บทที่ 4

แบบจำลองคณิตศาสตร์ของกระบวนการ ตัวควบคุม และปัญหาในการควบคุม

การควบคุมกระบวนการทั่วไปโดยใช้ตัวควบคุมแบบธรรมดา เป็นการประมาณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการในแบบสมการเชิงเส้น เพื่อที่จะให้สามารถใช้ได้กับตัวควบคุมแบบธรรมดาซึ่งมีคุณลักษณ์แบบเชิงเส้นซึ่งมีใช้งานกันโดยทั่วไปในอุตสาหกรรมต่างๆ แต่สำหรับบางกระบวนการ คุณลักษณ์อาจมีความซับซ้อนมากจนทำให้การประมาณความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นนั้นใช้ไม่ได้ผล ทำให้การควบคุมกระบวนการเหล่านี้โดยตัวควบคุมแบบธรรมดาจะไม่ได้ผลที่ดีและอาจทำให้ระบบสูญเสียเสถียรภาพในการควบคุม เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงลักษณะและคุณลักษณ์ของกระบวนการที่ใช้ในการทดลอง และชี้ให้เห็นถึงปัญหาของการควบคุมด้วยวิธีการควบคุมแบบธรรมดา

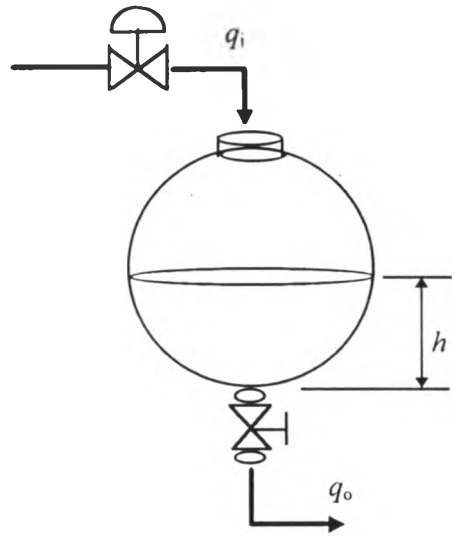
4.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการทดลอง

กระบวนการที่ใช้ในการทดลองนี้จะเป็นตัวอย่างของกระบวนการแบบไม่เชิงเส้น โดยเป็นลักษณะของถังทรงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 40 เซนติเมตร ซึ่งจะทำการควบคุมระดับของน้ำภายในถัง โดยการปรับอัตราการไหลของน้ำเข้าผ่านวาล์วควบคุมขนาด 1 นิ้วมีคุณลักษณ์

แบบอีควอลเปอร์เซนต์ (Equal percentage characteristic) และไหลลงสู่ถังเก็บโดยผ่านวาล์วด้านล่างของถัง ปัญหาของการควบคุมนี้คือการควบคุมระดับของน้ำในถังซึ่งเปลี่ยนไปมาตามอัตราการไหลของน้ำเข้า

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการสามารถหาได้โดยใช้หลักการอนุรักษ์ (Principle of conservation) ซึ่งสรุปความได้ว่า "การเปลี่ยนแปลงของปริมาณ คือ มวลสาร พลังงาน และโมเมนตัม ในกระบวนการ เท่ากับผลรวมทางพีชคณิตของปริมาณนั้นที่เข้าสู่กระบวนการและออกจากกระบวนการ" โดยปริมาณที่เข้าสู่กระบวนการหมายถึง ปริมาณที่เกิดใหม่ภายในกระบวนการ และปริมาณที่ออกจากกระบวนการ หมายถึงปริมาณที่สูญหายหรือถูกทำลาย หรือเปลี่ยนสภาพไปเป็นปริมาณอื่น การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการอนุรักษ์สรุปผลได้ดังนี้

[อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณในกระบวนการ] = [อัตราการเข้าสู่กระบวนการของปริมาณ] - [อัตราการออกจากกระบวนการของปริมาณ] + [อัตราการเกิดขึ้นของปริมาณในกระบวนการ] - [อัตราการสูญหายของปริมาณในกระบวนการ] (4.1)



รูปที่ 4.1 ลักษณะของกระบวนการทดลอง

จากรูปที่ 4.1 กำหนดให้

m = มวลสะสมในระบบ h = ความสูงของน้ำในถัง

q_i = อัตราการไหลของน้ำเข้า q_o = อัตราการไหลของน้ำออก

ρ = ความหนาแน่นของน้ำ R = รัศมีของถัง

D = เส้นผ่านศูนย์กลางของถัง V = ปริมาตรของน้ำในถัง

จากสมการอนุรักษ์มวลรอบถังทรงกลม ให้อัตราการเกิดขึ้นและอัตราการถูกทำลายของปริมาณเป็นศูนย์ สมการสุทธิจะเป็น

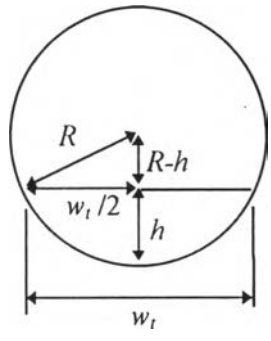
$$\frac{dm}{dt} = \rho q_i - \rho q_o \tag{4.2}$$

