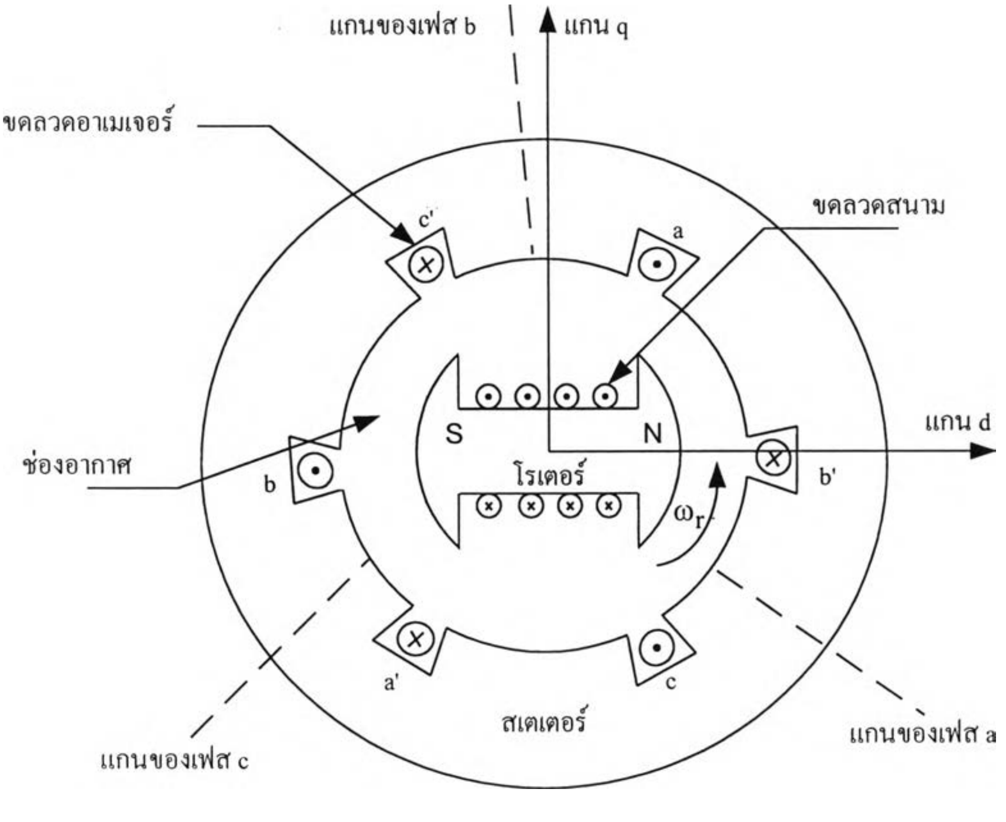
บทที่ 3
การวิเคราะห์เสถียรภาพของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

ในบทนี้จะกล่าวถึงสมการทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองและระบบเชิงเส้น เพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพในช่วงสัญญาณขนาดเล็ก

3.1สมการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์เครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัส[1]

ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ต้องอาศัยสมการที่ได้จากรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า โดยพิจารณาจากรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แผนภาพโครงสร้างของเครื่องจักรกลซิงโครนัส

ในภาวะสมดุลสมการกระแสเฟสทางด้านสเตเตอร์ได้แก่

$$i_a = I_m \cos(\omega_s t) \tag{3.1}$$

$$i_b = I_m \cos(\omega_s t - \tfrac{2\pi}{3}) \tag{3.2}$$

$$i_c = I_m \cos(\omega_s t + \tfrac{2\pi}{3}) \tag{3.3}$$

และ

$$\omega_s = \frac{P_f}{2}\omega_r$$

โดย ω_s คือความถี่เชิงมุมทางไฟฟ้าของกระแสสเตเตอร์ในหน่วย rad/s

P_f คือจำนวนขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

I_m คือขนาดสูงสุดของกระแสทางด้านสเตเตอร์

ω_s คือความถี่เชิงมุมทางกลของโรเตอร์

t คือเวลาในหน่วยวินาที (s)

การอ้างอิงกระแสหรือแรงดันตามเฟส a b และ c นั้นเป็นการอ้างอิงเทียบกับทางด้านสเตเตอร์ ในการวิเคราะห์เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเพื่อให้เห็นคุณสมบัติที่ชัดเจน ต้องเปลี่ยนการพิจารณาเป็นการอ้างอิงทางด้านโรเตอร์ ซึ่งก็คือการอ้างอิงตามแกนตรงหรือแกน d (direct or d-axis) และแกนตั้งฉากหรือแกน q (quadrature or q-axis) โดยที่[1]

- แกน d มีทิศทางเดียวกันกับขั้วเหนือของโรเตอร์
- แกน q มีเฟสนำแกน d อยู่ 90 องศา

ตำแหน่งของโรเตอร์หรือแกน d สามารถวัดได้จากมุม $\theta = \omega_r t$ ซึ่งคือมุมทางไฟฟ้าที่แกน d ต่างกับเฟส a มีหน่วยเป็นเรเดียน (radian) และ ω_r เป็นความถี่เชิงมุมของโรเตอร์มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อวินาที (rad/s) และ t คือเวลามีหน่วยเป็นวินาที (second) ดังรูปที่ 3.2 และสัญลักษณ์ต่าง ๆ เป็นดังนี้

- สัญลักษณ์ตัวอ้างอิงไขว้

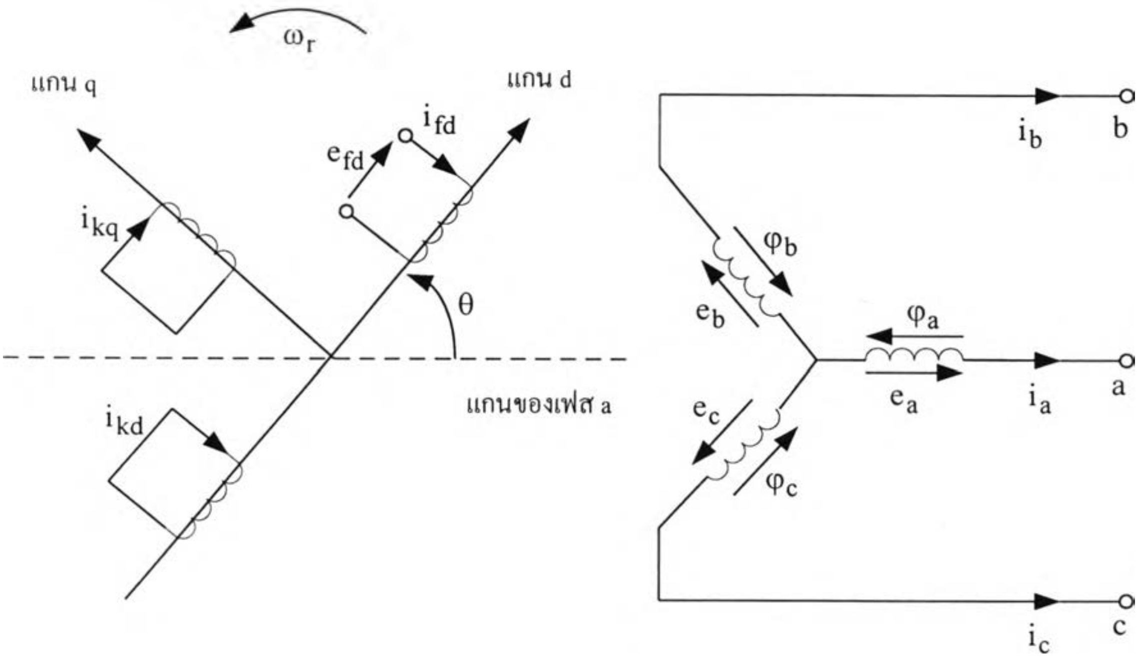
a b c คือทิศทางเมื่อเทียบกับขดลวดสเตเตอร์ a b c

fd คือทิศทางเมื่อเทียบกับขดลวดสนามบนโรเตอร์

kd คือทิศทางเมื่อเทียบกับขดลวดหน่วง (damper winding) ในแกน d

kq คือทิศทางเมื่อเทียบกับขดลวดหน่วง (damper winding) ในแกน q

k หมายเลขของขดลวดหน่วง



รูปที่ 3.2 วงจรโรเตอร์และสเตเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

- สัญลักษณ์ในวงจรทางด้านสเตเตอร์ และโรเตอร์

e_a, e_b, e_c คือแรงดันฉับพลัน (instantaneous voltage) ของเฟส a b c เทียบกับดิน (ground) ทางด้านสเตเตอร์

i_a, i_b, i_c คือกระแสฉับพลัน (instantaneous current) ของเฟส a b c ทางด้านสเตเตอร์

e_{fd} คือแรงดันสนาม

i_{fd}, i_{kd}, i_{kq} คือกระแสสนามและกระแสในขดลวดหน่วง

R_{fd}, R_{kd}, R_{kq} คือความต้านทานในวงจรโรเตอร์

$\ell_{aa}, \ell_{bb}, \ell_{cc}$ คือความเหนี่ยวนำตนเองของขดลวดสเตเตอร์

$\ell_{ab}, \ell_{bc}, \ell_{ca}$ คือความเหนี่ยวนำร่วมระหว่างขดลวดสเตเตอร์

$\ell_{afd}, \ell_{akd}, \ell_{akq}$ คือความเหนี่ยวนำร่วมระหว่างขดลวดสเตเตอร์และโรเตอร์

$\ell_{ffd}, \ell_{kkd}, \ell_{kkq}$ คือความเหนี่ยวนำตนเองของขดลวดโรเตอร์

R_a คือความต้านทานต่อเฟสของขดลวดอาเมเจอร์

$\rho = \dfrac{\partial}{\partial t}$ คือตัวดำเนินการอนุพันธ์ (differential operator)

สมการแรงดันได้แก่

$$e_a = \rho\varphi_a - R_a i_a \qquad (3.4)$$
$$e_b = \rho\varphi_b - R_a i_b \qquad (3.5)$$
$$e_c = \rho\varphi_c - R_a i_c \qquad (3.6)$$

