บทที่ 2
มาตรฐานเจเพ็ก2000

2.1 ความเป็นมาของเจเพ็ก

มาตรฐานเจเพ็กเกิดขึ้นจากการร่วมมือกันของ สมาชิกของสมาพันธ์โทรคมนาคมนานาชาติ (International Telecommunication Union; ITU) และองค์การระหว่างประเทศว่าด้วยการมาตรฐาน (International Organization for Standardization; ISO) เพื่อจัดตั้งมาตรฐานสากลสำหรับการบีบอัดข้อมูลภาพนิ่ง ทั้งภาพขาวดำและภาพสี โดยความพยายามดังกล่าวนี้เป็นที่รู้จักกันในนามของกลุ่มรวมผู้เชี่ยวชาญภาพถ่าย หรือเจเพ็ก (Joint Photographic Experts Group; JPEG) มาตรฐานเจเพ็กดังกล่าวนี้มีความสัมพันธ์โดยตรงกับมาตรฐานสากล ISO/IEC 10928-1 ซึ่งครอบคลุมถึงการบีบอัดและเข้ารหัสข้อมูลภาพนิ่งแบบดิจิตอล เช่นเดียวกับ ITU-T Recommendation T.81 ซึ่งมีข้อความเหมือนกันกับมาตรฐานของ ISO ทุกประการ โดยหลังจากที่ทำการประเมินผลวิธีการเข้ารหัสแบบต่างๆแล้ว ในปี ค.ศ. 1988 สมาชิกของเจเพ็กได้เลือกวิธีการเข้ารหัสโดยอาศัยการแปลงโคซายน์แบบเต็มหน่วย (Discrete Cosine Transform; DCT) และตั้งแต่ปี ค.ศ. 1988 จนถึงปี ค.ศ. 1991 กลุ่มเจเพ็กได้ทำการทดสอบ และจัดทำเอกสารสำหรับระเบียบวิธีดังกล่าวเพื่อกำหนดให้ใช้ในการบีบอัดข้อมูลภาพ ในที่สุดจึงได้มาตรฐานเจเพ็กฉบับร่าง (Draft International Standard; DIS) ในปี ค.ศ. 1991 และมาตรฐานเจเพ็กฉบับสมบูรณ์ (International Standard; IS) ในปี ค.ศ. 1992

เนื่องจากมีการขยายตัวอย่างต่อเนื่องและกว้างขวางของระบบอินเทอร์เน็ตและอุปกรณ์มัลติมีเดีย ความต้องการเทคโนโลยีใหม่ๆจึงเพิ่มมากขึ้น ในเดือนมีนาคม ปี ค.ศ. 1997 กลุ่มเจเพ็กได้มีการประกาศรับความคิดเห็นเพื่อการพัฒนามาตรฐานใหม่สำหรับการบีบอัดข้อมูลภาพนิ่ง โดยใช้ชื่อว่ามาตรฐานเจเพ็ก2000 [2], [3] โครงการดังกล่าวนี้มีคณะกรรมการทางเทคนิคร่วม (Joint Technical Committee; JTC) หมายเลข 1.29.14 (15444) รับผิดชอบในการสรรหา และสร้างระบบการเข้ารหัสข้อมูลภาพนิ่งแบบใหม่ โดยมีข้อกำหนดเบื่องต้นคือเป็นระเบียบวิธีที่สามารถใช้ได้กับภาพนิ่งหลายชนิด (เช่น ภาพสี ภาพขาวดำ ภาพที่มีสองระดับ เป็นต้น) และใช้ได้กับภาพนิ่งแบบต่างๆ (เช่น ภาพถ่ายทั่วๆในธรรมชาติ ภาพทางวิทยาศาสตร์ ภาพทางการแพทย์ ภาพที่ได้จากการตรวจจับระยะไกล ภาพที่เกิดจากการสแกนตัวอักษร เป็นต้น) โดยรองรับวิธีการต่างๆในการจัดการภาพ (เช่น ระบบไคลเอนต์/เซิร์ฟเวอร์ ระบบการส่งภาพแบบเวลาจริง ระบบการจัดเก็บข้อมูลภาพ เป็นต้น) ได้ภายในระบบเดียวกัน ทั้งนี้ ระบบการเข้ารหัสดังกล่าวควรจะมีความสามารถในการทำงานที่อัตราการเข้ารหัสต่ำได้ดี มีคุณภาพของภาพสูงกว่าวิธีที่ใช้ในอยู่ตามมาตรฐานปัจจุบัน โดยไม่สูญเสียความสามารถในการทำงานที่อัตราการเข้ารหัสอื่นๆ รวมทั้งมีคุณลักษณะพิเศษต่างๆเพิ่มขึ้น หากแต่ระเบียบวิธีดังกล่าวจะต้องใช้เป็นมาตรฐานโดยเสริมกับมาตรฐานปัจจุบัน และไม่ใช้

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แทนมาตรฐานปัจจุบัน กล่าวคือภาพที่เข้ารหัสโดยมาตรฐานเจเพ็กแบบเก่าจะต้องสามารถใช้ร่วมกับมาตรฐานเจเพ็ก2000 ได้

จากวิธีการต่างๆที่มีการเสนอให้ใช้ในการเข้ารหัส ทางคณะกรรมการได้มีมติให้ใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย (Discrete Wavelet Transform; DWT) ในมาตรฐานเจเพ็ก2000 โดยสถานะของกระบวนการจัดสร้างมาตรฐานเจเพ็ก2000 จนถึงขณะนี้ (เดือนกรกฎาคม ปี ค.ศ. 2000) คณะกรรมการกำหนดมาตรฐานได้ออกเอกสารร่างของคณะกรรมการ (Committee Draft; CD) ในเดือนธันวาคม ปี ค.ศ. 1999 เอกสารร่างการทำงาน (Working Draft; WD) ในเดือนมกราคม ปี ค.ศ. 2000 และมาตรฐานเจเพ็ก2000 ฉบับร่าง (DIS) ในเดือนกรกฎาคม ปี ค.ศ. 2000 โดยมาตรฐานเจเพ็ก 2000 ฉบับสมบูรณ์ (IS) มีกำหนดจะแล้วเสร็จ และนำออกมาใช้ได้ในเดือนธันวาคม ปี ค.ศ. 2000

2.2 คุณลักษณะของมาตรฐานเจเพ็ก2000

มาตรฐานเจเพ็ก2000 มีคุณสมบัติเด่นหลายประการที่สามารถรองรับการพัฒนาของอุปกรณ์การประยุกต์ต่างๆ เนื่องจากมีการใช้ประโยชน์จากเทคโนโลยีใหม่ๆที่สอดคล้องกับความต้องการของผู้ใช้มากยิ่งขึ้น โดยจะครอบคลุมไปถึงองค์ประกอบส่วนที่มาตรฐานในปัจจุบันไม่ได้กำหนดไว้ อันจะทำให้มีการขยายการใช้มาตรฐานไปยังอุปกรณ์การประยุกต์ชนิดใหม่ๆที่ไม่เคยใช้มาตรฐานมาก่อน ทั้งนี้คาดว่า อุปกรณ์การประยุกต์ที่ใช้มาตรฐานเจเพ็ก2000 เป็นหลักได้แก่ ระบบอินเทอร์เน็ต (Internet) การส่งแฟกซ์แบบสี (color facsimile) งานพิมพ์ภาพ (printing) งานสแกนภาพ (scanning) ระบบภาพถ่ายแบบดิจิตอล (digital photography) การตรวจจับระยะไกล (remote sensing) โทรศัพท์เคลื่อนที่ (mobile) ภาพทางการแพทย์ (medical imagery) ระบบการจัดเก็บภาพแบบดิจิตอล (digital libraries/archives) และธุรกรรมทางอิเล็กทรอนิกส์ (E-commerce) โดยอุปกรณ์ประยุกต์แต่ละชนิดต่างมีความต้องการในลักษณะต่างๆที่มาตรฐานจำเป็นต้องรองรับให้ได้ คุณลักษณะต่างๆที่สำคัญสำหรับมาตรฐานเจเพ็ก2000 มีดังต่อไปนี้