เมื่อ ρ คงที่

$$\rho \frac{dV}{dt} = \rho q_i - \rho q_o$$

$$\frac{dV}{dt} = q_i - q_o \tag{4.3}$$

และจากโครงสร้างเรขาคณิตของถังทรงกลม



รูปที่ 4.2 แสดงโครงสร้างเรขาคณิตของถังทรงกลม

จากรูปที่ 4.2

$$V = \int_0^h \int_0^{2\pi} \int_0^{w_t/2} w\,dw\,d\theta\,dh \qquad = \int_0^h \left[\frac{\pi w_t^{\,2}}{4}\right] dh \tag{4.4}$$

$$w_t = 2\sqrt{R^2 - (R-h)^2} \tag{4.5}$$

$$V = \int_0^h \left[\pi\left(R^2 - (R-h)^2\right)\right] dh \tag{4.6}$$

$$dV = \pi\left(R^2 - (R-h)^2\right) dh \tag{4.7}$$

$$dV = \pi\left(Dh - h^2\right) dh \tag{4.8}$$

แทนสมการที่ (4.8) ในสมการที่ (4.3) จะได้

$$\pi\left(Dh - h^2\right)\frac{dh}{dt} = q_i - q_o \tag{4.9}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{q_i}{\pi\left(Dh - h^2\right)} - \frac{q_o}{\pi\left(Dh - h^2\right)} \tag{4.10}$$

เมื่อ $q_o = C_v\sqrt{h}$: C_v = ค่าคงที่ของวาล์วขาออก

แทนค่าในสมการที่ (4.10) จะได้เป็น

$$\frac{dh}{dt} = \frac{q_i}{\pi\left(Dh - h^2\right)} - \frac{C_v\sqrt{h}}{\pi\left(Dh - h^2\right)} \tag{4.11}$$

เมื่อ dt =ช่วงเวลาการเก็บข้อมูลซึ่งคงที่ = Δt; พิจารณา h ที่ขณะใดๆ

$$h_t - h_{t-1} = \left[\frac{q_i}{\pi\left(Dh_{t-1} - h_{t-1}^2\right)} - \frac{C_V\sqrt{h_{t-1}}}{\pi\left(Dh_{t-1} - h_{t-1}^2\right)}\right]\Delta t \tag{4.12}$$

ดังนั้นจะได้สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการทดลองในรูปของระดับของเหลวที่ขณะใดๆ เป็น

$$h_t = \left[\frac{q_i}{\pi\left(Dh_{t-1} - h_{t-1}^2\right)} - \frac{C_V\sqrt{h_{t-1}}}{\pi\left(Dh_{t-1} - h_{t-1}^2\right)}\right]\Delta t + h_{t-1} \tag{4.13}$$

จากสมการที่ (4.13) พอจะสรุปได้ว่ากระบวนการทดลองนี้เป็นกระบวนการแบบไม่เชิงเส้นโดยตัวแปรตามคือ h_t จะเป็นฟังก์ชันแบบไม่เชิงเส้นของ q_i และ h_{t-1}

สมการที่ (4.13) เป็นการวิเคราะห์คุณลักษณ์ของกระบวนการในแบบของโดเมนเวลาซึ่งอาจยังแสดงได้ยังไม่ชัดเจนนัก วิธีในการวิเคราะห์กระบวนการที่ใช้กันโดยทั่วไปคือการวิเคราะห์ด้วยเทคนิคการแปลงลาปลาซ เพื่อสามารถจัดให้สมการอยู่ในรูปแบบที่วิเคราะห์ได้ง่ายขึ้น ทำได้โดยการประมาณความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นสมการที่ (4.11) โดยให้

$$\frac{dh}{dt} = \frac{q_i}{\pi\left(Dh - h^2\right)} - \frac{C_v\sqrt{h}}{\pi\left(Dh - h^2\right)} = f\left(h, q_i\right) \tag{4.14}$$

จากนั้นทำการกระจาย f โดยการกระจายของเทย์เลอร์ (Taylor-series expansion) รอบจุดอ้างอิงที่สภาวะคงตัวและจัดให้อยู่ในรูปของตัวแปรเบี่ยงเบน สมการที่ (4.14) จะเปลี่ยนรูปเป็น

$$\frac{dh'}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial q_i}\right)_s q_i' + \left(\frac{\partial f}{\partial h}\right)_s h' \tag{4.15}$$

โดยที่ $$\left.\frac{\partial f}{\partial q_i}\right)_s = \frac{1}{\pi\left(Dh_s - h_s^2\right)} \tag{4.16}$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial h}\right)_s = \left[\left(-\frac{q_{is}}{\pi}\right)\frac{\left(D-2h_s\right)}{\left(Dh_s - h_s^2\right)^2}\right] - \frac{C_v}{\pi}\left[\frac{1}{2\sqrt{h_s}\left(Dh_s - h_s^2\right)} - \frac{\sqrt{h_s}\left(D-2h_s\right)}{\left(Dh_s - h_s^2\right)^2}\right] \tag{4.17}$$

ให้ A แทน $\left.\frac{\partial f}{\partial h}\right)_s$ แล้วแทนเทอมของอนุพันธ์ทั้งหมดในสมการที่ (4.15) ได้เป็น

$$\frac{dh'}{dt} = \frac{q'_i}{\pi\left(Dh_s - h_s^2\right)} + Ah' \tag{4.18}$$

แปลงสมการที่ (4.18) ให้อยู่ในรูปของลาปลาซ (Laplace transform)

$$H'(s) = \frac{Q'(s)}{\pi\left(Dh_s - h_s^2\right)(s - A)} \tag{4.19}$$

จัดรูปสมการที่ (4.19) ใหม่ จะได้ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน (Transfer function) ของกระบวนการเป็น

$$\frac{H'(s)}{Q'(s)} = \frac{-1}{\pi A\left(Dh_s - h_s^2\right)\left(-\frac{s}{A}+1\right)} = \frac{K_P}{\tau_P s + 1} \tag{4.20}$$

