บทที่ 2

ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ

ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ (Model Predictive Control, Receding Horizon Control หรือ Moving Horizon Control) เป็นระบบควบคุมที่ใช้แบบจำลองกระบวนการสำหรับประมาณผลตอบสนองของกระบวนการ ร่วมกับเทคนิคการออพติไมเซชั่นเพื่อหาค่าตัวแปรปรับที่เหมาะสมล่วงหน้า โดยแบบจำลองที่ใช้สามารถใช้ได้ทั้งแบบจำลองเชิงเส้นและไม่เชิงเส้นและฟังก์ชั่นเป้าหมายที่ใช้สามารถปรับเปลี่ยนตามรูปแบบของแต่ละกระบวนการ ทำให้ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟสามารถประยุกต์ใช้กับกระบวนการต่าง ๆ ได้ดี อัลกอริธึมของระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟจะทำการหาค่าตัวแปรปรับใหม่ที่เหมาะสมจากค่าตัวแปรสเตทที่แทนพฤติกรรมของกระบวนการทุกครั้งที่ทำการควบคุม ทำให้ระบบควบคุมสามารถควบคุมการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในกระบวนการได้แม้แบบจำลองกระบวนการในระบบจะผิดพลาดหรือมีสัญญาณรบกวนเกิดขึ้น และยังสามารถควบคุมกระบวนการให้อยู่บนขอบเขตที่ปลอดภัยได้โดยไม่ต้องปรับปรุงแก้ไขระบบควบคุมบ่อยครั้ง

จากเอกสารทางวิชาการของ Morari, Gracia and Prett (1988); Eaton and Rawling (1992); Edgar (1996) และ Qin and Budgwell (1998) ที่ได้รวบรวมการใช้ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ ทั้งในด้านการพัฒนาอัลกอริธึมของระบบควบคุม เช่น การปรับเปลี่ยนฟังก์ชั่นเป้าหมาย การเลือกแบบจำลองกระบวนการ การใช้ระบบประมาณค่าเข้าช่วยในการควบคุมเป็นต้น และในด้านการประยุกต์ใช้ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟกับกระบวนการต่าง ๆ ดังสรุปในตารางที่ 2.1 ซึ่งจากการรวบรวมพบว่าระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟมีพื้นฐานจากการระบบควบคุมออพติมัล (Optimal Control) ซึ่งเสนอโดย Zadeh และ Halen (1962) โดยเขียนโปรแกรมออพติไมซ์แบบเชิงเส้น และใช้ฟังก์ชั่นเป้าหมายที่อยู่ในรูปกำลังสองของตัวแปรปรับและตัวแปรควบคุม ทำการออพติไมซ์ ให้มีค่าน้อยที่สุด หรือที่เรียกว่า Least Square Method ซึ่งผลที่ได้ยังไม่ดีกว่าระบบควบคุมพีไอดีที่ใช้อยู่ทั่วไป ต่อมา Propoi (1963) ได้ปรับปรุงให้มีการคำนวณค่าตัวแปรปรับล่วงหน้าเพื่อให้ตัวแปรควบคุมของระบบเข้าสู่ค่าที่ต้องการอันเป็นที่มาของระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟในปัจจุบัน ในงานวิจัยของ Klienman (1970) ได้ใช้วิธีการควบคุมที่มีจุดสิ้นสุดของการคำนวณ (finite horizon concept) ในการหาค่าเกนของการควบคุมตัวแปรสเตทแบบป้อนกลับ (state feedback gain) ต่อมาในงานวิจัยของ Thomas (1975) ได้นำรูปแบบสมการแบบควอเดรติก (quadratic) มาเป็นฟังก์ชั่นเป้าหมาย

