

เทคนิคการปรับขนาดไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อการวิเคราะห์การไหลแบบหนืด

นายสุพัฒน์พงษ์ สิกขามันฑิต



วิทยานิพนธ์นี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2541

ISBN 974-332-080-6

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ADAPTIVE FINITE ELEMENT TECHNIQUE FOR VISCOUS FLOW ANALYSIS

Mr. Supatpong Sikkhabandit

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering

Graduated School

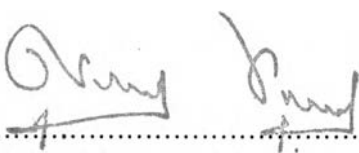
Chulalongkorn University

Academic Year 1998

ISBN 974-332-080-6

หัวข้อวิทยานิพนธ์ เทคนิคการปรับขนาดไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อการวิเคราะห์การไหล
แบบหนืด
โดย นายสุพัฒน์พงศ์ สิกขามันฑิต
ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา ศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์ เดชะอำไพ

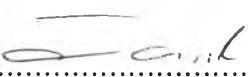
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต



(ศาสตราจารย์ นายแพทย์ สุภวัฒน์ ชุดิวงศ์)

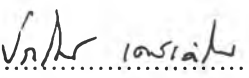
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



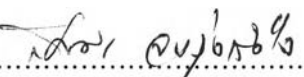
(รองศาสตราจารย์ ดร. วิทยา บงเจริญ)

ประธานกรรมการ



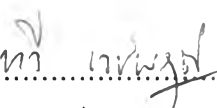
(ศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์ เดชะอำไพ)

อาจารย์ที่ปรึกษา



(รองศาสตราจารย์ ดร. สมศรี จรุงเรือง)

กรรมการ



(รองศาสตราจารย์ ทวี เวชพฤติ)

กรรมการ

สุพัฒน์พงษ์ สิกขาบัณฑิต : เทคนิคการปรับขนาดไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อการวิเคราะห์การไหลแบบหนืด (ADAPTIVE FINITE ELEMENT TECHNIQUE FOR VISCOUS FLOW ANALYSIS) อ. ที่ปรึกษา : ศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 200 หน้า.
ISBN 974-332-080-6.

วิทยานิพนธ์นี้ เป็นการปรับปรุงวิธีแก้ปัญหาคารไหลแบบหนืด ที่ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยได้นำเอาเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาใช้ร่วมด้วย เพื่อให้ผลลัพธ์มีความถูกต้องมากขึ้น นอกจากนี้ยังได้ปรับปรุงวิธีการเก็บข้อมูลและระเบียบวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นขนาดใหญ่ เพื่อเพิ่มความเร็วในการแก้ปัญหาและประหยัดหน่วยความจำ

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สอดคล้องกับปัญหาคารไหลได้ถูกอธิบายอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อให้เกิดความเข้าใจและสามารถนำไปปรับปรุงประสิทธิภาพได้ การปรับปรุงวิธีการเก็บข้อมูลได้ปรับปรุงวิธีการเก็บข้อมูลให้เก็บข้อมูลเฉพาะค่าที่ต้องใช้ในการคำนวณ เพื่อให้ประหยัดหน่วยความจำและเป็นการลดเวลาในการคำนวณ นอกจากนี้ได้นำเอาระเบียบวิธีการแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ที่มีประสิทธิภาพมากขึ้นมาใช้ เพื่อประหยัดเวลาในการคำนวณมากขึ้น

ขณะเดียวกันเพื่อให้ผลลัพธ์มีความถูกต้องยิ่งขึ้น โดยไม่ต้องสร้างรูปปัญหาที่ต้องใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กจำนวนมาก จึงได้ประยุกต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ โดยใช้หลักการ คือ ใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของความชันของผลลัพธ์มาก และใช้เอลิเมนต์ขนาดใหญ่ในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงน้อย

ผลลัพธ์ของการไหลที่ได้จากการแก้ปัญหาดังกล่าว ในวิทยานิพนธ์นี้ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของการนำเอาเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ มาใช้ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ช่วยลดอุปสรรคในการแก้ปัญหาคารไหลบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่มีหน่วยความจำที่จำกัดได้

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล
ปีการศึกษา 2541

ลายมือชื่อนิสิต ดิฬงมณฑล
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา วิฑิต เดชะอำไพ
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

#3972187221 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING
KEY WORD: FINITE ELEMENT

SUPATPONG SIKKHABANDIT : ADAPTIVE FINITE ELEMENT TECHNIQUE FOR
VISCOUS FLOW ANALYSIS. THESIS ADVISOR : PROF. DR. PRAMOTE
DECHAUMPAI, Ph. D. 200 pp. ISBN 974-332-080-6.