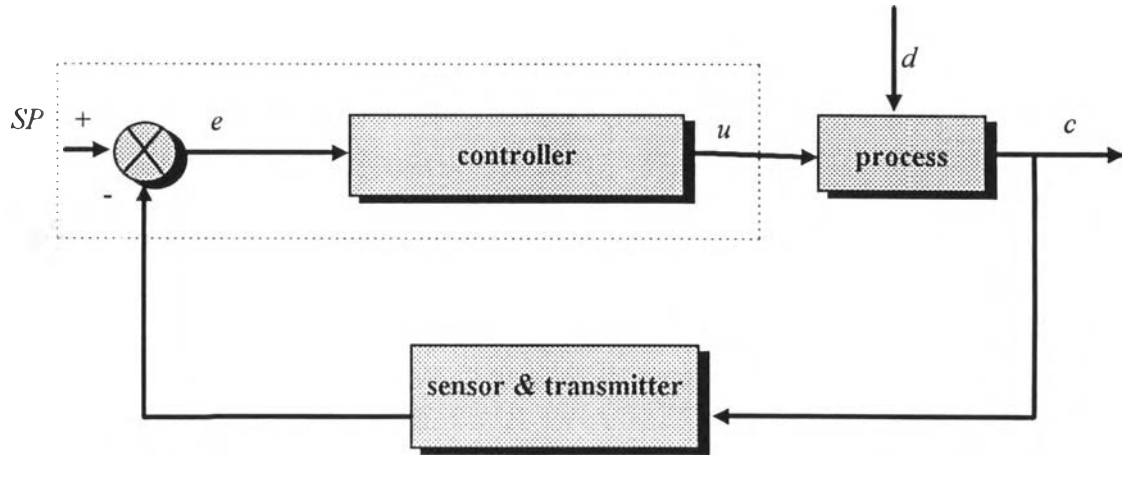
เมื่อ

$$K_P = \frac{-1}{\pi A\left(Dh_s - h_s^2\right)} \quad , \tau_P = -1/A \tag{4.21}$$

จากทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันในสมการที่ (4.20) พบว่าเทอมสำคัญที่แสดงคุณลักษณ์ของกระบวนการคือ เทอม K_P และ τ_P เป็นฟังก์ชันกับระดับความสูงอ้างอิง h_s แบบไม่เชิงเส้น จึงสรุปได้อย่างชัดเจนว่ากระบวนการทดลองนี้เป็นกระบวนการที่มีเกนและค่าคงที่เวลาไม่คงที่ โดยมีค่าเปลี่ยนไปตามระดับความสูงอ้างอิงใดๆ

4.2 ทฤษฎีของตัวควบคุมแบบป้อนกลับแบบพีไอดี

การควบคุมแบบป้อนกลับแบบพีไอดีเป็นการควบคุมแบบพื้นฐานที่เข้าใจง่ายและนิยมใช้ในการควบคุมกระบวนการทางอุตสาหกรรมทั่วไป ในส่วนนี้จะกล่าวถึงลักษณะของตัวควบคุมป้อนกลับแบบต่างๆ ที่มีใช้โดยทั่วไปเพื่อเป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์เปรียบเทียบกับตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิก โครงสร้างของระบบควบคุมแบบป้อนกลับดังแสดงในรูปที่ 4.3 ตัวควบคุมจะทำหน้าที่ตรวจสอบสภาพของกระบวนการ โดยใช้ค่าตัวแปรควบคุมจากกระบวนการ c จากตัววัด เปรียบเทียบกับเซ็ทพอยท์ SP และสร้างสัญญาณเอาท์พุท u เพื่อปรับสภาพกระบวนการ โดยใช้ค่าความผิดพลาดในการควบคุม $e = SP - c$ ในการตัดสินใจ สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างความผิดพลาดในการควบคุม e กับสัญญาณเอาท์พุท u ของตัวควบคุมจะมีลักษณะอย่างไรจะขึ้นกับชนิดและคุณสมบัติของตัวควบคุม



รูปที่ 4.3 ระบบการควบคุมแบบป้อนกลับ

ปัจจุบันตัวควบคุมสามารถแบ่งตามโครงสร้างในการทำงานได้ 3 ชนิด คือ ตัวควบคุมแบบนิวแมติกส์ ทำงานโดยใช้สัญญาณลม ตัวควบคุมแบบอิเล็กทรอนิกส์ (Electronic controller) ทำงานโดยใช้วงจรอิเล็กทรอนิกส์เชิงเส้น (Linear circuits) สร้างสัญญาณเอาท์พุทและตัวควบคุมแบบดิจิตัล ทำงานโดยใช้วงจรลอจิก (Logic circuit) หรือไมโครโปรเซสเซอร์สร้างสัญญาณเอาท์พุทโดยการเลียนแบบและจำลองการทำงานของตัวควบคุมแบบนิวแมติกส์และตัวควบคุมแบบอิเล็กทรอนิกส์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของตัวควบคุมแบบเดิม ตัวควบคุมแบบพื้นฐานที่ใช้ในระบบควบคุมแบบป้อนกลับในกระบวนการอุตสาหกรรมโดยทั่วไปมี 4 แบบ คือ ตัวควบคุมแบบพี ตัวควบคุมแบบพีไอ ตัวควบคุมแบบพีดี และตัวควบคุมแบบพีไอดี

ก. ตัวควบคุมแบบพี (Proportional controller หรือ P controller)

สัญญาณเอาท์พุทจะแปรผันตรงตามค่าความผิดพลาดในการควบคุม

$$u(t) = K_c e(t) + u_s \tag{4.22}$$

เมื่อ K_c คือ เกนสัดส่วน (Proportional gain) ของตัวควบคุม

u_s คือ ค่าไบแอส (Bias signal) ของตัวควบคุม เป็นค่าเอาท์พุทของตัวควบคุมเมื่อค่าความผิดพลาดในการควบคุมมีค่าเท่ากับ 0

