สำนักงานวิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักการหาโมเมนต์ดัดที่โครงกรอบของรถบรรทุก

การคำนวณการรับภาระ(Load) ในรถยนต์แต่ละคันจะแตกต่างกันไป ขึ้นอยู่กับข้อสมมุติฐานในการใช้งาน ภาระที่กระทำจะต้องปรับโดยอาศัยทฤษฎีทางกลศาสตร์ สำหรับโครงกรอบของรถบรรทุกขณะใช้งานจะรับภาระที่เปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาซึ่งขึ้นอยู่กับรถแต่ละคันและการขับรถของแต่ละคน สำหรับการคำนวณและการกำหนดขนาดของโครงกรอบ ภาระที่ใช้ในการคำนวณถูกกำหนดขึ้น เพื่อให้การคำนวณทำได้โดยง่าย และในวิทยานิพนธ์นี้จะพิจารณาเฉพาะภาระแบบสถิต (Static Load) เท่านั้น สำหรับการรับภาระที่เป็นวัฏจักรที่ต้องคำนึงถึงการแตกหักเนื่องจากความล้าจะยังไม่พิจารณาในวิทยานิพนธ์นี้

2.1 ชนิดของภาระแบบสถิตที่โครงกรอบของรถบรรทุกต้องรับ

ภาระแบบสถิตแบ่งออกเป็น 7 ประเภท แต่จะรวมถึงภาระที่กระทำแบบซ้ำ ๆ (Dynamic Load) บางตัว โดยภาระที่กระทำแบบซ้ำ ๆ ที่นำมารวมเข้าไว้กับภาระแบบสถิตจะเป็นภาระที่กระทำแบบซ้ำ ๆ ที่มีขนาดสูง มีจำนวนวัฏจักรของการกระทำไม่เกิน 5×10^3 ครั้ง ซึ่งจัดเป็นภาระที่กระทำแบบซ้ำๆ ในจำนวนครั้งที่ต่ำ ค่าความเค้นเสียหายใกล้เคียงกับภาระแบบสถิตและจัดรวมอยู่เป็นจำพวกเดียวกัน

1. ภาระแบบสถิตประกอบด้วยน้ำหนักอุปกรณ์ต่าง ๆ ของตัวรถ น้ำหนักของสิ่งของที่บรรทุก จะต้องรวมถึงการบรรทุกเกินหรือการบรรทุกอยู่ในตำแหน่งที่ไม่เหมาะสม เช่นไปรวมอยู่เป็นจุด (point load) ที่ตำแหน่ง ¼ ของพื้นที่บรรทุก

2a. การเบรก ที่จริงเป็นแบบภาระที่กระทำแบบซ้ำ ๆ แต่จะเกิดการเบรกแรงๆ ไม่กี่ครั้งเราจึงคิดเป็นแบบภาระแบบสถิตให้ใช้ความเร่งที่เกิดจากการเบรก a = 0.8g โดยที่ g คือ ค่าความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงและให้การแบ่งแรงเบรกเป็นแบบอุดมคติ (สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานการเบรกที่ล้อหน้าเท่ากับล้อหลัง) โดยให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างล้อกับถนน μ = 0.8 เป็นค่าที่สามารถเกิดได้สูงสุดในขณะที่มีการเบรก

2b. เร่งออกตัว สำหรับการออกตัวแบบกระชากสั้นๆ การคำนวณให้ใช้ค่าแรงฉุดสูงสุดเท่ากับ $1.0\times$ น้ำหนักที่ลงที่ล้อขับนั้น และให้ถือว่าแรงในแนวดิ่งที่ล้อมีค่าคงที่ หรือให้ใช้ความสามารถในการไต่ทางชันสูงสุด โดยให้คิดแรงในแนวดิ่งที่ล้อที่เปลี่ยนแปลง หรือเทียบเท่าการเร่งความเร็วที่ a = 0.6 g และคิดแรงในแนวดิ่งที่ล้อที่เปลี่ยนแปลงโดยให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างล้อกับถนน μ = 0.6 เป็นค่าที่สามารถเกิดได้สูงสุดในขณะที่มีการเร่งออกตัว

3. การขับในทางโค้ง ในทางปฏิบัติความเร่งแนวรัศมีขณะอยู่ในโค้ง a (ความเร่ง) จะไม่เกิน 0.25g แต่เพื่อความปลอดภัยจะใช้ a = 0.5g (ซึ่งเกิดจากการเบียดขอบถนนจะมีแรงกระทำที่ด้านข้างล้อที่อยู่ด้านในโค้ง)

4. การบิดตัวของโครงกรอบ (Torsion) สำหรับโครงกรอบรถบรรทุกที่สามารถบิดตัวได้ง่าย จากประสบการณ์ให้การบิดตัวเกิดจากล้อหน้ายกสูงขึ้นจากระดับผิวถนนปกติ (ล้อทั้ง 3 ข้างยังติดอยู่กับพื้นถนน) โดยให้ระยะที่ล้อหน้ายกสูงจากระดับผิวถนนปกติ h_{Rd} = 0.3 เมตร สำหรับรถที่วิ่งบนถนน และ h_{Rd} = 0.45 เมตร สำหรับรถที่วิ่งในงานก่อสร้าง ค่าโมเมนต์บิดที่เกิดจากการยกล้อขึ้นสูงตามกำหนดคำนวณจากค่าความแข็งของสปริง ยาง และโครงกรอบ สำหรับโครงกรอบที่บิดตัวได้น้อยให้ใช้ค่าโมเมนต์บิดที่เกิดจากการยกล้อหน้าขึ้นข้างหนึ่งจนอีกข้างหนึ่งลอย ค่าโมเมนต์บิดจะเป็น

$$M_R = P \times S_V \qquad (2.1)$$

โดยที่ P คือ แรงที่กระทำที่ล้อ

S_V คือ ระยะห่างระหว่างล้อหน้าด้านซ้ายกับล้อหน้าด้านขวา

5a. การกระแทกในแนวดิ่งที่เพลาหน้า

5b. การกระแทกในแนวดิ่งที่เพลาหลัง สำหรับการกระแทกในทั้ง 2 กรณีนี้ ให้คิดแรงกระแทกเป็น 100 % ของน้ำหนักที่ลงที่เพลานั้นซึ่งแรงกระแทกนี้จะสมดุลกับแรงเฉื่อยที่เกิดขึ้นตามหลักการของ D'Alembert (จากแรงกระแทกต้องคำนวณความเร่งก่อนที่จะหาแรงเฉื่อย)

6. แรงกดที่จุดต่อพ่วง สำหรับคานตามขวางตัวสุดท้ายจะมีจุดไว้สำหรับต่อพ่วง ซึ่งจะมีแรงกดจากรถพ่วงขณะเบรก โดยกำหนดให้อัตราส่วนเบรกของรถลาก a_z = 0.8g ให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างล้อกับถนน $\mu = 0.8$ เป็นค่าที่สามารถเกิดได้สูงสุดในขณะที่มีการเบรกของรถลาก แรงเบรกของรถลาก $B_z = 0.8G_z$