The objectives of this thesis are to improve the solution accuracy and the computational efficiency for the viscous flow analysis by using the finite element method. The adaptive meshing technique is also applied to reduce the computational time required.

The finite element equations for viscous fluid flow were derived. Corresponding computer program was developed. Improved computer memory management was implemented to minimize the computer memory and computational time.

In addition, the adaptive meshing technique was used to improve the flow solution accuracy. The technique generates small elements in the region of high solution gradients, and at the same time, uses larger elements in the other regions.

Flow solutions obtained from several problems in this thesis demonstrate the capability of the combined finite element method and the adaptive meshing technique to reduce flow analysis difficulty on personal computers with limited memory.

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....
สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....
ปีการศึกษา.....2541.....

ลายมือชื่อนิสิต.....*สุภัทรมณเฑียร*.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....*พร.ดร. ประมอต์*.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....*พร.ดร. ประมอต์*.....



กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ ศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์ เฑชะอำไพ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้เสียสละเวลาอย่างมากในการให้คำปรึกษา คำแนะนำ ความรู้ ตลอดจนข้อคิดเห็นต่าง ๆ อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่องานวิจัยและการดำเนินชีวิตในอนาคต ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่านไว้เป็นอย่างสูงในโอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. วิทยา ขงเจริญ ประธานกรรมการ รองศาสตราจารย์ ดร. สมศรี จรุงเรือง กรรมการ และ รองศาสตราจารย์ ทวี เวชพฤติ กรรมการ ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นในการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้

ขอขอบคุณ คุณวิโรจน์ ลิ้มตระการ คุณปัญญา จันทร์ไพแสง และทุกท่านที่ได้ให้ความช่วยเหลือจนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงไปด้วยดี

ท้ายนี้ ประโยชน์และคุณค่าของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูตาบูชาแด่ คุณพ่อ คุณแม่ พี่สาว น้องชาย ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญภาพ	ญ
สารบัญตาราง	ณ
คำอธิบายสัญลักษณ์	ด
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและความเป็นมาของวิทยานิพนธ์	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์	2
1.3 วิธีดำเนินการและขอบเขตของวิทยานิพนธ์	2
1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์	3
บทที่ 2 สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับการไหลของของไหล	4
2.1 สมการอนุพันธ์มวล	4
2.2 สมการอนุพันธ์โมเมนตัม	6
บทที่ 3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการไหลแบบหนืด	11
3.1 ขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	11
3.2 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาการไหลแบบหนืด	13
3.3 การประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์	20
3.4 การประยุกต์ระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบนิวตัน – ราฟสัน	24
บทที่ 4 การแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ด้วยวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์	27
4.1 วิธีการลดลงมากที่สุด (Steepest descent method)	30

4.2 วิธีคอนจูเกตไดเรกชัน (Conjugate direction method)	34
4.3 วิธีคอนจูเกตเกรเดียนต์ (Conjugate gradient method)	40
4.4 การปรับสภาพเพื่อเร่งเข้าสู่คำตอบ	42
4.5 วิธีคอนจูเกตเกรเดียนต์สำหรับสมการที่มีเมตริกซ์ A ไม่สมมาตร	44
4.6 ตัวอย่างการแก้ระบบสมการด้วยวิธีคอนจูเกตเกรเดียนต์	44
บทที่ 5 ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัว	50
5.1 ขั้นตอนการคำนวณ	50
5.1.1 โปรแกรมวิเคราะห์การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัว [NAVIER]	50
5.1.2 โปรแกรมวิเคราะห์การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวที่ได้รับ	52
การปรับปรุงแล้ว [NV]	
5.2 รายละเอียดของโปรแกรม	53
5.3 รายละเอียดไฟล์ข้อมูลนำเข้า	54
5.4 ตัวอย่างการใช้โปรแกรม	55
บทที่ 6 เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ	65
6.1 หลักการของเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ	65
6.2 การนำเอาเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาใช้	69
กับปัญหาการไหลแบบหนืด	
บทที่ 7 โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแบ่งเอลิเมนต์และหาขนาดเอลิเมนต์ที่เหมาะสม	72
7.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแบ่งเอลิเมนต์	75
7.2 รายละเอียดของโปรแกรม	77
7.3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับหาขนาดเอลิเมนต์ที่	77
เหมาะสม	
7.4 รายละเอียดของโปรแกรม	79
7.5 ตัวอย่างการใช้โปรแกรมสำหรับแบ่งเอลิเมนต์และหาขนาดเอลิเมนต์ที่	79
เหมาะสม	
7.6 การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบจากการนำเอาเทคนิคการปรับ	87
ขนาดเอลิเมนต์มาประยุกต์ใช้ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	

