

## บทที่ 2

### ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง แบ่งออกเป็นทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการค้นหาคำตอบ ระบบพัสดุดังและพัสดุสำรอง และลักษณะของ ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้า และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้า การแก้ปัญหา ที่ตั้งจุดกระจายสินค้าด้วยวิธีการสร้างรูปแบบปัญหาเป็นสูตรทางทางคณิตศาสตร์และวิธีฮิวริสติก และ งานวิจัยที่ประยุกต์ใช้ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้าในงานต่างๆ

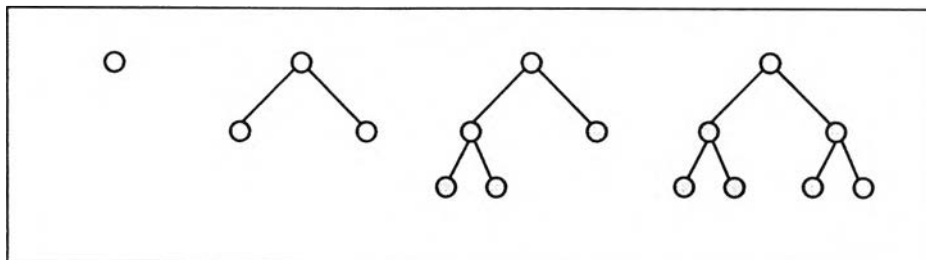
#### 2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

##### 2.1.1 การแก้ปัญหาด้วยวิธีค้นหาคำตอบ (Searching)

ในการหาคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับปัญหา Combinatorial Optimization ได้มีการ พัฒนาเทคนิคสำหรับแก้ไขปัญหาลำนี้หลายวิธี ลักษณะของ Combinatorial Optimization คือไม่ สามารถใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์โดยตรงในการแก้ปัญหาได้ เมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้น ดังนั้นจึงมี การคิดค้นวิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับแก้ไขปัญหา วิธีการหนึ่งที่น่าสนใจคือ วิธีค้นหาคำตอบ

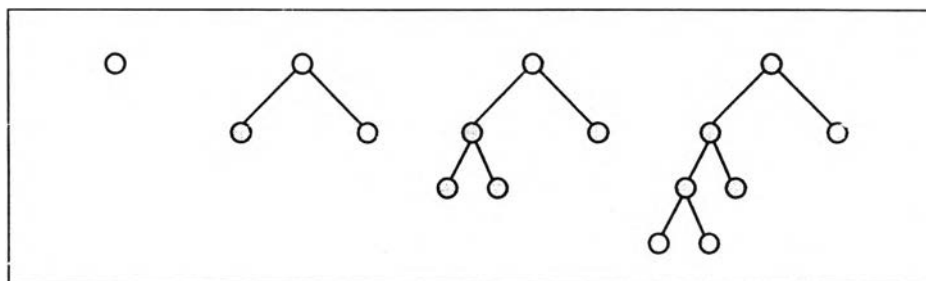
สามารถแบ่งประเภทของวิธีค้นหาคำตอบออกเป็น Uninformed Search หรือ Blind Search เป็นการหาคำตอบโดยไม่มีข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนขั้นตอนหรือ Path Cost จากสภาวะปัจจุบัน (Current State) ไปสู่สภาวะเป้าหมาย (Goal State) และ Informed Search หรือ Heuristic Search ที่อาศัย ข้อมูลในการเปลี่ยนจากสภาวะปัจจุบันไปสู่สภาวะเป้าหมาย [1] ตัวอย่างฮิวริสติกที่รู้จักกันดี ได้แก่ Greedy Search Admission Search Hill Climbling Search โดย Informed Search มี ประสิทธิภาพมากกว่า Uninformed Search ตัวอย่างของ Uninformed Search ได้แก่ Bread-first Search (BFS) และ Depth-first Search (DFS)

Bread-first Search (BFS) จะขยายการค้นหาคำตอบจากเป้าหมายที่อยู่ใกล้ที่สุดก่อนดังแสดงในรูปที่ 2.1 ส่วนมากแล้ว BFS เป็นวิธีการค้นหาคำตอบที่สมบูรณ์และให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด แต่ใช้หน่วยความจำสูง



รูปที่ 2.1 ขั้นตอนในวิธีขยายการค้นหาคำตอบของ Bread-first search

Depth-first Search (DFS) จะขยายการค้นหาคำตอบไปยังส่วนที่อยู่ลึกที่สุดของแผนผังต้นไม้ (Tree) ดังแสดงในรูปที่ 2.2 เป็นวิธีการค้นหาคำตอบที่ไม่สมบูรณ์และไม่ได้ให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด แต่ใช้หน่วยความจำน้อยกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการ BFS



รูปที่ 2.2 ขั้นตอนในวิธีขยายการค้นหาคำตอบของ Depth-first search

วิธีการของ Informed Search หรือ Heuristic Search มีความหลากหลายและเหมาะสมกับลักษณะปัญหาต่างๆ กัน ได้แก่

Relaxation Heuristic คือ วิธีการแก้ปัญหาอย่างง่ายของปัญหาแบบ Exact Optimization อาศัยการลดความยุ่งยากของการปัญหาบางส่วน เช่น การ Relax ค่า Optimum โดยการปัดตัวเลข (Rounding) เพื่อให้สามารถหาคำตอบได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น Lagrangian Relaxation ทำการแก้ปัญหาโดยแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนๆ และหาคำตอบสำหรับแต่ละส่วนโดยอาศัยชุดของคำตอบจากปัญหาย่อยเพื่อปรับปรุงค่าที่ดีที่สุด ซึ่งวิธี Relaxation Heuristic จะไม่เหมาะสมกับปัญหาที่มีความซับซ้อนในการสร้างโมเดลหรือปัญหาที่เป็น Integer-Infeasible

Decomposition Heuristic เป็นการแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนๆ และแก้ปัญหาค่ะแต่ละส่วนแยกจากกันซึ่งมีวิธีการแก้ปัญหาค่ะหลายแบบ ได้แก่ Iteration ซึ่งจะหาคำตอบสำหรับปัญหาค่ะย่อยโดยค่างค่าของตัวแปรอื่นๆ และปรับปรุงค่าของตัวแปรตัดสินใจสำหรับชุดคำตอบย่อยนั้นๆ Column generation เป็นวิธีที่เหมาะสมเมื่อปัญหาค่ะมีแง่มุมที่แสดงในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ยาก

Constructive Search แก้ปัญหาค่ะโดยอาศัย Null solution และทำการหาแก้ปัญหาค่ะแบบครั้งต่อครั้งโดยอาศัยข้อมูลจากการแก้ปัญหาค่ะครั้งก่อน เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาค่ะ (Full solution) โดยการหาคำตอบของวิธี Constructive Search มีลักษณะที่ค่างน้ำงผลประโยชน์เฉพาะหน้า ซึ่งข้อสังเกตหนึ่งของวิธีการนี้คือคำตอบที่ได้จะขึ้นอยู่กับลำดับของการแก้ปัญหาค่ะ ดังนั้นหากการแก้ปัญหาค่ะครั้งก่อนหน้าให้คำตอบที่ไม่ดีก็จะมีผล(Degrade)ต่อคำตอบในครั้งถัดไป[2] ตัวอย่างของ Constructive Search ได้แก่ Greedy Search และ Admission Search

- Greedy Search มีวิธีการขยายการค้นหาคำตอบจากคำตอบที่ดีที่สุดในปัจจุบันไปยังคำตอบใหม่ โดยประเมินค่า Cost ในการขยายจากสถานะเฉพาะ( Particular State) ไปยังสถานะเป้าหมาย ฟังก์ชันในการค่างานวดตัวประเมินค่านี้เรียกว่า Heuristic Function ที่สามารถสร้างเป็นฟังก์ชันความสัมพันธ์ของอะไรก็ได้ โดยเราต้องการให้  $h(n) = 0$  เมื่อ  $n$  คือสถานะเป้าหมาย ถึงแม้ว่า Greedy Search จะให้ค่า Minimal Search Cost แต่เป็นวิธีการที่ไม่มีการขยายการค้นหาคำตอบไปในแนวทางอื่นเลยและไม่ค่างานวดว่าจะได้ค่างที่เหมาะสมที่สุด แต่อัลกอริทึมของ Greedy Search สามารถใช้งานได้ดี และหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ข้อด้อยของวิธีการ Greedy Search ค่างนข้างแย้ (weak) ต่อการเริ่มต้นที่ไม่ดี ทำให้เกิดการขยายการค้นหาคำตอบไปยังส่วนที่ไม่จำเป็น และถ้าไม่มีการป้องกันการทำซ้ำก็จะไม่สามารถหาคำตอบได้

- Admission Search (A Search) เป็นการนำเอาส่วนดีของทั้ง Greedy Search กับ Uniform-Cost Search มารวมกัน เนื่องจาก Greedy Search ใช้หลักการ Minimize Estimate Cost ไปยังสถานะเป้าหมายโดยใช้ Heuristic Function,  $h(n)$  เป็นวิธีการค้นหาคำตอบที่ไม่สมบูรณ์และไม่ได้ให้ค่างที่เหมาะสมที่สุด ส่วน Uniform-Cost Search ใช้หลักการ Minimize the Cost of Path,  $g(n)$  เป็นวิธีการที่สมบูรณ์และให้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดแต่ไม่มีประสิทธิภาพ A search จึงสร้างฟังก์ชันการประเมินค่า (Evaluation Function) ขึ้นมาใหม่ ดังสมการ

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

โดยที่  $g(n)$  คือ path cost จากโนดเริ่มต้นไปยังโนดที่  $n$

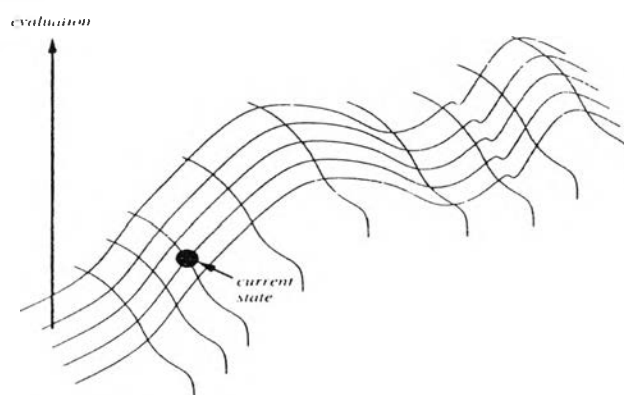
$h(n)$  คือ estimated cost ที่น้อยที่สุดจากโนดที่  $n$  ไปยังโนดเป้าหมาย

