บทที่ 3
การออกแบบอุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิด

จากรูปร่างของอุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิดที่เห็นในรูปที่ 2.4 เราจะติดสเตรนเกจไว้ทั้ง 4 ด้านของแต่ละแกนทั้ง 4 แกน การวัดความเครียดเราจะวัดโดยการใช้วงจร Wheatstone bridge แบบ half bridge เมื่อพิจารณาที่แกนแต่ละแกน จะพบว่าวิธีนี้จะทำให้เราวัดได้แต่เฉพาะค่าความเครียดที่เกิดขึ้นเนื่องจากโมเมนต์ดัดเท่านั้น ในกรณีที่เป็นอุดมคติ ค่าความเครียดที่เกิดขึ้นจากแรงดึงตามแนวแกน แรงกดตามแนวแกนหรือแรงบิดตามแนวแกน เราจะวัดได้เท่ากับ 0 เป้าหมายของการออกแบบและสร้างอุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิดคือสามารถตรวจวัดแรงและโมเมนต์ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ แต่เป็นปกติของการวัดใดๆก็ตามก็ย่อมจะมีปัญหาในเรื่องของสัญญาณรบกวนเข้ามาเกี่ยวข้อง ดังนั้นเราจึงต้องการให้ค่าสัญญาณที่วัดออกมาได้มีค่าสูงๆเพื่อทำให้ signal to noise ratio มีค่าสูง การออกแบบที่ทำให้ค่าสัญญาณที่วัดได้มีค่าสูงนั้น อุปกรณ์ตรวจรู้นี้จะต้องมีความยืดหยุ่นสูงซึ่งหมายความว่าภายใต้แรงหรือโมเมนต์ที่มากระทำ อุปกรณ์จะเสียรูปได้ง่ายซึ่งเป็นสิ่งที่เราไม่ต้องการให้เกิดขึ้น เนื่องจากจะทำให้การควบคุมตำแหน่งที่ปลายแขนหุ่นยนต์มีความผิดพลาด จะเห็นได้ว่านี่เป็นความต้องการ 2 อย่างที่ขัดแย้งกัน ดังนั้นในการออกแบบอุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิด เราจึงจะต้องปรับความต้องการทั้ง 2 อย่างนี้ให้ดี วิธีการที่ใช้ก็คือการใช้ประโยชน์จาก stress concentration เพื่อทำให้เกิดผลเฉพาะบริเวณ ซึ่งจะไม่มีผลต่อการเสียรูปไปมากนัก เมื่อเทียบกับการที่เปลี่ยนขนาดโดยรวมเช่น ขนาดของแกนทั้ง 4 ซึ่งขนาดของแกนทั้ง 4 ก็ไม่สามารถที่จะเล็กกว่าขนาดของสเตรนเกจได้

<u>ปัจจัยที่ต้องคำนึงถึงในการออกแบบอุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิด</u>

1. ต้องไม่มีการโก่งงอมากเกินไป อุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิดจะต้องมีความแข็งเกร็งมากพอ กำหนดให้มีการเสียรูปได้ไม่เกิน 25 ไมครอน หรือบิดไปได้ไม่เกิน 0.002 องศา
2. ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในอุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิด เมื่อมีแรงหรือโมเมนต์สูงสุดมากระทำจะต้องมีค่าไม่เกิน proportional limit stress เราจะกำหนดค่าความเค้นในการออกแบบจาก yield strength โดยกำหนดให้อุปกรณ์ที่ออกแบบขึ้นมีค่า safety factor เท่ากับ 3 yield strength ของอลูมิเนียมมีค่าเท่ากับ 95 Mpa. ดังนั้นค่าความเค้นในการออกแบบจึงเท่ากับ 31.67 Mpa.
3. ขนาดความกว้างของแกนของอุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิด ต้องมีขนาดไม่เล็กกว่าขนาดของสเตรนเกจ โดยสเตรนเกจที่ใช้เป็นยี่ห้อ Kyowa รหัส KFG5-120-C1 มีค่าความต้านทาน 120 โอห์ม gage factor เท่ากับ 2.1 ความกว้างของเกจเท่ากับ 1.4 มม. ความยาวของ

เกจเท่ากับ 5 มม. ความกว้างของเมทริกซ์เท่ากับ 2.8 มม ความยาวของเมทริกซ์เท่ากับ 9.4 มม.

