บทที่ 1

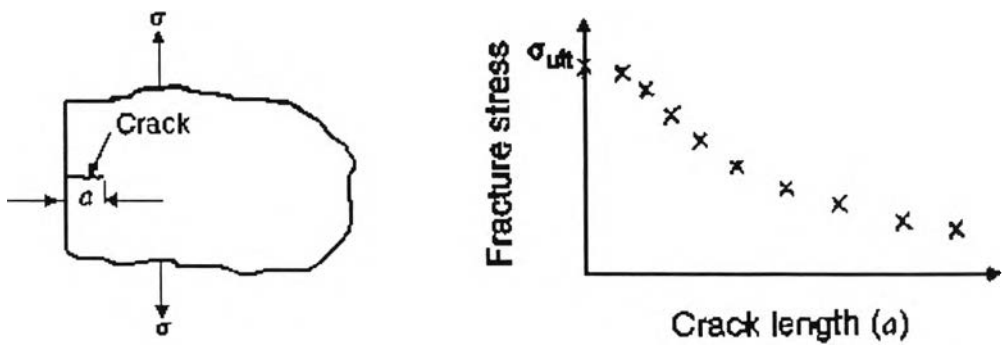
บทนำ

สำนักงานวิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.1 ที่มา และความสำคัญ

ชิ้นส่วนที่ผ่านขั้นตอนการผลิตหรือหลังจากใช้งานไประยะหนึ่งส่วนมากจะเกิดความไม่ต่อเนื่อง (Discontinuity) เช่น รอยความบกพร่อง (Defect) ช่องว่าง (Void) รอยร้าว (Crack) เป็นต้น ที่ผิวหรือในเนื้อวัสดุของชิ้นส่วน ความไม่ต่อเนื่องเหล่านี้ทำให้ชิ้นส่วนมีความแข็งแรงลดลง และยิ่งลดลงถ้าขนาดหรือจำนวนของความไม่ต่อเนื่องเพิ่มขึ้น ดังตัวอย่างในรูปที่ 1.1 จากรูปเมื่อความยาวรอยร้าวเพิ่มขึ้นจะทำให้ความเค้นแตกหัก (Fracture stress) ลดลง ดังนั้น การตรวจหาความไม่ต่อเนื่อง และการระบุลักษณะ (Characterization) เช่น ขนาด รูปร่าง ตำแหน่ง เป็นต้น จึงมีความสำคัญสำหรับการประเมินการคงสภาพ (Integrity) ของชิ้นส่วนหรือโครงสร้าง

ในส่วนของการทดสอบหาพฤติกรรมการแตกหักของวัสดุ เช่น การทดสอบการแตกหัก (Fracture testing) เพื่อหาความต้านทานการแตกหัก (Fracture toughness) [1] หรือการทดสอบหาอัตราการเติบโตของรอยร้าว (Crack growth rate) [2] เป็นต้นนั้น ก็มีความจำเป็นต้องตรวจวัดขนาดรอยร้าว (โดยทั่วไปคือ ความยาว) หรือรูปร่างของรอยร้าว โดยไม่ทำลายชิ้นงานทดสอบ



รูปที่ 1.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและขนาดรอยร้าว [3]

การวัดความยาวรอยร้าว แบ่งได้ 2 วิธี คือ 1) การวัดโดยตรง (Direct measurement) และ 2) การวัดโดยอ้อม (Indirect measurement) การวัดโดยตรงจะใช้กล้องขยายส่องที่รอยร้าวเพื่อหาตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งปลายรอยร้าวแล้วนำไปคำนวณความยาวรอยร้าว ขณะที่วิธีที่สองจะ

วัดปริมาณกายภาพที่เป็นฟังก์ชันของความยาวรอยร้าว การวัดโดยตรงมีข้อจำกัดหลายประการ ได้แก่ ติดตามได้เฉพาะรอยร้าวที่ผิว (Surface crack) ซึ่งจะสั้นกว่ารอยร้าวที่อยู่ใต้ผิว (Sub-surface crack) เนื่องจากการโค้งของขอบหน้ารอยร้าว (Crack front curvature) [4] และไม่สามารถสร้างระบบอัตโนมัติสำหรับติดตามรอยร้าว ด้วยเหตุนี้จึงเกิดการพัฒนาวิธีวัดความยาวรอยร้าวโดยอ้อมขึ้น วิธีวัดโดยอ้อมที่นิยม ได้แก่ การวัดคอมพลายแอนซ์ที่ปากรอยร้าว (Crack mouth compliance) และการวัดความต่างศักย์ตกคร่อม (Potential drop technique) เป็นต้น การหาความยาวรอยร้าวด้วยวิธีวัดความต่างศักย์ตกคร่อม มีข้อดีหลายประการ เช่น ไม่มีเครื่องมือที่ละเอียดอ่อนติดตั้งอยู่บนชิ้นทดสอบ มีเสถียรภาพในการทดสอบระยะยาว ใช้ได้กับการทดสอบที่อุณหภูมิสูง [5] เป็นต้น