บทที่ 8 ผลการวิเคราะห์ปัญหาโดยการใช้โปรแกรมในปัญหาต่าง ๆ	93
8.1 ปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก	93
8.2 ปัญหาการไหลภายในช่องแคบที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัด.....	100
8.3 ปัญหาการไหลผ่านช่องแคบ	105
8.4 ปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียม	110
8.5 ปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือ	116
บทที่ 9 บทสรุป ปัญหาที่พบและข้อเสนอแนะ	128
9.1 บทสรุป	128
9.2 ปัญหาที่พบ	129
9.3 ข้อเสนอแนะ	130
รายการอ้างอิง	131
ภาคผนวก	133
ภาคผนวก ก. – รายละเอียดโปรแกรม NV	134
ภาคผนวก ข. – รายละเอียดโปรแกรม BUILT	152
ภาคผนวก ค. – รายละเอียดโปรแกรม SPACE	195
ประวัติผู้วิจัย	200

สารบัญภาพ

		หน้า
รูปที่ 2.1	ความสมดุลของมวลที่ไหลผ่านเอลิเมนต์สองมิติในระบบพิกัดฉาก	5
รูปที่ 2.2	ความสมดุลของแรงบนเอลิเมนต์ของการไหลในสองมิติในระบบพิกัดฉาก	7
รูปที่ 2.3	เงื่อนไขขอบเขตสำหรับปัญหาการไหลในสองมิติ	10
รูปที่ 3.1	การแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์	11
รูปที่ 3.2	การแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อ	14
รูปที่ 3.3	พิกัดของพื้นที่สำหรับเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม	15
รูปที่ 4.1	กราฟของฟังก์ชันควอดราติก $f(x)$	28
รูปที่ 4.2	กราฟของฟังก์ชันควอดราติก $f(x)$	29
	(a) เมื่อเมตริกซ์ A มีคุณสมบัติ positive definite	
	(b) เมื่อเมตริกซ์ A มีคุณสมบัติ negative definite	
	(c) เมื่อเมตริกซ์ A เป็น singular และมีคุณสมบัติ positive indefinite	
	(d) เมื่อเมตริกซ์ A มีคุณสมบัติ indefinite	
รูปที่ 4.3	เวกเตอร์ที่บ่งถึงการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันควอดราติก ที่มากที่สุดตามตำแหน่งต่าง ๆ	30
รูปที่ 4.4	ตัวอย่างวิธีการลดลงมากที่สุด	32
	(a) จากจุดเริ่มต้น ไปสู่จุดต่ำสุดในแนวการลดลงมากที่สุด	
	(b) การหาจุดตัดระหว่างพื้นผิวสองผิว	
	(c) พาราโบลาแสดงถึงแนวการตัดกันระหว่างพื้นผิวสองผิว	
	(d) แสดงถึงเวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันควอดราติกครั้งที่ $i+1$ จะตั้งฉากกับครั้งที่ i	
รูปที่ 4.5	การเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันตามตำแหน่งต่าง ๆ ที่อยู่บนแนวการวิ่งเข้าสู่คำตอบ	32
รูปที่ 4.6	ตัวอย่างการวิ่งเข้าสู่คำตอบของวิธีการลดลงมากที่สุด	33
รูปที่ 4.7	แนวคิดเริ่มต้นของวิธีคอนจูเกตไคเร้คชัน	35
รูปที่ 4.8	คู่ของเวกเตอร์ที่มีคุณสมบัติ A – orthogonal	36
รูปที่ 4.9	วิธีคอนจูเกตไคเร้คชันที่ใช้จำนวนรอบการวิ่งเข้า n รอบ	38

