บทที่ 3

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

พฤติกรรมของคานขวางที่สำคัญคือ กำลังรับแรงเฉือนของบ่ารองรับ กำลังการรับแรงดัด การแอ่นตัว และขนาดรอยแตกร้าว ซึ่งในการออกแบบคานขวางการวิบัติเนื่องจากแรงเฉือนในบ่ารองรับจะต้องไม่เกิดขึ้น และมีกำลังรับโมเมนต์ดัดเพียงพอต่อน้ำหนักที่มากระทำ โดยที่การแอ่นตัวและขนาดของรอยแตกร้าวจะต้องอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวกับพฤติกรรมของคานขวางตามที่กล่าวอ้างข้างต้น

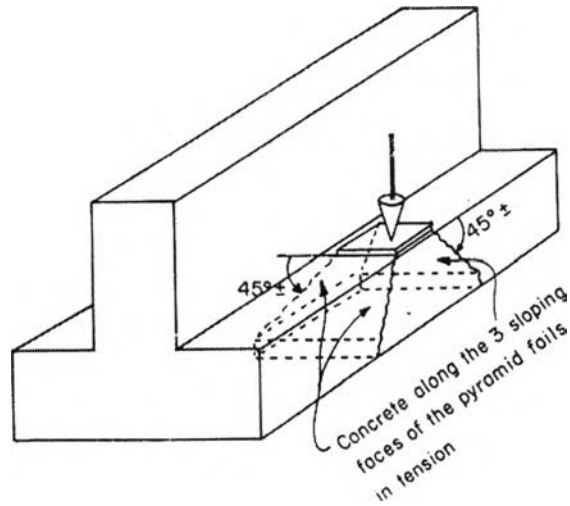
3.1 กำลังรับแรงเฉือนของบ่ารองรับ

บ่าของคานขวางทำหน้าที่รองรับคานหลักโดยส่งผ่านแรงจากแผ่นยางรองรับ (bearing pad) ดังนั้นกำลังรับแรงเฉือนของบ่าจะต้องเพียงพอเพื่อไม่ให้เกิดการวิบัติแบบเฉพาะที่ในบ่ารองรับ โดยทั่วไปอัตราส่วนของความยาวช่วงรับแรงเฉือนต่อความลึกประสิทธิผลจะมีค่าน้อยกว่า 1.0 ดังนั้นกำลังรับแรงเฉือนที่กำหนดไว้ตามมาตรฐาน ACI318-05 สำหรับแป้นหูช้างสามารถนำมาประยุกต์ใช้พิจารณากำลังรับแรงเฉือนของบ่ารองรับ กำลังรับแรงเฉือนของบ่ารองรับที่ต้องพิจารณาประกอบด้วยกำลังรับแรงเฉือนทะลุ, กำลังรับแรงเฉือนเสียดทาน, และกำลังรับแรงเฉือนการอัดแตกในคอนกรีต ซึ่งค่าความหนาของบ่ารองรับจะถูกพิจารณาตามกำลังรับแรงเฉือนที่กล่าวมา

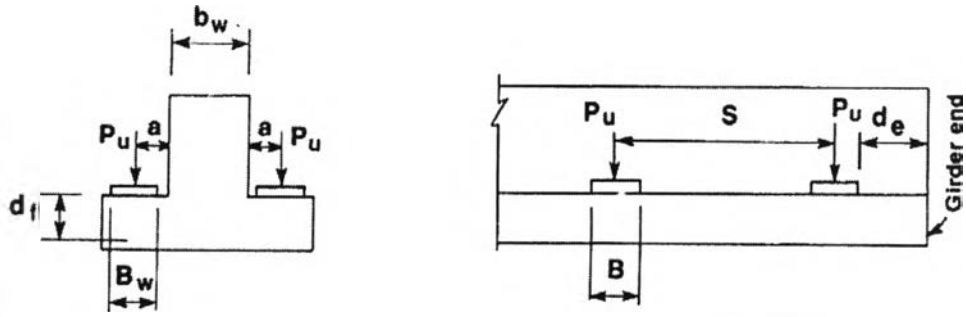
3.1.1 กำลังรับแรงเฉือนทะลุ (punching shear resistance)

กำลังรับแรงเฉือนทะลุของบ่าที่รองรับ จะคำนวณจากแรงดึงที่ต้านทานด้วยคอนกรีตตามพื้นผิวรูปทรงพีรามิดยอดตัดภายใต้แผ่นยางรองรับดังแสดงในรูปที่ 3.1 หน้าตัดวิกฤติสำหรับพิจารณาแรงดึงต้านทานโดยคอนกรีตมี 3 ด้านและทำมุมเอียง 45 องศาเทียบกับแนวระนาบที่วางแผ่นยางรองรับ แต่สำหรับบ่ารองรับคานหลักตัวริมนอกสุดของคานขวางหากต้องการให้รับกำลังรับแรงเฉือนแบบเจาะทะลุได้เท่ากับบ่าช่วงใน กล่าวคือมีหน้าตัดวิกฤติ 3 ด้าน จะต้องเว้นระยะจากขอบของแผ่นยางรองรับจนถึงริมนอกสุดของคานขวาง (d_e) ไว้อย่างน้อยเท่ากับผลรวมของความหนาของบ่าและความกว้างของแผ่นยางรองรับ ($d_f + B_w$) ในกรณีที่ระยะ d_e น้อยกว่า

$d_f + B_w$ การคำนวณกำลังรับแรงเฉือนทะลุจะพิจารณาหน้าตัดวิกฤติลดลงเหลือเพียงสองด้าน (ดูรูปที่ 3.2 ประกอบ)



รูปที่ 3.1 การวิบัติที่แผ่นรองรับตัวในเนื่องจากแรงเฉือนแบบทะลุ



(ก) หน้าตัดของคานขวาง (ข) รูปตัดด้านข้าง

รูปที่ 3.2 ระยะการติดตั้งแผ่นยางรองรับ

กำลังรับแรงเฉือนทะลุของคอนกรีตจะพิจารณาตามสมการที่ (3.1ก) ถึง (3.1ค) โดยเลือกใช้ค่าน้อยที่สุด

$$V_c = 0.265\left(2+\frac{4}{\beta}\right)\sqrt{f_c'}b_0 d_f \qquad (3.1ก)$$

$$V_c = 0.265\left(2+\frac{\alpha_s d_f}{b_0}\right)\sqrt{f_c'}b_0 d_f \quad (3.1ข)$$

$$V_c = 1.06\sqrt{f_c'}b_0 d_f \quad (3.1ค)$$

โดยตัวแปรที่ใช้ในสมการมีนิยามดังนี้ (ดูรูปที่ 3.2 ประกอบ)

b_0 = เส้นแนวหน้าตัดวิกฤติอยู่ห่างจากขอบของแผ่นยางรองรับเท่ากับครึ่งหนึ่งของความลึกประสิทธิผล ในกรณีที่หน้าตัดวิกฤติเท่ากับ 3 ด้าน Mya และ Erlong (1985) ได้เสนอค่านี้ไว้เท่ากับ $B+2B_w+2d_f$ ในกรณีที่หน้าตัดวิกฤติเท่ากับ 2 ด้าน ค่านี้มีค่าเท่ากับ $B+B_w+d_f$

d_f = ความลึกประสิทธิผลของบ่า

β = อัตราส่วนของด้านยาวต่อด้านสั้นของเสาหรือแรงเฉือนแบบจุดที่มากระทำ ในที่นี้จะใช้ค่าอัตราส่วนความยาวต่อความกว้างของแผ่นยางรองรับ

