รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ธนากร ธนาราม. การควบคุมอุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์พอลิเมอร์แบบเซมิแบตซ์โดยใช้ตัวควบคุมจีเอ็มซี, วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเคมี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2541.

ธราธร มงคลศรี. เอกสารประกอบคำสอนวิชา 165-374 วิธีการทางคณิตศาสตร์สำหรับวิศวกรรมเคมี. กรุงเทพฯ : คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540.

นันทนา ศิริพันธ์. การควบคุมแบบโกลบอลลีลิเนียร์ไรซิ่งสำหรับควบคุมพีเอชของกระบวนการบำบัดน้ำเสีย, วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเคมี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2543.

นุศรา บุญประเสริฐ. การประยุกต์ตัวควบคุมแบบเจนเนริกโมเดลสำหรับเครื่องปฏิกรณ์การเกิดโพลิไวนิลคลอไรด์, วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเคมี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

ไพศาล กิตติศุภกร. เอกสารประกอบคำสอนวิชา 2105-619 การควบคุมกระบวนการอัตโนมัติขั้นสูง. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

วีรยุทธ เลิศบำรุงสุข. การออกแบบและพัฒนาซอฟต์แวร์ขั้นตอนวิธีตัวกรองคาลมานสำหรับกระบวนการเคมี. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเคมี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2543.

วีรยุทธ เลิศบำรุงสุข. แบบจำลองค่าความร้อนที่เกิดจากปฏิกิริยาเคมีสำหรับเครื่องปฏิกรณ์แบบแบทซ์. ในการประชุมวิชาการวิศวกรรมเคมีและเคมีประยุกต์แห่งประเทศไทย ครั้งที่ 10. 26-28 ตุลาคม 2543 ณ ศูนย์ประชุม BITEC จังหวัดกรุงเทพฯ.

สุพัตรา ทองมีสี. การประยุกต์ใช้การควบคุมแบบโมเดลพรีดิกทีฟร่วมกับคาลมานฟิลเตอร์ สำหรับการควบคุมอุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์เคมีพอลิเมอร์แบบแบตช์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเคมี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2543.

อนุพัฒน์ วรดิถี, เลอสรวง เมฆสุต และ สมเกียรติ งามประเสริฐสิทธิ์. การประยุกต์การควบคุมด้วยแบบจำลองเจเนริกร่วมกับคาลมานฟิลเตอร์สำหรับเครื่องปฏิกรณ์ถังกวนแบบต่อเนื่องที่มีปฏิกิริยาคายความร้อน. ในการประชุมวิชาการวิศวกรรมเคมีและเคมีประยุกต์แห่งประเทศไทย ครั้งที่ 11, 9-10 พฤศจิกายน 2544 ณ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา.

ภาษาอังกฤษ

Alvarez, J., Alvarez, J. and Gonzalez, E., Global Nonlinear Control of a Continuous Stirred Tank Reactor. Chem. Eng. Sci. Vol.44, 1989 : 1147-1160.

Astrom, K.J. and Hagglund, T., Automatic Tuning of PID Controllers. ISA : Research Triangle Park 1988.

Barolo, M., On the equivalence between the GMC and the GLC controllers. Comput. Chem. Eng. Vol. 18, No.8, 1994 : 769-772.

Benzanson, L.W., Lundberg, B.A. and Varboncoeur, J., Application of Nonlinear GMC (Generic Model Control) to Multi-Layer Bonding Presses. Recent Dev. In Proc. Control. AIChE Annual Meeting. San Francisco, 1989

Bequette, B.W., A One-Step-Ahead Approach to Nonlinear Process Control. In Proceedings ISA/89 International Conference. Philadelphia, PA 1989 : 711-717.

Brown, M.W., Lee, P.L., Sullivan, G.R. and Zhou, W., A Constrained Nonlinear Multivariable Control Algorithm. Trans IChemE. Vol. 68, 1990 : 464-476.

Calvet, J.P. and Arkun, Y., Design of P and PI Stabilizing Controllers for Quasi-Linear Systems. Comput. Chem. Eng. Vol. 14, 1990 : 415-426.

Chang, H.C. and Chen, L.H., Bifurcation Characteristics of Nonlinear Systems Under Conventional PID Control. Chem. Eng. Sci. Vol. 39, 1984 : 1127-1142.

Cott, B.J. and Macchietto, S., Temperature control of exothermic batch reactors using generic model control. Ind. Eng. Chem. Res. Vol. 28, 1989 : 1177-1184.

Cott, B.J., Durham, R.G., Lee, P.L. and Sullivan, G.R., Process Model-Based Engineering. Comput. Chem. Eng. Vol. 13, No.9, 1989 : 973-984.

Cutler, C.R. and Ramaker, B.L., Dynamic Matrix Control-A Computer Control Algorithm. In Proceedings of the 1980 Ameican Control Conference. San Francisco, CA, 1980; paper WP5-B.

Douglas, P.L., Fountain, P.S., Sullivan, G.R. and Zhou, W., Model Based Control of a High Purity Distillation Column. The Canadian Journal of Chemical Engineering. Vol. 72, 1994 : 1055-1065.

Economou, C.G., Morari, M. and Palsson, B.O., Internal Model Control : An extension to monlinear systems. Ind. Eng. Chem. Res. Vol. 25, 1986 : 403-411.

Farrell, R.J. and Tsai, Y.C., Nonlinear controller for batch crystallization : development and experimental demonstration. AIChE J. Vol. 41, No. 10, 1995 : 2318-2321.

Flathouse, S.E. and Riggs, J.B., Tuning GMC Controllers Using The ATV Procedure. Comput. Chem. Eng. Vol. 20, No. 8, 1996 : 979-988.

