F\}}{j\omega - \lambda_r} \quad (2.15)$$

จากสมการ (2.9)

$$\{z\} = [\Phi]\{\eta\}$$

แทน (2.12) และ (2.13) ลงในสมการ (2.9)

$$\begin{aligned} \{X\}e^{j\omega t} &= [\Phi]\{\eta\}e^{j\omega t} \\ \{X\} &= [\Phi]\{\eta\} \end{aligned} \quad (2.16)$$

เปลี่ยนสมการ (2.10) ให้อยู่ในรูปผลรวมแต่ละโหมด

$$\{X\} = \sum_{r=1}^6 \eta_r \{\Phi_r\} \quad (2.17)$$

แทนสมการ (2.15) ลงในสมการ (2.17)

$$\{X\} = \sum_{r=1}^6 \frac{\{\Phi_r\}^T \{F\} \{\Phi_r\}}{j\omega - \lambda_r} \quad (2.18)$$

สมการ (2.18) เป็นสมการผลตอบสนองเชิงความถี่ ซึ่งอธิบายความหมายได้ว่า ผลตอบสนอง  $X$  ตัวหนึ่งๆ จะเป็นผลรวมของผลตอบสนองของแรงทุกแรงที่มากระทำ และภายในผลตอบสนองของแรงแต่ละแรง ก็ยังเป็นผลรวมของคำตอบในแต่ละโหมด

พิจารณารูปที่ 2.1 ผลตอบสนองการสั่น (output) มีทั้งสิ้น 3 ตำแหน่ง สำหรับแรงที่กระทำกับระบบ (input) ก็เป็นไปได้อีก 3 ตำแหน่ง ในการวิเคราะห์หาฟังก์ชันถ่ายโอน จะพิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนเพียงทีละชุด กล่าวคือจากสมการ (2.18) หากสนใจเอาที่พิกัดที่เกิดขึ้นที่ตำแหน่ง  $o$  เนื่องจากอินพุตกระทำที่ตำแหน่ง  $i$  จะมีฟังก์ชันถ่ายโอนเป็น

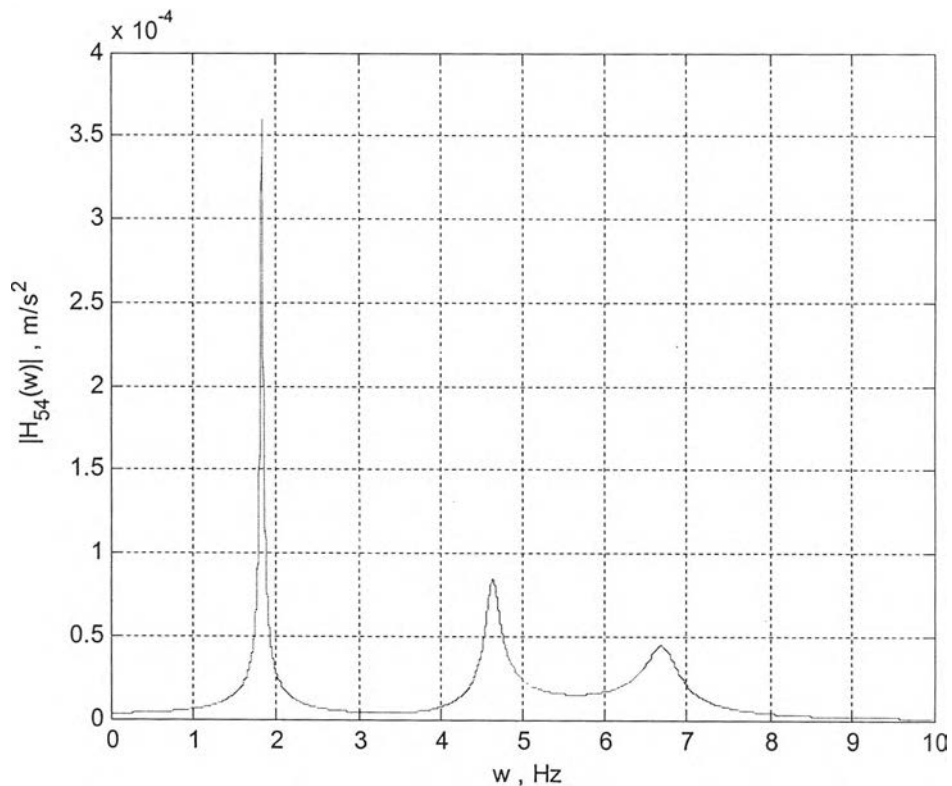
$$H_{io}(\omega) = \frac{X_o}{F_i} = \sum_{r=1}^6 \frac{\Phi_{ir} \Phi_{or}}{j\omega - \lambda_r} \quad (2.19)$$

