

บทที่ 2
ทฤษฎี

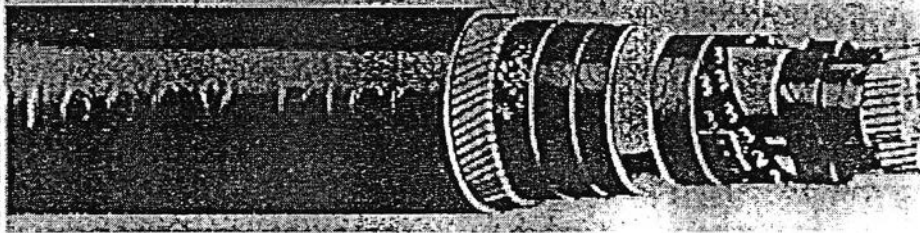


2.1 สายเคเบิลแรงสูง

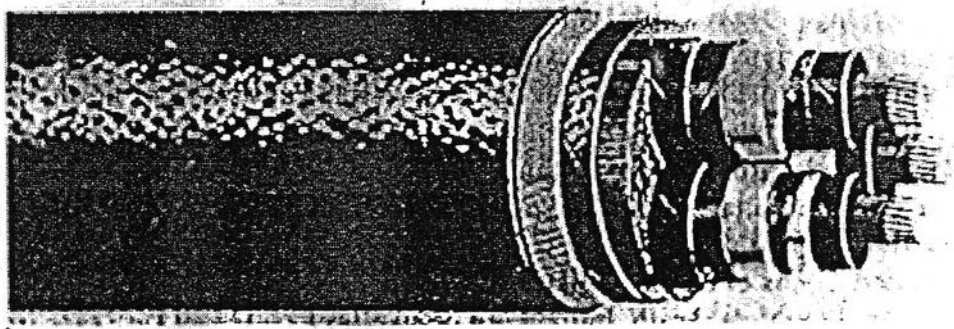
2.1.1 ชนิดของสายเคเบิล [5]

สายเคเบิลที่ใช้งานอยู่ในปัจจุบันมีหลายประเภท ขึ้นกับระดับแรงดันที่ใช้งาน การฉนวน (Insulation) การ Screening และการป้องกัน ชนิดของตัวนำ และแกน (core) ที่ใช้ในสายเคเบิล การฉนวนสายเคเบิลสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ คือ

2.1.1.1 สายเคเบิลฉนวนกระดาษบรรจุด้วยน้ำมัน (Paper insulated, Oil-filled Cable) โดยทั่วไปจะใช้กับขนาดแรงดันระดับกลาง เช่น 24 kV, 33 kV เป็นต้น สายเคเบิลประเภทนี้จะประกอบไปด้วย แกนตัวนำที่ทำด้วยทองแดงหรืออะลูมิเนียมทั้งหมด 3 แกน ชั้นของฉนวนจะทำด้วยกระดาษชุบน้ำมัน (Impregnated paper) และมียังมีส่วนประกอบอื่นๆอีก เช่น ส่วนประกอบที่ป้องกันตัวนำ ส่วนประกอบที่ป้องกันฉนวน ปลายตะกั่ว เป็นต้น ส่วนนอกสุดของเคเบิลจะเป็นวัสดุที่ทำด้วยสารโพลีเมอร์ เช่น PE, PVC เป็นต้น เช่น ที่ระดับแรงดัน 6.35/11 kV ดังรูปที่ 2.1 และที่ระดับแรงดัน 19/33 kV ดังรูปที่ 2.2 ความหนาของฉนวนและความเครียดทางไฟฟ้าของเคเบิลประเภทนี้ แสดงไว้ในตารางที่ 2.1 [1]



รูปที่ 2.1 Three-core, 150 mm², 6.35/11 kV, screened PILS cable with PVC
Oversheath



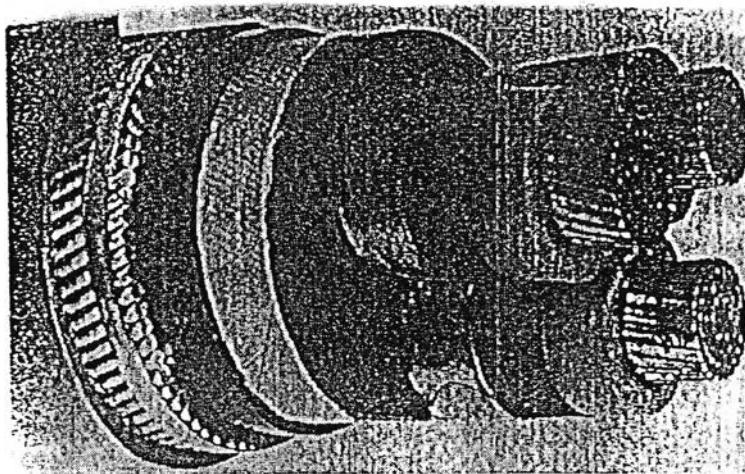
รูปที่ 2.2 Three-core, 150 mm², 19/33 kV sL cable

ตารางที่ 2.1 ความหนา (ต่ำสุด) และความเครียดทางไฟฟ้า (สูงสุด) ของฉนวนสำหรับ เคเบิลแบบ

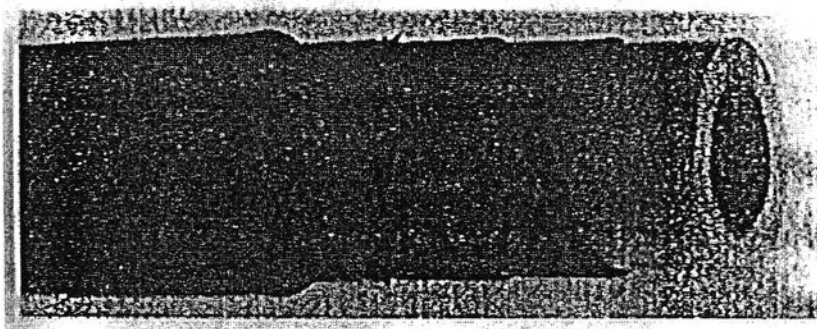
Paper-insulated cable

Voltage (kV)	Conductor Size (mm ²)	Belted design insulation thickness		Single-core and Screened design	
		Between conductors (mm)	Conductor Sheath (mm)	Insulation (mm)	Stress (MV/m)
0.6/1	50	1.4	1.2	1.2	0.24
	1000			2.0	0.13
1.9/3.3	50	2.4	1.8	1.8	1.3
	1000			2.0	1.0
3.8/6.6	50	4.2	2.7	2.4	2.0
	1000			2.4	1.7
6.35/11	50	5.6	3.4	2.8	2.9
	1000			2.8	2.4
8.7/15	50			3.6	3.3
	1000			3.6	2.6
12.7/22	50			4.9	3.8
	1000			4.9	2.8
19/33	50			7.3	4.4
	1000			6.8	3.2

2.1.1.2 สายเคเบิลฉนวนแข็ง (Solid dielectric cable) โดยทั่วไปจะใช้กับระดับแรงดันสูง 115 และ 69 kV และระดับแรงดันปานกลาง 12, 22, 24, 33 kV รวมทั้งในระบบแรงดันต่ำด้วย ชั้นของฉนวนจะทำด้วยสารโพลีเมอร์ (Polymer) เช่น PE, XLPE เป็นต้น เช่น ที่ระดับแรงดัน 8.7/15 kV แสดงในรูปที่ 2.3 และที่ระดับแรงดัน 18/30 kV แสดงในรูปที่ 2.4 ความหนาของฉนวนและความเครียดทางไฟฟ้าของเคเบิลชนิดนี้ แสดงในตารางที่ 2.2 [1]



รูปที่ 2.3 Construction of a three-core, 8.7/15 kV, XLPE insulated, steel
Wire armoured cable



