รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ไพศาล กิตติศุภกร. เอกสารประกอบคำสอนวิชา 2105-619 Advance Automatic Process Control. ภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 1997.

ภาษาอังกฤษ

Arthur Jutan and Ashok Uppal. Combined Feedforward-Feedback Servo Control Scheme for Exothermic Batch Reactor, ***Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev, 23, 1984, 597-602.***

Barry J. Cott and Sandro Macchato. Temperature Control of Exothermic Batch Reactors Using Generic Model Control, ***Ind. Eng. Chem. Res., 28, 1986, 1177-1184.***

Bonwin D., Valliere, P. and Rippin, D. W. T. Application of Estimation Techniques to Batch Reactor-I,II Modelling Thermal Effects, ***Com. Chem. Eng., 13, 1/2, 1-20, 1989.***

Culter, C. R. and Remaker, B. L. Dynamic matrix control - a computer control algorithm. ***AIChE National Meeting, Houston, TX., April 1979.***

Daniel R. Lewin and Ram Lavie. Design and Implementing Trajectories in an Exothermic Batch Chemical Reactor, ***Ind. Eng. Chem. Res., 29,1990,89-96.***

Edward Katende and Arthur Jutan. Nonlinear Predictive Control of Complex Processes, ***Ind. Eng. Chem. Res, 35, 10, 1996, 3539-3546.***

Friedrend, M. and R. Perne. Design and Control of Batch Reactors -An Industrial Viewpoint -, ***Com. Chem. Eng. , 19 , 1995, S357-S368.***

Gangadhar Gattu and Evanghelos Zafiriou. Observer Based Nonlinear Quadratic Dynamic Matrix Control for State Space and Input/Output Models, ***The Canadian Journal of Chemical Engineering, 73, 12, 1995, 883-895.***

Jay H. Lee and N. Lawrence Ricker. Extended Kalman Filter Based Nonlinear Model Predictive Control, ***Ind. Eng. Chem. Res., 33, 1994, 1530-1541.***

Jens. G. Ballchen, Dag Liungquist. Stig Strand, State-Space Predictive Control, ***Chemical Engineering Science, 47, 4, 1992, 787-807.***

John W. Eaton, James B. Rawings. Model-Predictive Control of Chemical Processes, ***Chemical Engineering Sience,47, 4, 1992, 705-720.***

Kalman R. E. and Bucy, R. S. New resualts in linear filtering and prediction theory, ***Trans, ASME J. Basic Eng, 83, 1961, 95-108.***

Karl J. Astrom, Bjorn Wintenmak. ***Computer-Control Systems : Theory and Design***, 2[nd] Edition, New Jersey:Prentice Hall, Inc., 1990.

Kershenbaum, L. S. and Kittisupakorn, P. The use of a Partially Simulated Exothermiv (PARSEX) Reaction for experimental testing of control algorithm, ***Trans I ChemE, 72, Part A, 1994.***

Liptak, B. G. Controlling and Optimizing Chemical Reactors, ***Chemical Engineering, 26, 5, 1986.***

Manfred Morari, Carlos E. Garcia, and David M. Prett. Model Predictive Control : Theory and Practice, ***IFAC Model Based Process Control, USA, 1988, 1-12.***

Myers, M. A. and Luecke, R. H. Short Note : Process Control Application of an Extended Kalman Filter Algorithm, ***Com. Chem. Eng., 15, 12, 1991, 853-857.***

Natarajam M Iyer and Andrew E. Farell Short Note : Design of a Stable Adaptive Nonlinear Observer for an Exothermic Stirred Tank Reactor, ***Com. Chem Eng., 20, 9, 1996, 1141-1147.***

Phani B. Sistu , B. Wayne Bequette. A Comparison of Nonlinear Control Techniques for Continuous Stirred Tank Reactors, ***Chemical Engineering Science, 47, 9-11, 1992, 2553-2558.***

Ricker, N. L. Model Predictive Control with State Estimation, ***Ind. Eng. Chem. Res., 29, 3, 1990, 374-382.***

Sairam Valluri and Masoud Soroush. Nonlinear State Estimation in the Presence of Multiple Steady State, ***Ind. Eng. Chem. Res., 35, 1996, 2645-2659.***

Semino D., Morretta M. , Scali C. Parameter Estimation in Extended Kalman Filters for Quality control in Polymerization Reactors, ***Com. Chem. Eng., 20, 1996, S913-S918.***

Shinskey F. G. ***Process Control Systems : Application Design and Turning*** , 3[th] edition, McGraw-Hill,Inc. ,1988.

