

บทที่ 3

ทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง

3.1 ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน (Transfer function)

โดยทั่วไป สมการที่ใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเข้า (Input) และตัวแปรออก (Output) ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) ซึ่งได้จากการหา สมการอนุรักษ์มวล (Mass Balance) และ สมการอนุรักษ์พลังงาน (Energy Balance) ซึ่งจะอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ ตามเวลา (Time Domain) ซึ่งเขียนในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\tau_n Y_{(t)}^{(n)} + \tau_{n-1} Y_{(t)}^{(n-1)} + \dots + \tau_1 Y_{(t)}' + Y_{(t)} = KX_{(t)} \quad (3.1)$$

โดยที่ X เป็นตัวแปรเข้า Y เป็นตัวแปรออกของระบบ K และ τ เป็นค่าคงที่ n เป็นอันดับ (Order) ของอนุพันธ์ ดังนั้นในการที่เราจะทราบค่าตัวแปรออก Y จะต้องทำการแก้สมการอนุพันธ์นี้วิธีหนึ่งที่นิยมใช้กันก็คือการใช้ ลاپลาซทรานส์ฟอร์ม (Laplace transform) โดยจะเปลี่ยนจากสมการอนุพันธ์ตามเวลาเป็นลาปลาซโดเมน (Laplace Domain) หรือเรียกว่าเอส-โดเมน (S-Domain) จากสมการข้างบนเมื่อใช้ลาปลาซทรานส์ฟอร์มจะได้ดังสมการที่ 3.2

$$(\tau_n S^n + \tau_{n-1} S^{n-1} + \dots + \tau_1 S + 1)Y_{(s)} = KX_{(s)} \quad (3.2)$$

เมื่อเราจัดรูปให้อยู่ในรูปของอัตราส่วนระหว่างตัวแปรออกและตัวแปรเข้า ($Y_{(s)}/X_{(s)}$) เราเรียกว่า ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันใช้สัญลักษณ์ $G_{(s)}$

$$G_{(s)} = \frac{Y_{(s)}}{X_{(s)}} = \frac{K}{(\tau_n S^n + \tau_{n-1} S^{n-1} + \dots + \tau_1 S + 1)} \quad (3.3)$$

เราสามารถทราบคุณสมบัติของระบบได้จากทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันได้แก่ ความมีเสถียรภาพของระบบ (System Stable) ความว่องไวของตัวแปรออก เมื่อตัวแปรเข้ามีการเปลี่ยนแปลงและขนาดของตัวแปรออกที่เปลี่ยนไปเมื่อตัวแปรเข้ามีการเปลี่ยนไปหนึ่งหน่วย ตัวอย่างเช่น

$$G_{(s)} = \frac{5}{(10s + 1)} \quad (3.4)$$

3.2 ไทม์ดีเลย์ (Time Delay)

โดยทั่วไปมักจะเกิดกับระบบที่มีการเคลื่อนที่ของมวลและตำแหน่งที่ทำการวัดค่าตัวแปรกับตำแหน่งที่ตัวแปรมีการเปลี่ยนแปลงอยู่คนละที่กันตัวแปรต้องเสียเวลาในการเดินทางมายังตำแหน่งที่มีการวัด ในแบบจำลองกระบวนการที่มีไทม์ดีเลย์จะใช้ฟังก์ชันหน่วยเวลา $U(t-T)$ มาคูณกับฟังก์ชันปกติมีความหมายว่ามีการหน่วงเวลาออกไป T หน่วยเวลาเช่น

$$Y_{(t)} = F_{(t)}U_{(t-T)} \quad (3.5)$$

เมื่อทำการแปลงเป็นลาปลาซจะได้

$$Y_{(s)} = F_{(s)}e^{-Ts} \quad (3.6)$$

สำหรับทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่มีไทม์ดีเลย์จะอยู่ในรูป $G_{(s)}e^{-Ts}$ เช่นไทม์ดีเลย์เท่ากับ 5 หน่วยเวลาจะอยู่ในรูป

$$G_{(s)} = \frac{5}{(10s + 1)}e^{-5s} \quad (3.7)$$

3.3 ความไม่แน่นอนของแบบจำลอง (Model-inherent uncertainty)

ในสภาวะปฏิบัติการจริงตัวแปรและค่าคงที่บางตัวไม่ได้มีค่าคงที่แน่นอนตายตัวอยู่ที่ค่าใดค่าหนึ่งแต่จะมีการแกว่งตัวเป็นช่วง (Range) ตัวอย่างเช่น ค่าคงที่ทางจลนพลศาสตร์ (Kinetic Constant) คุณสมบัติทางกายภาพของสาร (Physical properties) ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเท ความแปรปรวนของอัตราการไหลกับอุณหภูมิ และยังมีค่าคงที่ที่ได้จากเครื่องมือวัด ดังนั้นในพจน์ใดหรือค่าคงที่ตัวใดที่มีผลรวมของตัวแปรเหล่านี้อยู่ จะเป็นพจน์หรือค่าคงที่ที่มีความไม่แน่นอนไปด้วย ดังนั้นในการแสดงแบบจำลองของกระบวนการแบบไม่แน่นอน (Process-uncertainty Model) นี้จะเป็นตัวแทนของระบบได้ดีกว่าและสมจริงมากกว่าแบบจำลองที่เป็นค่าคงที่ตายตัว (Fixed Model) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$G(s) = \frac{X_1}{(X_2 S + 1)} e^{-X_3 s} \quad (3.8)$$

$$X_{1L} \leq X_1 \leq X_{1U}$$

$$X_{2L} \leq X_2 \leq X_{2U}$$

$$X_{3L} \leq X_3 \leq X_{3U}$$

โดยที่

X_{nL} คือ ขอบเขตล่างของความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์

(Vector of lower bounds of uncertainty parameter)

X_{nU} คือ ขอบเขตบนของความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์

(Vector of upper bounds of uncertainty parameter)

ตัวอย่างเช่น

$$G(s) = \frac{K}{(\tau S + 1)} e^{-\tau s} \quad (3.9)$$

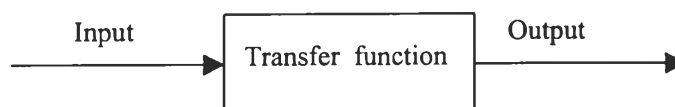
$$4.5 \leq K \leq 5.5$$

$$8.5 \leq \tau \leq 11.5$$

$$4.0 \leq T \leq 6.0$$

3.4 บล็อกไดอะแกรม (Block diagram)

คือ แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรภายในระบบ หรือ ภายในกระบวนการที่อยู่ในรูปของลาปลาซโดเมนซึ่งประกอบด้วย 3 ส่วน คือ ตัวแปรเข้า ตัวแปรออก และทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน โดยการเขียนมีรูปแบบ ดังนี้

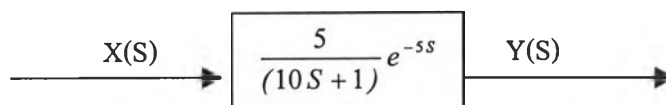


รูปที่ 3.1 โครงสร้างบล็อกไดอะแกรม

เช่น จากตัวอย่าง

$$\frac{Y(S)}{X(S)} = G(s) = \frac{5}{(10S+1)} e^{-5s} \quad (3.10)$$

จะเขียนได้ดังนี้



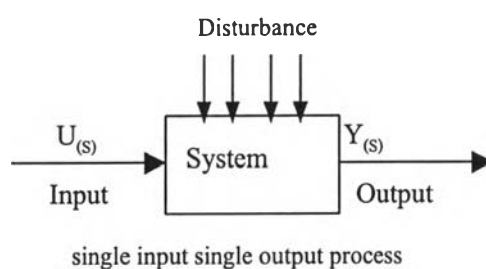
รูปที่ 3.2 บล็อกไดอะแกรมจากสมการ (3.10)