$f(n)$  คือ estimated cost ของคำตอบที่น้อยที่สุดผ่านโนดที่  $n$

ข้อควรระวังในการเลือก Heuristic Function คือต้องไม่เป็นตัวประเมินค่าที่มากเกินไป (Over Estimate Cost) ในการขยายไปยังสถานะเป้าหมาย ดังนั้น  $h$  จะถูกเรียกใหม่ว่า Admission Heuristic ข้อสังเกตที่พบจาก A Search คือ  $f$ -cost ไม่เคยลดค่าลงซึ่งอิทธิพลที่มีพฤติกรรมเช่นนี้ เรียกว่า Monotonicity

Improving Search การหาคำตอบจะเริ่มต้นที่คำตอบเบื้องต้นที่มีจำนวนตัวแปรอยู่ครบทุกตัว (Full Solution) และจะทำการปรับปรุงคำตอบโดยการปรับค่าตัวแปรตามแนวทางการปรับค่าของตัวแปร (Move Set or Neighborhood) ซึ่งทำให้คำตอบของปัญหาจะขึ้นอยู่กับทางเลือกคำตอบเบื้องต้น โดยข้อเสียของวิธีนี้คือ หากปัญหามีขนาดของ Neighborhood ใหญ่เกินไปจะทำให้การปรับปรุงค่าในแต่ละครั้งไม่มีประสิทธิภาพ แต่หาก Neighborhood มีขนาดเล็กเกินไปก็จะทำให้มีโอกาสที่ไม่ครอบคลุมคำตอบที่ดีที่สุดทั้งหมด นอกจากนี้สำหรับการปรับปรุงค่าในแต่ละครั้งควรจะต้องมีความเป็นไปได้ของคำตอบ (Feasibility) และหากจำกัดแนวทางการปรับค่าเพื่อให้คำตอบเป็นไปได้ทุกครั้งย่อมจะทำให้การนำไปใช้นั้นยุ่งยากมากขึ้น ดังนั้นแนวทางการปรับค่าจึงยอมให้เกิดการปรับปรุงที่เป็นไปไม่ได้ (Infeasible) แต่จะทำการหักค่าของคำตอบในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ลง

Local Search หรือ Hill-climbing เป็นวิธีการที่ประยุกต์มาจาก Improving Search โดยเริ่มต้นจากคำตอบตั้งต้นที่มีความเป็นไปได้ (Initial Feasible Solution) จากนั้นทำการปรับปรุงค่าโดยพิจารณาตามคำตอบที่อยู่ติดกัน (Neighborhood) หากคำตอบที่ได้มีค่าที่ดีขึ้นก็จะทำการปรับปรุงค่าต่อไป แต่หากคำตอบที่ได้ไม่ดีขึ้นก็จะหยุดการปรับปรุงค่าโดยได้คำตอบแบบ Local Optimum โดยแนวทางหนึ่งในการแก้ปัญหาคำตอบวนอยู่ใน Local Optimum ซึ่งจะเกิดเมื่อการปรับค่าตัวแปรที่ตำแหน่งนั้นๆ พิจารณา Neighborhood ชุดเดียวกันก็คือวิธีการ Multi-start ซึ่งเลือกจุดสำหรับใช้เป็น Initial Feasible Solution หลายๆ จุดซึ่งแต่ละจุดจะทำให้ได้ค่า Local Optimum ที่แตกต่างกันโดยคำตอบของ Heuristic ใช้ค่า Local Optimum ที่ดีที่สุด



รูปที่ 2.3 อัลกอริทึมในการค้นหาคำตอบของ Hill-climbing

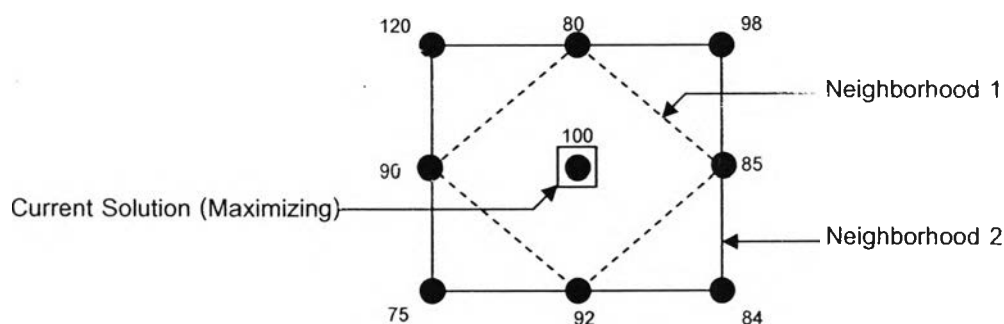
อัลกอริทึมในการค้นหาคำตอบของ Hill-climbing แสดงในรูปที่ 2.3 ซึ่งจะมีการเคลื่อนที่ไปในทิศทางที่เพิ่มค่าของคำตอบขึ้น เนื่องจากอัลกอริทึมนี้ไม่ได้ใช้รูปแบบของแผนผังต้นไม้ ดังนั้นโครงสร้างของโนดจึงให้หน่วยความจำในเรื่องของสถานะและค่าประเมินที่เรียกว่า Value สิ่งสำคัญอีกอย่างหนึ่งคือ เมื่อมีจุดที่ดีที่สุดหลายจุดที่สามารถเลือกได้ อัลกอริทึมนี้สามารถเลือกจุดนั้นขึ้นมาอย่างสุ่มได้ อุปสรรคของวิธีค้นหาคำตอบ ได้แก่

- Local Maxima :Local Maximum เป็นตัวขัดขวางการหา Global Maximum แม้ว่า Local Maxima เป็นจุดสูงสุดแต่เมื่อเทียบกับทุกสถานะแล้วจะมีจุดอื่นที่สูงกว่า เมื่อพบกับ Local Maxima ก็จะหยุดค้นหาคำตอบแม้ว่าคำตอบที่ได้จะไม่ใช่ว่าค่าที่ดีที่สุดก็ตาม
- Plateaux : Plateau เป็นสถานะที่ฟังก์ชันในการประเมินค่ามีค่าเท่ากัน ซึ่งต้องใช้การขยายพื้นที่แบบสุ่ม (Random Walk)
- Ridges :Ridge เป็นแนวที่มีความชันมากที่สุด ดังนั้นวิธีค้นหาคำตอบจะไปยังจุดสูงสุดของแนวที่มีความชันมากที่สุด ในบางกรณีการเคลื่อนที่จากจุดปัจจุบันไปยังจุดสูงสุดของ ridge วิธีการค้นหาคำตอบจะแกว่งจากด้านหนึ่งไปอีกด้านหนึ่ง (Oscillation) ทำให้มีการปรับปรุงคำตอบน้อย

ในแต่ละกรณี อัลกอริทึมอาจจะเคลื่อนที่ไปยังจุดที่ไม่ทำให้เกิดการปรับปรุงค่า สิ่งที่ต้องทำคือ เริ่มต้นซ้ำอีกครั้งจากจุดเริ่มต้นที่แตกต่างกัน การสุ่มสถานะเริ่มต้น (Random Start Hill Climbing) จะทำให้ได้จุดเริ่มต้นที่แตกต่างกัน และทำไปเรื่อยๆจนกว่าจะหยุดหรือไม่มีการปรับปรุงค่า เพื่อเป็นการประหยัดเวลาในการค้นหาคำตอบ สามารถกำหนดจำนวนของตารางในการหาคำตอบ( Iteration) ได้ และถ้าจำนวนตารางในการหาคำตอบเพียงพอ การสุ่มสถานะเริ่มต้นจะสามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ ความสำเร็จของ Hill-climbing ขึ้นอยู่กับรูปร่างของพื้นผิว ถ้ามี Local Maxima น้อย การสุ่มสถานะเริ่มต้นจะสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้อย่างรวดเร็ว แต่ปัญหาจริงๆมักจะมีพื้นผิวที่มีลักษณะขรุขระ ถ้าปัญหาเป็น NP-complete จะใช้เวลาในการหาคำตอบนานขึ้น ซึ่งอาจจะมีจำนวนครั้งที่ติดอยู่กับ Local Maxima มากขึ้น แต่โดยทั่วไปแล้วสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดโดยใช้จำนวนตารางในการหาคำตอบไม่มากนัก

เนื่องจากการเกิดการวนซ้ำ (Cycling) เป็นอุปสรรคของวิธีค้นหาคำตอบ จึงมีการพัฒนาจาก Heuristic Search ให้เป็น Meta-Heuristic เพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพของวิธีค้นหาคำตอบให้ดีขึ้น Meta-Heuristic ที่ถูกนำมาใช้ในการหาคำตอบอย่างแพร่หลาย ได้แก่ TABU Search ,Simulated Annealing และ Genetic Algorithms

TABU Search ถูกคิดค้นโดย Glover ในปี ค.ศ.1989 ขยายแนวคิดในการหาคำตอบจากวิธีการแบบ Local Search โดยยอมให้สามารถย้ายค่าไปในตำแหน่งที่ไม่ปรับปรุงค่าคำตอบให้ดีขึ้นได้ (Nonimproving Move) ตัวอย่างเช่น สำหรับ Neighborhood ที่ 1 ในรูปที่ 2.4 ซึ่งทำให้คำตอบออกจากค่า Local optimum ได้โดยย้ายไปที่จุดที่ดีที่สุดถัดไป คือ 92 แม้ว่าค่าคำตอบที่ได้จะไม่ดีขึ้นก็ตาม แต่ด้วยวิธีการเช่นนี้อาจนำไปสู่การปรับปรุงค่าโดยการย้ายจุดอย่างไม่สิ้นสุด (Infinite Cycling) และการปรับปรุงค่าครั้งต่อไปจะทำให้คำตอบย้ายกลับไปสู่จุดเดิม คือ 100 TABU Search มีกลไกเพื่อป้องกันปัญหาที่จะเกิดขึ้นโดยการห้ามปรับปรุงค่าบางแนวทาง (Tabu Move) รวมถึงการปรับปรุงค่าที่จะทำให้คำตอบย้ายเข้าสู่ตำแหน่งก่อนหน้า เป็นการป้องกันการเกิดการวนรอบ (Short Term Cycling) โดยใช้ TABU List บันทึกการย้ายตำแหน่ง และเก็บคำตอบไว้เสมอ ดังนั้น ทุกๆ Iteration จะเกิดการปรับปรุงค่าคำตอบอย่าง TABU แม้ว่าค่าคำตอบจะไม่ดีขึ้น แต่ยังคงเก็บค่าคำตอบจากทุกๆ Iteration ไว้และเลือกค่าที่ดีที่สุดจากจำนวนการปรับปรุงค่าที่ตั้งไว้เป็นค่า Heuristic Optimum พารามิเตอร์ที่สำคัญของวิธีการนี้คือการกำหนดขนาดของ TABU List (TABU List Size) ซึ่งค่าที่เหมาะสมขึ้นอยู่กับปัญหา ถ้าขนาดของ TABU List มากเกินไปจะทำให้คำตอบที่ได้มีค่าไม่ดี แต่ถ้าขนาดของ TABU List น้อยเกินไปจะทำให้คำตอบยังคงวนอยู่ในค่า Local Optimum