- <u>การทำงานได้ดีที่อัตราการเข้ารหัสต่ำ</u> (Superior low bit-rate performance): มาตรฐานต้องมีความสามารถในการทำงานที่อัตราการเข้ารหัสต่ำได้ดี มีคุณภาพของภาพสูงกว่าวิธีที่ใช้ในอยู่ตามมาตรฐานปัจจุบัน โดยไม่สูญเสียความสามารถในการทำงานที่อัตราการเข้ารหัสอื่นๆ ตัวอย่างของอุปกรณ์การประยุกต์ที่ต้องการคุณลักษณะนี้ได้แก่ ระบบการส่งภาพผ่านโครงข่าย (network image transmission) และการตรวจจับระยะไกล คุณลักษณะดังกล่าวนี้ถือว่าเป็นคุณลักษณะที่มีความสำคัญสูงสุด
- <u>การบีบอัดข้อมูลภาพแบบที่มีระดับต่อเนื่องและภาพแบบสองระดับ</u> (Continuous-tone and bi-level compression): เป็นความต้องการให้มีมาตรฐานที่สามารถบีบอัดข้อมูลภาพได้ ทั้งภาพแบบที่มีระดับต่อเนื่อง และภาพแบบสองระดับ โดยถ้าเป็นไปได้มาตรฐานดังกล่าวควรใช้ทรัพยากรของ

ระดับชุดเดียวกัน ทั้งนี้ระบบควรจะสามารถบีบอัดและขยายข้อมูลภาพได้ที่พิสัยพลวัต (Dynamic range) ที่มีค่าสูง (เช่น 1 บิต ถึง 16 บิต) ตัวอย่างของอุปกรณ์การประยุกต์ที่ใช้คุณลักษณะข้อนี้ได้แก่ การบีบอัดเอกสารที่มีทั้งภาพและข้อความ ภาพทางการแพทย์ที่มีข้อมูลอธิบายภาพ ภาพที่สร้างจากคอมพิวเตอร์ซึ่งมีพื้นที่เป็นแบบไบนารี และการรับส่งแฟกซ์

- การบีบอัดข้อมูลภาพแบบที่ไม่มีการสูญเสียและแบบที่มีการสูญเสีย (Lossless and lossy compression): เป็นความต้องการที่จะให้มีการบีบอัดข้อมูลภาพแบบที่ไม่มีการสูญเสียร่วมกับการบีบอัดข้อมูลแบบที่มีการสูญเสีย โดยอาศัยการส่งข้อมูลแบบก้าวหน้า (Progressive transmission) ซึ่งเป็นวิธีการส่งข้อมูลโดยจัดส่งข้อมูลเป็นลำดับขั้น เมื่อภาพที่ปลายทางมีลักษณะเหมือนกับภาพต้นทางทุกประการ จะถือเป็นการสิ้นสุดการส่งข้อมูลแบบที่ไม่มีการสูญเสีย (Lossless transmission) แต่ถ้าหากการส่งข้อมูลเพิ่มเติมไปยังปลายทางยุติลงก่อนที่ข้อมูลทั้งหมดจะถูกส่งไป จะถือว่าการส่งข้อมูลมีลักษณะเป็นการส่งข้อมูลแบบที่มีการสูญเสีย (Lossy transmission) ตัวอย่างของอุปกรณ์การประยุกต์ที่ใช้คุณลักษณะดังกล่าวได้แก่ ภาพทางการแพทย์ที่ไม่สามารถให้มีการสูญเสียข้อมูลเกิดขึ้นได้ การเก็บภาพในฐานข้อมูลซึ่งต้องการภาพที่สมบูรณ์ที่สุดเมื่อจัดเก็บ แต่ไม่จำเป็นต้องแสดงภาพนั้นทั้งหมดเมื่อทำการสืบค้น รวมทั้งการส่งภาพผ่านโครงข่ายที่รองรับอุปกรณ์ที่มีศักยภาพและทรัพยากรของระบบต่างกัน

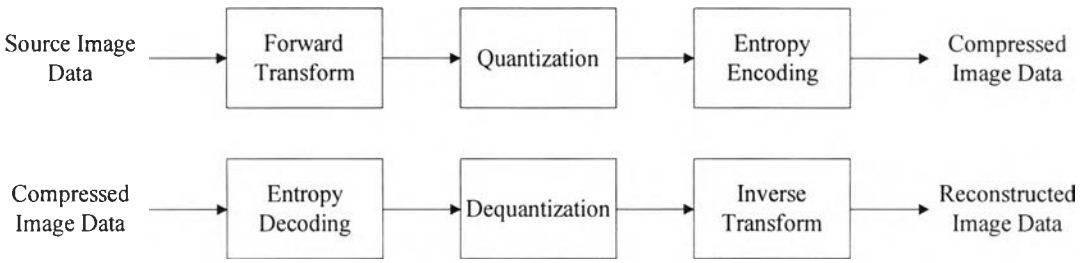
- การส่งข้อมูลภาพแบบก้าวหน้า (Progressive Transmission) : การส่งข้อมูลภาพแบบก้าวหน้าเป็นวิธีการส่งข้อมูลภาพที่มีลักษณะเป็นระดับ กล่าวคือ ในระดับแรก ค่าประมาณของภาพจะถูกส่งไปยังปลายทางก่อน และในแต่ละระดับต่อมา ข้อมูลเพิ่มเติมจะถูกส่งไปยังปลายทาง ทำให้ภาพที่ปลายทางมีลักษณะชัดเจน ใกล้เคียงกับภาพต้นแบบมากขึ้น อาจกล่าวได้ว่า วิธีดังกล่าวเป็นระเบียบวิธีในการจัดข้อมูลภาพให้มีลักษณะเป็นลำดับขั้น โดยข้อมูลในแต่ละขั้นจะให้ภาพที่มีระดับคุณภาพแตกต่างกัน เมื่อข้อมูลมากขึ้น ภาพที่ปลายทางจะมีคุณภาพดีขึ้น อุปกรณ์ที่ต้องการคุณลักษณะนี้ได้แก่ เวิลด์ไวด์เว็บ (World Wide Web) ระบบการเก็บภาพในฐานข้อมูล (image archival applications) และเครื่องพิมพ์

- การเข้าถึงและการประมวลผลชุดรหัสข้อมูลแบบสุ่ม (Random codestream access and processing): บ่อยครั้งที่บางส่วนของภาพมีความสำคัญมากกว่าส่วนอื่นๆทั้งหมด คุณลักษณะนี้กำหนดให้ผู้ใช้สามารถเลือกพื้นที่ซึ่งสนใจเป็นพิเศษ (Regions-Of-Interest; ROI) ภายในภาพ เพื่อให้สามารถเข้าถึงและบีบอัดข้อมูลส่วนดังกล่าวให้มีความสูญเสียน้อยกว่าส่วนอื่นๆภายในภาพ นั่นคือสามารถให้ความสำคัญแก่ส่วนของภาพนี้ได้มากเป็นพิเศษ นอกจากนี้การเข้าถึงชุดรหัสข้อมูลแบบสุ่มยังเอื้ออำนวยต่อการดำเนินการพิเศษภายในภาพ เช่นการหมุนภาพ (rotation) การเลื่อนภาพ (translation) การปรับขนาดภาพ (scaling) การกรองภาพ (filtering) และการแยกลักษณะพิเศษของภาพ (feature extraction)