โดย $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$ คือฟลักซ์ในเฟส a, b และ c ตามลำดับ

ทิศทางที่เป็นบวกของขดลวดทางด้านสเตเตอร์กำหนดให้เป็นทิศทางที่ออกจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ทิศทางที่เป็นบวกของขดลวดทางด้านโรเตอร์กำหนดให้เป็นทิศทางเข้าสู่เครื่องกำเนิดไฟฟ้า

สมการของความเหนี่ยวนำของระบบ

$$\ell_{aa} = L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2\theta \qquad (3.7)$$
$$\ell_{bb} = L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2(\theta - \tfrac{2\pi}{3}) \qquad (3.8)$$
$$\ell_{cc} = L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2(\theta + \tfrac{2\pi}{3}) \qquad (3.9)$$

$$\ell_{ab} = \ell_{ba} = -L_{ab0} - L_{ab2}\cos(2\theta + \tfrac{\pi}{3}) \qquad (3.10)$$
$$\ell_{bc} = \ell_{cb} = -L_{ab0} - L_{ab2}\cos(2\theta - \pi) \qquad (3.11)$$
$$\ell_{ca} = \ell_{ac} = -L_{ab0} - L_{ab2}\cos(2\theta - \pi) \qquad (3.12)$$

โดย $L_{ab2} = L_{aa2}$ และ $L_{ab0} \cong \dfrac{L_{aa0}}{2}$

$$\ell_{afd} = L_{afd}\cos\theta \qquad (3.13)$$
$$\ell_{akd} = L_{akd}\cos\theta \qquad (3.14)$$
$$\ell_{afq} = -L_{afq}\sin\theta \qquad (3.15)$$

L_{aa0} คือผลรวมของค่าความเหนี่ยวนำตัวเองคงที่กับความเหนี่ยวนำรั่วคงที่ในเฟส a

L_{aa2} คือค่าขนาดสูงสุดของการเปลี่ยนแปลงความเหนี่ยวนำตัวเองในเฟส a

L_{ab2} คือค่าขนาดสูงสุดของการเปลี่ยนแปลงความเหนี่ยวนำร่วมระหว่างเฟส a, b

L_{afd} คือค่าขนาดสูงสุดของการเปลี่ยนแปลงความเหนี่ยวนำร่วมระหว่างโรเตอร์กับเฟส a

L_{akd} คือค่าขนาดสูงสุดของการเปลี่ยนแปลงความเหนี่ยวนำร่วมระหว่างขดลวดแดมเปอร์ในแกน d กับเฟส a

L_{afq} คือค่าขนาดสูงสุดของการเปลี่ยนแปลงความเหนี่ยวนำร่วมระหว่างขดลวดแดมเปอร์ในแกน q กับเฟส a

ถ้าเป็นความเหนี่ยวนำในเฟส b แทน θ ด้วย $\theta - \frac{2\pi}{3}$ และ ในเฟส c แทน θ ด้วย $\theta + \frac{2\pi}{3}$ ตามลำดับ

สมการของฟลักซ์

$$\varphi_a = -i_a \ell_{aa} + i_b \ell_{ab} + i_c \ell_{ac} + i_{fd} \ell_{afd} + i_{kd} \ell_{akd} - i_{kq} \ell_{akq} \tag{3.16}$$

$$\varphi_b = i_a \ell_{ab} - i_b \ell_{bb} + i_c \ell_{bc} + i_{fd} \ell_{bfd} + i_{kd} \ell_{bkd} - i_{kq} \ell_{bkq} \tag{3.17}$$

$$\varphi_c = i_a \ell_{ac} + i_b \ell_{bc} - i_c \ell_{cc} + i_{fd} \ell_{cfd} + i_{kd} \ell_{ckd} - i_{kq} \ell_{ckq} \tag{3.18}$$

สมการของโรเตอร์

$$e_{fd} = \rho\varphi_{fd} + R_{fd} i_{fd} \tag{3.19}$$

$$0 = \rho\varphi_{kd} + R_{kd} i_{kd} \tag{3.20}$$

$$0 = \rho\varphi_{kq} + R_{kq} i_{kq} \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned}\varphi_{fd} &= \ell_{ffd} i_{fd} + \ell_{fkd} i_{kd} \\ &\quad - \ell_{afd}[i_a \cos\theta + i_a \cos(\theta - \tfrac{2\pi}{3}) + i_a \cos(\theta + \tfrac{2\pi}{3})]\end{aligned} \tag{3.22}$$

$$\begin{aligned}\varphi_{kd} &= \ell_{fkd} i_{fd} + \ell_{kkd} i_{kd} \\ &\quad - \ell_{akd}[i_a \cos\theta + i_a \cos(\theta - \tfrac{2\pi}{3}) + i_a \cos(\theta + \tfrac{2\pi}{3})]\end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\varphi_{kq} = \ell_{kkq} i_{kq} + \ell_{akq}[i_a \cos\theta + i_a \cos(\theta - \tfrac{2\pi}{3}) + i_a \cos(\theta + \tfrac{2\pi}{3})] \tag{3.24}$$

3.2 การแปลงแบบ dqo (dqo transformation or Park's transformation)[1]

การแปลงแบบ dq0 เป็นการแปลงปริมาณทางไฟฟ้าที่อ้างอิงจากด้านสเตเตอร์เปลี่ยนเป็นอ้างอิงทางด้านโรเตอร์ซึ่งมีประโยชน์ต่อการพิจารณาความเหนี่ยวนำซึ่งจากสมการ (3.7) ถึง (3.15)

นั้นความเหนี่ยวนำต่าง ๆ จะเปลี่ยนแปลงตามการเปลี่ยนแปลงของมุม θ ซึ่งก็คือมุมที่แกนโรเตอร์ทำกับเฟส a ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาที่แกนโรเตอร์หมุน เพราะฉะนั้นเพื่อให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายต่อการพิจารณาปัญหา จึงแปลงปริมาณต่าง ๆ มาเทียบกับแกนโรเตอร์ทั้งหมดโดย

เมตริกซ์การเปลี่ยนแปลง (transformation matrix)

$$\mathbf{P} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

เมตริกซ์การเปลี่ยนแปลงกลับ (inverse transformation matrix)

$$\mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

ปริมาณในแกน 0 คือปริมาณในลำดับศูนย์ (zero sequence) ของส่วนประกอบสมมาตร (symmetrical components) สมการต่าง ๆ เมื่อแปลงให้อยู่ในแนวแกน dq0 แสดงได้ดังนี้

สมการกระแส

$$i_d = I_m \sin(\omega_s t - \theta) \tag{3.27}$$

$$i_q = -I_m \cos(\omega_s t - \theta) \tag{3.28}$$

$$i_0 = \tfrac{1}{3}(i_a + i_b + i_c) \tag{3.29}$$

i_0 จะมีค่าเท่ากับศูนย์เมื่ออยู่ในสภาวะสมดุล

กำหนดให้

$$L_d = L_{aa0} + L_{ab0} + \tfrac{3}{2}L_{aa2} \tag{3.30}$$

$$L_q = L_{aa0} + L_{ab0} - \tfrac{3}{2}L_{aa2} \tag{3.31}$$

$$L_0 = L_{aa0} - 2L_{ab0} \tag{3.32}$$

สมการฟลักซ์

$$\varphi_d = -L_d i_d + \ell_{afd} i_{fd} + \ell_{akd} i_{kd} \quad (3.33)$$

$$\varphi_q = -L_q i_q + \ell_{akq} i_{kq} \quad (3.34)$$

$$\varphi_0 = -L_0 i_0 \quad (3.35)$$

$$\varphi_{fd} = \ell_{ffd} i_{fd} + \ell_{fkd} i_{kd} - \frac{3}{2}\ell_{akd} i_d \quad (3.36)$$

$$\varphi_{kd} = \ell_{fkd} i_{fd} + \ell_{kkd} i_{kd} - \frac{3}{2}\ell_{akd} i_d \quad (3.37)$$

$$\varphi_{kq} = \ell_{kkq} i_{kq} - \frac{3}{2}\ell_{akq} i_q \quad (3.38)$$

สมการแรงดัน

$$e_d = \rho\varphi_d - \varphi_q \rho\theta - R_a i_d \quad (3.39)$$

$$e_q = \rho\varphi_q + \varphi_d \rho\theta - R_a i_q \quad (3.40)$$

$$e_0 = \rho\varphi_0 - R_a i_0 \quad (3.41)$$

แทนค่า

$$\omega_r = \rho\theta$$

กำลังทางไฟฟ้าที่ขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

$$\begin{aligned} P_{terminal} = P_t &= e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c \\ &= \frac{3}{2}(e_d i_d + e_q i_q + 2e_0 i_0) \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} P_t = \frac{3}{2}[&(i_d \rho\varphi_d + i_q \rho\varphi_q + 2i_0 \rho\varphi_0) \\ &+ (\varphi_d i_q - \varphi_q i_d)\omega_r \\ &- (i_d^2 + i_q^2 + 2i_0^2)R_a] \end{aligned} \quad (3.43)$$

ในสมการ (3.43) พจน์แรกเป็นการเปลี่ยนแปลงพลังงานแม่เหล็กในขดลวดอาเมเจอร์ พจน์ที่สองเป็นกำลังส่งผ่านช่องอากาศ และพจน์ที่ 3 เป็นกำลังสูญเสียในขดลวดอาเมเจอร์ เมื่อพิจารณาเฉพาะที่ส่งผ่านช่องอากาศได้แรงบิดหรือทอร์คเป็น

$$T_e = \frac{3}{2}(\varphi_d i_q - \varphi_q i_d)\frac{\omega_r}{\omega_{mech}}$$

$$= \frac{3}{2}(\varphi_d i_q - \varphi_q i_d)\frac{P_f}{2} \qquad (3.44)$$

โดย T_e เป็นทอร์คผ่านช่องอากาศ (air-gap torque)

3.3 การแสดงค่า ในปริมาณต่อหน่วย (per unit quantity)[1]

