บทที่ 3

แบบจำลองฟัซซีและตัวควบคุมฟัซซี

ในบทนี้กล่าวถึงลักษณะของแบบจำลองและตัวควบคุมฟัซซี โดยเริ่มต้นจากชนิดของแบบจำลองฟัซซี ซึ่งในแต่ละชนิดจะมีโครงสร้างและรูปแบบของกฎที่ต่างกันไป ต่อมาเป็นการกล่าวถึงวิธีการสร้างแบบจำลองฟัซซี โครงสร้างของแบบจำลองฟัซซี อัลกอริธึมของฟัซซีคลัสเตอริง วิธีการระบุหาแบบจำลองฟัซซีซึ่งประกอบด้วยการระบุหาโครงสร้างและพารามิเตอร์ของแบบจำลอง การระบุหาแบบจำลองกระทำโดยใช้ข้อมูลอินพุท-เอาท์พุทของกระบวนการ และเทคนิคการระบุหาเช่นฟัซซีคลัสเตอริงและวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ถัดมาเป็นเนื้อหาในส่วนของตัวควบคุมฟัซซี ซึ่งกล่าวถึงวิธีการออกแบบตัวควบคุมฟัซซี อธิบายถึงตัวควบคุมฟัซซีลอจิกแบบผู้เชี่ยวชาญซึ่งออกแบบโดยใช้ความรู้และประสบการณ์ของผู้เชี่ยวชาญ สุดท้ายกล่าวถึงตัวควบคุมฟัซซีแบบใช้โมเดลที่ออกแบบโดยใช้แบบจำลองฟัซซี

3.1 บทนำ

หลักการของการสร้างแบบจำลองของระบบเป็นการหาความสัมพันธ์ของการส่งระหว่างตัวแปรอินพุทและเอาท์พุท ในปัจจุบันการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่มีความซับซ้อนความไม่แน่นอนและไม่เชิงเส้นสูง อาจจำเป็นต้องใช้เวลามากหรือไม่อาจหาได้ในเชิงคุณภาพ ดังนั้นแบบจำลองฟัซซีจึงเป็นอีกทางเลือกหนึ่งในการสร้างแบบจำลองกระบวนการ ทั้งนี้เนื่องจากประสบความสำเร็จในการประยุกต์ใช้กับกระบวนการที่ซับซ้อน อีกทั้งในปัจจุบันได้มีการศึกษาและ

ประยุกต์ใช้ตัวควบคุมแบบใช้โมเดลมากขึ้น และในส่วนของตัวควบคุมฟัซซีก็มีพัฒนาการเป็นตัวควบคุมแบบใช้โมเดลมากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากความซับซ้อนของกระบวนการเองทำให้การออกแบบตัวควบคุมฟัซซีจากความรู้ของผู้เชี่ยวชาญเป็นไปได้ยาก ดังนั้นตัวควบคุมฟัซซีแบบใช้โมเดลจึงมีบทบาทมากขึ้น ในที่นี้แบบจำลองฟัซซีเปรียบเสมือนเป็นฐานความรู้ของตัวควบคุม ตัวควบคุมที่ออกแบบโดยอาศัยแบบจำลองจำเป็นต้องมีแบบจำลองที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สามารถทำนายค่าเอาท์พุทและพฤติกรรมของระบบได้อย่างถูกต้อง

วิธีการสร้างแบบจำลองฟัซซีสามารถออกแบบได้โดยตรงจากผู้เชี่ยวชาญ โดยอาศัยความรู้และประสบการณ์ของผู้เชี่ยวชาญเอง แต่ในบางครั้งอาจขาดข้อมูลความรู้หรือความเข้าใจในบางส่วนของกระบวนการ หรือผู้เชี่ยวชาญอาจออกแบบกฎได้ไม่ครอบคลุมทั้งหมด ดังนั้นจึงได้มีการพัฒนาวิธีการสร้างแบบจำลองฟัซซีจากข้อมูลเชิงตัวเลขของกระบวน การสร้างแบบจำลองฟัซซีจากข้อมูลอินพุท-เอาท์พุทจำเป็นต้องอาศัยเทคนิคการระบุหา (Identification) แบบจำลอง ในงานวิจัยนี้ใช้วิธีการฟัซซีคลัสเตอริงเพื่อระบุหาแบบจำลองฟัซซี และประยุกต์ใช้วิธีการนี้กับกระบวนการที่มีความไม่เชิงเส้น ซึ่งมีค่าเกนของกระบวนการเปลี่ยนแปลงตามสภาวะปฏิบัติการ กระบวนการนี้เป็นระบบถังทรงกลม นอกจากนี้ได้ออกแบบตัวควบคุมฟัซซีแบบใช้โมเดลโดยอาศัยแบบจำลองฟัซซีที่สร้างขึ้น

3.2 แบบจำลองฟัซซี

แบบจำลองฟัซซีเป็นแบบจำลองระบบที่แสดงด้วยการอธิบายโดยใช้ภาษา ซึ่งอาศัยหลักการของฟัซซีลอจิก โดยปกติแล้วการอธิบายด้วยภาษานี้เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของอินพุทและเอาท์พุทในรูปของกฎทางภาษา ซึ่งอยู่ในลักษณะของกฎฟัซซีแบบมีเงื่อนไขถ้า-แล้ว (Fuzzy if-then rule)

แสดงได้ดังนี้

$$If \text{ (ส่วนเงื่อนไข) } Then \text{ (ส่วนผล)} \tag{3.1}$$

โดยที่ส่วนเงื่อนไขและส่วนผลสรุปของกฎเป็นประพจน์แบบฟัซซี โดยส่วนเงื่อนไขอาจประกอบด้วยประพจน์ฟัซซีหลายๆ ประพจน์เชื่อมกันด้วยตัวเชื่อมเชิงตรรก นอกจากนี้ประพจน์แบบฟัซซีอาจประกอบด้วยนิเสธหรือคำขยายได้อีกด้วย แต่เพื่อให้ง่ายแก่ความเข้าใจจะทำการพิจารณากฎนี้

$$If\ x_1\ is\ A_1\ and\ x_2\ is\ A_2\ \ Then\ y\ is\ B \tag{3.2}$$

โดยที่ A_1, A_2 และB เป็นฟัซซีเซต (รายละเอียดและนิยามของฟัซซีเซตดูได้ในภาคผนวก ก) ซึ่งกำหนดคุณลักษณะด้วยฟังก์ชันสมาชิก $\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2)$ และ $\mu_B(y)$ ตามลำดับ ตัวแปรระบบจะถูกแบ่งออกไปเป็นช่วงของฟัซซีโดยใช้ฟังก์ชันสมาชิก (Membership function) จากสมการที่ (3.2) ตัวแปรที่ปรากฏในส่วนของเงื่อนไขของกฎฟัซซีเรียกว่าตัวแปรส่วนเงื่อนไข (Antecedent variable) เช่นอินพุท x_1 และ x_2 ส่วนตัวแปรที่ปรากฏในส่วนผลของกฎเรียกว่าตัวแปรส่วนผลสรุป (Consequent variable) เช่นเอาท์พุท y ตัวแปรเหล่านี้จะถูกพาร์ทิชัน (Partition) ออกเป็นช่วงของฟัซซีซึ่งนิยามบนช่วงของวาทยเอกภพ (Universe of discourse) โดยใช้ฟังก์ชันสมาชิก (Membership function) กฎแต่ละข้อจะแสดงการส่งช่วงฟัซซี (Fuzzy region) จากปริภูมิของส่วนเงื่อนไขไปยังปริภูมิของส่วนผล สมการ (3.2) สามารถเขียนในรูปความสัมพันธ์ฟัซซีได้ดังนี้

$$R = (A_1 * A_2) \to B \tag{3.3}$$

โดยที่ * เป็นตัวเชื่อมประพจน์ฟัซซี t-norm ส่วน $\to$ เป็นฟังก์ชันการแจงเหตุสู่ผลฟัซซี ซึ่งเป็นการเชื่อมแบบมีเงื่อนไข ส่วนฟังก์ชันการเป็นสมาชิกของ R กำหนดได้ดังนี้

$$\mu_R = \mu_{A_1}(x_1) * \mu_{A_2}(x_2) \to \mu_B(y) \tag{3.4}$$

3.3 ชนิดของแบบจำลองฟัซซี

ชนิดของแบบจำลองฟัซซีสามารถแบ่งได้ 3 ชนิดโดยพิจารณาจากโครงสร้างและรูปแบบของกฎฟัซซีดังนี้

3.3.1 แบบจำลองฟัซซีเชิงภาษา (Linguistic fuzzy model)

แนวคิดของการสร้างแบบจำลองเชิงภาษาถูกแนะนำโดย Zadeh (1965) ต่อมา Mamdani (1974) และผู้ร่วมงานได้ประยุกต์ใช้ในการควบคุมกระบวนการที่มีไดนามิก ดังนั้นในบางครั้งอาจเรียกแบบจำลองฟัซซีชนิดนี้ว่าแบบจำลองฟัซซีแบบ Mamdani ซึ่งหมายถึงรูปแบบกฎฟัซซีจะเป็นประพจน์ฟัซซีทั้งในส่วนเงื่อนไขและส่วนผลสรุปของกฎ