รูปที่ 2.4 Construction of a single-core, 18/30 kV, XLPE insulated cable

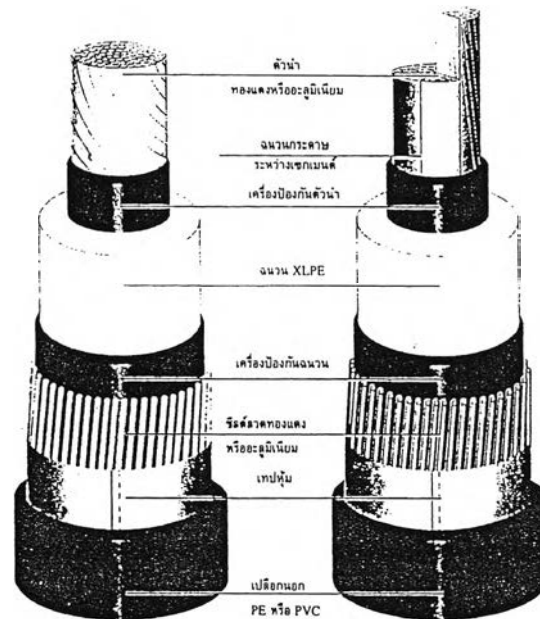
ตารางที่ 2.2 แสดงความหนา (ต่ำสุด) และความเครียดทางไฟฟ้า (สูงสุด) ของฉนวนสำหรับ
เคเบิลที่ซึ่งฉนวนจะทำด้วยสารโพลีเมอร์ (Polymer)

Rated Voltage (kV)	Insulation Thickness (mm)			Electrical stress (kV / mm) 185 mm ² conductor	
	PE	XLPE	EPR	Maximum	Minimum
3.6/6*	2.5	2.5	3.0	1.63	1.28
6/10	3.4	3.4	3.4	2.07	1.52
8.7/15	4.5	4.5	4.5	2.38	1.60
12/20	5.5	5.5	5.5	2.79	1.74
18/30	8.0	8.0	8.0	3.12	1.67

* These figures are true for conductors up to 185 mm².

2.1.2. โครงสร้างสายเคเบิลแรงสูง

สามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วน ดังแสดงในรูปที่ 2.5 คือ



รูปที่ 2.5 โครงสร้างของสายเคเบิลฉนวนแข็ง[5]

2.1.2.1. โครงสร้างหลัก เป็นส่วนประกอบที่มีความสำคัญสำหรับสายเคเบิล คุณภาพของสายเคเบิลจะดีหรือไม่ ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของส่วนนี้ โครงสร้างหลัก ประกอบด้วย

2.1.2.1.1 ตัวนำ (Conductor) เป็นสารที่เป็นตัวให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่าน มักใช้ทองแดงหรืออะลูมิเนียม โดยทั่วไปตัวนำจะมีทั้งสายตัวนำเส้นเดียว สายตัวนำตีเกลียว หรือตัวนำเป็นเซกเมนต์ สำหรับสายเคเบิลหนึ่งเส้นสามารถแบ่งได้เป็น สายเคเบิลตัวนำแกนเดียว (Single-core Cable) หรือ สายเคเบิลตัวนำ 3 แกน (Three-core Cable)

2.1.2.1.2 เครื่องป้องกันตัวนำ (Conductor Screen) เป็นวัสดุห่อหุ้มชั้นแรกของตัวนำ สารที่ใช้ทำส่วนนี้เป็นสารประเภทกึ่งตัวนำเพื่อที่จะช่วยลดความเค้นเนื่องจากความเครียดสนามไฟฟ้าที่เกิดจากตัวนำซึ่งเกิดขึ้นระหว่างตัวนำและฉนวน ถ้าเป็นสายที่มีขนาดใหญ่จะมีร่องที่เกิดขึ้นเนื่องจากสายเกลียว จึงต้องมีการพันเทปที่ทำจากสารกึ่งตัวนำเพื่อป้องกันฉนวนไหลเข้าไปในร่อง ซึ่งจะมีผลต่อการควบคุมรูปทรงของฉนวน

2.1.2.1.3 ฉนวน (Insulation) เป็นส่วนประกอบที่สำคัญของสายเคเบิลแรงสูงซึ่งเป็นส่วนที่ป้องกันไม่ให้เกิดกระแสไฟฟ้าไหลไปในส่วนที่ไม่ต้องการ ในการผลิตฉนวนจะต้องมีความพิถีพิถันอย่างมาก เนื่องจากวัสดุที่ใช้จะต้องไม่มีสิ่งอื่นเจือปน เพื่อป้องกันการเกิดดีสชาร์จบางส่วนและการเจาะทะลุ ฉนวนที่ใช้ห่อหุ้มสายจะต้องมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ได้มาตรฐาน ขั้นตอนที่สำคัญในการทำฉนวน คือ การทำให้โมเลกุลของสารจากเดิมที่มีลักษณะเป็นเส้นตรงเปลี่ยนเป็น

ลักษณะ ที่ไขว้กัน (Closslink) ซึ่งจะช่วยเพิ่มความสามารถในการรับกระแสของสาย และผิวด้านในของฉนวนจะต้องเชื่อมติดกับ Conductor Shield ทำให้มีประสิทธิภาพในการทำงานเพิ่มขึ้น

2.1.2.1.4 เครื่องป้องกันฉนวน (Insulation Screen) เป็นชั้นของสารกึ่งตัวนำที่หุ้มฉนวนโดยเชื่อมกับฉนวนอย่างแน่นหนา มีคุณสมบัติทำให้ความเค้นที่เกิดขึ้นบนฉนวนมีความสม่ำเสมอมากขึ้น ช่วยเพิ่มคุณสมบัติในการรับแรงดันไฟฟ้าได้สูงขึ้น และลดการรบกวนที่เกิดกับระบบสื่อสาร

2.1.2.2 โครงสร้างรอง เป็นส่วนที่ช่วยป้องกันความเสียหายต่างๆ ที่จะเกิดกับสายเคเบิล ไม่ว่าจะเป็นความเสียหายทางไฟฟ้าหรือทางกล โครงสร้างนี้จะประกอบด้วยส่วนใดบ้างขึ้นอยู่กับประเภทของการใช้งานของสายซึ่งจะยกตัวอย่างพอคร่าวๆ มาได้ดังนี้

2.1.2.2.1 Copper wire and Copper Contact Tape ทำหน้าที่เป็น Shield โดยจะเชื่อมกับสายดิน (Ground Rod) สายเคเบิลบางชนิดจะใช้เพียงเทปทองแดงอย่างเดียว แต่ในกรณีที่ต้องการให้พื้นที่หน้าตัดของส่วนนี้เพิ่มมากขึ้น จะใช้ลวดเส้นเล็กพันห่างๆ แล้วเชื่อมต่อกันด้วย Copper contact tape เมื่อเกิดฟอลต์ โครงสร้างในส่วนนี้จะมีผลต่อขนาดของกระแสฟอลต์ ถ้าพื้นที่หน้าตัดน้อยกระแสฟอลต์ที่เกิดขึ้นจะมีค่าต่ำ

2.1.2.2.2 เปลือกหุ้ม เป็นส่วนประกอบที่อยู่ผิวนอกสุดของสายเคเบิล มักใช้สารประเภท Polyvinyl Chloride (PVC) หรือ Polyethylene (PE) แล้วแต่ความเหมาะสมของงาน ผิววนอกไม่จำเป็นต้องเป็นผิวเรียบ อาจจะเป็นลักษณะลูกฟูกก็ได้ ขึ้นอยู่กับการใช้งานของสายเคเบิล

2.1.2.2.3 Water Blocking Tape โครงสร้างนี้เป็นโครงสร้างที่ใช้สำหรับงานเฉพาะอย่าง โดยจะวางอยู่ระหว่างชั้น Copper Shield และ Insulation Shield เป็นโครงสร้างที่มีคุณสมบัติสามารถดูดซับน้ำและป้องกันไม่ให้น้ำซึมผ่าน