ยกตัวอย่างเช่น หากต้องการฟังก์ชันถ่ายโอน โดยสนใจการเคลื่อนที่ของมวล  $m_1$  ที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากแรงที่กระทำที่มวล  $m_2$  เมื่อเทียบรูปแบบกับสมการ (2.3) พบว่าเป็น  $z$  ตัวที่ 4 และเป็น  $q$  ตัวที่ 5 นั่นคือ  $o = 4$ ,  $i = 5$  ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนจะเป็น



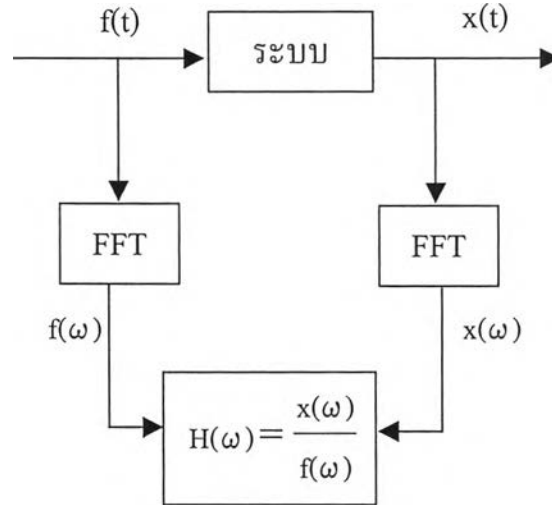
$$\begin{aligned}
 H_{54}(\omega) &= \sum_{r=1}^6 \frac{\Phi_{5r} \Phi_{4r}}{j\omega - \lambda_r} \\
 &= \frac{\Phi_{51} \Phi_{41}}{j\omega - \lambda_1} + \frac{\Phi_{52} \Phi_{42}}{j\omega - \lambda_2} + \frac{\Phi_{53} \Phi_{43}}{j\omega - \lambda_3} + \frac{\Phi_{54} \Phi_{44}}{j\omega - \lambda_4} + \frac{\Phi_{55} \Phi_{45}}{j\omega - \lambda_5} + \frac{\Phi_{56} \Phi_{46}}{j\omega - \lambda_6}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

รูปที่ 2.4 เป็นตัวอย่างกราฟขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอน,  $|H_{54}(\omega)|$  ที่ความถี่ต่างๆกัน ซึ่งได้มาจากการสมมติค่าพารามิเตอร์กายภาพขึ้นมามีดังนี้คือ  $m_1 = 120 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 100 \text{ kg}$ ,  $m_3 = 80 \text{ kg}$ ,  $k_1 = 80 \text{ kN/m}$ ,  $k_2 = 60 \text{ kN/m}$ ,  $k_3 = 50 \text{ kN/m}$ ,  $c_1 = 100 \text{ N-s/m}$ ,  $c_2 = 80 \text{ N-s/m}$  และ  $c_3 = 60 \text{ N-s/m}$  ซึ่งค่าพารามิเตอร์กายภาพเหล่านี้ สามารถนำมาคำนวณหาค่าพารามิเตอร์โมดัลได้จากการแก้ปัญหาค่าเจาะจงในสมการที่ (2.6) (รายละเอียดการคำนวณแสดงไว้ในภาคผนวก ง) จากนั้นจึงนำค่าพารามิเตอร์โมดัลที่คำนวณได้ แทนในสมการ (2.20) เพื่อให้ได้  $H_{54}(\omega)$  ที่เป็นฟังก์ชันของความถี่เพียงอย่างเดียว



รูปที่ 2.4 กราฟขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอน,  $|H_{54}(\omega)|$  ด้วยการสมมติค่าพารามิเตอร์กายภาพแล้ว  
คำนวณหาฟังก์ชันถ่ายโอนทางทฤษฎี