รูปแบบของกฎฟัซซีแบบจำลองฟัซซีนี้มีลักษณะคล้ายกฎฟัซซีที่ใช้ในการควบคุมกระบวนการในสมัยแรกเริ่ม รูปแบบของกฎฟัซซีแสดงได้ดังนี้

$$If\ \ x\ is\ A\ Then\ \ y\ is\ B \qquad (3.5)$$

ตัวอย่างของกฎฟัซซี ถ้า... แล้ว ที่แสดงดังข้างบนนี้ ประกอบด้วย 2 ส่วนด้วยกัน ในส่วนของประพจน์ x is A เรียกว่าส่วนเงื่อนไข (Antecedent) และในส่วนของ y is B เรียกว่าส่วนผลสรุป (Consequent) ส่วน x และ y นั้นเรียกว่า ตัวแปรทางภาษา ซึ่งแสดงค่าทางภาษาโดยใช้ฟัซซีเซตบนโดเมน $X \subset R^n$ และ $Y \subset R^m$ ตามลำดับ A และ B เป็นเทอมทางภาษาซึ่งมักบอกความหมายของตัวแปรทางภาษา เช่นอุณหภูมิสูง, ความดันต่ำ ฯลฯ เทอมทางภาษา (A_i) นี้จะนิยามบนโดเมนของหนึ่งตัวแปร ซึ่งอาจมีหลายๆ เทอมทางภาษาใน 1 ตัวแปรก็ได้ และการสะสมของของฟัซซีเซต $[A_1, A_2, \ldots, A_m]$ นี้เรียกว่า ฟัซซีพาร์ติชัน (Fuzzy partition)

ในกรณีที่มีหลายตัวแปรอินพุท กฎฟัซซีที่แสดงในสมการ 3.5 สามารถเขียนในอีกรูปแบบหนึ่งได้ดังสมการ 3.6

$$R^k : If\ x_1\ is\ A_{1,k}\ and\ ...\ and\ x_n\ is\ A_{n,k}\ ,...\ Then\ y\ is\ B_k \tag{3.6}$$

ยกตัวอย่างเช่น

$$If\ x_1\ is\ small\ and\ x_2\ is\ medium,....\ Then\ y\ is\ Big \tag{3.7}$$

โดยทั่วไปแล้วตัวดำเนินการที่นิยมใช้คือตัวดำเนินการ *Min* ซึ่งใช้เป็นทั้งตัวเชื่อมการร่วมกันและการแจงเหตุสู่ผล และใช้ตัวดำเนินการ *Max* สำหรับรวมกลุ่มกฎต่างๆในฐานกฎ ซึ่งเป็นการอนุมานด้วยผลประกอบการ *Max-Min* จำนวนกฎฟัซซีในแบบจำลองฟัซซีชนิดนี้จะเป็นฟังก์ชันแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลกับขนาดของปริภูมิ (Space dimension) ของตัวแปรอินพุท

3.3.2 แบบจำลองความสัมพันธ์ฟัซซี (Fuzzy relational model)

กฎความสัมพันธ์ฟัซซีเป็นการประยุกต์มาจากกฎแบบ Mamdani แต่มีความแตกต่างกันที่การแสดงโครงสร้างกฎ โครงสร้างกฎของแบบจำลองความสัมพันธ์ฟัซซีแสดงโดยใช้ความสัมพันธ์ฟัซซี (R) ซึ่งเป็นการส่งจากฟัซซีเซตของอินพุท A_i ไปยังฟัซซีเซตของเอาท์พุท B_i ยกตัวอย่างเช่นแบบจำลองที่มีหนึ่งตัวแปรอินพุทและหนึ่งตัวแปรเอาท์พุท ซึ่ง $x \in \chi$ และ $y \in \Upsilon$ โดยกำหนดให้

$$A = \{A_1, A_2\ , ..., A_M\} \tag{3.8}$$

$$B = \{B_1, B_2, ..., B_N\} \tag{3.9}$$

$$R = [r_{ij}]_{MxN} \tag{3.10}$$

โดยที่ A เป็นการสะสมของฟัซซีเซตซึ่งนิยามบนโดเมน χ

B เป็นการสะสมของฟัซซีเซตซึ่งนิยามบนโดเมน Υ

R เป็นความสัมพันธ์ฟัซซีที่นิยามการส่งจากเซตของเทอมทางภาษาของตัวแปรอินพุท A ไปยังเทอมทางภาษาของตัวแปรเอาท์พุท B, $R : A \rightarrow B$

ฟัซซีเซต X สำหรับอินพุท x แบบคริสพ์ เขียนดังสมการที่ (3.11) ซึ่งแสดงค่าระดับความเป็นสมาชิกในแต่ละเทอมทางภาษา (Linguistic terms) ได้ดังนี้

$$X = \{\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x), \ldots, \mu_{A_M}(x)\} \tag{3.11}$$

ดังนั้นฟัซซีเซต Y ของเอาท์พุทที่สอดคล้องกันเขียนได้ดังนี้

$$Y = \{\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_N\} \tag{3.12}$$

สามารถหาได้โดยใช้การประกอบการของความสัมพันธ์ฟัซซี

$$Y = X \circ R \tag{3.13}$$

ฟัซซีเซต Y จำเป็นต้องทำดีฟัซซิฟิเคชันดังสมการที่ (3.14)

$$b_i = \frac{\sum_{q=1}^{N_q} \mu_{B_i}(y_q) y_q}{\sum_{q=1}^{N_q} \mu_{B_i}} \tag{3.14}$$

โดยที่ N_q เป็นจำนวนของระดับการแบ่งแยก (Discretization levels)

ค่าเอาท์พุทแบบคริสพ์ y_o ของแบบจำลองความสัมพันธ์ฟัซซีคำนวณได้โดยใช้ค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักของ b_i คำนวณได้โดยใช้สมการที่ (3.15)

$$y_o = \frac{\sum_{i=1}^{N} \mu_i b_i}{\sum_{i=1}^{N} \mu_i} \tag{3.15}$$

ความสัมพันธ์ฟัซซีที่แสดงในเทอมของกฎถ้า-แล้ว มีค่าเทียบเท่ากับกฎฟัซซีในสมการ (3.6) ของแบบจำลองฟัซซีเชิงภาษา ในกฎแต่ละข้อของแบบจำลองความสัมพันธ์ฟัซซีจะรวมค่า

ความเป็นสมาชิกในฟัซซีเซต (B_i) ด้วยน้ำหนักที่แตกต่างกัน การให้น้ำหนักสามารถปรับจูนละเอียดได้โดยไม่จำเป็นต้องเปลี่ยนฟัซซีเซตอ้างอิง

ตัวอย่างของแบบจำลองความสัมพันธ์ฟัซซี

พิจารณาแบบจำลองที่มีหนึ่งตัวแปรอินพุทและหนึ่งตัวแปรเอาท์พุท ทั้งตัวแปรอินพุทและเอาท์พุทถูกพาร์ทิชันออกเป็นสามฟัซซีเซตอ้างอิง คือ *Low*, *Medium*, *High* และเขียนความสัมพันธ์ฟัซซี R ได้ดังสมการที่ (3.16)

$$R = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.4 & 0.1 \\ 0.3 & 1.0 & 0.1 \\ 0.0 & 0.6 & 1.0 \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

จากความสัมพันธ์ฟัซซี R สามารถเขียนกฎฟัซซีได้ 3 ข้อด้วยกันดังนี้

R^1 : *If x is Low Then y is Low* (0.9), *Medium* (0.4), *High* (0.1)

R^2 : *If x is Medium Then y is Low* (0.3), *Medium* (1.0), *High* (0.1)

R^3 : *If x is High Then y is Low* (0.0), *Medium* (0.6), *High* (1.0)

3.3.2 แบบจำลองฟัซซีแบบ Takagi-Sugeno

แบบจำลองฟัซซีชนิดนี้ถูกนำเสนอโดย Takagi กับ Sugeno (1985) รูปแบบของกฎแสดงได้ดังสมการที่ (3.17)

$$R^i : If\ x_1\ is\ A_1^i\ and\ \ldots\ and\ x_n\ is\ A_n^i\ Then\ y^i = f_i(x_1, \ldots, x_n) \tag{3.17}$$

พิจารณาส่วนของเงื่อนไขของกฎพบว่ารูปแบบเหมือนในแบบจำลอง Mamdani ส่วนผลสรุปของกฎฟัซซีแสดงด้วยฟังก์ชัน f_i ของอินพุท x_i เช่น f_i เป็นฟังก์ชันโพลิโนเมียลของอินพุท x_i โดยปกติแล้วฟังก์ชัน f_i มักนิยมแสดงด้วยความสัมพันธ์เชิงเส้นเช่น

$$R^i : If\ x_1\ is\ A_1^i\ and\ ...\ and\ x_n\ is\ A_n^i\ Then\ y^i = c_0^i + c_1^i x_1 + ... + c_n^i x_n \tag{3.18}$$

ขณะที่ y^i เป็นค่าเอาท์พุทจากการแจงเหตุสู่ผล (Implication) ของกฎที่ i และ A_j^i เป็นฟัซซีเซตที่แสดงลักษณะโดยใช้ฟังก์ชันสมาชิก c_j^i เป็นค่าพารามิเตอร์ของส่วนผลสรุปสามารถหาได้โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

กำหนดให้อินพุทแบบคริสพ์เป็น $(x_1,...,x_n)$ ดังนั้นค่าเอาท์พุทของแบบจำลองฟัซซีอนุมานได้โดยใช้การเฉลี่ยโดยน้ำหนัก (Weighted average) ของ y^i ดังนี้

$$Y = \frac{\sum_{i=1}^{k} w^i y^i}{\sum_{i=1}^{k} w^i} \tag{3.19}$$

โดยที่ k เป็นจำนวนของกฎฟัซซี

y^i เป็นเอาท์พุทของกฎข้อ i

w^i เป็นค่าความเป็นสมาชิกทั้งหมดของส่วนเงื่อนไขของการแจงเหตุสู่ผลสำหรับตัวแปรอินพุท ซึ่งนิยามโดยใช้สมการที่ (3.20)

$$w^i = \prod_{k=1}^{n} A_k^i(x_k) \tag{3.20}$$

ตัวอย่างของแบบจำลองฟัซซีแบบ Takagi-Sugeno

$$R^i : If\ x_1\ is\ small\ and\ x_2\ is\ big\ Then\ y^i = 0.001 + 0.200x_1 + 1.023x_2 \tag{3.21}$$