รูปที่ 2.4 Alternative Neighborhoods

Simulated Annealing : SA อัลกอริทึมของ Simulated Annealing คือการยอมรับการเคลื่อนที่ที่ไม่ปรับปรุงค่าคำตอบให้ดีขึ้น โดยการทดสอบความน่าจะเป็นจากค่าสุ่มเพื่อหลีกเลี่ยงการวนซ้ำ เริ่มต้นจากคำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible Solution) กระบวนการเคลื่อนที่ของแต่ละ Iteration เริ่มต้นจากค่าสุ่มซึ่งได้มาจากการเคลื่อนที่ครั้งก่อนหน้า ซึ่งโดยทั่วไปไม่ได้พิจารณาเพียงค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function) แต่จะคำนวณเป็น ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์สุทธิ (Net Objective Function Improvement  $\Delta \text{obj}$ ) ถ้าคำตอบที่ได้มีค่าดีขึ้น ( $\Delta \text{obj} > 0$ ) จะยอมรับคำตอบนั้นทันที หรือในกรณีที่คำตอบที่ได้มีค่าไม่ดีขึ้น ( $\Delta \text{obj} \leq 0$ ) จะยอมรับคำตอบด้วยความน่าจะเป็นดังนี้

$$\text{Probability of acceptance} = e^{-\frac{\Delta \text{obj}}{q}}$$

ค่าที่ดีที่สุดจะถูกเก็บเอาไว้จะเป็นค่าHeuristic Optimum ซึ่งค่าการลดค่าคำตอบ ( $\Delta \text{obj} \leq 0$ ) ในความน่าจะเป็นแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลจะแสดงถึงปริมาณที่ลดลงของค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์เทียบกับคำตอบจากการปรับปรุงค่า ดังนั้นการปรับปรุงค่าครั้งใด ๆ ที่ให้คำตอบน้อยย่อมถูกยอมรับด้วยโอกาสน้อยกว่าการปรับปรุงค่าครั้งที่มีค่ามากกว่าเสมอ พารามิเตอร์  $q$  เรียกว่าค่าควบคุมอุณหภูมิของการค้นหาคำตอบ (Temperature Controlling) เป็นตัวกำหนดความถี่ของการปรับปรุงค่า ถ้าพารามิเตอร์  $q$  มีค่ามากจะทำให้สมการมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ หมายความว่าโอกาสที่จะยอมรับการเคลื่อนที่เท่ากับ 1 เสมอแม้จะไม่มีปรับปรุงค่าคำตอบและถ้าพารามิเตอร์  $q$  มีค่าน้อย โอกาสที่จะยอมรับการเคลื่อนที่ที่ไม่มีการปรับปรุงค่าคำตอบก็จะลดลง

การนำ Simulated Annealing ไปใช้ในการหาคำตอบจะเริ่มต้นจากค่าพารามิเตอร์  $q$  มาก ก่อนแล้วค่อยๆ ลดค่าลงจนเป็นศูนย์ตลอดช่วงการทำงานของการค้นหาคำตอบ โดยแนวคิดของวิธีการนี้ก็คือ ให้การหาคำตอบสามารถขยายการค้นหาคำตอบ (Explore) ได้อย่างทั่วถึงในขั้นแรกและจำกัดพื้นที่สำหรับการค้นหาลงมาให้เหลือเฉพาะพื้นที่ที่มีศักยภาพในภายหลัง (Exploit) และโดยปกติแล้วจำนวนครั้งของการปรับปรุงค่าโดยวิธีนี้จะสูงกว่าวิธี TABU Search หรือ Hill Climbing และมีการปฏิเสธการปรับปรุงค่าน้อยกว่า รวมถึงใช้ Neighborhood จำนวนน้อยกว่าในการพิจารณา เมื่อเทียบกับวิธีแบบ Local Search ที่มีทดสอบกับ Neighborhood เกือบทุกค่า จากการศึกษาพบว่าจำนวนครั้งของการปรับปรุงค่าอย่างสุ่มที่มากพอจะทำให้ Simulated Annealing หาคำตอบที่ดีที่สุดได้

**Genetic Algorithms** :GAs เป็นวิธีแก้ปัญหาที่พัฒนามาจากวิธีการแบบ Evolutionary Algorithm ซึ่งใช้แก้ปัญหาประเภท Stochastic Optimization โดยการประยุกต์หลักการคัดเลือกโดยธรรมชาติและหลักการพันธุศาสตร์ในการหาคำตอบ เริ่มต้นโดยการสุ่มชุดของคำตอบเริ่มต้น (Initial Solution) ขึ้นมาเป็นประชากร (Population) และสำหรับแต่ละชุดของคำตอบเริ่มต้น ซึ่งเรียกว่าโครโมโซม (Chromosome) ประกอบไปด้วยคำตอบของปัญหาในขณะนั้นๆ โดยการปรับปรุงชุดคำตอบ (Population Solution) ตลอดการค้นหาคำตอบ โดยประชากรบางส่วนจะถูกเลือกโดยคำนึงถึงความเหมาะสมของคำตอบ (Fitness Value) ซึ่งส่งผลทำให้โอกาสในการถูกเลือกสำหรับประชากรแต่ละตัวไม่เท่ากัน จากนั้นคู่ของประชากรที่ได้รับการคัดเลือกจะแลกเปลี่ยนชุดตัวแปรของคำตอบย่อยในตำแหน่งเดียวกันเพื่อทำการปรับปรุงค่าคำตอบ เรียกขั้นตอนการปรับปรุงนี้ว่า Crossover จากนั้นจะทำการเลือกคู่ของประชากรสำหรับรุ่นถัดไป (Offspring) โดยทำซ้ำตามขั้นเดิม และในบางครั้งก็จะทำ

การปรับปรุงค่าของคำตอบด้วยวิธีการ Mutation โดยการเปลี่ยนค่าของตัวแปรอย่างสุ่มภายในประชากรตัวใดๆ โดยที่ความน่าจะเป็นในการเลือกคู่ประชากรใดๆ คำนวณจากสมการดังนี้

$$\text{probability} = \frac{\text{Individual solution value}}{\text{population total}}$$

ในทางทฤษฎีจะเห็นว่า Genetic Algorithms เป็นวิธีการหาคำตอบที่ไม่ขึ้นกับ Neighborhood แต่การปรับปรุงคำตอบด้วยวิธีการ Crossover ไม่สามารถประกันได้ว่าคำตอบที่ได้มาเป็นประชากรในรุ่นถัดไปจะเป็นคำตอบที่เป็นไปได้ และวิธีการจัดตำแหน่งตัวแปรคำตอบสำหรับประชากรก็มีผลอย่างมากต่อกระบวนการ Crossover ขึ้นอยู่กับว่าจุดตัดจะอยู่ในตำแหน่งใด นอกจากนี้วิธีการกำหนดความน่าจะเป็นสำหรับการถูกคัดเลือกเป็นประชากรก็เหมาะสมเฉพาะกับปัญหาแบบหาค่ามากที่สุดเท่านั้น [3]

### 2.1.2 ระบบพัสดุคงคลังและพัสดุสำรอง (Safety Stock)

การจัดการระบบพัสดุคงคลังภายใต้ความไม่แน่นอน ในการวางนโยบายด้านระบบพัสดุคงคลังต้องนำเอาความไม่แน่นอนมาพิจารณาด้วยเสมอ แนวทางหนึ่งในการจัดการกับความไม่แน่นอนคือการวางแผนถึงพัสดุสำรอง (Safety stock) เพื่อป้องกันการเกิด Out-of-stock รูปแบบของความไม่แน่นอนที่มีผลกระทบต่อนโยบายด้านพัสดุคงคลังแบ่งออกเป็น 2 รูปแบบ รูปแบบแรกคือความต้องการที่ไม่แน่นอน (Demand Uncertainty) คืออัตราการขายสินค้าหรือการใช้พัสดุภายในรอบการสั่งซื้อพัสดุ และรอบการสั่งซื้อที่ไม่แน่นอน (Performance Cycle Uncertainty) เกี่ยวข้องกับความแปรผันในด้านระยะเวลารอบการสั่งซื้อพัสดุ

แม้ว่าจะมีการพยากรณ์ปริมาณความต้องการเป็นอย่างดีในรอบการสั่งซื้อ ความต้องการสินค้าก็อาจจะเกินกว่าหรือน้อยกว่าที่คาดการณ์ไว้ได้ เพื่อป้องกันการเกิด Out-of-stock เมื่อปริมาณความต้องการเกินกว่าที่ได้คาดการณ์ไว้จึงต้องมีการพิจารณาถึงพัสดุสำรอง ภายใต้สภาวะที่มีความต้องการไม่แน่นอน ขั้นตอนของการวางแผนพัสดุสำรอง ขั้นตอนแรกต้องวัดถึงความน่าจะเป็นที่จะเกิด Out-of-stock ขั้นตอนที่สอง ประเมินถึงปริมาณความต้องการที่อาจเกิดขึ้นในระหว่างที่เกิด Out-of-stock และขั้นตอนสุดท้ายเป็นการตัดสินใจในเชิงนโยบายเกี่ยวกับระดับความต้องการพัสดุสำรอง (Desired Level of Stockout Protection) [4]