ในทางปฏิบัติ  $H_{54}(\omega)$  จะหาได้จากการทดลองใส่แรงกระตุ้นระบบ ที่มีมวล  $m_2$  (โดยทั่วไปนิยมใช้แรงกระแทกอิมพัลส์ เพราะทำการทดลองแค่เพียง 1 ครั้ง จะได้ผลตอบสนองในหลายความถี่พร้อมๆกัน) และทำการวัดการเคลื่อนที่ของมวล  $m_1$  จากนั้นจึงใช้การแปลงฟูริเยร์แบบไม่ต่อเนื่อง (discrete Fourier transform) ทำการแปลงสัญญาณ แรง และสัญญาณการตอบสนองให้อยู่ในโดเมนของความถี่ และจึงนำสัญญาณทั้งสองที่ตำแหน่งความถี่ต่างๆมาหารกัน (ดังแสดงในรูป 2.5) ก็จะได้รับ  $H_{54}(\omega)$  ออกมาในรูปของข้อมูลเชิงซ้อน ที่ความถี่ต่างๆกัน



รูปที่ 2.5 แผนภาพการคำนวณหาฟังก์ชันถ่ายโอน  $H(\omega)$  ด้วยวิธีการทดลอง

ต่อไปจะกล่าวถึงแนวทางการหาค่าพารามิเตอร์โมดัล  $\omega_n, \xi, [K]$  โดยเริ่มต้นที่กำหนดให้  $G_{54}(\omega)$  เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนที่ได้จากการทดลอง ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงซ้อนที่ความถี่ต่างๆกัน และกำหนดให้  $H_{54}(\omega)$  เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนทางทฤษฎีซึ่งสมมติว่ายังไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ใดๆเลย

สมมติให้ มีข้อมูล  $G_{54}(\omega)$  ที่ตำแหน่งความถี่ต่างๆกัน  $M$  ตัว นั่นคือ

$\omega_k$  คือความถี่ที่ตำแหน่งที่  $k$  โดย  $k = 1, 2, \dots, M$

$G(\omega_k)$  คือฟังก์ชันตอบสนองความถี่ตำแหน่งที่  $k$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า  $G(\omega)$  เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับความถี่  $\omega$  อย่างเดียวเท่านั้น

ขณะที่  $H_{54}(\omega)$  เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนทางทฤษฎี ซึ่งยังไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ใดๆ และมีโครงสร้างตามสมการ (2.20) ดังนั้น  $H_{54}(\omega)$  จึงเป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์โมดัลต่างๆด้วย ซึ่ง

ในที่นี้กำหนดให้  $\gamma$  เป็นตัวแปรแทนค่าพารามิเตอร์โมดัลทุกๆตัว ที่ยังไม่ทราบค่า โดยสมมติให้มีทั้งหมด  $N$  ตัว จะได้

$$H(\omega) = H(\omega, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N)$$

ดังนั้น ค่าความผิดพลาดของฟังก์ชันถ่ายโอน ที่ตำแหน่งความถี่  $\omega_k$  หาได้จาก

$$E_k(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N) = G(\omega_k) - H(\omega_k, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N) \quad (2.21)$$

จากสมการ (2.21) จะเห็นได้ว่าค่าความผิดพลาดที่ตำแหน่งที่  $k$  จะมีค่าขึ้นอยู่กับ  $\gamma$  หากทำการหาค่าผลรวมของกำลังสองของความผิดพลาดในทุกๆตำแหน่งของความถี่ จะได้

$$E_{\text{total}} = \sum_{k=1}^M |E_k(\gamma)|^2 = \sum_{k=1}^M E_k(\gamma) E_k^*(\gamma) \quad (2.22)$$

ดิฟเฟอเรนเชียล (differentiate)  $E_{\text{total}}$  เทียบกับ  $\gamma$  ทีละตัว แล้วจับเท่ากับ 0

$$\frac{\partial E_{\text{total}}}{\partial \gamma_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.23)$$

สมการ (2.23) มีทั้งสิ้น  $N$  สมการ ที่ใช้หาค่าพารามิเตอร์โมดัลทั้งหมด  $N$  ตัว โดยทั่วไปแล้วสมการนี้จะไม่มีความเป็นเชิงเส้น จึงนิยมหาคำตอบเชิงตัวเลขด้วยกระบวนการวนวิธีการทำซ้ำ เว้นแต่จะมีการทำให้เป็นเชิงเส้นเสียก่อน