3.4 วิธีการสร้างแบบจำลองฟัซซี

แบบจำลองฟัซซีสามารถสร้างได้สองวิธีดังนี้

3.4.1 แบบจำลองฟัซซีจากความรู้และประสบการณ์ของผู้เชี่ยวชาญ

หลักการพื้นฐานของการสร้างแบบจำลองฟัซซีถูกเสนอโดย Zadeh ซึ่งเป็นการสร้างแบบจำลองฟัซซีโดยตรงจากความรู้ของผู้เชี่ยวชาญซึ่งเรียกว่า วิธีการโดยตรง (Direct approach) วิธีการนี้เป็นการแสดงเชิงภาษา (Linguistic description) โดยใช้ภาษาทางธรรมชาติ แล้วใช้ทฤษฎีการประมาณด้วยเหตุผล การอธิบายเชิงภาษานี้แสดงในรูปแบบกฎทางภาษา (Linguistic rule) ซึ่งมีลักษณะเป็นกฎเงื่อนไขที่ได้มาจากความรู้ของผู้เชี่ยวชาญโดยตรง ในบางครั้งอาจมีข้อจำกัดในการออกแบบกฎอยู่บ้าง เช่นผู้เชี่ยวชาญอาจออกแบบกฎได้ไม่ครอบคลุมทั้งหมด หรือในบางกรณีที่ความรู้ของผู้เชี่ยวชาญไม่เป็นจริงจะทำให้ได้แบบจำลองที่ไม่ถูกต้อง ดังนั้นจึงได้มีการพัฒนาวิธีการสร้างแบบจำลองที่เป็นทางการที่สามารถใช้ข้อมูลเชิงตัวเลขของระบบแทนความรู้ของมนุษย์ รายละเอียดของวิธีการสร้างแบบจำลองฟัซซีจากผู้เชี่ยวชาญ มีวิธีการที่คล้ายคลึงกับการออกแบบตัวควบคุมฟัซซีลอจิกแบบผู้เชี่ยวชาญ

3.4.2 แบบจำลองฟัซซีจากข้อมูลเชิงตัวเลขของกระบวนการ

แบบจำลองฟัซซีสามารถสร้างได้จากข้อมูลอินพุท-เอาท์พุทของกระบวนการร่วมกับเทคนิคการระบุหาแบบจำลองที่เหมาะสม ปัญหาในการระบุหาแบบจำลองฟัซซีประกอบด้วยการระบุหาโครงสร้าง (Structure identification) และการระบุหาพารามิเตอร์ (Parameter identification) ของแบบจำลอง เช่นการเลือกตัวแปรอินพุท-เอาท์พุท จำนวนของฟังก์ชันสมาชิกของตัวแปร รูปร่างและค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันสมาชิก จำนวนของกฎในฐานกฎ ฯลฯ วิธีการหนึ่งที่อาจประยุกต์ใช้

เพื่อทำการสร้างแบบจำลองฟัซซีจากข้อมูลอินพุท-เอาท์พุท คือ ฟัซซีคลัสเตอริง อัลกอริธึมของฟัซซีคลัสเตอริงเป็นอัลกอริธึมแบบไม่มีการชี้นำ (Unsupervised algorithms) ซึ่งทำการจัดข้อมูลออกไปเป็นกลุ่ม อย่างไรก็ตามก่อนที่จะมีการประยุกต์ใช้ฟัซซีคลัสเตอริง จำเป็นต้องมีการระบุปัญหาของโครงสร้างก่อน เช่นการระบุตัวแปรอินพุท-เอาท์พุท การกำหนดจำนวนกลุ่ม ซึ่งจำนวนกลุ่มจะเป็นตัวกำหนดจำนวนกฎฟัซซีอีกที

3.5 โครงสร้างของแบบจำลองฟัซซี

แบบจำลองฟัซซีมีชื่อเรียกที่ต่างกันขึ้นอยู่กับโครงสร้างและรูปแบบของกฎถ้า-แล้ว ในงานวิจัยนี้จะทำการระบุหาแบบจำลองฟัซซีที่มีโครงสร้างกฎฟัซซีแบบ Tankagi-Sugeno โดยใช้ข้อมูลอินพุท-เอาท์พุท โดยที่ส่วนเงื่อนไขของกฎฟัซซีแสดงโดยใช้ฟัซซีเซต แต่ในส่วนผลสรุปของกฎอยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันเชิงเส้นที่แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรอินพุทและเอาท์พุท

โครงสร้างทั่วไปของแบบจำลองไม่เชิงเส้น แสดงได้ด้วยฟังก์ชัน f ซึ่งเป็นการส่งระหว่างตัวแปรอินพุท-เอาท์พุท สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$y(k+1) = f\left(y(k), y(k-1), \ldots, y(k-n+1), u(k), u(k-1), \ldots, u(k-m+1)\right) \tag{3.22}$$

โดยที่ $y(k), \ldots, y(k-n+1)$ และ $u(k), \ldots, u(k-m+1)$ เป็นตัวแปรเอาท์พุทและอินพุทของแบบจำลองที่มีการตามหลังกัน (lag) ตามลำดับ ค่า n และ m เป็นตัวเลขที่แสดงถึงอันดับของแบบจำลอง

พิจารณาแบบจำลองไม่เชิงเส้นในสมการที่ (3.22) สามารถเขียนแบบจำลองฟัซซีแบบ Takagi-Sugeno ได้ดังนี้

$$R_i : If\ y(k)\ is\ A_{i,1}\ and\ \ y(k-1)\ is\ A_{i,2}\ and,...\ \ y(k-n+1)\ is\ A_{i,n}\ and$$
$$u(k-1)\ is\ B_{i,1}\ and,...,\ \ u(k-m+1)\ is\ B_{i,m}\ Then \tag{3.23}$$
$$y(k+1) = g_i(y(k), y(k-1),...,u(k),u(k-1),...)$$

ค่าเอาท์พุททั้งหมดของแบบจำลอง (Overall model output) คำนวณได้จากค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักของแต่ละกฎ ดังสมการที่ (3.24)

$$y(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^{K} \beta_i \cdot g_i(\cdot)}{\sum_{i=1}^{K} \beta_i} \tag{3.24}$$

โดยที่ β_i เป็นดีกรีการเป็นสมาชิกของผลลัพธ์ทั้งหมด (Degree of fulfillment) ในส่วนเงื่อนไขของ กฎข้อ i

K เป็นจำนวนกฎทั้งหมด

โดยปกติแล้วแบบจำลองฟัซซีแบบ Takagi-Sugeno มักแทนส่วนผลสรุปของกฎหรือฟังก์ชัน g ในสมการที่ (3.23) ด้วยสมการความสัมพันธ์แบบความเชิงเส้น ซึ่งเขียนได้ดังนี้

$$R_i : If\ y(k)\ is\ A_{i,1}\ and\ \ y(k-1)\ is\ A_{i,2}\ and,...\ \ y(k-n+1)\ is\ A_{i,n}\ and$$
$$u(k-1)\ is\ B_{i,1}\ and,...,\ \ u(k-m+1)\ is\ B_{i,m}\ Then \tag{3.25}$$
$$then\ y(k+1) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y(k-i+1) + \sum_{j=1}^{m} b_{ij} u(k-i+1) + c_i$$

โดยที่ a_{ij}, b_{ij}, c_i เป็นค่าพารามิเตอร์ของกฎข้อที่ i ซึ่งสามารถหาได้จากข้อมูลอินพุท-เอาท์พุทและวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

3.6 ฟัซซีคลัสเตอริง

วิธีการระบุหาแบบจำลองฟัซซีโดยใช้วิธีฟัซซีคลัสเตอริง มีที่มาจากการวิเคราะห์ข้อมูล (Data analysis) และแพททเทรินเรคคอกนิชัน (Pattern recognition) ซึ่งเป็นการหาโครงสร้างของ

ข้อมูล แนวความคิดพื้นฐานของคลัสเตอริงเป็นการจัดกลุ่มข้อมูลออกเป็นกลุ่มย่อย โดยใช้หลักการของระดับความเป็นสมาชิก (Graded of membership) เพื่อแสดงค่าดีกรีของวัตถุซึ่งเป็นเวคเตอร์ลักษณะ (Feature vectors) ที่มีความคล้ายคลึงกับวัตถุต้นแบบ (Prototypical object) ระดับของความคล้ายคลึงกันสามารถคำนวณได้โดยใช้การวัดระยะทางที่เหมาะสม ด้วยวิธีการนี้เวคเตอร์ลักษณะสามารถถูกจัดกลุ่มได้ โดยใช้หลักการที่ว่าเวคเตอร์ภายในกลุ่มเดียวกันต้องมีความคล้ายคลึงกันและเวคเตอร์ที่อยู่ต่างกลุ่มกันให้มีความไม่คล้ายคลึงกัน (Dissimilar) เท่าที่จะเป็นไปได้