α_s = 30 สำหรับกรณีที่มีหน้าตัดวิกฤติ 3 ด้าน และ 20 สำหรับกรณีที่มีหน้าตัดวิกฤติ 2 ด้าน

ในกรณีที่มีการเสริมเหล็กช่วยรับแรงเฉือนบางส่วน ค่ากำลังรับแรงเฉือนโดยคอนกรีต (V_c) จะถูกกำหนดให้ใช้ไม่เกิน $0.53\sqrt{f_c'}b_0 d_f$ และค่ากำลังรับแรงเฉือนระบุ (V_n) เมื่อมีการเสริมเหล็กแล้วจะต้องมีค่าไม่เกิน $1.59\sqrt{f_c'}b_0 d_f$

ในการศึกษานี้การคำนวณความหนาของบ่าของคานขวางจะใช้ค่ากำลังรับแรงเฉือนระบุในกรณีที่มีการเสริมเหล็กรับแรงเฉือนในการพิจารณา โดยจะแบ่งออกได้เป็น 2 กรณีคือ เมื่อมีหน้าตัดวิกฤติรับแรงเฉือน 2 และ 3 ด้าน สำหรับคานหลักที่อยู่นอกสุด และคานหลักตัวในตามลำดับ ซึ่งแสดงไว้ในสมการที่ 3.2

$$d_f = -\frac{(B+B_w)}{2}+\sqrt{\frac{(B+B_w)^2}{4}+\frac{P_u}{\phi 1.59\sqrt{f_c'}}}$$

$$d_f = -\frac{(B+B_w)}{4}+\sqrt{\frac{(B+B_w)^2}{16}+\frac{P_u}{2\phi 1.59\sqrt{f_c'}}} \quad (3.2)$$

3.1.2 กำลังรับแรงเฉือนเสียดทาน (friction shear resistance)

กำลังรับแรงเฉือนเสียดทานของบ่าคานขวางจะขึ้นอยู่กับปริมาณเหล็กเสริมรับแรงเสียดทาน (shear-friction reinforcement) ที่บริเวณระนาบของรอยแตกตามสมการที่ (3.3)

$$V_u = \phi f_y A_{vf} \mu \tag{3.3}$$

โดยที่

V_u = ค่าแรงเฉือนเสียดทานมากสุดที่บ่ารองรับต้านทานได้

A_{vf} = พื้นที่ของเหล็กเสริมรับแรงเฉือนเสียดทานในบริเวณระนาบของรอยแตก

f_y = กำลังคราก ของเหล็กเสริมรับแรงเฉือนเสียดทาน

μ = สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของคอนกรีต

อย่างไรก็ตามค่ากำลังต้านทานแรงเฉือนเสียดทานนี้จะต้องไม่เกินค่าที่กำหนดไว้ในสมการที่ (3.4)

$$\begin{aligned} V_u &\le 0.2\phi f_c' A_c \\ &\le \phi 56 A_c \end{aligned} \tag{3.4}$$

โดย

f_c' = กำลังรับแรงอัดคอนกรีตรูปทรงกระบอก

A_c = พื้นที่คอนกรีตต้านทานแรงเฉือน ซึ่ง Mattock และ Hawkins (1985, 1994) ได้เสนอไว้ว่ามีค่าเท่ากับ $(B+4a)d_f$ (ดูรูปที่ 3.3 ประกอบ)

เนื่องจากกำลังพิจารณาถึงค่าความหนาน้อยสุดของบ่ารองรับ สมการที่ (3.4) ซึ่งเป็นขอบเขตบนของกำลังรับแรงเฉือนเสียดทานจะถูกนำมาใช้พิจารณา ส่วนของปริมาณเหล็กเสริมรับแรงเฉือนเสียดทานนั้นจะต้องตรวจสอบให้รับแรงเฉือนได้เพียงพอ เนื่องจากงานวิจัยนี้เน้นไปที่พฤติกรรมของคานขวางกึ่งสำเร็จ รายละเอียดในการคำนวณหาเหล็กเสริมต้านทานแรงเฉือนเสียดทานจะไม่ขอกล่าวถึงในที่นี้

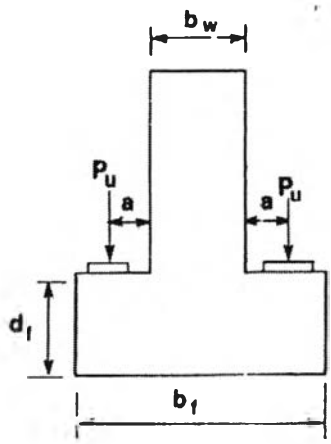
การคำนวณความหนาของบ่าของคานขวางเมื่อพิจารณากำลังรับแรงเฉือนเสียดทานของบ่า จะสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (3.5)

$$d_f = \max\left(\frac{P_u}{0.2\phi f_c'(B+4a)}, \frac{P_u}{\phi 56(B+4a)}\right) \tag{3.5}$$

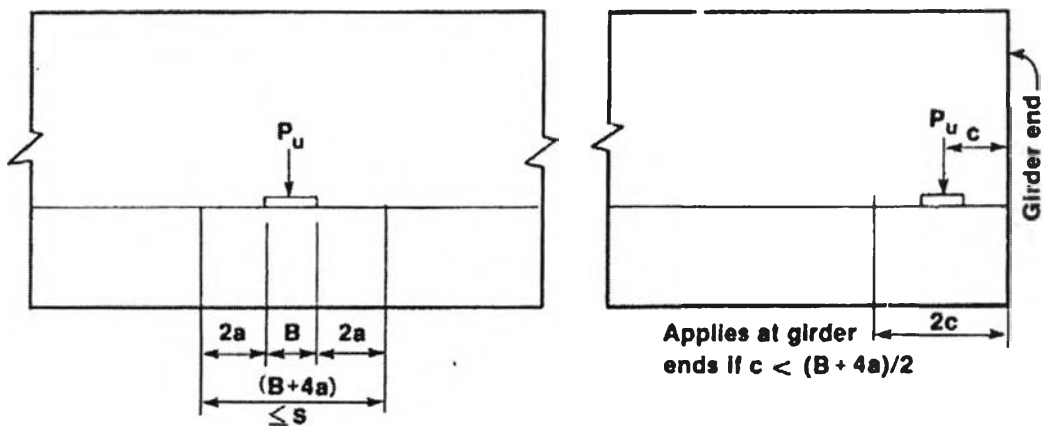
เมื่อ B = ความยาวของแผ่นยางรองรับ (แนวขนานกับแกนคานขวาง)