4. ความสามารถในการสร้างชิ้นงานขึ้นจริง เนื่องจากข้อจำกัดในเรื่องของเครื่องจักร, เทคนิค และความชำนาญที่มีอยู่

ดัชนีที่ใช้ในการเปรียบเทียบอุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิด

1. strain sensitivity

ดัชนีตัวนี้จะเป็นอัตราส่วนระหว่างค่าความเครียด ณ. ตำแหน่งของชุดสเตรนเกจที่เป็นหลักในการวัดกับแรงหรือโมเมนต์ที่มากระทำ โดยที่ยิ่งมีค่ามากก็จะยิ่งดี เพราะจะทำให้ค่า signal to noise ratio มีค่าสูง

2.condition number

จากสมการพื้นฐานของอุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิด

$$\varepsilon_s = Cf_s \tag{3.1}$$

$$\varepsilon_s = [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 \quad \varepsilon_4 \quad \varepsilon_5 \quad \varepsilon_6 \quad \varepsilon_7 \quad \varepsilon_8]^T \tag{3.2}$$

$$f_s = [F_x \quad F_y \quad F_z \quad M_x \quad M_y \quad M_z]^T \tag{3.3}$$

เนื่องจากทั้งแรงและโมเมนต์มีระบบหน่วยที่ใช้ในการบอกค่าแตกต่างกัน การเลือกใช้หน่วยที่ต่างกันจะมีผลต่อค่า condition number ที่หาได้ ดังนั้นเราจึงควรที่จะแปลงให้เป็นระบบไร้หน่วย โดยการทำดังนี้

$$\bar{\varepsilon}_s = \varepsilon_s / \varepsilon_{std} \tag{3.4}$$

$$\bar{f}_s = \begin{bmatrix} \frac{F_x}{F_{std}} & \frac{F_y}{F_{std}} & \frac{F_z}{F_{std}} & \frac{M_x}{M_{std}} & \frac{M_y}{M_{std}} & \frac{M_z}{M_{std}} \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

ε_{std} คือค่าความเครียดมาตราฐานที่กำหนดขึ้น

F_{std} และ M_{std} คือค่าของแรงและโมเมนต์มาตราฐานที่กำหนดขึ้น อัตราส่วน $\frac{F_{std}}{M_{std}}$ เป็นปัจจัยที่สำคัญปัจจัยหนึ่งและควรที่จะถูกคำนึงถึงในการออกแบบอุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิด

$$\bar{\varepsilon}_s = \overline{C}\bar{f}_s \tag{3.6}$$

$$\overline{C} = \frac{CH}{\varepsilon_{std}} \tag{3.7}$$

$$H = \mathrm{diag}[F_{std} \quad F_{std} \quad F_{std} \quad M_{std} \quad M_{std} \quad M_{std}] \tag{3.8}$$

$$\bar{f}_s = \overline{C}^{+}\bar{\varepsilon}_s \tag{3.9}$$

เนื่องจาก $\overline{C}$ ไม่ได้เป็นจัตุรัสเมทริกซ์ ดังนั้นการหา inverse ของ $\overline{C}$ หรือก็คือ $\overline{C}^+$ จึงต้องใช้วิธี Moore - Penrose inverse (pseudo inverse)

$$\overline{C}^+ = \left(\overline{C}^T\overline{C}\right)^{-1}\overline{C}^T \qquad 3.10$$

เมื่อเรากำหนดให้

$$\bar{f}_s = \bar{f}_{s0} + \Delta\bar{f}_s \qquad 3.11$$

$$\bar{\varepsilon}_s = \bar{\varepsilon}_{s0} + \Delta\bar{\varepsilon}_s \qquad 3.12$$

โดยที่ $\bar{\varepsilon}_s$ คือ เวคเตอร์ค่าความเครียดที่วัดได้จริง

$\bar{\varepsilon}_{s0}$ คือ เวคเตอร์ค่าความเครียดที่ควรจะวัดได้เมื่อไม่มีความผิดพลาดใด ๆ เช่น สัญญาณรบกวน

$\Delta\bar{\varepsilon}_s$ คือ เวคเตอร์ค่าความเครียดที่ผิดพลาดไป

$\bar{f}_s$ คือ เวคเตอร์ของแรงและโมเมนต์ที่หาได้จาก $\bar{\varepsilon}_s$

$\bar{f}_{s0}$ คือ เวคเตอร์ของแรงและโมเมนต์ที่เป็นจริง

$\Delta\bar{f}_s$ คือ เวคเตอร์ของแรงและโมเมนต์ส่วนที่ผิดพลาดไปจากความเป็นจริง

จากสมการ 3.9 เราจะได้ว่า

$$\bar{f}_{s0} + \Delta\bar{f}_s = \overline{C}^+\left(\bar{\varepsilon}_{s0} + \Delta\bar{\varepsilon}_s\right) \qquad 3.13$$

$$\Delta\bar{f}_s = \overline{C}^+\Delta\bar{\varepsilon}_s \qquad 3.14$$

สมมติว่า singular value decomposition ของ $\overline{C}$ เป็นดังนี้

$$\overline{C} = U\sum V^T \qquad 3.15$$

$$\sum = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad 3.16$$

โดยที่ U และ V เป็น orthogonal matrix ที่มีขนาด 8x8 และ 6x6 ตามลำดับ

$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq \sigma_4 \geq \sigma_5 \geq \sigma_6$ เป็น singular value ของ $\overline{C}$