ฟัซซีคลัสเตอริงเป็นเทคนิคที่นำมาประยุกต์ใช้ในการระบุหาโครงสร้างของแบบจำลองฟัซซี หลักการของฟัซซีคลัสเตอริงเป็นการจัดกลุ่มชุดของข้อมูลความสัมพันธ์ของอินพุท-เอาท์พุท ซึ่งใช้หลักการของการวัดระดับความคล้ายคลึงกันของข้อมูลโดยใช้มาตรวัดระยะทาง ด้วยนิยามของมาตรวัดระยะทางที่ต่างกันทำให้ฟัซซีคลัสเตอริงมีชื่อเรียกที่ต่างกันไปเช่น ฟัซซีซี-มีนคลัสเตอริง (Fuzzy c-mean clustering) ใช้มาตรวัดระยะทางแบบยุคลิด (Euclidean distance measure) (Bezdek, 1981) ส่วนฟัซซีจีเคคลัสเตอริง (Fuzzy GK clustering: Gustafson–Kessel clustering) จะใช้มาตรวัดระยะทางแบบปรับตัวได้ (Gustafson and Kessel, 1979) ในงานวิจัยนี้จะประยุกต์ใช้ฟัซซีจีเคคลัสเตอริงเพื่อระบุหาแบบจำลองฟัซซีแบบ Takagi-Sugeno ของกระบวนการไม่เชิงเส้น

อัลกอริธึมโดยทั่วไปของฟัซซีจีเคคลัสเตอริงแสดงได้ดังนี้

ให้ $I = \{u(j), y(j)\}$, $j = 1, 2, \ldots, N$ เป็นเซตของข้อมูลอินพุท-เอาท์พุท และ N เป็นจำนวนข้อมูล โดยทำการพิจารณาแบบจำลองรีเกรสชันแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear regression model)

กำหนดให้โครงสร้างของแบบจำลองหรืออันดับของแบบจำลอง (Model order) เป็น n, m จะได้แมทริกซ์ข้อมูลสำหรับใช้ในฟัซซีคลัสเตอริงดังสมการที่ (3.26)

$$x_j = \left[y(j), y(j-1), \ldots, y(j-n+1), u(j), u(j-1), \ldots, u(j-m+1), y(j+1)\right]^T \tag{3.26}$$

ให้ $d = n+m$ เป็น ขนาดของปริภูมิของข้อมูล

$X = \{x_j / j = 1, 2, \ldots, N\}$ เป็นเซตของข้อมูลในปริภูมิ $d : R^d$

$V = \{v_j / j = 1, 2, \ldots, K\}$ เป็นเซตของจุดศูนย์กลางกลุ่ม (Cluster centers) ซึ่งมีจำนวน K กลุ่มในปริภูมิ d, R^d

$v_i = [v_{i,1}, v_{i,2}, \ldots, v_{i,d}]^T$ เป็นแมทริกซ์ของจุดศูนย์กลางกลุ่ม i

$U = \{ \mu_{ij} / i = 1, 2, \ldots, K, j = 1, 2, \ldots, N\}$ เรียกว่าฟัซซีพาร์ทิชันแมทริกซ์ (Fuzzy partition matrix)

$\mu_{ij} \in [0\ 1]$ เป็นค่าที่แสดงถึงระดับความเป็นสมาชิกของข้อมูล (x_j) ในจุดศูนย์กลางของกลุ่ม i (v_i) และมีเงื่อนไขบังคับตามสมการที่ (3.27)

$$\sum_{i=1}^{K} \mu_{ij} = 1, \ \forall_j = 1, \ldots, N \tag{3.27}$$

ฟัซซีคลัสเตอริงเป็นวิธีออพติไมเซชันคือมีจุดมุ่งหมายเพื่อทำการออพติไมซ์ออบเจ็คทีฟฟังก์ชัน (Objective function) ตามสมการที่ (3.28) ให้มีค่าต่ำสุด

$$J(X,V,U) = \sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{N} \mu_{ij}{}^m D^2(x_j, v_i) \tag{3.28}$$

โดยที่ v_i เป็นจุดศูนย์กลางของกลุ่ม i

m เป็นค่าน้ำหนักแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล ; $m \in [1,\infty]$ ปกติให้ $m = 2$

$D^2(x_j, v_i)$ เป็นระยะทางระหว่างข้อมูลที่จุด j (x_j) และ จุดศูนย์กลางกลุ่ม i (v_i) ซึ่งนิยามโดยใช้โพซิทีฟดิฟฟินิทแมทริกซ์ (Positive definite matrix, M_i) ตามสมการที่ (3.29)

$$D^2(x_j, v_i) = (x_j - v_i)^T M_i (x_j - v_i) \tag{3.29}$$

$$M_i = |F_i|^{1/d} F_i^{-1} \tag{3.30}$$

และ F_i เป็นโควาเรียนแมทริกซ์ (Covariance matrix) ที่นิยามโดยสมการที่ (3.31)

$$F_i = \frac{\sum_{j=1}^{N} \mu_{ij}^{m} (x_j - v_i)(x_j - v_i)^T}{\sum_{j=1}^{N} \mu_{ij}^{m}} \tag{3.31}$$

อัลกอริธึมของฟัซซีคลัสเตอริง

1) กำหนดจำนวนกลุ่ม (K) และเซตของข้อมูล

2) กำหนดฟัซซีพาร์ทิชันแมทริกซ์เริ่มต้น (U)

3) คำนวณหาค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มโดยใช้สมการที่ (3.32)

$$v_i = \frac{\sum_{j=1}^{N} \mu_{ij}^{m} x_j}{\sum_{j=1}^{N} \mu_{ij}^{m}} \tag{3.32}$$

4) คำนวณหาค่าโควาเรียนแมทริกซ์ของกลุ่มใหม่โดยใช้สมการที่ (3.31)

5) คำนวณค่าระยะทางโดยใช้สมการที่ (3.29)

6) ปรับค่าฟัซซีพาร์ทิชันแมทริกซ์ (U) ใหม่โดยใช้สมการที่ (3.33)

$$\mu_{ij} = \frac{D^2(x_j, v_i)^{-1/(m-1)}}{\sum_{l=1}^{K} D^2(x_j, v_i)^{-1/(m-1)}} \tag{3.33}$$

ถ้า $D^2(x_j,v_i) = 0$ สำหรับบางกรณีที่ $i = q$ แล้วให้ $\mu_{qj} = 1$ และ $\mu_{ij} = 0 \quad \forall i \neq q$

7) ทำการวนซ้ำจนกระทั่ง $|u_l - u_{l-1}| \leq \in$, l จำนวนครั้งของการวน, $\in$ เป็นค่าเงื่อนไขของความผิดพลาด $|\cdot|$ เป็นค่านอร์ม (Norm) ของแมทริกซ์ที่เหมาะสม

ผลลัพธ์ที่ได้จากฟัซซีคลัสเตอริงเป็นฟัซซีพาร์ทิชันแมทริกซ์ (U) ซึ่งแสดงถึงค่าระดับความเป็นสมาชิกของข้อมูลแต่ละจุดในแต่ละกลุ่ม โดยที่แต่ละกลุ่มเปรียบเสมือนกฎแต่ละข้อในแบบจำลองฟัซซี

ตัวอย่างฟัซซีพาร์ทิชันแมทริกซ์ *U*

กำหนดให้เซตของข้อมูลเป็น $X = \{x_{1,} \ldots, x_{15}\}$, c เป็นจำนวนกลุ่มกำหนดให้เท่ากับ 2 m มีค่าเท่ากับ 2 ดังนั้นฟัซซีพาร์ทิชันแมทริกซ์จะมีขนาดเท่ากับ 2 x 15 เช่น

$$U = \begin{bmatrix} 0.842 & 0.146 & 0.754 & 0.854 & \cdots & 0.255 \\ 0.158 & 0.854 & 0.246 & 0.146 & \cdots & 0.745 \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

3.7 การระบุหาแบบจำลองฟัซซี

การระบุหาแบบจำลองฟัซซีแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนแรกเป็นการระบุหาโครงสร้างของแบบจำลอง ส่วนขั้นตอนที่ 2 เป็นการระบุหาพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

3.7.1 การระบุหาโครงสร้างแบบจำลอง

การระบุโครงสร้างของแบบจำลองสามารถหาได้จากข้อมูลอินพุท-เอาท์พุท โดยใช้เทคนิคการระบุหาที่เหมาะสม ปัญหาของการระบุหาโครงสร้างของแบบจำลองฟัซซีประกอบด้วย การกำหนดตัวแปรในส่วนเงื่อนไขของกฎฟัซซี (Antecedent variable) การกำหนดจำนวนกฎที่เหมาะสมและการหารูปร่างและค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันสมาชิกของตัวแปรในส่วนเงื่อนไข ปัญหาใน 2 กรณีหลังนี้สามารถกระทำได้โดยประยุกต์ใช้ฟัซซีคลัสเตอริง วิธีการในการกำหนดของแต่ละปัญหาแสดงได้ดังนี้

1. การกำหนดตัวแปรในส่วนเงื่อนไขของกฎ

การกำหนดตัวแปรในส่วนเงื่อนไขของกฎ เป็นขั้นตอนแรกของการระบุหาโครงสร้างและมีความสำคัญต่อความถูกต้องและสมรรถนะของแบบจำลอง เนื่องจากว่าถ้าทำการเลือกตัวแปรมากหรือน้อยเกินไป อาจส่งผลถึงค่าความถูกต้องของแบบจำลอง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องเลือกตัวแปรให้เหมาะสม ตัวแปรที่เลือกมักเป็นตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อค่าเอาท์พุท

วิธีการกำหนดตัวแปรในส่วนเงื่อนไขของกฎฟัซซี สามารถกระทำได้จากการลองผิดลองถูกหรือประยุกต์ใช้เทคนิคต่าง ๆ เช่น Takagi และ Sugeno (1985) เสนอวิธีการค้นหาแบบฮิวริสติค (Heuristic search) ซึ่งเป็นการหาแบบไม่ใช้หลักการ แต่ทำโดยวิธีการรวมกันแบบมีทางเลือก (Combinatorial approach) วิธีการนี้ไม่เหมาะที่จะใช้กับระบบที่มีจำนวนตัวแปรมากๆ เนื่องจากว่าถ้าจำนวนตัวแปรเพิ่มมีมาก จะมีผลทำให้วิธีการเลือกตัวแปรมีมากขึ้นตาม ต่อมา Sugeno และ Yasukawa (1993) ได้เสนอวิธีจีเอ็มดีเอช (GMDH: Group method of data handling) ซึ่งเป็นวิธีการรวมกันแบบมีทางเลือกคล้ายวิธีฮิวริสติคแต่จะประยุกต์ใช้เกณฑ์สม่ำเสมอ (Regularity criterion, RC) เพื่อช่วยลดจำนวนของทางเลือกลง ต่อมา Emami และผู้ร่วมงานท่านอื่น (1996) ได้เสนอวิธีการใหม่สำหรับใช้กับระบบที่มีตัวแปรมากๆ โดยสามารถช่วยลดเวลาในการกำหนดตัวแปรในส่วนเงื่อนไขได้มาก