ความเสี่ยง 2 รูปแบบที่เกิดขึ้นเนื่องจากความต้องการที่ไม่แน่นอน คือถ้ามีความต้องการมากเกินไปในบางครั้งอาจเกิด Out-of-stock ขึ้นได้ หรือในอีกแง่หนึ่ง ถ้าปริมาณความต้องการน้อยกว่าที่คาดการณ์ไว้ หรือรอบการสั่งซื้อต่ำและสามารถส่งสินค้าได้ตามที่ต้องการก็ไม่จำเป็นต้องมีการเก็บพัสดุสำรอง ในทางปฏิบัติต้องมีการจัดการให้เกิดความสมดุลกันระหว่างความเสี่ยงทั้ง 2 รูปแบบ โดยมีการตัดสินใจที่เป็นไปได้ 4 แนวทาง และจะเลือกใช้วิธีไหนขึ้นอยู่กับความต้องการของลูกค้าเป็นสำคัญ ยกตัวอย่างระดับการให้บริการที่แตกต่างกันสำหรับสินค้าที่แตกต่างกันโดยอาศัยพื้นฐานของต้นทุน สินค้าที่มีต้นทุนสูงกว่าจะมีระดับการให้บริการสูง แต่ถ้าสินค้านั้นมีต้นทุนต่ำระดับการให้บริการจะลดลง คือลูกค้าอาจจะรับภาระด้านพัสดुकงคลังไว้เอง แนวทางการตัดสินใจทั้ง 4 แนวทางได้แก่:

- 1) Safety Stocks Established Through the Use of a Simple-Minded Approach แนวทางนี้เป็นการกำหนด safety factor โดยทั่วๆไป หรือกำหนดระยะเวลาในการส่งสินค้าที่เป็น พักุดสำรองของสินค้าแต่ละชนิด เป็นวิธีที่ง่ายกว่าวิธีการอื่นๆ
- 2) Safety Stocks Based on Minimizing Cost แนวทางนี้อาศัยการคิดค่าร้างพัสดुकง (Shortage Cost) แล้วทำให้มีต้นทุนรวมต่ำที่สุด ยกตัวอย่างการเลือกวิธีขนส่งทางอากาศเพื่อสนองตอบต่อความต้องการของลูกค้า แม้ว่าจะทำให้ต้นทุนรวมสูงขึ้น เปรียบเทียบกับการเก็บสินค้าในปริมาณมากเพื่อลดจำนวนครั้งของการขนส่งทางอากาศลงแต่ว่าค่าเก็บสินค้าจะต้องเพิ่มขึ้น ซึ่งแนวทางของต้นทุนที่ต่ำที่สุดต้องมีการเปรียบเทียบกันระหว่างต้นทุนประเภทต่างๆ เพื่อให้พบกับนโยบายที่ทำให้มีต้นทุนรวมต่ำที่สุด
- 3) Safety Stocks Based on Customer Service แนวทางนี้ได้ตระหนักถึงความยากในการคิดค่าร้างพัสดुकง จึงได้แนะนำวิธีการควบคุมพารามิเตอร์ที่รู้และกำหนดได้ให้เป็นระดับของการบริการ (Service Level) และใช้ระดับของการให้บริการนี้ในการกำหนดพัสดुकงสำรอง ยกตัวอย่าง การลดต้นทุนการสั่งซื้อ (Carrying Cost) ให้น้อยที่สุด พร้อมกับสามารถตอบสนองต่อปริมาณความต้องการได้ 95 % ของความต้องการทั้งหมด
- 4) Safety Stock on Aggregate Consideration แนวความคิดโดยทั่วๆไปคือการกำหนดพัสดुकงสำรองของสินค้าแต่ละชนิด ภายใต้งบประมาณที่มีอยู่อย่างจำกัด เพื่อหา ระดับการให้บริการโดยรวม (Aggregate Service) ที่จะทำได้สำหรับสินค้าแต่ละชนิด การกำหนดพัสดुकงสำรองของสินค้าแต่ละชนิดเป็นการลงทุนเก็บพัสดुकงที่ต่ำที่สุดที่เป็นไปได้และยังคงสามารถตอบสนองต่อระดับการให้บริการโดยรวมได้ [5]

การกำหนดปริมาณพัสดุสำรองภายใต้ความไม่แน่นอน สามารถคำนวณหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความต้องการและสมรรถนะของรอบการสั่งซื้อภายใต้ความไม่แน่นอนจากสมการ

$$\sigma_c = \sqrt{TS_s^2 + D^2 S_s^2}$$

โดยที่

|            |   |  |
|------------|---|--|
| $\sigma_c$ | = | ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานรวมของสมรรถนะในรอบการสั่งซื้อและยอดขาย                                      |
| T          | = | สมรรถนะเฉลี่ยของรอบการสั่งซื้อ (Average Performance Cycle Time)                                |
| $S_s$      | = | ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของสมรรถนะในรอบการสั่งซื้อ<br>(Standard Deviation of the Performance Cycle) |
| D          | = | ยอดขายเฉลี่ย (Average Daily Sales )  |
| $S_s$      | = | ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของยอดขาย (Standard Deviation of Daily Sale )                               |

$$SS = k \times \sigma_c$$

โดยที่

|    |   |  |
|----|---|--|
| SS | = | จำนวนหน่วยพัสดุสำรอง                           |
| k  | = | safety factor ซึ่งได้จากความสัมพันธ์ของ $f(k)$ |

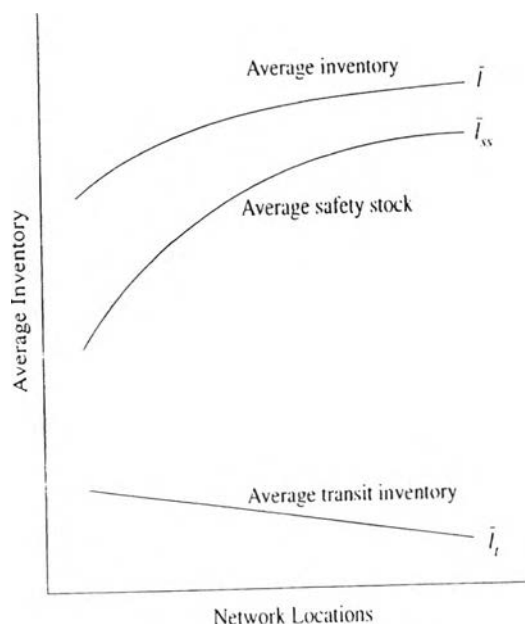
ความสัมพันธ์ระหว่างพัสดุดังกล่าวกับจำนวนคลังสินค้าเมื่อจำนวนคลังสินค้าเพิ่มขึ้น สมรรถนะของรอบการสั่งซื้อจะเพิ่มขึ้น โดยสัมพันธ์กับระดับพัสดุดังกล่าวที่ต้องการของทั้งระบบโครงข่าย ระดับพัสดุดังกล่าว ที่สัมพันธ์กับจำนวนคลังสินค้าประกอบด้วย Base Inventory, Transit Inventory และ Safety Stock Inventory

- Base Inventory การเพิ่มระดับพัสดุดังกล่าวแบบจะไม่มีผลกระทบต่อ Base Stock เนื่องจากระดับของ Base Stock ในระบบลจิสติกส์ถูกกำหนดด้วยปริมาณการผลิตและขนาดการขนส่ง ซึ่งไม่ได้เปลี่ยนแปลงไปตามจำนวนคลังสินค้า โดยเฉพาะในระบบการผลิตแบบทันเวลา (Just In Time: JIT ) Base Stock ถูกตัดสินจากปริมาณการสั่งซื้อที่จำเป็นต่อการสนับสนุนการผลิตหรือการประกอบ
- Transit Inventory Transit Stock เป็นพัสดุดังกล่าวที่ขึ้นอยู่กับปริมาณการขนส่ง ในระหว่างการขนส่งพัสดุดังกล่าวนี้สามารถใช้ทำเป็นสัญญาเพื่อการรับประกันได้แต่ยังไม่สามารถจับต้องได้จริง การเพิ่มสมรรถนะของรอบการสั่งซื้อคือการลด Transit Inventory เนื่องจากจะทำให้จำนวนวันในการขนส่งรวมของระบบ (Total in Transit Day) ลดลง การเพิ่มจำนวนคลังสินค้าจะช่วยลดจำนวนวันในการขนส่งรวมของระบบลงได้ และต้อง

ให้ความสำคัญต่อการวิเคราะห์ถึงที่ตั้งของคลังสินค้าเนื่องจากอาจส่งผลต่อ Transit Inventory ข้อควรระวังของการลดจำนวนวันในการขนส่งรวม อาจส่งผลให้ Lead Time และ Service Failure เพิ่มขึ้น

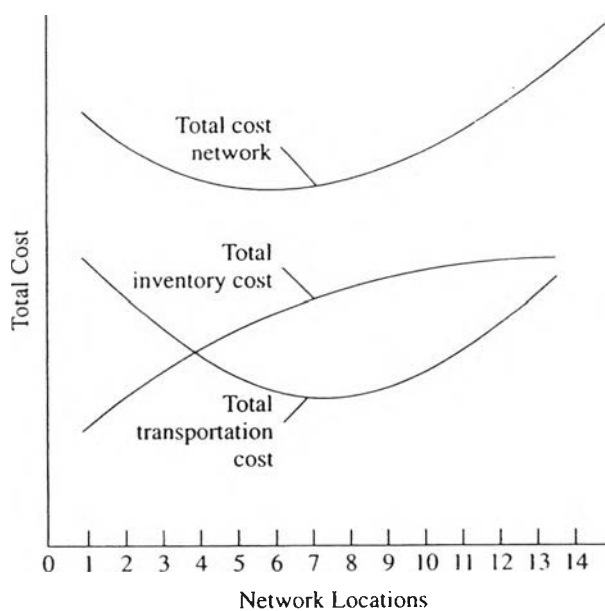
- Safety Stock Inventory เป็นการป้องกันความไม่แน่นอนในการขายสินค้า ที่มาจากความต้องการสินค้าที่เกินกว่าที่ได้คาดการณ์ไว้ วัตถุประสงค์ของการมีพัสดุสำรองคือ ป้องกัน Out-of-stock ในระหว่างรอการสั่งซื้อ การเพิ่มจำนวนคลังสินค้าจะทำให้ระดับพัสดุดังกล่าวเพิ่มขึ้น ดังนั้นถ้าพัสดุดังกล่าวเพิ่มขึ้นตามจำนวนคลังสินค้าที่เพิ่มขึ้น ส่งผลให้ความไม่แน่นอนของทั้งระบบโครงข่ายเพิ่มขึ้นด้วย