ตัวควบคุมแบบพีสามารถแสดงอัตราการควบคุม 2 วิธี คือ เกนสัดส่วน K_c และแบนด์สัดส่วน PB (Proportional band) โดย $PB = 100/K_c$ แบนด์สัดส่วน หมายถึงค่าความผิดพลาดในการควบคุม e ที่ทำให้สัญญาณเอาท์พุทมีค่าสูงสุด ตัวอย่างเช่น ถ้าตัวควบคุมแบบ

พีมีค่าแบนด์สัดส่วน $PB = 200\%$ จะมีค่า $K_c = 100/200 = 0.5$ แทนค่า K_c ลงในสมการที่ (4.22) โดยสมมติค่า $u_s = 0$

$$u(t) = 0.5 \times e(t)$$

แสดงว่าความผิดพลาดในการควบคุม $e(t)$ จะต้องมีค่า 2 หรือ 200% จึงจะทำให้สัญญาณเอาท์พุทมีค่าสูงสุด คือ 1 หรือ 100%

กระบวนการอุตสาหกรรมทั่วไปสามารถใช้ตัวควบคุมที่มีเกนสัดส่วน $0.2 \le K_c \le 100$ หรือค่าแบนด์สัดส่วน $1 \le PB \le 500$ ตัวควบคุมที่มีเกนสัดส่วนมากหรือค่าแบนด์สัดส่วนน้อยจะมีความไวในการตอบสนองต่อค่าความผิดพลาดในการควบคุมสูง ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของตัวควบคุมแบบพีคือ

$$G_c(s) = K_c \tag{4.23}$$

ข. ตัวควบคุมแบบพีไอ (Proportional-Integral controller หรือ PI controller)

สัญญาณเอาท์พุทมีความสัมพันธ์กับค่าความผิดพลาดในการควบคุมตามสมการ

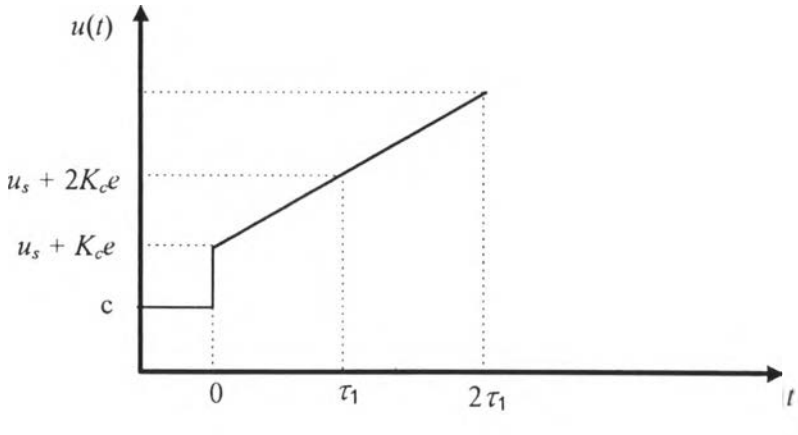
$$u(t) = K_c e(t) + \frac{K_c}{\tau_I}\int_0^t e(t)dt + u_s \tag{4.24}$$

เมื่อ τ_I คือ ค่าคงที่เวลาอินทีกรัล (Integral time constant) หรือเวลารีเซ็ท (Reset time) ของตัวควบคุมแบบไอ

ตัวควบคุมแบบไอแสดงอัตราการควบคุมโดยใช้ค่าคงที่เวลาอินทีกรัล หรือเวลารีเซ็ท มีหน่วยเป็นนาที/ครั้ง (Minute/Repeat) หรือแสดงการควบคุมโดยใช้อัตรารีเซ็ท (Reset rate) มีหน่วยเป็นครั้ง/นาที (Repeats/Minute) มีค่า $1/\tau_I$

กระบวนการทางอุตสาหกรรมทั่วไปสามารถใช้ตัวควบคุมที่มีค่าคงที่เวลาอินทีกรัล $0.1 \leq \tau_I \leq 50$ นาที รูปที่ 4.4 แสดงการตอบสนองของควบคุมแบบพีไอ เริ่มต้น $t = 0$ สัญญาณเอาท์พุทจากการควบคุมแบบพีอย่างเดียวตามสมการที่ (4.21) จะมีค่า $u = K_c e$ เมื่อเวลาผ่านไป τ_I สัญญาณเอาท์พุทจากการควบคุมแบบไอจะมีค่าเท่ากับสัญญาณเอาท์พุทแบบพีอย่างเดียว

$$\frac{K_c}{\tau_I}\int_0^{\tau_I} e(t)dt = \frac{K_c}{\tau_I} e\tau_I = K_c e \qquad (4.25)$$



รูปที่ 4.4 การตอบสนองของควบคุมแบบพีไอ

คงที่เวลาอินทีกรัล τ_I หมายถึง ช่วงเวลาที่ตัวควบคุมใช้ในการเพิ่มค่าสัญญาณเอาท์พุทแบบไอจนมีค่าเท่ากับสัญญาณที่ได้จากการควบคุมแบบพีเพียงอย่างเดียวหนึ่งครั้ง หรือตัวควบคุมแบบไอต้องใช้เวลา τ_I เพื่อเพิ่มสัญญาณเอาท์พุทให้มีค่าเท่ากับสัญญาณที่ได้จากการควบคุมแบบพีหนึ่งครั้ง ตัวควบคุมแบบไอมีคุณสมบัติต่างจากตัวควบคุมแบบพีคือสัญญาณเอาท์พุทจะมีการเปลี่ยนแปลงค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงตลอดเวลาที่ยังมีค่าความผิดพลาดในการควบคุมอยู่ จากสมการที่ (4.24) ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของตัวควบคุมแบบพีไอคือ

$$G_c(s) = K_c\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right) \tag{4.26}$$