2. การกำหนดจำนวนกฎฟัซซีที่เหมาะสม

พิจารณาอัลกอริธึมฟัซซีคลัสเตอริงพบว่าจำเป็นต้องมีการกำหนดจำนวนกลุ่มเริ่มต้นก่อน โดยที่จำนวนกฎฟัซซีจะมีค่าเท่ากับจำนวนกลุ่มที่กำหนด ในงานวิจัยนี้จะใช้วิธีการออพติไมซ์เพื่อระบุหาจำนวนกลุ่มหรือกฎฟัซซีที่เหมาะสม โดยประยุกต์ใช้เกณฑ์ S(c) เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ตัดสินสมการของเกณฑ์ S(c) แสดงดังในสมการที่ (3.35)

$$S(c)=\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{K}(\mu_{ij})^m\left(\left\|x_j-v_i\right\|^2-\left\|v_i-\bar{x}\right\|^2\right) \tag{3.35}$$

โดยที่ N เป็นจำนวนของข้อมูล

K เป็นจำนวนกลุ่ม , K>2

$\bar{x}$ เป็นค่าเฉลี่ยของ x_j, $j = 1, 2, \ldots, N$

x_j เป็นแมทริกซ์ของข้อมูลที่อธิบายไว้ในสมการที่ (3.26)

v_i เป็นแมทริกซ์ของจุดศูนย์กลางของกลุ่ม i

$\|\cdot\|$ เป็นค่านอร์ม (Norm)

μ_{ij} เป็นค่าระดับความเป็นสมาชิกของข้อมูลในกลุ่ม i

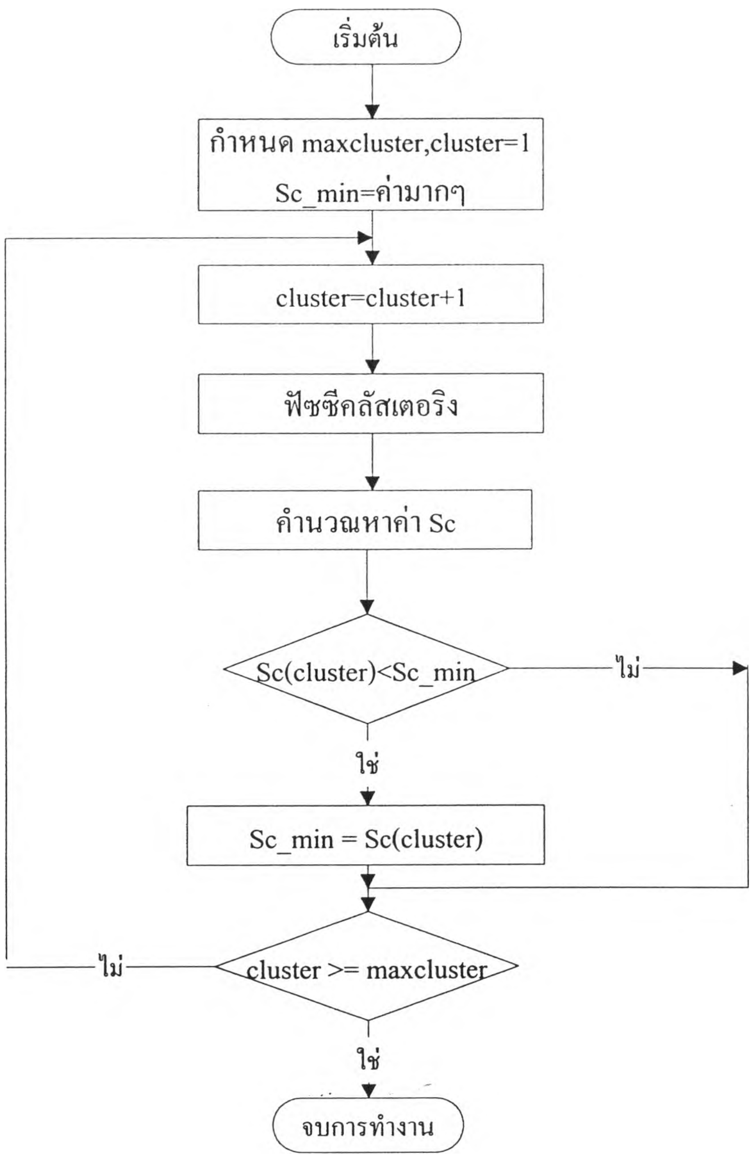
m มีค่าเท่ากับ 2

ค่าเกณฑ์นี้เป็นการพิจารณาค่าความแตกต่างระหว่างค่าความแปรปรวนของข้อมูลภายในกลุ่ม กับค่าความแปรปรวนของกลุ่มเอง ดังนั้นคลัสเตอริงที่เหมาะสมจึงเป็นการพิจารณาให้ค่าความแปรปรวนในแต่ละกลุ่มมีค่าต่ำสุดและให้ค่าความแปรปรวนระหว่างกลุ่มมีค่าสูงสุด แผนภาพการทำงานของการระบุหาแบบจำลองฟัซซีโดยใช้ฟัซซีคลัสเตอริงแสดงได้ดังรูปที่ 3.1

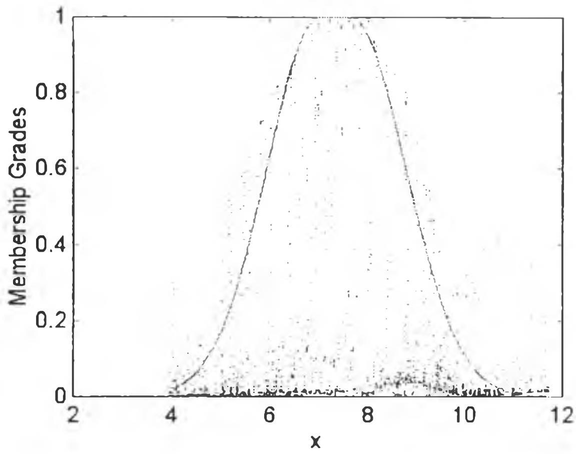
3. การกำหนดฟังก์ชันสมาชิกในส่วนเงื่อนไขของกฎ

การกำหนดฟังก์ชันสมาชิกในส่วนเงื่อนไขของกฎ ทำโดยใช้ฟัซซีพาร์ทิชันแมทริกซ์ ซึ่งได้จากการฟัซซีคลัสเตอริงข้อมูล ฟัซซีพาร์ทิชันแมทริกซ์แสดงถึงค่าระดับความเป็นสมาชิกของข้อมูลแต่ละจุดในแต่ละกลุ่ม โดยที่แต่ละกลุ่มเปรียบเสมือนกฎแต่ละข้อของแบบจำลองฟัซซี การหาฟังก์ชันสมาชิกของตัวแปรในส่วนเงื่อนไขของแต่ละกฎ ทำโดยการฉาย (Projecting) หรือพล็อทฟัซซีพาร์ทิชันแมทริกซ์ของแต่ละกฎไปยังแกนของแต่ละตัวแปร ดังแสดงในรูปที่ 3.2 ผลของการ

ฉายไปยังแต่ละแกนทำให้ได้ฟังก์ชันสมาชิกที่มีค่าความเป็นสมาชิกที่ไม่ราบเรียบ ดังนั้นจึงประยุกต์ใช้การกรองเพื่อกรองค่าให้มีความราบเรียบ เพื่อให้การอนุมานกฎฟัซซีเป็นไปได้ง่าย ดังนั้นจึงควรที่จะเลือกประมาณด้วยฟังก์ชันที่ง่ายเช่น ฟังก์ชันรูปสามเหลี่ยม ฟังก์ชันรูปสี่เหลี่ยมคางหมู และฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล



รูปที่ 3.1 แผนภาพแสดงการทำงานของการกำหนดจำนวนกฎฟัซซีที่เหมาะสม



รูปที่ 3.2 วิธีการกำหนดฟังก์ชันสมาชิกจากฟัซซีพาร์ทิชันแมทริกซ์

3.7.2 การระบุหาพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองฟัซซีประกอบด้วยค่าพารามิเตอร์ในส่วนเงื่อนไขของกฎ (Antecedent variable) และค่าพารามิเตอร์ในส่วนผลสรุปของกฎ (Consequent parameter) ค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันสมาชิกในส่วนเงื่อนไขทำการระบุได้โดยใช้ฟัซซีคลัสเตอริง ส่วนค่าพารามิเตอร์ในส่วนผลสรุปของกฎ หรือค่าสัมประสิทธิ์เชิงเส้นของแบบจำลองฟัซซีแบบ Takagi-Sugeno สามารถหาได้โดยการประยุกต์ใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีนี้จะให้ค่าพารามิเตอร์ของส่วนเงื่อนไขเหมาะสม (Optimum consequence parameter) ที่ทำให้ค่าดรรชนีสมรรถนะ (Performance index) มีค่าต่ำสุด โดยที่ค่าดรรชนีสมรรถนะเป็นค่ารากของกำลังสองเฉลี่ย (Root mean squared errors)