การเขียนบล็อกไดอะแกรมทำให้พิจารณาและทำความเข้าใจการทำงานของระบบได้ดีขึ้น และง่ายขึ้น ดังนั้นการออกแบบตัวควบคุม (Controller) และการเลียนแบบกระบวนการ (Simulation) จะต้องผ่านขั้นตอนการเขียนบล็อกไดอะแกรมเสมอ นอกจากนี้เราสามารถจะเปลี่ยน

ระบบที่มีความยุ่งยากซับซ้อนที่ประกอบด้วยบล็อกไคอะแกรมหลายๆ มาเป็นระบบง่ายที่มี บล็อก ไคอะแกรมน้อยลง โดยมีวิธีการยุบบล็อกหรือรวมบล็อกได้

3.5 ระบบตัวแปรเข้าและตัวแปรออกเพียงตัวเดียว (Single-Input Single-Output : SISO)

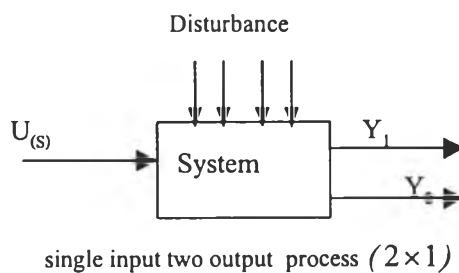
เป็นระบบแบบง่ายๆ ที่มีตัวแปรเข้าระบบหนึ่งตัวและตัวแปรออกจากระบบหนึ่งตัวเท่านั้น ระบบแบบนี้เป็นที่ง่ายต่อการศึกษาและการออกแบบตัวควบคุม



รูปที่ 3.3 โครงสร้างของระบบ SISO

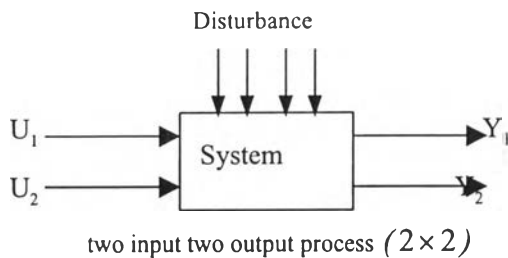
3.6 ระบบตัวแปรเข้าและตัวแปรออกหลายตัว (Multi-Input Multi-Output : MIMO)

เป็นระบบที่มีตัวแปรเข้าระบบมากกว่าหนึ่งตัว หรือระบบที่มีตัวแปรออกจากระบบมากกว่าหนึ่งตัว หรือระบบที่มีทั้งตัวแปรเข้าและตัวแปรออกมากกว่าหนึ่งตัวก็ได้ ระบบ MIMO ที่จะกล่าวถึงจะเป็น (2×1) และ (2×2) เป็นระบบที่น่าศึกษาและไม่ยากจนเกินไป สำหรับระบบที่เป็นแบบ (2×1) จะมีตัวแปรเข้าหนึ่งตัวและตัวแปรออกสองตัว



รูปที่ 3.4 โครงสร้างระบบที่เป็นแบบ (2×1)

สำหรับระบบที่เป็นแบบ (2x2) จะมีตัวแปรเข้าสองตัวและตัวแปรออกสองตัว



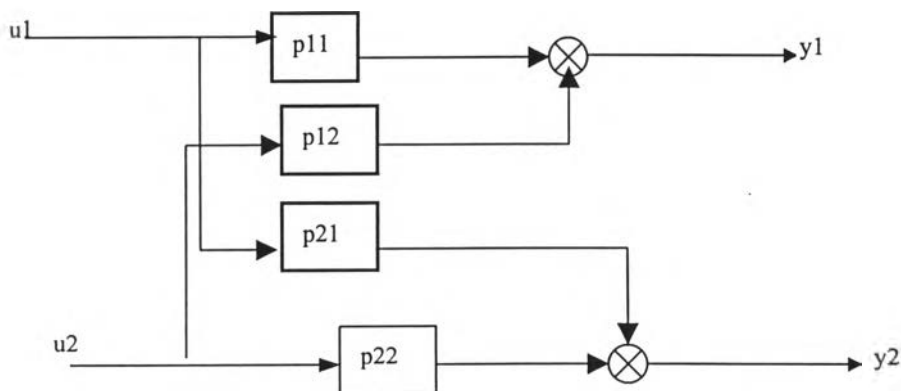
รูปที่ 3.5 โครงสร้างระบบที่เป็นแบบ (2x2)

3.7 อินเตอร์แอคชัน (Interaction)

ในระบบที่มีขนาดตั้งแต่ (2x2) ขึ้นไปจะมีผลของการเกิดอินเตอร์แอคชันเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรเข้าตัวที่ 1 ไปมีผลต่อตัวแปรออกตัวที่ 2 และการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรเข้าตัวที่ 2 ไปมีผลต่อตัวแปรออกตัวที่ 1 ถ้าเราเขียนทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันอยู่ในรูปของเมทริกซ์ อินเตอร์แอคชันก็คือ สมาชิกที่อยู่นอกเส้นทแยงมุมของเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

หรือเขียนอยู่ในรูปบล็อกไดอะแกรม

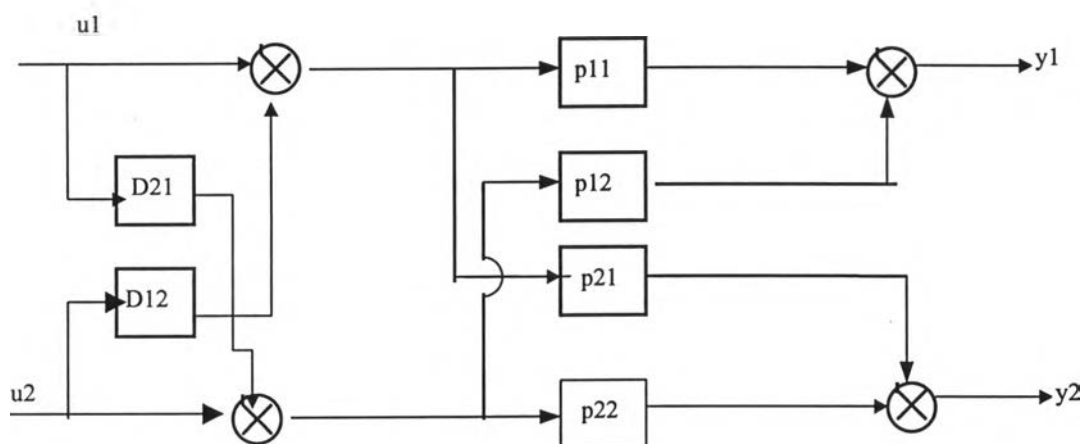


รูปที่ 3.6 โครงสร้างระบบ (2x2) ที่มีอินเตอร์แอคชัน

ส่วนของอินเตอร์แอคชันก็ คือ p_{12} กับ p_{21} จะเห็นว่าเมื่อ u_1 มีการเปลี่ยนไปนอกจากจะทำให้ y_1 มีการเปลี่ยนแปลงแล้วยังทำให้ y_2 มีการเปลี่ยนแปลงด้วยจะเห็นว่าเมื่อ u_2 มีการเปลี่ยนไปนอกจากจะทำให้ y_2 มีการเปลี่ยนแปลงแล้วยังทำให้ y_1 มีการเปลี่ยนแปลงด้วย จึงทำให้การออกแบบตัวควบคุมแบบ MIMO มีความยุ่งยากมากกว่า SISO เพราะต้องคำนึงถึงผลของอินเตอร์แอคชันด้วย

3.8 ดีคัปเปอร์ (Decoupler)