Gani, R., Ruiz, C.A. and Cameron, I.T., A Generalized Model for Distillation Columns : I. Model Description and Applications. Comput. Chem. Eng. Vol. 10, 1986 : 181-198.

Garcia, C.E. and Morari, M., Internal Model Control : I. A Unifying Review and some New Results. Ind. Eng. Des. Dev. Vol. 21, 1982 : 308.

Garcia, C.E. and Morshedi, A.M., Quadratic Programming Solution of Quadratic Dynamic Matrix Control (QDMC). Chem. Eng. Commun. Vol. 46, 1986 : 73

Gattu, G. and Zafiriou, E., Nonlinear Quadratic Dynamic Matrix Control with State Estimation. Ind. Eng. Chem. Res. Vol. 31, 1992 : 1096.

Hamilton, J.C.; Seborg, D.E. and Fisher, D.G., An Experimental Evaluation of Kalman Filtering. AIChE J. Vol. 19, 1973 : 901-909.

Henson, M.A. and Seborg, D.E., Input-Output Linearization of General Nonlinear Processes. AIChE J. Vol. 36, 1990 : 1753-1757.

Henson, M.A. and Seborg, D.E., Nonlinear Process Control. New Jersey : Prentice Hall, 1997

Hidago, P.M. and Brosilow, C.B., Nonlinear Model Predictive Control of Styrene Polymerization at unstable operating points. Comp. Chem. Eng. Vol. 14, No. 4/5, 1990 : 481-494.

Hoo, K.A. and Kantor, J.C., An Exothermic Continuous Stirred Tank Reactor is Feedback Equivalent to a Linear System. Chem. Eng. Commun. Vol. 37, 1985 : 1-10.

Jafarey, A., Douglas, P.L. and McAvoy, T.J., Short-Cut Techniques for Distillation Column Design and Control. 1. Column Design. Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. Vol. 18, 1979 : 197-202.

Jutan, A. and Uppal, A., Combined Feedforward-Feedback Servo Control Scheme for Exothermic Batch Reactor. Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. Vol. 23, 1984 : 597-602.

Kalman, R.E., Contributions to the theory of optimal control. Bull. Soc. Math. Mex. Vol. 5, 1960 : 102-119.

Kershenbaum, L.S. and Kittisupakorn, P., The Use of A Partially Simulated Exothermic (PARSEX) Reactor for Experimental Testing of Control Algorithms. Trans IchemE. Vol. 72, Part A, January 1994 : 55-63.

Kravaris, C. and Arkun, Y., Geometric nonlinear control-an overview. In Chemical Process Control-CPCIV (Arkun J. and Ray W.H. Eds). AIChE New York 1991 : 517-542.

Kravaris, C. and Chung, C., Nonlinear State Feedback Synthesis by Global Input/Output Linearization. AIChE J. Vol. 33, No.4, 1987 : 592-603.

Kravaris, C. and Kantor, J.C., Geometric Methods for Nonlinear Process Control : 1. Background 2. Controller Synthesis. Ind. Eng. Chem. Res. Vol. 29, 1990 : 2295-2323.

Lee, P.L. and Newell, R.B., Generic Model Control-A case study. The Canadian Journal of Chemical Engineering Vol. 67, June 1989 : 478-484.

Lee, P.L. and Sullivan, G.R., Generic Model Control (GMC). Comput. Chem. Eng. Vol. 12, No.6, 1988 : 573-580.

Lee, P.L., Direct use of nonlinear models for process control. In Chemical Process Control-CPCIV (Arkun J. and Ray W.H. Eds). AIChE New York 1991 : 477-515.

Lee, P.L., Zhou, W. and Sullivan, G.R., A New Multivariable Dead Time Control Algorithm. Chem. Eng. Commun. Vol. 91, 1990 : 49-63.

Lee, P.L., Zhou, W., Cameron, I.T., Newell, R.B. and Sullivan, G.R., Constrained generic model control of a surge tank. Comput. Chem. Eng. Vol. 15, No. 3, 1991 : 191-195.

Liptak, B.G., Controlling and optimizing chemical reactors. Chemical Engineering May 1986 : 69-81.

Liu, Z.H. and Macchietto, S., Model based Control of a Multipurpose Batch Reactor-an Experimental Study. Comput. Chem. Eng. Vol. 19 Suppl., 1995 : s477-482.

Lundberg, B.A. and Benzanson, L.W., Enhanced robustness of generic model control using derivative feedback. AIChE J. Vol. 36, No.2, 1990 : 283-285.

Manzi, J.T. and Odloak, D., Control and stability analysis of the GMC algorithm applied to pH systems. Brazilian Journal of Chemical Engineering Vol. 15, No. 3, 1998 : 247-264.

McLellan, P.J., Harris, T.J. and Bacon, D.W., Error trajectory descriptions of nonlinear controller designs. Chem. Eng. Sci. Vol. 45, 1990 : 3017-3034.

Ogunnaike B.A. and Ray W.H., Process Dynamics, Modeling, and Control. Oxford : Oxford University Press, 1994

Ou, J., Narayanaswamy, G. and Rhinehart, R.R., External reset feedback for generic model control. ISA Transactions Vol. 37, No.3, 1998 : 189-199.

Piovoso, M., Kosanovich, K., Rokhlenko, V. and Guez, A., A comparison of three nonlinear controller desings applied to a nonadiabatic first-order exothermic reaction in a CSTR. In Proceedings of American Control Conference. Chicago, IL, June 1992 : 490-494.

Qin, S.J. and Badwell, T.A., An overview of industrial model predictive control technology, AIChE Symposium Series. Third international Conference on chemical process control, Vol. 93, 1997 : 232-255.