การแปลงค่าของปริมาณทางไฟฟ้าไปเป็นปริมาณต่อหน่วย ทำให้รูปแบบของสมการง่ายขึ้น การแปลงเป็นปริมาณต่อหน่วยทำได้ดังสมการ (3.42) ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้ระบบค่าฐานระบบส่วนกลับ L_{ad} (L_{ad} reciprocal system)

$$\text{ปริมาณต่อหน่วย} = \frac{\text{ปริมาณที่แท้จริง}}{\text{ค่าฐาน (base value)}} \qquad (3.45)$$

3.3.1 คิดค่าฐานทางด้านของสเตเตอร์ [1]

กำหนดให้ $3-\phi MVA_{base}$ = MVA พิกัดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

$e_{s,base}$ = peak line-to-neutral voltage

$i_{s,base}$ = peak line current = $\dfrac{MVA_{base}}{\frac{3}{2}e_{s,base}}$

f_{base} = ค่าความถี่ที่ความเร็วพิกัด

ω_{base} = $2\pi f_{base}$

=ความถี่เชิงมุมพิกัดทางไฟฟ้า

$\omega_{m,base}$ = $\dfrac{2}{P_f}\omega_{base}$

=ความถี่เชิงมุมพิกัดทางกล

$Z_{s,base}$ = $\dfrac{e_{s,base}}{i_{s,base}}$

$L_{s,base}$ = $\dfrac{Z_{s,base}}{\omega_{base}}$

$\varphi_{s,base}$ = $L_{s,base} i_{s,base}$

3.3.2 คิดค่าฐานทางด้านโรเตอร์[1]

กำหนดให้

$$i_{fd,base} = \frac{L_{ad}}{L_{afd}} i_{s,base}$$

$$i_{kd,base} = \frac{L_{ad}}{L_{akd}} i_{s,base}$$

$$i_{kq,base} = \frac{L_{ad}}{L_{akq}} i_{s,base}$$

$$e_{fd,base} = \frac{3-\phi MVA_{base}}{i_{fd,base}}$$

$$Z_{fd,base} = \frac{3-\phi MVA_{base}}{i_{fd,base}^2} = \frac{e_{fd,base}}{i_{fd,base}}$$

$$Z_{kd,base} = \frac{3-\phi MVA_{base}}{i_{kd,base}^2}$$

$$Z_{kq,base} = \frac{3-\phi MVA_{base}}{i_{kq,base}^2}$$

$$L_{fd,base} = \frac{Z_{fd,base}}{\omega_{base}}$$

$$L_{kd,base} = \frac{Z_{kd,base}}{\omega_{base}}$$

$$L_{kq,base} = \frac{Z_{kq,base}}{\omega_{base}}$$

ทอร์ค $$T_{base} = \frac{3-\phi MVA_{base}}{\omega_{m,base}}$$

เวลา $$t_{base} = \frac{1}{\omega_{base}}$$

3.3.3 สรุปสมการทางไฟฟ้าในปริมาณต่อหน่วย[1]

สมการแรงดันทางด้านสเตเตอร์

$$e_d = \rho\varphi_d - \varphi_q\omega_r - R_a i_d \tag{3.46}$$

$$e_q = \rho\varphi_q + \varphi_d\omega_r - R_a i_q \tag{3.47}$$

$$e_0 = \rho\varphi_0 - R_a i_0 \tag{3.48}$$

กำหนดให้ $L_d = L_{ad} + L_l$

$L_q = L_{aq} + L_l$

$L_{ad} = L_{afd} = L_{fda} = L_{akd} = L_{kda}$

$L_{aq} = L_{akq} = L_{kqa}$

$\ell_{fkd} = \ell_{kdf}$

โดย L_l คือความเหนี่ยวนำรั่ว (leakage inductance)

L_{ad}, L_{aq} คือความเหนี่ยวนำร่วมในแกน d และ q ตามลำดับ

L_d, L_q คือความเหนี่ยวนำในแกน d และ q ตามลำดับ

สมการแรงดันทางด้านโรเตอร์

$$e_{fd} = \rho\varphi_{fd} + R_{fd}i_{fd} \tag{3.49}$$

$$0 = \rho\varphi_{1d} + R_{1d}i_{1d} \tag{3.50}$$

$$0 = \rho\varphi_{1q} + R_{1q}i_{1q} \tag{3.51}$$

$$0 = \rho\varphi_{2q} + R_{2q}i_{2q} \tag{3.52}$$

สมการฟลักซ์ทางด้านสเตเตอร์

$$\varphi_d = -L_d i_d + L_{ad}i_{fd} + L_{ad}i_{kd} \tag{3.53}$$

$$\varphi_q = -L_q i_q + L_{aq}i_{1q} + L_{aq}i_{2q} \tag{3.54}$$

$$\varphi_0 = -L_0 i_0 \tag{3.55}$$

สมการฟลักซ์ทางด้านโรเตอร์

$$\varphi_{fd} = \ell_{ffd}i_{fd} + \ell_{f1d}i_{1d} - L_{ad}i_d \tag{3.56}$$

$$\varphi_{1d} = \ell_{f1d}i_{fd} + \ell_{11d}i_{1d} - L_{ad}i_d \tag{3.57}$$

$$\varphi_{1q} = \ell_{11q}i_{1q} + L_{aq}i_{2q} - L_{aq}i_q \tag{3.58}$$

$$\varphi_{2q} = L_{aq}i_{1q} + \ell_{22q}i_{2q} - L_{aq}i_q \tag{3.59}$$

สมการทอร์ค

$$T_e = \varphi_d i_q - \varphi_q i_d \tag{3.60}$$

สมการกำลัง

$$P_t = e_d i_d + e_q i_q + 2e_0 i_0 \tag{3.61}$$

3.4 สมการการเคลื่อนที่ (equation of motion)[1]

สมการการเคลื่อนที่เป็นสมการที่มีความสำคัญในการใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า สมการแสดงถึงความไม่สมดุลระหว่างทอร์คทางไฟฟ้า (electromagnetic torque) และทอร์คทางกล (mechanical torque) ทำให้เป็นผลต่อความเฉื่อยในการหมุนของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ปริมาณที่แสดงต่อไปนี้ จะเป็นปริมาณต่อหน่วยเมื่อมีสัญลักษณ์เป็นขีดด้านบนอยู่

เมื่อเกิดภาวะที่ไม่สมดุลระหว่างทอร์คทางไฟฟ้าและทอร์คทางกลบนโรเตอร์ ทำให้เกิดทอร์คสุทธิซึ่งทำให้เกิดการเร่งความเร็ว (accelerate) หรือการลดความเร็ว (decelerate) ของโรเตอร์ คือ

$$T_a = T_m - T_e \tag{3.62}$$

โดย T_a คือทอร์คเร่ง (accelerate torque) หน่วย N.m

T_m คือทอร์คทางกล หน่วย N.m

T_e คือทอร์คทางไฟฟ้า หน่วย N.m

ทอร์คเร่งมีผลต่อแกนหมุนของโรเตอร์ ทำให้สมการการเคลื่อนที่มีรูปเป็น

$$J\frac{d\omega_m}{dt} = T_a = T_m - T_e \tag{3.63}$$

โดย J คือโมเมนต์ความเฉื่อยของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ารวมกังหันมีหน่วยเป็น $kg \cdot m^2$

จากสมการ (3.60) สามารถที่จะทำให้อยู่ในปริมาณต่อหน่วยด้วยการใช้ค่าคงที่ความหน่วง (inertia constant) H ดังนี้คือ

$$H = \frac{1}{2}\frac{J\omega_{0m}^2}{VA_{base}} = \frac{\text{พลังงานสะสมที่ความเร็วพิกัด หน่วย } MW \cdot s}{MVA \text{ พิกัด}} \tag{3.64}$$

โดย ω_{0m} คือความถี่เชิงมุมทางกลพิกัด

เมื่อแทนค่าสมการ (3.64) ลงในสมการ (3.63) จะได้

$$\frac{2H}{\omega_{0m}^2} VA_{base} \frac{d\omega_m}{dt} = T_a = T_m - T_e$$

หรือ
$$2H \frac{d(\omega_m / \omega_{0m})}{dt} = \frac{T_m - T_e}{VA_{base} / \omega_{0m}} \tag{3.65}$$

จาก $T_{base} = VA_{base} / \omega_{0m}$ สมการการเคลื่อนที่ในรูปต่อหน่วยเป็นดังนี้

$$2H \frac{d\overline{\omega}_m}{dt} = \overline{T}_m - \overline{T}_e \tag{3.66}$$

จากสมการ (3.66)

$$\overline{\omega}_r = \frac{\omega_m}{\omega_{0m}} = \frac{\omega_m / P}{\omega_{0m} / P} = \frac{\omega_r}{\omega_0} \tag{3.67}$$

โดย ω_r คือความถี่เชิงมุมทางไฟฟ้าของโรเตอร์หน่วย rad/s

ω_0 คือความถี่เชิงมุมทางไฟฟ้าของโรเตอร์พิกัด

กำหนดให้ δ คือตำแหน่งเชิงมุมของโรเตอร์ในหน่วย rad เทียบกับแกนการหมุนในขณะซิงโครนัส และ δ_0 คือค่าของ เมื่อเวลา $t = 0$ โดย

$$\delta = \omega_r t - \omega_0 t + \delta_0 \tag{3.68}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_r - \omega_0 = \Delta\omega_r \tag{3.69}$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt}$$

$$= \omega_0 \frac{d\overline{\omega}_r}{dt} = \omega_0 \frac{d(\Delta\overline{\omega}_r)}{dt} \tag{3.70}$$

เมื่อแทนค่า $d\overline{\omega}_r/dt$ ในสมการ (3.70) ลงในสมการ (3.66)

$$\frac{2H}{\omega_0}\frac{d^2\delta}{dt^2} = \overline{T}_m - \overline{T}_e \tag{3.71}$$