ในทางปฏิบัติ ค่า  $\omega_k$ ,  $\xi$  ของทุกโหมด อาจหาได้จาก ฟังก์ชันถ่ายโอนอันใดอันหนึ่ง เพียงอันเดียว หากต้องการได้แบบจำลองโมดัลที่สมบูรณ์ คือได้โหมดเซพ [๕] ครบถ้วนทุกตัว จำเป็นที่จะต้องทดลองใส่แรงและวัดผลการตอบสนองในหลายๆตำแหน่ง เพื่อให้ได้รับฟังก์ชันถ่ายโอนที่มากพอที่จะใช้ในการวิเคราะห์

สำหรับรายละเอียดต่างๆ ในหัวข้อนี้ อยู่ในเอกสารอ้างอิงหมายเลข [4], [5], [6]

#### 2.4 แนวทางการหาพารามิเตอร์กายภาพ

หัวข้อนี้เป็นทฤษฎีพื้นฐานในการหาค่าพารามิเตอร์กายภาพจากการทดลอง โดยค่าพารามิเตอร์กายภาพที่ได้ สามารถนำมาวิเคราะห์ทฤษฎีทางตรง เพื่อหาพารามิเตอร์โมดัลได้

รูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมกับการหาค่าพารามิเตอร์ทางกายภาพ คือแบบจำลองปริภูมิเสตทแบบต่อเนื่อง (continuous state space model) เนื่องจากพารามิเตอร์ทุกตัวที่ปรากฏอยู่ในแบบจำลองชนิดนี้ เป็นพารามิเตอร์กายภาพ [7]

สำหรับระบบที่เป็นเชิงเส้น , พารามิเตอร์ของระบบไม่ขึ้นกับเวลา (linear time invariant system) และไม่มีสัญญาณรบกวน (disturbance) แบบจำลองปริภูมิเสตท จะมีรูปแบบดังนี้คือ

$$\dot{\{x\}} = A\{x\} + B\{u\} \quad (2.24)$$

$$\{y\} = C\{x\} + D\{u\} \quad (2.25)$$

- โดย
- $\{x\}$  = ตัวแปรเสตท (state variable) ( n x 1 )
  - $\{u\}$  = สัญญาณอินพุท (input signal) ( r x 1 )
  - $\{y\}$  = สัญญาณเอาต์พุท (output signal) ( m x 1 )
  - A = เมทริกซ์ระบบ (system matrix) ( n x n )
  - B = เมทริกซ์สัญญาณอินพุท (input matrix) ( n x r )
  - C = เมทริกซ์สัญญาณเอาต์พุท (output matrix) ( m x n )
  - D = เมทริกซ์สัญญาณป้อนไปข้างหน้า (feedforward matrix) ( m x r )
  - n = อันดับของระบบ (system order)
  - m = จำนวนสัญญาณเอาต์พุท
  - r = จำนวนสัญญาณอินพุท

ต่อไป เป็นตัวอย่างในการจัดรูปแบบพรรณนาปริภูมิเสตท (state space description) ของระบบ ดังรูปที่ 2.1 โดยเริ่มต้นจากสมการ (2.1)

$$[M]\{x\} + [C]\{x\} + [K]\{x\} = \{f\}$$

คูณตลอดด้วย  $[M]^{-1}$

$$\{x\} + [M]^{-1}[C]\{x\} + [M]^{-1}[K]\{x\} = [M]^{-1}\{f\}$$

$$\{x\} = -[M]^{-1}[C]\{x\} - [M]^{-1}[K]\{x\} + [M]^{-1}\{f\} \quad (2.26)$$

สมการ (2.26) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองที่มี 3 สมการ สามารถขยายให้เป็นสมการ 6 สมการ ได้ โดยมีรูปแบบดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{C}] & -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}] \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{M}]^{-1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \{\mathbf{f}\} \quad (2.27)$$

กำหนดตัวแปรเสตท  $\{\mathcal{X}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix}$

และให้อินพุท  $\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{f}\}$

สมการ (2.26) กลายเป็น

$$\dot{\{\mathcal{X}\}} = \begin{bmatrix} -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{C}] & -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}] \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \{\mathcal{X}\} + \begin{bmatrix} [\mathbf{M}]^{-1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \{\mathbf{u}\} \quad (2.28)$$