ค. ตัวควบคุมแบบพีไอดี (Proportional-Integral-Derivative controller หรือ PID controller) สัญญาณเอาท์พุทของตัวควบคุม คือ

$$u(t) = K_c e(t) + \frac{K_c}{\tau_I}\int_0^t e(t)dt + K_c\tau_D\frac{de(t)}{dt} + u_s \tag{4.27}$$

เมื่อ τ_D คือ ค่าคงที่เวลาอนุพันธ์ (Derivative time constant) ของตัวควบคุมแบบดี ตัวควบคุมสร้างสัญญาณเอาท์พุทแบบดีจากเทอม de/dt ในสมการที่ (4.27) ซึ่งมีค่าเปลี่ยนแปลงทันทีที่ค่าความผิดพลาดในการควบคุม $e(t)$ มีการเปลี่ยนแปลงไม่ว่าจะมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงและสัญญาณการควบคุมแบบดีจะถูกสร้างขึ้นเพื่อลดความผิดพลาดในการควบคุมล่วงหน้าทันที ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของตัวควบคุมแบบพีไอดี คือ

$$G_c(s) = K_c\left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s\right) \tag{4.28}$$

ง. ตัวควบคุมแบบพีดี (Proportional-Derivative controller หรือ PD controller)

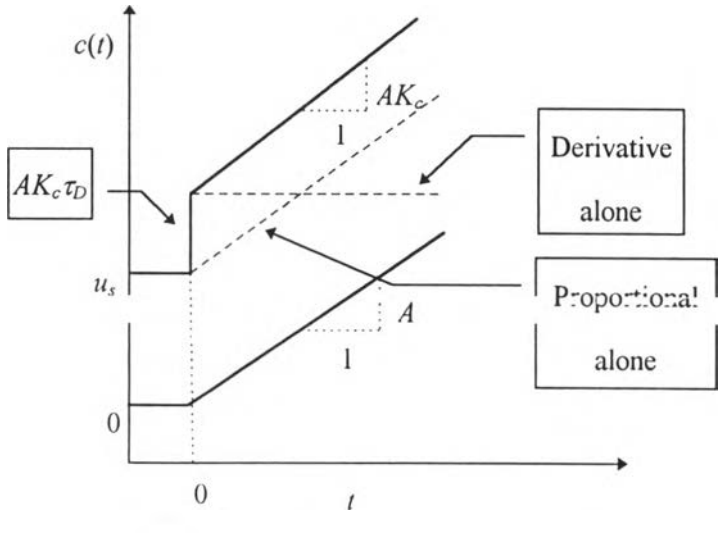
สัญญาณการควบคุมแบบพีดีจะแสดงด้วยสมการ

$$u(t) = K_c e + K_c \tau_D \frac{de(t)}{dt} + u_s \tag{4.29}$$

การควบคุมแบบพีดีจะเป็นการเพิ่มเทอม $K_c \tau_D \frac{de(t)}{dt}$ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงจะเป็นสัดส่วนกับอนุพันธ์ของความผิดพลาดให้กับการควบคุมแบบพี การควบคุมแบบนี้จะเรียกได้ว่าเป็นการควบคุมแบบคาดการณ์ล่วงหน้า (Anticipatory control)

พฤติกรรมของตัวควบคุมแบบพีดีแสดงได้โดยพิจารณาจากการตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงแบบเชิงเส้นของความผิดพลาดในรูปที่ 4.5 ซึ่งเป็นผลตอบสนองต่อฟังก์ชัน $e(t) = At$ ของสมการที่ (4.29) จะได้เป็นสมการ

$$u(t) = A_c t + A_c \tau_D + u_s \tag{4.30}$$



รูปที่ 4.5 การตอบสนองของตัวควบคุมแบบพีดี

จะเห็นได้ว่า u เปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใดด้วยปริมาณ $AK_c\tau_D$ ซึ่งเป็นผลจากการกระทำของเทอมอนุพันธ์ จากนั้นเปลี่ยนแปลงอย่างเชิงเส้นด้วยอัตรา AK_c ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของตัวควบคุมแบบพีดีคือ

$$G_c(s) = K_c\left(1 + \tau_D s\right) \tag{4.31}$$

ตัวควบคุมป้อนกลับแบบพื้นฐานที่กล่าวมานี้ คุณลักษณ์ที่สำคัญคือ ลักษณะของเกน (K_c) และพารามิเตอร์ที่คงที่ ซึ่งลักษณะแบบนี้จะเหมาะสำหรับการควบคุมกระบวนการที่ไม่ซับซ้อนและพอที่จะประมาณให้มีเกนกระบวนการที่คงที่ได้ แต่อย่างไรก็ตามตัวควบคุมในอุตสาหกรรมนั้นก็ยังอาจมีการประยุกต์ให้สามารถใช้ได้กับกระบวนการที่มีเกนไม่คงที่ได้ด้วยดังที่จะได้กล่าวในหัวข้อต่อไป