a = ระยะจากผิวของส่วนเอวถึงศูนย์กลางของแผ่นยางรองรับ

P_u = แรงที่ถ่ายจากคานหลักสู่แผ่นยางรองรับ



(ก) หน้าตัดของคานขวาง



(ข) ความกว้างประสิทธิผลในการรับแรงเฉือนเสียดทานของบ่าคานขวาง

รูปที่ 3.3 ความกว้างประสิทธิผลของบ่าภายใต้แรงเฉือน

3.1.3 กำลังรับแรงเฉือนอัดแตกในแท่งคอนกรีตรับแรงอัด (compression shear failure)

แบบจำลองชิ้นส่วนรับแรงอัดและชิ้นส่วนรับแรงดึง (strut and tie model) ใช้วิเคราะห์กำลังของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กโดยสมมติให้แรงอัดส่งผ่านแท่งคอนกรีต และแรงดึงส่งผ่านเหล็กเสริมหรือเหล็กเสริมอัดแรง รูปที่ 3.4 แสดงแท่งคอนกรีต (strut) เพื่อใช้ในการวิเคราะห์กำลังรับแรงเฉือนของแป้นหูช้างซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับบ่ารองรับในคานขวางได้

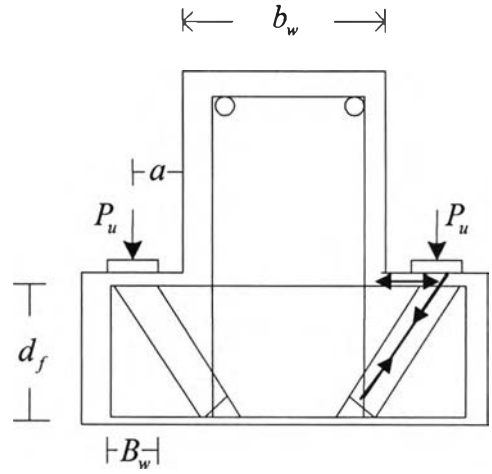
ในกรณีที่มีเหล็กเสริมเพียงพอการวิบัติจะเกิดขึ้นจากการอัดแตกของแท่งคอนกรีต ซึ่งมาตรฐาน ACI318-05 กำหนดกำลังอัดแตกของแท่งคอนกรีตดังแสดงในสมการที่ (3.6)

$$F_{ns} = 0.85\beta_s f_c' A_{cs} \tag{3.6}$$

โดย

A_{cs} = พื้นที่หน้าตัดที่ปลายข้างใดข้างหนึ่งของแท่งคอนกรีตรับรับแรงอัด

β_s = 0.6 สำหรับแท่งคอนกรีตรับแรงอัดรูปขวดที่ไม่ได้เสริมเหล็ก



รูปที่ 3.4 แบบจำลองสตรัทและไทของบ่ารองรับ

ความกว้างประสิทธิผลของหน้าตัดของแท่งคอนกรีตรับแรงอัดที่เชื่อมกับจุดต่อที่รับแรงอัด 2 ทิศทางและแรงดึง 1 ทิศทาง (C-C-T node) ดังแสดงในรูปที่ 3.5 หาได้จากขนาดความกว้างของแผ่นยางรองรับ (B_w) ขนาดความกว้างประสิทธิผลของเหล็กเสริมรับแรงดึง และมุมระหว่างแท่งคอนกรีตรับแรงอัดและเหล็กเสริมรับแรงดึงดังแสดงในสมการที่ (3.7)

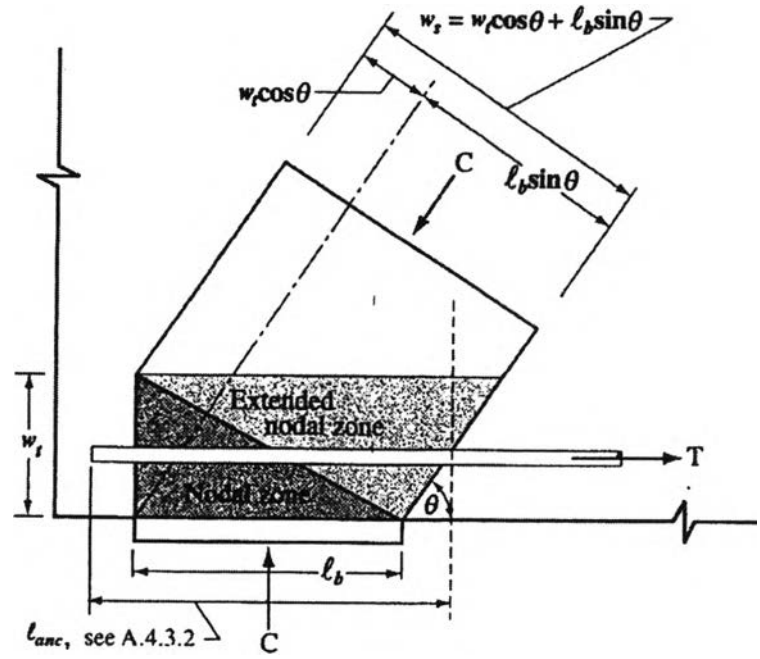
$$w_c = w_t \cos\theta + B_w \sin\theta \tag{3.7}$$

โดย

w_c = ขนาดความกว้างประสิทธิผลของแท่งคอนกรีตรับแรงอัด

w_t = ขนาดความกว้างประสิทธิผลของเหล็กเสริมรับแรงดึง ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2 เท่าของระยะหุ้มเหล็กเสริมบวกกับขนาดของเหล็กเสริมเมื่อมีการเสริมเหล็ก 1 ชั้น

θ = มุมระหว่างแท่งคอนกรีตรับแรงอัดและเหล็กเสริมรับแรงดึง



รูปที่ 3.5 ขนาดความกว้างของชิ้นส่วนคอนกรีตสตรัทเมื่อมีการเสริมเหล็ก
ในชิ้นส่วนรับแรงดึง 1 ชั้น