นำสมการ (2.28) เทียบรูปแบบกับสมการปริภูมิเสตท (2.24) จะได้

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{C}] & -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}] \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} [\mathbf{M}]^{-1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

หาก เอาท์พุทที่สนใจคือ  $\{\mathbf{x}\}$  ( การกระจัดของมวลทั้ง 3 ตัว ) จะได้

$$\{\mathbf{y}\} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix} \quad (2.30)$$

นำสมการ (2.30) เทียบรูปแบบกับสมการ (2.25) จะได้

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad (2.31)$$

เมื่อได้เมทริกซ์ A,B,C,D ครบถ้วน ขั้นตอนต่อไปจะทำการวิเคราะห์หาฟังก์ชันถ่ายโอน สำหรับแบบจำลองปริภูมิเวกเตอร์

$$\text{จากสมการ (2.24)} \quad \{x\} = A\{x\} + B\{u\}$$

ทำการแปลงลาปลาซ (laplace transformation)

$$\begin{aligned} S\{X(S)\} - \{x(0)\} &= A\{X(S)\} + B\{U(S)\} \\ [SI - A]\{X(S)\} &= B\{U(S)\} + \{x(0)\} \\ \{X(S)\} &= [SI - A]^{-1}B\{U(S)\} + [SI - A]^{-1}\{x(0)\} \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\text{จากสมการ (2.25)} \quad \{y\} = C\{x\}$$

$$\text{ทำการแปลงลาปลาซ} \quad \{Y(S)\} = C\{x(S)\} \quad (2.33)$$

แทน (2.33) ลงใน (2.32) ได้

$$\{Y(S)\} = C[SI - A]^{-1}B\{U(S)\} + C[SI - A]^{-1}\{x(0)\} \quad (2.34)$$

สมการ (2.34) สามารถอธิบายความหมายได้ว่า ผลตอบสนอง  $y$  จะเป็นผลรวมของผลตอบสนองเนื่องจาก 2 อินพุต คือ แรงกระทำโดยตรง และ เงื่อนไขเริ่มต้น

ดังจะได้กล่าวต่อไปว่าการทดลองในวิทยานิพนธ์นี้ ใช้ อินพุตเป็น เงื่อนไขเริ่มต้น โดยไม่มีแรงภายนอกกระทำ นั่นคือ  $\{U(S)\} = \{0\}$  สมการ (2.34) จึงลดรูปเป็น

$$\{Y(S)\} = C[SI - A]^{-1}\{x(0)\} \quad (2.35)$$

กำหนด  $[H(S)] = C[SI - A]^{-1}$  เป็นเมทริกซ์ชุดฟังก์ชันถ่ายโอน จะได้

$$\{Y(S)\} = [H(S)]\{x(0)\} \quad (2.36)$$

$$\{y(t)\} = L^{-1}\{Y(S)\} \quad (2.37)$$

ตัวอย่างการหาพารามิเตอร์กายภาพจากระบบรูปที่ 2.1 สามารถทำได้โดยทดลองจัดตำแหน่งเริ่มต้นให้แก่มวลทั้ง 3 ก้อน ซึ่งถือเป็นการใส่ค่าเงื่อนไขเริ่มต้น  $\{x(0)\}$  ให้กับระบบ จากนั้นจึงปล่อยให้ระบบสั่นอย่างอิสระและวัดค่าเอาต์พุตที่สนใจให้ครบทั้งหมดทุกตัว (ตัวอย่างนี้เอาท์พุต

ที่สนใจมีทั้งสิ้น 3 ตัว คือการกระจัดของมวลทั้ง 3 ก้อน ) โดยเอาที่พิกัดที่วัดได้ ถูกเก็บอยู่ในรูปของข้อมูลไม่ต่อเนื่อง ณ เวลาต่างๆกัน

กำหนด  $y_i(t_k)$  เป็นข้อมูลเอาท์พุทตัวที่  $i$  ที่ได้จากการทดลอง ณ เวลาที่  $t_k$

เมื่อ  $i = 1, 2, 3$  และ  $k = 1, 2, 3, \dots, N$

$y_i(t_k)$  เป็นเอาท์พุทตัวที่  $i$  ที่คำนวณได้จากฟังก์ชันถ่ายโอนสมการ (2.36)