Rani, K.Y. and Ganggiah, K., Adaptive generic model control : dual composition control of distillation. AIChE J. Vol. 37, No.11, 1991 : 1634-1644.

Rigg, J.B. and Rhinehart, R.R., Comparison between two nonlinear process-model based controllers. Comput. Chem. Eng. Vol. 14 , No. 10,1990 : 1075-1081.

Ruiz, C.A., Cameron, I.T. and Gani, R., A Generalized Dynamic Model for Distillation Columns : III. Study of Startup Operation. Comput. Chem. Eng. Vol. 12, 1988 : 1-14.

Seborg, D.E., Edgar, T.F. and Mellichamp. D.A., Process Dynamics and Control. New York, : Wiley, 1989

Shen, J.X., Chiu, M.S. and Wang, Q.G., Comparative study of model-based control techniques for batch crystallization process. Journal of Chemical Engineering of Japan Vol. 32, No. 4, 1999 : 456-464.

Shinskey, F.G. and Weinstein, J.L., A Dual-Mode Control System for a Batch Exothemic Reactor. Twentieth Annual ISA Conference. Los Angles, CA, Oct 4-7, 1965.

Shinskey. F.G., Process-Control Systems. New York : McGraw-Hill Book Company, 1979

Signal, P.D. and Lee, P.L., Generic Model Adaptive Control. Chem. Eng. Commun. Vol. 115, 1992 : 35-52.

Signal, P.D. and Lee, P.L., Robust Stability and Performance Analysis of Generic Model Control (GMC). Chem. Eng. Commun. Vol. 124, 1993 : 57-76.

Smith, C.A. and Corripio, A.B., Principles and Practice of Automatic Process Control. Canada : John Wiley & Sons, 1997

Soroush, M. and Kravaris, C., Nonlinear Control of Batch Polymerization Reactor : an Experimental Study. AIChE J. Vol. 38, No.9, 1992 : 1429-1992.

Stephanopoulos, G., Process Dynamic and Control. Englewood Cliffs. NJ : Prentice-Hall , 1984.

Uppal, A., Ray, W.H. and Poore, A.B., On the dynamic Behavior of Continuous Stirred Tank Reactors. Chem. Eng. Sci. Vol. 29, 1974 : 967-985.

Valliere, P.De and Bonvin, D., Application of Estimation techniques to Batch Reactors-II. Experimental Studies in State and Parameter Estimation. Comput. Chem. Eng. Vol. 13, No. 1 / 2, 1989 : 11-20.

Wells, C.H., Application of Modern Estimation and Identification Techniques to Chemical Process. AIChE J. Vol. 17, 1971 : 966-973.

Wood, R.K. and Berry, M.W., Terminal Composition Control of a Binary Distillation Column. Chem. Eng. Sci. Vol. 28, 1973 : 1707-1717.

Xie, X.Q., Zhou, D.H. and Jin, Y.H., Strong Tracking Filter Based Adaptive Generic Model Control. Journal of Process Control Vol. 9, No.4, 1999 : 337-350.

Xie, X.Q., Zhou, D.H., Jin, Y.H. and Xu, X.D., Novel Approach to Constrained Generic Model Control Based on Quadratic Programming. Ind. Eng. Chem. Res. Vol. 39, No.4, 2000 : 989-998.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

เสถียรภาพ , ความควบคุมได้ และ ความสังเกตได้ของระบบ

การหาเสถียรภาพ , ความควบคุมได้ และ ความสังเกตได้ของระบบเริ่มด้วยการพิจารณาระบบให้อยู่ในรูปสเตทสเปซดังนี้ (ไพศาล กิตติศุภกร, 2538)

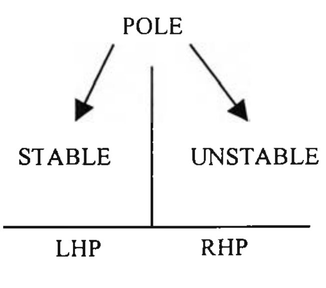
$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= cx \end{aligned} \qquad (ก.1)$$

โดยที่

- x คือตัวแปรสเตทของระบบ
- u คือตัวแปรปรับของระบบ
- y คือตัวแปรออกของระบบ

เสถียรภาพของระบบ (System Stability)

ในการตรวจสอบดูว่าระบบนั้นๆมีเสถียรภาพหรือไม่นั้น สามารถดูได้จากค่าของ OPEN-LOOP POLES ของระบบนั้นว่าอยู่ทางซ้ายหรือทางขวาของแกนเชิงซ้อน ถ้า Pole อยู่ทางซ้ายก็แสดงว่าระบบนั้นๆมีความเสถียร แต่ถ้ามี Pole ค่าใดค่าหนึ่งของระบบอยู่ทางขวามือของแกนเชิงซ้อนก็แสดงว่าระบบนั้นๆไม่มีความเสถียร



<u>**วิธีการหา Pole Location**</u> (ขณะยังไม่มีตัวควบคุม)

$$\dot{x} = Ax \qquad (ก.2)$$

ถ้าให้

$$x = ke^{\lambda t}$$

จะได้

$$\dot{x} = \lambda ke^{\lambda t}$$

แทนค่า $\dot{x}$ ที่ได้ลงในสมการ (ก.2) เป็น

$$\lambda ke^{\lambda t} = Ake^{\lambda t}$$

$$\lambda x = Ax$$

$$(\lambda I - A)x = 0$$

$$\therefore \det(\lambda I - A) = 0 \qquad \text{(เมื่อ } x \text{ ไม่เท่ากับ 0)}$$