จากสมดุลของแรงที่กระทำ ณ จุดถ่ายแรงจากคานหลัก (ดูรูปที่ 3.4) จะสามารถหาค่าหน่วยแรงในแท่งคอนกรีตรับแรงอัดได้ ซึ่งค่าหน่วยแรงนี้จะต้องน้อยกว่าค่ากำลังรับแรงอัดที่ให้ไว้ในสมการที่ (3.8)

$$\frac{P_u}{\sin\theta} \le \phi F_{ns} \qquad (3.8)$$
$$= \phi\left(0.85\times 0.6\times f_c^{'}\right)(B)\left(B_w\sin\theta + w_t\cos\theta\right)$$

โดยที่

$$\sin\theta = \frac{d_f}{\sqrt{d_f^{\,2}+a^2}}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{d_f^{\,2}+a^2}}$$

เพื่อพิจารณาค่าความลึกประสิทธิผลของบ่ารองรับจะต้องแก้สมการที่ (3.8) จะได้สมการ (3.9)

$$d_f = \frac{-\left(a\frac{w_t}{B_w}\right)+\sqrt{\left(a\frac{w_t}{B_w}\right)^2-4\times\left(1-\frac{P_u}{\phi\left(0.85\times 0.6\times f_c^{'}\right)(B\times B_w)}\right)\left(\frac{P_u a^2}{\phi\left(0.85\times 0.6\times f_c^{'}\right)(B\times B_w)}\right)}}{2\left(1-\frac{P_u}{\phi\left(0.85\times 0.6\times f_c^{'}\right)(B\times B_w)}\right)} \qquad (3.9)$$

หอสมุดกลาง สำนักงานวิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.2 พฤติกรรมการรับแรงดัดในขั้นตอนการก่อสร้างชิ้นส่วนสำเร็จรูป (บ่ารองรับ)

ในขั้นตอนของการก่อสร้างคานคอนกรีตสำเร็จรูปซึ่งคือส่วนของบ่ารองรับ จนถึงการหล่อส่วนเอวเป็นคานขวางรูปตัวทีหงาย พฤติกรรมจะอยู่ในช่วงอิลาสติก กล่าวคือไม่มีรอยแตกในคอนกรีต และเหล็กเสริมอัดแรงไม่ถึงจุดคราก ซึ่งสามารถนำทฤษฎีอิลาสติกมาวิเคราะห์หาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีต หน่วยแรงนี้จะขึ้นอยู่กับค่าโมเมนต์เนื่องจากแรงน้ำหนักชิ้นส่วนสำเร็จรูปและน้ำหนักคอนกรีตเหลวที่ใช้หล่อส่วนของเอวในที่ก่อสร้าง ในกรณีที่เป็นคานคอนกรีตเสริมเหล็กค่าหน่วยแรงจะคำนวณตามสมการที่ (3.10ก) ในกรณีที่เป็นคานคอนกรีตเสริมเหล็กอัดแรงค่าหน่วยแรงยังจะขึ้นอยู่กับแรงอัดประสิทธิผลในขั้นตอนการก่อสร้างนี้ ($F_{e,f}$) ตามสมการที่ (3.10ข)

$$f = \mp\frac{M_{D,f}y_f}{I_f} \mp \frac{M_{D,w}y_f}{I_f} \tag{3.10ก}$$

$$f = -\frac{F_{e,f}}{A_f} \pm \frac{F_{e,f}e_f y_f}{I_f} \mp \frac{M_{D,f}y_f}{I_f} \mp \frac{M_{D,w}y_f}{I_f} \tag{3.10ข}$$

โดยที่ตัวแปรในสมการคือ (รูปที่ 3.6ก-3.6ค)

f = หน่วยแรงใดๆ บนหน้าตัด

$F_{e,f}$ = แรงอัดประสิทธิผลในขั้นตอนการก่อสร้างบ่ารองรับ

e_f = ระยะเยื้องศูนย์ของแรงอัดในบ่ารองรับ

y_f = ตำแหน่งใดๆ บนหน้าตัด

$M_{D,f}$ = ค่าโมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักของบ่ารองรับ

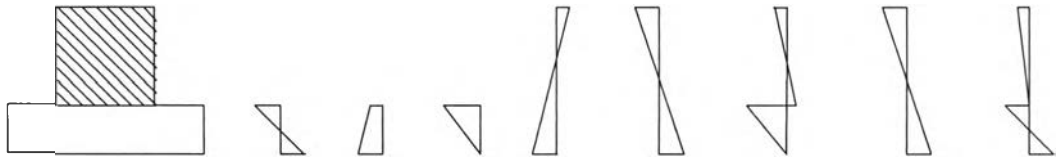
$M_{D,w}$ = ค่าโมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักของเอว

A_f = พื้นที่หน้าตัดของบ่ารองรับ

I_f = โมเมนต์ความเฉื่อยของบ่ารองรับ

ปริมาณแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงที่ใช้ในขั้นตอนการก่อสร้างนี้ สามารถพิจารณาจากการควบคุมไม่ให้เกิดรอยแตกในบ่ารองรับ ซึ่งเขียนเป็นสมการของหน่วยแรงที่ผิวบนของบ่ารองรับในขั้นตอนการอัดแรงและสมการของหน่วยแรงที่ผิวล่างของบ่ารองรับในขั้นตอนที่เทคอนกรีตส่วนของเอว ดังแสดงในสมการที่ (3.11)

$$\begin{aligned} -\frac{F_{e,f}}{A_f} + \frac{F_{e,f}e_f y_f}{I_f} - \frac{M_{D,f}y_f}{I_f} &< f_{cr} \\ -\frac{F_{e,f}}{A_f} - \frac{F_{e,f}e_f y_f}{I_f} + \frac{(M_{D,f}+M_{D,w})y_f}{I_f} &< f_{cr} \end{aligned} \tag{3.11}$$



(ก) (ข) (ค) (ง) (จ) (ฉ) (ช) (ซ)

รูปที่ 3.6 การกระจายของค่าความเครียดในแต่ละขั้นตอนการก่อสร้าง :(ก) เนื่องจากน้ำหนักส่วนบ่ารองรับ, (ข) เนื่องจากแรงอัดบางส่วนในบ่ารองรับ, (ค) ผลลัพธ์ของขั้นตอน (ก) และ (ข), (ง) เนื่องจากแรงอัดเพิ่มเติมเมื่อส่วนของเอวช่วยรับแรง, (จ) เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกคงที่จากคานหลัก, (ฉ) ผลลัพธ์ของขั้นตอน (ค) (ง) และ (จ), (ช) เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจร

3.3 พฤติกรรมการรับแรงดัดของคานขวางรูปตัวทีกึ่งสำเร็จรูป

พฤติกรรมรับแรงดัดของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก หรือ โครงสร้างคอนกรีตอัดแรง โดยทั่วไปจะศึกษาจากความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์และความโค้งบนหน้าตัด ซึ่งจะทำให้ทราบถึงพฤติกรรมของหน้าตัดทางด้านกำลัง ความเหนียว และหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตและเหล็กเสริม โดยการวิเคราะห์ความสัมพันธ์นี้จะต้องทราบคุณสมบัติของวัสดุ ขนาดหน้าตัดของคานขวาง และปริมาณเหล็กเสริม