- ความทนทานต่อค่าผิดพลาด (Robustness to bit-errors): มาตรฐานควรจะมีความทนทานต่อค่าผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นในการส่งข้อมูลผ่านช่องสื่อสารที่มีความผิดพลาดสูง เช่นในช่องการสื่อสารแบบไร้สาย (wireless communication channels) ส่วนของชุดรหัสข้อมูลบางส่วนอาจมีความสำคัญมากในการกำหนดคุณภาพของภาพ ดังนั้นจึงต้องมีการป้องกันความผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นกับส่วนข้อมูลนี้เป็นพิเศษ บางครั้งความผิดพลาดเพียงจุดเดียวอาจก่อให้เกิดความผิดพลาดสะสมและทำให้ไม่สามารถถอดรหัสข้อมูลที่ส่งผ่านช่องสัญญาณมาได้ (catastrophic decoding failures)
- สถาปัตยกรรมแบบเปิด (Open architecture): ด้วยคุณลักษณะนี้ มาตรฐานสามารถรองรับอุปกรณ์เสริมในการบีบอัดข้อมูลภาพแบบต่างๆให้เหมาะสมกับอุปกรณ์การประยุกต์แบบต่างๆได้ กล่าวคืออุปกรณ์ถอดรหัสอาจประกอบด้วยเครื่องมือพื้นฐานในการถอดรหัส และอุปกรณ์ในการอ่านชุดรหัสข้อมูล สำหรับเครื่องมือเสริมพิเศษสำหรับภาพแบบต่างๆจะถูกส่งมาให้กับอุปกรณ์ถอดรหัสจากต้นทางก่อนการส่งข้อมูลภาพแบบนั้นๆ
- การเข้ารหัสและการถอดรหัสแบบเวลาจริง (Real time coding): มาตรฐานจะต้องสามารถบีบอัดข้อมูลภาพได้ภายในการอ่านข้อมูลภาพเพียงครั้งเดียว และขยายข้อมูลภาพได้ภายในการอ่านชุดรหัสข้อมูลเพียงครั้งเดียวเช่นกัน โดยข้อมูลของภาพ และชุดรหัสข้อมูลที่ผ่านการบีบอัดอาจเรียงลำดับหรือไม่ก็ได้ ด้วยคุณลักษณะดังกล่าวนี้จะทำให้สามารถส่งข้อมูลภาพและรับข้อมูลภาพแบบทันทีได้

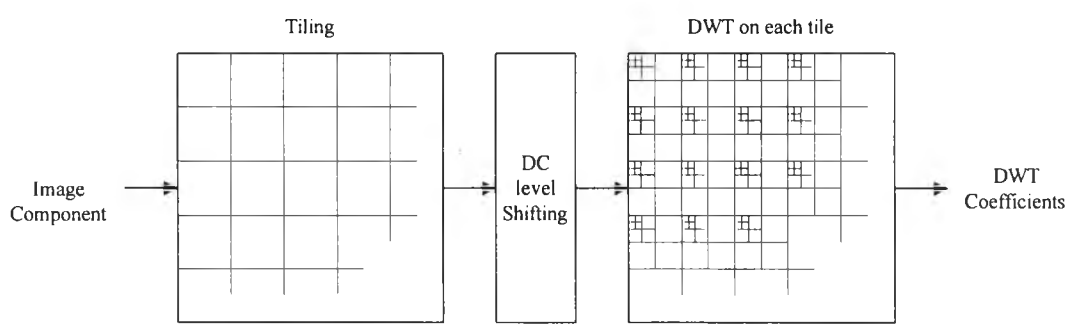
2.3 สถาปัตยกรรมของมาตรฐาน

แผนภาพของอุปกรณ์เข้ารหัสและถอดรหัสตามมาตรฐานเจเพ็ก2000 แสดงไว้ดังรูปที่ 2.1 ซึ่งสังเกตได้ว่าการเข้ารหัสข้อมูลภาพจะมีลักษณะเช่นเดียวกับการเข้ารหัสที่ใช้การแปลงโดยทั่วไป [4] กล่าวคือ ข้อมูลภาพจะถูกแปลงแบบเวฟเล็ต แล้วสัมประสิทธิ์ของการแปลงจะถูกควอนไตซ์ (Quantize) และเข้ารหัสแบบเอนโทรปี ได้เป็นชุดรหัสข้อมูลซึ่งก็คือข้อมูลภาพที่ถูกบีบอัดแล้ว (Compressed Image Data) สำหรับอุปกรณ์ถอดรหัสจะทำหน้าที่ย้อนกลับกับอุปกรณ์เข้ารหัส นั่นคือ ชุดรหัสข้อมูลจะถูกถอดรหัสแบบเอนโทรปี และดีควอนไตซ์ (Dequantize) จากนั้นจึงผ่านกระบวนการแปลงข้อมูลกลับ ทำให้ได้ข้อมูลภาพที่ถูกสร้างขึ้นใหม่ (Reconstructed image data) ซึ่งอาจมีลักษณะเช่นเดียวกับภาพต้นแบบ (การบีบอัดข้อมูลแบบที่ไม่มีการสูญเสีย) หรือมีคุณภาพที่ด้อยกว่าภาพต้นแบบ (การบีบอัดข้อมูลแบบที่มีการสูญเสีย) ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวิธีการแปลงแบบเวตเล็ตและระดับขั้นของการควอนไตซ์ที่เลือกใช้



รูปที่ 2.1 อุปกรณ์เข้ารหัสและถอดรหัสตามมาตรฐานเจเพ็ก2000

มาตรฐานเจเพ็ก2000 ใช้หลักการแบ่งภาพเป็นส่วนย่อย (Tiling) กล่าวคือภาพต้นแบบจะถูกแบ่งออกเป็นสี่เหลี่ยมย่อยๆที่ไม่ซ้อนทับกัน โดยแต่ละส่วนจะถูกเข้ารหัสอย่างเป็นอิสระต่อกัน ราวกับว่าไม่ได้เป็นภาพเดียวกัน การแบ่งภาพเป็นส่วนย่อยในลักษณะนี้เป็นการแบ่งภาพแบบที่แยกส่วนต่างๆของภาพได้ชัดเจนที่สุด กล่าวคือภาพที่ถูกแบ่งจะมีลักษณะเหมือนแถบกระเบื้อง จึงเรียกภาพย่อยๆแต่ละส่วนว่า "image tile" ดังแสดงในรูปที่ 2.2 ภาพย่อยแต่ภาพมีขนาดเท่ากันยกเว้นส่วนขอบด้านขวาและด้านล่างของภาพซึ่งอาจต้องมีการเพิ่มข้อมูลเพื่อให้ขนาดเท่ากับภาพย่อยๆส่วนอื่น โดยขนาดของภาพย่อยจะมีขนาดเป็นจำนวนเท่าของสอง การแบ่งภาพเป็นส่วนย่อยในลักษณะนี้จะช่วยลดความต้องการหน่วยความจำของระบบในการเข้ารหัส รวมทั้งเป็นวิธีหนึ่งในการกำหนดพื้นที่ซึ่งสนใจเป็นพิเศษภายในภาพได้อย่างมีประสิทธิภาพ และก่อนการคำนวณการแปลงเวฟเล็ตในแต่ละภาพย่อย ข้อมูลในภาพทั้งหมดจะถูกย้ายค่าระดับดีซี (DC level shifting) โดยการลบค่าที่เท่ากัน (นั่นคือ ค่าเฉลี่ยของภาพ) ออกจากข้อมูลทั้งหมด ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 การแบ่งภาพเป็นส่วนย่อย และการย้ายค่าระดับดีซีเพื่อการแปลงเวฟเล็ต