ตารางที่ 2.1 งานวิจัยที่ใช้การควบคุมแบบโมเดลพรีดิกทีฟ

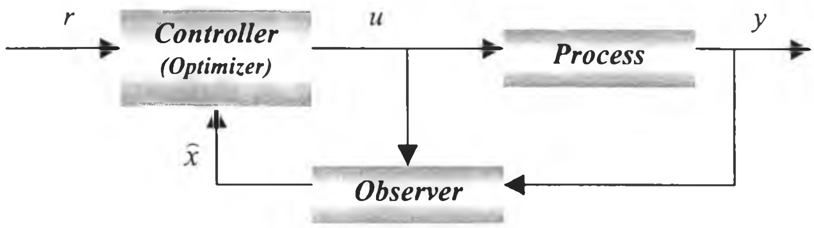
Reseacher	*Theory and Application*
Zadeh and Halen (1962)	*Optimal Control Problem and Linear Programing*
Propoi (1963)	*Moving Horizon Approach (core of all MPC algorithm)*
Klienman (1970)	*Finite Horizon Control*
Thomas (1975)	*Quadratic Optimal Control*
Richalet et. Al. (1978)	*Model Algorithmic Control (MAC) - Model Predictive Heuristic Control*
Culter and Ramaker 1979)	*Dynamic Matrixl Control (DMC) - Fluid Catalytic Cracker*
Prett and Gillete (1980)	*Dynamic Matrixl Control (DMC) - Intersection of constraint*
Gutman(1982)	*Open Loop Optimal Feedback (his work review)*
Garcia and Morari (1982)	*Internal Model Control (IMC)*
Rouhani and Mehra (1982)	*Model Algorithmic Control (MAC) for Superheat steam generator, a wind tunner, a boiler connected to a distillation column, a glass furnace*
Garcia (1984)	*Nonlinear Quadratic Dynamic Matrixl Control (NLQDMC) - Highly nonlinear batch reactor*
DeKeyser(1982,1985)	*Generalized Predictive Control (GPC) - EPSAC*
Chang and Seborg(1983)	*Model Predictive Control (Open Loop Optimal Feedback to MPC)*
Peterka (1984)	*Generalized Predictive Control (GPC) - Adaptive Control*
Ydstie (1984)	*Generalized Predictive Control (GPC) - Extended Horizon Design*
Parish and Brosilow (1985)	*Heat Exchanger and Autoclave*
Garcia and Morshedi(1986)	*Quadratic Dynamic Matrix Control (QDMC)*
Zefiriou and Morari (1986)	*Internal Model Control (IMC)*
Brosilow and Cheng (1987)	*Quadratic Dynamic Matrix Control (QDMC)*
Morari et. al.(1988)	*Internal Model Control (IMC) - Design Procedure with Unstable System*
Grosdidier et. al. (1988)	*IDCOM*
Ricker (1985)	*Quadratic Dynamic Matrixl Control (QDMC)*
Matsko(1985)	*Pulp and Peper industrial*
Levien (1985)	*Distillation Column*
Levien and Morari (1986)	*Distillation Column*
Martin et al. (1986)	*Fluid Catalytic Cracker, Hydrocracker, Reformer, Analyzer Control*
Arkun et. Al.(1986)	*Mixing Tank and Heat Exchanger*
Cutler and Hawkin (1987)	*Hydrocracker reactor (complex reactor)*
Grosdidier(1987)	*Hydrocracker, Fluid Catalytic Crackers, Distillation Column, Absorbber*
Clarke et. al. (1987)	*Generalized Predictive Control (GPC)*
Clarke and Mothadi. (1989)	*Generalized Predictive Control (GPC)*
Ricker (1990)	*Quadratic Dynamic Matrixl Control (QDMC) with Kalman Filter*
Bless and Hodges (1990)	*NLMPC with Constraint*
Jansch and Puas (1990)	*NLMPC with Constraint*
Park (1990)	*NLMPC with Constraint*
Mayn and Michalska(1990)	*Quadratic Dynamic Matrix Control (QDMC)*
Lee et.al. (1990)	*Quadratic Dynamic Matrix Control (QDMC)*
Clarke (1991)	*Generalized Predictive Control (GPC)*
Gutta abd Zafiriou (1992)	*Nonlinear Quadratic Dynamic Matrixl Control (NLQDMC)*
Eaton and Rawling (1991)	*Linear Model-Predictive Control (LMPC)*
Muske and Rawling (1993)	*Linear Model-Predictive Control (LMPC)*
Lee et. al. (1992, 1994)	*Kalman Filter for MPC*
Lee and Yu (1994)	*Kalman Filter for MPC*
Lee and Ricker (1994)	*Kalman Filter for NMPC*
Gutta abd Zafiriou (1995)	*Nonlinear Quadratic Dynamic Matrixl Control (NLQDMC) - State Space and Input/Output Model*

ในงานวิจัยของ Clarke et al. (1987) พิสูจน์การความเสถียรของระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟที่ใช้สำหรับกระบวนการที่ไม่เสถียรเนื่องจากขั้วของกระบวนการอยู่นอกวงกลม 1 หน่วย และซึ่งถูกนำมาประยุกต์ใช้ในงานวิจัยของ Brosilow and Cheng (1987); Brengel and Seider (1989); Hidalgo and Brosilow (1990); Patwardhan et al. (1990); Mayn and Michalska (1990); Lee et al. (1990); Schmid and Beigler(1990) โดยระบบควบคุมควอแครทิคไดนามิกเมตริกซ์จะประมาณความไม่เสถียรของกระบวนการและปรับตัวแปรปรับเพื่อให้ความไม่เสถียรลดลง และงานวิจัยของ Bless and Hodges (1990); Jansch and Puas (1990) และ Park, 1990 ได้ทำระบบควบคุมไม่เชิงเส้นและสามารถควบคุมให้อยู่ในขอบเขต

การประยุกต์ใช้ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟในอุตสาหกรรม เริ่มใช้ในงานวิจัยของ Brusch (1974) และ Jonhson (1975) เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟในอุตสาหกรรมเครื่องบิน และดาวเทียมเป็นส่วนมาก จนกระทั่งงานวิจัยของ Richalet et al. (1978); Mehara et al.(1982) จึงมีการประยุกต์ใช้กับอุตสาหกรรมเคมี ในเวลาต่อมา Culter and Remaker (1979); Prett and Gillette (1979) ได้สร้างระบบควบคุมไดนามิกเมตริกซ์ (Dynamic Matrix Control) ขึ้นมา ในปี 1985 Ricker (1985); Garcia and Morshedi (1986) เสนอระบบควบคุมที่ใช้สมการในรูปควอเดรติกเรียกว่าระบบควบคุมควอเดรติกไดนามิกเมตริกซ์ (Quadratic Dynamic Matrix Control) และในช่วงทศวรรษที่ 90 นักวิจัยส่วนมากได้เพิ่มระบบประมาณค่าเข้าสู่ระบบควบคุม โดยเฉพาะอย่างยิ่งระบบประมาณค่าของคาลมาน หรือที่เรียกว่าตัวกรองคาลมาน ดังปรากฏในงานวิจัยของ Lee et al. (1992); Muske and Rawlings (1993); Lee and Yu (1994) และ Lee and Ricker (1994)

2.1 โครงสร้างของกระบวนการที่ใช้ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ

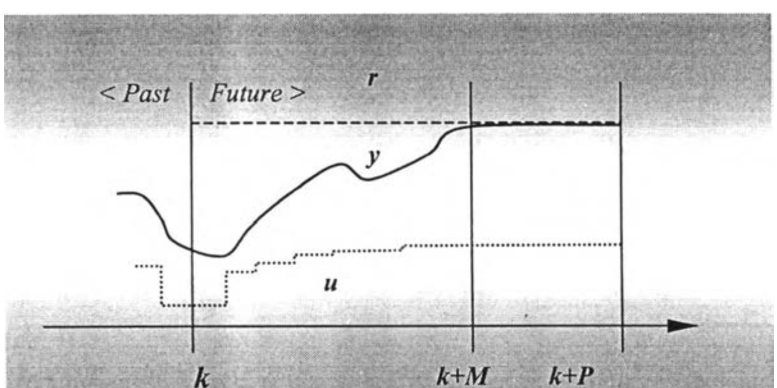
การควบคุมแบบโมเดลพรีดิกทีฟ (Model Predictive Control) เป็นระบบควบคุมที่ใช้หลักการไดนามิกออพติไมเซชั่น (Dynamic Optimization) โดยอาศัยสัญญาณของตัวแปรวัดและตัวแปรจากประมาณค่า เพื่อนำไปคำนวณหาตัวแปรปรับ (Manipulated Vaiable) ที่เหมาะสมและสอดคล้องกับพฤติกรรมของกระบวนการที่จะเกิดขึ้นได้ ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟอาศัยแบบจำลองของกระบวนการที่ประกอบด้วยตัวแปรสเตท ซึ่งบางตัวแปรสเตทไม่สามารถทำการวัดได้โดยตรง จึงทำให้มีการเพิ่มตัวสังเกต (Observer) ช่วยในการประมาณตัวแปรสเตท ณ เวลาที่ทำการควบคุม โดยอาศัยค่าตัวแปรวัดและตัวแปรปรับ ณ เวลาที่ผ่านมา ทำให้สามารถเขียนโครงสร้างทั่วไปของระบบควบคุมได้ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 โครงสร้างระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ

พิจารณาจากรูปที่ 2.1 ผลกระทบของสัญญาณรบกวนที่เกิดในกระบวนการและส่งผลต่อตัวแปรวัดจะถูกกำจัดโดยการประมาณค่าตัวแปรวัดที่ถูกต้องของตัวสังเกต(Observer) ซึ่งนอกจากจะประมาณตัวแปรวัดที่ถูกต้องแล้ว ตัวสังเกตยังสามารถใช้ในการประมาณค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าได้อีกด้วย ในขณะเดียวกันระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟสามารถจะหาค่าตัวแปรปรับที่เหมาะสมสำหรับกระบวนการที่มีความผิดพลาดของแบบจำลอง ให้ระบบควบคุมที่มีโครงสร้างดังรูปที่ 2.1จะสามารถจัดการกับความผิดพลาดของแบบจำลอง (Model Mismatch) และสัญญาณรบกวน (Disturbance) ที่เกิดในกระบวนการผลิตได้ ตราบเท่าที่แบบจำลองยังสามารถใช้แทนกระบวนการจริงได้

การออพติไมซ์ในระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ ทำเพื่อหาค่าที่เหมาะสมในการปรับตัวแปรปรับที่ทำให้ตัวแปรควบคุม (y) เข้าสู่ค่าที่ต้องการ (r) โดยทำการควบคุม M ครั้ง ในการออพติไมซ์ล่วงหน้า P ครั้ง (M<P) ดังรูปที่ 2.2 เรียกระบบการหาค่าตัวแปรปรับล่วงหน้านี้ว่า Receding Horizon Implementation ในการคำนวณค่าตัวแปรปรับค่าแรกที่ได้จากการออพติไมซ์จะถูกนำมาใช้ควบคุมกระบวนการ ณ เวลาปัจจุบัน หลังจากนั้นระบบควบคุมแบบโมเดลพรีดิกทีฟจะทำการวัดค่าตัวแปรวัดและประมาณค่าตัวแปรสเตทเพื่อนำไปออพติไมซ์หาค่าตัวแปรปรับใหม่ทุกครั้งที่ทำการวัด



รูปที่ 2.2 การหาค่าตัวแปรปรับที่เหมาสมจำนวน M ค่าภายในการคำนวณ P ค่า

2.2 ส่วนประกอบของระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ

โครงสร้างโดยทั่วไปของระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ Eaton and Rawling (1992) ได้เสนอไว้ประกอบด้วยฟังก์ชั่นเป้าหมาย (Objective Function - Φ) ซึ่งโดยทั่วไปจะอยู่ในรูปผลรวมของค่ากำลังสองของความผิดพลาดระหว่างสัญญาณขาออก(Output) กับค่าที่ตั้งไว้ (Set Point) และกำลังสองของค่าตัวแปรปรับ, ฟังก์ชั่นของกระบวนการ (Process Model), ฟังก์ชั่นขอบเขตของกระบวนการ (Constraint function) ทั้งในรูปของ สมการ (h) และรูปของอสมการ (k) ดังนี้ คือ

ฟังก์ชั่นเป้าหมาย $$\Phi = f[u(t), x(t), y(t)] \qquad (2\text{-}1)$$

ดัชนีสมรรถนะ $$\min_{u(t)} J \;;\; J = \int_{t_0}^{t_0+PT} \Phi[u(t), x(t), y(t))]dt \qquad (2\text{-}2)$$