เนื่องจากปัญหาของการเกิดอินเตอร์แอคชันที่เกิดขึ้นกับระบบ MIMO ทำให้การออกแบบตัวควบคุมมีความยุ่งยากมากกว่า SISO จึงได้มีการคิดวิธีการดีคัปเปอร์ขึ้น โดยทำการเติมตัวดีคัปเปอร์ซึ่งเป็นทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันเข้าไปในระบบ MIMO ซึ่งจะส่งผลให้การเกิดอินเตอร์แอคชันลดลง



รูปที่ 3.7 โครงสร้างระบบ (2x2) ที่มีการใส่ ดีคัปเปอร์

หาค่าทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันระหว่าง y_1 กับ u_2 และ y_2 กับ u_1

$$\frac{y_1}{u_2} = D_{12}p_{11} + p_{12} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{y_2}{u_1} = D_{21}p_{22} + p_{21} = 0 \quad (3.12)$$

$$D_{12} = -\frac{p_{12}}{p_{11}} \quad (3.13)$$

$$D_{21} = -\frac{p_{21}}{p_{22}} \quad (3.14)$$

หาค่าทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันระหว่าง y_1 กับ u_1 และ y_2 กับ u_2

$$\frac{y_1}{u_1} = p_{11} + \frac{p_{21}p_{12}}{p_{22}} \quad (3.15)$$

$$\frac{y_2}{u_2} = p_{22} + \frac{p_{12}p_{21}}{p_{11}} \quad (3.16)$$

เขียนอยู่ในรูปของเมตริก

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} + p_{21}p_{12}/p_{22} & 0 \\ 0 & p_{22} + p_{12}p_{21}/p_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

3.9 โอเวอร์ไรด์ (Override system)

ระบบควบคุมแบบ (2x2) จะมีจำนวนตัวแปรควบคุม (Control variable) เท่ากับจำนวน ตัวแปรที่ใช้ในการปรับ (Manipulated variable) คือ เท่ากับ 2 เช่น

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

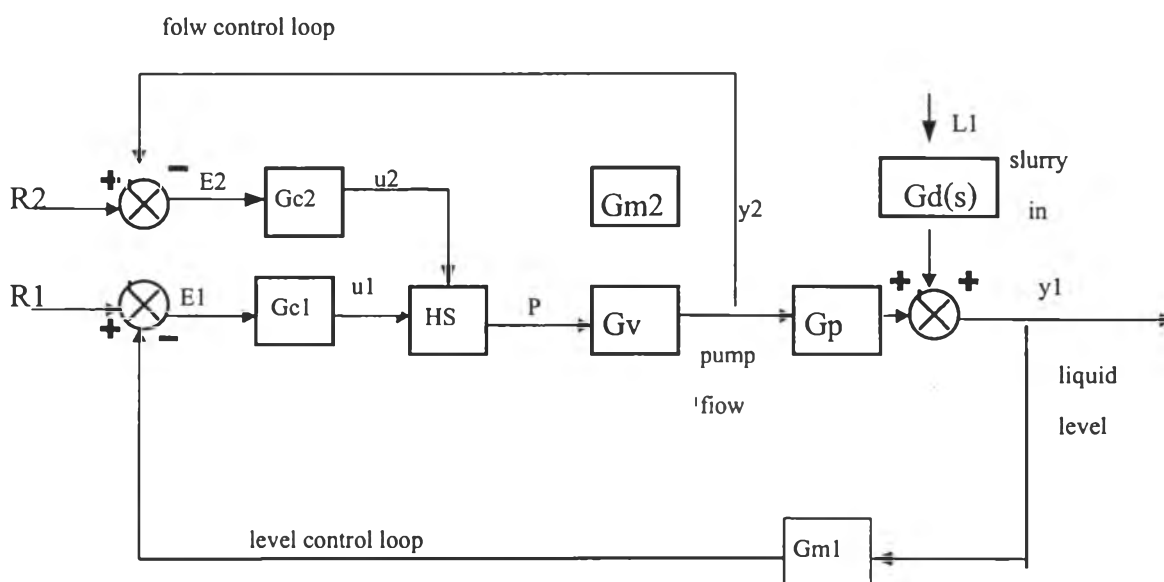
จะมีจำนวนตัวแปรควบคุมอยู่ 2 ตัว คือ y_1 และ y_2 จำนวนตัวแปรที่ใช้ในการปรับ 2 ตัว คือ u_1 และ u_2 ดังนั้นเราสามารถจะเลือกการควบคุม y_1 โดยการปรับ u_1 ควบคุม y_2 โดยการปรับ u_2 ได้แต่ถ้าเป็น

ระบบ (2x1) จะมีปัญหาที่สำคัญ คือ มีจำนวนตัวแปรที่ต้องการควบคุมมากกว่าตัวแปรใช้ในการปรับเช่น

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} u(s)$$

จะมีจำนวนตัวแปรควบคุมอยู่ 2 ตัว คือ y_1 และ y_2 จำนวนตัวแปรที่ใช้ในการปรับ 1 ตัว คือ $u(s)$ โดยที่เราจะต้องควบคุมทั้ง y_1 และ y_2 โดยการปรับ $u(s)$ เพียงตัวเดียวเท่านั้น ดังนั้นจึงเป็นไปได้ ใน การที่จะควบคุมตัวแปรทั้ง 2 ตัวไม่ให้เกิดการเบี่ยงเบนจากเซ็ทพอยท์หรือเกิดออฟเซต (offset)

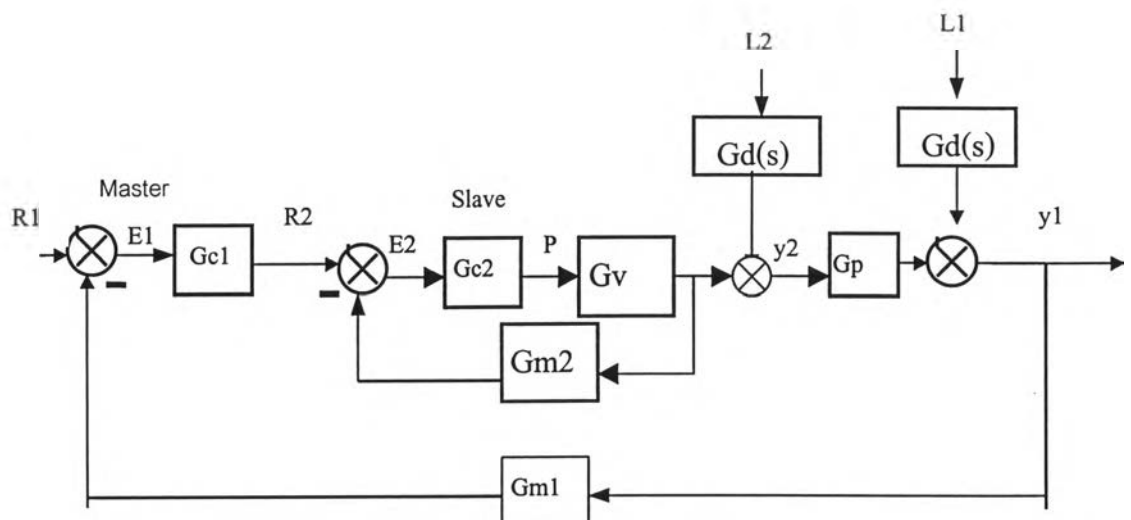
เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรภาวะ (Load) หรือ เซ็ทพอยท์ สำหรับปัญหาที่ตัวแปรควบคุมมากกว่าตัวแปรปรับนั้น มีวิธีพลิกแพลงในการใช้ตัวแปรปรับร่วมกันเรียกว่าโอเวอร์ไรด์ (Override) หรือ การควบคุมแบบเลือก (Selective control) โดยการใช้ตัวคัดเลือกสัญญาณ (Selector) เลือกสัญญาณที่ออกจากตัวควบคุม ชนิดของตัวคัดเลือกสัญญาณมีอยู่ 2 ชนิด คือ ตัวเลือกสัญญาณสูงเรียกว่า High Selector (HS) ถ้าเลือกเอาสัญญาณต่ำเรียกว่า Low Selector (LS)