เมื่อรวมองค์ประกอบของทอร์คหน่วง (damping torque) ที่เพิ่มเข้ามาเพื่อลดการแกว่งโดยการเพิ่มปริมาณที่มีทิศทางเดียวกันกับการเปลี่ยนแปลงของ ω_r จากสมการที่ (3.71) จะได้สมการการแกว่ง (swing equation) ดังนี้

$$\frac{2H}{\omega_0}\frac{d^2\delta}{dt^2} = \overline{T}_m - \overline{T}_e - K_D\Delta\overline{\omega}_r \tag{3.72}$$

3.5 แบบจำลองอย่างง่ายของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Simplified Model)[1]

เมื่อระบบเข้าสู่สภาวะคงตัว (steady state) ทำให้ $\omega_r \approx 1$ pu และละเลยผลของการเปลี่ยนแปลงของ $\rho\varphi_d$ และ $\rho\varphi_q$ เพราะฉะนั้น ค่ากระแสในแกนโรเตอร์ $i_{1d} = i_{1q} = i_{2q} = 0$ สมการต่าง ๆ ที่แสดงต่อไปนี้แสดงอยู่ในปริมาณต่อหน่วย ยกเว้นจะกำหนดให้เป็นอย่างอื่น ทำให้สมการที่ (3.49) – (3.59) เป็น

$$e_d = -\varphi_q\omega_r - R_a i_d = -\varphi_q - R_a i_d \tag{3.73}$$

$$e_q = \varphi_d\omega_r - R_a i_q = \varphi_d - R_a i_q \tag{3.74}$$

$$\varphi_d = -L_d i_d + L_{ad} i_{fd} \tag{3.75}$$

$$\varphi_q = -L_q i_q \tag{3.76}$$

$$\varphi_{fd} = -L_{ad} i_d + \ell_{ffd} i_{fd} \tag{3.77}$$

สมการแรงดันของโรเตอร์คือ

$$e_{fd} = \rho\varphi_{fd} + R_{fd}i_{fd}$$
$$\rho\varphi_{fd} = e_{fd} - R_{fd}i_{fd} \qquad (3.78)$$

จากสมการที่ (3.73) – (3.77) จะแสดงให้อยู่ในรูปตัวแปรต่อไปนี้คือ

$$E_I = L_{ad}i_{fd}$$
$$= \text{แรงดันในเฟสเดียวกับ } i_{fd} \qquad (3.79)$$
$$E_q' = \frac{L_{ad}}{\ell_{ffd}}\varphi_{fd}$$
$$= \text{แรงดันในเฟสเดียวกับ } \varphi_{fd} \qquad (3.80)$$
$$E_q = \frac{L_{ad}}{R_{fd}}e_{fd}$$
$$= \text{แรงดันในเฟสเดียวกับ } e_{fd} \qquad (3.81)$$

เมื่อ L_d' = ค่าจำกัดของความเหนี่ยวนำ

$$= L_d\left(\frac{T_d'}{T_{d0}'}\right) = L_d - \frac{L_{ad}^2}{\ell_{ffd}}$$

จึงสามารถสรุปสมการของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในแบบจำลองอย่างง่ายได้ดังนี้

$$\varphi_d = -L_d i_d + E_I \qquad (3.82)$$
$$\varphi_q = -L_q i_q \qquad (3.83)$$
$$E_q' = E_I - (L_d - L_d')i_d \qquad (3.84)$$
$$\rho E_q' = \frac{1}{T_{d0}'}(E_{fd} - E_I) \qquad (3.85)$$

โดย T_{d0}' คือค่าคงที่เวลาเปิดวงจรชั่วครู่ของแกน d (d-axis open-circuit transient time constant)

T_d' คือค่าคงที่เวลาลัดวงจรชั่วครู่ของแกน d (d-axis short-circuit transient time constant)

เช่นเดียวกับการเขียนเฟสเซอร์ไดอาแกรมอ้างอิงทางด้านสเตเตอร์ การเขียนเฟสเซอร์อ้างอิงในแกน d และ q ในสภาวะชั่วครู่ สามารถทำได้เช่นกัน จากสมการ (3.73) – (3.78)

โดย $\vec{e}_d = -jX_q\bar{i}_q - R_a\bar{i}_d$ (3.86)

$$\vec{e}_q = -jX_d\bar{i}_d + \vec{E}_I - R_a\bar{i}_q \tag{3.87}$$

$$\vec{E}_I = \vec{E}_q + j(X_d - X_q)\bar{i}_d \tag{3.88}$$

$$\vec{E}_t = \vec{e}_d + \vec{e}_q \tag{3.89}$$

$\vec{E}'$ = แรงดันหลังอิมพิแดนซ์ชั่วครู่

$$= \vec{E}_t + (R_a + jX'_d)\bar{I}_t \tag{3.90}$$

$\vec{E}'_q$ = แรงดัน $\vec{E}'$ ในแนวแกน q

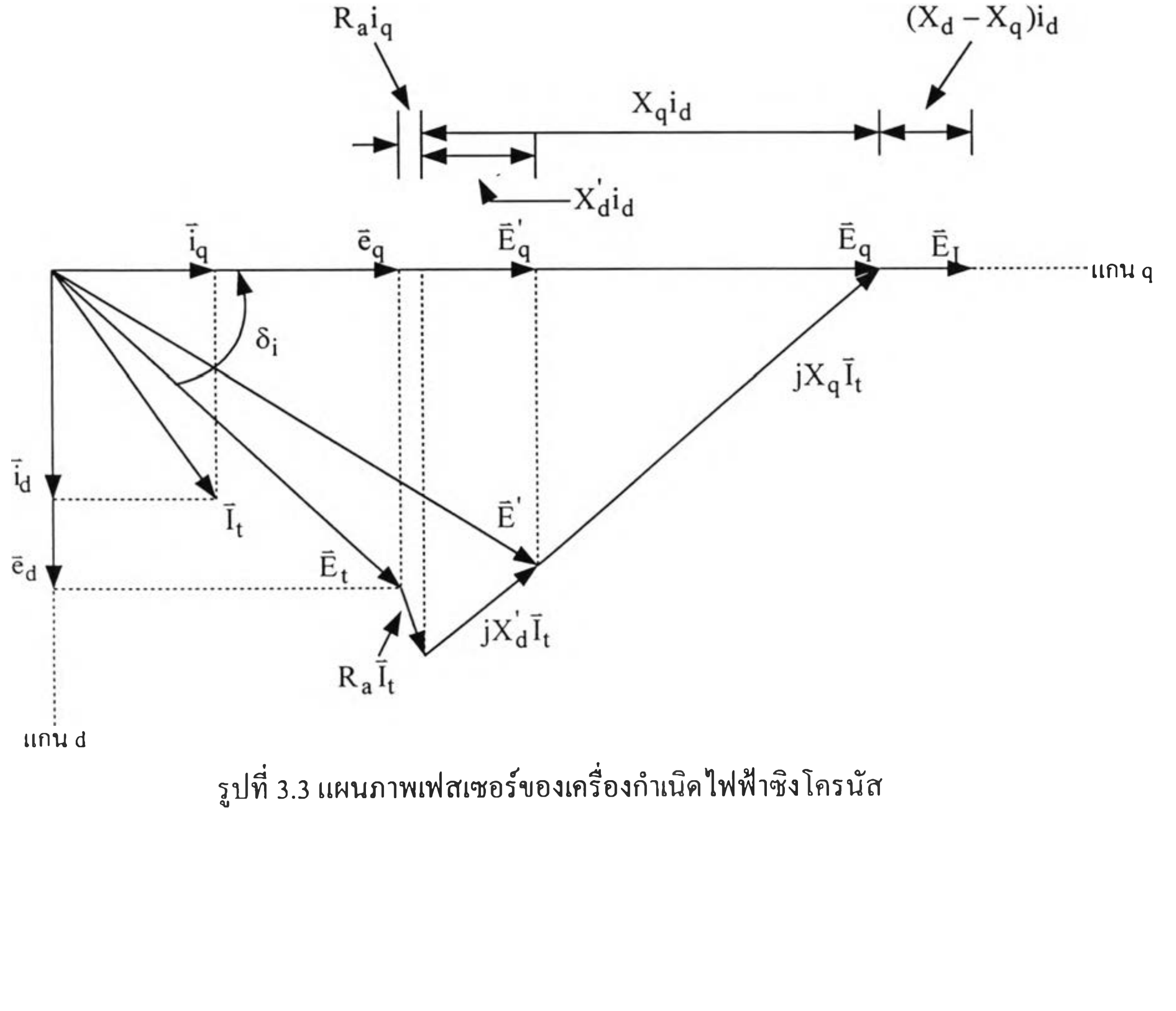
$$= \vec{e}_q + R_a\bar{i}_q + jX'_d\bar{i}_d \tag{3.91}$$

$\vec{E}_q$ = แรงดันหลังอิมพิแดนซ์ $R_a + jX_q$

$$= \vec{E}_t + (R_a + jX_q)\bar{I}_t$$

$$= \vec{e}_q + R_a\bar{i}_q + jX'_q\bar{i}_d \tag{3.92}$$

เมื่อค่า X = L ในรูปปริมาณต่อหน่วย และเฟสเซอร์ไดอาแกรมแสดงดังในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แผนภาพเฟสเซอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซิงโครนัส

3.6 แบบจำลองคลาสสิคอล (classical model)[1]