การเพิ่มคลังสินค้าในโครงข่ายลอจิสติก (Logistic Network) มีผลกระทบคือ สมรรถนะของรอบการสั่งซื้อลดลง จำเป็นต้องมีพัสดุดังกล่าวเพื่อเพิ่มสมรรถนะของรอบการสั่งซื้อ และส่งผลกระทบต่อระดับพัสดุดังกล่าวเพิ่มขึ้น ทำให้ปริมาณพัสดุดังกล่าวเพิ่มขึ้น เนื่องจากการเพิ่มจำนวนคลังสินค้าเป็นการลดขนาดของการกระจายในเชิงสถิติที่ใช้ในการตัดสินใจถึงจำนวนพัสดุดังกล่าวที่ต้องการ ด้วยผลกระทบนี้ขนาดของตลาดที่ให้บริการโดยคลังสินค้าก็จะลดขนาดลงโดยไม่ได้สัมพันธ์กับการลดความไม่แน่นอน ยกตัวอย่างเมื่อนำเอาความต้องการของหลายๆตลาดมารวมกันโดยมีคลังสินค้าเพียงแห่งเดียว ความแปรผันของความต้องการจะเป็นค่าเฉลี่ยของระบบ ซึ่งจุดที่มีความต้องการสูงสุดก็จะถูกถ่วงไปด้วยจุดอื่นๆที่มีความต้องการต่ำ ดังนั้นการเกิดผลิตภัณฑ์ว่าง (Idle Stock) ของในตลาดหนึ่งจะถูกใช้เพื่อเป็นพัสดุดังกล่าวในอีกตลาดหนึ่งได้



รูปที่ 2.5 ผลของการเพิ่มจำนวนคลังสินค้าต่อระดับพัสดุดังกล่าว

ผลกระทบต่อการเพิ่มขึ้นของระดับพัสดุคงคลังเฉลี่ยจากการเพิ่มจำนวนคลังสินค้าสามารถแสดงได้ดังในรูปที่ 2.5 พบว่า Transit Inventory จะลดลงตามเส้น  $I_t$  โดยมีข้อสมมติว่า จำนวนคลังสินค้ากับ Average Transit Inventory สัมพันธ์กันเป็นเส้นตรง เส้นกราฟ  $I_{ss}$  (Average Safety Stock) เพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนคลังสินค้าเพิ่มขึ้น พักสต็อกคงคลังเพิ่มขึ้นด้วยอัตราที่ลดลง เนื่องจากการเพิ่มขึ้นสุทธิสำหรับแต่ละคลังสินค้าที่เพิ่มขึ้นมีค่าลดลง พักสต็อกที่เพิ่มขึ้นเป็นผลรวมของการเพิ่มพัสดุคงคลัง ดังนั้นระดับพัสดุคงคลังที่เพิ่มขึ้นเพื่อรักษาสมรรถนะในการบริการก็จะลดน้อยลงสำหรับแต่ละคลังสินค้าที่เพิ่มขึ้นมาในระบบ เส้นกราฟระดับพัสดุคงคลังเฉลี่ย  $I$  (Average Inventory) แสดงการรวมกันระหว่างพัสดุดำรงกับ Transit Inventory สังเกตเห็นว่า Safety Stock จะส่งผลมากกว่า Transit Inventory สำหรับระบบรวมทั้งหมด ระดับพัสดุคงคลังเฉลี่ยคือ Safety Stock บวกด้วยครึ่งหนึ่งของปริมาณการสั่งซื้อ (Order Quantity) และ Transit Inventory ดังนั้นเมื่อมีความต้องการและระดับการให้บริการแก่ลูกค้าเท่ากัน ระดับพัสดุคงคลังโดยรวมจะเพิ่มขึ้นด้วยอัตราที่ลดลงเมื่อจำนวนคลังสินค้าในระบบเพิ่มขึ้น



รูปที่ 2.6 ต้นทุนรวมของระบบลอจิสติก

วัตถุประสงค์หลักของการสร้างระบบลอจิสติก โดยหลักการพื้นฐานต้นทุนรวมแสดงดังรูปที่ 2.6 จุดต่ำสุดของต้นทุนการขนส่งรวมอยู่ที่ 8 คลังสินค้า สำหรับระบบโดยทั่วไปต้นทุนรวมที่ต่ำที่สุดของระบบคือ 6 คลังสินค้า และจุดที่มีต้นทุนพัสดุคงคลังต่ำที่สุดคือ 1 คลังสินค้า

การระบุว่าจะมีคลังสินค้าก็คลังจึงจะได้ต้นทุนรวมต่ำสุดต้องอาศัยการเปรียบเทียบกัน ในหลายๆด้าน เนื่องจากจุดที่มีต้นทุนรวมต่ำสุดไม่ใช่เพียงแค่จุดที่มีต้นทุนพัสดุดังคลังต่ำสุด หรือต้นทุนการขนส่งต่ำสุด ในทางปฏิบัติ เป็นการยากที่จะวัดและระบุต้นทุนรวมของระบบลอจิสติก และต้องอาศัยข้อสมมติหลายอย่างในการวิเคราะห์ระบบ

### 2.1.3 ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้า (Hub Location Problem;HLP)

ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้า ได้นำไปประยุกต์ใช้กับงานหลายๆด้านที่เกี่ยวข้องกับการจราจร (Traffic) ยกตัวอย่างเช่น ธุรกิจสายการบิน การขนส่งไปรษณีย์ภัณฑ์ การสื่อสารและโทรคมนาคม กระบวนการฉุกเฉิน (Emergency Process) อุตสาหกรรมการขนส่ง(รถบรรทุก) ในสถานการณ์ที่ต้องมีการส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้น (Origin) ไปยังปลายทาง (Destination)

ลักษณะของปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้า พิจารณาทั้งการเลือกที่ตั้งและการออกแบบโครงข่าย (Network) ไปพร้อมๆกัน เพื่อหาคำตอบถึง

- 1) สถานที่ตั้งจุดกระจายสินค้าซึ่งเป็นจุดรวบรวมหรือจุดแลกเปลี่ยนสินค้า
- 2) การออกแบบโครงข่ายในระดับจุดกระจายสินค้า(Hub Level Network) เพื่อเชื่อมโยงจุดกระจายสินค้าเข้าด้วยกัน และในระดับจุดความต้องการสินค้า (Access Level Network) เพื่อจัดสรรและเชื่อมโยงจุดความต้องการสินค้าให้กับจุดกระจายสินค้า

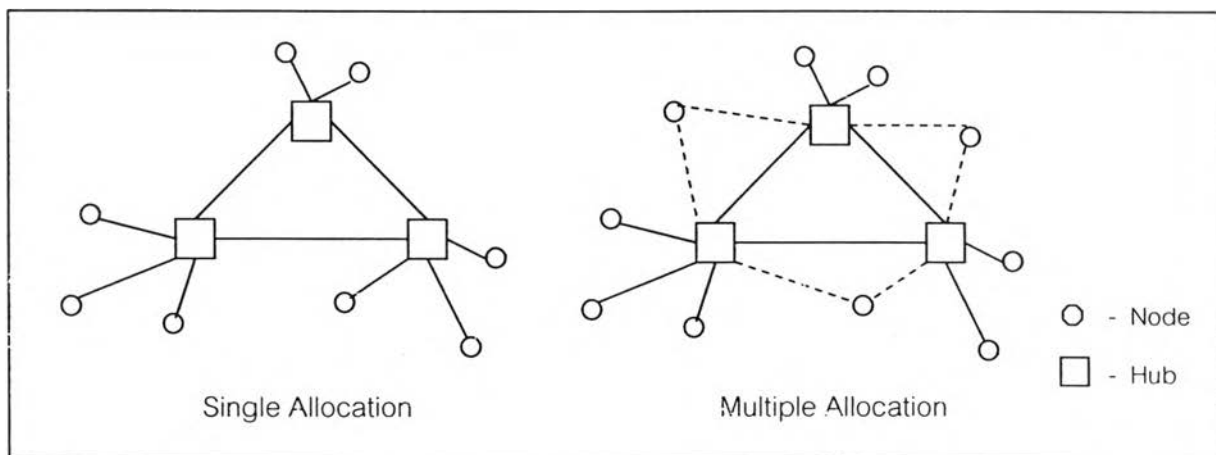
หน้าที่ของจุดกระจายสินค้าคือ เก็บรวบรวมสินค้าที่ขนส่งมาจากจุดเริ่มต้นมายังจุดกระจายสินค้า(Collection) , ส่งต่อหรือถ่ายโอนสินค้านี้ระหว่างจุดกระจายสินค้า (Transfer) และ กระจายสินค้าจากจุดกระจายสินค้าไปยังจุดปลายทาง (Distribution) ข้อได้เปรียบของการสร้างจุดกระจายสินค้าที่มีการรวมตัวกันของสินค้า (Consolidating the Flow) คือ ความประหยัดในเรื่องขนาดเนื่องจากการขนส่งระหว่างจุดกระจายสินค้าจะมีค่าใช้จ่ายต่ำกว่าการขนส่งระหว่างจุดต้องการสินค้าโดยตรง

ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้ามีหลายรูปแบบสามารถแบ่งได้ดังนี้

- 1) Hub Location Problem;HLP เป็นการหาคำตอบว่าควรมีจุดกระจายสินค้ากี่จุด โดยมีสมการวัตถุประสงค์คือค่าใช้จ่ายในการขนส่งและค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างจุดกระจายสินค้าที่น้อยที่สุด
- 2) p Hub Median Problem หรือ p Hub Location Problem คือปัญหาที่มีการกำหนดจำนวนจุดกระจายสินค้าไว้แล้ว และได้สมมติว่าทราบปริมาณการขนส่งระหว่างแต่ละจุด

เพื่อหาที่ตั้งของจุดกระจายสินค้าจำนวน  $p$  จุดและจัดสรรว่าจุดต้องการสินค้าใดจะขึ้นกับจุดกระจายสินค้าใด โดยมีสมการวัตถุประสงค์ให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งน้อยที่สุด

- 3) สามารถแบ่งปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้าออกตามการจัดสรรจุดต้องการสินค้าให้กับจุดกระจายสินค้าได้เป็น 2 ประเภท คือ การจัดสรรแบบเดี่ยว (Single Allocation) และการจัดสรรแบบหลายจุดกระจายสินค้า (Multiple Allocation)
- การจัดสรรแบบเดี่ยว คือแต่ละจุดความต้องการสินค้าจะถูกจัดสรรให้กับจุดกระจายสินค้าเพียงจุดเดียวเท่านั้น
  - การจัดสรรแบบหลายจุดกระจายสินค้า คือจุดความต้องการสินค้าอาจถูกจัดสรรให้กับจุดกระจายสินค้าได้มากกว่า 1 จุด ดังแสดงในรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 การจัดสรรแบบเดี่ยวและการจัดสรรแบบหลายจุดกระจายสินค้า