รูปที่ 4.10	Gram – Schmidt process	39
รูปที่ 4.11	ตัวอย่างลักษณะการวิ่งเข้าสู่คำตอบด้วยวิธีคอนจูเกตไคร์คชัน	39
รูปที่ 5.1	แผนผังการทำงานของโปรแกรม NAVIER	51
รูปที่ 5.2	แผนผังการทำงานของโปรแกรม NV	53
รูปที่ 5.3	การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวระหว่างแผ่นคู่ขนาน	55
รูปที่ 5.4	การไหลของก๊าซเสียผ่านท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือ	60
รูปที่ 5.5	แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์	61
รูปที่ 5.6	แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์	61
รูปที่ 5.7	ผลการทำนายพฤติกรรมกรไหลในกรณีที่เกิดการหมุนวน	61
รูปที่ 5.8	ผลการทำนายพฤติกรรมกรไหลในท่อที่ติดตั้งแผ่นกั้น	61
รูปที่ 5.9	ผลการทำนายความดันในกรณีที่เกิดการหมุนวน	61
รูปที่ 5.10	ผลการทำนายความดันในท่อที่ติดตั้งแผ่นกั้น	61
รูปที่ 5.11	แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์	62
รูปที่ 5.12	แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์	62
รูปที่ 5.13	ผลการทำนายพฤติกรรมกรไหลในกรณีที่เกิดการหมุนวน	62
รูปที่ 5.14	ผลการทำนายพฤติกรรมกรไหลในท่อที่ติดตั้งแผ่นกั้น	62
รูปที่ 5.15	ผลการทำนายความดันในกรณีที่เกิดการหมุนวน	62
รูปที่ 5.16	ผลการทำนายความดันในท่อที่ติดตั้งแผ่นกั้น	62
รูปที่ 6.1	ค่าอนุพันธ์ของจุดต่อ i ที่มีเอลิเมนต์ล้อมรอบอยู่ 6 เอลิเมนต์	67
รูปที่ 7.1	ลำดับขั้นตอนการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืดโดยใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	74
รูปที่ 7.2	ลำดับการทำงานของโปรแกรม BUILT.FOR	76
รูปที่ 7.3	ลำดับการทำงานของโปรแกรม SPACE.FOR	78
รูปที่ 7.4	ลักษณะของปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใด	79
รูปที่ 7.5	ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดออกเป็นเอลิเมนต์แบบสมมาตร	82
รูปที่ 7.6	ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดออกเป็นเอลิเมนต์ที่มีการปรับขนาดเอลิเมนต์แล้ว	86
รูปที่ 7.7	ลักษณะของปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัด	87

	ทันทีทันใด	
รูปที่ 7.8	ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดออกเป็นเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	87
รูปที่ 7.9	ผลเฉลยความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใด กรณีที่มีการแบ่งเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	88
รูปที่ 7.10	ผลเฉลยความดันของปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใด กรณีที่มีการแบ่งเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	88
รูปที่ 7.11	ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดที่ได้ทำการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 1	89
รูปที่ 7.12	ผลเฉลยความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดกรณีที่ได้ทำการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 1	89
รูปที่ 7.13	ผลเฉลยความดันของปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดกรณีที่ได้ทำการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 1	89
รูปที่ 7.14	ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดที่ได้ทำการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2	91
รูปที่ 7.15	ผลเฉลยความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดกรณีที่ได้ทำการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2	91
รูปที่ 7.16	ผลเฉลยความดันของปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดกรณีที่ได้ทำการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2	91
รูปที่ 7.17	ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดที่มีการแบ่งเอลิเมนต์แบบละเอียด	92
รูปที่ 7.18	ผลเฉลยความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดกรณีใช้เอลิเมนต์แบบละเอียดสำหรับการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพียงอย่างเดียว	92
รูปที่ 7.19	ผลเฉลยความดันของปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดกรณีใช้เอลิเมนต์แบบละเอียดสำหรับการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพียงอย่างเดียว	92
รูปที่ 8.1	ปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก	94
รูปที่ 8.2	ลักษณะปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอกกรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	94