รูปที่ 3.8 บล็อกไดอะแกรมแสดงระบบโอเวอร์ไรด์

3.10 การควบคุมแบบคาสเคด (Cascade)

คาสเคดเป็นระบบที่พัฒนาขึ้นมาเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพให้กับระบบควบคุมแบบป้อนกลับ (feed-back) ได้มีผู้เสนอขึ้นมาครั้งแรกในปี 1994 โดย Kapasouris และ Gilbert โดยการเพิ่มลูฟป้อนกลับ (feed-back loop) เข้าไปในลูฟป้อนกลับเดิมโดยการเพิ่มจุดวัดสัญญาณอีกหนึ่งจุดและเพิ่มตัวควบคุมอีกหนึ่งตัวทำให้เกิดเป็นลูฟป้อนกลับสองอันซ้อนกันอยู่



รูปที่ 3.9 บล็อกไดอะแกรมของการควบคุมแบบ คาสเคด

ลูฟใน (inner loop) เรียกว่า ลูฟรอง (Slave loop)

ลูฟนอก (outer loop) เรียกว่าลูฟหลัก (Master loop)

ตัวควบคุมของลูฟหลัก (Master controller) จะส่งเซ็ทพอยท์ให้กับตัวควบคุมลูฟรอง (Slave controller) ข้อสำคัญลูฟในจะต้องเร็วกว่า ลูฟนอกมิฉะนั้นจะใช้งานไม่ได้

จากรูปที่ 3.9 เขียนทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของลูฟปิด (close loop transfer function) ของคาสเคดดัง

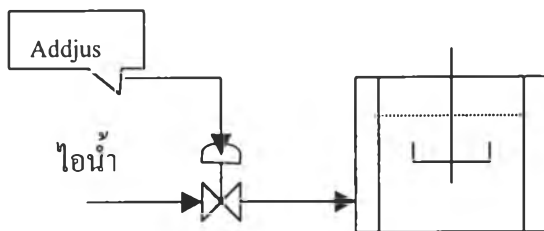
สมการที่ 3.17

$$\frac{C1}{R1} = \frac{Gc1Gc2GvGp}{1 + Gc2Gm2 + Gc1GvGpGm1} \tag{3.17}$$

ถ้าเป็นลูฟป้อนกลับ ($Gc2 = 1, Gm2 = 0$)

$$\frac{C1}{R1} = \frac{Gc1GvGp}{1 + Gc1GvGpGm1} \tag{3.18}$$

เมื่อเปรียบเทียบความเสถียรภาพพบว่า ระบบคาสเคดมีค่า Kc มากกว่าของระบบป้อนกลับ ทำให้ระบบคาสเคดมีค่าไทม์คอนสแตนต์ที่น้อยกว่าของระบบป้อนกลับ อีกประการหนึ่งระบบการควบคุมแบบคาสเคด มีความไวต่อความผิดพลาดของแยะจำลองน้อยกว่าระบบควบคุมแบบป้อนกลับ เมื่อพิจารณาการทำงานของระบบควบคุมแบบคาสเคดเป็นวิธีการควบคุมตัวแปรภายในที่อยู่ระหว่างเซ็นเซอร์และ ตัวแปรที่ต้องการควบคุม (response) ให้มีค่าเหมาะสมที่จะทำให้ตัวแปรที่ต้องการควบคุมเข้าสู่เซ็ทพอยท์วิธีการเช่นนี้จะทำให้การควบคุมมีประสิทธิภาพดีขึ้น ได้ตัวอย่างเช่น



รูปที่ 3.10 ระบบการควบคุมอุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์

ระบบของเราเป็นระบบให้ความร้อนโดยการเปิดวาล์วของท่อไอน้ำ เพื่อให้ไอน้ำไหลเข้าไปในแจ็กเก็ตเพื่อให้ความร้อนกับสารที่อยู่ภายในเครื่องปฏิกรณ์ ดังนั้นในการควบคุมอุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์ทำได้โดยการปรับวาล์วท่อไอน้ำ เพื่อปรับอัตราการไหลของไอน้ำ ถ้าเราใช้การควบคุมแบบป้อนกลับตัวควบคุมจะทำการวัดอุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์เทียบกับเซ็ทพอยท์ ถ้าอุณหภูมิที่วัดได้ต่ำกว่าเซ็ทพอยท์ ก็จะสั่งให้เปิดวาล์วโดยไม่ทราบอุณหภูมิของแจ็กเก็ตเลยในช่วงใกล้ถึงเซ็ทพอยท์แม้ว่าอุณหภูมิของแจ็กเก็ตสูงกว่าเครื่องปฏิกรณ์ แต่อุณหภูมิเครื่องปฏิกรณ์ยัง

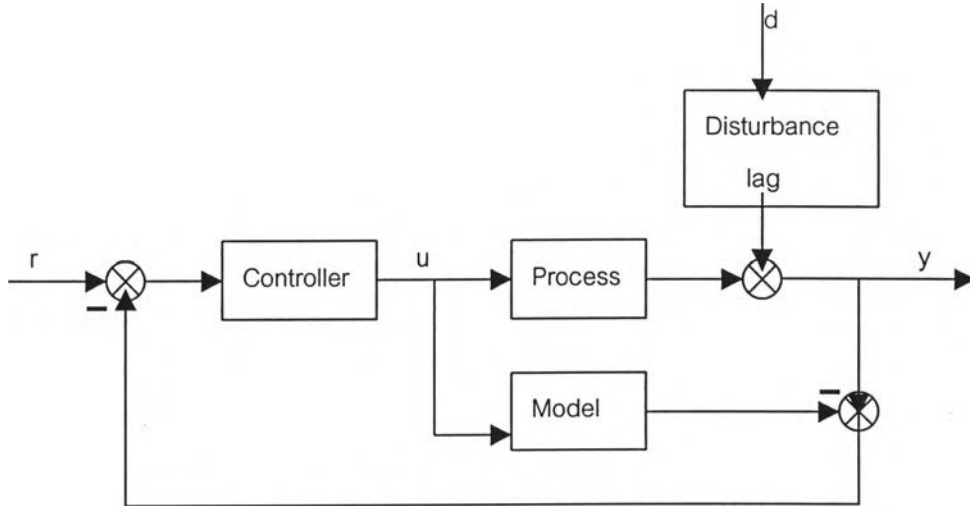
ต่ำกว่าเซ็ทพอยท์อยู่ ตัวควบคุมยังคงสั่งให้เปิดวาล์วต่อไปอีกซึ่งเป็นสาเหตุทำให้เกิดโอเวอร์ชูตมากขึ้นไปอีกถ้าระบบควบคุมเป็นแบบคาสเคดจะมีการวัดอุณหภูมิของแจ็กเก็ตด้วย ดังนั้นในช่วงใกล้เซ็ทพอยท์ แม้ว่าอุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์จะต่ำกว่าเซ็ทพอยท์แต่อุณหภูมิของแจ็กเก็ตสูงกว่าอุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์แล้วตัวควบคุมจะหยุดการให้ความร้อนทำให้ลดการเกิดโอเวอร์ชูตลดลงได้

3.11 การควบคุมแบบโมเดลภายใน (Internal model control: IMC)

IMC คือระบบการควบคุมที่ใช้แบบจำลองภายใน (internal model control) ได้ถูกเสนอขึ้นมาครั้งแรกโดย Morari และ Zafiriou (1989) โดยการเติมแบบจำลองเข้าไปในตัวควบคุมแบบป้อนกลับแล้วนำผลลัพธ์ที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากกระบวนการ ค่าที่ได้จากการเปรียบเทียบ เรียกว่า ความคลาดเคลื่อนของแบบจำลอง (modeling error) เพื่อช่วยในการออกแบบตัวควบคุม โครงสร้างของ IMC มีอยู่ด้วยกัน 2 ชนิด