จะได้อัตราส่วนเบรกรวมของรถลากและรถพ่วง

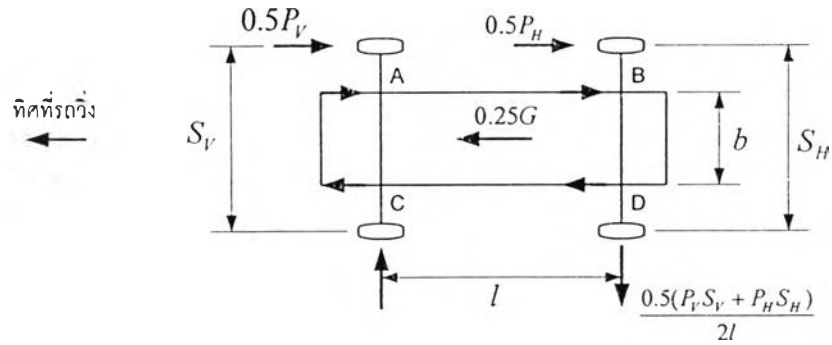
$$a_{z+A} = \frac{B_z}{G_z + G_A} = \frac{0.8G_z}{G_z + G_A} \qquad (2.2)$$

จะได้แรงกด $$D = a_{z+A} \times G_A = \frac{0.8G_z G_A}{G_z + G_A} \qquad (2.3)$$

โดยที่ G_z คือ น้ำหนักของรถลาก

G_A คือ น้ำหนักของรถพ่วง

7. การรับแรงในแนวตามยาวของรถไม่เท่ากันทั้งสองด้าน เกิดจากสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานด้านซ้ายขวาไม่เท่ากัน จะมีโมเมนต์ที่เกิดจากแรงคู่ควบกระทำกับโครงกรอบ โดยให้ค่าผลต่างของส่วนที่เกินมาของสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างล้อด้านซ้ายและล้อด้านขวา $\Delta\mu = 0.5$



รูปที่ 2.1 การรับแรงในแนวตามยาวของรถไม่เท่ากันทั้งสองด้าน โดยแสดงแรงส่วนที่เกินกระทำที่ล้อด้านขวาของตัวรถ

ในรูปที่ 2.1 แสดงรถบรรทุกมีน้ำหนัก G , ระยะความกว้างระหว่างล้อหน้า S_V , ระยะความกว้างระหว่างล้อหลัง S_H, ระยะระหว่างเพลาหน้ากับเพลาหลัง l และมีความกว้างของโครงกรอบเป็น b รับแรงกระทำจากแรงเสียดทานที่ล้อหน้าด้านขวา $0.5P_V$ และ $0.5P_H$ ที่ล้อหลังด้านขวา โดยที่แรง P_V , P_H คือแรงในแนวตั้งฉากเนื่องจากน้ำหนักที่ล้อมีขนาดเท่ากับ G/4 ซึ่งแรง $0.5P_V$ และ $0.5P_H$ เป็นแรงเสียดทานที่เกิดจากผลต่างส่วนเกินของสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน μ ที่ต่างกันระหว่างล้อด้านซ้ายและล้อด้านขวา โดยปกติในขณะรถเบรกจะมีแรงเสียดทานกระทำที่ล้อทั้ง 2 ข้างเท่ากันถ้าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน μ เท่ากันทั้ง 2 ด้าน แต่ในกรณีนี้เวลารถเบรกจะมีแรงเสียดทานกระทำที่ล้อทั้ง 2 ข้างไม่เท่ากัน เช่น กรณีล้อด้านหนึ่งอยู่บนถนน ส่วนอีกล้ออยู่บนทราย โดยแรงกระทำส่วนเกินจากแรง $0.5P_V$ จะส่งผลมากระทำกับโครงกรอบเป็นแรงคู่ควบที่จุด A และ C สำหรับแรงกระทำส่วนเกินจากแรง $0.5P_H$ จะส่งผลมากระทำกับโครงกรอบเป็นแรงคู่ควบที่จุด B และ D ในทิศทางตามรูป โดยถนนต้องออกแรงกระทำที่ล้อรถด้านซ้ายขนาดและทิศทางตามรูป โดยมีแรง 0.25G เป็นแรงที่สมดุลกับแรง $0.5P_V$ และ $0.5P_H$ ตามหลักการแรงเฉื่อยของ D'Alembert

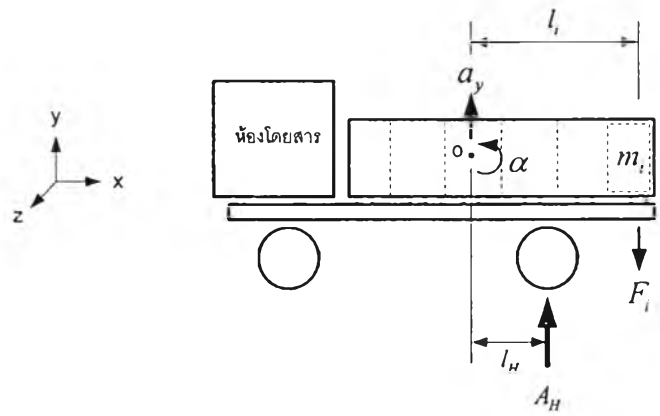
2.2 การคำนวณการรับแรงของโครงกรอบรถบรรทุกแบบปัญหาสถิตธรรมดา

สำหรับภาระแบบสถิตที่เกิดจากน้ำหนักอุปกรณ์ต่าง ๆ ของตัวรถ น้ำหนักของสิ่งของที่บรรทุก (กรณีที่ 1), ภาระจากการเบรก (กรณีที่ 2a),ภาระจากการเร่งออกตัว (กรณีที่ 2b),ภาระจากการกระแทกในแนวดิ่งที่เพลาหน้า (กรณีที่ 5a), การกระแทกในแนวดิ่งที่เพลาหลัง (กรณีที่ 5b) แรงที่มากระทำจะส่งผลให้เกิดโมเมนต์ดัดกับคานตามยาวของโครงกรอบ สำหรับรถบรรทุกที่มี 2 เพลาแบบเพลาหน้าและแบบเพลาหลังจะเป็นปัญหาแบบสถิตแบบธรรมดา สำหรับรถที่มีหลาย

เพลาจะมีอุปกรณ์เฉลี่ยภาระที่เพลาท้ายให้เท่ากันแต่ละเพลา โดยคิดเป็นปัญหาแบบสถิตแบบธรรมดา

2.2.1 ภาระกรณี 5b การกระแทกในแนวดิ่งที่เพลาหลัง

สำหรับภาระแบบกระแทก ความเร่งที่เกิดจากแรงกระแทกจะต้องนำมาคำนวณด้วย การกระแทกที่ล้อหลัง ไม่ต้องคำนึงถึงภาระที่เปลี่ยนแปลงในแนวดิ่งเนื่องจากมีค่าน้อย เราจะให้ภาระที่ลงที่ล้อหน้ามีค่าคงที่ ความเร่งที่จุดศูนย์กลางมวลจะถูกคำนวณด้วย



รูปที่ 2.2 แรงกระแทกของโครงกรอบรถบรรทุก ซึ่งเป็นแรงกระทำในแนวดิ่ง โดยมีความเร่งเชิงเส้นและความเร่งเชิงมุมเกิดขึ้นจากผลของแรงกระแทก

พิจารณารูป มองด้านข้างขณะรถบรรทุกวิ่งจะเกิดแรงกระแทกขึ้นที่ล้อหลัง A_H ที่ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลของรถเป็นระยะ l_H โดยแรงกระแทกจะเท่ากับ 100% ของน้ำหนักที่ลงที่ล้อนี้ แรงกระแทกจะทำให้เกิดแรงกระทำที่โครงกรอบ F_i ที่ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลเป็นระยะ l_i และเกิดความเร่งเชิงเส้นและความเร่งเชิงมุม ซึ่งสามารถหาได้จากสมการ 2.4 และ 2.5