แบบจำลองชนิดนี้เป็นแบบจำลองที่มีการประมาณฟลักซ์คล้องในแกนโรเตอร์คงที่ เมื่อประมาณว่า E_q' หรือ φ_{fd} คงที่ ทำให้อนุพันธ์ของพจน์นี้เป็นศูนย์ และประมาณว่าไม่มีผลของโรเตอร์แบบขั้วยื่น (salient pole) ทำให้ X_d' มีค่าเท่ากับ X_q' เป็นผลให้ $\bar{E}'$ มีขนาดคงที่จะได้สมการ

$$\varphi_{ad} = L_{ad}'(-i_d + \frac{\varphi_{fd}}{L_{fd}}) \tag{3.93}$$

$$\varphi_{aq} = L_{aq}'(-i_q + \frac{\varphi_{1q}}{L_{1q}}) \tag{3.94}$$

โดย $$L_{ad}' = \frac{1}{\frac{1}{L_{ad}} + \frac{1}{L_{fd}}} = L_d' - L_l \tag{3.95}$$

$$L_{aq}' = L_q' - L_l \tag{3.96}$$

L_{ad}' คือความเหนี่ยวนำร่วมชั่วครู่ระหว่างเฟส a และแกน d

L_{aq}' คือความเหนี่ยวนำร่วมชั่วครู่ระหว่างเฟส a และแกน q

L_d' คือความเหนี่ยวนำร่วมชั่วครู่ในแกน d

L_q' คือความเหนี่ยวนำร่วมชั่วครู่ในแกน q

L_{fd} คือค่าความเหนี่ยวนำในขดลวดสนาม

สามารถสรุปสมการได้เป็น

$$e_d = -R_a i_d + X_q' i_q + E_d' \tag{3.97}$$

$$e_q = -R_a i_q - X_d' i_d + E_q' \tag{3.98}$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_t &= \bar{e}_d + \bar{e}_q = e_d + je_q \\ &= \bar{E}' - (R_a + jX_d')\bar{I}_t \end{aligned} \tag{3.99}$$

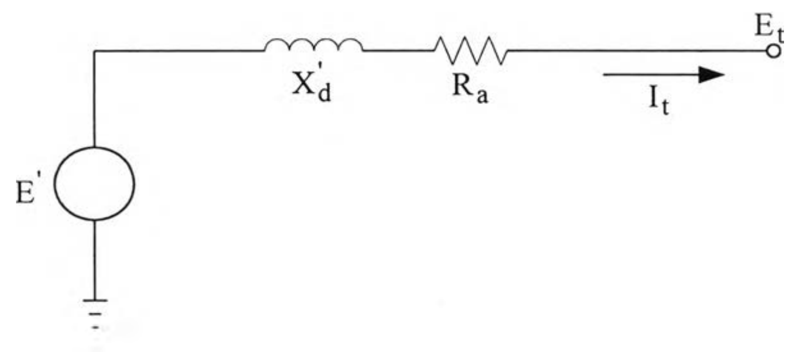
โดย $$E_d' = -\omega L_{aq}'(\frac{\varphi_{1q}}{L_{1q}}) \tag{3.100}$$

$$E_q' = \omega L_{ad}'(\frac{\varphi_{fd}}{L_{fd}}) \tag{3.101}$$

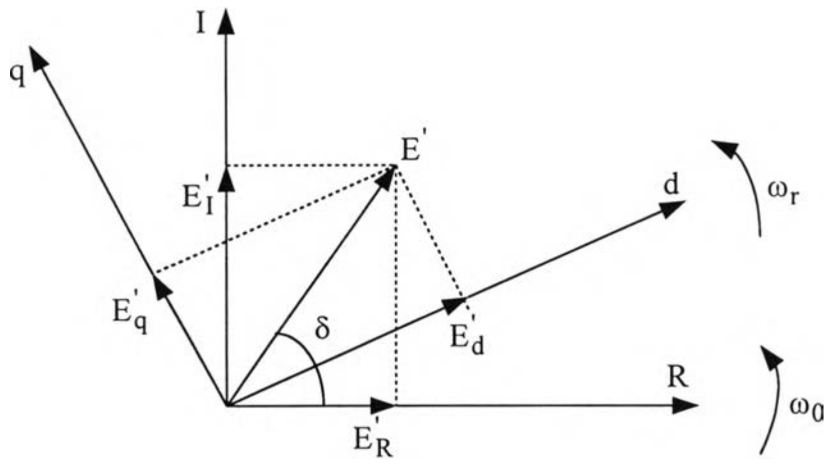
$$
\begin{aligned}
E' &= \vec{E}_d' + \vec{E}_q' \\
&= L_{ad}'\left(-\frac{\varphi_{1q}}{L_{1q}} + j\frac{\varphi_{fd}}{L_{fd}}\right) \qquad (3.102)
\end{aligned}
$$

โดย L_{kd}, L_{kq} คือความเหนี่ยวนำของขดลวดแดมเปอร์ในแกน d และ q ชุดที่ k

แบบจำลองชั่วครู่ (transient model) และเฟสเซอร์ไดอาแกรมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในแกนจริง (R) และแกนจินตภาพ (I) เมื่ออ้างอิงกับเฟส a กับในแกน d และ q แสดงดังในรูปที่ 3.4 และ 3.5



รูปที่ 3.4 แบบจำลองชั่วครู่ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า



รูปที่ 3.5 แผนภาพเฟสเซอร์ของแบบจำลองชั่วครู่ในแกน R-I และในแกน d-q

ขนาดของ E' จะคงที่ เนื่องจากการประมาณให้ฟลักซ์คล้องในแกน q มีค่าคงที่ ซึ่งขนาดของ E' หาได้จากช่วงก่อนเกิดการรบกวนคือ

$$\bar{E}' = \bar{E}_{t0} + (R_a + jX'_d)\bar{I}_t \tag{3.103}$$

เมื่อรวมผลของวงจรชั่วแวบ (subtransient circuit)

$$\varphi_{ad} = L''_{ad}[-i_d + \frac{\varphi_{fd}}{L_{fd}} + \frac{\varphi_{1d}}{L_{1d}}] \tag{3.104}$$

$$\varphi_{aq} = L''_{aq}[-i_q + \frac{\varphi_{1q}}{L_{1q}} + \frac{\varphi_{2q}}{L_{2q}}] \tag{3.105}$$

โดย $$L''_{ad} = \frac{1}{\frac{1}{L_{ad}} + \frac{1}{L_{fd}} + \frac{1}{L_{1d}}} = L''_d - L_l \tag{3.106}$$

$$L''_{aq} = L''_q - L_l \tag{3.107}$$

L''_{ad} คือค่าความเหนี่ยวนำร่วมชั่วแวบระหว่างเฟส a และแกน d

L''_{aq} คือค่าความเหนี่ยวนำร่วมชั่วแวบระหว่างเฟส a และแกน q

สามารถสรุปสมการได้เป็น

$$|\bar{e}_d| = -R_a i_d + X''_q i_q + E''_d \tag{3.108}$$

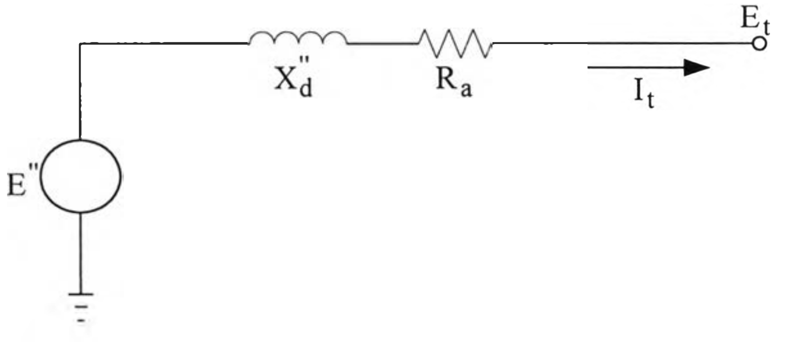
$$|\bar{e}_q| = -R_a i_q - X''_d i_d + E''_q \tag{3.109}$$

$$\bar{E}_t = \bar{e}_d + \bar{e}_q = \bar{E}'' - (R_a + jX''_d)\bar{I}_t \tag{3.110}$$

$$E_d'' = -\omega L_{aq}''\left[\frac{\varphi_{1q}}{L_{1q}} + \frac{\varphi_{2q}}{L_{2q}}\right] \tag{3.111}$$

$$E_q'' = \omega L_{ad}''\left[\frac{\varphi_{fd}}{L_{fd}} + \frac{\varphi_{1d}}{L_{1d}}\right] \tag{3.112}$$

แบบจำลองชั่วแวบ (subtransient model)ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแสดงดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 แบบจำลองชั่วแวบของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

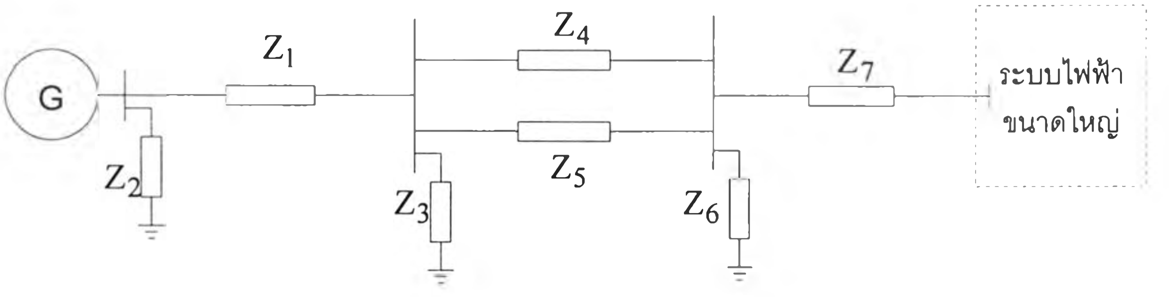
3.7 การพิจารณาเสถียรภาพในภาวะสัญญาณขนาดเล็กของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซึ่งต่อกับบัสอนันต์

การพิจารณาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่อกับบัสอนันต์ดังรูปที่ 3.7 สามารถใช้วงจรสมมูลเทเวนิน (thevenin's equivalent) แปลงวงจรในรูปที่ 3.7 เป็นดังรูปที่ 3.8 โดยบัสอนันต์แทนระบบขนาดใหญ่ แม้เกิดการรบกวนขนาดเล็กก็ไม่มีผลต่อระบบใหญ่ดังนั้นสามารถประมาณให้แรงดันบัสและมุมเฟสยังคงที่[1]