รูปที่ 8.3	การกระจายตัวของความเร็วของ ปัญหาการไหลผ่านวัตตรูปทรงกระบอก กรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	95
รูปที่ 8.4	รายละเอียดการกระจายตัวของความเร็วบริเวณใกล้วัตตรูปทรงกระบอก กรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	95
รูปที่ 8.5	ลักษณะปัญหาการไหลผ่านวัตตรูปทรงกระบอก กรณีที่ผ่านมาการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1	95
รูปที่ 8.6	การกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลผ่านวัตตรูปทรงกระบอก กรณีที่ผ่านมาการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1	96
รูปที่ 8.7	ลักษณะปัญหาการไหลผ่านวัตตรูปทรงกระบอก กรณีที่ผ่านมาการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	96
รูปที่ 8.8	การกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลผ่านวัตตรูปทรงกระบอก กรณีที่ผ่านมาการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	97
รูปที่ 8.9	รายละเอียดการกระจายตัวของความเร็ว บริเวณใกล้วัตตรูปทรงกระบอก กรณีที่ผ่านมาการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	97
รูปที่ 8.10	ความเร็วของการไหลในแนว A-A	98
รูปที่ 8.11	ปัญหาการไหลภายในช่องแคบที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัด	100
รูปที่ 8.12	ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ กรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	101
รูปที่ 8.13	ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	101
รูปที่ 8.14	ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ กรณีที่ผ่านมาการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1	101
รูปที่ 8.15	ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ผ่านมาการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1	102
รูปที่ 8.16	ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ กรณีที่ผ่านมาการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	102
รูปที่ 8.17	ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ผ่านมาการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	102
รูปที่ 8.18	ลักษณะการกระจายตัวของความดัน กรณีที่ผ่านมาการปรับขนาดเอลิเมนต์ โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	103
รูปที่ 8.19	ลักษณะการกระจายตัวของความดันที่กระทำต่อผิวเอียง	103
รูปที่ 8.20	ปัญหาการไหลผ่านช่องแคบ	105

รูปที่ 8.21	ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาการไหลผ่านช่องแคบที่ใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมและผลการกระจายตัวของความเร็ว	105
รูปที่ 8.22	ลักษณะของเอลิเมนต์และการกระจายตัวของความเร็วบริเวณใกล้ช่องแคบ (บริเวณ A)	106
รูปที่ 8.23	ลักษณะของการกระจายตัวของความเร็วบริเวณใกล้ช่องแคบ (บริเวณ B)	106
รูปที่ 8.24	ลักษณะของปัญหาการไหลผ่านช่องแคบและการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 1	106
รูปที่ 8.25	ลักษณะของปัญหาการไหลผ่านช่องแคบและการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2	107
รูปที่ 8.26	รายละเอียดของการไหลบริเวณใกล้ช่องแคบและบริเวณที่เกิดการหมุนวนทางด้านหลังของช่องแคบ (บริเวณ C)	107
รูปที่ 8.27	รายละเอียดของการไหลบริเวณใกล้ช่องแคบและบริเวณที่เกิดการหมุนวนทางด้านหลังของช่องแคบ (บริเวณ D)	108
รูปที่ 8.28	รายละเอียดของการไหลบริเวณใกล้ช่องแคบและบริเวณที่เกิดการหมุนวนทางด้านหลังของช่องแคบ (บริเวณ E)	108
รูปที่ 8.29	ลักษณะการกระจายตัวของความดันของปัญหาการไหลผ่านช่องแคบ กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2	108
รูปที่ 8.30	ปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียม	111
รูปที่ 8.31	ลักษณะของปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียม และการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยม	111
รูปที่ 8.32	ลักษณะของปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียมและการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1	112
รูปที่ 8.33	ลักษณะของปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียมและการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	113
รูปที่ 8.34	รายละเอียดของเวกเตอร์ความเร็วบริเวณใกล้กับลิ้นหัวใจเทียม กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	113
รูปที่ 8.35	ลักษณะของปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียมและการกระจายตัวของความดัน กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	114
รูปที่ 8.36	ปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือกรณีที่ 1	116
รูปที่ 8.37	ลักษณะปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1	117