3.3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของวัสดุ

ความสัมพันธ์ของหน่วยแรงอัดและความเครียดในคอนกรีตจะเป็นแบบไม่เชิงเส้น Hognestad (1951) ได้เสนอสมการจำลองความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงอัดและความเครียดของคอนกรีตดังนี้

$$\sigma_c = f'_c\left(2\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^2\right) \qquad (3.12)$$

โดย

f_c = หน่วยแรงในคอนกรีตที่ความเครียดใดๆ

f'_c = กำลังอัดของแท่งคอนกรีตรูปทรงกระบอกสูง 30 cm เส้นผ่านศูนย์กลาง 15 cm

ε = ค่าความเครียดใดๆ

ε_0 = ความเครียดเมื่อคอนกรีตมีหน่วยแรงสูงสุดเท่ากับ f'_c

ความสัมพันธ์ของหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริมใช้แบบจำลองแบบอีลาสติก-พลาสติก ตามสมการที่ (3.13)

$$\begin{aligned} f_s &= E_s\varepsilon_s \quad ;\varepsilon \le \varepsilon_y \\ &= f_y \quad ;\varepsilon > \varepsilon_y \end{aligned} \tag{3.13}$$

ความสัมพันธ์ของหน่วยแรงดึงและความเครียดของเหล็กเสริมอัดแรงจะใช้ความสัมพันธ์ตามสมการที่ (3.14)

$$f_{ps} = E\varepsilon_{ps}\left[0.013 + \frac{0.987}{\sqrt[6]{1+\left(108\times\varepsilon_{ps}\right)^6}}\right] \tag{3.14}$$

3.3.2 ปริมาณเหล็กเสริมในคานขวาง

สำหรับคานขวางเสริมเหล็กเพื่อให้คานขวางมีพฤติกรรมทางด้านความเหนียว ปริมาณเหล็กเสริมควรจะมีค่าน้อยกว่าปริมาณเหล็กเสริมสมดุล (ρ_b) โดยมาตรฐาน ACI318-05 ได้กำหนดให้ปริมาณเหล็กเสริมมากสุดในคานควรมีค่าไม่เกิน 75% ของปริมาณเหล็กเสริมสมดุลตามแต่ เพื่อให้คานมีพฤติกรรมทางด้านความเหนียวและไม่มีปัญหาในการจัดเรียงเหล็กเสริม การศึกษานี้จึงใช้ปริมาณเหล็กเสริมมากสุดไม่เกิน 37.5% ของปริมาณเหล็กเสริมสมดุลตามสมการที่ (3.15)

$$\rho = 0.375\rho_b = 0.375\left(\frac{0.85f_c'}{f_y}\right)\beta_1\left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu}+\varepsilon_y}\right) \tag{3.15}$$

โดยที่ f_c' = กำลังรับแรงอัดประลัยของคอนกรีต (กก. /ซม.^{2})

f_y = กำลังรับแรงดึงที่จุดครากของเหล็กเสริม (กก. /ซม.^{2})

β_1 = ตัวคูณประกอบสำหรับความลึกของบล๊อกหน่วยแรงอัดเทียบเท่า

= 0.85 เมื่อ $f_c' \le 280$ กก. /ซม.^{2}

= $0.85 - 0.05\left(\frac{f_c'}{280}\right)$ เมื่อ $280 < f_c' \le 560$

= 0.65 เมื่อ $f_c' > 560$ กก. /ซม.^{2}

ε_{cu} = ความเครียดประลัยของคอนกรีต = 0.003

ε_y = ความเครียดของเหล็กเสริมที่จุดคราก = $\frac{f_y}{E_s}$

E_s = ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริม = $2x10^6$ กก. /ซม.^{2}

สำหรับคานคอนกรีตเสริมเหล็กอัดแรงมาตรฐาน ACI318-05 กำหนดปริมาณการเสริมเหล็ก สูงสุดไว้ตามสมการที่ (3.16)

$$\begin{aligned} \omega_t &= \omega_p + (\omega - \omega') \le 0.32\beta_1 \\ \omega_p &= \rho_p \frac{f_{ps}}{f_c'} = \left(\frac{A_{ps}}{bd_p}\right)\left(\frac{f_{ps}}{f_c'}\right) \\ \omega &= \rho \frac{f_y}{f_c'} = \left(\frac{A_S}{bd}\right)\left(\frac{f_y}{f_c'}\right) \\ \omega' &= \rho' \frac{f_y}{f_c'} = \left(\frac{A_S'}{bd}\right)\left(\frac{f_y}{f_c'}\right) \end{aligned} \qquad (3.16)$$

โดยที่ ω_p = ค่าดัชนีการเสริมลวดอัดแรง

ω = ค่าดัชนีการเสริมเหล็กรับแรงดึง

ω' = ค่าดัชนีการเสริมเหล็กรับแรงอัด

ρ_p = อัตราส่วนการเสริมลวดอัดแรง

ρ = อัตราส่วนการเสริมเหล็กรับแรงดึง

ρ' = อัตราส่วนการเสริมเหล็กรับแรงอัด

f_{ps} = หน่วยแรงในลวดอัดแรงที่สภาวะประลัย (กก. /ซม.^{2})

A_{ps} = พื้นที่หน้าตัดของลวดอัดแรงที่รับแรงดึง (ซม.^{2})

A_S = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมรับแรงดึง (ซม.^{2})

A_S' = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมรับแรงอัด (ซม.^{2})

b = ความกว้างของคานส่วนที่รับแรงอัด (ซม.)

d_p = ความลึกประสิทธิผลของลวดอัดแรงที่จากผิวนอกสุดที่รับแรงอัดถึงจุดศูนย์ถ่วง (ซม.)

d = ความลึกประสิทธิผลของเหล็กเสริม (ซม.)