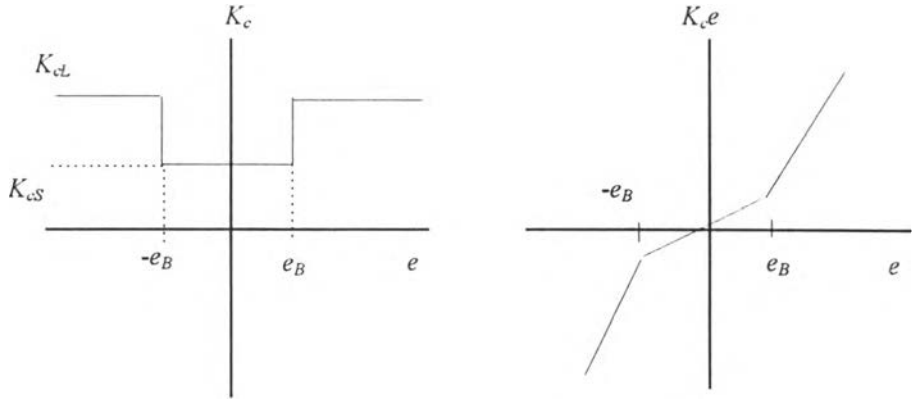
4.3 ตัวควบคุมแบบพีไอชนิดไม่เชิงเส้น

การควบคุมกระบวนการบางชนิดเช่นการควบคุมระดับของเหลวแบบประมาณ (Averaging liquid level control) ต้องการอัลกอริธึมที่สามารถปรับเปลี่ยนการกระทำ (action) ได้ตามปริมาณความผิดพลาดที่วัดได้ คือ การเปลี่ยนแปลงการกระทำที่มีค่าน้อยๆ สำหรับความผิดพลาดน้อย และการเปลี่ยนแปลงที่มากสำหรับความผิดพลาดมาก ซึ่งลักษณะดังกล่าวเป็นลักษณะของอัลกอริธึมการควบคุมแบบไม่เชิงเส้น โดยปรับปรุงมาจากอัลกอริธึมตัวควบคุมแบบเดิม อาจแสดงได้ด้วยความสัมพันธ์ของเกนสัดส่วน K_c และความผิดพลาดที่วัดได้กับตัวแปรปรับกระบวนการหรือการกระทำของตัวควบคุมในสมการที่ (4.32)

$$u_o = K_c\left(e + \frac{1}{\tau}\int_0^t edt\right) + u_s \tag{4.32}$$

โดยที่ $$K_c = \begin{cases} K_{cS} \ for\ |e| < e_B \\ K_{cL} \ for\ |e| > e_B \end{cases}, r_k = \frac{K_{cL}}{K_{cS}} \tag{4.33}$$

นอกจาก K_{cL} และ τ_I แล้ว "จุดเปลี่ยน" e_B สำหรับเกนสูงและต่ำ และอัตราส่วนเกนสูงต่อเกนต่ำ r_k จะใช้เป็นพารามิเตอร์ปรับจูนเพิ่มขึ้นจากเดิมโดยถ้า $r_k = 1$ สมการของตัวควบคุม (4.33) จะเป็นสมการเชิงเส้น แต่ถ้า $r_k = \infty$ จะเป็นสมการแบบไม่เชิงเส้นซึ่งจะไม่ให้เอาท์พุทต่อกระบวนการเมื่อความผิดพลาดที่วัดได้มีค่าน้อยๆ นั่นคือจะทำให้ตัวควบคุมมีย่านตาย (Dead band) อยู่ในช่วง $\pm e$ ในส่วนเทอมอินทีกรัลจะเป็นเทอมปกติซึ่งจะต้องมีค่ามากพอที่จะไม่ทำให้เกิดออฟเซ็ทกับกระบวนการได้ ลักษณะของการเปลี่ยนเกนตัวควบคุมพีไอตามสมการที่ (4.33) แสดงในรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 อัลกอริธึมตัวควบคุมพีไอแบบไม่เชิงเส้น

จากรูปผลของการเปลี่ยน K_c ที่จุดเปลี่ยน e_B ทำให้เทอมสัดส่วน $K_c e$ มีค่าการเปลี่ยนแปลงที่ต่างไปจากเดิมซึ่งเป็นลักษณะของการเปลี่ยนแปลงแบบไม่เชิงเส้นเป็นผลให้การกระทำของตัวควบคุมเปลี่ยนแปลงไปแบบไม่เชิงเส้นด้วย

ตัวควบคุมแบบไม่เชิงเส้นอีกลักษณะหนึ่งคือ ตัวควบคุมแบบกำหนดเกนต่างๆ กัน (Gain scheduling controller) ตัวควบคุมแบบนี้เหมาะสำหรับการควบคุมกระบวนการแบบไม่เชิงเส้นที่มีความจำเป็นต้องปฏิบัติการนอกเหนือจากย่านการทำงานปกติ ซึ่งจะต้องมีการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ตัวควบคุมให้สอดคล้องกับเกนของกระบวนการในแต่ละย่านการทำงาน อาจทำได้โดยการเปลี่ยนเกนของตัวควบคุมโดยเป็นความสัมพันธ์ของตัวแปรจากกระบวนการที่สามารถบ่งชี้ถึงลักษณะที่เปลี่ยนไปของเกนกระบวนการได้ วิธีนี้จำเป็นต้องทราบลักษณะการเปลี่ยนเกนกระบวนการที่แน่นอน ตัวแปรวัดและการปรับตัวควบคุมไม่ยุ่งยากจนเกินไป การตั้งค่าเกนของตัวควบคุมแบบนี้จะเป็นไปตามหลักของเกนลูพเปิดคงที่ (Constant open loop gain) ตามสมการ

$$K_{OL} = K_c K_v K_m K_P = \text{ค่าคงที่} \tag{4.34}$$

ในกรณีทั่วไป K_v และ K_m เป็นค่าคงที่ ดังนั้นจะได้ว่า

$$K_{OL} = K_c K_P = \text{ค่าคงที่} \tag{4.35}$$

ซึ่งถ้าทราบค่าที่แน่นอนของ K_P ก็จะสามารถหาค่า K_c ที่ทำให้เกนลูพเปิดมีค่าคงที่ได้ตลอดย่านการทำงาน