Shi-Shang Jang, Babu Joseph, and Hiro Mukai. Comparison of Two Approachses to On-Line Parameter and State Estimation of Nonlinear System, ***Ind. Eng. Chem. Res., Vol 33, 1530-1541, 1994.***

Sifu Li, Kain Y. Lim, d. Grant Fisher. A State Space Formation for Model Predictive Control, ***AIChE Journal, 35, 2, 1989.***

Thomas F. Edgar. Modelling and Control – Back to the Future, Part I, ***CAST Communication*, *1*, *19*, *1996*.**

Thomas F. Edgar. Modelling and Control – Back to the Future, Part II, ***CAST Communication*, *2*, *19*, *1996*.**

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก. การแก้สมการควอแดรทิกสำหรับระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ

พจน์ควอแดรทิก (Quadratic Form)

รูปแบบการเขียนพจน์ทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปของกำลังสอง ซึ่งในการเขียนพจน์ควอแดรทิคของเมตริกซ์ตัวแปรสเตท x ที่มีขนาด n x 1 โดยมีเมตริกซ์น้ำหนัก A ซึ่งเมตริกซ์สมมาตร ($A = A^T$) ที่มีขนาดเท่ากับ n x n ทำให้สามารถเขียนเวคเตอร์ของตัวแปรสเตทให้อยู่ในรูปควอแครทิคได้ดังนี้

$$\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$$

พจน์ควอแดรทิคที่เขียนได้สามารถเป็นได้ทั้งเมตริกซ์ค่าบวกและเมตริกซ์ค่าลบ ซึ่งขึ้นอยู่กับเวคเตอร์น้ำหนักที่ใช้โดยการแยกประเภทของพจน์ควอแดรทิค สามารถแยกได้ดังนี้ คือ

positive definite $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} > 0$ เมื่อ $\mathbf{x} \neq 0$

positive semidifinite $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} \geq 0$ เมื่อ $\mathbf{x} \neq 0$

negative definite $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} < 0$ เมื่อ $\mathbf{x} \neq 0$

negative semidifinite $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} \leq 0$ เมื่อ $\mathbf{x} \neq 0$

สำหรับเมตริกซ์ A ที่มีค่าเจาะจงของเมตริกซ์ (eigenvalue) เป็นจำนวนจริงที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ทุกค่า มีผลทำให้พจน์ควอแดรทิคเป็นบวก

วิธีตรวจสอบเมตริกซ์น้ำหนักของ Sylvester

1. หาค่าดีเทอร์มิเนนท์ของสมาชิกภายในเมตริกซ์ A

$$D11 = |a_{11}| \quad D22 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad Dnn = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

2. ตรวจสอบดีเทอร์มิเนนท์ของเมตริกซ์ดังกล่าวว่า เป็นค่าบวกหรือค่าลบดังตาราง

D11 0	*D22 0*	*D33 0*	*Dnn 0*	*Positive definite*
D11 0	*D22 0*	*D33 0*	*Dnn 0 (n=odd)* *Dnn 0 (n=even)*	*Negative definite*
D11≥0	*D22≥0*	*D33≥0*	*Dnn≥0*	*Positive Semidefinite*
D11≤0	*D22≥0*	*D33≤0*	*Dnn≤0 (n=odd)* *Dnn≥0 (n=even)*	*Negative Semidefinite*

การหาอนุพันธ์ของพจน์ควอแดรทิค (Differentiation of a Quadratic Matrix)

คุณสมบัติในการหาอนุพันธ์ของเมตริกซ์

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{A}+\mathbf{B})=\frac{d}{dt}\mathbf{A}+\frac{d}{dt}\mathbf{B}$$
$$\frac{d}{dt}(\mathbf{AB})=\frac{d\mathbf{B}}{dt}\mathbf{A}+\mathbf{A}\frac{d\mathbf{B}}{dt}$$

ในกรณีที่เป็นเมตริกซ์เฟังก์ชั่นของตัวแปร เช่น V(x(t))

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{F}(\mathbf{x}(t))=\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}}\right)^{T}\frac{d\mathbf{x}}{dt}$$

และเรียกเมตริกซ์ $\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$ ว่าเมตริกซ์จาร์โคเบียน (Jarcobian)

$$\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}=\begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}\end{bmatrix}$$

ถ้า $\mathbf{F}(\mathbf{x})=\mathbf{A}\mathbf{x}$ อนุพันธ์ของฟังก์ชั่นจะได้

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{A}^{T}$$

และเมื่อหาอนุพันธ์ของพจน์ควอแดรติกจะได้คุณสมบัติดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{x}^{T}\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{A}^{T}\mathbf{x}=2\mathbf{A}\mathbf{x}$$
$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{x}^{T}\mathbf{A}\mathbf{y}=\mathbf{A}\mathbf{y}$$
$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{y}}\mathbf{x}^{T}\mathbf{A}\mathbf{y}=\mathbf{A}^{T}\mathbf{x}$$