3.11.1 การควบคุมแบบ โมเดลภายในที่มีองศาอิสระเท่ากับ 1

(One degree-of-freedom IMC control system)



รูปที่ 3.11 โครงสร้างของโมเดลภายในที่มีองศาอิสระเท่ากับ 1

จะให้ได้ดีกับระบบที่ไม่มีสิ่งรบกวน (disturbance) หรือมีบ้างเล็กน้อย ทราานส์เฟอร์ฟังก์ชันของลูพปิด

สำหรับการเปลี่ยนแปลงเซ็ทพอยท์ของ IMC มีชื่อเรียกว่า Sensitivity function: T

$$T = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{PQ}{1 + (P - M)Q} \quad (3.19)$$

P = Process M = model Q = controller

กรณีของแบบจำลองที่ถูกต้องสมบูรณ์ (perfect model) เราต้องการ $y(s)/r(s) = 1$

$$\frac{PQ}{1+(P-M)Q} = 1 \quad (3.20)$$

$$PQ = 1 + PQ - MQ \quad (3.21)$$

$$Q = \frac{1}{M} \quad (3.22)$$

$$Q_{perfect} = \frac{1}{M} \quad (3.23)$$

ถ้าเป็นแบบจำลองที่ใช้จริง (Real model) เราจะได้ว่า $y(s)/r(s) = 1/(\tau_f s + 1)$

$$\frac{PQ}{1+(P-M)Q} = \frac{1}{\tau_f s + 1} \quad (3.24)$$

$$PQ\tau_f s + PQ = 1 + PQ - MQ \quad (3.25)$$

$$Q(P\tau_f s + M) = 1 \quad (3.26)$$

$$Q = \frac{1}{P\tau_f s + M} \quad (3.27)$$

สมมติฐาน $P = M$

$$Q = \frac{1}{M(\tau_f s + 1)} \quad (3.28)$$

$$Q_{real} = Q_{perfect} \times \frac{1}{\tau_f s + 1} \quad (3.27)$$

ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุม IMC ตามวิธีของ Morari (1989) มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 แบ่ง $G_m(s)$ เป็น $G^-_m(s)$ กับ $G^+_m(s)$

$G^-_m(s)$ เรียกว่า invertstible part เป็นส่วนที่มีเสถียรภาพ(stability) ได้แก่ pole ที่เป็นลบ

$G^+_m(s)$ เรียกว่า non-invertstible part เป็นส่วนที่ไม่มีเสถียรภาพ(unstable) ได้แก่ pole ที่

เป็นบวก และเดคไทม์ (time-delay)

ขั้นที่2 หาตัวควบคุมแบบ Perfect model จะได้

$$Q = \frac{1}{G_m(s)} \tag{3.27}$$

ขั้นที่3 หาตัวควบคุมที่จะใช้จริงโดยการคูณด้วย Filter: $G_f(s)$ จะได้

$$Q = G_f(s)[G_m(s)]^{-1} \tag{3.28}$$

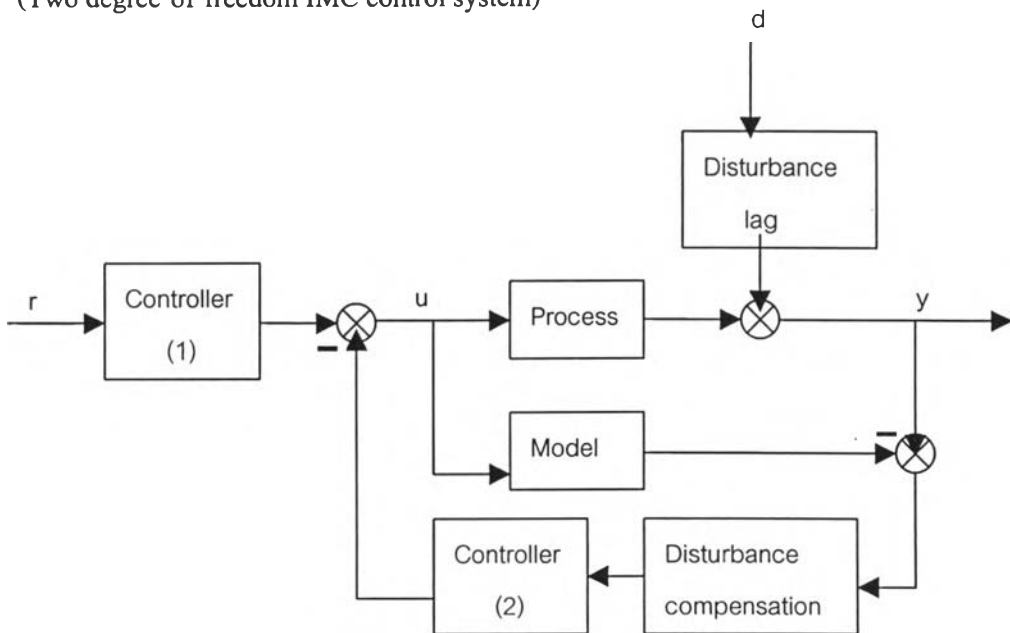
โดยที่ $G_f(s) = \frac{1}{(\tau_f s + 1)^N}$

N คือ เลขจำนวนเต็มที่ทำให้ผลรวมของทราเนเฟอร์ฟังก์ชันของตัวควบคุม (controller: Q) มีผลลัพธ์ที่ กำลังของส่วนมากกว่าหรือเท่ากับกำลังของเศษเช่น first order มีค่าN=1 เป็นต้นเมื่อดูพารามิเตอร์ของ ตัวควบคุม Q จะเห็นว่าไม่มีตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวคือ τ_f ซึ่งการหาค่า τ_f อธิบายไว้ในหัวข้อของการ

Tuning

3.11.2 การควบคุมแบบโมเดลภายในที่มีองศาความอิสระเท่ากับ 2

(Two degree-of-freedom IMC control system)



รูปที่ 3.12 โครงสร้างของโมเดลภายในที่มีองศาความอิสระเท่ากับ 2

ออกแบบมาเพื่อใช้กับระบบที่มีสิ่งรบกวนมากๆ หรือรุนแรงส่วนที่แตกต่างไปจากแบบแรก คือ ตัวควบคุม จะแยกเป็น 2 ตัว เพื่อแบ่งแยกการทำงานตัวที่อยู่ภายนอกลูฟใช้ สัญลัษณ์ (1) ซึ่งแทนตัว ควบคุมที่ทำงาน (active) เฉพาะเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงเซ็ทพอยท์เท่านั้น สัญลัษณ์ (2) แทนตัวควบคุม ซึ่งอยู่ภายในลูฟ ทำงานตลอดเวลา เมื่อมีสิ่งรบกวนเข้ามาจะทำงานร่วมกับตัวกำจัดการรบกวน (Disturbance – compensation) ซึ่งจะกำจัดผลของสิ่งรบกวนให้หมดไป ทำให้ตัวควบคุมทำงานเสมือน กับสถานะที่ไม่มีสิ่งรบกวน ทรานส์เฟอ์ฟังก์ชันของลูฟปิดของ IMC สำหรับสิ่งรบกวนที่มีการเปลี่ยนแปลง มีชื่อเรียกว่า Sensitivity function : S