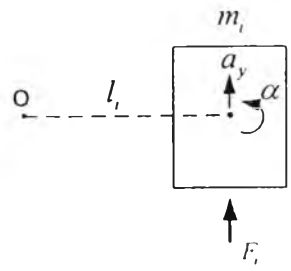
จากรูป ความเร่งเชิงเส้นของตัวรถ

$$a_y = \frac{A_H}{m} \tag{2.4}$$

ความเร่งเชิงมุมของตัวรถ

$$\alpha = \frac{l_H A_H}{I_z} \tag{2.5}$$

พิจารณาวัตถุมวล m_i ซึ่งอยู่ห่างจากจุดหมุน o (จุดศูนย์กลางมวลของรถ) เป็นระยะ l_i เมื่อมีแรง F_i มากระทำจะเกิดความเร่งเชิงเส้น a_y และความเร่งเชิงมุม α



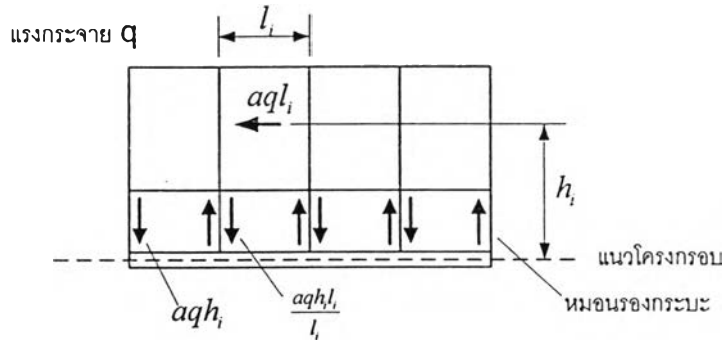
รูปที่ 2.3 แรงที่กระทำกับมวล m_i

จะได้แรงที่กระทำกับโครงกรอบเนื่องจากมวล m_i ตามสมการ 2.6

$$F_i = m_i(a_y + l_i\alpha) \tag{2.6}$$

2.2.2 **ภาระกรณี 2a จากการเบรก**

สำหรับภาระจากการเบรกให้ และให้การแบ่งแรงเบรกเป็นแบบอุดมคติ (สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานการเบรกที่ล้อหน้าเท่ากับล้อหลัง) โดยให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างล้อกับถนน μ = 0.8 เป็นค่าที่สามารถเกิดได้สูงสุดในขณะที่มีการเบรก



รูปที่ 2.4 แรงที่กระทำกับโครงกรอบรถบรรทุกเนื่องจากการเบรก

ในรูปที่ 2.4 แสดงการมองด้านข้างของกระบะซึ่งบรรทุกน้ำหนักที่มีแรงกระจาย q โดยมีหมอนรองรับกระบะที่ตำแหน่งต่างๆ พิจารณากระบะบรรทุกส่วนที่มีระยะห่างระหว่างหมอนรองเป็นระยะ l_i เมื่อเบรกจะเกิดแรง aql_i ที่จุดศูนย์กลางมวล สูงจากแนวโครงกรอบเป็นระยะ h_i ซึ่งเป็นแรงเฉื่อยที่เกิดจากการเบรก จะส่งผลให้มีแรง aqh_il_i/l_i กระทำกับโครงกรอบตามรูป ถ้าระยะห่างระหว่างหมอนรองกระบะแต่ละช่องเท่ากันเป็นระยะ l_i จะทำให้เหลือแรงที่กระบะกระทำกับโครงกรอบในส่วนหน้าและส่วนท้าย เนื่องจากแรงที่กระทำกับโครงกรอบในส่วนกลางกระบะจะหักล้างกันหมดไป

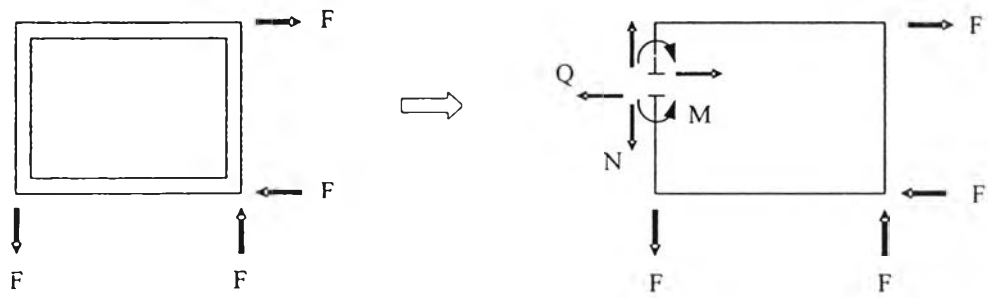
2.3 การคำนวณการรับแรงของโครงกรอบรถบรรทุกแบบปัญหาอินดีเทอร์มิเนตเชิงสถิต

ภาระจากการขับในทางโค้ง (กรณีที่ 3), ภาระจากแรงกดที่จุดต่อพ่วง (กรณีที่ 6) และภาระจากการรับแรงในแนวตามยาวของรถไม่เท่ากันทั้งสองด้าน (กรณีที่ 7) จะทำให้โครงกรอบเกิดการโก่งในแนวระนาบ กรณีแบบนี้จะทำให้เกิดปัญหาแบบอินดีเทอร์มิเนตเชิงสถิตถ้าโครงกรอบมีคานตามขวาง m ชิ้น จะมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าที่ต้องคำนวณหา 3(m-1) ตัว เนื่องจากโครงกรอบที่มีคานตามขวาง m ชิ้น จะเป็นโครงกรอบแบบขั้นบันไดที่มี (m-1) loop แต่ละ loop จะมีตัวไม่ทราบค่า 3 ตัว และเนื่องจากโครงกรอบมีความสมมาตร ตัวไม่ทราบค่าที่ต้องคำนวณหาจึงเหลือเพียง m-1 ตัว เท่านั้น

การคำนวณปัญหาแบบอินดีเทอร์มิเนตเชิงสถิตจะต้องใช้

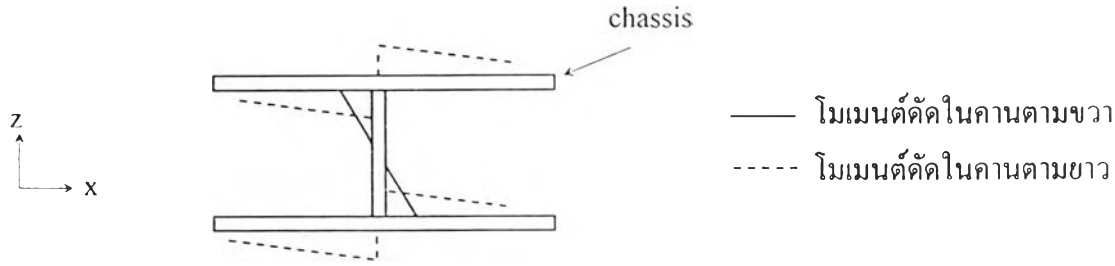
1. สมการสมดุล (Equilibrium Equation)
2. กฎของฮุก (Hook law)
3. สภาวะความสอดคล้องกัน (Compatibility)

ลำดับแรก ต้องทำระบบให้กลายเป็นปัญหาแบบดีเทอร์มิเนตเชิงสถิต สำหรับโครงกรอบสี่เหลี่ยม loop เดียวดังรูปได้จากการตัด โดยตัวไม่ทราบค่าที่เกินมาในที่นี้ก็คือแรงภายในทั้ง 3 คือ โมเมนต์ดัด แรงในแนวตั้งฉาก และแรงเฉือน ค่าแรงทั้ง 3 ที่เป็นตัวไม่ทราบค่าที่เกินมานั้น คำนวณได้จากสมการความสอดคล้องกัน (Compatibility Equation)