สมมติให้แบบจำลองฟัซซีชนิด Takagi-Sugeno แสดงได้เป็นกฎเงื่อนไขดังนี้

$$\begin{aligned} &R^1 : If\ x_1\ is\ A_1^1,...,and\ \ x_k\ is\ A_{k1}^1 \quad Then\ \ y = p_0^1 + p_1^1 \cdot x_1 + ... + p_k^1 \cdot x_k \\ &\vdots \\ &R^n : If\ x_1\ is\ A_1^n,...,and\ \ x_k\ is\ A_{k1}^n \quad Then\ \ y = p_0^n + p_1^n \cdot x_1 + ... + p_k^n \cdot x_k \end{aligned} \tag{3.36}$$

ค่าเอาท์พุทของ แบบจำลองหาได้จากสมการ (3.37)

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{n}(A_1^i(x_1) \wedge ... \wedge A_n^i(x_n)) \cdot (p_0^i + p_1^i \cdot x_1 + ... + p_k^i \cdot x_k)}{\sum_{i=1}^{n}(A_1^i(x_1) \wedge ... \wedge A_n^i(x_n))} \tag{3.37}$$

$$\beta_i = \frac{(A_1^i(x_1) \wedge ... \wedge A_n^i(x_n))}{\sum_{i=1}^{n}(A_1^i(x_1) \wedge ... \wedge A_n^i(x_n))} \tag{3.38}$$

$$y = \sum_{i=1}^{n} \beta_i (p_0^i + p_1^i \cdot x_1 + ... + p_k^i \cdot x_k) \tag{3.39}$$

$$y = \sum_{i=1}^{n} (p_0^i \cdot \beta_i + p_1^i \cdot x_1 \cdot \beta_i + ... + p_k^i \cdot x_k \cdot \beta_i) \tag{3.40}$$

จากสมการที่ (3.40) เราสามารถหาค่าพารามิเตอร์ $p_0^i, p_1^i, ..., p_k^i,\ i = 1, 2, ..., n$ โดยใช้วิธีการกำลังสองน้อยที่สุด ดังนี้

กำหนดให้เซตของข้อมูลอินพุท-เอาท์พุท เป็น $x_{1j}, x_{2j}, ..., x_{kj} \rightarrow y_j, \quad j = 1, ..., m$

X เป็นแมทริกซ์ที่มีขนาด ($mxn(k$+1)) แสดงในสมการที่ (3.41)

Y เป็น เวคเตอร์เอาท์พุทที่แสดงดังสมการที่ (3.43)

$$X = \begin{bmatrix} \beta_{11},..., & \beta_{n1}, x_{11} \cdot \beta_{11},..., & x_{11} \cdot \beta_{n1},... & \\ . & ..., & x_{11} \cdot \beta_{n1},..., & x_{k1} \cdot \beta_n \\ . & & & . \\ \beta_{1m},..., & \beta_{nm}, x_{1m} \cdot \beta_{1m},..., & x_{1m} \cdot \beta_{1m},... & . \\ & ..., & x_{k1} \cdot \beta_{1m},..., & x_{k1} \cdot \beta_{nm} \end{bmatrix} \tag{3.41}$$

$$\beta_{ij} = \frac{(A_{i1}(x_{ij}) \wedge ... \wedge A_{ik}(x_k))}{\sum_j (A_{i1}^i(x_{1j}) \wedge ... \wedge A_{ik}(xkj))} \tag{3.42}$$

โดยที่ Λ เป็น ตัวประกอบการ *Min*

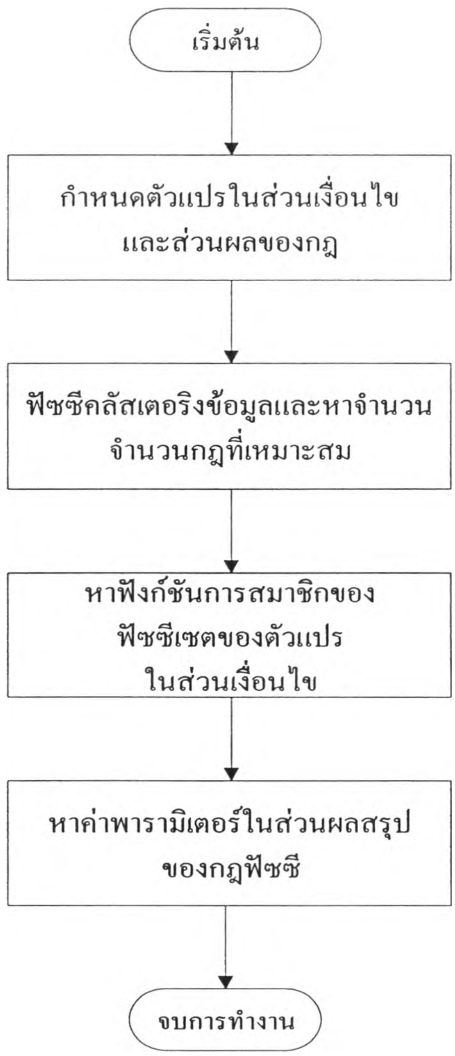
$$Y = [y_1, \ldots, y_m]^T \tag{3.43}$$

$$P = [p_0^1, \ldots, p_0^n, p_1^1, \ldots, p_1^n, p_k^1, \ldots, p_k^n]^T \tag{3.44}$$

ดังนั้นเวคเตอร์พารามิเตอร์ (P) คำนวณได้จาก สมการที่(3.45)

$$P = (X^T X)^{-1} X^T Y \tag{3.45}$$

แผนภาพการระบุหาแบบจำลองฟัซซีสรุปได้ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3.แผนภาพแสดงขั้นตอนการระบุหาแบบจำลองฟัซซี

3.8 ตัวควบคุมฟัซซี

ตัวควบคุมฟัซซีถูกประยุกต์ใช้ครั้งแรก โดย Mamdani (1974) การควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมฟัซซีมีอัลกอริธึมแบบฐานความรู้ (Knowledge-based algorithm) ที่อธิบายด้วยทฤษฎีทางฟัซซีลอจิก การออกแบบตัวควบคุมฟัซซีในสมัยแรกๆ เป็นการออกแบบโดยอาศัยข้อมูลความรู้และประสบการณ์ของผู้เชี่ยวชาญ โดยผู้ออกแบบเป็นผู้ตั้งกฎการควบคุมเอง แต่ในบางครั้งการออกแบบกฎอาจทำได้ไม่ครอบคลุม หรือขาดข้อมูลความรู้ในบางส่วนของกระบวน ดังนั้นจึงมีการพัฒนาวิธีการออกแบบตัวควบคุมฟัซซีจากแบบจำลองฟัซซี ซึ่งเรียกตัวควบคุมชนิดนี้ว่าตัวควบคุมฟัซซีแบบใช้โมเดลโดยที่แบบจำลองเปรียบเสมือนเป็นฐานความรู้ของตัวควบคุม ดังนั้นตัวควบคุมที่อาศัยแบบจำลองจำเป็นต้องมีแบบจำลองที่มีความถูกต้องและเหมาะสม เพื่อให้สามารถทำนายค่าเอาท์พุทและพฤติกรรมของระบบได้อย่างถูกต้อง

3.9 วิธีการออกแบบตัวควบคุมฟัซซีลอจิก

ระบบการควบคุมโดยใช้ฟัซซีลอจิก คือระบบควบคุมที่อิงกับฐานกฎฟัซซี ซึ่งเซตของกฎเหล่านี้แสดงถึงกลไกการตัดสินใจในการควบคุมกระบวนการ เพื่อลดผลกระทบต่างๆ ที่เข้าสู่ระบบ การออกแบบกฎการควบคุมของตัวควบคุมฟัซซีลอจิกในสมัยแรกๆ เป็นการออกแบบโดยใช้ความรู้ความเข้าใจ หรือประสบการณ์ของผู้เชี่ยวชาญ แต่ในปัจจุบันได้มีการเสนอวิธีการออกแบบตัวควบคุมฟัซซีไว้หลายวิธี ซึ่งพอจะสรุปได้ดังนี้

1) วิธีการโดยตรง (Direct approach)

วิธีการนี้เป็นการออกแบบกฎฟัซซีจากวิธีการควบคุมกระบวนการของมนุษย์ โดยที่กฎและฟังก์ชันสมาชิกถูกออกแบบโดยผู้เชี่ยวชาญ ตัวควบคุมฟัซซีประเภทนี้มักเรียกว่า ตัวควบคุมฟัซซีเชิงภาษา

(Linguistic fuzzy controller) ในการที่จะให้ได้สมรรถนะการควบคุมที่ดีนั้น อาจจำเป็นต้องมีการทดลองและทดสอบกฎการควบคุมหลายๆ ครั้ง ซึ่งอาจจำเป็นต้องมีการลดหรือเพิ่มกฎ แต่อย่างไรก็ตามการอธิบายของผู้เชี่ยวชาญอาจจะไม่สมบรูณ์หรือไม่ถูกต้องได้ ทั้งนี้อาจเป็นผลเนื่องมาจากข้อจำกัดหรือขาดข้อมูลความรู้ในบางส่วนของกระบวนการเอง

2) วิธีการออกแบบโดยใช้ข้อมูลอินพุท-เอาท์พุทของการควบคุมของผู้ปฏิบัติการ

วิธีการนี้เกิดจากการที่ผู้ปฏิบัติการสามารถดำเนินการการควบคุมได้อย่างถูกต้องโดยใช้ความรู้ ความชำนาญและประสบการณ์ โดยที่ผู้ปฏิบัติการมิได้รู้ถึงแบบจำลองของกระบวนการเลย ซึ่งในบางครั้งอาจไม่สามารถระบุวิธีการตัดสินใจของการควบคุมออกมาได้ในลักษณะของคำหรือข้อความที่เหมาะสมได้ ในกรณีเช่นนี้กฎการควบคุมอาจสรุปได้จากข้อมูลอินพุทและเอาท์พุทของการปฏิบัติการ