โดย $Z_{eq} = R_E + jX_E$

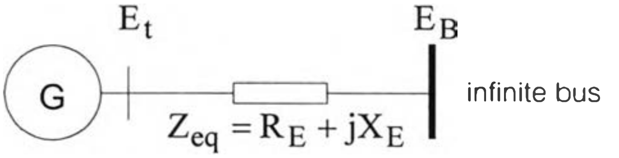
$=$ เทเวนินอิมพิแดนซ์

เมื่อแสดงระบบที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่อกับบัสอนันต์ โดยใช้แบบจำลองคลาสสิคอล ความด้านทานจะประมาณให้มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับค่ารีแอคแตนซ์จึงไม่นำค่าความต้านทานของสายส่งมาใช้ในการพิจารณา ทำให้ระบบดังกล่าวสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.9 และในสมการที่จะกล่าวถึงต่อไป หน่วยของตัวแปรทุกตัวจะเป็นปริมาณต่อหน่วยทั้งหมด ยกเว้นจะกำหนดเป็นอย่างอื่น

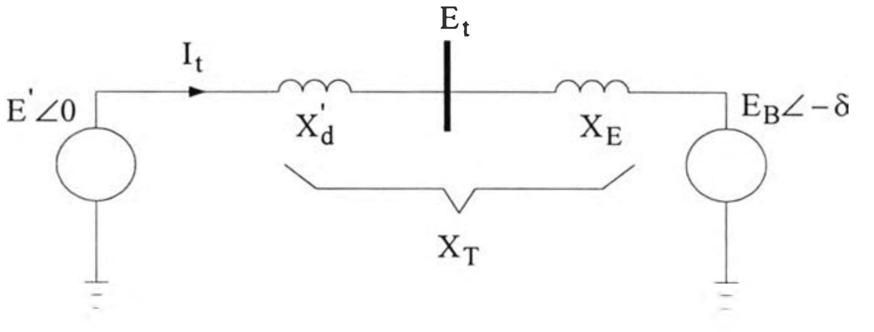


$Z_1,...,Z_7$ คืออิมพิแดนซ์ในระบบไฟฟ้า

รูปที่ 3.7 เครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่อกับบัสอนันต์



รูปที่ 3.8 วงจรสมมูลของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่อกับบัสอนันต์



รูปที่ 3.9 แบบจำลองคลาสสิคอลของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่อกับบัสอนันต์

โดย $\bar{E}'$ คือเวกเตอร์แรงดันไฟฟ้าหลัง $X_d^{'}$

$\bar{E}_B$ คือเวกเตอร์แรงดันไฟฟ้าของบัสอนันต์

$\bar{E}_t$ คือเวกเตอร์แรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

$\bar{I}_t$ คือเวกเตอร์กระแสที่ขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

δ คือมุมที่ $\bar{E}'$ นำ $\bar{E}_B$

จากรูปที่ 3.9 เมื่อให้ $\bar{E}'$ เป็นเฟสเซอร์อ้างอิงจะได้

$$\bar{I}_t = \frac{E'\angle 0^\circ - \bar{E}_B\angle -\delta}{jX_T} = \frac{E' - E_B(\cos\delta - j\sin\delta)}{jX_T} \tag{3.113}$$

โดย $X_T = X_d' + X_E$

กำลังเชิงซ้อน (complex power) หลัง X_d' จะเป็น

$$\begin{aligned} S' &= P + jQ = \bar{E}'\bar{I}_t^* \\ &= E'\angle 0^\circ\left(\frac{E' - E_B(\cos\delta - j\sin\delta)}{jX_T}\right)^* \\ &= \frac{E'E_B}{X_T}\sin\delta + \frac{jE'(E' - E_B\cos\delta)}{X_T} \end{aligned} \tag{3.114}$$

เมื่อ * คือเครื่องหมายของค่าสังยุค (conjugate) ของจำนวนเชิงซ้อน

ในปริมาณต่อหน่วยของทอร์คผ่านช่องอากาศ (air gap torque) จะมีค่าเท่ากับกำลังจริงที่ผ่านช่องอากาศ

$$T_e = P = \frac{E'E_B}{X_T}\sin\delta \tag{3.115}$$

เมื่อให้สภาวะเริ่มต้น $\delta = \delta_0$ การประมาณเชิงเส้น (linearization) สมการที่ (3.115) จะได้

$$\Delta T_e = \frac{\partial T_e}{\partial\delta}\Delta\delta = \frac{E'E_B}{X_T}\cos\delta_0(\Delta\delta) \tag{3.116}$$

กำหนดให้ $\rho = \partial/\partial t$ เป็นตัวดำเนินการอนุพันธ์ (differential operator) จากสมการ (3.72)

$$\rho\Delta\omega_r = \frac{1}{2H}(T_m - T_e - K_D\Delta\omega_r) \tag{3.117}$$

$$\rho\delta = \omega_0\Delta\omega_r \tag{3.118}$$

ประมาณเชิงเส้นสมการที่ (3.117) และ (3.118)

$$p\Delta\omega_r = \frac{1}{2H}(\Delta T_m - K_s\Delta\delta - K_D\Delta\omega_r) \tag{3.119}$$

$$p\Delta\delta = \omega_0\Delta\omega_r \tag{3.120}$$

กำหนดให้ K_s คือสัมประสิทธิ์ของทอร์คซิงโครไนซ์ (synchronizing torque)

$$K_s = \frac{E^{'}E_B}{X_T}\cos\delta_0 \tag{3.121}$$

กำหนดให้ L_{adu} คือค่าความเหนี่ยวนำร่วมในแกน d ไม่อิ่มตัว

L_{aqu} คือค่าความเหนี่ยวนำร่วมในแกน q ไม่อิ่มตัว

L_{ads} คือค่าความเหนี่ยวนำร่วมในแกน d อิ่มตัว

L_{ads} คือค่าความเหนี่ยวนำร่วมในแกน q อิ่มตัว

K_{sd} คือสัมประสิทธิ์การอิ่มตัวในแกน d

K_{sq} คือสัมประสิทธิ์การอิ่มตัวในแกน q

โดย $K_{sd} = K_{sq}$ ในกรณีเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีโรเตอร์เป็นชนิดทรงกระบอก (round rotor)

และ

$$L_{ads} = K_{sd}L_{adu} \tag{3.122}$$

$$L_{aqs} = K_{sq}L_{aqu} \tag{3.123}$$

พารามิเตอร์เกี่ยวกับค่าอิ่มตัวของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากำหนดให้มาอยู่ในรูปของ S(1.0) และ S(1.2) [1] ซึ่งค่า S จะอยู่ในรูปของ $S(E^{'})$ คือเป็นฟังก์ชันของ $E^{'}$ และในกรณีที่เป็นปริมาณต่อหน่วย ขนาดของ $|\varphi_{air-gap}| = |E^{'}|$ จากรูปที่ 3.10[1,13]

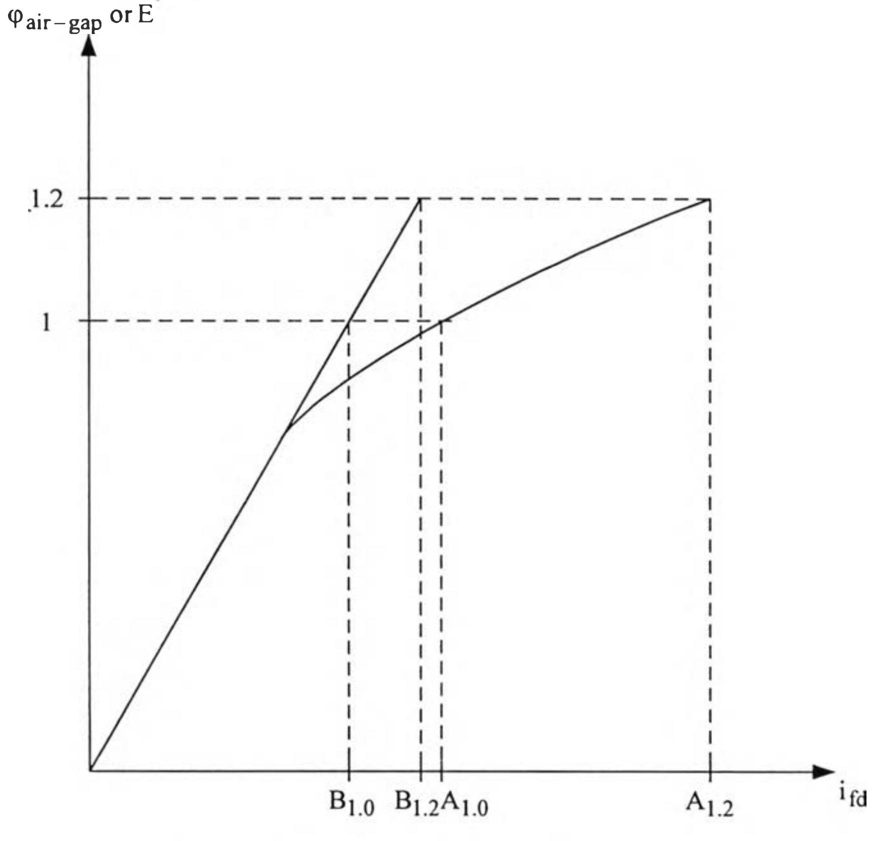
$$S \approx \frac{A-B}{B} = \frac{A}{B} - 1 \tag{3.124}$$

$$K = \frac{B}{A} \tag{3.125}$$

และ $S(E')$ ที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากำหนดให้จะอยู่ในรูป

$$S(E') = B_{sat}\frac{(E' - A_{sat})^2}{E'} \tag{3.126}$$

เมื่อเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละตัวจะกำหนดค่า S ที่ $E' = 1.0$ และ $E' = 1.2$ ทำให้สามารถหาค่า K ได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.10 ลักษณะสมบัติของการอิ่มตัว (characteristic of saturation)

$$S(1.0) = B_{sat}\frac{(1 - A_{sat})^2}{1} \tag{3.127}$$

$$S(1.2) = B_{sat}\frac{(1.2 - A_{sat})^2}{1.2} \tag{3.128}$$

จะได้

$$N = \sqrt{\frac{1}{1.2}\frac{S(1.0)}{S(1.2)}} = \left(\frac{1 - A_{sat}}{1.2 - A_{sat}}\right) \tag{3.129}$$