ระบบควบคุมแบบออพติมัล

แบบจำลองของกระบวนการ

$$x_{k+1} = Gx_k + Hu_k \qquad (ก-1)$$

$$y_k = Cx_k$$

ฟังก์ชั่นเป้าหมาย

$$J = x^T Qx - u^T Ru \qquad (ก-2)$$

ดัชนีสมรรถนะ

$$J = \frac{1}{2}\sum_{k}^{k+P}(x_k^T Qx_k + u_k^T Ru_k) \qquad (ก-3)$$

โดย $x_{k+1} = Gx_k + Hu_k$

ใช้เทคนิด Lagrance Multiplier จะได้ดัชนีสมรรถนะใหม่ คือ

$$L = \sum_{k}^{k+P}\left[\frac{1}{2}(x_k^T Qx_k + u_k^T Ru_k) + \lambda_{k+1}(x_{k+1} - Gx_k + Hu_k)\right] \qquad (ก-4)$$

ทำการหาอนุพันธ์

$$\frac{\partial L}{\partial x} \qquad Qx_k + G^T\lambda_{k+1} - \lambda_k = 0 \qquad (ก-5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u} \qquad Ru_k + H^T\lambda_{k+1} = 0 \qquad (ก-6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} \qquad x_{k+1} = Gx_k + Hu_k \qquad (ก-7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_P} \qquad Sx_N - \lambda_k = 0 \qquad (ก-8)$$

กำหนด $\lambda_k = P_k x_k$ โดยที่ P_k เป็นเมตริกซ์บวก

นำสมการค่า λ แทนในสมการอนุพันธ์จะได้

$$\frac{\partial L}{\partial x} \qquad Qx_k + G^T P_{k+1} x_{k+1} - P_k x_k = 0$$

$$(P_k - Q)x_k = G^T P_{k+1} x_{k+1} \qquad (ก-9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u} \qquad Ru_k + H^T P_{k+1} x_{k+1} = 0$$

$$u_k = -R^{-1} H^T P_{k+1} x_{k+1} \qquad (ก-10)$$

นำสมการ u แทนค่าในสมการสเตทของกระบวนการ

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} \qquad x_{k+1} = Gx_k + Hu_k \qquad (ก-11)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{G}\mathbf{x}_k - \mathbf{H}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{x}_{k+1}$$
$$\mathbf{G}\mathbf{x}_k = (\mathbf{I} + \mathbf{H}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k+1})\mathbf{x}_{k+1}$$
$$\mathbf{x}_{k+1} = (\mathbf{I} + \mathbf{H}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k+1})^{-1}\mathbf{G}\mathbf{x}_k \qquad (ก\text{-}12)$$

แทนค่า x_{k+1} ในสมการอนุพันธ์

$$(\mathbf{P}_k - \mathbf{Q})\mathbf{x}_k = \mathbf{G}^T\mathbf{P}_{k+1}(\mathbf{I} + \mathbf{H}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k+1})^{-1}\mathbf{G}\mathbf{x}_k$$
$$\mathbf{P}_k - \mathbf{Q} = \mathbf{G}^T\mathbf{P}_{k+1}(\mathbf{I} + \mathbf{H}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k+1})^{-1}\mathbf{G} \qquad (ก\text{-}13)$$

จากบทพิสูจน์

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{D}\mathbf{C})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{D}^{-1} + \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}$$

จะได้

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{Q} + \mathbf{G}^T\mathbf{P}_{k+1}\{\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{R}^{-1}[\mathbf{I} + \mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{H}\mathbf{R}^{-1}]\mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k+1}\}\mathbf{G}$$
$$\mathbf{P}_k = \mathbf{Q} + \mathbf{G}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{G} - \mathbf{G}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{H}[\mathbf{R} + \mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{H}]\mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{G} \qquad (ก\text{-}14)$$

เรียกสมการ ก-14 ที่ใช้คำนวณค่า P นี้ว่าสมการริคาติ (Ricati Equation)

เปรียบเทียบกับระบบควบคุมวงปิด

$$\mathbf{u}_k = -\mathbf{K}_k\mathbf{x}_k \qquad (ก\text{-}15)$$

โดยที่ K เป็นค่าเกนของระบบควบคุม

เทียบกับสมการ u จะได้

$$\mathbf{u}_k = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}^T(\mathbf{G}^T)^{-1}(\mathbf{P}_k - \mathbf{Q})\mathbf{x}_k$$
$$\mathbf{K}_k = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}^T(\mathbf{G}^T)^{-1}(\mathbf{P}_k - \mathbf{Q}) \qquad (ก\text{-}16)$$

ภาคผนวก ข. หลักการประมาณค่าของตัวกรองคาลมาน

กระบวนการที่มีความไม่แน่นอนของตัวแปร (Stochastic Process)