จุดมุ่งหมายหลักของการศึกษาวิธีวัดความต่างศักย์ตกคร่อมคือ การหาความสัมพันธ์ระหว่างความต่างศักย์คร่อมจุดอ้างอิงคู่หนึ่งบนชิ้นทดสอบ V กับความยาวรอยร้าว a หรือความสัมพันธ์ที่นอร์มัลไลซ์แล้ว $V/V_r = f(a/a_r,....)$ โดย V_r และ a_r คือ ความต่างศักย์ที่ความยาวรอยร้าวเริ่มต้น และความยาวรอยร้าวเริ่มต้น ตามลำดับ ความสัมพันธ์นี้มีชื่อเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า "เส้นโค้งสอบเทียบ (calibration curve)" ดังนั้นงานวิจัยส่วนใหญ่จึงเป็นการหาเส้นโค้งสอบเทียบในชิ้นทดสอบมาตรฐานหรือโครงสร้าง รูปร่างต่าง ๆ ด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ [6, 7, 8] วิธีเชิงตัวเลข [7, 8, 9, 10] และวิธีทดลอง [7, 8, 9] หรือแสดงขีดความสามารถในการประยุกต์วิธีติดตามรอยร้าวด้วยวิธีนี้กับการทดสอบการแตกหัก เช่น การทดสอบหาเส้นโค้งความต้านทานการแตกหัก (Fracture resistance curve) ในช่วงอิลาสติก [11] ช่วงอิลาสติก-พลาสติก [12] และการทดสอบหาอัตราการเติบโตของรอยร้าวล้าในสภาพแวดล้อมกัดกร่อน [13] เป็นต้น

จากการสืบค้นผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ไม่พบงานวิจัยที่หาเส้นโค้งสอบเทียบสำหรับชิ้นทดสอบแบบ MT (middle tension specimen) ที่มีรอยร้าวทะลุความหนา (through-thickness crack) เอียงเป็นมุมต่าง ๆ [1] นอกเหนือจากรอยร้าวที่ตั้งฉากกับแรงดึง เนื่องจากรอยร้าวที่มีมุมเอียงแบบนี้จะพบในการทดสอบการแตกหักหรือการทดสอบหาอัตราการเติบโตของรอยร้าวในโหมดผสม (mixed-mode) ดังนั้นการหาวิธีระบุลักษณะของรอยร้าวเอียงจึงมีความสำคัญ

วิทยานิพนธ์นี้ประยุกต์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อหาการกระจายของศักย์ไฟฟ้าบนชิ้นทดสอบแบบ MT ที่มีรอยร้าวทะลุความหนา เอียงทำมุมกับขอบชิ้นงาน จากนั้นจะวิเคราะห์ผลเฉลยเพื่อหาตำแหน่งที่เหมาะสมสำหรับการป้อนกระแสไฟฟ้าและวัดความต่างศักย์ ที่สามารถระบุลักษณะของรอยร้าวทะลุความหนา (Through thickness crack) ที่มีความยาว และมุมเอียงต่าง ๆ ได้

---

[1] ชิ้นงานทดสอบมาตรฐานแบบ MT จะมีรอยร้าวอยู่ที่กึ่งกลางชิ้นงานทดสอบ โดยความยาวรอยร้าวจะวางตัวตั้งฉากกับทิศทางของแรงดึง ในวิทยานิพนธ์นี้จะเรียกรอยร้าวตั้งฉากกับทิศทางของแรงดึง (หรือทิศทางที่ป้อนกระแสไฟฟ้า) ว่า "รอยร้าวไม่เอียง" และจะเรียกกรณีนอกเหนือจากนี้ว่า "รอยร้าวเอียง"