ค่า λ ที่ได้ คือ ค่าของ Open-Loop Poles นั่นเอง

ความควบคุมได้ของระบบ (Controllability)

ระบบใดๆก็ตามจะสามารถกล่าวได้ว่าเป็นระบบที่ควบคุมได้ก็ต่อเมื่อสามารถทำให้ค่าของตัวแปรสเตทมีค่าลู่เข้าสู่ค่าใดๆได้ภายในช่วงเวลาที่ต้องการ โดยใช้ตัวแปรปรับที่เลือกไว้

$$\text{เมตริกซ์การควบคุมได้} = [B \;\; AB \;\; A^2B \;\cdots\;\cdots\; A^{n-1}B]$$

เมื่อ n คือจำนวนตัวแปรสเตท

การพิจารณาว่าเป็นระบบที่สามารถควบคุมได้หรือไม่นั้น สามารถพิจารณาได้จากค่า Rank ของเมตริกซ์การควบคุมได้ ถ้าค่านี้มีค่าเท่ากับ Full Rank ของเมตริกซ์เดียวกันแล้วระบบนี้จะเป็นระบบที่สามารถควบคุมได้ด้วยตัวแปรปรับกระบวนการที่เลือกไว้

<u>หมายเหตุ</u> Full Rank คือ Dimension ของเมตริกซ์

ในกรณีที่เมตริกซ์การควบคุมได้เป็นเมตริกซ์จัตุรัส ค่า Rank ของเมตริกซ์สามารถหาได้จากการหาค่าดีเทอร์มิแนนท์ของเมตริกซ์นั้น ถ้าค่าดีเทอร์มิแนนท์ไม่เท่ากับศูนย์แสดงว่า ค่า Rank จะเท่ากับขนาด

ตัวอย่างเช่น

ถ้า n = 2 จะได้

เมตริกซ์การควบคุมได้ = $[B \quad AB]$

จะมี Full Rank เท่ากับ 2

ส่วนกรณีที่เมตริกซ์การควบคุมได้ไม่เป็นเมตริกซ์จัตุรัส ค่า Rank ของเมตริกซ์สามารถหาได้โดยตรวจสอบว่า แต่ละแถวใดๆไม่สามารถถูกแทนด้วยแถวอื่นได้ ซึ่งแสดงถึงว่าสมการไม่ขึ้นต่อกัน เพราะฉะนั้น ค่า Rank เท่ากับขนาด (Dimension)

ความสังเกตได้ของระบบ (Observability)

ระบบใดๆก็ตามจะสามารถกล่าวได้ว่าเป็นระบบที่สามารถสังเกตได้ก็ต่อเมื่อ ค่าตัวแปรออกสามารถใช้เป็นตัวแทนที่ใช้ประมาณค่าสเตทหรือพารามิเตอร์ของระบบนั้นๆได้ ซึ่งจะสามารถพิจารณาได้จากค่า Full Rank และค่า Rank ของเมตริกซ์การสังเกตได้ดังเช่นกรณีของการตรวจสอบความควบคุมได้ของระบบ โดยที่

เมตริกซ์การสังเกตได้ = $[C^T \quad A^T C^T \quad \cdots \cdots \quad (A^T)^{n-1} C^T]$

ภาคผนวก ข

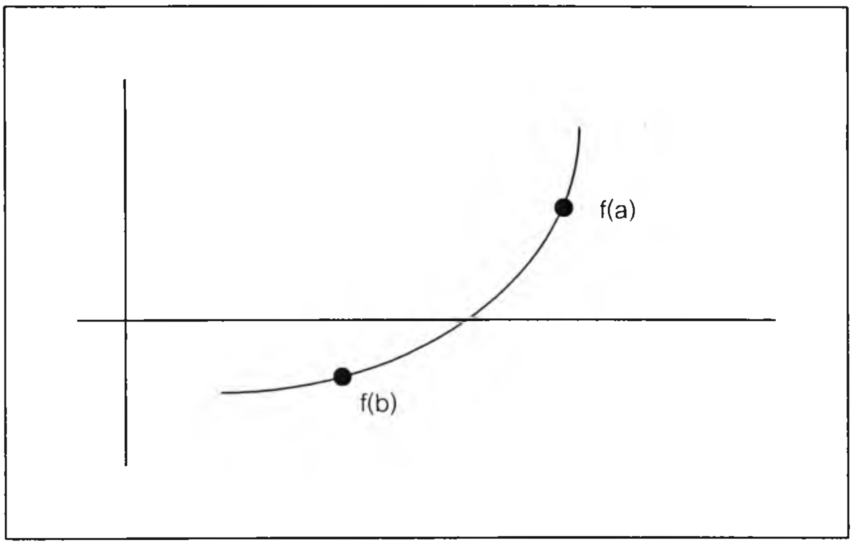
การหาคำตอบของระบบสมการไม่เชิงเส้น

การหารากของระบบสมการที่มีเพียงตัวแปรเดียว จัดว่าง่ายกว่าการหารากของระบบที่มีตั้งแต่ 2 สมการขึ้นไป โดยทั่วไปในการหาคำตอบนั้นนิยมเขียนสมการในรูปแบบของ $f(x)=0$ แล้วทำการหาจุดที่เส้นกราฟตัดแกน x

ข.1 ระเบียบวิธีกำหนดขอบ (Bracketing)