รูปที่ 2.5 โมเมนต์ดัด แรงในแนวตั้งฉาก แรงเฉือน ที่เกิดในโครงกรอบสี่เหลี่ยม loop เดียว เมื่อรับภาระตามรูป

สำหรับการทำโครงกรอบขั้นบันไดให้เป็นโครงกรอบแบบดีเทอร์มิเนตเชิงสถิต ใช้หลักสำคัญคือ คุณสมบัติความเป็นสมมาตรของโครงกรอบ จะช่วยให้การคำนวณง่ายขึ้น จากความสมมาตรของโครงกรอบจะเห็นได้ว่า โมเมนต์ดัดในคานตามยาวจะเท่ากันและที่จุดกึ่งกลางของคานตามขวางโมเมนต์ดัดจะเป็นศูนย์



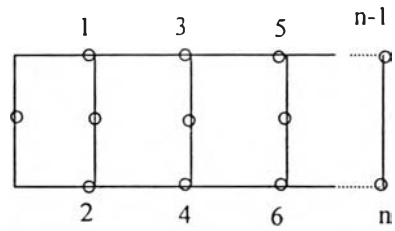
รูปที่ 2.6 โมเมนต์ดัดในคานตามยาวและโมเมนต์ดัดในคานตามขวาง

สำหรับการแก้ปัญหาแบบอินดีเทอร์มิเนตเชิงสถิต ของโครงกรอบรถบรรทุกจะไม่ใช้วิธีการตัดคานในการแก้ปัญหา เพราะโครงกรอบรถบรรทุกที่ใช้คำนวณจะมีหลาย loop จะทำให้มีค่าตัวไม่ทราบค่าเกิดขึ้นหลายตัวจะทำให้การคำนวณยุ่งยาก ดังนั้นจะใช้วิธีการใส่ข้อต่อลงตามจุดต่างๆ แล้วแก้ปัญหาซึ่งจะทำให้การคำนวณทำได้ง่าย

ขั้นตอนของการคำนวณโครงกรอบที่เป็นปัญหาแบบอินดีเทอร์มิเนตเชิงสถิต แสดงขั้นตอนดังนี้

1. ทำปัญหาอินดีเทอร์มิเนตเชิงสถิต ให้กลายเป็นปัญหาดีเทอร์มิเนตเชิงสถิต ที่สามารถคำนวณได้ (Statically determinate basic system) โดยเขียนแบบแสดงขนาดโครงกรอบที่จะคำนวณแล้วทำการใส่ข้อต่อที่จุดต่างๆ ตามรูป และใส่หมายเลข 1 ถึง n ที่ข้อต่อ โดยไม่ต้องใส่หมายเลขที่ข้อต่อที่อยู่ในแนวแกนกลางของโครงกรอบ เพราะโมเมนต์ดัดที่จุดกึ่งกลางของคานตามขวางที่จุดนี้จะเป็นศูนย์ จึงไม่ต้องคำนวณหาค่า

โดยที่จุดต่อจะมีค่า Redundance x_1 ถึง x_n เป็นโมเมนต์ที่จุดต่อ i ถึง n



รูปที่ 2.7 ตัวอย่างโครงกรอบที่ใช้ในการแก้ปัญหาแบบอินดีเทอร์มิเนตเชิงสถิต

2. เมื่อระบบที่ได้จากข้อ 1 รับแรงจากภายนอก ที่จุดต่อจะมี โมเมนต์ดัด M_0 ,แรงในแนวตั้งฉาก N_0 และแรงเฉือน Q_0 ในการคำนวณจะใช้วิธี Minimum of the deformation work แรงในแนวตั้งฉาก N_0 และ แรงเฉือน Q_0 น้อยมากเมื่อเทียบกับโมเมนต์ดัด จึงสามารถละทิ้งได้

3. เมื่อระบบรับแรงที่เป็นค่า Redundance x_1 ถึง x_n ให้ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ มีค่า 1 N.m จะคำนวณโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในระบบ $M_1, M_2, \ldots, M_n$ ได้ในแต่ละจุดต่อ

4. ขนาดของโมเมนต์ดัดรวมหาจาก

$$M = M_0 + x_1M_1 + x_2M_2 + \ldots + x_nM_n \qquad (2.7)$$

โดยที่

M_0 คือ โมเมนต์ดัดที่เกิดจากแรงภายนอกกระทำกับโครงกรอบ

$M_1, M_2, \ldots, M_n$ คือ โมเมนต์ดัดที่เกิดจากแรง Redundance $x_1, x_2, \ldots, x_n = 1$ N.m

5. งานภายในที่เกิดขึ้นขณะเกิดการเสียรูปของโครงกรอบที่มีจำนวนคาน h ชิ้น โดยไม่พิจารณาแรงเฉือนและแรงในแนวตั้งฉาก สามารถหาได้จาก

$$W_{in} = \sum_h \int_0^{l_h} \frac{M^2}{2EI_h} dl \qquad (2.8)$$

โดยที่ W_{in} คือ งานภายในที่เกิดขึ้นเมื่อโครงกรอบเกิดการเสียรูป

M คือ โมเมนต์ดัดรวม หาจากสมการ (2.7)

I_h คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของคานชิ้นที่ h

E คือ ค่ามอดุลัส

l คือ ความยาวของคาน

6. คำนวณค่า Redundance จากหลักการของ Minimum of the deformation work ได้คือ

$$\frac{\partial W_{in}}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial W_{in}}{\partial x_3} = 0, \ldots \frac{\partial W_{in}}{\partial x_{n-1}} \qquad (2.9)$$

$$\frac{\partial W_{in}}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial W_{in}}{\partial x_4} = 0, \ldots \frac{\partial W_{in}}{\partial x_n} \qquad (2.10)$$

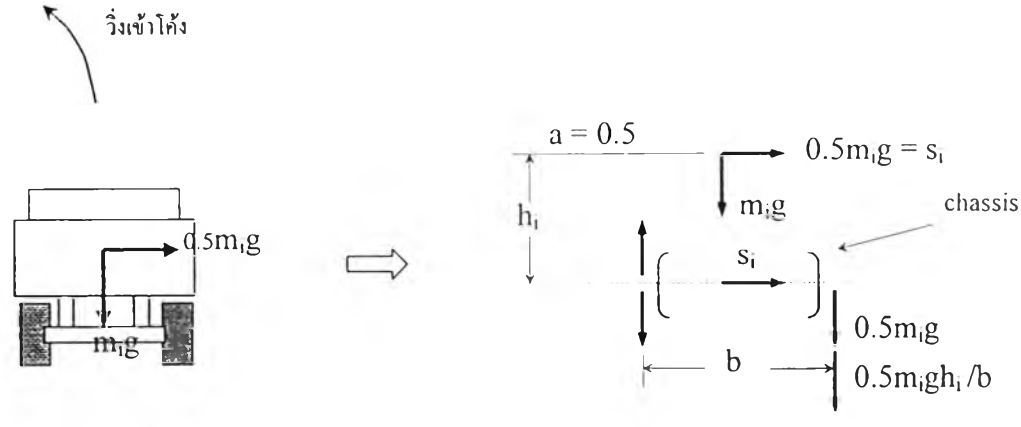
จากคุณสมบัติความเป็นสมมาตรของโครงกรอบ

$$x_1 = x_2 ; x_3 = x_4 ; \ldots x_{n-1} = x_n \qquad (2.11)$$

ดังนั้นโครงกรอบที่มีจำนวนคานตามแนวขวาง m ชิ้น จะมีค่า Redundance = m-1 ตัวที่ต้องหา โดยตัวที่ไม่ทราบค่า m-1 ตัว ที่ลดลงจาก 3(m-1) จะทำให้การคำนวณง่ายขึ้น รวมทั้งสิ้นมี 6 ขั้นตอนในการคำนวณหาโมเมนต์ดัดของโครงกรอบที่เป็นปัญหาแบบอินดีเทอร์มิเนตเชิงสถิต