- 4) สามารถแบ่งปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้าออกตามข้อจำกัดด้านปริมาณการขนส่ง หรือปริมาณการเก็บได้เป็นแบบมีข้อจำกัด (Capacitated) เป็นการกำหนดปริมาณการขนส่งที่มากที่สุดที่สามารถขนส่งจากจุดกระจายสินค้าไปยังจุดความต้องการได้ หรือกำหนดปริมาณการเก็บที่จุดกระจายสินค้า และแบบไม่มีข้อจำกัด (Uncapacitated)
- 5) Flow Thresholds เป็นการกำหนดปริมาณการขนส่งที่น้อยที่สุดระหว่างการเชื่อมต่อกันของทุกจุดความต้องการ ยกตัวอย่างในการประยุกต์ใช้กับธุรกิจสายการบินจะใช้รูปแบบปัญหานี้เพื่อหาขนาดที่เล็กที่สุดของเครื่องบินโดยสาร เพื่อป้องกันการเชื่อมโยงที่จะก่อให้เกิดความไม่คุ้มค่า

## 2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 2.2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้า (Hub Location Problem; HLP)

ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้า ได้ถูกนำมาวิจัยในหลายรูปแบบ และสร้างรูปแบบปัญหาให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากยิ่งขึ้นเพื่อให้สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับงานหลายๆด้านที่เกี่ยวข้องกับการจราจร และการขนส่ง งานวิจัยในระยะแรกเน้นการสร้างรูปแบบปัญหาเป็นสูตรทางคณิตศาสตร์ (Formulation) ที่มีจำนวนตัวแปรและข้อจำกัดให้น้อยกว่างานวิจัยที่ออกมาก่อนหน้า เพื่อให้สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Solution) ได้ง่ายขึ้นและการสร้างอัลกอริทึมเพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ใกล้เคียงค่าที่เหมาะสมที่สุด (Near Optimal)

งานวิจัยของ O'Kelly [6] เสนอ HLP ที่มีจุดกระจายสินค้า 1-2 จุด ในกรณี 2 จุดกระจายสินค้าได้เสนออัลกอริทึม ซึ่งแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วนที่ไม่ซ้อนทับกัน แล้วหาที่ตั้งของจุดกระจายสินค้าภายใต้ข้อจำกัดที่ทุกจุดความต้องการสินค้าในพื้นที่นั้นจะถูกจัดสรรให้กับจุดกระจายสินค้าที่ตั้งอยู่ในพื้นที่เดียวกัน แต่อัลกอริทึมที่สร้างขึ้นไม่สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ ต่อมา O'Kelly [7] ได้สร้างรูปแบบปัญหาสำหรับ Uncapacitated Single Allocation p Hub Median Problem (USApHMP) เป็น Quadratic Integer Program โดยมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function) เป็น non-convex ซึ่งยากต่อการหาคำตอบ Campbell [8] จึงได้เสนอการสร้างรูปแบบปัญหาเป็น Mixed integer Programming สำหรับ Uncapacitated Multiple Allocation Hub Location Problem (UMAHLP) ซึ่งมี  $n+n^4$  ตัวแปรและ  $1+n^2+2n^4$  constraints และสำหรับ Uncapacitated Single Allocation Hub Location Problem (USAHLP) มี  $n^4+n^2+n$  ตัวแปรและ  $3n^2+1$  Linear Constraints เมื่อ  $n$  คือจำนวนจุดความต้องการสินค้า ต่อมา Skorin-Kapov et al. [9] ได้เสนอการสร้างรูปแบบปัญหาเป็น Mixed 0/1 with Tight Linear Programming Relaxation สำหรับ UMApHMP และ USApHMP ในกรณี UMApHMP ได้ปรับปรุงจากโมเดลของ Campbell [8] ซึ่งไม่มีข้อจำกัดที่สัมพันธ์กับค่าใช้จ่ายคงที่ (Fixed Cost) ในการสร้างจุดกระจายสินค้า ดังนั้นจึงเปลี่ยนแปลงโมเดลทำให้เซตข้อจำกัดลดลง และสร้างรูปแบบปัญหาเป็น Mixed 0/1 Linear Program ซึ่งมี  $n+n^4$  ตัวแปรและ  $1+n^2+2n^3$  Constraints ในกรณีของ USApHMP ได้สร้างรูปแบบปัญหาเป็น Mixed 0/1 Linear program ที่มี  $n^2/0/1$  Variable,  $n^4$  Continuous Variables และ  $1+n+n^2+2n^3$  Linear Constraints

ตารางที่ 2.1 จำนวนตัวแปรและจำนวนขอบเขตจากการสร้างรูปแบบปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้าเป็น  
 สูตรทางคณิตศาสตร์

| Formulation  | Single Allocation |                               | Multiple Allocation                               |  |
|--------------|-------------------|-------------------------------|---|--|
|              | #Variables        | # Constraints                 | #Variables  | # Constraints                              |
| Campbell     | $N^4 + n^2 + n$   | $3n^2 + 1$ linear constraints | $n^4 + n$   | $n^4 + n^2 + n$                            |
| Skorin-Kapov | $N^4 + n$         | $2n^3 + n^2 + 1$              | $n^2$ 0/1 variable,<br>$n^4$ continuous variables | $1 + n + n^2 + 2n^3$<br>linear constraints |

Ernst and Krishnamoorthy [10] ได้เสนอ MILP สำหรับ USApHMP ซึ่งมี  $n^3 + n^2$  ตัวแปร, โดยเป็นตัวแปรแบบ Binary  $n^2$  ตัวและ  $1 + n + 2n^2$  Linear Constraints Sohn and Park [11] เสนอการสร้างรูปแบบปัญหาที่ลดขนาดลง (Reduce Size Formulation) สำหรับ p-SA ซึ่งมี  $n^2$  0/1 Variables,  $n^3(n-1)/2$  Continuous Variables และ  $1 + n^3$  Constraints และ Mixed Integer Formulation ซึ่งมี  $pn$  0/1 Variables,  $p^2n(n-1)/2$  Continuous Variables and  $p + (1-p)n + pn^2$  Constraints โดยกำหนดให้จำนวนจุดกระจายสินค้าคงที่ทำให้สามารถลดจำนวนตัวแปรและข้อจำกัดลงได้ และ Ebery [12] ได้เสนอการสร้างรูปแบบปัญหาเป็น Mixed Integer Linear Programming สำหรับปัญหา USApHMP และ p-Hub Allocation Problem (pHAP) ซึ่งมีจุดกระจายสินค้า 2-3 จุดโดยใช้ตัวแปรเพียง  $O(n^2)$  ตัวแปรและ  $O(n^2)$  Constraints แต่ข้อจำกัดของวิธีการนี้ก็คือนำมาแก้ปัญหาได้มากที่สุดเพียง 3 จุดกระจายสินค้าเท่านั้น

ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้าเป็นปัญหาที่มีขนาดใหญ่ มีตัวแปรและข้อจำกัดจำนวนมาก ดังนั้นจึงนิยมใช้วิธีการฮิวริสติกในการหาคำตอบพบในงานวิจัยของ O'Kelly [7] พัฒนาฮิวริสติก 2 รูปแบบ ซึ่งใช้วิธีการคำนวณหาคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Complete Enumeration) โดย HEUR1 เป็นการจัดสรรโหนดทั้งหมดให้กับจุดกระจายสินค้าที่ใกล้ที่สุด และ HEUR2 เป็นการจัดสรรโหนดทีละโหนดให้กับจุดกระจายสินค้าที่ใกล้ที่สุดหรือใกล้ในลำดับถัดมา ซึ่ง HEUR2 สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ แต่ใช้เวลานาน (Exponential Time) และเพื่อปรับปรุงผลลัพธ์ Klineciewicz [13] ได้พัฒนาวิธีการ Exchange Heuristic และ Clustering Heuristic มีหลักในการจัดสรรโหนดโดยพิจารณาทั้งระยะทางและปริมาณสินค้าที่จัดส่งด้วย แตกต่างจาก O'Kelly [7] ที่พิจารณาแต่ระยะทางเพียงอย่างเดียว วิธีการ Exchange Heuristic ในขั้นแรกจะเลือกที่ตั้งของจุดกระจายสินค้าก่อนและจัดสรรโหนดให้กับจุดกระจายสินค้า จากนั้นปรับปรุงค่าให้กับคำตอบเริ่มต้นโดยสลับเปลี่ยนกันระหว่างจุดกระจายสินค้ากับจุดความต้องการสินค้า วิธีการ Clustering Heuristic ได้แบ่งจุดต้องการสินค้าออกเป็น  $p$  กลุ่ม แล้วจัดวางจุดกระจายสินค้าลงในแต่ละกลุ่มนั้น แม้ฮิวริสติกทั้ง 2 วิธีนี้จะใช้เวลาในการคำนวณมากกว่า แต่ก็สามารถแก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่กว่าที่ฮิวริสติกของ O'Kelly ทำได้ Skorin-Kapov and



Skorin-Kapov [14] ใช้ฮิวริสติกแบบ TABU Search ประกอบด้วย Single Exchange Relocation Heuristic เป็นการเปลี่ยนจากจุดกระจายสินค้าไปเป็นจุดความต้องการสินค้าและ Single Exchange Reallocation Heuristic เป็นการจัดสรรจุดความต้องการสินค้าใหม่ จากเดิมที่อยู่กับจุดกระจายสินค้าหนึ่งไปขึ้นกับอีกจุดกระจายสินค้าหนึ่ง

งานวิจัยของ Campbell [8] ได้พัฒนาฮิวริสติกชั้น 2 รูปแบบใช้ Greedy Exchange Heuristic โดยแก้ปัญหาการจัดสรรแบบหลายจุดกระจายสินค้าก่อนแล้วใช้คำตอบที่ได้เป็นจุดเริ่มต้นและค่าขอบเขตล่าง (Lower Bound) ของการจัดสรรแบบเดียว โดยยังคงเก็บที่ตั้งของจุดกระจายสินค้าที่ได้จากการจัดสรรแบบหลายจุดกระจายสินค้าไว้ และจัดสรรจุดความต้องการสินค้าให้กับจุดกระจายสินค้า MAXFLO เป็นการจัดสรรจุดความต้องการสินค้าเพื่อให้ขนส่งสินค้าได้มากที่สุด และ ALLFLO เป็นการจัดสรรจุดความต้องการสินค้าเพื่อให้ต้นทุนการขนส่งสินค้าน้อยที่สุด ซึ่งฮิวริสติกของ Campbell[8] สามารถหาคำตอบของปัญหาได้ดีกว่าวิธีของ O'Kelly และ Klinecicz งานวิจัยของ Ernst and Krishnamoorthy [10] ได้พัฒนา Simulated Annealing (SA) เพื่อหาคำตอบของ USApHMP โดยใช้ SA Upper Bound พัฒนารูปแบบการแก้ปัญหา LP based on B&B Method ต่อมา Klinecicz [15] ได้สร้าง Algorithm Based on Dual-ascent และ Dual-adjustment Techniques ด้วย Branch and Bound Scheme สำหรับ Uncapacitated Hub Location Problem (UHLP) ซึ่งสามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้