Bracketing หรือการล้อมกรอบบริเวณที่คำตอบควรจะอยู่ อาศัยหลักการที่ว่า ถ้า $f(x)$ เป็นความสัมพันธ์ต่อเนื่องบนช่วง $[a,b]$ แล้ว ถ้า $f(a)\cdot f(b)<0$ จะมีจุด c อย่างน้อย 1 จุดที่ค่า $f(c)=0$ วิธีการนี้นิยมใช้ในการหาช่วงที่คาดว่าจะมีคำตอบอยู่ก่อนที่จะทำการหาคำตอบด้วยวิธีการอื่นๆต่อไป การล้อมกรอบนั้นทำได้โดย

1. เลือกจุดเริ่มต้น $f(a)$
2. กำหนด Δx แล้วคำนวณหา $f(a+\Delta x)$
3. ตรวจสอบว่า $f(a)\cdot f(a+\Delta x)<0$ หรือไม่ ถ้าเงื่อนไขไม่เป็นจริง ให้ทำการบวกค่า Δx เข้าไปอีก แล้วทำการคำนวณว่า $f(a+(n-1)\Delta x)\cdot f(a+n\Delta x)<0$
4. ถ้าการล้อมกรอบเป็นไปได้ช้า อาจเพิ่มช่วงก้าว Δx ให้กว้างขึ้นไปเป็น 2 เท่าของช่วงก้าวก่อนหน้านั้น แต่อาจทำให้พลาดช่วงที่มีคำตอบได้ หรืออาจต้องทำการก้าวไปในทิศทางตรงข้ามกับก้าวแรก



รูปที่ ข.1 ภาพประกอบในการหาคำตอบด้วยระเบียบวิธีกำหนดขอบ

ข.2 ระเบียบวิธีแบ่งครึ่งช่วง (Bisection)

วิธีการนี้สามารถเริ่มได้หลังจากที่ทำการล้อมกรอบบริเวณที่มีคำตอบได้แล้ว โดยหลังจากที่ได้ช่วง (a,b) จะกำหนดให้ $a_1 = a, b_1 = b$ และให้ p_1 เป็นจุดกึ่งกลางระหว่าง a กับ b ซึ่งหาได้จาก $p_1 = \frac{(a_1 + b_1)}{2}$ โดยถ้า $f(p_1) = 0$ แล้ว p_1 คือคำตอบของสมการนั้น แต่ถ้า $f(p_1) \neq 0$ ก็จะทำการตรวจสอบดูว่า p_1 มีเครื่องหมายเหมือนกับ a_1 หรือ b_1 ถ้า p_1 มีเครื่องหมายเหมือนกับ a_1 ก็จะทำการหาต่อไปในช่วง (p_1, b_1) โดยกำหนดให้ $a_2 = p_1$ และ $b_2 = b_1$ ขั้นตอนในการคำนวณสามารถสรุปได้ดังนี้

1. กำหนดให้ $i = 1$
2. ถ้า $i < N$ (จำนวนรอบที่จะทำการคำนวณ)

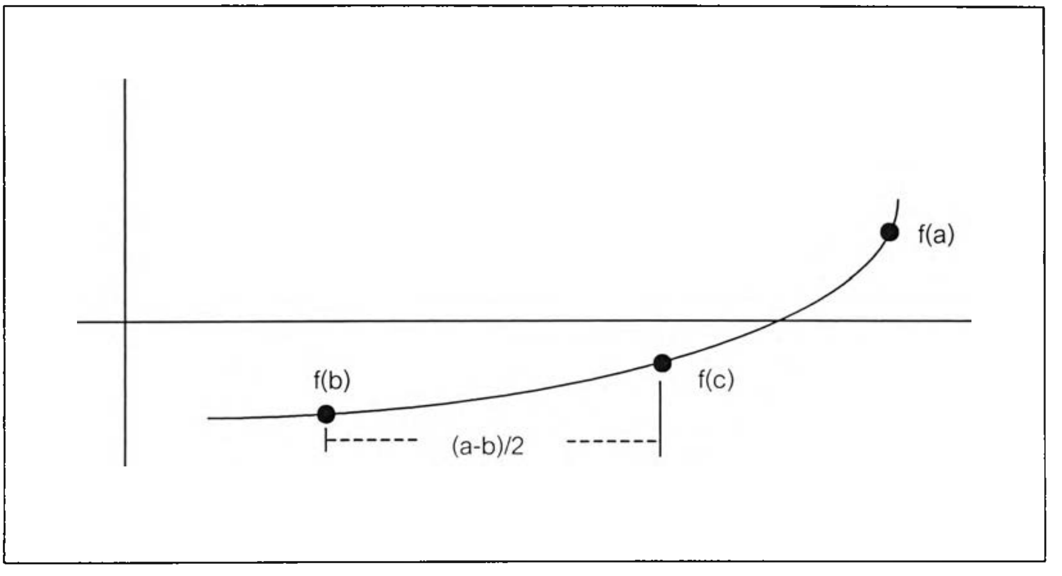
    2.1. คำนวณ $p = a + \frac{(b-a)}{2}$

    2.2. ถ้า $f(p) = 0$ หรือ $\frac{(b-a)}{2} < Tol$ (ค่าความคลาดเคลื่อน) คำตอบคือ p แล้วหยุดการคำนวณ

    2.3. กำหนดให้ $i = i + 1$

2.4. ถ้า $f(a) \cdot f(p) > 0$ เป็นจริง จะกำหนดให้ $a = p$ แต่ถ้าเป็นเท็จจะกำหนดให้ $b = p$ แล้วกลับไปข้อ 2.1 ใหม่

3. ถ้า $i > N$ และยังไม่ได้รับคำตอบ แสดงว่าอาจกำหนดค่า N น้อยเกินไปหรือวิธีการนี้ใช้ไม่ได้ผล