3) วิธีการออกแบบโดยใช้จากแบบจำลองฟัซซี

วิธีการนี้เริ่มต้นด้วยการหาแบบจำลองฟัซซีของกระบวนการขึ้นมาก่อน แล้วทำการสร้างกฎการควบคุมฟัซซีจากการวิเคราะห์แบบจำลองนั้น แม้ว่าวิธีการนี้จะค่อนข้างยุ่งยากซับซ้อนแต่ให้สมรรถนะที่ดีและเชื่อถือได้

4) วิธีออกแบบโดยอาศัยการเรียนรู้

วิธีนี้เป็นการกำหนดให้ตัวควบคุมสามารถเรียนรู้เองว่ากฎกรือพารามิเตอร์ที่สำคัญเช่นฟังก์ชันสมาชิกที่เหมาะสมควรเป็นอย่างไร แล้วทำการปรับให้ได้ค่าที่เหมาะสม โดยดูจากค่าสมรรถนะของการควบคุม ในปัจจุบันได้มีการศึกษาและประยุกต์ใช้นิวรัลเน็ทเวิร์กร่วมกับฟัซซีลอจิกเพื่อสร้างตัวควบคุมนิวโร-ฟัซซี (Neuro-fuzzy controller) โดยเป็นการอาศัยข้อดีด้านความสามารถ

ในการเรียนรู้จากนิวรัลเน็ทเวิร์ก และความสามารถในการตีความได้ดีหรือการจัดการข้อมูลซึ่งไม่ชัดเจนของระบบฟัซซีลอจิก

3.10 ตัวควบคุมฟัซซีลอจิกแบบผู้เชี่ยวชาญ

ตัวควบคุมฟัซซีลอจิกเป็นการอาศัยแนวคิดของการสร้างอัลกอริธึมของการควบคุม โดยใช้กฎเชิงตรรก (Logical rules) ซึ่งเป็นการพยายามที่จะเพิ่มประสิทธิภาพของอัลกอริธึมของการควบคุมแบบทั่วไป (Conventional control algorithms) อัลกอริธึมการควบคุมที่ใช้กฎเชิงตรรกนี้มีลักษณะคล้ายแนวคิดแบบมนุษย์ ทฤษฎีฟัซซีเซตถูกใช้เป็นเครื่องมือในการอธิบายอัลกอริธึมเชิงภาษา และได้มีการประยุกต์ใช้ฟัซซีลอจิกในการควบคุมระบบที่มีความซับซ้อน ซึ่งตัวควบคุมนี้สร้างจากความรู้และประสบการณ์ของมนุษย์หรือผู้เชี่ยวชาญ

กฎเชิงภาษาเป็นส่วนสำคัญของตัวควบคุมฟัซซีลอจิก ซึ่งเป็นการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอินพุทและเอาท์พุทโดยแสดงในรูปกฎแบบมีเงื่อนไข โดยทั่วไปแล้วสามารถแสดงตัวควบคุมฟัซซีลอจิกในรูปแบบที่คล้ายกับกฎการควบคุมแบบทั่วไปได้ดังนี้

$$u(k) = F(e(k), e(k-1), \ldots, e(k-v), u(k-1), u(k-2), \ldots, u(k-v)) \qquad (3.46)$$

โดยที่ ฟังก์ชัน F เป็นการอธิบายโดยใช้กฎเงื่อนไข ซึ่งไม่ได้มีความหมายเป็นทรานสเฟอร์ฟังก์ชันหรือสมการเชิงอนุพันธ์แต่อย่างใด

ตัวควบคุมฟัซซีลอจิกที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณควบคุม $\Delta u(k)$ กับ ค่าความผิดพลาด $e(k)$ และการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาด $\Delta e(k)$ สามารถเขียนกฎการควบคุมได้ดังนี้

$$\Delta u(k) = F(e(k), \Delta e(k)) \tag{3.47}$$

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) \tag{3.48}$$

$$\Delta e(k) = e(k) - e(k-1) \tag{3.49}$$

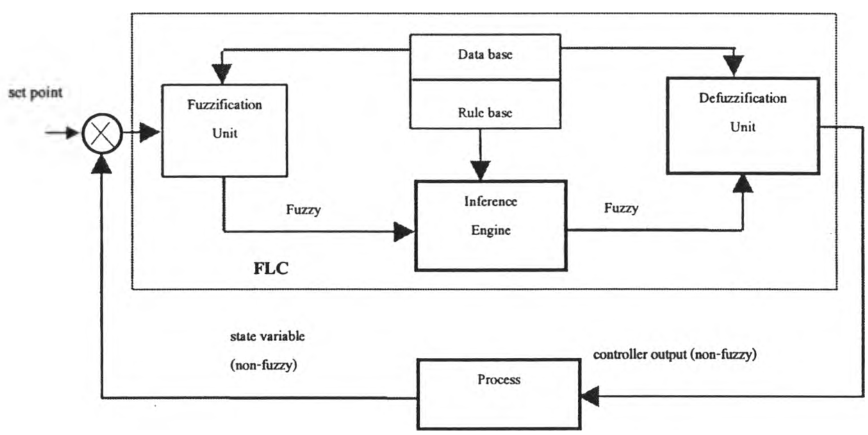
โดยที่สมมติให้ v =1 ค่าเอาท์พุทของตัวควบคุม $u(k)$ สามารถหาได้ดังนี้

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k) \tag{3.50}$$

ยกตัวอย่างเช่น

$$\textit{If } e(k) \textit{ is negative and } \Delta e(k) \textit{ is positive Then } \Delta u(k) \textit{ is zero}$$

โครงสร้างหลักของตัวควบคุมฟัซซีลอจิกแสดงได้ในรูปที่ 3.4 ซึ่งแสดงขั้นตอนที่สำคัญของตัวควบคุมฟัซซีลอจิกได้แก่ กระบวนการฟัซซิฟิเคชัน กระบวนการอนุมาน กระบวนการดีฟัซซี (รายละเอียดเพิ่มเติมดูในภาคผนวก ก)



รูปที่ 3.4 โครงสร้างโดยทั่วไปของตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิก

ตัวแปรกระบวนการจะถูกวัดและเปรียบเทียบกับค่าเซ็ทพอยท์เพื่อใช้แสดงสถานการณ์ของการควบคุม จากนั้นจะทำการสเกล (Scaling) ด้วยแฟกเตอร์การสเกล (Scaling factors) ของอินพุท

แล้วแปลงค่าตัวแปรให้อยู่ในขอบเขตของวาทยเอกภพของฟัซซีอินพุทนั้นๆ ค่าที่ได้จากการเชื่อมโยงจะถูกเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของตัวแปรฟัซซีภายในกระบวนการฟัซซิฟิเคชันโดยการแทนค่าลงในฟังก์ชันสมาชิกที่ได้นิยามไว้สำหรับแต่ละฟัซซีเซต ตัวแปรฟัซซีที่ได้จะถูกส่งเข้าสู่หน่วยอนุมานเพื่อทำการอนุมานกับกฎการควบคุมที่อยู่ในรูปแบบของข้อความ “IF-THEN” เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่เป็นพฤติกรรมการควบคุม ข้อสรุปฟัซซีที่ได้จะถูกเปลี่ยนกลับให้อยู่ในรูปของค่าตัวแปรแบบคริส์พซึ่งจะใช้เป็นเอาท์พุทของตัวควบคุมโดยกระบวนการดีฟัซซิฟิเคชัน แล้วทำการเปลี่ยนเรนจ์ (Range) ให้อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ของตัวแปรเอาท์พุทและสเกลค่าด้วยแฟกเตอร์การสเกลไปเป็นสัญญาณปรับกระบวนการ

สิ่งที่ต้องคำนึงในการออกแบบฐานความรู้

ก) การเลือกตัวแปรอินพุทและเอาท์พุท

การออกแบบตัวควบคุมฟัซซีลอจิกนั้น ขั้นตอนแรกจำเป็นที่จะต้องรู้ถึงจำนวนของตัวแปรอินพุทและเอาท์พุทที่ใช้ในตัวควบคุม ซึ่งจำนวนของตัวแปรเหล่านี้จะขึ้นอยู่กับความซับซ้อนของกระบวนการที่ถูกควบคุม สำหรับตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิกที่ใช้ในระบบมัลติอินพุท-ซิงเกิลเอาท์พุท ในลักษณะของตัวควบคุมแบบพีไอดี ตัวแปรอินพุทจะได้แก่ ความผิดพลาดจากกระบวนการ (e), ผลรวมของความผิดพลาด $\sum e$ และอนุพันธ์ของความผิดพลาด (de) ตัวแปรเหล่านี้จะเขียนได้เป็นเวคเตอร์ของตัวแปรอินพุท E โดยที่ $E = [e, \sum e, de]$ และ ตัวแปรเอาท์พุทของตัวควบคุมคือการเปลี่ยนแปลงของสัญญานควบคุม (Δu) หรือสัญญาณควบคุม (u)

ข) การกำหนดฟังก์ชันสมาชิก

ฟังก์ชันสมาชิกสำหรับฟัซซีเซตนั้น จะนิยามโดยสองวิธี คือ นิยามโดยตัวเลข วิธีนี้จะเป็นการกำหนดดีกรีของการเป็นสมาชิกของแต่ละฟัซซีเซตในลักษณะของเวกเตอร์ของจำนวนซึ่งจะมี