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1. ประยุกต์วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อหาการกระจายของศักย์ไฟฟ้าในชิ้นทดสอบแบบ MT ที่มีรอยร้าวทะลุความหนา (through-thickness crack) เอียงทำมุมต่าง ๆ กับขอบชิ้นทดสอบ
2. ศึกษาอิทธิพลของตำแหน่งป้อนกระแสไฟฟ้าที่มีต่อการกระจายศักย์ไฟฟ้าในชิ้นทดสอบแบบ MT ที่มีรอยร้าวทะลุความหนา เอียงทำมุมต่าง ๆ กับขอบชิ้นทดสอบ
3. วิเคราะห์หาตำแหน่งและจำนวนจุดวัดศักย์ไฟฟ้าที่เพียงพอสำหรับการระบุลักษณะเฉพาะของรอยร้าวทะลุความหนา เอียงทำมุมต่าง ๆ กับขอบผิวระนาบ

1.3 ขอบเขตและสมมุติฐาน

1. ความหนาชิ้นทดสอบน้อย จนถือว่าการกระจายของศักย์ไฟฟ้าเท่ากันตลอดทั้งความหนา
2. พารามิเตอร์ที่ปรับเปลี่ยนคือ ความยาวรอยร้าว มุมเอียงรอยร้าว และตำแหน่งป้อนกระแส เพื่อหาตำแหน่งวัดความต่างศักย์ที่มีความไว (การเปลี่ยนแปลงความต่างศักย์ต่อหน่วยการเปลี่ยนแปลงความยาวรอยร้าว) สูง และต่ำ ในที่นี้กำหนดให้ความไวเป็นพารามิเตอร์หลักที่ใช้เลือกตำแหน่งจุดวัดความต่างศักย์ที่เหมาะสม

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานโดยสรุป

1. ศึกษาหลักการหาความยาวรอยร้าวโดยวิธีวัดความต่างศักย์ตกคร่อม
2. ศึกษาระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
3. เขียนโปรแกรม และตรวจสอบความถูกต้อง
4. ประยุกต์โปรแกรมเพื่อหาการกระจายศักย์ไฟฟ้าในปัญหาที่ศึกษา
5. วิเคราะห์ผลคำนวณ

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นพื้นฐานสำหรับการออกแบบระบบติดตามรอยร้าวบนชิ้นงานทดสอบภายใต้ภาระผสม (Mixed-mode loading)
2. เป็นพื้นฐานการออกแบบเครื่องตรวจหารอยร้าวด้วยวิธีความต่างศักย์ตกคร่อม (Potential drop technique)

1.6 ปริทัศน์วรรณกรรม

R. P. Wei and R. L. Brazill (1981), [14] ทดสอบหาข้อแตกต่างระหว่างการใช้ไฟฟ้ากระแสตรงและกระแสสลับในการหาความยาวรอยร้าวด้วยวิธีการความต่างศักย์ตกคร่อม การใช้ไฟฟ้ากระแสสลับนั้นมีข้อดีในด้าน ความละเอียดของความต่างศักย์ที่วัดได้ ระดับความสามารถในการตรวจวัดค่าความต่างศักย์ที่เปลี่ยนไปเมื่อขนาดรอยร้าวมีการเปลี่ยนแปลงหรือความไว และสัดส่วนสัญญาณที่วัดต่อค่าสัญญาณรบกวนที่สูงกว่า แต่มีข้อเสียตรงที่อาจเกิด Skin effect ซึ่งมีผลต่อความไว ส่วนการใช้ไฟฟ้ากระแสตรงนั้นมีข้อดีตรงที่ระบบไม่ค่อยสลับซับซ้อน

K. H. Schwalbe and Dieter Hellmann (1981), [6] ทำการทดสอบความแม่นยำของสมการวิเคราะห์ Johnson's Formula ซึ่งเป็นสมการความสัมพันธ์ระหว่างค่าความต่างศักย์และความยาวรอยร้าว โดยประยุกต์ใช้กับชิ้นทดสอบแบบ CCT (Center cracked tension specimen), SENB (Single-edge-notched bend specimen) และ CT (Compact tension specimen)