4.4 หลักเกณฑ์ตัดสินสมรรถนะของระบบควบคุม

ผู้ออกแบบระบบควบคุมจะต้องกำหนดหลักเกณฑ์การตัดสินใจในการออกแบบระบบควบคุม เพื่อใช้เป็นมาตรฐานเปรียบเทียบระบบควบคุมหลายๆ ระบบว่าผลการควบคุมของระบบใดสามารถให้ผลการควบคุมที่ดีที่สุดตามเป้าหมายและความต้องการที่กำหนดไว้ในการออกแบบ หลักเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินมี 2 วิธีซึ่งขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ในการควบคุมได้แก่ ใช้การพิจารณาจากคุณลักษณ์ผลการตอบสนองของกระบวนการซึ่งแสดงในรูปที่ 4.7 เกณฑ์ของวิธีนี้คือ ระบบควบคุมที่ดีจะต้องสามารถลดค่าโอเวอร์ชูท (A) ลดค่าเวลาสู่สมดุล (t_s) ลดค่าเวลาขาขึ้น (t_r) ให้มีค่าน้อยที่สุด หรือต้องมีค่าอัตราลดทอน (Decay ratio) หรือ C/A ให้มีค่าเป็น 1/4 อีกวิธีหนึ่งคือใช้พิจารณาจากอินทีกรัลของค่าความผิดพลาดตามเวลาของระบบ ซึ่งเป็นการตรวจสอบผลการตอบสนองของระบบควบคุมตามเวลาทุกจุด ตั้งแต่กระบวนการเริ่มต้นเปลี่ยนแปลง เมื่อเวลา t=0 จนเข้าสู่สภาวะสมดุลเมื่อเวลา $t\rightarrow\alpha$ ได้แก่

ก.) อินทีกรัลของกำลังสองของความผิดพลาด (*ISE*)

$$ISE = \int_0^\infty e^2(t)dt \tag{4.36}$$

ข.) อินทีกรัลของค่าสัมบูรณ์ของความผิดพลาด (*IAE*)

$$IAE = \int_0^\infty e(t)dt \tag{4.37}$$

ค.) อินทีกรัลเวลาของค่าสัมบูรณ์ของความผิดพลาด (*ITAE*)

$$ITAE = \int_0^\infty te(t)dt \tag{4.38}$$

โดย $e(t) = SP(t) - c(t)$

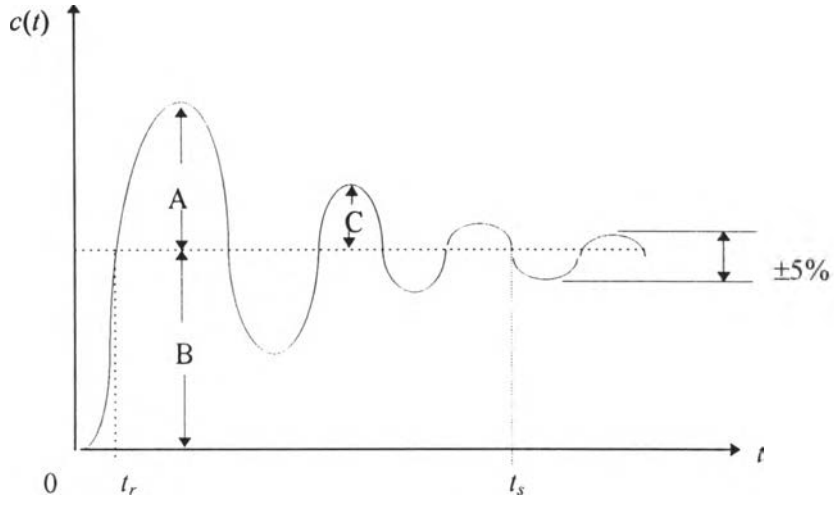
การออกแบบตัวควบคุมที่ดีนั้นจะต้องมีค่าอินทีเกรดความผิดพลาดตามเวลาที่น้อยที่สุด หลักเกณฑ์การตัดสินทั้งหมดนี้จะมีความเหมาะสมสำหรับคุณลักษณ์ของแต่ละระบบควบคุม ซึ่งสรุปไว้ดังนี้

สำหรับค่าความผิดพลาดที่มีขนาดใหญ่ หลักเกณฑ์ *ISE* จะดีกว่า *IAE* เนื่องจากค่าความผิดพลาดจะถูกยกกำลังสอง ซึ่งจะทำให้ได้ค่าของการอินทีเกรดที่มากตามไปด้วย

สำหรับความผิดพลาดที่มีขนาดเล็ก หลักเกณฑ์ *IAE* จะดีกว่า *ISE* เนื่องจากเมื่อทำการยกกำลังสองความผิดพลาดที่มีค่าน้อยๆ จะทำให้ได้ค่าที่น้อยลงไปอีกทำให้เห็นความแตกต่างของการเปรียบเทียบที่ยากขึ้น

สำหรับระบบที่มีช่วงการทดสอบที่ยาวนาน หลักเกณฑ์ *ITAE* จะเหมาะสำหรับการออกแบบระบบควบคุม เนื่องจากค่าความผิดพลาดที่ปรากฏในช่วงที่ t มีค่ามากจะถูกขยายให้มีค่ามากขึ้นไปด้วยถึงแม้ว่าจะเป็นค่าความผิดพลาดที่น้อยๆ ในช่วงเวลาอินทีเกรต

การเลือกระบบควบคุมโดยวิธีตรวจสอบผลการตอบสนองของระบบควบคุมตามเวลาทุกจุดนั้น สามารถทำโดยพิจารณาเลือกหลักเกณฑ์การอินทีเกรตค่าความผิดพลาดตามเวลาที่เหมาะสมกับกระบวนการและตามความต้องการในการออกแบบ โดยจะต้องพยายามลดค่าการอินทีเกรตนี้ให้มีค่าที่น้อยที่สุด