$$S = \frac{y(s)}{d(s)} = \frac{(1 - MQQ_d)P_d}{1 + (P - M)QQ_d} \quad (3.29)$$

P = Disturbance lag

Q_d = Disturbance compensation

$$Q = \frac{1}{M(\tau_f s + 1)} \quad (3.30)$$

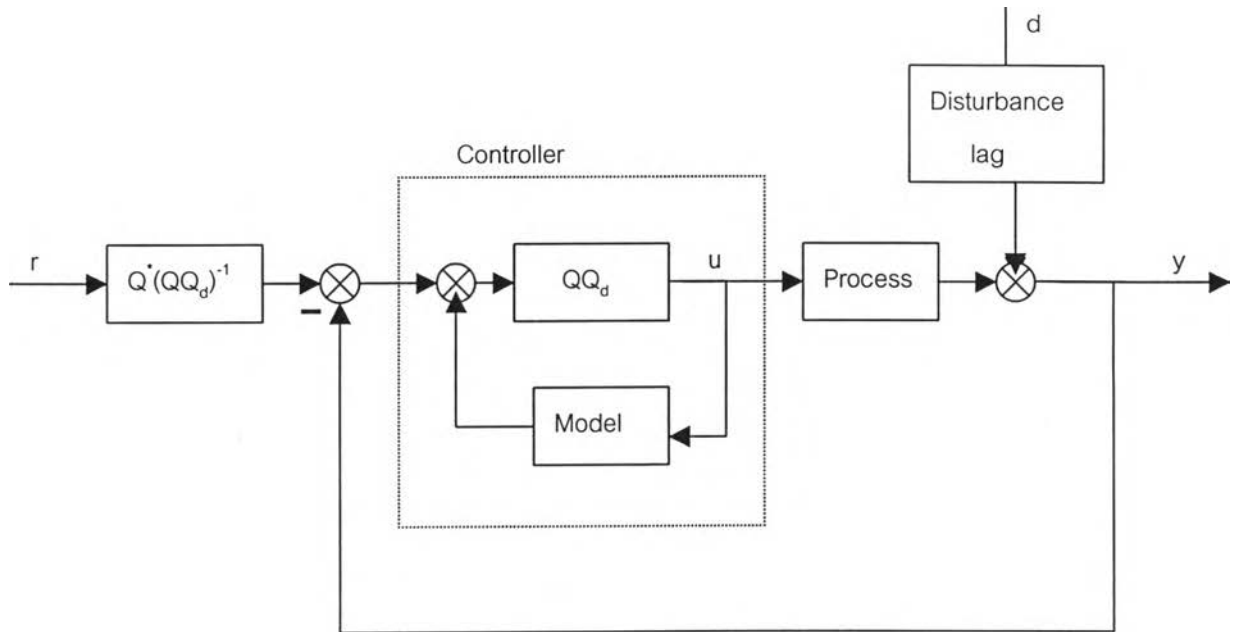
$$Q_d = \frac{\alpha s + 1}{(\tau_f s + 1)} \quad (3.31)$$

$$QQ_d = \frac{\alpha s + 1}{M(\tau_f s + 1)^2} \quad (3.32)$$

มีพารามิเตอร์ที่ต้องงุนเพิ่มขึ้นเป็น 2 ตัว คือ τ_f กับ α ทำให้การงุนยากขึ้น

3.11.3 การเปลี่ยนจากตัวควบคุม IMC เป็นตัวควบคุม PID (PIDequivalent of an IMC controller)

จากโครงสร้างของ IMC แบบที่มีองค์ประกอบอิสระเท่ากับ 2 สามารถเขียนอยู่ในรูปของ PID



รูปที่ 3.13 โครงสร้างของ PID ที่มาจากโมเดลภายในที่มีองค์ประกอบอิสระเท่ากับ 2

พิจารณาบล็อกไดอะแกรมภายในเส้นประ เขียนได้ว่า

$$C = \frac{QQ_d}{1 - MQQ_d} \quad (3.33)$$

จากการแทนค่าและจัดอยู่ในรูป

$$C = \frac{1}{s} \times \frac{N(s)}{D(s)} \quad (3.34)$$

โดยที่

$$N(s) = a_1 s^r + a_1 s^{r-1} + \dots + 1$$

$$D(s) = b_1 s^k + a_1 s^{k-1} + \dots + 1$$

กำหนดให้ $f(s) = N(s)/D(s)$

$$C = \frac{1}{s} \times f(s) \quad (3.35)$$

ถ้าเป็นตัวควบคุมแบบ PID

$$C = K\left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s\right) \quad (3.36)$$

$$\frac{1}{s} \times f(s) = K\left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s\right) \quad (3.37)$$

$$f(s) = Ks + \frac{K}{\tau_I} + \tau_D s^2 \quad (3.38)$$

จะหาค่า K, τ_I, τ_D ได้ดังนี้

$$K = f'(0) \quad (3.39)$$

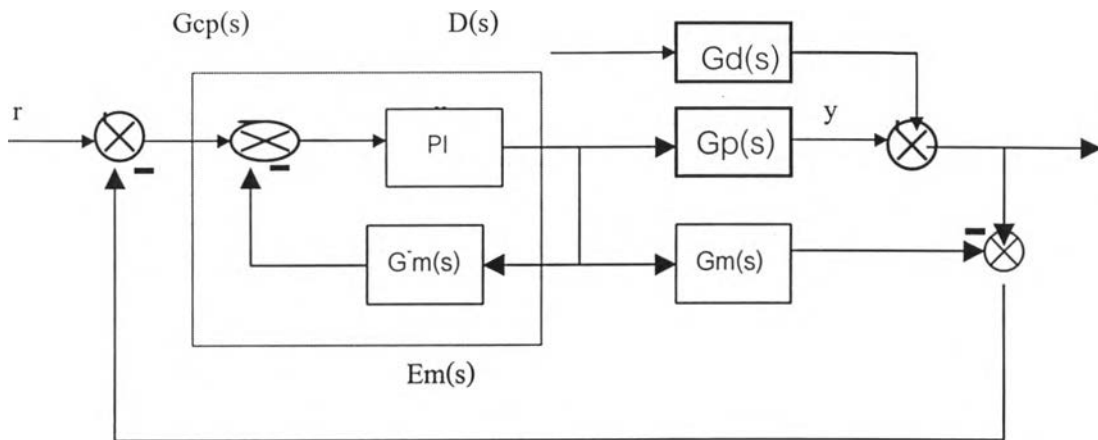
$$\tau_I = \frac{K}{f(0)} \quad (3.40)$$

$$\tau_D = \frac{f''(0)}{K} \quad (3.41)$$

และถ้าเป็นกรณีของโมเดลภายในที่มีองศาความอิสระเท่ากับ 1 เพียงแต่ให้ $Q_d = 1, Q' = Q$ เท่านั้น

3.12 ตัวทำนายของสมิท (Smith predictor) หรือ การชดเชยไทม์ดีเลย์ (Time-Delay compensation)

ปัญหาที่สำคัญของระบบควบคุมอย่างหนึ่งก็คือ ปัญหาจากไทม์ดีเลย์ซึ่งจะทำให้ประสิทธิภาพของระบบควบคุมลดลง O.Smith (1957) ได้เสนอการออกแบบตัวควบคุมที่สามารถหลีกเลี่ยงปัญหาของไทม์ดีเลย์ ซึ่งมีชื่อเรียกว่า การชดเชยไทม์ดีเลย์ (Time-Delay compensation) หรือ ตัวทำนายของสมิท (Smith predictor) โดยการนำเอาโมเดลที่ไม่มีไทม์ดีเลย์ $[G_m(s)]$ มาต่อแบบลูฟปิดเข้ากับตัวควบคุมเดิมที่เป็น PI



รูปที่ 3.14 บล็อกไดอะแกรมของตัวทำนายของสมิท (Smith predictor)

วิธีของสมิทนี้ทำให้สามารถกำจัดเดดไทม์ออกจากลูฟการควบคุมได้ ซึ่งไม่สามารถทำได้ในระบบการควบคุมแบบป้อนกลับทั่วไป เป็นผลให้สามารถควบคุมระบบโดยปราศจากไทม์ดีเลย์ได้