2.3.1 ภาระกรณีที่ 3 เมื่อขับเคลื่อนตามทางโค้ง

การเข้าโค้งจะมีระยะเยื้องศูนย์กลาง h_i ที่ไม่เท่ากัน ส่งผลให้เกิดแรงกระทำกับโครงกรอบในแนวดิ่งและในแนวระดับกับโครงกรอบ และจะทำให้เกิดการบิดตัวของโครงกรอบ แต่ในการคำนวณจะไม่สนใจ โดยคานตามยาวตัวนอกโค้งจะรับแรงกดในแนวดิ่ง



รูปที่ 2.8 แรงที่กระทำกับโครงกรอบในขณะขับเคลื่อนตามทางโค้ง

ในรูปที่ 2.8 แสดงการมองด้านหลังรถสำหรับโครงกรอบปกติจะรับแรงที่เกิดจากน้ำหนักโดยจะแบ่งแรงไปที่คานตามยาวของโครงกรอบในด้านซ้ายและด้านขวาด้านละ $0.5m_ig$ แต่ในกรณีการขับเคลื่อนอยู่ในทางโค้งจะมีแรง $0.5m_ig$ เป็นแรงหนีศูนย์กลาง (กรณีขับเคลื่อนตามทางโค้ง $a = 0.5g$) กระทำที่ระยะเยื้องศูนย์กลาง h_i ในการคำนวณจะทำโดยการย้ายแรงนี้ให้มากระทำในแนวตามขวางกับโครงกรอบ โดยอยู่ในแนวระนาบของโครงกรอบ โดยจะส่งผลให้เกิดแรงคู่ควบขนาด $0.5m_igh_i/b$ กระทำกับโครงกรอบ ในทิศขึ้นที่คานตามยาวด้านในโค้งและในทิศลงที่คานตามยาวด้านนอกโค้ง ตามในรูป

สำหรับรถบรรทุกที่ใช้บรรทุกดินทั่วไประยะเยื้องศูนย์กลาง h_i จะให้ประมาณเท่ากับระยะห่างระหว่างล้อ b จะทำให้แรงในแนวดิ่งที่กระทำกับคานตามยาวของโครงกรอบด้านนอกโค้งกลายเป็นประมาณสองเท่าของภาระแบบสถิตที่รับตามรูป

แรงในแนวตามขวางที่กระทำกับโครงกรอบในแนวระนาบจะทำให้โครงกรอบเกิดการโก่งตัวในแนวระนาบ โดยจะเป็นปัญหาแบบอินดีเทอร์มิเนตเชิงสถิต

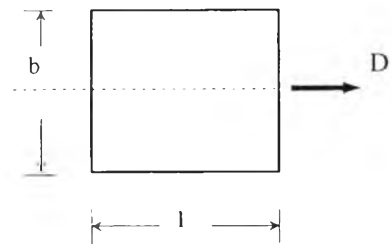
แรงปฏิกิริยาด้านข้างอันเนื่องมาจากแรงแรงคู่ควบในแนวแกนตามยาวหรือภาระในกรณีที่ 7 จะทำให้คานตามยาวรับแรงแบบข้างเดียวและคานตามขวางจะมีโมเมนต์ดัดที่จุดกึ่งกลางเป็นศูนย์ เนื่องจากโครงกรอบมีความเป็นสมมาตร การคำนวณจะทำแบบเดียวกับภาระกรณีที่ 3

2.3.2 ภาระกรณีที่ 6 แรงกดที่จุดต่อพ่วง

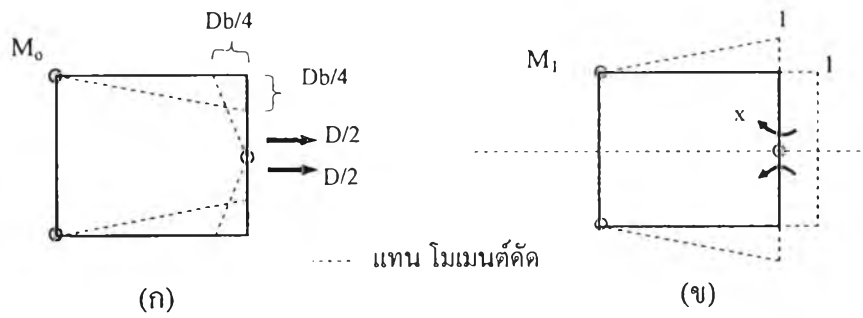
การรับภาระจากแรงกดที่จุดต่อพ่วง สำหรับคานตามขวางตัวสุดท้ายของโครงกรอบจะมีแรงกระทำในขณะที่มีการเบรก D ซึ่งสามารถหาได้จากสมการ (2.3) โดยแรงที่กระทำจะทำในแนว

ระนาบของโครงกรอบ ทำให้โครงกรอบเกิดการโก่งตัวในแนวของระนาบ ซึ่งเป็นปัญหาแบบอินดีเทอร์มิเนตเชิงสถิต การแก้ปัญหาจะทำตามขั้นที่ได้กล่าวไว้แล้ว

ตัวอย่าง แสดงการคำนวณการรับภาระจากแรงกดที่จุดต่อพ่วง โดยพิจารณาเฉพาะโครงกรอบ loop สุดท้ายที่มีความกว้าง b ความยาว l และ มีแรงที่พ่วงกระทำเป็นแรง D ตามรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 โครงกรอบ loop สุดท้าย เมื่อรับภาระเป็นแรงกด D



รูปที่ 2.10 โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นในโครงกรอบ loop สุดท้าย (ก) แสดงโมเมนต์ดัด M_0 เมื่อรับภาระเป็นแรงกด D (ข) แสดงโมเมนต์ดัด M_1 เมื่อรับค่า Redundance ที่ x = 1 N.m

โมเมนต์ดัดรวม : $$M = M_0 + xM_1 \qquad (2.12)$$

งานจากการเสียรูป (รูปสมมาตร) : $$\frac{1}{2}W_m = \frac{1}{2EI_l}\int_0^l M^2 dl + \frac{1}{2EI_b}\int_0^{b/2} M^2 dl \qquad (2.13)$$

$$M^2 = M_0^2 + 2M_0M_1x + M_1^2x^2 \qquad (2.14)$$

หาอนุพันธ์ย่อย เพื่อหาค่าต่ำสุดของงานอันเนื่องมาจากการเสียรูป

$$\frac{1}{2}\frac{2E}{2}\frac{\partial W_m}{\partial x} = 0 = \frac{1}{I_l}\int_0^l M_0M_1 dl + \frac{x}{I_l}\int_0^l M_1^2 dl + \frac{1}{I_b}\int_0^{b/2} M_0M_1 dl + \frac{x}{I_b}\int_0^{b/2} M_1^2 dl \qquad (2.15)$$