โดยที่

กระบวนการ $$\frac{dx}{dt} = f(x,u) \;;\quad y = g(x,u) \qquad (2\text{-}3)$$

ขอบเขตกระบวนการ $$h(x,u) = 0 \;;\quad k(x,u) \geq 0 \qquad (2\text{-}4)$$

ค่าเริ่มต้น $$x(t_0) = x_0 \qquad (2\text{-}5)$$

ซึ่งส่วนประกอบสำคัญทั้งสามส่วนอันได้แก่ แบบจำลองของกระบวนการ ฟังก์ชั่นเป้าหมาย และขอบเขตของกระบวนการทั้งขอบเขตของตัวแปรปรับและตัวแปรควบคุม จะกล่าวรายละเอียดในหัวข้อต่อไปนี้

2.2.1 สมการแบบจำลองของกระบวนการ

ในระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟสมการแบบจำลองกระบวนการสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามกระบวนการที่ใช้งาน จากงานวิจัยที่ผ่านมาพอจะสรุปรูปแบบของสมการจำลองของกระบวนการได้ 3 รูปแบบ ดังนี้คือ

1) ฟังก์ชั่นอินพุทเอาท์พุท (Input/Output Model) เป็นสมการแบบจำลองที่ค่าตัวแปรควบคุมขึ้นกับค่าตัวแปรปรับ สามารถแยกได้สามแบบตามการวัดค่าคือ เป็นฟังก์ชั่นพัลส์ (Pluse function) ฟังก์ชั่นสเต็ป (Step function) และฟังก์ชั่นถ่ายโอน (Tranfer function)

ฟังก์ชั่นพัลส์ (Pluse function)

$$y_k = \sum_{j=0}^{P} H_j u_{k-j-1} \quad \text{(Finite Impulse Response Model-FIR)} \qquad (2\text{-}6)$$

ฟังก์ชั่นสเต็ป (Step function)

$$\mathbf{y}_k = \sum_{j=0}^{P} \mathbf{S}_j \Delta \mathbf{u}_{k-j-1} \text{ (Finite Step Response Model-FSR)} \qquad (2\text{-}7)$$

โดยที่ เมตริกซ์ H และ S เป็นเมตริกซ์ค่าคงที่ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

ฟังก์ชั่นถ่ายโอน (Transfer function)

ฟังก์ชั่นการการเปลี่ยนแปลงของค่าตัวแปรควบคุมกับตัวแปรวัดในรูป z โดเมน โดยสามารถเขียนฟังก์ชั่นถ่ายโอนระบบวงเปิดที่เป็นเศษส่วนของพจน์โพลิโนเมี่ยลดังสมการ 2-8

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} \qquad (2\text{-}8)$$

โดยที่ $A(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_{n-1} z + a_n$

$B(z) = b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \ldots + b_{n-1} z + b_n$

และใช้สมการไดโอเฟนไทน์ 2-9 ในการหาค่าตัวแปรปรับ

$$\alpha(z)A(z) + \beta(z)B(z) = H(z)F(z) \qquad (2\text{-}9)$$

โดยที่ $\alpha(z) = z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \ldots + \alpha_{n-1} z + \alpha_n$

$\beta(z) = \beta_0 z^n + \beta_1 z^{n-1} + \ldots + \beta_{n-1} z + \beta_n$

จะได้ฟังก์ชั่นถ่ายโอนของระบบวงปิดดังรูป 2.3

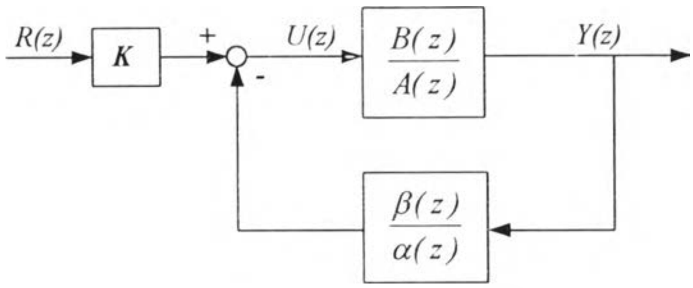
$$\frac{Y(z)}{R(z)} = K \frac{\alpha(z)B(z)}{H(z)F(z)} \qquad (2\text{-}10)$$

โดยที่ค่า K เป็นค่าเกนของระบบควบคุม

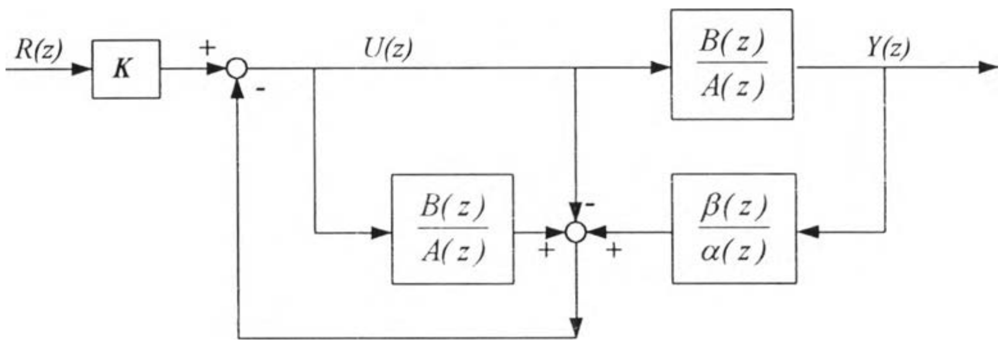
และถ้าระบบควบคุมมีตัวสังเกต (Observer) ดังรูป 2.4

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = K \frac{B(z)}{H(z)} \qquad (2\text{-}11)$$