จากรูปที่ 3.14 พิจารณาแบบจำลองที่ถูกต้องสมบูรณ์ $G_m(s) = G_p(s)$

$$\frac{CV(s)}{SP(s)} = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G^{-m}(s)} = \frac{G_c(s)G_m(s)}{1 + G_c(s)G^{-m}(s)} \quad (3.42)$$

ถ้าเป็นแบบป้อนกลับทั่วไป

$$\frac{CV(s)}{SP(s)} = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} = \frac{G_c(s)G_m(s)}{1 + G_c(s)G_m(s)} \quad (3.43)$$

จะเห็นความแตกต่างกันในส่วนขงลูพปคขงสมททจะมมทมดลยจก รูปที่ 3.14 ถ่าพจรณน
กรอบส่นประให้ป่น $G_{cp}(s)$ รูปน้ก้จะหม่น IMC และพจน $G_m(s)$ น้ก้หม่นกบขง IMC

3.12.1 การเปรยบเทยบตัวทำนยขงสมท (Smith predictor) กบ IMC

โดยกำหนด $G_{cp}(s)$ เท่ากบ ตัวควคมแบบ IMC

$$\frac{Kc(1 + \frac{1}{\tau_I s})}{1 + Kc(1 + \frac{1}{\tau_I s})G_{p^*}} = \frac{1}{G_{p^*}} \times \frac{1}{\tau_f s + 1} \quad (3.44)$$

$$\frac{Kc(1 + \frac{1}{\tau_I s})}{\frac{1}{G_{p^*}} + Kc(1 + \frac{1}{\tau_I s})} = \frac{1}{\tau_f s + 1}$$

กำหนดให้ $G_{p^*} = \frac{K_p}{\tau s + 1}$

$$\frac{Kc\tau_I s + Kc}{\frac{\tau\tau_I}{K_p} s^2 + (\frac{\tau_I}{K_p} + Kc\tau_I)s + Kc} = \frac{1}{\tau_f s + 1} \quad (3.45)$$

$$Kc\tau_I s + Kc \left(\frac{\frac{\tau\tau_I}{K_p} s^2 + (\frac{\tau_I}{K_p} + Kc\tau_I)s + Kc}{-\frac{\tau\tau_I}{K_p} s^2 - \frac{\tau}{K_p} s} \right) \frac{\tau}{KcK_p} s + 1$$

ให้ $\tau = \tau_I,$

$$\begin{aligned} &+Kc\tau_I s + Kc \\ &-Kc\tau_I s - Kc \end{aligned}$$

จากการหารข้างต้นจะได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ 3.46

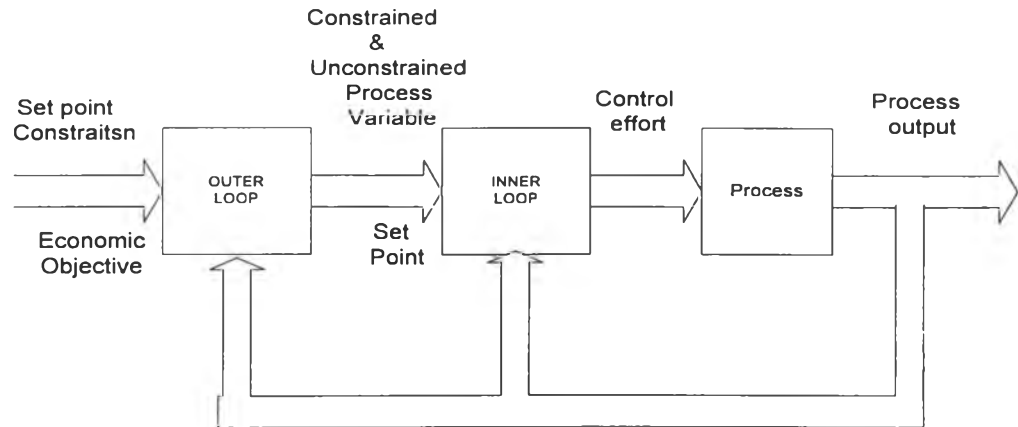
$$\frac{1}{\frac{\tau}{KcKp} s+1} = \frac{1}{\tau_f s+1} \quad (3.46)$$

จะได้ว่า $\tau_f = \tau/(KcKp)$ เมื่อ $\tau = \tau_f$

3.13 การควบคุมระบบหลายตัวแปรแบบ คาสเคด (multivariable cascade control)

Coleman Brosilow และ Joseph Boyce (1996) ได้เสนอผลงานวิจัยที่น่าสนใจเกี่ยวกับการควบคุมระบบหลายตัวแปรแบบคาสเคดซึ่งมีโครงสร้างแบบใหม่ซึ่งต่างจากของ Kapsouris (1988-1990) และ Gilbert (1994) ได้ทำไว้ โดยลูฟในของคาสเคดจะเป็นตัวควบคุมแบบ IMC ที่ใช้โมเดลภายในแบบสเตตฟีดแบ็ก (state feedback) ลูฟในจะทำให้ตัวแปรของระบบที่เป็นเงื่อนไข (constraint) เข้าสู่เซตพอยท์โดยการควบคุมตัวแปรที่ไม่เป็นเงื่อนไข (unconstraints) ซึ่งจำนวนของ ตัวแปรที่ไม่มีเงื่อนไข คือ จำนวนดีกรีของอิสระ (degree of freedom) ซึ่งค่าเซตพอยท์ของตัวแปรไม่มีเงื่อนไข จะถูกกำหนดโดยลูฟนอก ซึ่งจะทำการปรับค่าเซตพอยท์ของตัวแปรไม่มีเงื่อนไข เพื่อให้ตัวแปรมีเงื่อนไขเข้าสู่เซตพอยท์ตามต้องการ

ในการนำระบบคาสเคดแบบใหม่นี้ไปใช้กับระบบ (2×1) และระบบ (2×2) และนำผลไปเปรียบเทียบกับระบบการควบคุมแบบโอเวอร์ไรด์ ในกรณีของระบบ (2×1) จะไม่มีความแตกต่างของสมรรถนะทั้งในระบบที่มีและไม่มีขีดจำกัดของแบบจำลอง สำหรับระบบ (2×2) ทั้งในระบบที่มีและไม่มีเดดไทม์ วิธีการของระบบคาสเคดแบบใหม่นี้จะมีสมรรถนะดีกว่าการควบคุมแบบโอเวอร์ไรด์