R. O. Ritchie and K. J. Bathe (1979), [10] ใช้ระเบียบวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยชนิดของเอลิเมนต์แบบไอโซพาราเมตริกซ์ (Isoparametric elements) หาค่าความต่างศักย์ตกคร่อมเพื่อทดลองสร้างเส้นโค้งสอบเทียบทางทฤษฎี (Theoretical calibration curves) สำหรับการหาความยาวของรอยร้าวของชิ้นทดสอบแบบ SEN (Single-edge-notch specimen) และ CT (Compact tension specimen) โดยจะเปรียบเทียบความถูกต้องของเส้นโค้งสอบเทียบด้วยเส้นกราฟที่ได้จากผลการทดลองสำหรับชิ้นทดสอบแบบ CT และจากผลการทดลอง, Electrical analog และวิธีการวิเคราะห์ (Analytical solutions) สำหรับชิ้นทดสอบแบบ SEN

G. H. Aronson and R. O. Ritchie (1979), [9] ใช้ระเบียบวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ในการค้นหาตำแหน่งการป้อนกระแสไฟฟ้า ตำแหน่งการวัดค่าความต่างศักย์ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการหาความยาวรอยร้าวด้วยวิธีการความต่างศักย์ตกคร่อมโดยการ Optimize ระหว่างค่า Accuracy, Sensitivity, Reproducibility และตำแหน่งนั้น ๆ จะต้องให้ค่าความต่างศักย์ที่มีค่าสูงเพียงพอในการวัด สำหรับชิ้นทดสอบแบบ CT (Compact tension)

W. K. Wilson (1983), [8] ได้ทำการศึกษาการหาความต่างศักย์ตกคร่อมด้วยระเบียบวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับชิ้นทดสอบแบบ CT (Compact tension specimen) เช่นเดียวกับกับ R. O. Ritchie and K. J. Bathe แต่ได้ศึกษาอิทธิพลของขนาด Mesh และการใช้ Singular element (สี่เหลี่ยม 8 จุด (8 noded isoparametric quadrilaterals) และสามเหลี่ยม 6 จุด (6 noded isoparametric triangles)) ที่ทำการเลื่อนจุดกลางด้านเป็นระยะ 1/4 เพื่อชดเชยความ Singularity

หอสมุดกลาง สำนักงานวิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$\left(V \propto 1/r^{\frac{1}{2}}\right)$ ที่บริเวณปลายรอยร้าว โดยทดสอบใช้เอลิเมนต์แบบที่ยังไม่ได้ทำการเลื่อนจุดกลางด้านเป็นระยะ 1/4 เปรียบเทียบกับซิงกูลาลิตี้เอลิเมนต์ ผลลัพธ์ที่ได้พบว่าการใช้ซิงกูลาลิตี้เอลิเมนต์บริเวณปลายรอยร้าวจะช่วยทำให้ผลเฉลยบริเวณปลายรอยร้าวมีความแม่นยำขึ้นในระดับปานกลาง แต่สำหรับตำแหน่งวัดความต่างศักย์เพื่อตรวจหาความยาวรอยร้าวนั้น การใช้ซิงกูลาลิตี้เอลิเมนต์นั้นแทบไม่ได้ทำให้ความแม่นยำของผลเฉลยสูงขึ้น นอกจากนี้ยังได้ศึกษา Sensitivity ระหว่างลักษณะการป้อนกระแสไฟฟ้าแบบกระจายตัว (Distributed Input) และแบบเป็นจุด (Concentrated Input) ซึ่งพบว่าค่า Sensitivity ของทั้งสองลักษณะนั้นไม่แตกต่างกันมาก

รอยร้าวที่เกิดขึ้นบนชิ้นงาน เนื่องจากหลายครั้ง มีการวางตัวเอียง (Inclined crack) หรือรอยร้าวที่เกิดขึ้นก็ไม่ได้วางตัวอยู่กึ่งกลางแบบสมมาตร รวมทั้งการมีรอยร้าวหลายรอย (Multiple cracks) อยู่บนชิ้นงาน ดังนั้นจึงได้มีการพัฒนาวิธีการตรวจวัด