โดยที่ $F(z)$ เป็นฟังก์ชั่นโพลิโนเมี่ยลของตัวสังเกต



รูปที่ 2.3 แผนภาพของการควบคุมโดยใช้ฟังก์ชั่นถ่ายโอนเป็นแบบจำลอง



รูปที่ 2.4 แผนภาพของการควบคุมโดยใช้ฟังก์ชั่นถ่ายโอนเป็นแบบจำลองพร้อมด้วยตัวสังเกต

การใช้ระบบควบคุมแบบนี้สามารถเขียนแบบจำลองที่ใช้อยู่ในรูปของฟังก์ชั่นถ่ายโอน ทำให้ระบบควบคุมสามารถใช้ได้กับกระบวนการเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น นอกจากนี้การออกแบบขั้วของระบบควบคุมสามารถเพิ่มฟังก์ชั่นของสัญญาณรบกวน (Disturbance) และฟังก์ชั่นของการเปลี่ยนแปลงตัวแปรปรับ เช่น พัลซ (Pulse), ขั้น (Step change) เป็นต้น เพื่อให้ระบบควบคุมสามารถแทร็คสัญญาณ (Track) ที่เปลี่ยนไป และปรับให้กลับเข้าสู่ค่าที่ตั้งไว้ได้ (Set Point) ซึ่งในกรณีที่ใช้แบบจำลองไม่เชิงเส้นในระบบควบคุมจะเรียกว่า ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟไม่เชิงเส้น (Nonlinear Model Predictive Control – NMPC)

2) สมการตัวแปรสเตท (State Equation) เป็นแบบจำลองเชิงเส้นเขียนอยู่ในรูปตัวแปรสเตท (State variable) เช่น ตัวแปรปรับ (แทนด้วยสัญลักษณ์ u) ตัวแปรสเตท (แทนด้วยสัญลักษณ์ x) และตัวแปรวัด (แทนด้วยสัญลักษณ์ y) และตัวแปรสเตทบางตัวแปรไม่สามารถวัดโดยตรงได้แต่สามารถประมาณค่าได้จากตัวแปรที่วัดได้ สมการทั่วไปของกระบวนการเพื่อใช้แทนกระบวนการจริงในระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$
$$\mathbf{y} = g(\mathbf{x}, \mathbf{d}) \tag{2-12}$$

โดยที่ x คือ เวคเตอร์สถานะ

u คือ เวคเตอร์ของตัวแปรปรับ (สัญญาณขาเข้ากระบวนการ)

กรณีที่แบบจำลองของกระบวนการมีความไม่เชิงเส้น ดังนั้นในการเขียนสมการสเตท จึงต้องทำการแปลงแบบจำลองให้เป็นสมการเชิงเส้น เรียกเทคนิคนี้ว่า Linearization และถ้าทำการแปลงให้เป็นเชิงเส้นใหม่ทุกค่าของการควบคุมจะเรียกว่า Locally Linearization หลังจากการแปลงให้เป็นเชิงเส้นจะได้สมการสเตทของกระบวนการทั้งในรูปของสมการต่อเนื่อง และสมการไม่ต่อเนื่อง (สมการดีสครีต - discrete) ดังนี้

สมการต่อเนื่อง

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \tag{2-13}$$

โดยที่ A, B, และ C = เป็นเมทริกซ์ของค่าคงที่

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial u_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_n}{\partial x_1} & \frac{\partial g_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial g_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

สมการไม่ต่อเนื่อง

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{G}\mathbf{x}_k + \mathbf{H}\mathbf{u}_k \qquad (2\text{-}14)$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}_k$$

โดยที่ G, H, และ C = เป็นเมทริกซ์ของค่าคงที่

$$\mathbf{G} = e^{\mathbf{AT}} = \mathbf{I} + \mathbf{A\Psi}$$
$$\mathbf{H} = \mathbf{\Psi}$$
$$\mathbf{\Psi} = \mathbf{T} + \frac{\mathbf{AT}^2}{2!} + \frac{\mathbf{A}^2\mathbf{T}^3}{3!} + \cdots + \frac{\mathbf{A}^i\mathbf{T}^{i+1}}{(i+1)!} + \cdots$$

T = คาบของการควบคุม

2.2.2 ฟังก์ชั่นเป้าหมาย (Objective function)

ฟังก์ชั่นเป้าหมายคือฟังก์ชั่นที่กำหนดสมรรถนะของการทำออพติไมซ์ ซึ่งเป็นฟังก์ชั่นที่ให้ผลเป็นค่าบวกเพียงค่าเดียวในกรณีที่หาค่าน้อยที่สุด(เป็นลบในกรณีที่หาค่ามากที่สุด) สามารถเปลี่ยนตามกระบวนการหรือตัวแปรที่ต้องการออพติไมซ์ ในระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟส่วนมากจะเขียนฟังก์ชั่นเป้าหมายในรูปกำลังสองของตัวแปรควบคุมและตัวแปรปรับ การฟังก์ชั่นเป้าหมายสามารถเขียนได้หลายรูปแบบ เช่น ในระบบควบคุมเจเนรัลไรซ์พรีดิกทีฟ (Generalized Predictive Control) Clarke and Gawthrop (1979); Garcia and Morari(1982); Edward Katende and Arthur Jutan (1996) ในระบบควบคุมอินเทอรนัลโมเดล (Internal Model Control) Gracia and Morari (1982); Zefiriou and Morari (1986); Morari (1988) และในระบบควบคุมไดนามิกเมตริกซ์ (Dynamic Matrix Control) ของ Prett and Gillette (1979) ได้ใช้ฟังก์ชั่นเป้าหมายในรูปของตัวแปรควบคุม ดังนี้

$$\mathbf{\Phi} = (\mathbf{y}_\mathrm{p} - \mathbf{y})^\mathrm{T}\mathbf{Q}(\mathbf{y}_\mathrm{p} - \mathbf{y}) \qquad (2\text{-}15)$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{\Theta}\mathbf{u}_\mathrm{k}$$