รูปที่ ข.2 ภาพประกอบในการหาคำตอบด้วยระเบียบวิธีแบ่งครึ่งช่วง

ข.3 ระเบียบวิธีการทำซ้ำจนสำเร็จหรือการทำซ้ำแบบจุดคงที่ (Successive iteration or Fixed-point iteration methods)

ในกรณีนี้จะเขียนสมการให้อยู่ในรูปแบบ $x = g(x)$ แทนที่จะเป็น $f(x) = 0$ การหาคำตอบกระทำได้โดยการเดาค่า x แล้วแทนค่าลงไปใน $g(x)$ แล้วทำการตรวจสอบดูว่าค่า x ที่ได้จากการคำนวณเท่ากับค่าที่เดาไว้หรือไม่ ถ้ายังมีความแตกต่างอยู่ก็จะนำค่าที่ได้จากการคำนวณแทนกลับเข้าไปใน $g(x)$ ใหม่ การคำนวณจะสิ้นสุดเมื่อความแตกต่างระหว่างค่าที่ใส่เข้าไปกับค่าที่ได้จากการคำนวณอยู่ในขอบเขตที่ยอมรับได้ ขั้นตอนในการทำงานมีดังนี้

1. กำหนดให้ $i = 1$
2. ถ้า $i < N$ (จำนวนรอบที่จะทำการคำนวณ)

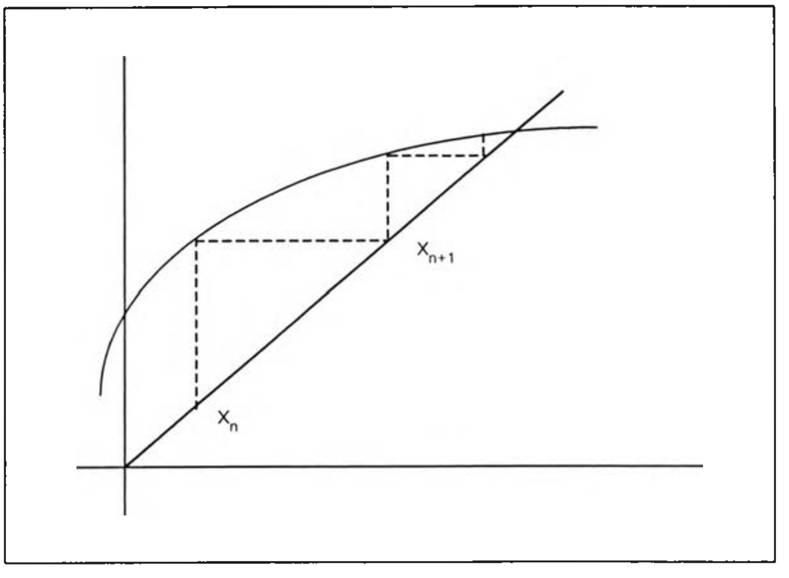
   2.1. กำหนดให้ $p = g(p_0)$

2.2. ถ้า $|p - p_0| < Tol$ (ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้) การคำนวณสิ้นสุด

2.3. กำหนดให้ $i = i + 1$

2.4. กำหนดให้ $p_0 = p$ (เพื่อที่จะได้กลับไปทำการคำนวณรอบใหม่) แล้วกลับไปที่ขั้นตอน 2.1 ใหม่

3. ถ้า $i > N$ และยังไม่ได้รับคำตอบ แสดงว่าอาจกำหนดค่า N น้อยเกินไปหรือวิธีการนี้ใช้ไม่ได้ผล



รูปที่ ข.3 ภาพประกอบในการหาคำตอบด้วยระเบียบวิธีการทำซ้ำจนสำเร็จหรือการทำซ้ำแบบจุดคงที่

ข.4 ระเบียบวิธีการวางตัวผิดที่และระเบียบวิธีเซแคนต์ (False position and Secant method)

สำหรับฟังก์ชันที่มีลักษณะค่อนข้างราบเรียบ และถ้าจุดเริ่มต้นอยู่ใกล้กับคำตอบเพียงพอ ระเบียบวิธีการวางตัวผิดที่และระเบียบวิธีเซแคนต์จัดว่าเป็นวิธีที่วิ่งเข้าหาคำตอบได้รวดเร็วกว่าระเบียบวิธีแบ่งครึ่งช่วง โดยทั้งสองวิธีใช้การสมมติฟังก์ชันเส้นตรงจากจุดเริ่มต้น แล้วทำการหาจุดที่เส้นตรงนั้นตัดแกน x ความแตกต่างระหว่างวิธีการทั้งสองอยู่ที่ระเบียบวิธีการวางตัวผิดที่จะเก็บค่าประมาณที่มีเครื่องหมายตรงข้ามกัน ดังนั้นในระหว่างการคำนวณคำตอบจึงถูกล้อมกรอบตลอด