2.4 การแปลงเวฟเล็ต (Wavelet transform)

การแปลงเวฟเล็ตมีลักษณะคล้ายกับการแปลงฟูริเยร์ (Fourier transform) [5] ซึ่งเป็นการแยกสัญญาณที่สนใจออกเป็นองค์ประกอบของสัญญาณไซน์และโคไซน์หลายๆความถี่ การแปลงเวฟเล็ตจะทำการแยกสัญญาณที่สนใจออกเป็นองค์ประกอบของสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบหรือสัญญาณเวฟเล็ตแม่แบบ (Original wavelet or Mother wavelet) ที่มีการเลื่อนทางเวลา (Time

shifting) และมีการปรับขนาด (Scaling) ของสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบนั้น โดยสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบที่ใช้ในการวิเคราะห์จะต้องมีคุณสมบัติเป็นสัญญาณที่มีขอบเขตจำกัด (limited duration) และมีค่าเฉลี่ยของสัญญาณเป็นศูนย์

พิจารณาการวิเคราะห์สัญญาณ $f(t)$ โดยการแปลงฟูริเยร์ตามสมการของการแปลงฟูริเยร์

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}\,dt$$

ผลการแปลงที่ได้จากการแปลงฟูริเยร์จะเรียกว่าเป็นค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงฟูริเยร์ (Fourier transform coefficients, $F(\omega)$) ดังนั้นในทำนองเดียวกัน การวิเคราะห์สัญญาณโดยการแปลงเวฟเล็ตแบบต่อเนื่อง (Continuous Wavelet Transform; CWT) สามารถกำหนดได้โดยสมการ

$$C(scale, position) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\Psi(scale, position, t)dt$$

ผลการแปลงที่ได้จากสมการดังกล่าวจะเรียกว่าเป็นค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ต (Wavelet transform coefficients, C) โดยค่าสัมประสิทธิ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันของขนาดและตำแหน่ง ซึ่งเป็นตัวแทนของสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบที่มีขนาดและ ตำแหน่งต่างๆกัน และประกอบกันเป็นสัญญาณที่สนใจ

การปรับขนาดเป็นการกำหนดให้สัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบที่ใช้ในการวิเคราะห์มีการยืดหรือหดขนาดได้ ซึ่งเปรียบเสมือนเป็นการทำให้สัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบมีความถี่สูงขึ้นหรือต่ำลง ในลักษณะเดียวกันกับการวิเคราะห์สัญญาณโดยการแปลงฟูริเยร์ที่ใช้คลื่นรูปไซน์และโคไซน์ที่ความถี่ต่างๆกันมาประกอบกันเป็นสัญญาณที่พิจารณา สำหรับการเลื่อนเวลาของสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบเป็นการเปลี่ยนตำแหน่งของสัญญาณ ดังนั้นเมื่อประยุกต์ใช้ทั้งการปรับขนาดและการเลื่อนเวลาในการวิเคราะห์ จะทำให้สามารถวิเคราะห์สัญญาณที่ต้องการได้เป็นองค์ประกอบของความถี่ต่างๆที่มีข้อมูลทางเวลาปรากฏอยู่ด้วย

ในการวิเคราะห์สัญญาณโดยการแปลงเวฟเล็ต มีวิธีการที่ตรงไปตรงมาโดยเริ่มจากการกำหนดขนาดและตำแหน่งของสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบเริ่มต้น แล้วนำค่าสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบดังกล่าวไปเปรียบเทียบกับสัญญาณที่สนใจ จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ของผลการแปลงสำหรับสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบที่ขนาดและเวลานั้น จากนั้นจึงทำการเลื่อนตำแหน่งของสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบและเปรียบเทียบให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์สำหรับสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบตลอดช่วงของสัญญาณ แล้วจึงทำการเปลี่ยนขนาดของสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบและเปรียบเทียบกับสัญญาณที่สนใจตลอดช่วงสัญญาณ ค่าของสัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ตที่สมบูรณ์จะได้จากการกระทำตามวิธีดังกล่าววนซ้ำไปจนครอบคลุมขนาดและตำแหน่งของสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด

2.4.1 การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย (Discrete wavelet transform)

เนื่องจากการแปลงเวฟเล็ตแบบต่อเนื่องซึ่งใช้การคำนวณเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงจากสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบทุกขนาดที่เป็นไปได้ ทำให้ได้ข้อมูลมากเกินความจำเป็น อันที่จริงแล้ว ถ้าเลือกตำแหน่งและขนาดของสัญญาณเวฟเล็ตต้นแบบที่เหมาะสม สามารถทำการแปลงเวฟเล็ตได้สมบูรณ์โดยไม่จำเป็นต้องคำนวณสัมประสิทธิ์ทั้งหมด ยกตัวอย่างเช่นการเลือกขนาดและตำแหน่งของฟังก์ชันพื้นฐานให้เป็นค่าสองยกกำลังใดๆ (Dyadic scales and positions) แนวคิดดังกล่าวนี้เรียกว่าการแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย (Discrete Wavelet Transform; DWT)

ในปี ค.ศ. 1988 มอลแลต [6] ได้เสนอขั้นตอนวิธีในการแปลงเวฟเล็ตโดยการประยุกต์ใช้วงจรกรองซึ่งมีหลักการตามวิธีการแยกสัญญาณด้วยเครื่องเข้ารหัสสัญญาณแถบความถี่ย่อยสองช่อง (Two-channel subband coder) ซึ่งประกอบด้วยวงจรกรองผ่านต่ำและวงจรกรองผ่านสูง รวมเรียกว่าชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์ (Analysis filter) ด้วยหลักการนี้ จะทำให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์ในการแปลงที่รวดเร็ว จึงอาจเรียกขั้นตอนวิธีนี้ว่าการแปลงเวฟเล็ตแบบเร็ว (Fast wavelet transform) และข้อมูลที่ได้จากชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์มี 2 ประเภทคือ

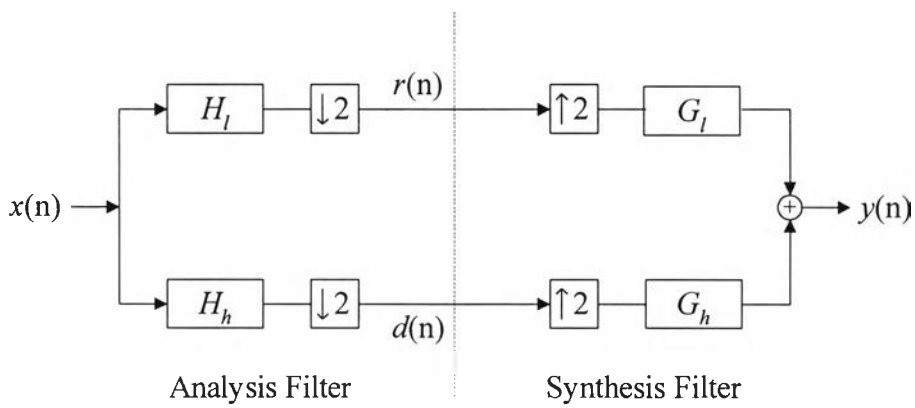
- ข้อมูลที่เป็นค่าประมาณของสัญญาณหรือค่าเฉลี่ย (Approximations) ซึ่งเป็นองค์ประกอบความถี่ต่ำของสัญญาณ (Low-frequency components or high-scale) ได้จากสัญญาณที่ผ่านวงจรกรองผ่านต่ำ
- ข้อมูลที่เป็นรายละเอียด (Details) ซึ่งเป็นองค์ประกอบความถี่สูงของสัญญาณ (High-frequency or low-scale) ได้จากสัญญาณที่ผ่านวงจรกรองผ่านสูง