จำนวนมิติที่ขึ้นอยู่กับระดับของการดีสกรีตในเอกภพสัมพัทธ์ วิธีที่สอง คือการนิยามด้วยฟังก์ชันวิธีนี้ดีกรีของความเป็นสมาชิกของฟัซซีเซตนั้นจะเป็นในลักษณะของฟังก์ชัน รูปร่างของฟังก์ชันสมาชิกที่เป็นที่นิยมมากได้แก่ ฟังก์ชันรูปสามเหลี่ยม ฟังก์ชันรูปสี่เหลี่ยมคางหมู และฟังก์ชันรูประฆัง เนื่องจากว่าสามารถอธิบายได้ในรูปฟังก์ชันและพารามิเตอร์ได้ง่าย ใช้หน่วยความจำน้อยและจัดการได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ค) การกำหนดแฟกเตอร์ในการสเกล

ค่าแฟกเตอร์ในการสเกล จะใช้ในการแปลงค่าของตัวแปรอินพุททางกายภาพให้อยู่ในนอร์มัลไลซ์โดเมน และแปลงค่านอร์มัลไลซ์ของตัวแปรเอาท์พุทเป็นค่าทางกายภาพ ดังนั้นแฟกเตอร์การสเกลจึงมีความสำคัญต่อสมรรถนะของตัวควบคุม และเสถียรภาพของระบบ

ง) การพาร์ทิชันปริภูมิอินพุทและเอาท์พุท

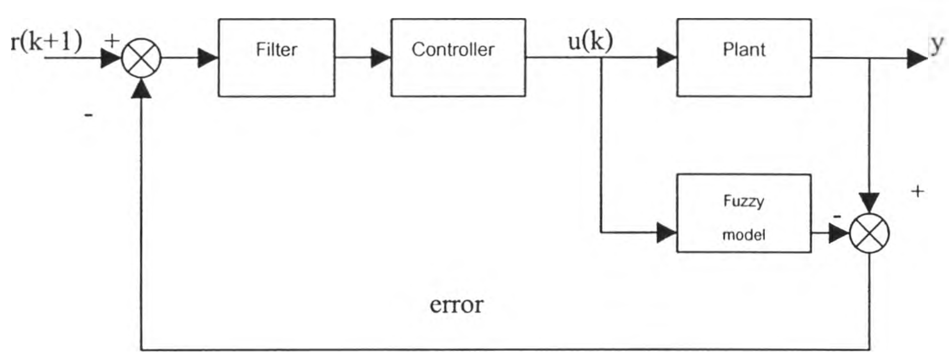
การกำหนดจำนวนของฟัซซีเซตในปริภูมิของแต่ละตัวแปรจำเป็นต้องกำหนดให้เหมาะสม เนื่องจากจำนวนของฟัซซีเซตที่นิยามสำหรับแต่ละตัวแปรจะมีผลโดยตรงต่อจำนวนมากที่สุดของกฎฟัซซี ซึ่งจำนวนฟัซซีเซตที่เหมาะสมจะขึ้นอยู่กับความยากง่ายและความแม่นยำในการควบคุมที่ต้องการ โดยส่วนมากแล้วจะใช้การพิจารณาจากประสบการณ์และการลองผิดลองถูก

3.11 ตัวควบคุมฟัซซีแบบใช้โมเดล (Fuzzy model-based controller)

การออกแบบตัวควบคุมฟัซซีลอจิกโดยวิธีทางตรง เป็นการออกแบบกฎการควบคุมโดยอาศัยผู้เชี่ยวชาญ แต่ในบางครั้งอาจพบปัญหาคือกฎที่ได้จากการออกแบบอาจไม่ครอบคลุมเหตุการณ์ทั้งหมดได้ หรือขาดข้อมูลความรู้ของกระบวนในบางส่วน ดังนั้นจึงมีการพัฒนาการออกแบบตัวควบคุมฟัซซีจากแบบจำลองฟัซซี แบบจำลองเปรียบเสมือนเป็นฐานความรู้ของตัวควบคุม

ดังนั้นตัวควบคุมที่อาศัยแบบจำลอง จึงจำเป็นต้องมีแบบจำลองที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สามารถทำนายค่าเอาท์พุทและพฤติกรรมของระบบได้อย่างถูกต้อง

งานวิจัยนี้เป็นการออกแบบตัวควบคุมฟัซซีโดยอาศัยแบบจำลองฟัซซีที่ระบุได้ในหัวข้อ 3.7 ตัวควบคุมฟัซซีแบบใช้โมเดลมีลักษณะโครงสร้างคล้ายตัวควบคุมแบบใช้โมเดลภายในทั่วไป (Conventional internal model based controller: IMC) ดังแสดงในรูปที่ 3.5 ซึ่งประกอบด้วย กระบวนการ แบบจำลอง ตัวกรอง และตัวควบคุม



รูปที่ 3.5 โครงสร้างการควบคุมด้วยตัวควบคุมฟัซซีแบบใช้โมเดล

อัลกอริธึมของการออกแบบตัวควบคุมแบบใช้โมเดล

ให้แบบจำลองฟัซซีในสมการที่ (3.22) สามารถเขียนในรูปแบบของแบบจำลองหลายตัวแปรอินพุทหนึ่งตัวแปรเอาท์พุท (MISO NARX model) ดังนี้

$$y(k+1) = f(x(k)) + g(x(k))u(k) \tag{3.51}$$

โดยที่ $x(k) \in X \subset R^n$

$$x(k) = [y(k), y(k-1), ..., y(k-n+1), u(k-1), ..., u(k-m+1)] \tag{3.52}$$

ดังนั้นสามารถเขียนแบบจำลองฟัซซีแบบ Takagi-Sugeno ได้ดังนี้

$$R^i : \ If \ x(k) \ is \ A_i \quad Then \ y(k+1) = a_i^T x(k) + b_i u(k) + c_i \tag{3.53}$$

โดยที่ i เป็นจำนวนกฎฟัซซี ; $i = 1, 2, ..., K$

A_i เป็นเมตริกซ์แบบหลายมิติ (Multidimensional) ของค่าฟัซซีเซตของตัวแปรในส่วนเงื่อนไขซึ่งนิยามโดยใช้ฟังก์ชันสมาชิก

$$\mu_{A_i}(x) : R^n \to [0,1] \tag{3.54}$$

โดยที่ $a_i \in R^n, b_i, c_i \in R$ เป็นค่าพารามิเตอร์ในส่วนผลสรุปของกฎที่ i

K เป็นจำนวนของกฎฟัซซีในฐานกฎ

ค่าเอาท์พุท $y(k+1)$ สามารถหาได้จากสมการ (3.55)

$$y(k+1) = \lambda_i(k)(a_i^T x(k) + b_i u(k) + c_i) \tag{3.55}$$

โดยที่ $\lambda_i(k)$ เป็นค่านอร์มัลไลซ์ของระดับการเป็นสมาชิกทั้งหมดในส่วนเงื่อนไขของกฎ i

$$\lambda_i(k) = \frac{\mu_{A_i}(x(k))}{\sum_{j=1}^{K} \mu_{A_j}(x(k))} \tag{3.56}$$

การคำนวณหาค่าเอาท์พุทของตัวควบคุม $u(k)$ ที่ทำให้เอาท์พุทของกระบวนการที่เวลาถัดไปมีค่าเท่ากับค่าเอาท์พุทที่ต้องการหรือที่อ้างอิง (Desired (reference) output: $r(k+1)$) กระทำได้โดยการผกผัน (Inverse) สมการที่ (3.51)

$$u(k) = \frac{y(k+1) - f(x(k))}{g(x(k))} \tag{3.57}$$

แทนค่า $y(k+1)$ ในสมการ (3.57) ด้วยค่า $r(k+1)$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$u(k) = \frac{r(k+1) - \sum_{i=1}^{K} \lambda_i(x(k))(a_i x(k) + c_i)}{\sum_{i=1}^{K} \lambda_i(x(k)) b_i} \tag{3.58}$$

โครงสร้างการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมฟัซซีแบบใช้โมเดลแสดงในรูปที่ 3.5 สัญญาณอ้างอิง r จะถูกกรองสัญญาณโดยใช้ตัวกรองอันดับหนึ่ง บทบาทของตัวกรองในการควบคุมแบบใช้โมเดล เพื่อกรองค่าสัญญาณรบกวนจากการวัด (Measurement noise) และเพื่อให้เกิดเสถียรภาพของการควบคุม สมการของตัวกรองที่ใช้ในกระบวนการควบคุมแสดงได้ดังนี้

$$r(k) = [r(k-1)\ x\ O_{sf}] + [r(k)\ x\ (1 - O_{sf})] \tag{3.59}$$

$$error(k) = [error(k-1)\ x\ O_{er}] + [error(k)\ x\ (1 - O_{er})] \tag{3.60}$$

โดยที่ k เป็นเวลาดีสครีต

O_{sf} เป็นแฟกเตอร์ของการจูนที่กำหนดอัตราการเปลี่ยนของเซ็ทพอยท์

O_{er} เป็นแฟกเตอร์การจูนที่กำหนดอัตราการเปลี่ยนของความผิดพลาด

3.12 บทสรุป

บทนี้เป็นการกล่าวถึงลักษณะของแบบจำลองฟัซซีและอัลกอริธึมของฟัซซีคลัสเตอริง และวิธีการระบุหาแบบจำลองฟัซซีของกระบวนการซึ่งประกอบด้วยการระบุหาโครงสร้างและพารามิเตอร์ของแบบจำลอง นอกจากนี้ยังเสนออัลกอริธึมของการออกแบบตัวควบคุมฟัซซีแบบใช้โมเดล เนื้อหาในบทนี้จะนำไปใช้ในบทที่ 4 ซึ่งเป็นการประยุกต์ใช้เพื่อระบุหาแบบจำลองฟัซซีและตัวควบคุมฟัซซีลอจิกของกระบวนการที่ศึกษา