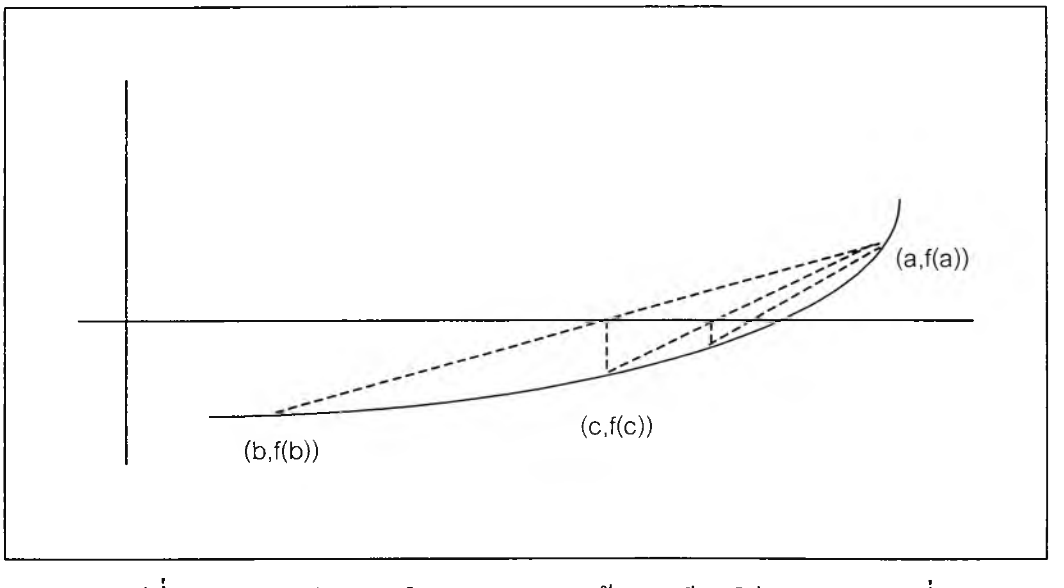
เวลาในขณะที่ระเบียบวิธีเซแคนต์จะเก็บค่าใหม่ที่ได้จากการคำนวณและทำการโยนค่าเก่าทิ้งไป เมื่อเปรียบเทียบกันแล้วระเบียบวิธีเซแคนต์มีโอกาสสูงกว่าที่จะวิ่งเข้าหาคำตอบได้เร็วกว่าระเบียบวิธีการวางตัวผิดที่ แต่เนื่องจากคำตอบไม่ได้ถูกล้อมกรอบตลอดเวลา จึงมีโอกาสสูงกว่าที่จะไม่ได้คำตอบเนื่องจากความไม่ราบเรียบของฟังก์ชัน ขั้นตอนในการทำงานของแต่ละวิธีมีดังนี้

ระเบียบวิธีการวางตัวผิดที่

1. เริ่มต้นด้วยระเบียบวิธีกำหนดขอบเพื่อหาจุด $(a,f(a))$ และ $(b,f(b))$ ที่เป็นจุดที่ล้อมกรอบบริเวณที่มีคำตอบอยู่
2. คำนวณหาจุด c ซึ่งเป็นจุดที่เส้นต่อระหว่างจุด $(a,f(a))$ และ $(b,f(b))$ ตัดแกน x จากสมการ

$$c = b - \frac{a-b}{f(a)-f(b)} \cdot f(b)$$

3. ตรวจสอบดูว่าค่า $f(c)$ น้อยกว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้หรือไม่ ถ้ายอมรับได้ การคำนวณก็จะสิ้นสุดลง
4. ตรวจสอบดูว่า $f(c)$ มีเครื่องหมายเหมือน $f(a)$ หรือ $f(b)$ ถ้า $f(c)$ มีเครื่องหมายเหมือนจุดใด ให้ตัดจุดนั้นออกแล้วใช้จุด c แทน
5. ย้อนกลับไปขั้นตอนที่ 2 ใหม่



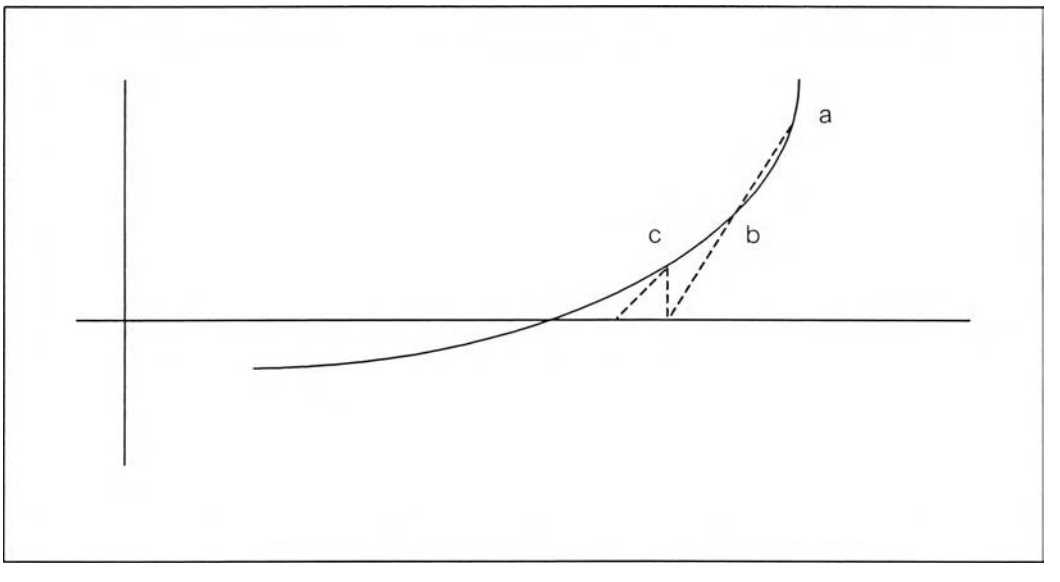
รูปที่ ข.4.1 ภาพประกอบในการหาคำตอบด้วยระเบียบวิธีการวางตัวผิดที่

ระเบียบวิธีเซแคนต์

1. เลือกจุด a,b เพื่อคำนวณหา $f(a)$, $f(b)$ โดยที่ $f(a)$, $f(b)$ ไม่จำเป็นต้องมีเครื่องหมายตรงข้ามกัน
2. คำนวณหาจุด c ซึ่งเป็ดจุดที่เส้นลากผ่านจุด $(a,f(a))$ และ $(b,f(b))$ ตัดแกน x จากสมการ

$$c = b - \frac{a-b}{f(a)-f(b)} \cdot f(b)$$

3. ตรวจสอบดูว่าค่า $f(c)$ น้อยกว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้หรือไม่ ถ้ายอมรับได้ การคำนวณก็จะสิ้นสุดลง
4. ตัดจุด a ออกแล้วใช้จุด c แทน
5. ย้อนกลับไปขั้นตอนที่ 2 ใหม่