และ (2.37) ณ เวลาที่  $t_k$  เมื่อ  $i = 1, 2, 3$  และ  $k = 1, 2, 3, \dots, N$

กำหนด เทอมผลรวมกำลังสองของความผิดพลาดของเอาท์พุทตัวที่  $i$

$$E_i = \sum_{k=1}^N [y_i(t_k) - \hat{y}_i(t_k)]^2 \quad (2.38)$$

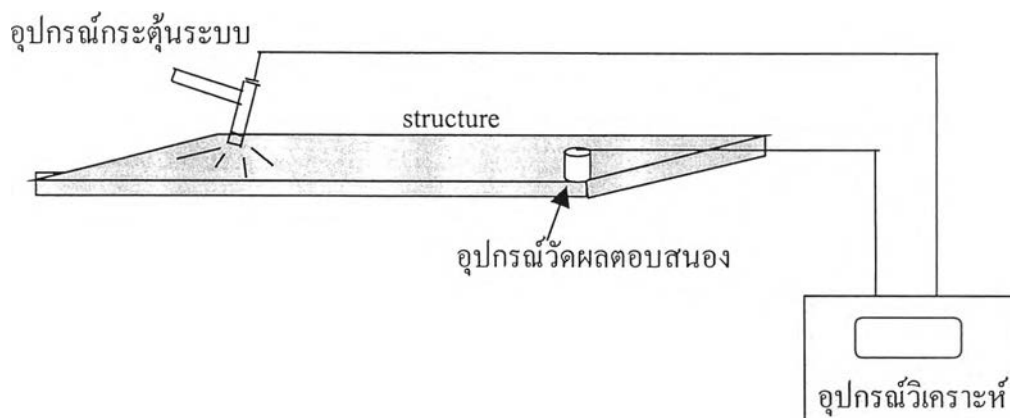
ดังนั้น เทอมความผิดพลาดทั้งหมดที่เกิดขึ้นกับเอาท์พุททั้ง 3 ตัวคือ

$$E_{\text{total}} = \sum_{i=1}^3 E_i \quad (2.39)$$

การหาพารามิเตอร์กายภาพสามารถทำได้ด้วยระเบียบวิธีการทำซ้ำ โดยเริ่มต้นที่กำหนดค่าเริ่มต้นของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ จากนั้นจึงทำการปรับค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ค่าความผิดพลาดรวม ( $E_{\text{total}}$ ) มีค่าต่ำสุด

รายละเอียดเกี่ยวกับหัวข้อนี้ อ่านได้จากเอกสารอ้างอิงหมายเลข [7]

## 2.5 อุปกรณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์เชิงทดลอง



รูปที่ 2.6 ภาพรวมของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากรูปที่ 2.6 แสดงภาพรวมของการทดลองหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เริ่มต้นที่กระตุ้นระบบให้เกิดการสั่น และทำการวัดผลการตอบสนอง จากนั้นจึงนำสัญญาณที่วัดได้ มาวิเคราะห์เพื่อหาฟังก์ชันถ่ายโอน และหาค่าพารามิเตอร์ต่อไป

อุปกรณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์เชิงการทดลอง มี 3 อุปกรณ์หลัก ดังนี้

1) อุปกรณ์กระตุ้นระบบที่นิยมใช้ 2 ชนิดคือ

1.1) เครื่องเขย่า (shaker) อุปกรณ์นี้ ประกอบด้วยส่วนกำเนิดสัญญาณ (signal generator) กับมอเตอร์ไฟฟ้า (electrical motor) สามารถให้สัญญาณกระตุ้นระบบได้หลายแบบตามต้องการ เช่นสัญญาณการกระตุ้นแบบคลื่นรูปไซน์ (sinusoidal excitation) หรือการกระตุ้นแบบสุ่ม (random excitation) ข้อดีของอุปกรณ์กระตุ้นแบบนี้คือ สามารถกระตุ้นระบบได้ในพลังงานที่สูง และสามารถควบคุมขนาดของแรงให้มากหรือน้อยตามต้องการได้ แต่ข้อเสียคือต้องมีการยึดติดอุปกรณ์เขย่าเข้ากับโครงสร้างที่จะทดสอบด้วย จึงต้องระวังผลกระทบจากมวลของอุปกรณ์ด้วย