D. W. J. Pulle (1986), [7] ทดสอบการหาความยาวรอยร้าวบนแผ่นโลหะสี่เหลี่ยม โดยที่รอยร้าวมีลักษณะไม่สมมาตรในแกนที่ตั้งฉากกับความยาวรอยร้าว เนื่องจากสมการสำหรับหาความยาวรอยร้าวของวิธีทางการวิเคราะห์ไม่สามารถหาความยาวของรอยร้าวในกรณีนี้ได้ จึงใช้ระเบียบวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ในการหากราฟความสัมพันธ์ระหว่างความต่างศักย์และความยาวรอยร้าว โดยการทดสอบพบว่าที่ความยาวรอยร้าวเท่ากันกราฟความสัมพันธ์ของชิ้นทดสอบที่มีรอยร้าวแบบไม่สมมาตรซึ่งได้จากระเบียบวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์และกราฟความสัมพันธ์ในกรณีที่รอยร้าวสมมาตรซึ่งได้จากวิธีการวิเคราะห์จะมีลักษณะคล้ายกัน เมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งการวัดความต่างศักย์จะพบว่าเมื่อใช้ตำแหน่งวัดความต่างศักย์ใกล้ศูนย์กลางของรอยร้าว ค่า Sensitivity หรือความสามารถในการตรวจวัดค่าความต่างศักย์เมื่อความยาวของรอยร้าวเปลี่ยนไปจะมีค่าสูงกว่าตำแหน่งวัดที่ไกลออกไป แต่เมื่อความยาวรอยร้าวมีค่าสูงขึ้น ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างกรณีรอยร้าวสมมาตรและไม่สมมาตรจะมีการเบี่ยงเบนจากกัน ซึ่งจะไม่เกิดกับตำแหน่งวัดความต่างศักย์ที่ไกลจากศูนย์กลางรอยร้าว

Wen-Hwa Chen, Jen-Shiung Chen and Huei-Lu Fang (2002), [15] ใช้ระเบียบวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์โดยการใช้เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมแปดจุด (8 noded isoparametric quadrilaterals) ที่มีการเลื่อนจุดต่อเป็นระยะ 1/4 บริเวณปลายรอยร้าว ในการค้นหาตำแหน่ง รูปร่าง และความยาวของรอยร้าวที่เกิดขึ้นภายในท่อ ซึ่งการที่จะระบุรอยร้าวได้นั้นจะใช้หลักการ Defect influence factor ($\gamma = \frac{V(a)}{V(0)}$ ซึ่งช่วยในการกรองค่าพารามิเตอร์อย่างเช่นรูปร่าง คุณสมบัติของวัสดุ และชนิดของกระแสไฟฟ้าซึ่งจะมารบกวนการระบุลักษณะของรอยร้าว) วิธีการนี้จะทำการตรวจสอบชิ้นงานทั่วทั้งบริเวณซึ่งถ้าหากมีรอยร้าวเกิดขึ้น รอยร้าวและความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้าตรงบริเวณ

ปลายรอยร้าวนี้เองจะส่งผลทำให้ค่าผลต่างของ Defect influence factor $(|\gamma_j - \gamma_i|)$ บริเวณรอยร้าวมีค่าสูงผิดปกติ ซึ่งทำให้สามารถระบุลักษณะของรอยร้าวได้ ซึ่งการใช้วิธีการนี้จะสามารถตรวจสอบความยาวของรอยร้าวได้ไม่ว่ารอยร้าวนั้นจะเอียง (Inclined crack) หรือมีรอยร้าวหลายรอย (Multiple crack) บนชิ้นทดสอบ

ประโยชน์ของวิธีการความต่างศักย์ตกคร่อม นอกจากใช้ในการหาความยาวของรอยร้าวแล้วยังสามารถประยุกต์เพื่อใช้หาความลึกของรอยร้าวได้

R. H. VanStone and T. L. Richardson (1985), [16] ประยุกต์วิธีความต่างศักย์ตกคร่อมโดยการใช้ไฟฟ้ากระแสตรงในการหาความลึกรอยร้าวที่มีลักษณะแบบครึ่งวงกลมบนชิ้นทดสอบที่มีพื้นที่หน้าตัดสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยการวัดค่าความต่างศักย์ที่คร่อมรอยร้าวแล้วนำค่าที่วัดได้แทนในสมการวิเคราะห์ของ Roe-Coffin ก็จะสามารถหาความลึกที่เกิดขึ้นได้ แต่วิธีการนี้มีข้อจำกัดอยู่ที่จะต้องตรวจหาการเปลี่ยนแปลงของขนาดรอยร้าวด้วย