2.1.2.2.4 Bedding Tape เป็นโครงสร้างที่ใช้สำหรับงานเฉพาะอย่าง จะอยู่ถัดจาก Copper Shield ทำหน้าที่เป็นเทปกั้นน้ำ

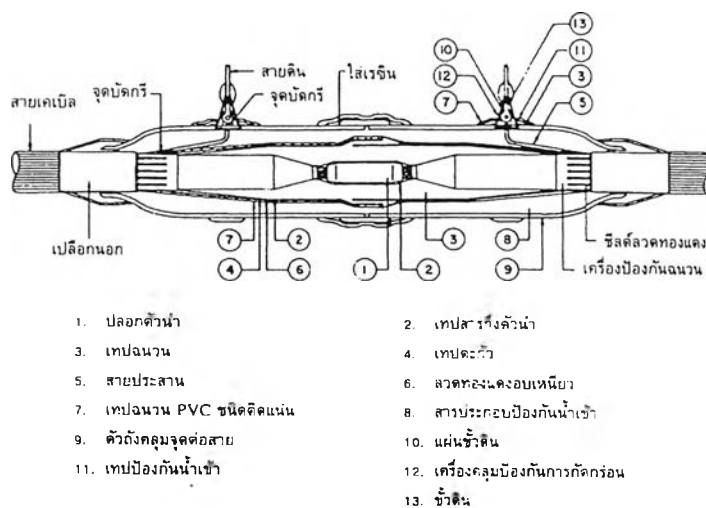
2.1.2.2.5 เทปอะลูมิเนียม เป็นโครงสร้างที่ใช้กับงานเฉพาะอย่าง อยู่ถัดจาก Bedding Tape มีหน้าที่ป้องกันความชื้น โดยเมื่อเปลือกหุ้มเกิดความเสียหายหรือชำรุด เทปอะลูมิเนียมเป็นส่วนแรกที่ทำกรป้องกันความชื้น ในการห่อหุ้มเทปอะลูมิเนียม จะต้องมีการเชื่อมรอยต่อเพื่อป้องกันไม่ให้ความชื้นเข้ามาได้

2.1.3. อุปกรณ์ประกอบของสายเคเบิล

จุดต่อสายเคเบิล แบ่งออกได้เป็น 2 ชนิด คือ

2.1.3.1 จุดต่อระหว่างสายเคเบิลกับสายเคเบิล

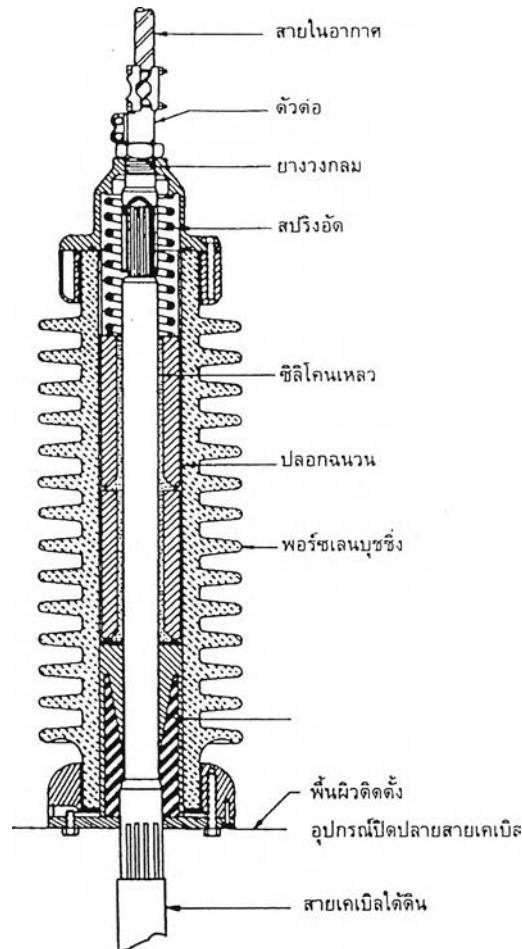
เป็นการทำจุดต่อสายในบ่อพัก (Man Hole) ทั้งทางตรงหรือทางแยก และหักมุม เนื่องจากต้องแบ่งสายเคเบิลออกเป็นช่วงๆ เพื่อความสะดวกในการลากสายเคเบิล ตัวอย่างโครงสร้างของจุดต่อระหว่างสายเคเบิลกับสายเคเบิลได้แสดงไว้ในรูปที่ 2.6 [5]



รูปที่ 2.6 โครงสร้างของจุดต่อสายเคเบิลกับสายเคเบิลชนิดฉนวน XLPE

2.1.3.2 จุดต่อระหว่างสายเคเบิลกับอุปกรณ์อื่นๆ

ในกรณีนี้เป็นจุดต่อสายระหว่างสายเคเบิลใต้ดินกับสายในอากาศ หรืออุปกรณ์ในสถานี่ไฟฟ้าย่อย เช่น หม้อแปลง สวิตช์เกียร์ เป็นต้น จุดต่อนี้ถือว่าเป็นจุดสิ้นสุดหรือปลายสายเคเบิลใต้ดิน มีอุปกรณ์ประกอบสายเคเบิลที่ใช้สำหรับเป็นจุดต่อสาย เรียกว่า อุปกรณ์ปิดปลายสายเคเบิล (Sealing end) แสดงดังรูปที่ 2.7 [5]



รูปที่ 2.7 จุดต่อสายระหว่างสายเคเบิลใต้ดินกับสายในอากาศ

2.1.4. วงจรสมมูลของสายเคเบิล

โครงสร้างของสายเคเบิลเมื่อนำมาวิเคราะห์ในทางไฟฟ้า พบว่ามีพารามิเตอร์ 4 ค่าด้วยกัน คือ

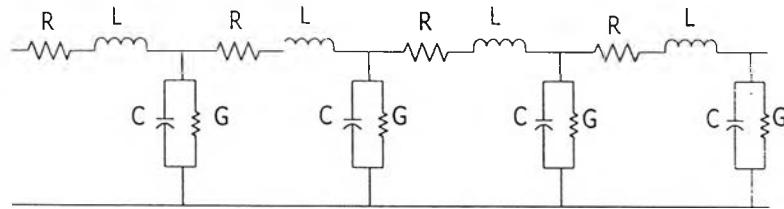
ก) ความต้านทาน (Resistance) แทนด้วย R เป็นค่าความต้านทานของตัวนำ และมักใช้เป็นค่ารวมของทั้งสองเส้น

ข) ความเหนี่ยวนำ (Inductance) แทนด้วย L มีค่าขึ้นอยู่กับพื้นที่ตัดขวางของฉนวน

ค) ความต้านทานรั่วไหล (Conductance) แทนด้วย G เป็นค่าความต้านทานของฉนวน เนื่องจากมีกระแสบางส่วนรั่วไหลระหว่างสองตัวนำสองเส้น

ง) ความจุไฟฟ้า (Capacitance) แทนด้วย C เป็นค่าความจุไฟฟ้าของฉนวน

พารามิเตอร์ทั้งสองค่า จะขึ้นอยู่กับขนาดของตัวนำและชนิดของฉนวนที่ใช้ นอกจากนี้ค่า R และ G ยังขึ้นอยู่กับความถี่ของคลื่นที่เดินทางในสาย ซึ่งนำมาเขียนวงจรสมมูลของสายได้โดยใช้ R และ L ต่ออนุกรมกัน C และ G ต่อขนานกันแสดงได้ดังรูปที่ 2.8

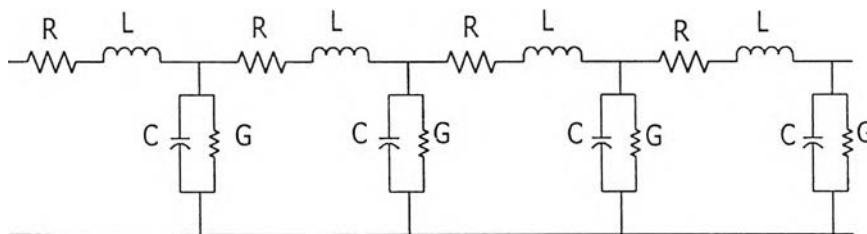


รูปที่ 2.8 วงจรสมมูลของสายเคเบิล

2.2 ทฤษฎีคลื่นจร (Travelling Wave) [6]