เมื่อสัญญาณถูกผ่านเข้าสู่ชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์สำหรับการแปลงเวฟเล็ตแล้ว จะได้จุดสัญญาณขององค์ประกอบความถี่ต่ำและองค์ประกอบความถี่สูงมีจำนวนเท่าๆกัน โดยมีจำนวนเท่ากับจุดสัญญาณที่ผ่านชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์ เช่น หากสัญญาณตัวอย่างมีความยาว 1,000 จุด เมื่อผ่านชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์จะได้องค์ประกอบความถี่ต่ำและองค์ประกอบความถี่สูงมีความยาว 1,000 จุดเช่นเดียวกัน แสดงว่าปริมาณข้อมูลที่ได้จากการแปลงเวฟเล็ตมีเพิ่มมากขึ้น ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวจึงมีการสุ่มให้จุดสัญญาณมีจำนวนลดลง (Downsampling) หลังจากสัญญาณผ่านชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์ ซึ่งโดยปกติแล้วจะทำการสุ่มให้จุดสัญญาณลดลงเหลือครึ่งหนึ่งของสัญญาณที่ผ่านจากทั้งวงจรกรองผ่านต่ำและวงจรกรองผ่านสูงของชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์

สำหรับการแปลงกลับเวฟเล็ต สามารถทำได้โดยใช้กระบวนการตรงข้ามกับการแปลงเวฟเล็ต กล่าวคือ สัญญาณจะถูกขยายให้มีจุดสัญญาณเพิ่มขึ้น (Upsampling) โดยให้มีจำนวนของจุดสัญญาณเท่ากับจำนวนของจุดสัญญาณก่อนการสุ่มให้จุดสัญญาณลดลง นั่นคือทำการขยายให้จุด

สัญญาณมีจำนวนเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า โดยการเติมค่า 0 ลงไปแทนที่สัญญาณในส่วนที่ถูกสุ่มออกไป ในกระบวนการแปลงเวฟเล็ต จากนั้นจึงผ่านสัญญาณดังกล่าวเข้าสู่ชุดวงจรกรองแบบสังเคราะห์ (Synthesis filter) ซึ่งประกอบด้วยคู่วงจรกรองผ่านต่ำและวงจรกรองผ่านสูงซึ่งมีความสัมพันธ์ที่ถูกต้องกับคู่วงจรกรองผ่านต่ำและวงจรกรองผ่านสูงของชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์ และเมื่อนำสัญญาณที่ได้จากคู่วงจรกรองผ่านต่ำและวงจรกรองผ่านสูงของชุดวงจรกรองแบบสังเคราะห์มารวมกันแล้วจะได้เป็นสัญญาณเดิมก่อนการแปลงเวฟเล็ต

รูปที่ 2.3 แสดงชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์และชุดวงจรกรองแบบสังเคราะห์สำหรับการแปลงเวฟเล็ตและการแปลงกลับเวฟเล็ตตามลำดับ [7] โดยสัญญาณเข้า $x(n)$ จะถูกผ่านเข้าสู่ชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์ซึ่งประกอบด้วยวงจรกรองผ่านต่ำ H_l และวงจรกรองผ่านสูง H_h สัญญาณที่ผ่านวงจรกรองทั้งสองจะถูกลุ่มลดจำนวนสัญญาณลงครึ่งหนึ่ง ได้เป็นสัญญาณค่าเฉลี่ย $r(n)$ และสัญญาณรายละเอียด $d(n)$ ซึ่งรวมเป็นค่าสัมประสิทธิ์ของผลของการแปลงเวฟเล็ต และเมื่อทำการแปลงกลับสัญญาณค่าเฉลี่ย $r(n)$ และสัญญาณรายละเอียด $d(n)$ จะถูกขยายให้มีจำนวนสัญญาณเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าซึ่งเป็นจำนวนเท่ากับก่อนถูกสุ่มลดจำนวน จากนั้นจึงผ่านสัญญาณดังกล่าวเข้าสู่ชุดวงจรกรองแบบสังเคราะห์ซึ่งประกอบด้วยวงจรกรองผ่านต่ำ G_l และวงจรกรองผ่านสูง G_h โดยผลรวมของสัญญาณที่ได้จากวงจรกรองทั้งสองเป็นสัญญาณออก $y(n)$ ซึ่งในกรณีการแปลงเวฟเล็ตแบบไม่มีการสูญเสีย จะได้สัญญาณ $y(n)$ มีลักษณะเหมือนกับสัญญาณ $x(n)$ ทุกประการ



รูปที่ 2.3 ชุดวงจรกรองพื้นฐานสำหรับการแปลงเวฟเล็ตและการแปลงกลับ

สำหรับการเลือกค่าของสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองที่ใช้ในการแปลงเวฟเล็ตและการแปลงกลับเวฟเล็ต คู่ของชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์และชุดวงจรกรองแบบสังเคราะห์จะต้องมีคุณสมบัติเป็น Quadrature mirror filters เพื่อให้สามารถสร้างสัญญาณกลับคืนมาได้อย่างสมบูรณ์ (Perfect Reconstruction; PR) โดยมีขั้นตอนการออกแบบคู่ของชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์และชุดวงจรกรองแบบสังเคราะห์ภายใต้เงื่อนไขของการแปลง z ดังนี้

1. เลือกวงจรกรองผลคูณ (Product filter) $P(z)$ ให้สอดคล้องกับสมการ

$$P(z)-P(-z)=2z^{-l}$$

เมื่อ l คือ เวลาหน่วงระหว่างสัญญาณเข้าและสัญญาณออก

2. แยกตัวประกอบของ $P(z)$ ตามความสัมพันธ์

$$P(z)=H_l(z)G_l(z)$$

จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองผ่านต่ำของชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์และชุดวงจรกรองแบบสังเคราะห์ตามลำดับ

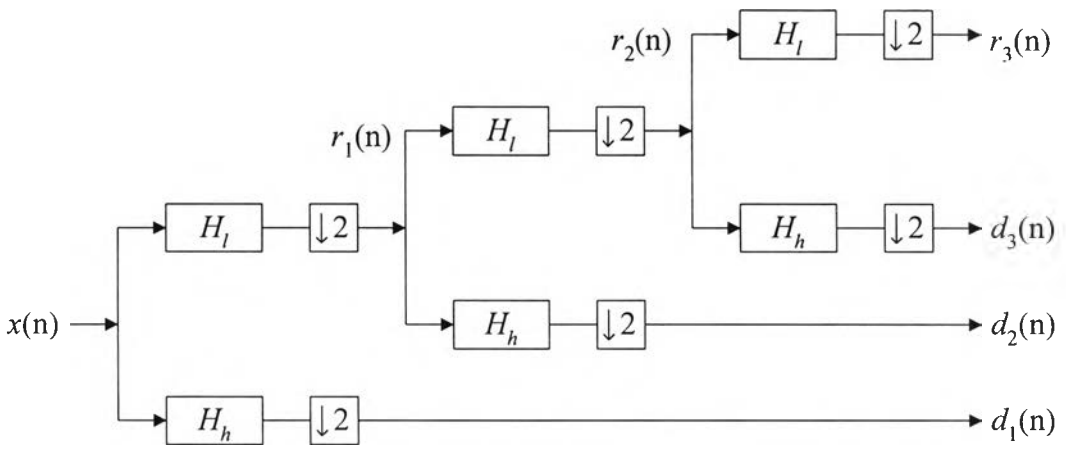
3. สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองผ่านสูง สามารถหาได้จากความสัมพันธ์