กระบวนการที่มีความไม่แน่นอนของตัวแปรสามารถเขียนฟังก์ชั่นแบบจำลองของกระบวนการในรูปตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอน $\{x(t), t \in T\}$ ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา t ในเซตของเวลา T (ตัวเลขจำนวนจริง) โดยที่ กระบวนการแบบนี้สามารถเขียนสมการตัวแปรเสตทอยู่ในรูปของตัวแปรสองตัวแปร คือ เวลาและตัวแปรสุ่ม ดังนี้ x(t,w) และถ้าเขียนสมการให้ตัวแปรสเตทแปรผันกับตามเวลา (t) และให้ค่าตัวแปรสุ่มมีค่าคงที่ w_0 จะเรียกวิธีดังกล่าวว่า realization และถ้าเขียนสมการให้ตัวแปรเสตทแปรผันตามตัวแปรสุ่ม(w) และให้เวลามีค่าคงที่ t_0 จะได้ค่าตัวแปรสุ่ม (random variable)

ฟังก์ชั่นของค่าการกระจายตัวของกระบวนการสุ่ม เรียกว่า finite-dimension distribution function และในกรณีที่ค่าการกระจายอยู่ในรูปทั่วไป (normal curve) จะเรียกว่า Gaussian Random

$$F(t_1,\ldots,t_n,\xi_1,\ldots,\xi_n) = P(x(t_1) \le \xi_1,\ldots,x(t_n) \le \xi_n \qquad (ข\text{-}1)$$

ฟังก์ชั่นค่าเฉลี่ย (mean-value function – m(t)) และเรียกว่า

$$m(t) = E(x(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi dF(t,\xi) \qquad (ข\text{-}2)$$

ฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วม (Covariance function)

$$\begin{aligned} cov[x(s),x(t)] &= E[x(s)-m(s)][x(s)-m(t)]^T \\ &= \iint [\xi_1 - m(s)][\xi_2 - m(t)]^T dF(s,t,\xi_1,\xi_2) \qquad (ข\text{-}3) \end{aligned}$$

ตัวอย่างการใช้ฟังก์ชั่นโควาเรียนซสำหรับกระบวนการ State Space Model (Markov process – ใช้ในการประมาณค่าตัวแปร)

สมการสเตทของกระบวนการที่มีความไม่แน่นอน

$$x_{k+1} = Gx_k + v_k \qquad (ข\text{-}4)$$

ฟังก์ชั่นค่าเฉลี่ย (mean-value funcion)

$$m(k) = E(x_k) \qquad (ข-5)$$

$$m(k+1) = Gm(k) \quad m(0) = m_0$$

ฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วม (Covariance function)

$$P_k = cov[\, x(k), x(k)] = E[(x-m)(x-m)^T\,] = E[\,\tilde{x}_k \tilde{x}_k^{\,T}\,] \qquad (ข-6)$$

แทนในสมการสเตท

$$\tilde{x}_{k+1}\tilde{x}_{k+1}^{\,T} = G\tilde{x}_k\tilde{x}_k^T G^T + v_k v_k^T + G\tilde{x}_k v_k^T + v_k\tilde{x}_k^T G^T$$

$$P_k = E\left\{\tilde{x}_k\tilde{x}_k^T\right\} \quad Q = E\left\{v_k v_k^T\right\} \quad E\{v_k\} = 0$$

$$P_{k+1} = GP_kG^T + Q \quad \text{สมการ Laponov} \qquad (ข-7)$$

การประมาณค่าตัวแปร

สมการแบบจำลองกระบวนการในรูปตัวแปรสเตทสำหรับใช้ประมาณค่า

$$\bar{x}_0 = G\hat{x}_k + Hu_k \qquad (ข-8)$$

$$\bar{y}_k = C\bar{x}_k$$

การประมาณแบบลดกำลังสองของค่าความผิดพลาด (Least Square Method)

รูปแบบของสมการ

$$S = a(\hat{x}_{k+1} - \bar{x}_0)^2 + b(y - \bar{y}_k) \qquad (ข-9)$$

ทำการหาอนุพันธ์ ($\partial S/\partial X$) และให้เท่ากับศูนย์เพื่อหาจุดที่มีค่า S น้อยที่สุด จะได้

$$\frac{\partial S}{\partial x} = 2a(\hat{x}_{k+1} - \bar{x}_0) - 2bc(y - C\bar{x}_k) = 0$$

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{x}_0 + \frac{bc}{a+bc^2}(y - C\bar{x}_k)$$

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{x}_0 + K(y - C\bar{x}_k) \qquad (ข-11)$$

โดยที่ K คือค่าเกนของการประมาณ (Estimated Gain)

การลดความแปรปรวน (Minimum Variance Estimation)

จากสมการประมาณค่า

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{x}_k + K(y - C\hat{x}_k) \qquad (ข-11)$$