2.2.1 วงจรสมมูลของสายส่ง

สายส่งพลังงานไฟฟ้าจะประกอบไปด้วย องค์ประกอบค่าความจุไฟฟ้า C ต่อขนานกับค่าความนำไฟฟ้า G และค่าความเหนี่ยวนำไฟฟ้า L ต่ออนุกรมกับค่าความต้านทาน R ซึ่งกระจายกันอยู่บนตลอดความยาวของสายส่ง ซึ่งจะพิจารณาเป็นโครงข่ายพารามิเตอร์แบบกระจาย (Distribution parameter network) เมื่อพิจารณาสายส่งนี้ในช่วงสั้นมากๆ ก็จะสามารถมองเห็นเป็นตัวเก็บประจุต่อขนานกับตัวความนำไฟฟ้า และตัวเหนี่ยวนำต่ออนุกรมกับตัวความต้านทานตลอดความยาวสายส่ง ดังนั้นสายส่งนี้สามารถแทนด้วยตัวประกอบวงจรรวม (Lump element) ได้ ดังรูปที่ 2.9

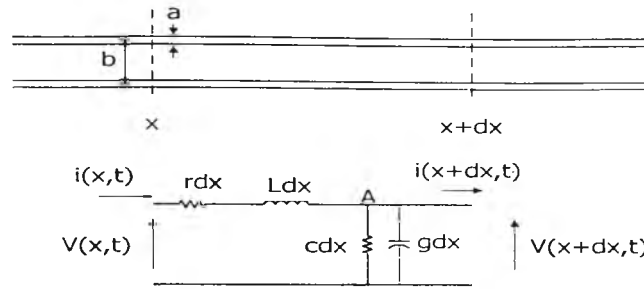


รูปที่ 2.9 วงจรสมมูลของสายส่ง

2.2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสายส่ง

สายส่งเส้นคู่ขนานซึ่งประกอบด้วยลวดตัวนำที่มีพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปวงกลม มีเส้นผ่านศูนย์กลาง a 2 เส้น วางขนานกันไปตามความยาวโดยให้ทั้งสองเส้นวางห่างกัน b ดังรูปที่

2.10



รูปที่ 2.10 สายส่งเส้นคู่ขนานและวงจรสมมูลของมันที่อยู่ระหว่างจุด x และ $x+dx$

สายส่งลักษณะนี้จะมีพารามิเตอร์ต่างๆสม่ำเสมอตลอดความยาวสายส่ง ถ้าให้ r , L , c และ g เป็นค่าคงตัวแบบกระจายของความต้านทาน ความเหนี่ยวนำ ความจุไฟฟ้าและความนำไฟฟ้า ต่อหนึ่งหน่วยความยาวของสายส่งคู่นี้ตามลำดับ ค่า r , L , c และ g นี้เป็นค่าที่ขึ้นกับค่าของ a , b และคุณสมบัติอื่นๆของวัสดุที่ใช้ทำตัวนำสายส่งตลอดจนตัวกลางที่อยู่รอบๆสายส่งทั้งสองนี้ (สัญลักษณ์ r ไม่ใช่ส่วนกลับของ g เพราะเป็นค่าคงตัวคนละชนิดกัน r และ L เป็นค่าคงตัวซึ่งเป็นผลรวมของสายส่งต่อหนึ่งหน่วยความยาว)

ระหว่างจุด x และ $x+dx$ ใดๆตามความยาวของสายส่ง ถ้าให้ความยาว dx มีค่าน้อยมาก คือ มีลิมิตเข้าใกล้ศูนย์ วงจรสมมูลของสายส่งในช่วงความยาวสั้นๆ dx ที่อยู่ระหว่าง x และ $x+dx$ สามารถเขียนแทนได้ด้วยตัวประกอบวงจรรวมเป็นก้อนต่างๆ ดังรูปที่ 2.10 องค์ประกอบวงจรแต่ละตัวมีค่าเท่ากับผลคูณของความยาว dx กับค่าคงตัวต่อหนึ่งหน่วยความยาวของสายส่ง คือจะมีความต้านทาน ความเหนี่ยวนำ ความจุ และความนำ มีค่า rdx , Ldx , cdx และ gdx ถ้าสายส่งถูกกระตุ้นด้วยแหล่งกำเนิดไฟฟ้าใดๆ จนทำให้ที่จุด x และ $x+dx$ มีแรงดันและกระแสที่เวลา t เป็น $v(x,t)$, $i(x,t)$ และ $v(x+dx,t)$, $i(x+dx,t)$ ตามลำดับ และกำหนดทิศทางดังแสดงในวงจรสมมูลดังรูปที่ 2.10

จากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ที่นำมาใช้กับวงจรสมมูลในช่วงสั้นๆ dx นี้จะพบว่า

$$v(x,t) - L \cdot dx \cdot \frac{d}{dt} i(x,t) - rdx(x,t) - v(x+dx,t) = 0 \quad (2.1)$$

เมื่อจัดสมการใหม่ จะได้

$$\frac{v(x,t) - v(x+dx,t)}{dx} = ri(x,t) + L \cdot \frac{d}{dt} i(x,t) \quad (2.2)$$

ถ้าให้ $dv(x,t) = v(x+dx,t) - v(x,t)$ ซึ่ง $dv(x,t)$ ที่กำหนดเช่นนี้ คือ ค่าแรงดันเพิ่มไปตามสายส่งที่จุด $x+dx$ เมื่อเทียบกับจุด x เมื่อแทนค่า $dv(x,t)$ ลงในสมการที่ 2.2 พร้อมกับให้ค่าลิมิตของ dx เข้าใกล้ศูนย์ จะได้ว่า

$$\lim_{dx \rightarrow 0} \frac{d}{dx} v(x,t) = r \cdot i(x,t) + L \cdot \frac{d}{dt} i(x,t) \quad (2.3)$$

ซึ่งสามารถแสดงเป็นสมการมูลฐาน สมการแรกของสายส่งได้คือ

$$\frac{d}{dx} v(x,t) = r \cdot i(x,t) + L \cdot \frac{d}{dt} i(x,t) \quad (2.4)$$

ในการทำงานเดียวกัน ก็ประยุกต์กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ ที่โหนด A ในวงจรสมมูลดังรูปที่ 2.10 จะได้

$$i(x,t) - c \cdot dx \cdot \frac{d}{dt} v(x+dx,t) - g \cdot dx \cdot v(x+dx,t) - i(x+dx,t) = 0 \quad (2.5)$$

เมื่อจัดรูปใหม่ และให้ $di(x,t) = i(x+dx,t) - i(x,t)$ ก็คือ กระแสเพิ่มขึ้นไปตามสายส่งที่จุด $x+dx$ เมื่อเทียบกับจุด x จะได้สมการใหม่คือ

$$\frac{i(x,t) - i(x+dx,t)}{dx} = gv(x+dx,t) + c \cdot \frac{d}{dt} v(x+dx,t) \quad (2.6)$$

เมื่อแทนค่า $v(x+dx,t) = v(x,t) + dv(x,t)$ และให้ลิมิตของ dx เข้าใกล้ศูนย์ ในสมการ 2.6 จะได้สมการมูลฐานสมการที่สองของสายส่งคือ

$$\frac{d}{dx} i(x,t) = g \cdot v(x,t) + c \cdot \frac{d}{dt} v(x,t) \quad (2.7)$$

สมการ 2.4 และ 2.7 คือสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่งของสายส่ง ทั้งสองสมการนี้ต่างมีพจน์ของแรงดันและกระแสปนกันอยู่ในสมการเดียวกัน ซึ่งจะใช้สองสมการนี้เพื่อหาสมการที่มีพจน์ของแรงดันหรือกระแสอย่างใดอย่างหนึ่งในสมการเท่านั้น ทำได้ด้วยการหาอนุพันธ์ของสมการที่ 2.4 ตามตัวแปร x จะได้

$$\frac{d^2}{dx^2} v(x,t) = r \cdot \frac{d}{dx} i(x,t) + L \cdot \frac{d}{dx} \frac{d}{dt} i(x,t) \quad (2.8)$$

แทนค่า $di(x,t)/dx$ จากสมการที่ 2.7 จะได้

$$\frac{d^2}{dx^2}v(x,t) = rg \cdot v(x,t) + (rc + Lg) \cdot \frac{d}{dt}v(x,t) + Lc \cdot \frac{d^2}{dt^2}v(x,t) \quad (2.9)$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้าเริ่มด้วยการหาอนุพันธ์สมการ ตามตัวแปร x จะได้

$$\frac{d^2}{dx^2}i(x,t) = rg \cdot i(x,t) + (rc + Lg) \cdot \frac{d}{dt}i(x,t) + Lc \cdot \frac{d^2}{dt^2}i(x,t) \quad (2.10)$$

สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง 2.9 และ 2.10 สองสมการสุดท้ายนี้เป็นสมการสายส่ง ซึ่งเป็นสายส่งที่มีพารามิเตอร์ต่างๆของสายส่งสม่ำเสมอตลอดความยาวสายส่ง (Transmission Line Equations)

ในกรณีที่สายส่งไม่สม่ำเสมอ สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่งของสายส่งคือ สมการที่ 2.4 และ 2.7 เพื่อที่จะหาสมการที่มีพจน์ของตัวแปร $v(x,t)$ เพียงตัวเดียวในสมการ จะต้องหาอนุพันธ์สมการที่ 2.4 ตามตัวแปรระยะทาง x และหาอนุพันธ์สมการที่ 2.7 ตามตัวแปรเวลา t ดังนี้

$$-\frac{d^2}{dx^2}v(x,t) = r \cdot \frac{d}{dx}i(x,t) + i(x,t) \cdot \frac{d}{dx}r + L \cdot \frac{d}{dx} \frac{d}{dt}i(x,t) + \frac{d}{dt}i(x,t) \cdot \frac{d}{dx}L \quad (2.11)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{d}{dx}i(x,t) = g \cdot \frac{d}{dt}v(x,t) + c \cdot \frac{d^2}{dt^2}v(x,t) \quad (2.12)$$

แทนสมการที่ 2.7 และ 2.12 ในสมการ 2.11 จะได้

$$\begin{aligned} -\frac{d^2}{dx^2}v(x,t) = r \cdot \left(-gv(x,t) - c \cdot \frac{d}{dt}v(x,t) \right) + i(x,t) \cdot \frac{d}{dx}r + L \\ \left(-g \cdot \frac{d}{dt}v(x,t) - c \cdot \frac{d^2}{dt^2}v(x,t) \right) + \frac{d}{dx}L \cdot \frac{d}{dt}i(x,t) \end{aligned} \quad (2.13)$$

สิ่งที่ควรพิจารณาคือแรงดันบนสายส่งที่จุด x ใดๆ $v(x,t)$ หาได้จากความต่างศักย์ระหว่างจุดสองจุดที่อยู่บนสายส่งคนละเส้น และจุดทั้งสองนี้จะต้องอยู่บนระนาบขวางเดียวกันที่

ตั้งฉากกับความยาวของสายส่ง ในกรณีของกระแส $i(x,t)$ ที่จุด x ใดๆของสายส่ง กระแสที่เหลืออยู่ในสายส่งจะให้ทิศทางในทิศทางที่ x เพิ่มขึ้น และที่สายส่งอีกเส้นที่บนระนาบตัดขวางเดียวกัน จะมีค่ากระแสเท่ากัน แต่ทิศทางตรงกันข้าม

2.2.3 สายส่งที่ถูกกระตุ้นด้วยสัญญาณในภาวะชั่วคราว

จากสมการที่ 2.4 และ 2.7 สามารถแปลงสมการทั้งสองมาอยู่ในโดเมนความถี่เชิงซ้อน (Complex Frequency Domain, P) เพื่อง่ายต่อการแก้สมการหาผลเฉลย โดยใช้ลาปลาซทรานส์ฟอร์ม (Laplace Transform) ในที่นี้จะสมมติให้แรงดันและกระแสบนสายส่งใดๆเป็นศูนย์ที่เวลา $t < 0$ เมื่อทำการแปลงลาปลาซ สมการ 2.4 และ 2.7 จะพบว่า

$$-\frac{d}{dx}v(x, p) = ri(x, p) + Lpi(x, p) \quad (2.14)$$

$$-\frac{d}{dx}i(x, p) = gv(x, p) + cpv(x, p) \quad (2.15)$$

เมื่อจัดสมการทั้งสองจะได้ดังนี้

$$-\frac{d}{dx}v(x, p) = (r + Lp)i(x, p) = z_i(x, p) \quad (2.16)$$

$$-\frac{d}{dx}I(x, p) = (g + cp)v(x, p) = y_i(x, p) \quad (2.17)$$

และสมการ 2.9 และ 2.10 เมื่อแปลงมาเป็นลาปลาซทรานส์ฟอร์มจะได้ดังนี้

$$\frac{d^2}{dx^2}v(x, p) = rgv(x, p) + (rc + Lg)pv(x, p) + cLp^2 v(x, p) \quad (2.18)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}i(x, p) = rgi(x, p) + (rc + Lg)pi(x, p) + cLp^2 i(x, p) \quad (2.19)$$

เมื่อจัดสมการใหม่ โดยกำหนดให้

$$\gamma(p) = \sqrt{(r + Lp)(g + cp)} = \sqrt{Lc} \cdot \sqrt{\left(p + \frac{r}{L}\right)\left(p + \frac{g}{c}\right)}$$

$$\gamma(p) = \sqrt{zy} = \frac{1}{u} \cdot \sqrt{(p + \alpha + \beta)(p + \alpha - \beta)} = \frac{1}{u} \cdot \sqrt{(p + \alpha)^2 - \beta^2}$$

$$u = \frac{1}{\sqrt{Lc}} \quad \text{ความเร็วของคลื่นจร}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{r}{L} + \frac{g}{c} \right) \quad \text{ค่าคงที่ของการลดทอน}$$

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{r}{L} - \frac{g}{c} \right) \quad \text{ค่าคงที่ของความยาวคลื่น}$$

$$z(p) = \sqrt{\frac{r + Lp}{g + cp}} = \sqrt{\frac{L}{c}} \cdot \sqrt{\frac{(p + \alpha + \beta)}{(p + \alpha - \beta)}}$$

จะได้สมการ

$$\frac{d^2}{dx^2} v(x, p) = \gamma^2 \cdot v(x, p) \quad (2.20)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} i(x, p) = \gamma^2 \cdot i(x, p) \quad (2.21)$$

และสามารถหาผลเฉลยของสมการ 2.20 และ 2.21 ได้ดังนี้

$$v(x, p) = v_1(p) e^{-\gamma x} + v_2(p) e^{\gamma x} \quad (2.22)$$

$$i(x, p) = i_1(p) e^{-\gamma x} + i_2(p) e^{\gamma x} \quad (2.23)$$

โดยที่ $v_1(p)$, $v_2(p)$ และ $i_1(p)$, $i_2(p)$ เป็นฟังก์ชันใดๆ ของ p ไม่ขึ้นกับตำแหน่ง x บนสายส่ง และสามารถหาความสัมพันธ์ของแรงดัน v และกระแส i บนสายส่งได้ด้วยการแทนสมการ 2.22 ลงในสมการ 2.16 จะได้

$$i(x, p) = \sqrt{\frac{g + cp}{r + Lp}} \cdot (v_1 e^{-\gamma x} - v_2 e^{\gamma x}) \quad (2.24)$$

$$i(x, p) = \frac{(v_1 e^{-\gamma x} - v_2 e^{\gamma x})}{z(p)} \quad (2.25)$$

ในทำนองเดียวกัน แทนสมการ 2.23 ลงในสมการ 2.17 จะได้

$$v(x, p) = z(p) \cdot (I_1 e^{-\gamma x} - I_2 e^{\gamma x}) \quad (2.26)$$

เมื่อแทนค่าสมการ 2.25 และ สมการ 2.26 ลงในสมการ 2.23 และ 2.22 ตามลำดับ จะ
ได้

$$\frac{v_1(p)}{i_1(p)} = z(p) \quad (2.27)$$

$$\frac{v_2(p)}{i_2(p)} = -z(p) \quad (2.28)$$

ในกรณีสายส่งไร้ความสูญเสีย (Lossless Line) พารามิเตอร์ $r = 0$ และ $g = 0$ จะได้

$$z(p) = \sqrt{\frac{L}{c}} \quad (2.29)$$

$$\gamma(p) = p \cdot \sqrt{Lc} = \frac{p}{u} \quad (2.30)$$

จากสมการ 2.22 และ 2.23 เมื่อทราบฟอร์มมาอยู่ในโดเมนของเวลา จะได้

$$v(x, t) = [v_1 \cdot (x - ut)] + [v_2 \cdot (x + ut)] + v_0 \quad (2.31)$$

$$I(x, t) = [I_1 \cdot (x - ut)] - [I_2 \cdot (x + ut)] + I_0 \quad (2.32)$$

ในกรณีสายส่งไม่มีความเพี้ยน (Distortionless Line) จะกำหนดให้ $r/L = g/c$ จะได้

$$z(p) = \sqrt{\frac{r + Lp}{g + cp}} = \sqrt{\frac{L}{c}} \quad (2.33)$$

$$\gamma(p) = \sqrt{zy} = \sqrt{Lc} \cdot \left(p + \frac{r}{L} \right) = \frac{1}{u} \cdot (p + \alpha) \quad (2.34)$$