$$H_h(z)=G_l(-z)$$

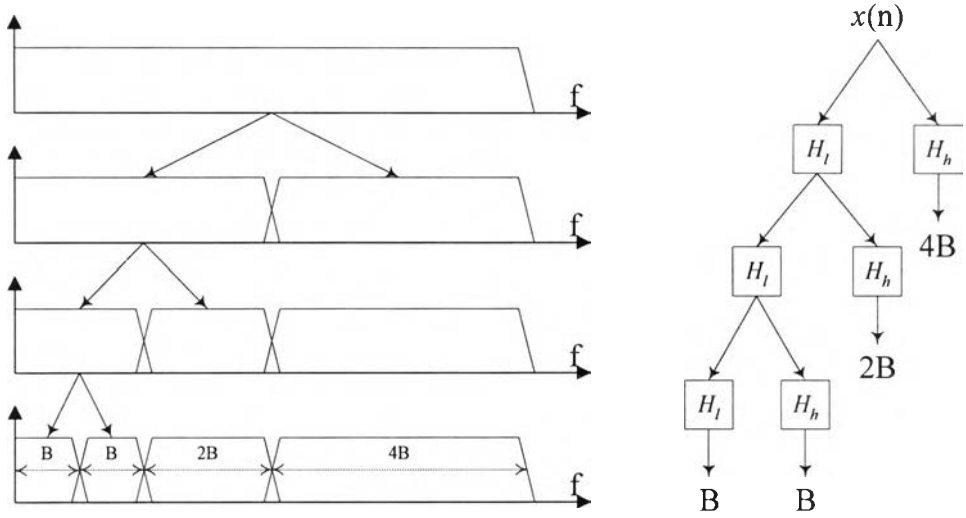
และ

$$G_h(z)=-H_l(-z)$$

ในทางปฏิบัติของการแปลงเวฟเล็ต สามารถนำสัญญาณที่จะทำการวิเคราะห์ผ่านวงจรกรองหลายๆขั้นได้ โดยใช้ข้อมูลค่าเฉลี่ยหรือองค์ประกอบความถี่ต่ำที่ได้จากวงจรกรองผ่านต่ำของชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์ในขั้นแรกเป็นสัญญาณเข้าสำหรับชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์ในขั้นต่อไป การแปลงเวฟเล็ตในลักษณะนี้เรียกว่าการแปลงเวฟเล็ตที่มีการแยกส่วนประกอบแบบต้นไม้ (Wavelet decomposition tree) ดังแสดงในรูปที่ 2.4 และสัญญาณจะถูกแบ่งออกเป็นองค์ประกอบความถี่ต่างๆที่แถบความถี่ตามระดับขั้นของการแปลง ดังแสดงในรูปที่ 2.5



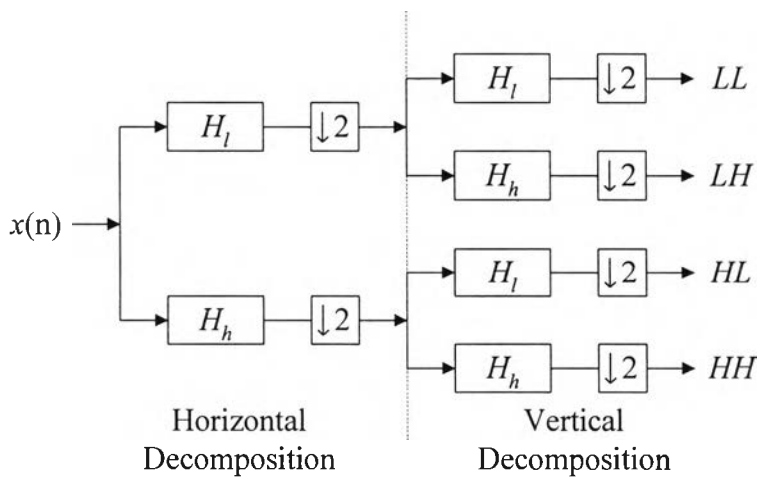
รูปที่ 2.4 การแปลงเวฟเล็ตที่มีการแยกส่วนประกอบแบบต้นไม้



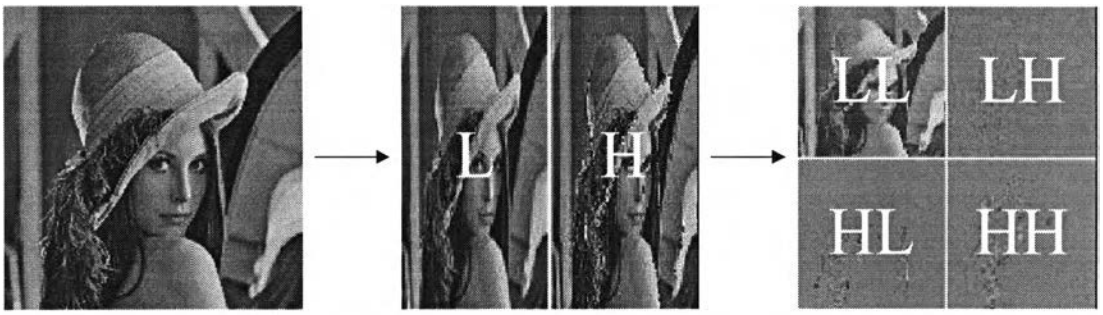
รูปที่ 2.5 แถบความถี่ของสัญญาณที่ผ่านวงจรกรองแยกตามส่วนประกอบแบบต้นไม้

2.4.2 การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยสำหรับข้อมูลภาพขนาดสองมิติ

การแปลงเวฟเล็ตที่ใช้สำหรับข้อมูลภาพขนาดสองมิติจะมีลักษณะเป็นการแปลงค่าความเข้มของจุดภาพในตำแหน่งต่างๆของรูปให้เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ต การแปลงเวฟเล็ตสำหรับรูปภาพซึ่งเป็นข้อมูลขนาดสองมิติสามารถใช้วิธีเดียวกับการแปลงเวฟเล็ตสำหรับข้อมูลแบบหนึ่งมิติ โดยอาศัยกระบวนการเพิ่มเติมเพียงเล็กน้อยดังนี้ ทำการแปลงเวฟเล็ตโดยเลือกเรียงข้อมูลภาพในแนวนอนหรือแนวตั้ง แนวใดแนวหนึ่งซึ่งเป็นข้อมูลแบบ 1 มิติก่อน เมื่อผ่านข้อมูลดังกล่าวเข้าสู่ชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์และค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ตที่ได้ถูกสุ่มลดจำนวนลงครึ่งหนึ่งแล้วจึงนำค่าสัมประสิทธิ์ดังกล่าวมาผ่านชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์ชุดเดิมอีกครั้งโดยเรียงข้อมูลภาพอีกแนวหนึ่งให้ต่างจากแนวที่เลือกไว้ในการแปลงเวฟเล็ตครั้งแรก เมื่อสัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ตทั้งหมดถูกสุ่มลดจำนวนลงครึ่งหนึ่งอีกครั้ง จะได้ผลของการแปลงเวฟเล็ตแบบสองมิติที่ถูกต้อง ดังแสดงในรูปที่ 2.6 และ 2.7