พิจารณาสมการอินทิกรัล จะพบว่าผลลัพธ์ที่ได้จะปรากฏในรูป

$$\int_0^l M_0 M_1 dl = \frac{-Dbl}{12} \tag{2.16}$$

$$\int_0^l M_1^2 dl = \frac{l}{3} \tag{2.17}$$

$$\int_0^{b/2} M_0 M_1 dl = \frac{-b/2}{6}\left\{\frac{Db(1+2)}{4}\right\} = -\frac{1}{16}Db^2 \tag{2.18}$$

$$\int_0^{b/2} M_1^2 dl = \frac{b}{2} \tag{2.19}$$

จะได้สมการที่จัดรูปแล้ว

$$\left(\frac{1}{I_l}\frac{l}{3}+\frac{1}{I_b}\frac{b}{2}\right)x - \frac{1}{I_l}\frac{Dbl}{12} - \frac{1}{I_b}\frac{Db^2}{16} = 0 \tag{2.20}$$

เมื่อแก้สมการจะได้

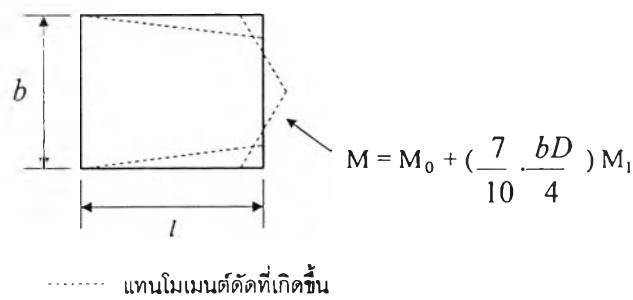
$$x = \frac{b}{4}\cdot D \cdot \frac{\frac{l}{3b}+\frac{I_l}{4I_b}}{\frac{l}{3I_l}+\frac{b}{2I_t}} \tag{2.21}$$

เมื่อกำหนด $I = b : I_l = I_b$ จะได้

$$x = \frac{7}{10}\cdot\frac{bD}{4} \tag{2.22}$$

สมการโมเมนต์ดัดรวม

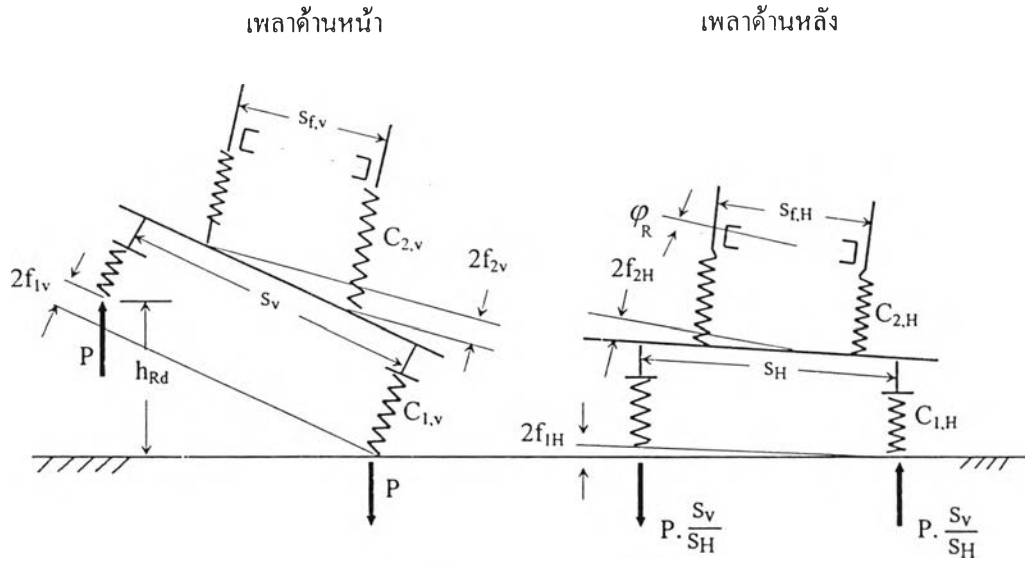
$$M = M_0 + \left(\frac{7}{10}\cdot\frac{bD}{4}\right) M_1 \tag{2.23}$$



รูปที่ 2.11 โครงกรอบ loop สุดท้าย กับโมเมนต์ดัดรวม M ที่เกิดจากแรงกดที่จุดต่อพ่วง

2.4 การคำนวณการรับแรงของโครงกรอบของรถบรรทุกจากการบิดตัวของโครงกรอบ

การรับภาระจากการบิดตัวของโครงกรอบ เกิดจากการรับแรงกระทำที่ล้อหน้าด้านหนึ่งของรถ ทำให้ล้อยกตัวขึ้นเป็นระยะ h_{Rd} สำหรับการออกแบบโครงกรอบนั้น ขนาดของโครงกรอบไม่ได้ถูกกำหนดโดยการใช้แรงบิด (Torque) เป็นตัวกำหนด แต่จะใช้ระยะยกตัวขึ้นเป็นระยะ h_{Rd} เป็นค่าที่ใช้ในการกำหนดแทน ซึ่งเป็นค่าที่ได้จากการใช้งานจริง



รูปที่ 2.12 การยกล้อหน้าขึ้นเป็นระยะ h_{Rd} ที่ล้อหน้าของรถบรรทุก

ในรูปที่ 2.12 แสดงการมองจากทางด้านหน้ารถ จะมีแรง P กระทำที่ล้อหน้าด้านหนึ่งของรถบรรทุก ทำให้ล้อยกตัวขึ้นเป็นระยะ h_{Rd} โดย 3 ล้อที่เหลือยังติดถนนอยู่ ซึ่งแรง P เป็นแรงที่ส่งผลให้ยางรถและสปริงที่เพลาหน้าและหลังยุบหดตัว และทำให้โครงกรอบบิดตัวไปเป็นมุม φ_R โดยมีความสัมพันธ์ของมุมบิดเป็นไปตามสมการ (2.24)

พิจารณามุมที่ล้อหน้ายก

$$\frac{h_{Rd}}{s_V} \approx 2\frac{f_{1V}}{s_V} + 2\frac{f_{2V}}{s_{FV}} + 2\frac{f_{2H}}{s_{FH}} + 2\frac{f_{1H}}{s_H} + \varphi_R \qquad (2.24)$$

โดยที่

h_{Rd} คือ ระยะที่ล้อหน้ายกตัว

S_V, S_H คือ ระยะระหว่างล้อขวากับล้อซ้ายที่เพลาหน้า, ระยะระหว่างล้อขวากับล้อซ้ายที่เพลาหลัง

S_{FV}, S_{FH} คือ ระยะระหว่างสปริงขวากับซ้ายที่เพลาหน้า, ระยะระหว่างสปริงขวากับซ้ายที่เพลาหลัง

f_{1V}, f_{1H} คือ ระยะที่ยางล้อหน้ายืดหดตัว, ระยะที่ยางล้อหลังยืดหดตัว

f_{2V},f_{2H} คือ ระยะที่สปริงล้อหน้ายืดหดตัว, ระยะที่สปริงล้อหลังยืดหดตัว

φ_R คือ มุมบิดของโครงกรอบ

พิจารณาแรงที่กระทำที่ล้อ

$$f_{1V} \cdot c_{1V} = P$$
$$f_{2V} \cdot c_{2V} = P\frac{S_V}{S_{FV}} \tag{2.25}$$