จากหลักการของฟังก์ชั่นความแปรปรวนร่วม

ความไม่แน่นอนเกี่ยวข้องกับ x	$E(x_k) = \bar{x}_k$
ความไม่แน่นอนเกี่ยวข้องกับผลต่างค่า x ที่ประมาณกับค่าจริง	$E(\bar{x}_k - x_k)^2 = \sigma_0^2$
ความไม่แน่นอนเกี่ยวข้องกับ y	$E(y - C\bar{x}_k) = 0$
ความไม่แน่นอนเกี่ยวข้องกับผลต่างค่า y ที่ประมาณกับค่าจริง	$E(y - C\bar{x}_k)^2 = \sigma_\eta^2$

การปรมาณค่าด้วยตัวกรอง (Kalman Filter)

จากเทคนิคการลดความแปรปรวนกำหนดให้ที่เป็นเมตริกซ์บวก

$$Q = \sigma_0^2 \quad R = \sigma_\eta^2 \qquad (ข-12)$$

แบบจำลองของกระบวนการ

$$x_{k+1} = Gx_k + Hu_k + v_k \qquad (ข-13)$$

$$y_k = Cx_k + w_k$$

แทนค่า Y ลงในสมการประมาณค่า

$$x_{k+1} = Gx_k + Hu_k + v_k + KC(y - x_k - w_k) \qquad (ข-14)$$

นำสมการแบบจำลองกระบวนการ ข-14 ลบด้วยสมการประมาณค่า ข-15

$$(x_{k+1} - \bar{x}_{k-1}) = G(x_k - \bar{x}_k) - KC(x_k - \bar{x}_k) - Kw_k + v_k \qquad (ข-15)$$

แทน $\tilde{x}_k = (x_k - \hat{x}_k)$ เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\tilde{x}_{k+1} = (G - KC)\tilde{x}_k - Kw_k + v_k \qquad (ข-16)$$

กำหนดฟังก์ชั่นเป้าหมายในการประมาณ

$$J = E(\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T) \qquad (ข\text{-}17)$$

จะได้ว่า

$$E\left\{\tilde{x}_{k+1}\tilde{x}_{k+1}^T\right\} = E\left\{[(G-KC)\tilde{x}_k - Kw_k + v_k][(G-KC)\tilde{x}_k - Kw_k + v_k]^T\right\}$$

$$= E\begin{bmatrix} (G-KC)\tilde{x}_k\tilde{x}_k^T(G-KC)^T + Kw_kw_k^TK^T + v_kv_k^T \\ -Kw_k\tilde{x}_k^T(G-KC)^T + v_k\tilde{x}_k^T(G-KC)^T \\ -(G-KC)\tilde{x}_kw_k^TK^T - v_kw_k^TK^T \\ +(G-KC)\tilde{x}_kv_k^T - Kw_kv_k^T \end{bmatrix} \qquad (ข\text{-}18)$$

$$= \begin{bmatrix} (G-KC)E\{\tilde{x}_k\tilde{x}_k^T\}(G-KC)^T + KE\{w_kw_k^T\}K^T + E\{v_kv_k^T\} \\ -E\{Kw_k\tilde{x}_k^T(G-KC)^T\} + E\{v_k\tilde{x}_k^T(G-KC)^T\} \\ -E\{(G-KC)\tilde{x}_kw_k^TK^T\} - E\{v_kw_k^TK^T\} \\ +E\{(G-KC)\tilde{x}_kv_k^T\} - E\{Kw_kv_k^T\} \end{bmatrix}$$

จาก

$$P_k = E\left\{\tilde{x}_k\tilde{x}_k^T\right\},\ Q = E\left\{v_kv_k^T\right\},\ R = E\left\{w_kw_k^T\right\},\ E\{v_k\} = 0,\ E\{w_k\} = 0$$

จะได้

$$P_{k+1} = (G-KC)P_k(G-KC)^T + Q + KRK^T$$

$$P_{k+1} = GP_kG - GP_k(KC)^T - KCP_k^TG^T + KCP_k(KC)^T + Q + KRK^T$$

$$P_{k+1} = K(R + CP_kC^T)K^T - GP_kC^TK^T - K(GP_kC^T)^T + Q + GP_kG^T \qquad (ข\text{-}19)$$

ทำกำลังสองสมบูรณ์ (จาก $ax^2+bx+c = a(x+b/2a)^2 + c + b/4a^2$)

$$P_{k+1} = [K - GP_kC^T(R - CP_kC^T)^{-1}](R + CP_kC^T)[K - GP_kC^T(R + CP_kC^T)^{-1}]^T$$
$$+ Q + GP_kG + GPC^T(R + CPC^T)^{-1}CPG^T$$