จากสมการ 2.22 และ 2.23 เมื่อทราบฟอร์มมาอยู่ในโดเมนของเวลา จะได้

$$v(x, t) = e^{\frac{-\alpha x}{u}} \cdot v_1 \left(t - \frac{x}{u} \right) + e^{\frac{\alpha x}{u}} \cdot v_2 \left(t + \frac{x}{u} \right) \quad (2.35)$$

$$i(x, t) = \frac{1}{z} \cdot \left[e^{\frac{-\alpha x}{u}} \cdot v_1 \cdot \left(t - \frac{x}{u} \right) - e^{\frac{\alpha x}{u}} \cdot v_2 \cdot \left(t + \frac{x}{u} \right) \right] \quad (2.36)$$

ในกรณีสายส่งมีความสูญเสียน้อย กำหนดให้ r/L และ g/c มีค่าน้อย ทำให้ค่า α และ β มีค่าน้อย จะได้

$$\alpha = \sqrt{zy} = \frac{1}{u} \cdot \sqrt{(p + \alpha)^2 - \beta^2} = \frac{p + \alpha}{u} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{p + \alpha}\right)^2} \quad (2.37)$$

$$y = \frac{1}{z} = \sqrt{\frac{c}{L}} \cdot \sqrt{\frac{p + \alpha + \beta}{p + \alpha - \beta}} \quad (2.38)$$

จากสมการ 2.22 และ 2.23 เมื่อทราบฟอร์มมาอยู่ในโดเมนของเวลา จะได้

$$v(x, t) = e^{\frac{-\alpha x}{u}} \cdot v_1\left(t - \frac{x}{u}\right) + e^{\frac{\alpha x}{u}} \cdot v_2\left(t + \frac{x}{u}\right) \quad (2.39)$$

$$i(x, t) = y\left(1 - \frac{\beta}{p}\right) \cdot \left[e^{\frac{-\alpha x}{u}} \cdot v_1\left(t - \frac{x}{u}\right) - e^{\frac{\alpha x}{u}} \cdot v_2\left(t + \frac{x}{u}\right) \right] \quad (2.40)$$

2.2.4. คลื่นจรบนสายส่งไร้ความสูญเสีย

สมการ 2.31 และ 2.32 คือผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ย่อยของสายส่ง ซึ่งสองสมการนี้จะบอกได้ว่าที่เวลาต่างๆ บนตำแหน่งต่างๆกันของสายส่ง จะมีแรงดันและกระแสเท่าไร

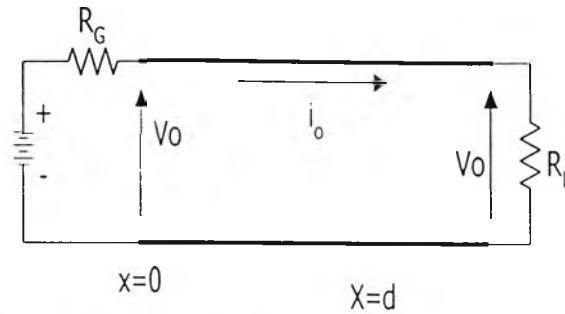
ค่าคงตัว v_0 และ i_0 คือแรงดันและกระแสที่อยู่บนสายส่งที่กำลังพิจารณา ซึ่งในกรณีของสายส่งไร้ความสูญเสีย แรงดันและกระแสที่ทุกๆตำแหน่งบนสายส่งจะมีค่าเท่ากันตลอดความยาวของสายส่ง และไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อเทียบกับเวลา t ค่าทั้งสองจำนวนนี้ สามารถหาได้ง่ายโดยใช้ทฤษฎีวงจรพื้นฐานในการคำนวณภาวะอยู่ตัว เช่น ดังรูปที่ 2.11 สายส่งไร้ความสูญเสียยาว d ต่อเชื่อมกับโหลดและเครื่องกำเนิด โดยที่มีโหลดตัวต้านทาน R_L ต่ออยู่ที่ปลายเคเบิลอีกด้านหนึ่ง เมื่อพิจารณาในสภาวะอยู่ตัว จะประกอบไปด้วยแหล่งจ่ายแรงดันกระแสตรง E_G มีความต้านทานภายใน R_G เมื่ออยู่ในภาวะอยู่ตัว กระแสที่ไหลในวงจร i_0 จึงมีค่าตามสมการที่ 2.41

$$i_0 = \frac{E_G}{R_G + R_L} \quad (2.41)$$

เนื่องจากแรงดันที่จุดปลายทั้งสองของสายส่งจะมีค่าเท่ากัน และเท่ากันตลอดความยาวของสายส่ง (เฉพาะสายส่งที่ไม่มีควมสูญเสีย) ซึ่งมีค่าตามสมการที่ 2.42

$$v_0 = \frac{R_L \cdot E_G}{R_G + R_L} \quad (2.42)$$





รูปที่ 2.11 สายส่งไร้ความสูญเสียยาว d ต่อเชื่อมระหว่างโหลดและเครื่องกำเนิด และแสดงแรงดันดีซีในสภาวะอยู่ตัว

ต่อมาพิจารณาพจน์ที่เหลือ โดยพิจารณาพจน์แรกก่อน โดยสมมติว่าแรงดันบนสายส่งมีเพียงพจน์เดียว ให้พจน์อื่นเท่ากับศูนย์ ดังนี้

$$v(x, t) = v_1(x_1 - ut_1) \quad (2.43)$$

ฟังก์ชัน $v_1(x_1 - ut_1)$ เป็นฟังก์ชันเชิงเดี่ยวที่อาร์กิวเมนต์มีตัวแปร 2 ตัว คือ x และ t โดยที่ u เป็นค่าคงตัวสำหรับสายส่งเส้นหนึ่งๆ x และ t มีค่าเท่าไรก็ได้ ซึ่งเป็นไปได้ที่มีค่า x สองค่า และค่า t สองค่าที่ให้อาร์กิวเมนต์ $x - ut$ มีค่าเท่ากันได้ ดังนั้นไม่ว่า x และ t จะมีค่าเท่าไรก็ตาม ถ้ามันให้อาร์กิวเมนต์เท่ากันแล้ว ย่อมให้ค่าฟังก์ชัน v_1 ออกมาเท่ากัน

ที่ตำแหน่ง $x = x_1$ บนสายส่งและที่เวลา $t = t_1$ ที่ตำแหน่งนี้จะมีแรงดัน $v_1(x_1 - ut_1)$ ฟังก์ชันนี้จะให้ตัวเลขค่าหนึ่งสำหรับอาร์กิวเมนต์ที่สมมติ ให้เป็น v_1 คือ

$$v_1(x_1 - ut_1) = v_1 \quad (2.44)$$

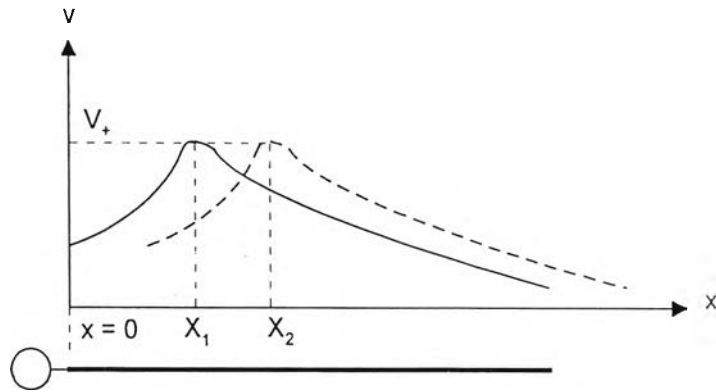
เมื่อเวลาผ่านไปเป็น $t = t_2$ ซึ่ง $t_2 > t_1$ เพื่อที่จะให้อาร์กิวเมนต์ของฟังก์ชันที่ $t = t_2$ มีค่าออกมาเท่ากับเมื่อ $x = x_1$ และ $t = t_1$ แล้ว จาก $x - ut$ จะเห็นว่าจะต้องให้ $x > x_1$ สมมติว่า มันเท่ากับ x_2 ดังนี้

$$x_1 - ut_1 = x_2 - ut_2 \quad (x_2 > x_1, t_2 > t_1) \quad (2.45)$$

นั่นคือ

$$v_1(x_1 - ut_1) = v_1(x_2 - ut_2) = v_1 \quad (x_2 > x_1, t_2 > t_1) \quad (2.46)$$