โดยที่ C_{1V} คือ ค่าคงที่ของยางที่ล้อหน้า

C_{2V} คือ ค่าคงที่ของสปริงที่ล้อหน้า

จากโมเมนต์การบิด

$$M_R = Ps_V \tag{2.26}$$

โดยที่ M_R คือ โมเมนต์จากการบิดตัว

ดังนั้น

$$f_{1V} = \frac{M_R}{s_V c_{1V}} \qquad f_{2V} = \frac{M_R}{s_{FV} c_{2V}} \tag{2.27}$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้

$$f_{1H} = \frac{M_R}{s_H c_{1H}} \qquad f_{2H} = \frac{M_R}{s_{FH} c_{2H}} \tag{2.28}$$

โดยที่ C_{1H} คือ ค่าคงที่ของยางที่ล้อหลัง

C_{2H} คือ ค่าคงที่ของสปริงที่ล้อหลัง

อาศัยคุณสมบัติวัตถุแข็งเกร็งในการบิดของโครงกรอบรวมจะได้

$$\varphi_R = \frac{M_R}{c_{TR}} \tag{2.29}$$

โดยที่ C_{TR} คือ ค่าความต้านทานการบิดตัวของโครงกรอบ (Torsional Stiffness)

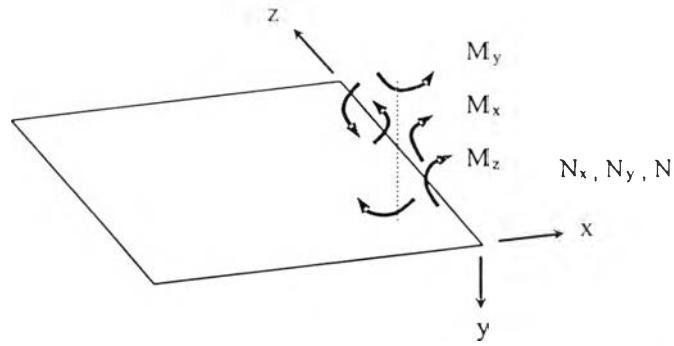
ความสัมพันธ์รวมแสดงในสมการ

$$M_R = \frac{h_{Rd}}{s_V\left(\frac{2}{s_V^2 c_{1V}} + \frac{2}{s_{FV}^2 c_{2V}} + \frac{2}{s_{FH}^2 c_{2H}} + \frac{2}{s_H^2 c_{1H}} + \frac{1}{c_{TR}}\right)} \tag{2.30}$$

สำหรับหน้าตัดของคานที่เป็นรูป U หรือ C คานเหล่านี้จะมีค่าความต้านทานการโก่งตัวสูง ดังนั้นการเสียรูปเนื่องจากการโก่งจะน้อยสามารถตัดทิ้งได้เมื่อเทียบกับการบิดตัว

2.4.1 การหาโมเมนต์บิดในโครงกรอบ

จากจลนศาสตร์ของการบิดตัว มุมที่บิดตัวของคานสามารถหาได้จาก $\varphi = \frac{TL}{GJ}$



รูปที่ 2.13 แรงภายในที่ไม่ทราบค่า คือ Q_x , N_z , M_y , Q_y , M_x , M_z ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อโครงกรอบ 1 loop บิดตัว

จากรูปที่ 2.13 ในการบิดตัวของโครงกรอบ 1 loop จะทำให้เกิดแรงภายในที่ไม่ทราบค่าที่ต้องคำนวณหาทั้งหมด 6 ตัว โดย Q_x , N_z , M_y เป็นแรงภายในที่ไม่ทราบค่าที่เกิดขึ้นในระนาบของโครงกรอบ จะทำให้โครงกรอบเกิดการโก่งตัวในแนวระนาบ ซึ่งเป็นปัญหาอินดีเทอร์มิเนตเชิงสถิตของโมเมนต์ดัด ส่วน Q_y , M_x , M_z เป็นแรงภายในที่เกิดในแนวตั้งฉากกับระนาบโครงกรอบ ซึ่งทำให้เกิดการบิดตัว

สำหรับโครงกรอบรถบรรทุกที่มีคานตามขวาง m ชิ้น และโครงกรอบมีความเป็นสมมาตร จะมีตัวที่ไม่ทราบค่าที่ต้องคำนวณหาจำนวน 2(m-1) ตัว เนื่องจากโครงกรอบรถบรรทุกจะมีลักษณะเป็นโครงกรอบหลาย loop จะทำให้มีตัวที่ไม่ทราบค่ามีหลายตัว จะทำให้การคำนวณยุ่งยาก จึงใช้วิธีการคำนวณของแอซ (Erz) ซึ่งเป็นวิธีการคำนวณที่แม่นยำและไม่ยุ่งยาก

วิธีการคำนวณของแอซ (Erz)

สมมุติฐาน ใช้สำหรับโครงกรอบรถบรรทุก ที่ประกอบด้วยคานที่มีหน้าตัดแบบเปิด และมีค่าความต้านทานการโก่งตัว (I) และค่า Section Modulus (S) สูง เมื่อเทียบกับค่าความต้านทานของการบิดตัว

ในกรณีนี้จะตรงกับโครงกรอบรถบรรทุก ที่ให้คานที่มีหน้าตัดแบบเปิด จะได้ว่า มุมบิดต่อความยาวในคานแต่ละชิ้นจะมีค่าท่ากัน

จากความสัมพันธ์

$$M_D = GI_{th}\nu \qquad (2.31)$$

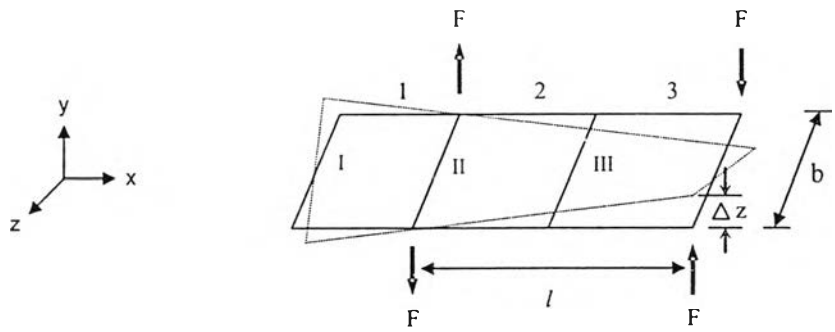
โดยที่ M_D คือ โมเมนต์บิด (torsion)

I_{th} คือ โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงขั้ว ของคานชิ้นที่ h

G คือ มอดุลัสเฉือน

ν คือ มุมบิด / ความยาว

พิจารณาการบิดตัวของโครงกรอบรถบรรทุก (ในเชิงของ Kinematics)เมื่อทราบค่าโมเมนต์บิดในแต่ละคานแล้ว จะสามารถคำนวณหาการบิดตัวได้



รูปที่ 2.14 การบิดตัวของโครงกรอบเมื่อมีแรงมากระทำ

จากรูปที่ 2.14 โครงกรอบที่มี 3 loop มีความกว้าง b เมื่อรับแรงกระทำตามในทิศทางตามรูปจะเกิดการบิดตัวไปตามแนวเส้นประ พิจารณาการบิดตัวจะได้ มุมบิด / ความยาว ของคานตามขวางจะเท่ากับของคานตามยาวเสมอ

	คานตามขวาง		คานตามยาว
มุมบิด	$\frac{\Delta z(2)}{l}$		$\frac{\Delta z}{b/2}$
มุมบิด / ความยาว	$\frac{2\Delta z}{lb}$	=	$\frac{2\Delta z}{bl}$ = ν