รูปที่ 4.7 คุณลักษณ์ของผลตอบสนองของกระบวนการ

4.5 ปัญหาในการควบคุม

ลักษณะของการควบคุมระดับของเหลวในกระบวนการทั่วไปแบ่งได้ 2 ประเภทคือ แบบแรกเป็นการควบคุมแบบเฉลี่ย (Averaging liquid level control) การควบคุมแบบนี้เป็นลักษณะการรักษาระดับของเหลวในถังเก็บ (Strorage tank) เพียงเพื่อให้อยู่ในช่วงที่กำหนดไว้ กล่าวคือรักษาระดับไม่ให้เกิดการล้นออกจากถังและไม่ให้เหลือระดับต่ำเกินไปจนทำให้ระบบไม่สามารถทำงานต่อไปได้ แต่จะสนใจที่การรักษาอัตราการไหลออกซึ่งจะต้องคงที่ตามค่าที่กำหนดตลอดเวลาไม่ว่าระดับของเหลวในถังจะเปลี่ยนไปอย่างไร การควบคุมระดับแบบที่สองจะเป็นการรักษาระดับของเหลวภายในกระบวนการให้มีค่าที่แน่นอนไม่ว่าจะเกิดการรบกวนกับระบบอย่างไร การควบคุมแบบนี้จะพบมากในการควบคุมระดับของเหลวในเครื่องปฏิกรณ์เคมี ระดับของเหลวจะมีผลโดยตรงต่อเวลาอยู่ในระบบ (Resident time) ของสารนั้นๆ ซึ่งเป็นพารา

มิเตอร์ที่สำคัญที่จะทำให้ได้ผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพและปริมาณตามต้องการได้ การควบคุมแบบนี้เรียกว่าเป็นการควบคุมแบบแน่นอน (Tight control) ซึ่งนอกจากการควบคุมระดับของเหลวแล้วยังมีใช้ในการควบคุมอุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์เคมี และควบคุมระดับพีเอชของปฏิกิริยา ซึ่งโดยธรรมชาติของกระบวนการเหล่านี้ จะพบว่าคุณลักษณ์ของกระบวนการมักมีค่าไม่คงที่ในทุกย่านของการปฏิบัติการ ซึ่งก็คือเกนของกระบวนการมีค่าเปลี่ยนแปลงไปเมื่อเปลี่ยนจุดปฏิบัติการ ทำให้เป็นปัญหาในการควบคุมเมื่อใช้ตัวควบคุมแบบธรรมดาซึ่งมีเกนและพารามิเตอร์ที่คงที่ โดยเฉพาะกับการควบคุมกระบวนการที่มีความไม่เชิงเส้นมากหรือเกนกระบวนการเปลี่ยนแปลงไปมาก จะทำให้การควบคุมนั้นได้ผลที่ไม่ดีนัก ปัญหาที่พบมากคือการเกิดโอเวอร์ชูทของสัญญาณเอาท์พุทอันเนื่องมาจากค่าเกนของกระบวนการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมไม่สอดคล้องกับเกนของตัวควบคุม ทำให้ระบบสูญเสียเสถียรภาพการควบคุม

สำหรับกระบวนการทดลองนี้เป็นลักษณะของการควบคุมแบบแน่นอน เราพบว่าเป็นกระบวนการที่มีคุณลักษณ์แบบไม่เชิงเส้นตามสมการที่ (4.13) โดยมีค่าเกนกระบวนการ K_P และค่าคงที่เวลา τ_P ตามสมการที่ (4.21) ที่เปลี่ยนไปตามระดับปฏิบัติการอ้างอิง h_s ใดๆ ภายในกระบวนการ ทำให้การควบคุมกระบวนการนี้ด้วยตัวควบคุมธรรมดาทำได้ไม่ดีโดยเฉพาะย่านการทำงานนอกเหนือจากย่านปกติ จะทำให้ระบบสูญเสียสมรรถนะการควบคุมอันเนื่องมาจากค่าเกนกระบวนการและเกนของตัวควบคุมมีค่าไม่สอดคล้องกัน ทำให้ได้ผลคูณลูพเปิด (K_{OL}) มีค่าไม่เท่าเดิม การควบคุมแบบแน่นอนด้วยตัวควบคุมแบบธรรมดาจึงไม่สามารถใช้ได้ดีกับกระบวนการนี้ด้วยเหตุผลดังกล่าว

ตัวควบคุมที่มีใช้ในปัจจุบันจะมีการปรับปรุงอัลกอริธึมให้ยืดหยุ่นได้มากขึ้น โดยอนุญาติให้ผู้ใช้ทำการตั้งค่าเกนได้หลายค่าตามย่านปฏิบัติการ ตัวควบคุมแบบนี้เรียกว่าตัวควบคุมแบบมีเกนต่างๆ ดังรายละเอียดในหัวข้อ 4.3 จึงทำให้สามารถปรับเปลี่ยนค่าเกนของตัวควบคุมให้สอดคล้องกับเกนกระบวนการได้ดียิ่งขึ้น การควบคุมจะทำได้อย่างมีเสถียรภาพ

สำหรับงานวิจัยนี้จะได้ทำการทดสอบเปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมระดับของเหลวในกระบวนการตัวอย่างในแบบของการควบคุมแบบแน่นอน ของตัวควบคุมพีไอแบบธรรมดา ตัวควบคุมพีไอแบบกำหนดเกนต่างๆ กัน กับตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิกซึ่งใช้หลักการออกแบบโดยพื้นฐานการแบ่งย่านการทำงานออกตามเกนกระบวนการ (Multi-region control) ด้วยกฎการควบคุมที่แยกจากกันสำหรับแต่ละย่านการทำงาน เพื่อดูถึงสมรรถนะและความเป็นไปได้ในการใช้งาน