แบบจำลองที่ใช้มีทั้งแบบฟังก์ชั่นอินพุทเอาท์พุทและฟังก์ชั่นถ่ายโอน ซึ่งในการใช้ฟังก์ขั่นถ่ายโอนจะใช้สมการไดโอเฟนไทน์เพื่อหาฟังก์ชั่นถ่ายโอนของระบบควบคุมที่ทำให้ขั้วของระบบวงปิดมีความเสถียร

ฟังก์ชั่นเป้าหมายในระบบควบคุมควอเดรติกไดนามิก Ricker (1985); Garcia and Morari (1985); Garcia and Prett (1986) และ Garcia and Morshedi (1986) Eaton and

Rawling(1992) และ Muske and Rawling (1993)ใช้ฟังก์ชั่นเป้าหมายที่ Kwon and Peason (1977) ได้เสนอไว้ ดังนี้

$$\boldsymbol{\Phi} = (\mathbf{y}_p - \mathbf{y})^T \mathbf{Q}(\mathbf{y}_p - \mathbf{y}) + (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1})^T \mathbf{R}(\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}) \qquad (2\text{-}16)$$
$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Theta}(\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1})$$

ในการทดสอบระบบควบคุม พบว่าระบบควบคุมควอเดรติกไดนามิกเมตริกซ์ เป็นระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟที่ใช้สามารถควบคุมกระบวนที่ไม่เป็นเชิงเส้น, กระบวนการที่ไม่เสถียร ขจัดสัญญาณรบกวนในการควบคุม และสามารถใช้ได้ทั้งกระบวนการแบบกะและกระบวนการต่อเนื่องได้

ฟังกชั่นเป้าหมายของระบบควบคุมควอเดรติกไดนามิกเมตริกซ์ที่ใช้สมการสเตทของ Kwon et al. (1983) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^T\mathbf{R}\mathbf{u} \qquad (2\text{-}17)$$
$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{G}\mathbf{x}_k + \mathbf{H}\mathbf{u}_k$$
$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k$$

เพื่อให้ฟังก์ชั่นเป้าหมายเป็นฟังก์ชั่นที่เป็นบวกจึงนิยมเขียนให้อยู่ในรูปของกำลังสองของตัวแปรสเตทและตัวแปรปรับ โดยมีเมตริกซ์บวก (positive difinite) Q และ R เป็นเมตริกซ์น้ำหนักของตัวแปรสเตทและตัวแปรปรับตามลำดับ ซึ่งเมตริกซ์น้ำหนัก Q และ R เป็นเมตริกซ์ที่ระบุความสำคัญของตัวแปรในการควบคุมและการปรับจูนของระบบควบคุมเป็นค่าที่สามารถปรับเปลี่ยนได้

เมื่อพิจารณาฟังก์ชั่นเป้าหมายในระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟตลอดเวลาการควบคุมให้ค่าตัวแปรควบคุมเข้าสู่ค่าที่ต้องการภายในการควบคุม M ค่าและการคำนวณผลตอบสนองกระบวนการ P ค่าทำให้สามารถหาค่าดัชนีสมรรถนะ (J) ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\mathbf{J} = \int_t^{t+PT} (\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^T\mathbf{R}\mathbf{u})dt \quad \text{หรือ}$$
$$\mathbf{J} = \sum_{k}^{k+P} (\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^T\mathbf{R}\mathbf{u}) = \sum_{k}^{k+M} (\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^T\mathbf{R}\mathbf{u}) + \sum_{k+M}^{k+P} (\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^T\mathbf{R}\mathbf{u}) \qquad (2\text{-}18)$$

ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟสามารถควบคุมให้ค่าตัวแปรปรับเข้าสู่ค่าที่ต้องการภายในเวลา MT ทำให้ค่าตัวแปรปรับและตัวแปรสเตทมีค่าเท่ากับศูนย์ทำให้สามารถเขียนฟังก์ชั่นดัชนีสมรรถนะ (J) คือ

$$\mathbf{J} = \sum_{k}^{k+M} (\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^T\mathbf{R}\mathbf{u}) \tag{2-19}$$

ภายใต้เงื่อนไข

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{G}\mathbf{x}_k + \mathbf{H}\mathbf{u}_k \tag{2-20}$$

นำหลักการของ Lagrange Multipliers ทำให้รวมสมการ (2-19) และ (2-20) ได้สมการหาดัชนีสมรรถนะใหม่ในสมการ (2-21)

$$\mathbf{L}(\mathbf{x},\mathbf{u}) = \sum_{k}^{k+M} [\frac{1}{2}(\mathbf{x}_k^T\mathbf{Q}\mathbf{x}_k + \mathbf{u}_k^T\mathbf{R}\mathbf{u}_k) + \lambda_{k+1}(\mathbf{G}\mathbf{x}_k + \mathbf{H}\mathbf{u}_k - \mathbf{x}_{k+1})] \tag{2-21}$$

เมื่อทำการแก้สมการจะได้สมการริคาติ (Ricati Equation) ช่วยในการแก้สมการเพื่อให้ได้เมตริกซ์น้ำหนัก P สำหรับการคำนวณหาค่าเกนของระบบควบคุม และหาชุดตัวแปรปรับสำหรับการควบคุมกระบวนการต่อไป ในกรณีที่เมตริกซ์น้ำหนัก P Q และ R มีค่าคงที่จะเรียกระบบควบคุมนี้ว่าระบบควบคุมออพติมัลคงตัว (Steady State Optimal Control) จะได้