รูปที่ 2.6 แผนภาพแสดงวิธีการแปลงเวฟเล็ตสำหรับข้อมูลภาพขนาดสองมิติ

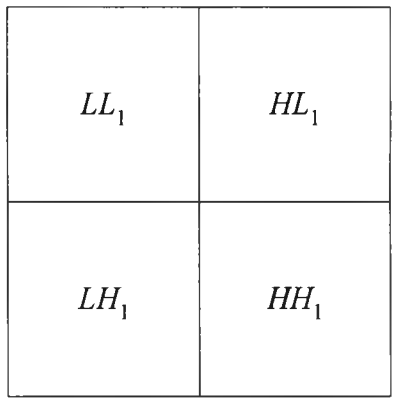


รูปที่ 2.7 การแปลงเวฟเล็ตสำหรับข้อมูลภาพขนาดสองมิติ

สังเกตได้ว่า การแปลงเวฟเล็ตของข้อมูลภาพขนาดสองมิติจะต้องทำการแปลงเวฟเล็ตสองครั้ง และได้ภาพเป็นส่วนประกอบย่อยๆ 4 ส่วน โดยค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ตแต่ละค่าจะแทนตำแหน่งภาพซึ่งเป็นพื้นที่ครอบคลุมจุดภาพขนาด 2×2 จุดภาพในภาพต้นแบบ และองค์ประกอบทั้ง 4 ส่วนเกิดจากการผ่านข้อมูลภาพในแนวนอนและในแนวตั้งเข้าสู่คู่วงจรกรองผ่านต่ำและวงจรกรองผ่านสูงของชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์ในการแปลงเวฟเล็ตตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 2.8 และมีรายละเอียดตามตารางที่ 2.1

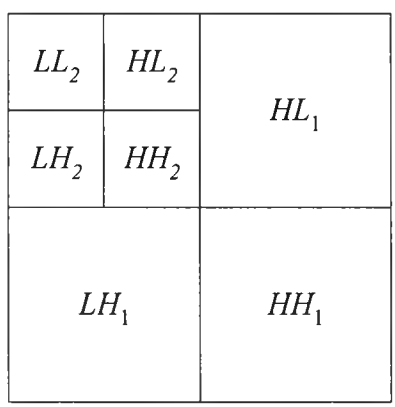
ตารางที่ 2.1 องค์ประกอบของการแปลงเวฟเล็ตสำหรับข้อมูลภาพขนาดสองมิติ

ข้อมูลภาพตามแนวนอน (Horizontal axis; X-axis)	ข้อมูลภาพตามแนวตั้ง (Vertical axis; Y-axis)	สัญลักษณ์	ชื่อเรียก
วงจรกรองผ่านต่ำ	วงจรกรองผ่านต่ำ	*LL*	ค่าเฉลี่ยของภาพ (Approximation)
วงจรกรองผ่านต่ำ	วงจรกรองผ่านสูง	*LH*	รายละเอียดของภาพตามแนวนอน (Horizontal Detail)
วงจรกรองผ่านสูง	วงจรกรองผ่านต่ำ	*HL*	รายละเอียดของภาพตามแนวตั้ง (Vertical Detail)
วงจรกรองผ่านสูง	วงจรกรองผ่านสูง	*HH*	รายละเอียดของภาพตามแนวทแยง (Diagonal Detail)



รูปที่ 2.8 การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยระดับแรก

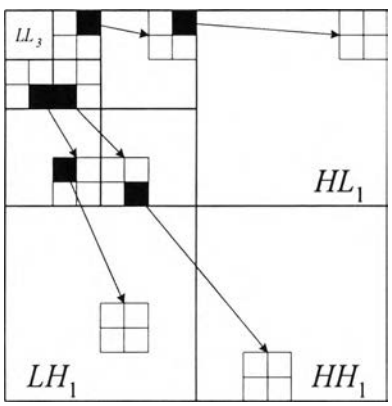
ในทำนองเดียวกันกับการแปลงเวฟเล็ตแบบ 1 มิติ การแปลงเวฟเล็ตสำหรับข้อมูลภาพขนาดสองมิติสามารถแบ่งผลการแปลงให้เป็นหลายระดับได้ โดยการทำการแปลงเวฟเล็ตแบบสองมิติซ้ำที่ค่าสัมประสิทธิ์ในส่วนของค่าเฉลี่ยของภาพหรือแถบความถี่ LL ได้เป็นส่วนประกอบที่เล็กลงอีก 4 ส่วน ดังแสดงในรูปที่ 2.9 กระบวนการดังกล่าวสามารถทำวนซ้ำจนกระทั่งได้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ระดับตามต้องการ โดยในระดับที่สูงขึ้นแต่ละระดับ ค่าสัมประสิทธิ์ของผลการแปลงเวฟเล็ตจะแทนพื้นที่ของจุดภาพในรูปภาพต้นแบบมากขึ้นเป็น 4 เท่า แต่มีความกว้างของแถบความถี่เล็กลงครึ่งหนึ่ง ทั้งนี้เนื่องจากผลของคู่วงจรกรองผ่านต่ำและผ่านสูงของชุดวงจรแบบวิเคราะห์ร่วมกับการสุ่มลดค่าหลังจากการกรองสัญญาณ



รูปที่ 2.9 การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยระดับที่สอง

ค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ตที่ระดับต่างๆจะมีความสัมพันธ์กันในลักษณะต้นไม้แบบควอด (Quadtree) กล่าวคือ ค่าสัมประสิทธิ์ที่ระดับใดๆจะมีความสัมพันธ์กับเซตของค่าสัมประสิทธิ์ที่ระดับต่ำกว่าในตำแหน่งภาพต้นแบบเดียวกัน ยกเว้นที่ระดับสูงสุด โดยค่าสัมประสิทธิ์ที่ระดับสูงกว่าจะเรียกว่าเป็นโหนดพ่อแม่ (Parent node) ในขณะที่ทุกค่าสัมประสิทธิ์ที่ตำแหน่งภาพต้นแบบเดียวกันในระดับต่ำกว่า 1 ระดับจะเรียกว่าเป็นโหนดลูก (Child nodes)

สำหรับโหนดพ่อแม่ใดๆ ค่าสัมประสิทธิ์ที่ตำแหน่งภาพต้นแบบเดียวกันในระดับที่ต่ำกว่าทุกๆ ระดับจะเรียกว่าโหนดลูกหลาน (Descendant nodes) และสำหรับโหนดลูกใดๆ ค่าสัมประสิทธิ์ที่ตำแหน่งภาพต้นแบบเดียวกันในระดับที่สูงกว่าทุกๆระดับจะเรียกว่าโหนดบรรพบุรุษ (Ancestor nodes) โหนดพ่อแม่ทุกโหนดจะมีโหนดลูกจำนวน 4 โหนด ในแถบความถี่ย่อยแบบเดียวกันที่ระดับต่ำลง 1 ระดับ ยกเว้นที่ระดับสูงสุด โดยที่ระดับสูงสุดนี้โหนดพ่อแม่ในแถบความถี่ย่อย LL จะมีโหนดลูกเพียง 3 โหนดคือ โหนดที่อยู่ในแถบความถี่ย่อย LH , HL และ HH ความสัมพันธ์ของต้นไม้ในลักษณะดังกล่าวนี้แสดงได้ดังรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 ความสัมพันธ์แบบต้นไม้ในการแปลงเวฟเล็ต

การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วยของข้อมูลภาพมีทั้งแบบที่ย้อนกลับไม่ได้ (Irreversible transform) และแบบที่ย้อนกลับได้ (Reversible transform) โดยสอดคล้องกับการบีบอัดข้อมูลภาพแบบที่มีการสูญเสีย และการบีบอัดข้อมูลภาพแบบไม่มีการสูญเสียตามลำดับ มาตรฐานเจเพ็ก2000 กำหนดค่ามาตรฐาน (Default) ของการแปลงแบบที่ย้อนกลับได้ให้ใช้เป็นชุดวงจรกรองแบบ 5 แท็ป/ 3 แท็ป (5/3 filter) [8] ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ดังแสดงในตารางที่ 2.2 และ 2.3 ตามลำดับ อย่างไรก็ตาม ผู้ใช้สามารถกำหนดให้ใช้วงจรกรองแบบอื่นๆได้