เมื่อ มุมบิด / ความยาว ของคานตามขวางจะเท่ากับของคานตามยาวเสมอ และจากสมการ (2.31) จะทำให้ M_D แปรผันตาม I_{th} จะได้ความสัมพันธ์ คือ

$$M_{DI}:M_{DII}:\ldots:M_{Dm}:M_{D1}:M_{D2}:\ldots:M_{Dn} = I_{tI}:I_{tII}:\ldots:I_{tm}:I_{t1}:I_{t2}:\ldots:I_{tn} \qquad (2.32)$$

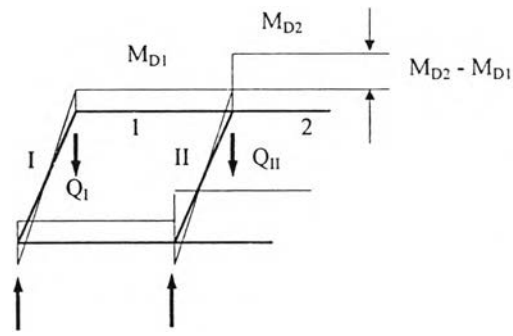
โดยที่ $M_{DI}, M_{DII}, \ldots, M_{Dm}$ คือ โมเมนต์บิดของคานตามขวางตัวที่ I, II, ..., m

$M_{D1}, M_{D2}, \ldots, M_{Dn}$ คือ โมเมนต์บิดของคานตามยาวตัวที่ 1, 2, ..., n

$I_{tI}, I_{tII}, \ldots, I_{tm}$ คือ โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงขั้วของคานตามขวางตัวที่ I, II, ..., m

$I_{t1}, I_{t2}, \ldots, I_{tn}$ คือ โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงขั้วของคานตามยาวตัวที่ 1, 2, ..., n

พิจารณาแรงที่กระทำต่อคานตามขวาง



$$Q_I = \frac{2}{b} M_{D1}$$

$$Q_{II} = \frac{2}{b}(M_{D2} - M_{D1})$$

รูปที่ 2.15 แรงที่กระทำต่อคานตามขวางของโครงกรอบ

พิจารณาสมดุลโมเมนต์ของคานตามยาว

$$F.l - (M_{DI} + M_{DII} + \ldots M_{Dm}) + Q_{II} l_1 + Q_{III}(l_1 + l_2) + \ldots + Q_m (l_1 + l_2 + \ldots + l_n) = 0$$

จะได้โมเมนต์บิดของคานตามขวางตัวแรก

$$M_{DI} = \frac{F \cdot l \cdot I_{tI}}{\sum_1^m I_{th} + \frac{2}{b}\sum_1^n (I_{th} l_h)} \qquad (2.33)$$

เขียนในรูปความสัมพันธ์กับ M_R

$$M_{DI} = \frac{F \cdot b \cdot l \cdot I_{tI}}{b\sum_1^m I_{th} + 2\sum_1^n (I_{th} \cdot l_h)} = M_R \frac{l \cdot I_{tI}}{b\sum_1^m I_{th} + 2\sum_1^n (I_{th} \cdot l_h)} \qquad (2.34)$$

สำหรับคานที่มีหน้าตัดแบบปิดให้ใช้ I_{th}^* แทน I_{th}

$$I_{th}^* = I_{th} \frac{\frac{\alpha l}{2}}{\frac{\alpha l}{2} - \tanh\frac{\alpha l}{2}} \qquad \text{โดยที่} \quad \alpha^2 = \frac{GI_{th}}{EI_w} \qquad (2.35)$$

สามารถหาค่า I_w ได้จากสมการ

$$I_w = \frac{s}{3}\left(\frac{h}{2}\right)^2 b^2(2b - 3x_t) \quad \text{โดยที่} \quad x_t = \frac{b}{2 + h/3b} \qquad (2.36)$$

หอสมุดกลาง สำนักงานวิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.5 ภาระรวมและการกำหนดขนาดของภาระ

ในหัวข้อนี้จะพูดถึงภาระรวมในแต่ละกรณี ซึ่งเป็นการรวมภาระจากทั้ง 7 กรณี ที่ได้กล่าวมาแล้ว โดยภาระในแต่ละกรณีจะเป็นค่าภาระสูงสุดของแต่ละกรณี ในการรวมภาระจะต้องทำการรวมภาระให้สมเหตุสมผลตามที่เกิดจริงขณะใช้งาน ดังแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงภาระรวมและการกำหนดขนาดของภาระ

ชนิดภาระ / สถานการณ์ที่รับภาระ	1 แรงสถิต	2(a) เบรก	2(b) เร่งออกตัว	3 เข้าโค้ง	4 แรงบิด	5(a) กระแทกล้อหน้า	5(b) กระแทกล้อหลัง	6 แรงที่จุดต่อพ่วง	7 แรงกระทำที่คานตามยาว
		a	a	a	h_{Rd} (cm.)	%[1]	%[1]		$\Delta\mu$
เบรก-เข้าโค้ง-กระแทกล้อหน้า	1.0	0.6-0.8g		0.5g		50			
เบรก-เข้าโค้ง-กระแทกล้อหลัง-แรงที่จุดต่อพ่วง	1.0	0.6-0.8g		0.5g			50	D	
เบรก-บิดตัว-กระแทกล้อหน้า-รับแรงในแนวแกนยาวด้านเดียว	1.0	0.5g			30	50			0.5
เบรก-บิดตัว-กระแทกล้อหลัง-รับแรงในแนวแกนยาวด้านเดียว	1.0	0.5g			30		50		0.5
เร่งออกตัว-บิดตัว-กระแทก ล้อหลัง	1.0		0.6g		30		30	0.6D	

%[1] หมายถึง แรงกระแทกให้คิดเท่ากับ เปอร์เซ็นต์ของน้ำหนักที่ลงที่ล้อนั้น

1. เข้าโค้งด้วย a = 0.5g มีแรงกระแทกที่ล้อด้านนอกโค้ง แต่ก็จะไม่เกิน 100% ของแรงสถิต
2. การบิดตัวของโครงกรอบมักทำให้น้ำหนักของรถลดลงจึงทำให้เหลือความเร่ง a = 0.5g
3. การบิดตัวของโครงกรอบในทางขรุขระให้คิดว่าแรงกระแทกซ้ายขวาเท่ากันได้
4. ในขณะโครงกรอบบิดตัว 30 cm. การกระแทกจะเป็น 100% ไม่ได้เพราะขับช้า
5. ออกตัวที่ความเร่ง a = 0.6g (ความเร็วต่ำ) แรงกระทำที่จุดต่อพ่วงก็มีได้
6. ขณะรถออกตัว ล้อหน้าจะเบาจึงไม่ต้องคิดแรงกระแทกที่ล้อหน้า
7. ขณะรถออกตัว ถ้า μ = 1.0 จะทำให้ได้ความเร่ง a = 0.6g ได้
8. ขณะเข้าโค้งความเร่ง a = 0.5g แล้วล้อจะยก 30 cm. ไม่ได้ เพราะรถจะพลิกคว่ำ

สำหรับการรับแรงสถิตของโครงกรอบ มีหลักคือ ให้หลีกเลี่ยงการเสียรูปอย่างถาวรที่จะเกิดขึ้น ในตารางที่ 2.1 ค่าความเค้นที่คำนวณได้ขณะรับภาระรวมสูงสุด สามารถมีค่าได้สูงถึงค่าความเค้นคราก (Yield stress) โดยมิต้องคำนึงถึงค่าความปลอดภัย