อย่างไรก็ตามมาตรฐาน ACI318-05 ได้กำหนดอัตราส่วนเหล็กต่ำสุด (ρ_{min}) สำหรับโครงสร้างรับแรงดัดไว้ในสมการที่ (3.17) เพื่อเป็นการป้องกันการวิบัติอย่างเฉียบพลัน เมื่อส่วนโครงสร้างนั้นรับแรงดัด

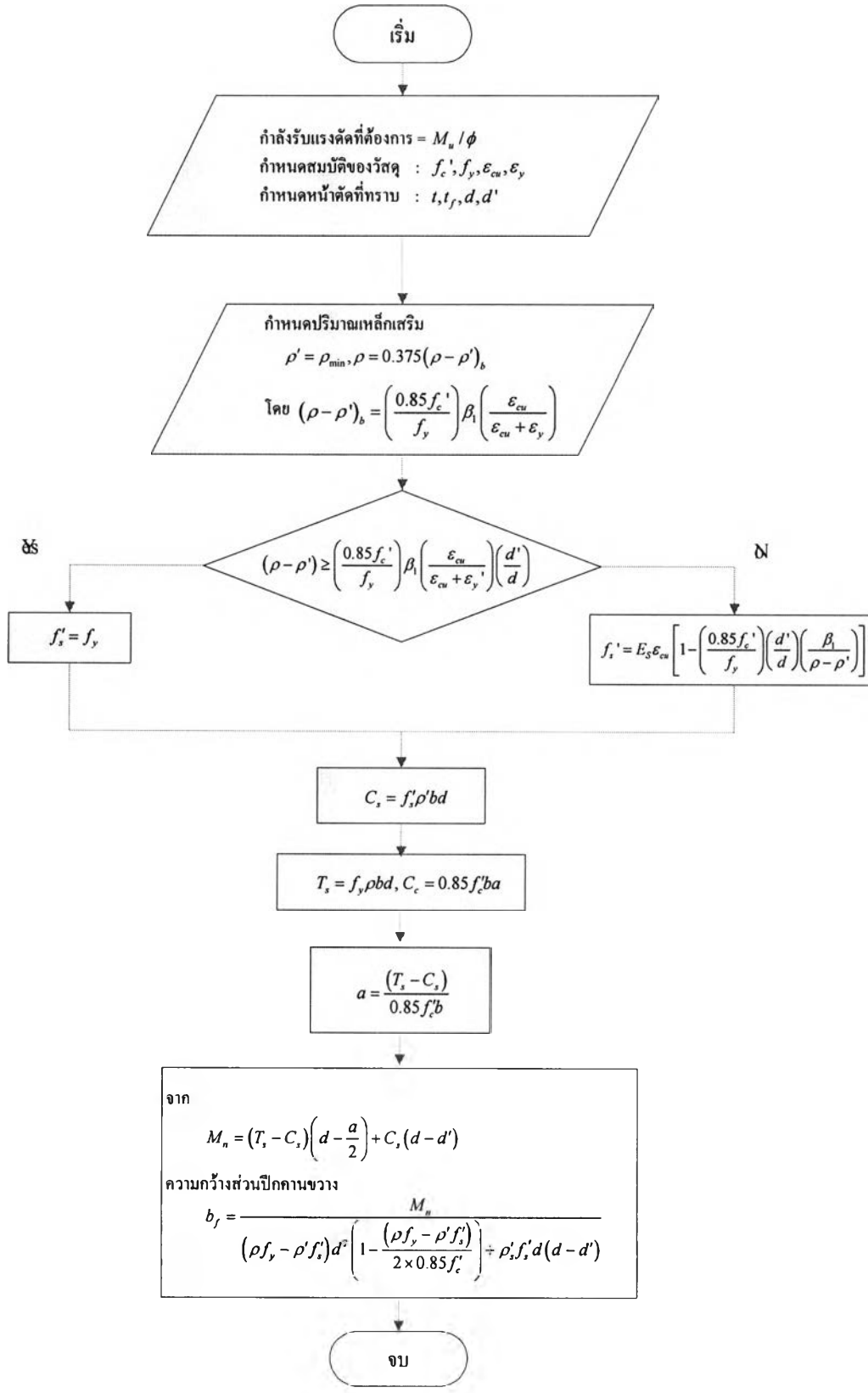
$$\rho_{\min} = \frac{0.79\sqrt{f_c'}}{f_y} \leq \frac{14}{f_y} \tag{3.17}$$

ในการศึกษานี้จะกำหนดให้ปริมาณเหล็กเสริมมีค่าสูงสุดเพื่อให้ขนาดของคานขวางเล็กสุดซึ่งจะช่วยให้ขั้นตอนการก่อสร้างคานสำเร็จดำเนินการได้ง่ายเนื่องจากมีน้ำหนักคานสำเร็จน้อยสุด สำหรับเหล็กเสริมในส่วนที่ไม่ใช้เหล็กเสริมหลักที่มีผลต่อพฤติกรรมของคานขวางแล้วเสร็จแต่ต้องทำการเสริมเพื่อให้มีกำลังต้านทานแรงดัดขณะยกหรือขณะหล่อคอนกรีตในที่จะใช้ปริมาณเหล็กเสริมน้อยสุด