ซึ่งสรุปได้ว่า แรงดัน v_1 ที่ $x=x_1$ และเวลา $t=t_1$ จะเคลื่อนที่ไปอยู่ที่ตำแหน่ง $x=x_2$ ($x_2 > x_1$) เมื่อเวลาผ่านไปเป็น $t=t_2$ ($t_2 > t_1$) นั่นคือ แรงดันที่มีค่าเท่ากับ v_1 ที่ตำแหน่ง x_1 จะเลื่อนไปอยู่ที่ตำแหน่งใหม่ที่ค่า x เพิ่มขึ้น ด้วยระยะทาง x_2-x_1 โดยใช้เวลา t_2-t_1 จากสมการที่ 2.45 บอกถึงความเร็วของการเคลื่อนที่ของแรงดันบนสายส่งไร้ความสูญเสีย ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 2.12

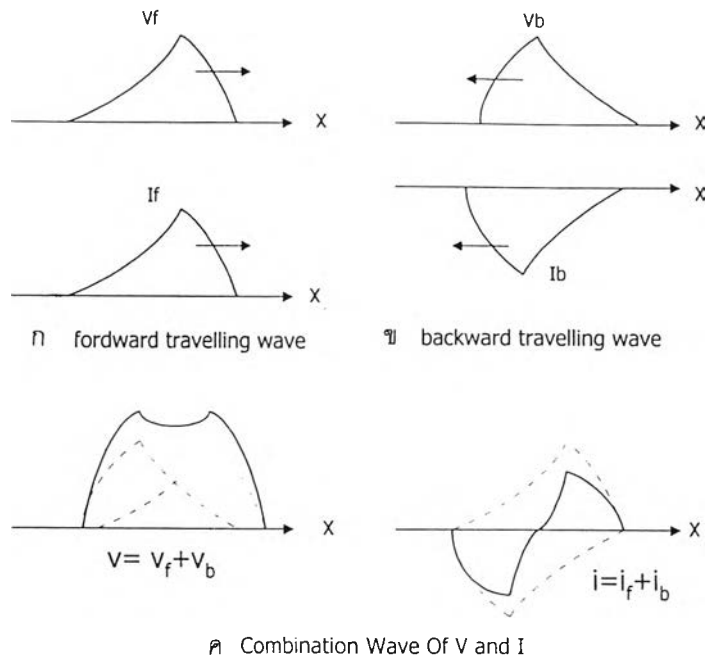


รูปที่ 2.12 เครื่องกำเนิดกระตุ้นสายส่งที่ไม่มี ความสูญเสียเส้นหนึ่ง ทำให้เกิดการกระจายของแรงดันบนสายส่งที่เวลา $t=t_1$ และ $t=t_2 > t_1$

ส่วนพจน์ที่เหลือของสมการที่ 2.31 คือ $v_2(x+ut)$ และกระแสที่เกิดขึ้นบนสายส่งตามสมการที่ 2.32 ก็สามารถอธิบายได้ในทำนองเดียวกัน

ดังนั้น จึงสรุปจากสมการที่ 2.31 และ 2.32 ได้ว่า สายส่งไร้ความสูญเสียที่กระตุ้นด้วยเครื่องกำเนิดทางปลายด้านหนึ่ง แรงดันและกระแสรวมที่กระจายอยู่บนตำแหน่งต่างๆ ของสายส่ง เป็นผลรวมของแรงดันและกระแส 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นค่าคงตัว และส่วนที่เคลื่อนที่ไปตามสายส่ง ส่วนที่เคลื่อนที่ยังแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ คลื่นส่วนหนึ่งเคลื่อนที่ไปในแนว x บวก ซึ่งเรียกว่า คลื่นที่ไปข้างหน้า (forward travelling wave) และอีกส่วนหนึ่งคลื่นเคลื่อนที่ไปในแนว x ลบ เรียกว่า คลื่นเคลื่อนที่ไปข้างหลัง (backward travelling wave) ดังรูปที่ 2.13 ก, 2.13 ข และ 2.13 ค

คลื่นทั้งสองนี้จะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ u ซึ่งความเร็วนี้ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของสายส่งเพียงอย่างเดียว โดยปกติถ้าเริ่มต้นด้วยการยังไม่ได้กระตุ้นสายส่งด้วยเครื่องกำเนิด ค่าคงตัว v_0 และ i_0 จะเป็นศูนย์ ดังนั้นลักษณะของคลื่นที่การเคลื่อนที่ไปตามสายส่งที่กล่าวมา เรียกว่า คลื่นจร (travelling wave)



รูปที่ 2.13 การเคลื่อนที่ของคลื่นแรงดันและกระแส

2.2.5 คลื่นจรตกกระทบจากเครื่องกำเนิด

ในครั้งแรกคลื่นตกกระทบจะต้องเกิดมาจากเครื่องกำเนิดที่ต่ออยู่กับปลายด้านส่งของสายส่ง แรงดันและกระแสจะเคลื่อนที่ออกไปตามความยาวของสายส่งด้วยความเร็ว u ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันและกระแสในคลื่นตกกระทบตั้งแต่จุดปลายด้านส่งที่ต่ออยู่กับเครื่องกำเนิดเป็นต้นไปทุกตำแหน่ง เป็นไปตามสมการที่ 2.47

$$\frac{v_1(0, t)}{i_1(0, t)} = Z \tag{2.47}$$

จุดปลายด้านส่งนี้ คือจุดปลายด้านออกของเครื่องกำเนิดด้วย ดังนั้นเครื่องกำเนิดจึงมองเห็นความต้านทานของสายส่งเท่ากับ Z (Characteristic impedance ของสายส่ง) ต่ออยู่ที่ด้านออกของเครื่องกำเนิดตลอดเวลา ไม่ว่าสายส่งนั้นจะยาวเท่าไรและมีโหลดต่ออยู่ที่อีกปลายด้านหนึ่งหรือเปล่า เช่น เครื่องกำเนิดซึ่งมีแรงดันภายใน $e_g(t)$ และมีค่าความต้านทาน R_g และด้านออกของเครื่องกำเนิดแรงดันต่ออยู่กับสายส่งเส้นหนึ่งซึ่งมีค่า characteristic impedance เท่ากับ Z คลื่นตกกระทบที่ปลายด้านออกของเครื่องกำเนิดจะเห็นความต้านทานภายนอกเป็น Z ดังนั้นแรงดันและกระแสในคลื่นตกกระทบที่ปลายด้านส่งที่เวลาใดๆ จึงเป็น ตามสมการ 2.48 และ 2.49