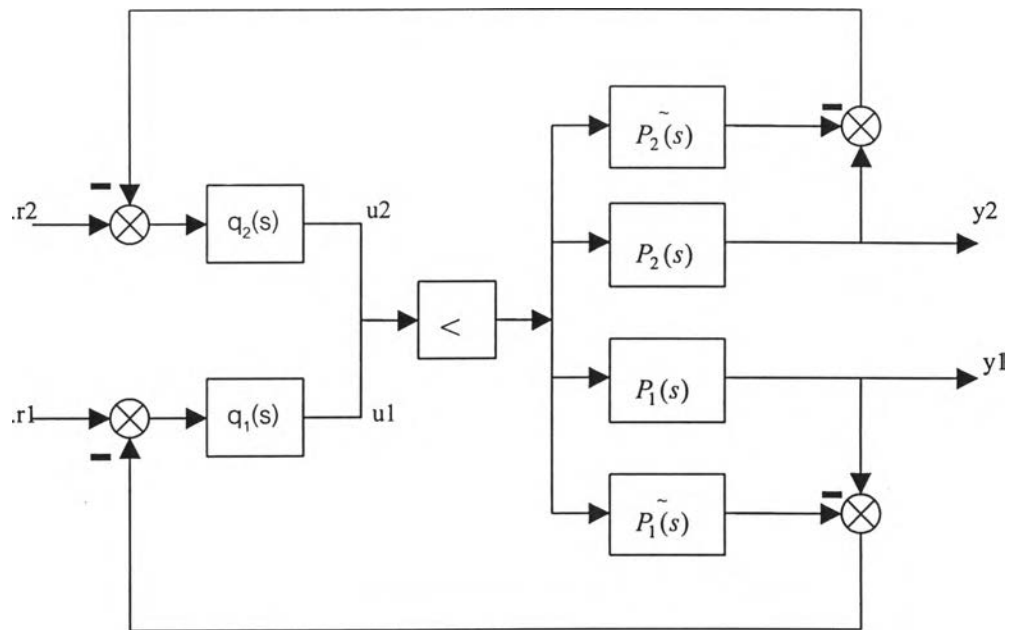


รูปที่ 3.15 แสดงโครงสร้างแบบใหม่ของระบบ คาสเคดหลายตัวแปร

สำหรับระบบคาสเคดแบบใหม่นี้จะมีพฤติกรรมทางไดนามิกของลูฟใน ซึ่งมีโครงสร้างเหมือนของ Kapsouris และ Gilbert (1994) แต่ต่างกันตรงลูฟนอก ระบบคาสเคดแบบใหม่จะมีการใช้การชดเชย เดคใหม่ในการกำจัดเดคใหม่

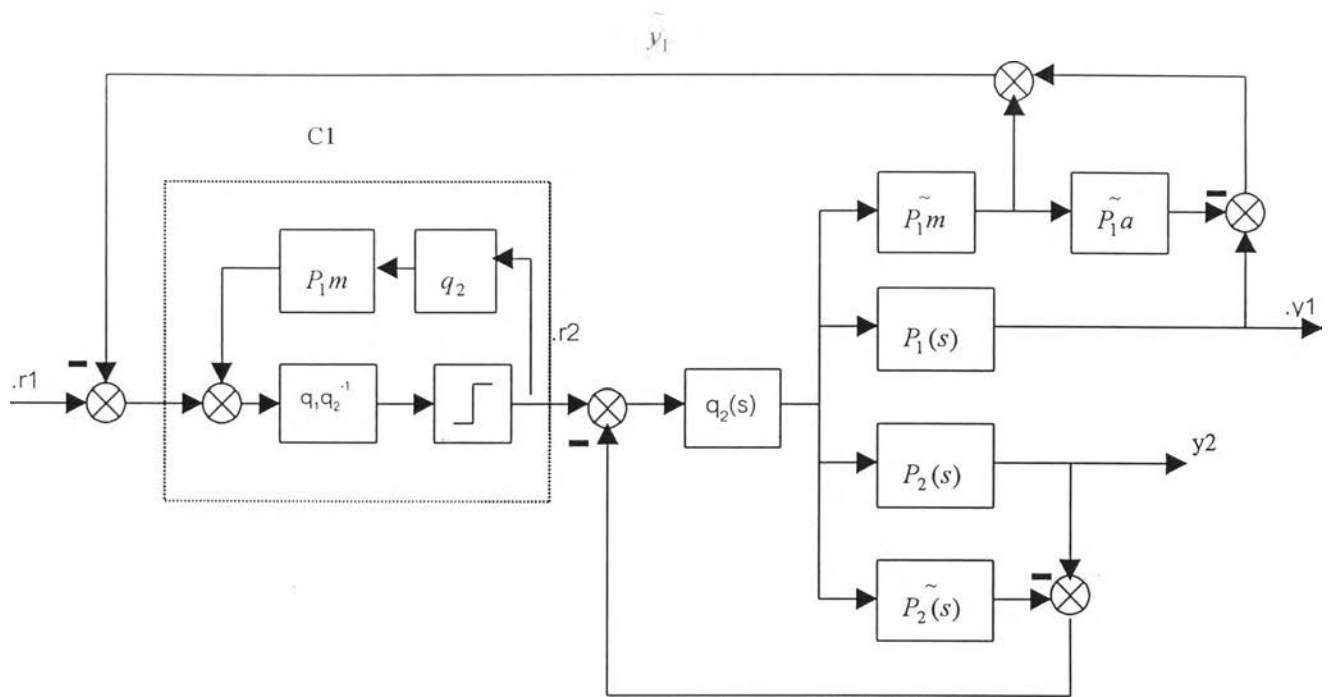
3.13.1 การเปรียบเทียบระหว่างการควบคุมแบบคาสเคดหลายตัวแปร และแบบโอเวอร์ไรด์

โดยทั่วไปมักนิยมใช้ การควบคุมแบบโอเวอร์ไรด์ ในการป้องกันไม่ให้ตัวแปรควบคุม (output variable) ออกห่างเซ็ทพอยท์ ในกรณีที่ระบบมีตัวแปรควบคุม 2 ตัว ที่มีตัวแปรปรับ (control effort) เหมือนกัน ตัวแปรตัวหนึ่ง เป็นตัวแปรที่ต้องเป็นไปตามเงื่อนไข (output constraints) ต้องควบคุมให้ลู เซ็ทพอยท์ ส่วนอีกตัวแปรหนึ่งจะถูกใช้เป็นเงื่อนไข (constraints)



รูปที่ 3.16 การควบคุมแบบ IMC โอเวอร์ไรด์

จากรูป y_2 คือ ตัวแปรที่เป็นเงื่อนไข และ y_1 คือ ตัวแปรที่เป็นเซ็ทพอยท์ ตัวควบคุม q_1 และ q_2 เป็นตัวควบคุมแบบ IMC ที่ใช้ควบคุมทั้ง y_1 และ y_2 ดังนั้นในกรณีที่ค่าเกน ของ P_1 และ P_2 เป็นบวกจะตัวเลือกสัญญาณ (selector) เลือกเอาสัญญาณค่าที่น้อย จากค่าสัญญาณควบคุม (u_1, u_2) ที่ออกจากตัวควบคุม q_1 และ q_2 เพื่อส่งต่อไปยังกระบวนการเพื่อป้องกัน y_2 ซึ่งเป็นเงื่อนไขไม่ให้มีค่าเกินค่าสูงสุดของ y_2 ที่เป็นไปได้ การนำเอาการควบคุมแบบโอเวอร์ไรด์ ในรูปที่ 3.16 มาจัด ให้เป็นการควบคุมแบบคาสเคดแบบใหม่จะได้โครงสร้างดังรูปที่ 3.16



รูปที่ 3.17 แสดงโครงสร้างของการควบคุมแบบคาสเคดแบบใหม่

ลูฟในจะทำการควบคุมตัวแปรเงื่อนไข ลูฟนอกจะควบคุมตัวแปรเซ็ทพอยท์ ลูฟในซึ่งตัวควบคุมคือ q_2 เป็นตัวควบคุมแบบ IMC ธรรมดาถูกออกแบบ และ จูนเพื่อควบคุมตัวแปรเงื่อนไข ลูฟนอกตัวควบคุมคือ C_1 ทำหน้าที่ควบคุมตัวแปรเซ็ทพอยท์ โดยการปรับค่าเซ็ทพอยท์ของตัวแปร เงื่อนไขของลูฟใน โดยที่แบบจำลองของลูฟนอกจะแยกออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ผกผัน (inverted part) คือ \tilde{P}_{1m} และ ส่วนที่ไม่ผกผัน (noninverted part) คือ \tilde{P}_{1a} โดยการใส่สัญญาณจาก \tilde{P}_{1m} ไปยังสัญญาณของค่า error (y_1 ลบด้วยสัญญาณจากโมเดลของ \tilde{P}_1) จะทำให้เราทำนายค่าของ \tilde{y}_1 ได้ ซึ่งตัวควบคุม C_1 จะถูกออกแบบจากทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของ \tilde{y}_1 และ r_1