	ที่มีการแบ่งเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	
รูปที่ 8.38	ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่มีการแบ่งเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	117
รูปที่ 8.39	รายละเอียดการหมุนวนภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 (บริเวณ A)	118
รูปที่ 8.40	ลักษณะปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1	118
รูปที่ 8.41	ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1	119
รูปที่ 8.42	ลักษณะปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	119
รูปที่ 8.43	ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	120
รูปที่ 8.44	ลักษณะการกระจายตัวของความดันของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	120
รูปที่ 8.45	ปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือกรณีที่ 2	121
รูปที่ 8.46	ลักษณะปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 2 ที่มีการแบ่งเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	121
รูปที่ 8.47	ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 2 ที่มีการแบ่งเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	122
รูปที่ 8.48	ปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 2 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1	123
รูปที่ 8.49	ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 2 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1	123
รูปที่ 8.50	ลักษณะการกระจายตัวของความดันของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 2 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	124

สารบัญตาราง

	หน้า	
ตารางที่ 8.1	รายละเอียดเวลาการคำนวณและหน่วยความจำที่ต้องใช้ของโปรแกรม NAVIER และ NV สำหรับปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก	99
ตารางที่ 8.2	รายละเอียดเวลาการคำนวณและหน่วยความจำที่ต้องใช้ของโปรแกรม NAVIER และ NV สำหรับปัญหาการไหลภายในช่องแคบที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัด	104
ตารางที่ 8.3	รายละเอียดเวลาการคำนวณและหน่วยความจำที่ต้องใช้ของโปรแกรม NAVIER และ NV สำหรับปัญหาการไหลผ่านช่องแคบ	109
ตารางที่ 8.4	รายละเอียดเวลาการคำนวณและหน่วยความจำที่ต้องใช้ของโปรแกรม NAVIER และ NV สำหรับปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียม	115
ตารางที่ 8.5	รายละเอียดเวลาการคำนวณและหน่วยความจำที่ต้องใช้ของโปรแกรม NAVIER และ NV สำหรับปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือกรณีที่ 1	125
ตารางที่ 8.6	รายละเอียดเวลาการคำนวณและหน่วยความจำที่ต้องใช้ของโปรแกรม NAVIER และ NV สำหรับปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือกรณีที่ 2	126

คำอธิบายสัญลักษณ์

a	ความเร่ง
e	ค่าความผิดพลาด
h	ขนาดโดยเฉลี่ยของเอลิเมนต์
m	มวล
p	ความดัน
r	เวกเตอร์เศษตกค้าง
t	เวลา
u	ความเร็วในแนวแกน x
v	ความเร็วในแนวแกน y
x_i	เวกเตอร์คำตอบของระบบสมการเชิงเส้น
x	ระยะในแนวราบ
y	ระยะในแนวตั้ง
A	เมตริกซ์ของระบบสมการเชิงเส้น
[A]	เมตริกซ์คงที่เชิงความเร็ว
[B]	เมตริกซ์คงที่เชิงอนุพันธ์ x
[C]	เมตริกซ์คงที่เชิงอนุพันธ์ y
F	แรง
[F]	เมตริกซ์เชิงแรง
[G]	เมตริกซ์คงที่เชิงพื้นที่
H_i	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สำหรับความดัน
[H]	เมตริกซ์ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สำหรับความดัน
L_i	ฟังก์ชันพิกัดของพื้นที่
M	เมตริกซ์สำหรับปรับสภาพการวิ่งเข้าสู่คำตอบ
[M]	เมตริกซ์คงที่ความหนืด
N_i	ฟังก์ชันการประมาณภายในสำหรับความเร็ว
[N]	เมตริกซ์ฟังก์ชันการประมาณภายในสำหรับความเร็ว
[Q]	เมตริกซ์เนื่องจากแรงที่ผิว
Re	เรย์โนลด์ส์นัมเบอร์
[S]	เมตริกซ์ผลรวมเชิงความหนืด

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

T	แรงที่ผิว
ρ	ความหนาแน่น
μ	ความหนืดจลนศาสตร์
ν	ความหนืดพลศาสตร์
σ	ความเค้นในแนวตั้งฉาก
τ	ความเค้นเฉือน