จากสมการ 3.6 เราจะได้ว่า

$$\bar{\varepsilon}_{so} = U\sum V^T\bar{f}_{so} \qquad 3.17$$

โดยการใช้คุณสมบัติ orthogonality ของ U เราจะได้ว่า

$$\|\bar{\varepsilon}_{so}\| = \|U \Sigma V^T \bar{f}_{so}\| \quad 3.18$$

$$\|\bar{\varepsilon}_{so}\| = \|\Sigma V^T \bar{f}_{so}\| \quad 3.19$$

โดยการใช้คุณสมบัติ orthogonality ของ V เราจะได้ว่า

$$\|\bar{f}_{so}\| = \|V^T \bar{f}_{so}\| \quad 3.20$$

สุดท้ายจากสมการ 3.19 และ 3.20 เราจะได้ว่า

$$\sigma_6 \le \frac{\|\bar{\varepsilon}_{so}\|}{\|\bar{f}_{so}\|} \le \sigma_1 \quad 3.21$$

จากสมการ 3.10 และ 3.15 เราจะได้ว่า

$$\bar{C}^+ = V\Sigma^+ U^T \quad 3.22$$

$$\text{โดยที่} \quad \Sigma_s^{\ +} = \begin{pmatrix} 1/\sigma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sigma_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sigma_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sigma_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sigma_6 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 3.23$$

จากสมการ 3.14, 3.22 และด้วยคุณสมบัติ orthogonality ของ V เราจะได้ว่า

$$\|\Delta\bar{f}_s\| = \|\Sigma^+ U^T \Delta\bar{\varepsilon}_s\| \quad 3.24$$

จากสมการ 3.14, 3.22 และด้วยคุณสมบัติ orthogonality ของ U เราจะได้ว่า

$$\|\Delta\bar{\varepsilon}_s\| = \|U^T \Delta\bar{\varepsilon}_s\| \quad 3.25$$

สุดท้ายจากสมการ 3.24 และ 3.25 เราจะได้ว่า

$$0 \le \frac{\|\Delta\bar{f}_s\|}{\|\Delta\bar{\varepsilon}_s\|} \le \frac{1}{\sigma_6} \quad 3.26$$

จากสมการ 3.21 และ 3.26 เราจะได้ว่า

$$0 \le \frac{\|\Delta\bar{f}_s\| / \|\bar{f}_{so}\|}{\|\Delta\bar{\varepsilon}_s\| / \|\bar{\varepsilon}_{so}\|} \le \frac{\sigma_1}{\sigma_6} \quad 3.27$$

โดยที่ $\|*\|$ หมายถึง Euclid norm ของเวคเตอร์ * สมการข้างต้นแสดงให้เห็นว่า $\frac{\|\Delta\bar{f}_s\|}{\|\bar{f}_{so}\|}$ จะมีค่าไม่มากไปกว่า ค่า $\frac{\sigma_1}{\sigma_6}$ คูณกับ $\frac{\|\Delta\bar{\varepsilon}_s\|}{\|\bar{\varepsilon}_{so}\|}$ ดังนั้นค่า $\frac{\sigma_1}{\sigma_6}$ จึงเป็นตัวจำกัดค่าความผิดพลาดที่

อาจเกิดขึ้นได้ซึ่งก็คือ $\Delta \bar{f}_s$ เราจึงสามารถใช้ค่านี้เป็นดัชนีในการเปรียบเทียบอุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิดได้ โดยที่เราเรียกค่าดัชนีตัวนี้ว่า "conditon number " ดังแสดงไว้ในสมการ 3.28

$$\mathrm{Cond}(C) = \frac{\sigma_1}{\sigma_6} \qquad 3.28$$

การที่จะบอกว่าอุปกรณ์ตรวจรู้แรงและแรงบิดแบบใดดีกว่าแบบใดนั้นจะต้องดู 4 อย่างคือ ค่า ε_{std}, F_{std}, M_{std} และค่า condition number ดังนั้นในกรณีของเราเพื่อความสะดวกจึงกำหนดให้ ε_{std}, F_{std} และ M_{std} ที่ใช้ในการคำนวณหาค่า condition number มีค่าเท่ากับ 1 μstrain, 1 N และ 1 N.m ตามลำดับ