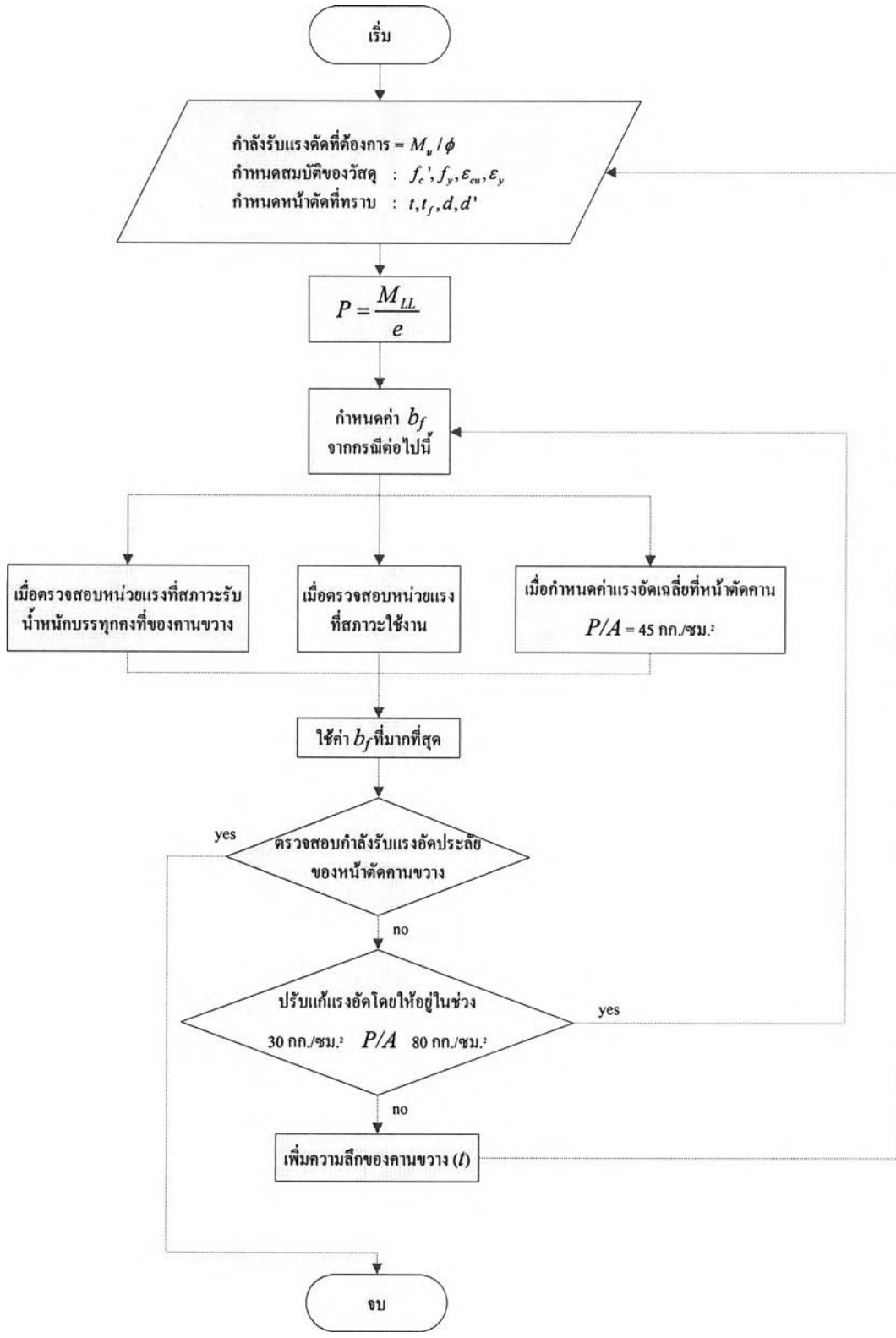
3.3.3 ขนาดหน้าตัดของคานขวาง

จากในหัวข้อของกำลังรับแรงเฉือนในบ่ารองรับ ความหนาส่วนของบ่ารองรับจะถูกกำหนดให้มีกำลังรับแรงเฉือนเพียงพอเพื่อป้องกันการวิบัติเฉพาะที่ในส่วนบ่ารองรับ สำหรับความสูงของคานขวางจะถูกกำหนดจากความสูงของคานหลัก ดังนั้นจะมีส่วนของความกว้างส่วนเอวที่จะต้องทำการพิจารณาเพื่อให้คานขวางนี้มีกำลังรับโมเมนต์ดัดเพียงพอที่จะต้านทานน้ำหนักกระทำทั้งหมดของโครงสร้างแล้วเสร็จ

แผนผังแสดงในรูปที่ 3.7-3.8 สรุปถึงขั้นตอนการพิจารณาความกว้างของคานขวางเพื่อให้มีกำลังรับโมเมนต์ดัดเพียงพอของคานคอนกรีตเสริมเหล็กและคานคอนกรีตเสริมเหล็กอัดแรง ตามลำดับโดยที่มีการเสริมเหล็กมากสุดเท่าที่มาตรฐานกำหนดดังได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่แล้ว



รูปที่ 3.7 ขั้นตอนการหาขนาดความกว้างของส่วนปีกคานขวางคอนกรีตเสริมเหล็ก



รูปที่ 3.8 ขั้นตอนการหาขนาดความกว้างของส่วนปีกคานขวางคอนกรีตเสริมเหล็กอัดแรง

3.3.4 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดกับความโค้ง

การวิเคราะห์หน้าตัดจะนำหลักการความเครียดสอดคล้องมาใช้ร่วมกับสมดุลของแรงที่หน้าตัด เพื่อหาความสัมพันธ์ของโมเมนต์และความโค้งของหน้าตัด รูปที่ 3.6ช แสดงการกระจายค่าความเครียดเนื่องจากโมเมนต์กระทำจากภายนอก ซึ่งเมื่อนำไปรวมกับค่าความเครียดที่มีอยู่เดิมจากขั้นตอนการก่อสร้างก่อนหน้านี้จะมีค่าความรวมดังแสดงในรูปที่ 3.6ซ จากการกระจายค่าความเครียดนี้จะสามารถคำนวณหาแรงอัดเนื่องจากคอนกรีต และแรงดึงเนื่องจากเหล็กเสริมโดยที่ผลรวมของแรงสองส่วนนี้ต้องเท่ากับศูนย์สำหรับการวิเคราะห์คาน เพื่อที่หน้าตัดอยู่ในสภาวะสมดุล

เมื่อหน้าตัดอยู่ในสมดุล ค่าความโค้งและค่าโมเมนต์จะสามารถคำนวณได้ตามสมการที่ (3.18) และ (3.19) ตามลำดับ

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{c} \tag{3.18}$$

$$M = T\left(d - c + \bar{x}\right) \tag{3.19}$$

โดยที่

ϕ = ค่าความโค้งใดๆ

ε_c = ค่าความเครียดที่ผิวบน

M = โมเมนต์เนื่องจากแรงกระทำ

C_c = แรงอัดลัพธ์

T = แรงดึงในเหล็กเสริม

d = ระยะตำแหน่งเหล็กเสริม

c = ระยะที่ค่าความเครียดเป็นค่าความเครียดอัด

$\bar{x}$ = ตำแหน่งที่แรงอัดลัพธ์กระทำบนหน้าตัด

เนื่องจากค่าความเครียดอัดกระจายอยู่ในคอนกรีตดังนั้นจึงจำเป็นต้องทำการหาแรงอัดลัพธ์ในคอนกรีต (C_c) และค่าโมเมนต์เนื่องจากแรงอัดในคอนกรีต (M_c) จากการอินทิเกรทค่าของหน่วยแรงในพื้นที่ของคอนกรีตที่รับแรงอัด ดังแสดงในสมการที่ (3.20)-(3.21)

$$f_c = f'_c\left(\frac{2\phi x}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\phi x}{\varepsilon_0}\right)^2\right) \; ; \; \varepsilon = \phi x \tag{3.20}$$

$$C_c = \int_0^c f_c b\,dx = bf'_c\int_0^c\left(\frac{2\phi x}{\varepsilon_0} - \frac{\phi^2 x^2}{\varepsilon_0^2}\right)dx \tag{3.21}$$

$$C_c = bf_c'\frac{\phi}{\varepsilon_0}c^2\left(1-\frac{\phi c}{2\varepsilon_0}\right) \tag{3.22}$$

$$M_c = \int_0^c f_c b x\,dx = bf_c'\int_0^c\left(\frac{2\phi x}{\varepsilon_0}-\frac{\phi^2x^2}{\varepsilon_0^2}\right)x\,dx \tag{3.23}$$

เมื่อจัดรูปสมการที่ (3.23) ให้อยู่ในรูปของแรงอัดลัพธ์จะได้ค่าตำแหน่งที่แรงอัดลัพธ์กระทำในคอนกรีตดังแสดงในสมการที่ (3.24)

$$\begin{aligned} C_c\bar{x} &= M_c \\ \bar{x} &= c\left(\frac{8\varepsilon_0-3\phi c}{12\varepsilon_0-4\phi c}\right) \end{aligned} \tag{3.24}$$