หรือ $$A_{sat} = \left(\frac{1-1.2N}{1-N}\right) \tag{3.130}$$

และ $$B_{sat,1.0} = \frac{S(1.0)}{(1-A_{sat})^2} \tag{3.131}$$

$$B_{sat,1.0} = \frac{1.2 \cdot S(1.2)}{(1.2-A_{sat})^2} \tag{3.132}$$

หาค่าเฉลี่ยของ B_{sat}

$$B_{sat} = \frac{B_{sat,1.0} + B_{sat,1.2}}{2} \tag{3.133}$$

จากสมการ (3.124) – (3.126) สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์การอิ่มตัวในสมการ (3.122) และ (3.123) ได้ดังนี้ เมื่อกำหนดให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีโรเตอร์ทรงกระบอก

$$K_{sd} = K_{sq} = \frac{1}{S+1} \tag{3.134}$$

โดยการหาค่า E' ทำได้โดย

$$\vec{E}' = \vec{E}_t + (R_a + jX_l)\bar{I}_t \tag{3.135}$$

เมื่อพิจารณาผลของวงจรเหนี่ยวนำในเชิงพลวัต (dynamic) สมการจะเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \rho\psi_{fd} &= \omega_0(e_{fd} - R_{fd}i_{fd}) \\ &= \frac{\omega_0 R_{fd}}{L_{adu}}E_{fd} - \omega_0 R_{fd} i_{fd} \end{aligned} \tag{3.136}$$

ฟลักซ์คล้องของโรเตอร์และสเตเตอร์มีสมการเป็น

$$\begin{aligned} \psi_d &= -L_l i_d + L_{ads}(-i_d + i_{fd}) \\ &= -L_l i_d + \psi_{ad} \end{aligned} \tag{3.137}$$

$$\psi_q = -L_l i_q + L_{aqs}(-i_q)$$
$$= -L_l i_q + \psi_{aq} \tag{3.138}$$
$$\psi_{fd} = L_{ads}(-i_d + i_{fd}) + L_{fd} i_{fd}$$
$$= \psi_{ad} + L_{fd} i_{fd} \tag{3.139}$$

เมื่อ $$i_{fd} = \frac{\psi_{fd} - \psi_{ad}}{L_{fd}} \tag{3.140}$$

และจากสมการ (3.137) - (3.139)

$$\psi_{ad} = -L_{ads} i_d + L_{ads} i_{fd}$$
$$= -L_{ads} i_d + \frac{L_{ads}}{L_{fd}}(\psi_{fd} - \psi_{ad})$$
$$= L'_{ads}[-i_d + \frac{\psi_{fd}}{L_{fd}}] \tag{3.141}$$
$$\psi_{aq} = -L_{aqs} i_q \tag{3.142}$$

โดย $$L'_{ads} = \frac{1}{\frac{1}{L_{ads}} + \frac{1}{L_{fd}}} \tag{3.143}$$

เมื่อพิจารณาถึงทอร์คที่ผ่านช่องอากาศซึ่งมีสมการเป็น

$$T_e = \psi_d i_q - \psi_q i_d$$
$$= \psi_{ad} i_q - \psi_{aq} i_d \tag{3.144}$$

แรงดันไฟฟ้าของสเตเตอร์มีสมการเป็น

$$e_d = -R_a i_d - \psi_q$$
$$= -R_a i_d + (L_l i_q - \psi_{aq}) \tag{3.145}$$
$$e_q = -R_a i_q + \psi_{fd}$$
$$= -R_a i_q - (L_l i_d - \psi_{ad}) \tag{3.146}$$

จากรูปที่ 3.9 เมื่อพิจารณากรอบอ้างอิงเป็นแกน d และ q สมการของแรงดันบัสจะเป็น

$$\bar{E}_t = e_d + je_q \tag{3.147}$$

$$\bar{E}_B = E_{Bd} + jE_{Bq} \tag{3.148}$$

$$\bar{I}_t = i_d + ji_q \tag{3.149}$$

จากรูปที่ 3.9 และสมการ (3.147)

$$\bar{E}_t = \bar{E}_B + (R_E + jX_E)\bar{I}_t \tag{3.150}$$

$$(e_d + je_q) = (E_{Bd} + jE_{Bq}) + (R_E + jX_E)(i_d + ji_q) \tag{3.151}$$

จึงสรุปจากสมการ (3.151) ได้ว่า

$$e_d = R_E i_d - X_E i_q + E_{Bq} \tag{3.152}$$

$$e_q = R_E i_q - X_E i_d + E_{Bq} \tag{3.153}$$

โดย $$E_{Bd} = E_B \sin\delta \tag{3.154}$$

$$E_{Bq} = E_B \cos\delta \tag{3.155}$$

จากสมการ (3.141), (3.142), (3.145), (3.146), (3.152) และ (3.153) สามารถเขียน i_d และ i_q อยู่ในรูปดังนี้

$$i_d = \frac{X_{Tq}[\psi_{fd}(\frac{L_{ads}}{L_{ads} + L_{fd}}) - E_B \cos\delta] - R_T E_B \sin\delta}{D} \tag{3.156}$$

$$i_q = \frac{R_T[\psi_{fd}(\frac{L_{ads}}{L_{ads} + L_{fd}}) - E_B \cos\delta] - X_{Td} E_B \sin\delta}{D} \tag{3.157}$$

โดย $$R_T = R_a + R_E \tag{3.158}$$

$$X_{Tq} = X_E + (L_{aqs} + L_l) = X_E + X_{qs} \tag{3.159}$$

$$X_{Td} = X_E + (L'_{ads} + L_l) = X_E + X'_{ds} \tag{3.160}$$

$$D = R_T^2 + X_{Tq} X_{Td} \tag{3.161}$$

เมื่อประมาณเชิงเส้นสมการ (3.141) และ (3.142) จะได้

$$\Delta i_d = m_1\Delta\delta + m_2\Delta\psi_{fd} \tag{3.162}$$

$$\Delta i_q = n_1\Delta\delta + n_2\Delta\psi_{fd} \tag{3.163}$$

โดย
$$m_1 = \frac{E_B(X_{Tq}\sin\delta_0 - R_T\cos\delta_0)}{D} \tag{3.164}$$

$$n_1 = \frac{E_B(R_T\sin\delta_0 - X_{Td}\cos\delta_0)}{D} \tag{3.165}$$

$$m_2 = \frac{X_{Tq}}{D}\frac{L_{ads}}{L_{ads} + L_{fd}} \tag{3.166}$$

$$n_2 = \frac{R_T}{D}\frac{L_{ads}}{L_{ads} + L_{fd}} \tag{3.167}$$

ประมาณเชิงเส้นสมการที่ (3.141) และ (3.142) แล้วแทนค่าจากสมการ (3.152) และ (3.153) จะได้

$$\begin{aligned}\Delta\psi_{ad} &= L'_{ads}[\Delta i_d + \frac{\Delta\psi_{fd}}{L_{fd}}] \\ &= [\frac{1}{L_{fd}} - m_2]L'_{ads}\Delta\psi_{fd} - m_1 L'_{ads}\Delta\delta \end{aligned} \tag{3.168}$$

$$\begin{aligned}\Delta\psi_{ad} &= -L_{aqs}\Delta i_q \\ &= -n_2 L_{aqs}\Delta\psi_{fd} - n_1 L_{aqs}\Delta\delta \end{aligned} \tag{3.169}$$

ประมาณเชิงเส้นสมการ (3.140) แล้วแทนค่าจากสมการ (3.168) จะได้

$$\begin{aligned}\Delta i_{fd} &= \frac{\Delta\psi_{fd} - \Delta\psi_{ad}}{L_{fd}} \\ &= \frac{1}{L_{fd}}\left[1 - \frac{L'_{ads}}{L_{fd}} + m_2 L'_{ads}\right]\Delta\psi_{fd} + \frac{1}{L_{fd}} m_1 L'_{ads}\Delta\delta \end{aligned} \tag{3.170}$$

จากผลของสมการ (3.162), (3.163), (3.168) และ (3.169) ทำให้ประมาณเชิงเส้นสมการ (3.144) ได้เป็น

$$\Delta T_e = \psi_{ad0}\Delta i_q + i_{q0}\Delta\psi_{ad} - \psi_{aq0}\Delta i_d - i_{d0}\Delta\psi_{aq}$$
$$= K_1\Delta\delta + K_2\Delta\psi_{fd} \qquad (3.171)$$

โดย $K_1 = n_1(\psi_{ad0} + L_{aqs}i_{d0}) - m_1(\psi_{aq0} + L'_{ads}i_{q0})$ (3.172)

$$K_2 = n_2(\psi_{ad0} + L_{aqs}i_{d0}) - m_2(\psi_{aq0} + L'_{ads}i_{q0}) + \frac{L'_{ads}}{L_{fd}}i_{q0} \qquad (3.173)$$

และ ψ_{ad0} คือค่าเริ่มต้น (initial value) ของ ψ_{ad}

โดยทั่วไป ค่าที่สภาวะเริ่มต้นของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าได้แก่

1) I_t และ มุมตัวประกอบกำลัง (power factor angle) ϕ
2) K_{sd} และ K_{sq} ซึ่งใช้ในการกำหนดค่า X_{ds} และ X_{qs}
3) $\delta_i = \tan^{-1}\left[\dfrac{I_tX_{qs}\cos\phi - I_tR_a\sin\phi}{E_t + I_tR_a\cos\phi + I_tX_{qs}\sin\phi}\right]$
4) $e_{d0} = E_t\sin\delta_i$

   $e_{q0} = E_t\cos\delta_i$
5) $E_{Bd0} = e_{d0} - R_Ei_{d0} + X_Ei_{q0}$

   $E_{Bq0} = e_{q0} - R_Ei_{q0} + X_Ei_{d0}$
6) $\delta_0 = \tan^{-1}\left[\dfrac{E_{Bd0}}{E_{Bq0}}\right]$

   $E_B = \sqrt{E_{Bd0}^2 + E_{Bq0}^2}$
7) $i_{fd0} = \dfrac{e_{q0} + R_ai_{q0} + L_{ds}i_{d0}}{L_{ads}}$