1.2) ค้อนกระทบ (impact hammer) มีลักษณะเป็นค้อนที่มีตัวเปลี่ยนสัญญาณแรงให้เป็นสัญญาณทางไฟฟ้า โดยการเคาะจะทำให้เกิดสัญญาณแรงที่มีลักษณะใกล้เคียงกับแรงดล (impulse force) โดยทั่วไปขนาดของการกระทบ ขึ้นกับมวลของหัวค้อนและความเร็วในการเคลื่อนที่ การกระตุ้นแบบนี้จะไม่มีผลกระทบในเรื่องของ mass loading เพราะไม่ได้มีการยึดติดอุปกรณ์เข้ากับโครงสร้าง แต่มีข้อเสียคือ ควบคุมและปรับแต่งแรงการกระตุ้นได้ยาก และอาจให้พลังงานไม่เพียงพอในช่วงความถี่ที่ต้องการ

อย่างไรก็ตาม การกระตุ้นระบบ อาจใช้เงื่อนไขเริ่มต้นเป็นอินพุตเข้าสู่ระบบ ซึ่งทำให้ไม่จำเป็นต้องใช้อุปกรณ์กระตุ้นระบบใดๆ

2) อุปกรณ์วัดผลการตอบสนอง

จะทำหน้าที่เปลี่ยนผลการตอบสนองของระบบ เช่น ระยะเวลา , ความเร็ว หรือ ความเร่ง ให้อยู่ในรูปของสัญญาณทางไฟฟ้า ตัวอย่างอุปกรณ์ เช่น

2.1) อุปกรณ์วัดความเร่งแบบพิโซอิเล็กทริก (piezoelectric type) อุปกรณ์วัดความเร่งชนิดนี้จะใช้สารพิโซอิเล็กทริก ซึ่งเมื่อถูกกด สารชนิดนี้จะคายประจุออกมา ซึ่งสามารถตรวจสอบแรงดันไฟฟ้าที่เกิดขึ้นได้ โดยเป็นสัดส่วนกับค่าความเร่ง



2.2) อุปกรณ์วัดความแรงแบบสเตรนเกจ (strain gauge type) อุปกรณ์วัดความแรงชนิดนี้ เหมาะที่จะใช้กับระบบพลศาสตร์ที่มีความถี่ต่ำๆ เมื่อสเตรนเกจมีการยืดหดตัวจะทำให้ความต้านทานเปลี่ยนไป ดังนั้นค่าที่วัดได้ออกมาคือค่าแรงดันไฟฟ้าตกคร่อม สเตรนเกจ ที่เป็นสัดส่วนกับค่าความแรงที่เกิดขึ้น

2.3) อุปกรณ์วัดระยะทาง LVDT (linear variable differential transformer) เป็นอุปกรณ์วัดระยะทางโดยอาศัยหลักการของหม้อแปลง ภายในตัวอุปกรณ์จะมีขดลวดปฐมภูมิ 1 ขด และขดลวดทุติยภูมิ 2 ขด และมีแกนเหล็ก ซึ่งเคลื่อนที่อยู่ภายในตรงกลาง โดยค่าที่วัดได้คือแรงดันไฟฟ้าซึ่งจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะทางที่แกนเหล็กตรงกลางเคลื่อนที่ได้

### 3) อุปกรณ์วิเคราะห์สัญญาณ

เมื่อทำการวัดสัญญาณแรง หรือสัญญาณการตอบสนองของระบบเรียบร้อยแล้ว สัญญาณดังกล่าว จะถูกนำมาวิเคราะห์ผล ด้วยเครื่องวิเคราะห์สัญญาณ ซึ่งอาจเป็นเครื่องวิเคราะห์สัญญาณเชิงความถี่ (FFT Analyzer) และหลังจากนั้น เครื่องมือก็จะคำนวณผล เพื่อให้ได้มาซึ่ง พังก์ชันถ่ายโอนและค่าพารามิเตอร์ของระบบ