รูปที่ ข.4.2 ภาพประกอบในการหาคำตอบด้วยระเบียบวิธีเซแคนต์

ข.5 ระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method)

ระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสันจัดเป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้กันแพร่หลายมากที่สุด วิธีนี้มีข้อแตกต่างจากวิธีอื่นอยู่ตรงที่มีการใช้อนุพันธ์ของฟังก์ชันในการคำนวณ นั่นคือเป็นการลากเส้นสัมผัสจากจุดเริ่มต้น แล้วหาว่าเส้นสัมผัสนี้ไปตัดแกน x ที่ตำแหน่งใด ขั้นตอนการทำงานมีดังต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $i = 1$, กำหนดจุดเริ่มต้น a
2. ถ้า $i < N$ (จำนวนรอบที่จะทำการคำนวณ)

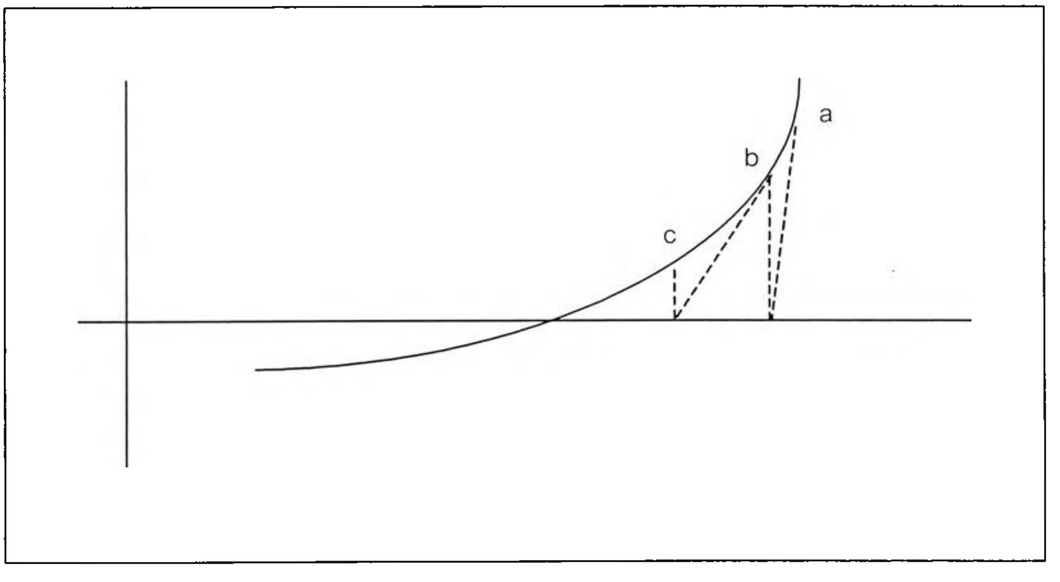
   2.1 คำนวณหาจุด c ที่เส้นสัมผัสตัดแกน x จากสมการ

$$c = a - \frac{f(a)}{f'(a)}$$

   2.2 ถ้า $|c - a| < TOL$ ให้ยุติการคำนวณ

   2.3 กำหนดให้ $i = i + 1$ แล้วย้อนกลับไปทำข้อ 2.1 ใหม่

3. ถ้า $i > N$ และยังไม่ได้รับคำตอบ แสดงว่าอาจกำหนดค่า N น้อยเกินไปหรือวิธีการนี้ใช้ไม่ได้ผล



รูปที่ ข.5 ภาพประกอบในการหาคำตอบด้วยระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน

วิธีการนี้ยังสามารถใช้ได้กับกรณีที่มีหลายสมการ จุดเด่นของวิธีนี้คือเมื่อการคำนวณเริ่มวิ่งเข้าหาคำตอบ จะวิ่งเข้าหาคำตอบอย่างรวดเร็วมาก ในกรณีที่ไม่สามารถทำการหาอนุพันธ์โดยวิธีธรรมดาได้ก็อาจหาได้โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข แต่ถ้าเลือกขนาด Δx ที่ใหญ่เกินไป อัตราเร็วในการวิ่งเข้าหาคำตอบอาจสู้ระเบียบวิธีเซแคนต์ไม่ได้

ข.6 เงื่อนไขในการหยุดการคำนวณ

ปัญหาหนึ่งที่เกิดขึ้นก่อนที่จะทำการหาคำตอบคือ ควรใช้เงื่อนไขใดเป็นตัวกำหนดว่าค่าที่ได้ถูกต้องเพียงพอแล้ว ถ้ากำหนดให้ *TOL* เป็นขนาดของความคลาดเคลื่อนที่เรายอมรับได้ เงื่อนไขที่จะยุติการคำนวณอาจเป็นเช่น

1. $|p_n - p_{n+1}| < TOL$
2. $\dfrac{|p_n - p_{n+1}|}{|p_n|} < TOL$
3. $|f(p_n)| < TOL$

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายพิจักษณ์ มีทอง เกิดเมื่อวันที่ 6 สิงหาคม พ.ศ. 2519 สำเร็จการศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา เมื่อ พ.ศ. 2538 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต สาขาวิศวกรรมเคมี จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปี พ.ศ. 2542 และศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเคมี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2542