จากการศึกษาของ Sohn and Park [16] ได้พิสูจน์ว่ารูปแบบปัญหาที่เป็นการจัดสรรแบบเดียว (Single Allocation) เมื่อมีการกำหนดจำนวนที่แน่นอนของจุดกระจายสินค้ามากกว่า 3 จุดเป็น NP-Hardness Sohn and Park [11] พิจารณา Uncapacitated p-Hub Location Problem ทั้งการจัดสรรแบบเดียวและการจัดสรรแบบหลายจุดกระจายสินค้า สำหรับ UMApHMP ที่มีจำนวนจุดกระจายสินค้าที่แน่นอนและมีจำนวนจุดกระจายสินค้าน้อย สามารถใช้ Shortest Path Algorithm แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ต่อมา Sohn and Park [17] เสนอวิธีการแปลงรูปแบบปัญหาการจัดสรรแบบเดียวที่กำหนดให้มี 2 จุดกระจายสินค้าจากการสร้างรูปแบบปัญหาเป็น Quadratic 0-1 Program ไปเป็น Mixed Integer Programming (MIP) และได้แสดงให้เห็นว่า Linear Programming Relaxation of MIP สามารถแก้ปัญหา LP เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมของ MIP และ QIP ได้ และสามารถแก้ปัญหาได้ในเวลาที่เหมาะสม (Polynomial Time) งานวิจัยของ Mayer and Wagner [18] ได้นำเสนอ B&B procedure เรียกว่า HubLocator เพื่อแก้ปัญหา UMAHLP โดยพัฒนาจากโมเดลของ Klinecicz [15] ให้เป็น Aggregated Model Formulation แล้วหา Dual Solution โดยอาศัยคำตอบของ Klinecicz เป็นค่าเริ่มต้น ปรับปรุงคำตอบที่ได้ด้วยเทคนิค Dual Ascent ทำให้ได้ค่าขอบเขตล่าง

(Lower Bound) ที่ดีกว่า ส่วนค่าขอบเขตบน (Upper Bound) คำนวณจาก Complementary Slackness Condition ปรับปรุงค่าด้วย Hybrid และ Drop Procedure ซึ่งสามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้สำหรับปัญหาที่มีจำนวนโหนดไม่เกิน 40 โหนด

ผลงานวิจัยที่ผ่านมาส่วนใหญ่ไม่ได้พิจารณาข้อจำกัดด้านการจัดเก็บผลิตภัณฑ์ที่จุดกระจายสินค้า (Uncapacitated) ส่วนงานวิจัยที่ให้ความสำคัญกับข้อจำกัดด้านนี้พบในงานวิจัยของ Ernst and Krishnamoorthy [19] ได้พัฒนาฮิวริสติกเพื่อหาคำตอบของปัญหา Capacitated Single Allocation Hub Location Problem (CSAHLP) โดยใช้วิธี Simulated Annealing (SA) และ Random Descent Heuristic (RDH) คำนวณค่าขอบเขตบนด้วย LP-based Branch and Bound และงานวิจัยของ Ebery et al. [20] ได้นำเสนอวิธีการหาคำตอบสำหรับ Capacitated Multiple Allocation Hub Location Problem (CMAHLP) สร้างฮิวริสติกอัลกอริทึมโดยใช้เส้นทางที่สั้นที่สุด (Shortest Path) และคำนวณค่าขอบเขตบนด้วย LP-based Branch and Bound โดยมีแนวความคิดว่าอัลกอริทึม APSP (All Pairs Shortest Path) สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับ UMAHLP ได้ ดังนั้นจึงนำเอาอัลกอริทึม APSP มาประยุกต์ใช้กับการหาคำตอบของ CMAHLP

ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้าสามารถประยุกต์ใช้ได้กับงานหลายๆด้านที่เกี่ยวข้องกับการจราจร การขนส่ง (Traffic) ยกตัวอย่างเช่น ธุรกิจสายการบิน การขนส่งไปรษณีย์ภัณฑ์ การสื่อสาร และโทรคมนาคม กระบวนการฉุกเฉิน (Emergency Process) อุตสาหกรรมการขนส่งในสถานการณ์ที่ต้องมีการส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้นไปยังปลายทาง

งานวิจัยของ Ali et al. [21] เป็นการประยุกต์ใช้ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้ากับธุรกิจการขนส่งนำเสนอเทคนิค ฮิวริสติก และอัลกอริทึมเพื่อหาที่ตั้งของสถานีย่อย (Relay Point) ซึ่งเป็นจุดเปลี่ยนคนขับรถ เปลี่ยนรถบรรทุก หรือเปลี่ยนรถพ่วง ให้มีจำนวนสถานีย่อยบนโครงข่ายเส้นทางหลวง (Highway Network) น้อยที่สุดโดยมีข้อจำกัดเป็นระยะทางของคนขับรถ เสนออัลกอริทึมในการแก้ปัญหา 3 รูปแบบ คือ Straight Rout Version, Detour Version และ semi-Detour Version ผลลัพธ์ที่ได้จาก Straight Rout Algorithms จะให้ระยะทางในการเดินทางที่สั้นกว่า แต่มีจำนวนสถานีย่อยที่มากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับ Detour Algorithms. งานวิจัยของ Jaillet et al. [22] เป็นการประยุกต์ใช้ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้ากับการออกแบบโครงข่ายสายการบิน (Airline Network Design) ได้เสนอโมเดลเพื่อตัดสินใจถึงเมืองที่ควรสร้างเป็น ท่าอากาศยาน จำนวนผู้โดยสารที่จะกำหนดลงในแต่ละเที่ยวบิน เลือกชนิดของเครื่องบินโดยสารและจำนวนเครื่องบินแต่ละชนิดเพื่อรองรับความต้องการของลูกค้า ได้แบ่งนโยบายในการให้บริการออกเป็น 3 รูปแบบ คือ 1) One-stop 2)

Two-stop 3)All Stop ในแต่ละรูปแบบของนโยบายการบริการจะมีวิธีการสร้างรูปแบบปัญหาที่แตกต่างกันและสร้าง Heuristic Based on Mathematics Programming พบว่าการเลือกที่ตั้งของท่าอากาศยานขึ้นอยู่กับตำแหน่งทางภูมิศาสตร์(Geographical Position) มากกว่าปริมาณความต้องการ (Demand Level) และที่ระดับความต้องการสูงๆ พบว่านโยบายการบริการที่ต่างกันไม่ส่งผลต่อการเลือกที่ตั้งของท่าอากาศยาน

แม้ว่าการประยุกต์ใช้ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้าในงานด้านการสื่อสารและโทรคมนาคมจะคล้ายคลึงกับงานด้านการขนส่ง แต่ก็มีข้อแตกต่างที่สำคัญโดยเฉพาะเรื่องโครงสร้างต้นทุน (Cost Structures) ค่าใช้จ่ายที่สำคัญของงานด้านการขนส่งคือค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้า(Flow Cost) ในขณะที่ค่าใช้จ่ายที่สำคัญของงานด้านการสื่อสารและโทรคมนาคมคือค่าใช้จ่ายคงที่ ในการสร้างโครงข่าย ซึ่งความแตกต่างกันในโครงสร้างต้นทุนนี้ทำให้การสร้างรูปแบบปัญหา, วิธีการหาคำตอบ และขนาดของปัญหาแตกต่างกัน งานด้านการสื่อสารและโทรคมนาคมจะมีจุดเริ่มต้นและจุดปลายทางเป็นจำนวนหลายร้อยโหนด ดังนั้นจึงนิยมใช้วิธีฮิวริสติกในการหาคำตอบ

การประยุกต์ใช้ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้าในการออกแบบโครงข่ายการให้บริการข้อมูลแบบดิจิทัล(Digital Data Service Network)พบในงานวิจัยของ Lee et al. [23] ได้พัฒนาฮิวริสติกPHEUR เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้เบื้องต้น (Good Primal Feasible Solution) และฮิวริสติก LHEUR เพื่อปรับปรุงค่าให้ดีขึ้น Yoon et al. [24] ใช้ Dual Based Heuristic พัฒนาคำตอบให้ใกล้เคียงกับคำตอบที่เหมาะสมที่สุดและแก้ปัญหาด้วย Dual-ascent Procedure และChu et al. [25] พัฒนา Genetic Algorithms;GAs ในการแก้ปัญหาการออกแบบ DDS Network และได้ประเมินการใช้ GAs โดยเปรียบเทียบสมรรถนะกับ TABU Search จากการทดสอบทางสถิติ pair t-test แสดงให้เห็นว่าในแง่คุณภาพของคำตอบระหว่าง TABU search และ GAs ไม่แตกต่างกัน แต่ในแง่เวลาในการคำนวณพบว่ามีความแตกต่างกัน

### 2.2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการเลือกที่ตั้งและเส้นทาง (Location Routing Problem;LRP)

ลักษณะของปัญหาการเลือกที่ตั้งและเส้นทางเป็นการแก้ปัญหาการเลือกที่ตั้งจุดกระจายสินค้า (Facility Location Problem;FLP)และปัญหาการจัดเส้นทางเดินรถ (Vehicle Routing Problem;VRP) ไปพร้อมๆกัน โดยกำหนดว่าทราบเซตของที่ตั้งที่สามารถสร้างจุดกระจายสินค้าและความต้องการคาคหมายของลูกค้าแต่ละราย แล้วจัดสรรลูกค้าแต่ละรายให้กับจุดกระจายสินค้า

ในทางปฏิบัติมีข้อจำกัดที่ต่างกันด้านเส้นทางการขนส่ง เช่นด้านเวลาที่ซ้อนทับกัน หรือระยะทางในการเดินทาง