ตารางที่ 2.2 สัมประสิทธิ์ของชุดวงจรกรองแบบวิเคราะห์ของวงจรกรองแบบ 5/ 3

สัมประสิทธิ์วงจรกรองแบบวิเคราะห์		
i	วงจรกรองผ่านต่ำ $H_l(i)$	วงจรกรองผ่านสูง $H_h(i)$
0	6/8	1
± 1	2/8	$-1/2$
± 2	$-1/8$	—

ตารางที่ 2.3 สัมประสิทธิ์ของชุดวงจรกรองแบบสังเคราะห์ของวงจรกรองแบบ 5/ 3

สัมประสิทธิ์วงจรกรองแบบสังเคราะห์		
i	วงจรกรองผ่านต่ำ $G_l(i)$	วงจรกรองผ่านสูง $G_h(i)$
0	1	6/8
± 1	1/2	$-2/8$
± 2	—	$-1/8$

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ตจากชุดวงจรกรองสามารถทำได้ 2 วิธีคือ วิธีใช้ผลการประสาน (Convolution-based) และวิธีลิฟติง (Lifting-based) โดยในการคำนวณด้วยวิธีทั้งสอง สัญญาณขาเข้าของวงจรกรองจะถูกเพิ่มให้มีลักษณะเป็นรายคาบ เรียกว่า การขยายสัญญาณให้เป็นรายคาบแบบสมมาตร (Periodic Symmetric Extension) ดังแสดงในรูปที่ 2.11 การกระทำดังกล่าวทำเพื่อให้แน่ใจว่ากระบวนการของวงจรกรองที่เกิดขึ้นที่บริเวณขอบของสัญญาณเข้ามีค่าต่อเนื่อง กล่าวคือมีค่าของสัญญาณเข้าที่สอดคล้องกับสัมประสิทธิ์ทุกตัวของวงจรกรองที่ใช้ ดังนั้นจำนวนค่าของสัญญาณเข้าที่เพิ่มขึ้นที่บริเวณขอบจะมีจำนวนขึ้นอยู่กับความยาวของวงจรกรองที่ใช้ (Filter-length dependent)

รูปที่ 2.11 การขยายสัญญาณให้เป็นรายคาบแบบสมมาตรสำหรับสัญญาณ ABCDEFG

- <u>การคำนวณโดยใช้ผลการประสาน</u> สามารถทำได้อย่างตรงไปตรงมาด้วยการคำนวณอนุกรมของผลคูณเชิงสเกลาร์ (Dot product) ระหว่างชุดของวงจรกรองกับสัญญาณเข้า 1 มิติที่เพิ่มค่าที่บริเวณขอบแล้ว
- <u>การคำนวณโดยวิธีลิฟติง</u> อาศัยลำดับของการคำนวณอย่างง่ายๆสลับไปมาระหว่างค่าของสัญญาณในตำแหน่งคู่ และตำแหน่งคี่ กล่าวคือค่าของสัญญาณในตำแหน่งคี่จะถูกเปลี่ยนไปด้วยค่าของผลบวกของสัญญาณในตำแหน่งคู่ที่ถูกถ่วงน้ำหนัก และค่าของสัญญาณในตำแหน่งคู่จะถูกเปลี่ยนไปด้วยค่าของผลบวกของสัญญาณในตำแหน่งคี่ที่ถูกถ่วงน้ำหนัก และในกรณีการแปลงข้อมูลแบบย้อนกลับได้ ผลของการคำนวณทั้งหมดจะถูกปัดเศษให้มีค่าเป็นจำนวนเต็ม ตัวอย่างของการคำนวณการแปลงเวฟเล็ตของชุดวงจรกรอง 5/3 โดยใช้วิธีลิฟติงเป็นไปตามสมการดังต่อไปนี้

$$y(2n+1) = x_{ext}(2n+1) - \left\lceil \frac{x_{ext}(2n) + x_{ext}(2n+2) - 1}{2} \right\rceil$$

$$y(2n) \quad = x_{ext}(2n) + \left\lfloor \frac{y(2n-1) + y(2n+1) + 2}{4} \right\rfloor$$

เมื่อ x_{ext} คือสัญญาณขาเข้าที่เพิ่มสัญญาณที่ขอบแล้ว

y คือสัญญาณขาออก

$\lfloor a \rfloor$ คือเลขจำนวนเต็มสูงสุดที่มีค่าไม่มากกว่า a

$\lceil a \rceil$ คือเลขจำนวนเต็มต่ำสุดที่มีค่าไม่น้อยกว่า a

2.5 การควอนไตซ์

การควอนไตซ์เป็นกระบวนการที่สัมประสิทธิ์ของการแปลงถูกลดความแม่นยำลง โดยทั่วไปแล้วกระบวนการนี้จะเป็นกระบวนการที่ย้อนกลับไม่ได้ หรือเป็นกระบวนการที่ก่อให้เกิดการสูญเสียข้อมูล ยกเว้นในกรณีที่ขนาดของขั้นของการควอนไตซ์ (Quantization step) มีค่าเป็น 1 และค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงทั้งหมดมีค่าเป็นจำนวนเต็ม ตัวอย่างเช่นค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการแปลงเวฟเล็ตโดยใช้ชุดวงจรกรอง 5/3

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลง $a_b(u,v)$ ของแถบความถี่ย่อย b แต่ละค่าจะถูกควอนไตซ์ให้เป็นค่า $q_b(u,v)$ ตามสมการ

$$q_b(u,v) = \text{sign}(a_b(u,v)) \left\lfloor \frac{|a_b(u,v)|}{\Delta_b} \right\rfloor$$

โดย $\text{sign}(a)$ คือฟังก์ชันที่ให้เครื่องหมายของ a

Δ_b คือขนาดของขั้นของการควอนไตซ์

ขั้นของการควอนไตซ์ Δ_b จะมีขนาดขึ้นอยู่กับค่าพิสัยพลวัต (Dynamic range) R_b ของแถบความถี่ย่อย b ด้วยค่าเลขชี้กำลัง (Exponent) ε_b และค่าเมนเทสซา (Mantissa) μ_b ดังสมการ

$$\Delta_b = 2^{R_b - \varepsilon_b} \left(1 + \frac{\mu_b}{2^{11}} \right)$$

โดยค่าพิสัยพลวัต R_b ขึ้นอยู่กับจำนวนบิตที่ใช้ในการแทนค่าภาพต้นแบบและวิธีการแปลงเวฟเล็ตที่ใช้

2.6 การเข้ารหัสแบบเอนโทรปี

การบีบอัดข้อมูลจะสามารถทำได้มากขึ้นโดยการเข้ารหัสแบบเอนโทรปี ซึ่งเป็นรหัสที่ไม่มีการสูญเสียและย้อนกลับได้ ตัวอย่างของรหัสเอนโทรปี ได้แก่ รหัสฮอฟแมน (Huffman code) รหัสเลมเพล-ซิฟ (Lempel-Ziv code) หรือ รหัสคณิตศาสตร์ (Arithmetic code) โดยทั่วไปแล้ว รหัสเอนโทรปีจะมีลักษณะคือ คำรหัสที่ใช้จำนวนบิตน้อยจะถูกกำหนดให้กับสัญลักษณ์ที่มีความน่าจะเป็นในการเกิดมากและคำรหัสที่ใช้จำนวนบิตมากจะถูกกำหนดให้กับสัญลักษณ์ที่มีความน่าจะเป็นในการเกิดน้อย ดังนั้นค่าเฉลี่ยของจำนวนบิตสำหรับรหัสลักษณะนี้จะมีค่าต่ำสุด