ในทำนองเดียวกันแรงดึงในเหล็กเสริมและเหล็กเสริมอัดแรง (T) จะสามารถคำนวณได้จากค่าความเครียด ณ ตำแหน่งเหล็กเสริม

ในการศึกษานี้จะทำการวิเคราะห์ที่ 3 สภาวะคือ จุดที่ความเครียดที่คอนกรีตที่ผิวล่างของคอนกรีตเกิดการแตกร้าว, จุดที่เหล็กเสริมรับแรงดึงถึงจุดคราก, และจุดประลัยเมื่อค่าความเครียดอัดที่ผิวนอกสุดถึงค่าความเครียดอัดแตก (0.003)

ค่าความเหนียวสามารถพิจารณาจากสัดส่วนของค่าความโค้งที่จุดประลัยต่อค่าความโค้งที่จุดคราก

3.4 การแอ่นตัวของคานคอนกรีต

ในการคิดค่าการแอ่นตัวที่เกิดขึ้นทันทีหลังมีน้ำหนักบรรทุกสามารถคิดจากการทฤษฎีอีลาสติก หากไม่มีการแตกร้าวสามารถใช้ค่าสติฟเนสของหน้าตัดทั้งหมด E_cI_g ในการพิจารณาการแอ่นตัว ในกรณีที่มีการแตกร้าวเกิดขึ้นในคอนกรีตค่าโมเมนต์ความเฉื่อยประสิทธิผล I_e ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง I_g และ I_{cr} โดยเป็นฟังก์ชันของ M_{cr}/M_a

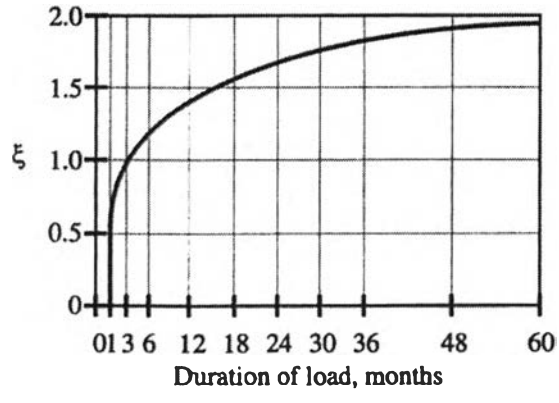
$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1-\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right]I_{cr} \tag{3.25}$$

โดยที่ M_a = ค่าโมเมนต์มากสุดเมื่อคำนวณการแอ่นตัว

การแอ่นตัวที่เกิดขึ้นในระยะยาวสามารถคำนวณได้จากสมการที่ให้ไว้ในมาตรฐาน ACI318-05 สำหรับหน้าตัดที่เกิดการแตกร้าวแล้วโดยการคูณค่าการแอ่นตัวในทันทีด้วยตัวคูณ λ_Δ

$$\lambda_\Delta = \frac{\xi}{1+50\rho'} \tag{3.26}$$

เมื่อค่า ρ' คำนวณได้จากกลางช่วงคานและค่า ξ คือค่าตัวคูณที่ขึ้นอยู่กับเวลาสำหรับน้ำหนักบรรทุกตายตัวใช้ 2.0 สำหรับ 5 ปีขึ้นไป



รูปที่ 3.9 ค่าตัวคูณสำหรับการแอ่นตัวระยะยาว

สำหรับหน้าตัดที่ยังไม่แตกร้าวคิดได้จากคูณค่าการแอ่นตัวที่คำนวณจากทฤษฎีอีลาสติกในทันทีทันใดด้วยค่าสัมประสิทธิ์การคืบ C_c

$$\Delta_{longterm} = C_c \times \Delta \tag{3.27}$$

โดย C_c = (1+ความเครียดจากการคืบ/ความเครียดที่เกิดขึ้นทันที)

3.5 ขนาดของรอยร้าวจากการดัด

เนื่องจากความกว้างรอยร้าวมีผลต่อความคงทน (durability) ของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก สมการการคำนวณความกว้างของรอยร้าวมีพื้นฐานจากผลทางสถิติได้จากการทดสอบซึ่งในการศึกษานี้ใช้แบบจำลองเสนอโดย Gergely และ Lutz (1968) ดังแสดงในสมการที่ (3.28)

$$w_c = 1.0806\text{x}10^{-6}\beta f_s \times \sqrt[3]{d_c A} \quad \text{เซนติเมตร} \qquad (3.28)$$

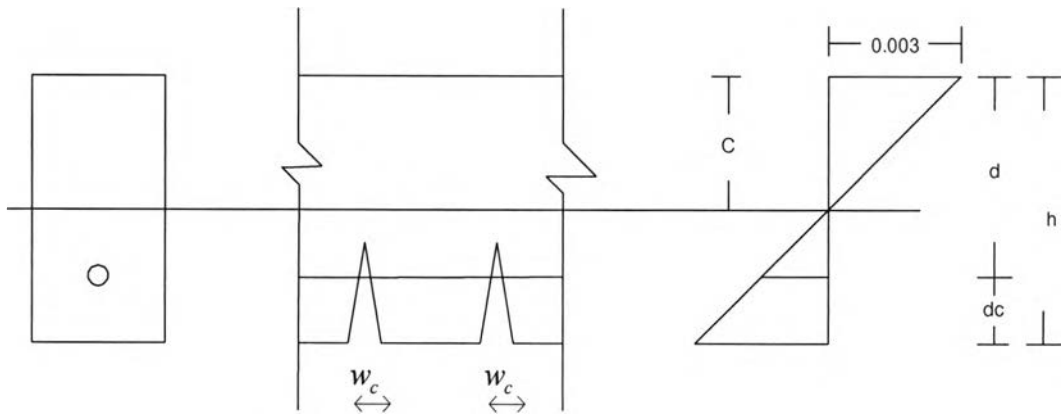
โดย

β = อัตราส่วนระยะจากแกนสะเทินถึงผิวล่างสุดรับแรงดึงของ หน้าตัดคาน และระยะจากแกนสะเทินถึงจุดศูนย์กลางแรงดึง

f_c = ความเค้นของเหล็ก

d_c = ระยะหุ้มของคอนกรีตวัดจากศูนย์กลางของเหล็กแถวล่างสุด

A = พื้นที่ประสิทธิผลของคอนกรีตล้อมรอบเหล็กเสริม



รูปที่ 3.10 การกระจายความเครียดในหน้าตัดแตกร้าวและค่าที่ใช้ในการคำนวณความกว้างรอยร้าว