ในส่วนของ การนำสัญญาณที่ได้มาวิเคราะห์ผล สามารถใช้เครื่องคอมพิวเตอร์แทนได้ กล่าวคือ นำสัญญาณที่วัดได้ ผ่านการแปลงสัญญาณ (A/D card) เปลี่ยนสัญญาณ อนุาล็อก (analog) เป็นสัญญาณดิจิทัล (digital) เพื่อนำเข้าสู่เครื่องคอมพิวเตอร์ หลังจากนั้นจึงนำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณผลด้วยการเขียนโปรแกรมภาษาในคอมพิวเตอร์

## 2.6 สรุปวิธีและอุปกรณ์ที่เลือกใช้ในวิทยานิพนธ์

การกระตุ้นระบบจะกระทำโดยให้เงื่อนไขเริ่มต้น (initial condition) เนื่องจากข้อจำกัดในด้านอุปกรณ์การกระตุ้นระบบ กล่าวคือ ระบบที่ทำการศึกษา เป็นระบบแขวนของรถยนต์ ซึ่งจำเป็นต้องได้รับแรงกระตุ้นที่มากพอจากอุปกรณ์กระตุ้นขนาดใหญ่ จึงจะเห็นการสั่นโดยรวมของระบบแขวนทั้งระบบได้ แต่การให้เงื่อนไขเริ่มต้น สามารถกระตุ้นให้เกิดการสั่นทั้งระบบได้โดยไม่ต้องใช้อุปกรณ์ช่วย โดยจะให้ผู้ทดลองกดที่ตำแหน่งหนึ่งตำแหน่งใดของรถ แล้วปล่อย เพื่อให้รถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระ

จากที่เลือกใช้เงื่อนไขเริ่มต้นเป็นอินพุทให้กับระบบ จึงเลือกการหาแบบจำลองคณิตศาสตร์โดยอิงวิธีการหาพารามิเตอร์กายภาพ เนื่องจากวิธีนี้สามารถประยุกต์ใช้ได้กับฟังก์ชันถ่ายโอนที่เป็น

ผลเนื่องจากเงื่อนไขเริ่มต้น (โดยไม่มีแรงภายนอกกระทำ) อีกเหตุผลหนึ่งคือ หากหาพารามิเตอร์ ภายภาพได้ ก็สามารถนำไปคำนวณหาพารามิเตอร์โมดัลได้จากการทำคำนวณทางทฤษฎี

ในส่วนของอุปกรณ์วัดผลตอบสนองเลือกใช้อุปกรณ์วัด LVDT เนื่องจากข้อจำกัดด้าน จำนวนอุปกรณ์ ซึ่งจำเป็นต้องวัดผลตอบสนองหลายจุดวัดพร้อมๆกัน และอีกเหตุผลหนึ่งที่เลือกใช้อุปกรณ์ LVDT คือเป็นการวัดการกระจัดโดยตรง ซึ่งรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนที่ใช้งาน ก็เป็นผลหารระหว่าง อินพุต กับเอาต์พุต ที่เป็นการกระจัด

ในส่วนของอุปกรณ์วิเคราะห์ผล จะใช้การ์ดแปลงสัญญาณ (A/D card) เปลี่ยนสัญญาณอนาล็อก (analog) ให้กลายเป็นสัญญาณดิจิทัล (digital) เพื่อนำเข้าสู่เครื่องคอมพิวเตอร์ และใช้โปรแกรมประยุกต์แมทแล็บ เวอร์ชัน 6.1 (Matlab Version 6.1) เป็นโปรแกรมช่วยในการประมวลผลสัญญาณ และใช้ system identification toolbox ในโปรแกรมแมทแล็บช่วยในการคำนวณหาพารามิเตอร์ระบบ (โปรแกรมนี้จะอิงแบบจำลองในรูปแบบจำลองปริภูมิเสถท) โปรแกรมจะค้นหาพารามิเตอร์ระบบที่ทำให้ผลรวมของกำลังสองของความผิดพลาดมีค่าน้อยที่สุดด้วยกระบวนการทำซ้ำแบบเกาส์-นิวตัน คือเริ่มต้นที่กำหนดค่าเริ่มต้นของค่าพารามิเตอร์ต่างๆให้เหมาะสม จากนั้นโปรแกรมจะทำซ้ำ เพื่อค้นหาค่าพารามิเตอร์ที่ดีขึ้นในทุกๆครั้งของการทำซ้ำ และจะหยุดการทำซ้ำเมื่อไม่สามารถทำให้ค่าความผิดพลาดน้อยลงไปได้อีก [7]