   $E_{fd0} = L_{adu}i_{fd0}$
8) $\psi_{ad0} = L_{ads}(-i_{d0} + i_{fd0})$

   $\psi_{aq0} = L_{aqs}i_{q0}$

ซึ่งค่าเหล่านี้นำไปใช้ในการกำหนดค่าของ K_1 และ K_2 จากสมการ (3.137)-(3.144) และ (3.170) ทำให้สมการ (3.136) มีรูปเป็น

$$\Delta\psi_{fd} = \frac{K_3}{1 + \rho T_3}[\Delta E_{fd} - K_4\Delta\delta] \qquad (3.174)$$

โดย
$$K_3 = \frac{L_{ads} + L_{fd}}{L_{adu}} \frac{1}{1 + \frac{X_{Tq}}{D}(X_d - X_d^{'})} \tag{3.175}$$

$$T_3 = \frac{L_{ads} + L_{fd}}{\omega_0 R_{fd}} \frac{1}{1 + \frac{X_{Tq}}{D}(X_d - X_d^{'})} \tag{3.176}$$

$$K_4 = L_{adu} \frac{L_{ads}}{L_{ads} + L_{fd}} \frac{E_B}{D}(X_{Tq} \sin\delta_0 - R_T \cos\delta_0) \tag{3.177}$$

หากพิจารณาผลของวงจรเหนี่ยวนำต่อการเปลี่ยนแปลงของแรงดันที่ขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ซึ่งจากสมการ (3.148)

$$\bar{E}_t = e_d + je_q$$
$$E_t^2 = e_d^2 + e_q^2 \tag{3.178}$$

เมื่อเกิดการรบกวนขนาดเล็ก

$$(E_{t0} + \Delta E_t)^2 = (e_{d0} + \Delta e_d)^2 + (e_{q0} + \Delta e_q)^2 \tag{3.179}$$

หากละเลยรูปของอนุพันธ์อันดับสูงกว่าหนึ่งในสมการ (3.179) จะได้

$$E_{t0}\Delta E_t = e_{d0}\Delta e_d + e_{q0}\Delta e_q$$
$$\Delta E_t = \frac{e_{d0}}{E_{t0}}\Delta e_d + \frac{e_{q0}}{E_{t0}}\Delta e_q \tag{3.180}$$

จากสมการ (3.152) และ (3.153) เมื่อประมาณเชิงเส้นสามารถเขียนได้เป็น

$$\Delta e_d = -R_a \Delta i_d + L_l \Delta i_q - \Delta\psi_{aq} \tag{3.181}$$
$$\Delta e_q = -R_a \Delta i_q - L_l \Delta i_d + \Delta\psi_{ad} \tag{3.182}$$

ทำให้สมการ (3.180) เขียนได้เป็น

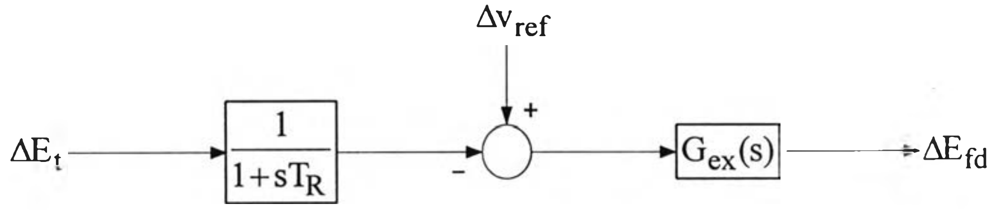
$$\Delta E_t = K_5 \Delta\delta + K_6 \Delta\psi_{fd} \tag{3.183}$$

โดย

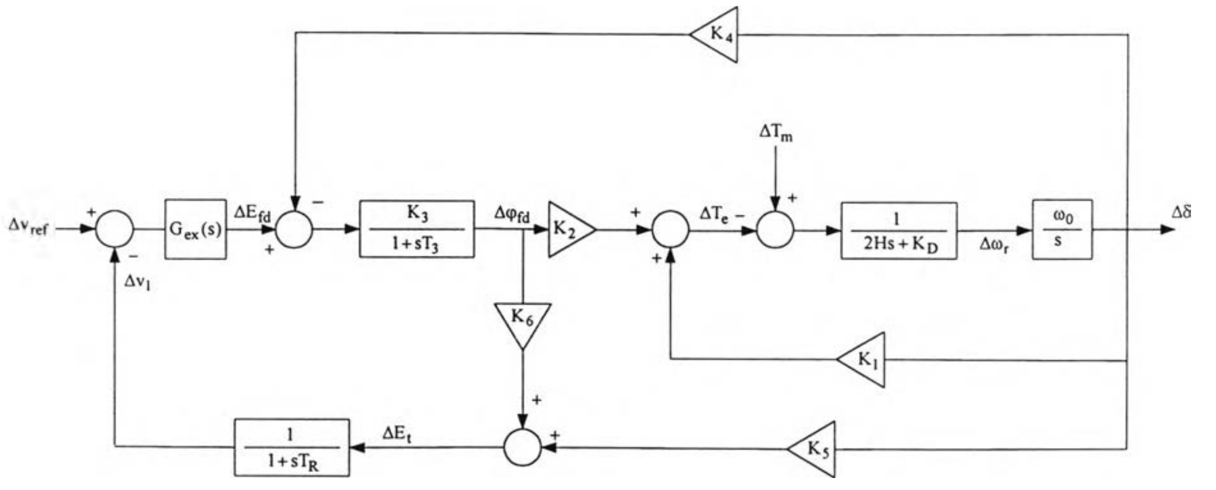
$$K_5 = \frac{e_{d0}}{E_{t0}}\left[-R_a m_1 + L_l n_1 + L_{aqs} n_1\right] + \frac{e_{q0}}{E_{t0}}\left[-R_a n_1 - L_l m_1 - L'_{ads} m_1\right] \tag{3.184}$$

$$K_6 = \frac{e_{d0}}{E_{t0}}\left[-R_a m_2 + L_l n_2 + L_{aqs} n_2\right] + \frac{e_{q0}}{E_{t0}}\left[-R_a n_2 - L_l m_2 - L'_{ads}\left(\frac{1}{L_{fd}} - m_1\right)\right] \tag{3.185}$$

กำหนดให้ $G_{ex}(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) ของตัวกระตุ้น (exciter) ซึ่งมีแผนภาพกรอบ (block diagram) ดังรูปที่ 3.11 และจากสมการที่กล่าวมาทั้งหมดสามารถเขียนแผนภาพกรอบของระบบแสดงดังรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.11 แผนภาพกรอบของตัวกระตุ้น



รูปที่ 3.12 แผนภาพกรอบของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

จากรูปที่ 3.12 สามารถสรุปเป็นสมการสภาวะได้ดังสมการ (3.186) และเพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณา ในเบื้องต้นจะให้ $G_{ex}(s) = K_A$

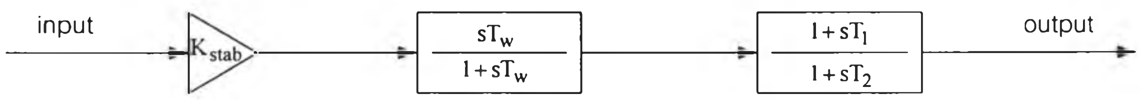
$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega}_r \\ \Delta\dot{\delta} \\ \Delta\dot{\varphi}_{fd} \\ \Delta\dot{v}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_D}{2H} & -\frac{K_1}{2H} & -\frac{K_2}{2H} & 0 \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_3 K_4}{T_3} & -\frac{1}{T_3} & -\frac{K_3 K_A}{T_3} \\ 0 & \frac{K_5}{T_R} & \frac{K_6}{T_R} & -\frac{1}{T_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \\ \Delta\varphi_{fd} \\ \Delta v_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_3 K_A}{T_3} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_m \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix} \quad (3.171)$$

3.8 ตัวปรับเสถียรภาพของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (power system stabilizer or PSS)

แรงบิดที่เกิดขึ้นขณะที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเดินเครื่องอยู่ มี 2 ประเภทคือ[1,13]

1) แรงบิดแบบซิงโครไนซ์ (synchronizing torque) เป็นแรงบิดที่มีเฟสตรงกันกับการเปลี่ยนแปลงของมุมกำลัง (power angle deviation , $\Delta\delta$) และมีผลทำให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าขณะที่เกิดการรบกวนกลับเข้าสู่สภาวะซิงโครนัส แต่ถ้าแรงบิดนี้มีมากจะมีผลทำให้เกิดการแกว่งของสัญญาณของตัวแปรสภาวะของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามากเมื่อกำลังเข้าสู่สภาวะซิงโครนัส
2) แรงบิดหน่วง (damping torque) เป็นแรงบิดที่มีเฟสตรงกันกับการเปลี่ยนแปลงของความเร็วโรเตอร์ (rotor speed deviation , $\Delta\omega$) สามารถลดการแกว่งของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าได้เมื่อเกิดการรบกวน

ตัวปรับเสถียรภาพของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เป็นอุปกรณ์ที่ช่วยเพิ่มทอร์คหน่วงให้กับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า โดยการควบคุมระบบเหนี่ยวนำ (excitation system) ด้วยสัญญาณช่วยในการปรับเสถียรภาพ (สัญญาณช่วยสามารถเลือกจากสัญญาณใด ๆ จากระบบเช่น ความถี่เชิงมุมของโรเตอร์ มุมกำลังหรือแรงดันที่ขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า) โดยการสร้างทอร์คหน่วง ซึ่งตัวปรับเสถียรภาพจะสร้างทอร์คซึ่งมีเฟสเดียวกันกับการเปลี่ยนแปลงของความเร็วโรเตอร์นั่นเอง ซึ่งบล็อกไดอาแกรมมาตรฐานของตัวปรับเสถียรภาพจะแสดงได้ดังรูปที่ 3.13 โดยตัวพารามิเตอร์ของตัวปรับเสถียรภาพคือ K_{stab} , T_w , T_1 และ T_2



รูปที่ 3.13 แผนภาพกรอบของตัวปรับเสถียรภาพของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า