รูปแบบทั่วไปของปัญหาการเลือกที่ตั้งและเส้นทางสามารถสร้างรูปแบบปัญหาเป็น Integer Programming หรือ Mixed Integer Programming โดยใช้ 3 Index Variable แสดงถึงการเชื่อมต่อกันระหว่างจุดความต้องการสินค้าและการจัดเส้นทาง งานวิจัยของ Laporte and Nobert [26] เสนอวิธีการสร้างรูปแบบปัญหาเป็น Integer Linear Programming และแก้ปัญหาด้วย Branch and Bound Base on Constraint Relaxation Technique และในงานวิจัยของ Laporte et al. [27] ได้ใช้เทคนิคที่ Laporte and Nobert [26] พัฒนาขึ้นเพื่อแก้ปัญหา Uncapacitated Multi-facility Location Problem โดยไม่พิจารณาข้อจำกัดด้านความจุของรถ, ความจุของจุดกระจายสินค้าและเวลาในการเดินทาง วิธีการ Exact Integer Program สามารถแก้ปัญหาได้มากถึง 50 โหนด และงานวิจัยของ Bookbinder and Reece [28] ได้พิจารณาข้อจำกัดด้านความจุของรถ, ความจุของจุดกระจายสินค้า (Capacitated Vehicle and Facilities) และเสนอวิธีการสร้างรูปแบบปัญหาเป็น Nonlinear Mixed Integer Program ได้ประยุกต์ใช้ Bender's Decomposition แยกปัญหาออกเป็นปัญหาที่ตั้งและปัญหาการจัดเส้นทาง

เนื่องจากเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้น (Exponential Time) ทำให้ Exact Method ของปัญหาการเลือกที่ตั้งและเส้นทาง มีข้อจำกัดกับปัญหาขนาดเล็กและขนาดกลางเท่านั้น (ไม่เกิน 20-50 จุดความต้องการ) ดังนั้นจึงนิยมใช้ฮิวริสติกในการหาคำตอบมากขึ้น เช่น Saving Concept , Deterministic Heuristic Base on Location-allocation งานวิจัยของ Madsen[29] ได้สร้างรูปแบบปัญหาในการจัดส่งหนังสือพิมพ์ (2-level Newspaper Delivery Problem) เพื่อพิจารณาถึงที่ตั้งของโรงงาน จุดขนถ่ายสินค้าและเส้นทางการขนส่งไปยังลูกค้า ได้เสนอ 2 Algorithm คือ Alternate Location-allocation Saving และ Saving Drop Procedure

แนวคิดในการสร้างอัลกอริทึมอีกแนวคิดหนึ่งคือการเปิด(ปิด)จุดกระจายสินค้าทั้งหมดก่อน ตั้งแต่แรก แล้วจึงค่อยๆปิด(เปิด) ไปทีละ 1 จุดโดยใช้หลักการความประหยัดค่าใช้จ่าย (Cost Saving) ในการตัดสินใจ พบในงานวิจัยของ Srivastana [30] ได้เสนออัลกอริทึม 3 แบบ คือ SAV1, SAV2 และ CLUS เพื่อแก้ปัญหาการเลือกที่ตั้งและเส้นทางที่ซับซ้อนมากขึ้น และสำรวจปัจจัยต่างๆที่ส่งผลกระทบต่อสมรรถนะของอัลกอริทึม SAV1 จะเปิดจุดกระจายสินค้าทั้งหมดตั้งแต่เริ่มต้น และใช้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งเพื่อตัดสินใจว่าควรเปิดหรือปิดจุดใด ปรับปรุงจาก Saving Algorithm for the Multiple Depot ของ

Tillman (1969) SAV2 เป็นการเปิดจุดกระจายสินค้าเพิ่มขึ้นทีละหนึ่งจุดแล้วใช้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งเพื่อตัดสินใจว่าควรเปิดหรือปิดจุดใด และ CLUST เป็นการสร้าง Minimal Spanning Tree ระหว่างจุดความต้องการสินค้าแล้วแยกออกเป็น cluster ด้วย Density Search Technique ซึ่งจากผลการคำนวณพบว่าอัลกอริทึมทั้งหมดนี้ให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าการใช้ Sequential Approach (Sequential Approach เป็นวิธีที่นิยมใช้ในทางปฏิบัติ ในขั้นแรกจะตัดสินใจที่ตั้งของจุดกระจายสินค้าจาก Moment Sum Approximation จากนั้นจึงแก้ปัญหา Multi-depot Routing ด้วย Saving Algorithm)

การแบ่งปัญหาการเลือกที่ตั้งและเส้นทางออกเป็นปัญหาย่อยและแก้ปัญหาย่อยนั้นด้วย Exact Method หรือ ฮิวริสติกพบในงานวิจัยของ Or and Pierskalla [31] เพื่อหาคำตอบถึงที่ตั้งของคลังโลหิตและเส้นทางในการขนส่งเพื่อกระจายโลหิตให้แก่โรงพยาบาล โดยผลิตภัณฑ์ที่ขนส่งคือโลหิต ซึ่งมีการจัดส่ง 2 รูปแบบคือแบบช่วงเวลาและแบบฉุกเฉิน นำเสนอฮิวริสติก 2 รูปแบบคือ Algorithm 1 , Algorithm 2 และ Extensions โดยใช้ข้อมูลของ Greater Metropolitan Area ในการทดสอบฮิวริสติก งานวิจัยของ Perl and Daskin [32] สร้างรูปแบบปัญหา Warehouse Location Routing Problem (WLRP) เพื่อหาที่ตั้งของศูนย์กระจายสินค้าและเส้นทางเดินรถไปพร้อมๆกัน ได้สร้างรูปแบบปัญหาเป็น Mixed Integer Programming ซึ่งไม่สามารถแก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่และซับซ้อนได้ และนำเสนอฮิวริสติกเพื่อแก้ปัญหาโดยแยกปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย 3 ปัญหาที่มีผลต่อกัน เพื่อประยุกต์ใช้กับบริษัทขนส่งสินค้า

การใช้ Meta-heuristic เพื่อรวมปัญหาทั้งสองเข้าด้วยกันพบในงานวิจัยของ Tuzun and Burke [33] เสนอ Two-phase TABU Search Algorithm เพื่อหาคำตอบของ LRP เพื่อตัดสินใจที่ตั้งและเส้นทางพร้อมๆกัน โดยแบ่งออกเป็นปัญหาย่อยที่มีตัวแปรการตัดสินใจต่างกัน เมื่อเปรียบเทียบในด้านคุณภาพคำตอบพบว่า Two-phase TABU Search Algorithm ให้คำตอบที่มีคุณภาพดีกว่า SAV1 และในด้านเวลาในการคำนวณพบว่า Two-phase TABU Search Algorithm ใช้เวลาในการคำนวณมากกว่า งานวิจัยของ Lin et al.[34] พัฒนา Meta-heuristic Base on Threshold Accepting และ Simulated Annealing ประยุกต์ใช้กับการจัดส่งใบเสร็จรับเงินรายเดือนไปยังลูกค้า เพื่อหาที่ตั้งของศูนย์ออกใบเสร็จรับเงิน, เส้นทางจัดส่ง และการไหลงาน ผลการใช้ Meta-heuristic พบว่าสามารถลดค่าใช้จ่ายของบริษัทลงได้ สามารถแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและได้คำตอบที่เข้าใกล้ค่าที่เหมาะสม งานวิจัยของ Jayaraman and Ross [35] ได้พัฒนา PLOT Model เป็นลักษณะที่มีหลายผลิตภัณฑ์ มีศูนย์กลางการผลิต 1 แห่ง จุดกระจายสินค้า , Cross Docking และลูกค้าหลายราย ผลของระบบเน้นที่ 2 ขั้นตอน คือขั้นตอนการวางแผนซึ่งเกี่ยวข้องกับกระบวนการตัดสินใจเชิงกลยุทธ์ เพื่อเลือกที่ตั้งที่ดีที่สุดของจุดกระจายสินค้าและ Cross Docking ในขั้นตอนที่ 2

เป็นกระบวนการตัดสินใจในระดับปฏิบัติการเพื่อตัดสินใจกลุ่มผลิตภัณฑ์ที่จะจัดส่งจากโรงงานไปยังจุดกระจายสินค้า ต่อไปยังคลังสินค้า และจัดส่งให้แก่ลูกค้า โดยใช้วิธีการ Simulated Annealing และใช้ข้อมูลจากการดำเนินงานประจำวันของ Walgreens in Houston ในการทดสอบความถูกต้อง (validate) ของการออกแบบโมเดล ข้อจำกัดของงานวิจัยนี้คือข้อสมมติที่มีความต้องการคงที่ เพื่อใช้โมเดลนี้กับสภาวะที่การผลิตมีความแน่นอน

งานวิจัยที่ได้รับการพัฒนาขึ้นใน 30 ปีที่ผ่านมาถูกรวบรวมโดย Min et al.[36] เพื่อวิเคราะห์ถึงวิวัฒนาการของปัญหาที่ตั้งและการจัดเส้นทางและแนวทางในการพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสมและประยุกต์ใช้ได้กับปัญหาจริง (Realistic Problem)

### 2.3 บทสรุป

ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้า พิจารณาทั้งการเลือกที่ตั้งและการออกแบบโครงข่ายไปพร้อมๆ กัน เพื่อหาคำตอบถึงสถานที่ตั้งจุดกระจายสินค้าและจัดสรรจุดความต้องการสินค้าให้กับจุดกระจายสินค้า มีการศึกษาปัญหาในหลายรูปแบบ โดยรูปแบบที่ได้รับความสนใจ ได้แก่ Hub Location Problem และ p Hub Median Problem วิธีการหาคำตอบสำหรับปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้าที่สำคัญคือวิธีการสร้างรูปแบบปัญหาเป็นสูตรทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด และวิธีค้นหาคำตอบแบบฮิวริสติก สามารถแบ่งออกเป็นวิธีค้นหาคำตอบแบบ Local Search และ Meta Heuristic เช่น TABU Search สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ในระยะแรกเน้นการสร้างรูปแบบปัญหาเป็นสูตรทางคณิตศาสตร์ให้มีจำนวนตัวแปรและข้อจำกัดน้อยกว่างานวิจัยที่ออกมาก่อนหน้านี้ เพื่อให้สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ง่ายขึ้น งานวิจัยในระยะถัดมาเป็นการปรับปรุงประสิทธิภาพของวิธีค้นหาคำตอบแบบฮิวริสติก และแนวทางการประยุกต์ใช้ปัญหาที่ตั้งจุดกระจายสินค้าในงานต่างๆ