ค่าที่ได้จะมีค่าฟังก์ชั่นเป้าหมายน้อยสุดต่อเมื่อ x+b/2a =0 เพราะ

a >0 หรือ $R + CP_kC^T > 0$ (P_k >0 หรือ Positive Infinite)

$$P_{k+1} = Q + GP_kG + GPC^T(R + CPC^T)^{-1}CPG^T \qquad (ข\text{-}20)$$

$$K = GP_kC^T(R + CP_kC^T)^{-1} \qquad (ข\text{-}21)$$

ภาคผนวก ค ระบบควบคุมเจเนริกโมเดล

รูปแบบทั่วไปของระบบควบคุมเจนเนริกโมเดล

$$\frac{dY}{dt} = K_1(Y_{sp} - Y) + K_2\int_0^t (Y_{sp} - Y)dt \qquad (ค-1)$$

โดยที่ค่า Y คือ ค่าตัวแปรควบคุม

Y_{sp} คือ ค่าตัวแปรควบคุมที่ตั้งไว้

K1 และ K2 คือ ค่าปรับจูนระบบควบคุม

ระบบควบคุมเจนเนริกโมเดลสำหรับกระบวนการเคมีที่มีปฏิกิริยาคายความร้อน

จากสมดุลพลังงานจะได้สมการการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในถังดังนี้ คือ

$$\frac{dT_{rm}}{dt} = \frac{Q_r + U_r A_r (T_{jm} - T_{rm})}{W_r C_{pr}} \qquad (ค-2)$$

แทนค่า Tr_m ลงในสมการของระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ

$$T_{jm} = T_{rm} + \frac{W_r C_{pr}}{U_r A_r}\left\{K_1(T_{rsp} - T_{rm}) + K_2\int_0^t (T_{rsp} - T_{rm})dt\right\} - \frac{Q_r}{U_r A_r} \qquad (ค-3)$$

เปลี่ยนให้อยู่ในรูปสมการไม่ต่อเนื่อง (Discrete form)

$$T_{jm}(k) = T_{rm}(k) + \frac{W_r C_{pr}}{U_r A_r}\left\{K_1(T_{rsp} - T_{rm}(k)) + K_2\sum_0^k (T_{rsp} - T_{rm}(k))\Delta t\right\} - \frac{Q_r}{U_r A_r}$$

(ค-4)

$$T_{jsp}(k) = T_{jm}(k) + \tau_i \frac{T_{jm}(k) - T_{jm}(k-1)}{\Delta t} \qquad (ค-5)$$

ภาคผนวค ง ระบบประมาณค่าเอ็กซ์โปเนนเชี่ยล

จากเอกสารของ Cott and Macchato (1989)

ประกอบด้วยการกรองสัญญาณตัวแปรวัด

$$\frac{dTre_j}{dt} = \frac{Trm_j - Tre_{j-1}}{\tau_f} \qquad (ง-1)$$

$$\frac{dTje_j}{dt} = \frac{Tjm_j - Tje_j}{\tau_f} \qquad (ง-2)$$

การประมาณค่าอุณหภูมิโดยใช้ฟังก์ชั่นเอ็กซ์โปเนนเชี่ยล

$$\frac{dTre_j}{dt} = \frac{3Tre_j - 4Tre_{j-1} - Tre_{j-2}}{2} \qquad (ง-3)$$

ประมาณค่าความร้อนที่เกิดขึ้น

$$\frac{Qre_j}{UrAr} = \frac{C_p \rho r}{2Ur}\frac{dTre_j}{dt} + Tre_j - Tje_j \qquad (ง-4)$$

กรองสัญญาณความร้อน

$$\frac{dQr_j}{dt} = \frac{Qre_j - Qr_j}{\tau_f} \qquad (ง-5)$$

ภาคผนวก จ การเขียนโปรแกรมบน MATLAB

การจำลองถังปฏิกรณ์เคมี

กำหนดค่าคงที่ต่าง ๆ

```
%     ---- Reaction ----
k11=20.9057;
k12=10000.0;
k21=39.9057;
k22=17000.0;
deltaH1=-41840;  %kJ/kmol
deltaH2=-25105;  %kJ/kmol

%     ---- Substance ----
MWa=30;          % kg/kmol
MWb=100;         % kg/kmol
MWc=130;         % kg/kmol
MWd=160;         % kg/kmol
Cpa=75.31;       % kJ/kmol-C
Cpb=167.36;      % kJ/kmol-C
Cpc=217.57;      % kJ/kmol-C
Cpd=334.73;      % kJ/kmol-C
dens=1000;       % kg/m^3

%   ----- Heat Transfer -----
Urc=0.6807*60;   % kJ/min/m^2/C

%   ----- Cooling System ---
Vj=0.6912;       %m^3
Cpj=1.8828;      %kJ/kmol-C
densj=1000.0;    %kg/m^3
Fj=0.0058*60;    %kg/min
r=0.5;           %m
```