สมการริคาติ ซึ่งจะทำให้ค่า P_k ที่ได้จะมีค่าเข้าสู่ค่าคงที่

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{Q} + \mathbf{G}\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{G} - \mathbf{G}\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{H}(\mathbf{R} + \mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k+1}\mathbf{G}^T \tag{2-22}$$

และสมการหาค่าเกนสำหรับวิธีควบคุมป้อนกลับ (State Feedback) จากสมการ 2-23 ในการควบคุมทำการหาค่าเพียงครั้งเดียวคือ ณ เวลาควบคุม

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}^T(\mathbf{G}^T)^{-1}(\mathbf{P}_k - \mathbf{Q}) \tag{2-23}$$

สมการหาค่าตัวแปรปรับ (หาเพียงค่าเดียวคือค่า ณ เวลา $k\Delta t$ สำหรับควบคุม)

$$\mathbf{u}_k = -\mathbf{K}_k\mathbf{x}_k \tag{2-24}$$

2.2.3 ขอบเขตของตัวแปรปรับและขอบเขตของตัวแปรสถานะ

ในปัจจุบันระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟสามารถควบคุมระบบให้อยู่ภายในขอบเขตของตัวแปรปรับและขอบเขตของตัวแปรสเตทที่ต้องการได้นอกเหนือจากขอบเขตของกระบวน

การที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 2.2.2 การแบ่งชนิดขอบเขตสามารถแบ่งตามรูปแบบของสมการขอบเขตได้สองชนิดคือ สมการขอบเขต (equality constraint) และ อสมการขอบเขต (inequality constraint) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

(1) สมการขอบเขต (equality constraint) มีลักษณะเป็นสมการที่หาค่าได้ชัดเจน สามารถเขียนเป็นสมการทั่วไปได้ดังนี้

$$\mathbf{h}(\mathbf{x},\mathbf{u}) = 0 \tag{2-25}$$

ดังเช่น สมการขอบเขตของกระบวนการในหัวช้อ 2.2.3

$$\mathbf{G}\mathbf{x}_k + \mathbf{H}\mathbf{u}_k - \mathbf{x}_{k+1} = 0 \tag{2-26}$$

(2) อสมการขอบเขต (inequality constraint) มีลักษณะเป็นสมการที่คำตอบเป็นช่วง สามารถเขียนเป็นสมการทั่วไปได้ดังนี้

$$\mathbf{g}(\mathbf{x},\mathbf{u}) > 0 \tag{2-27}$$

ในปัจจุบันอสมการขอบเขตยังแบ่งได้สองประเภท คือ อสมการที่มีขอบเขตชัดเจนเรียกว่า Hard Constriant และอสมการที่มีขอบเขตไม่ชัดเจนเรียกว่า Soft Constraint ยกตัวอย่างเช่น ขอบเขตของตัวแปรปรับที่สามารถเขียนได้ทั้งสองแบบดังนี้

(2.1) อสมการขอบเขตที่มีขอบเขตชัดเจน (Hard Constraint)

$$\mathbf{u}_{min} \le \mathbf{u} \le \mathbf{u}_{max} \tag{2-28}$$

(2.2) อสมการขอบเขตที่มีขอบเขตไม่ชัดเจน (Soft Constraint)

$$\begin{gathered} \mathbf{u}_{min} \pm \varepsilon \le \mathbf{u} \le \mathbf{u}_{max} \pm \varepsilon \\ 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_{max} \end{gathered} \tag{2-29}$$

ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟสามารถเพิ่มขอบเขตทั้งในรูปของสมการและอสมการ โดยในการเพิ่มขอบเขตแบบอสมการมีความยุ่งยากและซับซ้อน และใช้เวลาในการคำนวณนานทำให้ไม่สะดวกต่อการใช้งานในอุตสาหกรรม ในการศึกษานี้จึงทำการศึกษาระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟแบบไม่กำหนดขอบเขตของตัวแปรสเตทและตัวแปรปรับ แต่ใช้ขอบเขตตัวแปรปรับของระบบควบคุมระดับล่างแทน (ระบบควบคุมแบบพีไอดี – PID Controller) เพื่อไม่ให้มีการควบคุมอยู่นอกเหนือขอบเขตของตัวแปรปรับที่สามารถทำได้

2.3 อัลกอริธึมของระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ

ในการศึกษานี้ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟที่ใช้สามารถนำมาเขียนเป็นอัลกอริธึม เป็นขั้นตอนของการทำออพติไมซ์และการคำนวณค่าตัวแปรปรับที่เหมาะสมสำหรับกระบวนการ ดังต่อไปนี้

1) ทำการวัดค่าตัวแปรวัด
2) นำค่าตัวแปรวัดและตัวแปรปรับเข้าสู่ตัวสังเกตสถานะเพื่อหาค่าตัวแปรสเตทของกระบวนการ
3) นำค่าตัวแปรสเตทที่หาได้จากตัวสังเกตเข้าสู่ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟเพื่อเป็นค่าสเตท ณ เวลาควบคุมในการคำนวณ
4) คำนวณหาค่าเมตริกซ์คงที่ของกระบวนการ G, H และ C ณ เวลาที่ควบคุม
5) นำเมตริกซ์ G, H C Q และ R เพื่อหาค่า P_k โดยเริ่มจากค่า P_{k+M} ไปยัง P_k โดยใช้สมการริคาติจนค่า $P_k = P_{k+1}$

$$\mathbf{P_k = Q + GP_{k+1}G + GP_{k+1}H(R + H^T P_{k+1} H)^{-1} H^T P_{k+1} G^T}$$