M. Enmark, G. Lucas and G. R. Odette (1992), [17] ประยุกต์หลักการความต่างศักย์ตกคร่อมเพื่อใช้ในการหาความลึกและรูปร่างของรอยร้าวที่เกิดขึ้นกับชิ้นทดสอบซึ่งอยู่ภายใต้ภาระแบบ Bending fatigue โดยการพยายามสร้างเส้นโค้งสอบเทียบ (Calibration curve) สำหรับการหาความลึกของรอยร้าว โดยเส้นโค้งสอบเทียบที่สร้างขึ้นจะคล้ายคลึงกับเส้นโค้งสอบเทียบในการหาความยาวรอยร้าวทั่วไป แต่จะแทนการ normalize ความยาวรอยร้าวต่อความกว้างมาเป็นความลึกรอยร้าวต่อความหนาชิ้นทดสอบแทน

R. Ghajarieh, M. Saka, T. Sugaware, H. Abe, I. Komura and H. Sakamoto (1994), [18] เนื่องจากชิ้นทดสอบที่มีรอยร้าวหลายรอย ทั้งค่าความลึกและระยะห่างระหว่างรอยร้าวจะส่งผลต่อค่าความต้านทานไฟฟ้า จึงได้พัฒนาวิธีการในการตรวจหาความลึกของรอยร้าวบนชิ้นทดสอบที่มีรอยร้าวหลายรอยโดยต้องรู้ระยะห่างระหว่างรอยร้าว ซึ่งขั้นแรกจะทำการวัดค่าความต่างศักย์ที่คร่อมรอยร้าวแต่ละรอย จากนั้นจะใช้วิธีการคำนวณหาค่าความต่างศักย์ที่คร่อมแต่ละรอยร้าวโดยกำหนดความลึกรอยร้าวไว้ แล้วด้วยการเปรียบเทียบผลการทดลองและผลการคำนวณจะทำให้ได้ค่า Correction factor สำหรับแต่ละความลึกรอยร้าวที่ถูกกำหนด ดังนั้นโดยการใช้ค่า Correction factor คูณกับค่าความต่างศักย์ที่วัดได้วนซ้ำไปเรื่อยๆ เพื่อให้ผลต่างระหว่างค่าความต่างศักย์ที่วัดได้กับค่าที่ได้จากการคำนวณมีค่าน้อยที่สุด ก็จะสามารถหาค่าความลึกของรอยร้าวได้

การประยุกต์หลักการความต่างศักย์ตกคร่อมเพื่อตรวจหารอยความไม่ต่อเนื่อง ถูกนำไปใช้ในงานต่างๆ ที่ความซับซ้อนมากกว่าการทดลองบนชิ้นทดสอบ อาทิเช่น

J. Liu and P. Bowen (2002), [19] ทำการศึกษาการวัดความยาวรอยร้าวกับวัสดุประเภทคอมโพสิต (Composite material) ซึ่งประกอบไปด้วยส่วนที่นำและไม่นำไฟฟ้า โดยส่วนที่เป็นเส้นไฟเบอร์จะไม่สามารถนำไฟฟ้าได้ ซึ่งไม่สามารถใช้สมการความสัมพันธ์ของ Hicks and Pickard (สมการความสัมพันธ์สำหรับหาความยาวรอยร้าวชิ้นทดสอบแบบ Single-edge-cracked specimen ซึ่งต่างจาก Johnson's Formula ตรงที่ใช้กับรอยร้าวแบบ 2 มิติ) ได้โดยตรง จึงสร้างตัวแปรความยาวรอยร้าวเทียบเท่าแทนการใช้ความยาวรอยร้าวจริงเพื่อชดเชยส่วนที่ไม่นำกระแสไฟฟ้า แล้วทดลองเพื่อหาสมการความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรอยร้าวและค่าความต่างศักย์

L. Gandossi, S. A. Summers, N. G. Taylor, R. C. Hurst, B. J. Hulm and J. D. Parker (2002), [20] ใช้ระเบียบวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ศึกษาการหาจุดวัดความต่างศักย์ที่ตกคร่อม และสร้างเส้นโค้งสอบเทียบสำหรับการหาความลึกของรอยร้าวที่เกิดขึ้นบนชิ้นทดสอบท่อทรงกระบอกผนังหนาซึ่งอยู่ภายใต้โหลดภาระความล้าเนื่องจากความร้อน (Thermal fatigue) และครีบ (Creep) และชิ้นทดสอบที่เป็นท่อซึ่งอยู่ภายใต้แรงดันภายใน