กำหนดค่าเริ่มต้น

```
% INITIAL CONDITION
timei=0;          % min
Ma(1)=12.0;       % kmol
Mb(1)=12.0;       % kmol
Mc(1)=0;          % kmol
Md(1)=0;          % kmol
Tr(1)=20.0;       % C
Tj(1)=20.0;       % C
Qr(1)=0;          % kJ
Qj(1)=0;          % kJ
R1(1)=0;
R2(1)=0;
```

การป้อนค่าเริ่มต้น

```
% INPUT TIME
YN0=input(' Do you want to run on default condition ? (y)es or (n)o = ','s');
if YN0=='y'
timef=input('  Please Enter the final time(min) = ');
dt=input('  Please time delta for calculate (<= 0.05 min) = ');
Tjsp(1)=input('  Jacket Temperature Set Point (120 C) = ');
Trsp=input('  Reactor Temperature Set Point (95 C) = ');
sp=input('  Sampling time of Estimator and Controller (0.2 min ; n=4) = ');
else
timef=60;dt=0.03;Tjsp(1)=120;Trsp=95;sp=4;
end
```

โปรแกรมจำลองกระบวนการ

```
%SIMULATION
time=(timei:dt:timef);
n=length(time);

for i=2:n
R1(i) = mR*Ma(i-1)*Mb(i-1)*exp(k11-k12/(Tr(i-1)+273.15));
R2(i) = Ma(i-1)*Mc(i-1)*exp(k21-k22/(Tr(i-1)+273.15));
Ma(i) = (-R1(i)-R2(i))*dt+Ma(i-1);
Mb(i) = -R1(i)*dt+Mb(i-1);
Mc(i) = (R1(i)-R2(i))*dt+Mc(i-1);
Md(i) = R2(i)*dt+Md(i-1);
Qr(i) = -deltaH1*R1(i)-deltaH2*R2(i);
W=MWa*Ma(i)+MWb*Mb(i)+MWc*Mc(i)+MWd*Md(i);
Ar=2*W/dens/r;
Mr(i) = Ma(i)+Mb(i)+Mc(i)+Md(i);
Cpr(i) = (Cpa*Ma(i)+Cpb*Mb(i)+Cpc*Mc(i)+Cpd*Md(i))/Mr(i);
Qj(i) = Ur*Ar*(Tj(i-1)-Tr(i-1));
Tr(i) = (Qr(i)+Qj(i))/Mr(i)/Cpr(i)*dt+Tr(i-1);
Tj(i) = (-Qj(i)/Vj/densj/Cpj + Fj*(Tjsp(i-1)-Tj(i-1))/Vj)*dt + Tj(i-1);
Trm(i) = Tr(i) + 0.2*(rand-0.5);
Tjm(i) = Tj(i) + 0.2*(rand-0.5);
```

การประมาณค่าความร้อน

กำหนดค่าเริ่มต้น

```
% initial of estimator
j=3;
toaf=1;     % min
n=1;
jj=1;
Trs(:,1:2)=[20 20];        % C
Tjs(:,1:2)=[20 20];        % C
dTrs(:,1:2)=[0 0];         % C
Qre(:,1:2)=[0 0];          % C
Qres(:,1:2)=[0 0];         % C
Cpe=1;
```

ตัวกรองคาลมาน

```
if i==(j-2)*sp;

% ESTIMATOR
u=Tjsp(i-1);
Y=[Trm(i); Tjm(i)];

c01=Urc*Ar/Wc/Cpe;
c02=Urc*Ar/Vj/Cpj/densj;
c03=Fj/Vj;
c04=1/Wc/Cpe;
c05=1e-5;
A1=[ -c01  c01   c04   0];
A2=[ c02   -c02-c03    0      0];
A4=[ -c05*x(4,j-1)     0      0      -c05*x(1,j-1)];
A3=(deltaH1c+deltaH2)*c05*(A1*x(4,j-1)+A4*x(1,j-1));
A=[A1;A2;A3;A4];
B=[   0;     c03;   0;     0];
C=[   1      0      0      0
      0      1      0      0];
% Find G,H
x11=x(:,j-1);
A=eye(4)+A*dt*sp;
B=B*dt*sp;

% Next Step
x1=A*x(:,j-1)+B*u;

% Run Ricati Equation
for ei=1:20
P11=P22;
K=A*P11*C'*inv(R+C*P11*C');
P22=A*P11*A'+Q - A*P11*C'*inv(R+C*P11*C')*C*P11*A';
end
```

ตัวกรองคาลมาน (ต่อ)

```
% Find the correct state
x(:,j)=x1+K*(Y-C*x1);

%Check Result
if j==jj*10
if jj<20
a=[Trm(i); Tjm(i); Qr(i); Ma(i)];
[x(:,j) a ]

%Observability Check
obs=[C' A'*C' A'*A'*C' A'*A'*A'*C'];
rank(obs);

jj=jj+1;
end
end

% Check Error
Qrec(j)=Qr(i)-x(3,j);
Trec(j)=Trsp-Trm(i);

% Estimated Error Protection
if abs(x(3,j-1)) > 1e9
timef=time(i+1);
time=time(1:i);
break
end
```