6) นำค่า P_k ที่ได้หาค่าเกนของระบบควบคุมโดยใช้สมการ

$$\mathbf{K_k = R^{-1} H^T (G^T)^{-1} (P_k - Q)}$$

7) นำค่าเกนมาคูณค่าสเตท ณ เวลาควบคุมเพื่อหาค่าตัวแปรปรับ $\mathbf{u_k = -K_k x_k}$
8) กำหนดค่า u_k ถ้า $u_k > 120$ ให้ $u_k = 120$ และถ้า $u_k < 20$ ให้ $u_k = 20$
9) ระบบควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟจะส่งค่าตัวแปรปรับเข้าสู่ระบบควบคุมระดับล่าง เช่น ระบบควบคุมพีไอดี เพื่อควบคุมตัวแปรปรับให้เข้าสู่ค่าต้องการ และทำการวัดค่าตามขั้นตอนที่ 1 อีกครั้ง

2.4 ระบบควบคุมโมเลดพรีดิกทีฟสำหรับกระบวนการเคมีแบบกะที่มีปฏิกิริยาคายความร้อน

กระบวนการผลิตในอุตสาหกรรมเคมี กระบวนการที่มีถังปฏิกรณ์เคมีแบบกะ (Batch Reactor) เป็นถังปฏิกรณ์เคมีที่ไม่มีสภาวะคงตัว (no steady state) ซึ่งมีผลทำให้อุณหภูมิของถังปฏิกรณ์ไม่เข้าสู่ค่าคงตัว และการที่อุณหภูมิมีค่าไม่เท่ากับค่าที่ตั้งไว้จะทำให้ผลิตภัณฑ์ที่ได้มีคุณภาพต่ำ ในอุตสาหกรรมที่มีถังปฏิกรณ์เคมีแบบกะจึงได้มีการนำระบบควบคุมที่มีแบบจำลองของ

กระบวนการ (Model Based Control) เช่นระบบควบคุมเจเนริกโมเดล และระบบ ควบคุมโมเดลพรีดิกทีฟ เป็นต้น เพื่อช่วยให้ควบคุมสภาวะให้ได้อุณหภูมิตามที่ออกแบบไว้

ในการควบคุมอุณหภูมิของถังปฏิกิริยาเคมีที่มีปฏิกิริยาคายความร้อนสูงค่าตัวแปรที่จำเป็นต้องใช้นอกจากอุณหภูมิภายในถังปฏิกิริยาและอุณหภูมิในถังแจ๊กแก็ต (Jacket) แล้ว ค่าความร้อนที่เกิดจากปฏิกิริยาในถังเป็นตัวแปรสำคัญที่สามารถเข้าใจพฤติกรรมของกระบวนการที่จะเกิดขึ้นได้ ซึ่งความร้อนที่เกิดขึ้นไม่สามารถวัดค่าได้โดยตรง ในการศึกษาจึงได้นำตัวสังเกตที่เรียกว่าตัวกรองคาลมาน (Kalman Filter) ซึ่งจะกล่าวต่อไปในบทที่ 4 เพื่อการประมาณค่าความร้อนที่เกิดขึ้น

แบบจำลองกระบวนการที่ใช้ในระบบควบคุมเริ่มจากสมการสมดุลพลังงานในถังปฏิกรณ์เคมี และทำการเขียนให้อยู่ในรูปของสมการการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิภายในถังปฏิกิริยา ดังนี้

$$\frac{dT_{rm}}{dt} = \frac{Q_r + U_r A_r (T_{jm} - T_{rm})}{W_r C_p} \tag{2-30}$$

และจากการทำสมดุลพลังงานในถัง Jacket จะได้สมการการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในถัง Jacket ดังนี้

$$\frac{dT_{jm}}{dt} = \frac{U_r A_r (T_{rm} - T_{jm})}{V_j C_{pj} \rho_j} - \frac{F_j}{V_j}(T_{rm} - T_{jm}) \tag{2-31}$$

และกำหนดให้ความร้อนที่เกิดขึ้นมีค่าคงที่ตลอดการคำนวณ เพื่อให้เป็นแบบจำลองเดียวกับแบบจำลองของระบบควบคุมเจเนริก ทำให้สามารถเขียนสมการการเปลี่ยนแปลงของค่าความร้อนที่เกิดจากปฏิกิริยาเคมีได้ดังนี้

$$\frac{dQ_r}{dt} = 0 \tag{2-32}$$

สมการการเปลี่ยนแปลงทั้งสามสมการเขียนอยู่ในรูปสมการดิฟเฟอเรนเชียล นำไปเขียนสมการสถานะจะได้ตัวแปรสถานะ (x) ประกอบด้วย T_{rm} T_{jm} และ Q_r และเขียนสมการให้อยู่ในรูป ($\mathbf{x}_{k+} = \mathbf{G}\mathbf{x}_k + \mathbf{H}\mathbf{u}_k$) โดยที่เวคเตอร์ G และ H เป็นเวคเตอร์สัมประสิทธิ์ของเวคเตอร์ตัวแปร x, u ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} Trm_{k+1} \\ Tjm_{k+1} \\ Qr_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -UrAr/WrCpr & UrAr/WrCpr & 1/WrCpr \\ UrAr/Vj\rho jCpj & -UrAr/Vj\rho jCpj - Fj/Vj & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Trm_k \\ Tjm_k \\ Qr_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ Fj/Vj \\ 0 \end{bmatrix} Tjsp \tag{2-33}$$