ระบบควบคุมเจเนริกโมเดล

```
%GMC CONTROLLER
k=k+1;
Qre(k)=x(3,j);
Qre(k)=Qr(i);
err(k) =Trsp-Trm(i);
Tjc(k) = Trm(i) + (W*Cpj*(K1*err(k)+sum(err)*(dt*sp)*K2)+ Qre(k))/Ur/Ar;
Tjc(k) = Trm(i) + (Wc*Cpj*((2*K1/K2)*err(k)+sum(err)*(dt*sp)/K2^2)+Qre(k))/Ur/Ar;
Tjspc=Tjc(k-1)+toaj*(Tjc(k)-Tjc(k-1))/(dt*sp);

% Upper and Lower Limit
if Tjspc > 120
   Tjsp(i) =120;
elseif Tjspc < 20;
    Tjsp(i) = 20;
else
    Tjsp(i) = Tjspc;
end
```

ความผิดพลาดของตัวแปรต่าง ๆ

```
% ControllerTest

%Heat Transfer Coeff
YN1=input(' Do you want to change Heat Transfer Coeff. ? (y)es or (n)o = ','s');
if YN1=='y'
Ur = input(' Heat Transfer Coeff. change  (%) = ')*Urc/100;
else
Ur=Urc;
end

%Reaction Rate mismatch
YN2=input(' Do you want to change Rate of Reaction ? (y)es or (n)o = ','s');
if YN2=='y'
mR = input(' Rate of reaction const. change (%) to = ')/100;
else
mR=1;
end

%Total Mass mismatch
YN3=input(' Do you want to change Total Mass ? (y)es or (n)o = ','s');
if YN3=='y'
mW = input(' Total Mass in reactor change (%)  = ')/100;
Ma=mW*Ma;
Mb=mW*Mb;
else
Ma=Ma;
Mb=Mb;
end

%Heat of Reaction mismatch
YN4=input(' Do you want to change Heat of Reaction ? (y)es or (n)o = ','s');
if YN4=='y'
deltaH1c = input(' Heat of reaction No.1 change (%)= ')*deltaH1/100;
else
deltaH1c=deltaH1;
end
```

ดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุม

```
% Performance index for Estimator
ISEQre = sum((Qree).^2)
IAEQre = sum(abs(Qree))

%Performance index for controller
ISETre=sum((Tree).^2)
IAETre = sum(abs(Tree))
```

ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ

```
%Model Predictive Control
P0=1*eye(3);
xc(:,1) = [ Trm(i)-Trsp; Tjm(i)-Trsp; Qrc(j)/W/Cpe];

%  Heat Release model
c1 = Uc*Ar/W/Cpe;
c2 = Uc*Ar/Vj/densj/Cpj;
c3 = Fj/Vj;
G = [ -c1    c1          1
       c2    -c2-c3      0
       0      0          0];
H = [ 0;     c3;         0];
G = eye(3)+G*dt*sp;
H = H*sp*dt;

Kt(Nc,:) = inv(Rc) + H'*inv(G')*(P0-Qc);

for k=Nc-1:-1:1
P1 = Qc + G'*P0*G - G'*P0*H*inv(Rc+H'*P0*H)*H'*P0*G;
Kt(k,:) = inv(Rc) + H'*inv(G')*(P1-Qc);
P0=P1;
end

U(1,:)=-Kt(1,:)*xc(:,1);

% Find x and u for plot graph
for k=1:1:Nc-1
xc(:,k+1)=(G-H*Kt(k,:))*xc(:,k);
U(k+1,:)=Kt(k,:)*xc(:,k+1);
end

m=m+1;

% Plot Step Control
if m>40
[U Kt xc']
figure(1)
clg
xaxis=1:1:Nc;
subplot(2,1,1)
stairs(xaxis,(xc(1,:)+Trsp));
title([' MPC at Time = ' num2str(time(i))])
xlabel('Step Control')
ylabel('Reac. Temp. Predict')
subplot(2,1,2)
stairs(xaxis,U+Trsp);
xlabel('Step Control')
ylabel('Jacket. Temp. SP')
m=1;
end
```

ประวัติผู้เขียน

นายศราวุธ ภู่ไพจิตร์กุล เกิดเมื่อวันที่ 23 สิงหาคม พ.ศ. 2516 อำเภอเมือง จังหวัดตรัง สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิศวกรรมเคมี ภาควิชาเคมีเทคนิค จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2536 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตร์มหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเคมี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีพ.ศ. 2538