$$v_1(0,t) = \left[\frac{Z}{R_g + Z} \right] \cdot e_g(t) \quad (2.48)$$

$$i_1(0,t) = \frac{e_g(t)}{(R_g + Z)} \quad (2.49)$$

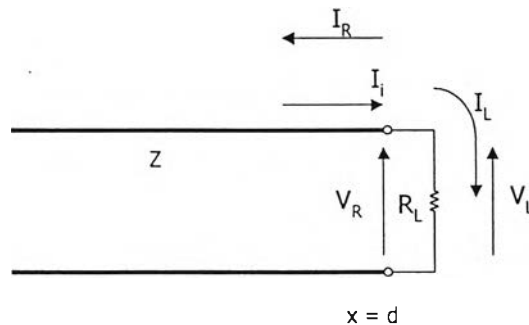
เนื่องจากคลื่นตกกระทบเคลื่อนที่ไปตามความยาวของสายส่งด้วยความเร็ว u ดังนั้นบนสายส่งที่ตำแหน่ง x และ t ก็คือ คลื่นจรที่เครื่องกำเนิดเริ่มส่งเข้ามาทางปลายด้านส่งก่อนที่จะถึงเวลา t อยู่ x/u หน่วยเวลา นั่นคือที่เวลา $t - x/u$ จากสมการ 2.48 และ 2.49 แรงดันและกระแสในคลื่นตกกระทบที่ตำแหน่ง x และ t ใดๆตามตัวอย่าง คือ

$$v_1(x,t) = \left[\frac{Z}{R_g + Z} \right] \cdot e_g\left(t - \frac{x}{u}\right) \quad (2.50)$$

$$i_1(x,t) = \frac{e_g\left(t - \frac{x}{u}\right)}{(R_g + Z)} \quad (2.51)$$

2.2.6 สัมประสิทธิ์การสะท้อน (Reflection coefficient)

เมื่อพิจารณาสายส่งที่ปลายด้านรับต่ออยู่กับโหลดแล้วคลื่นสะท้อนที่เกิดขึ้นบนสายส่งจะมาจากคลื่นตกกระทบที่เคลื่อนที่ไปถึงโหลดแล้วเกิดแรงดันและกระแสสะท้อนกลับเคลื่อนที่ในทิศทางสวนกลับคลื่นตกกระทบ ดังรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 โหลด R_L ที่ต่ออยู่กับปลายด้านรับของสายส่งที่ไม่มีความสูญเสีย

จากรูปโหลดประกอบไปด้วยอิมพีแดนซ์ R_L ต่ออยู่ที่ปลายด้านรับของสายส่งที่มี characteristic impedance Z และกำหนดให้เครื่องกำเนิดที่ปลายส่ง $x = 0$ ทำการกระตุ้นสายส่งผ่านไประยะเวลาหนึ่งจนคลื่นตกกระทบถึงปลายด้านโหลด ให้ v_R และ $i_R + i_i$ เป็นแรงดันรวมและกระแสรวมบนสายส่งที่ปลายด้านรับ v_L และ i_L เป็นแรงดันและกระแสที่เกิดขึ้นในความต้านทาน R_L ซึ่งจะเห็นว่าแรงดันและกระแสนี้เท่ากัน จากสมการที่ 2.31 และ 2.32 จะได้สมการใหม่ คือ

$$v_R(t) = v(d, t) = v_1(d, t) + v_2(d, t) = v_L(t) \quad (2.52)$$

$$i_R(t) = i(d, t) = i_1(d, t) + i_2(d, t) = i_L(t) \quad (2.53)$$

กระแสและแรงดันภายใต้ความต้านทาน มีความสัมพันธ์ตามกฎของโอห์ม ดังนี้

$$\frac{v_L(t)}{i_L(t)} = R_L \quad (2.54)$$

แทน i_L จากสมการ 2.54 ลงในสมการ 2.53 และแทนค่ากระแสในคลื่นจร ด้วยพจน์ของแรงดันหรือแทน v_L จากสมการ 2.54 ลงในสมการ 2.52 และแทนแรงดันในคลื่นจร ด้วยพจน์ของกระแส จะได้ดังนี้

$$\frac{v_L(t)}{R_L} = \left[\frac{v_1(d, t)}{z} \right] - \left[\frac{v_2(d, t)}{z} \right] \quad (2.55)$$

$$i_L \cdot R_L = z i_1(d, t) - z i_2(d, t) \quad (2.56)$$

แทน v_L ในสมการ 2.52 ลงในสมการ 2.55 และแทน i_L ในสมการ 2.53 ลงในสมการ 2.56 เมื่อจัดใหม่แล้ว จะได้อัตราส่วนของ

$$\frac{v_2(d, t)}{v_1(d, t)} = \Gamma_L = - \left[\frac{i_2(d, t)}{i_1(d, t)} \right] = \frac{(R_L - z)}{(R_L + z)} \quad (2.57)$$

อัตราส่วน $\Gamma_L = v_2(d, t) / v_1(d, t)$ เรียกว่า สัมประสิทธิ์การสะท้อนแรงดันที่โหลด หรือ สัมประสิทธิ์การสะท้อน เป็นตัวบอกว่า เมื่อคลื่นตกกระทบเคลื่อนที่ถึงปลายด้านโหลด แล้วเกิดคลื่นสะท้อนกลับเคลื่อนที่ออกจากโหลดเป็นคลื่นวิ่งไปกลับทางเครื่องกำเนิดเท่าไร สัมประสิทธิ์การสะท้อนจะขึ้นอยู่กับ Characteristic impedance และความต้านทานของโหลดเท่านั้น เช่น เดียวกันกับการเรียกอัตราส่วนกระแส ว่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกระแสที่โหลด ซึ่งส่วนใหญ่ สัมประสิทธิ์การสะท้อนจะหมายถึงสัมประสิทธิ์การสะท้อนแรงดัน ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะมีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง $+1$ เท่านั้น

ในกรณีที่โหลด $R_L = Z$ (Matching) จะได้ $\Gamma_L = 0$ หมายความว่า ไม่มีการสะท้อนของแรงดันและกระแสเกิดขึ้น พลังงานทั้งหมดในคลื่นตกกระทบจะถูกโหลดดูดซับไว้หมด ซึ่งเรียกในลักษณะเช่นนี้ว่า สายส่งประสานกับโหลด

ในกรณีที่โหลด $R_L = 0$ (Short circuit) จะได้ $\Gamma_L = -1$ หมายความว่า แรงดันในคลื่นตกกระทบจะสะท้อนกลับหมด และเครื่องหมายของแรงดันในคลื่นสะท้อนจะตรงข้ามกับเครื่องหมายของแรงดันในคลื่นตกกระทบ ส่วนคลื่นกระแสสะท้อนจะเท่ากับกระแสในคลื่นตกกระทบ

ในกรณีที่โหลด $R_L = \infty$ (Open circuit) จะได้ $\Gamma_L = +1$ หมายความว่า แรงดันในคลื่นสะท้อนจะเท่ากับแรงดันในคลื่นตกกระทบ ส่วนคลื่นกระแสสะท้อนจะเท่ากับกระแสในคลื่นตกกระทบแต่เครื่องหมายตรงข้ามกัน

2.2.7 การต่อโหลดเข้ากับสายส่ง

โดยปกติที่ด้านรับของสายส่งจะมีโหลดที่มีค่าอิมพีแดนซ์ (R_L) ค่าหนึ่งต่ออยู่ ซึ่งสายส่งมี Characteristic impedance Z อยู่ค่าหนึ่ง ดังนั้นจะได้สมการแรงดันทางด้านรับของสายส่ง คือ

$$v = \frac{2 \cdot R_L \cdot v_f}{R_L + z} \quad (2.58)$$

หรือ $V_\tau = \tau V_f \quad (2.59)$

เมื่อ τ คือ สัมประสิทธิ์การส่งผ่าน (Refraction coefficient) ของคลื่น

V_τ คือ แรงดันตกกระทบ (Incident wave)

V_f คือ แรงดันส่งผ่าน (Transmitted wave)

ดังนั้นสำหรับคลื่นแรงดันจะมีสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน คือ

$$\tau = \frac{2 \cdot R_L}{R_L + z} \quad (2.60)$$

ในทางกลับกัน

$$v_f = \left(\frac{z_L + z}{2 \cdot z_L} \right) \cdot v_\tau \quad (2.61)$$

และในทำนองเดียวกัน

$$v_b = \left(\frac{R_L - z}{R_L + z} \right) \cdot v_f \quad (2.62)$$

หรือ
$$v_b = \Gamma v_f \quad (2.63)$$

เมื่อ Γ คือ สัมประสิทธิ์การสะท้อน (Reflection coefficient) ของคลื่น

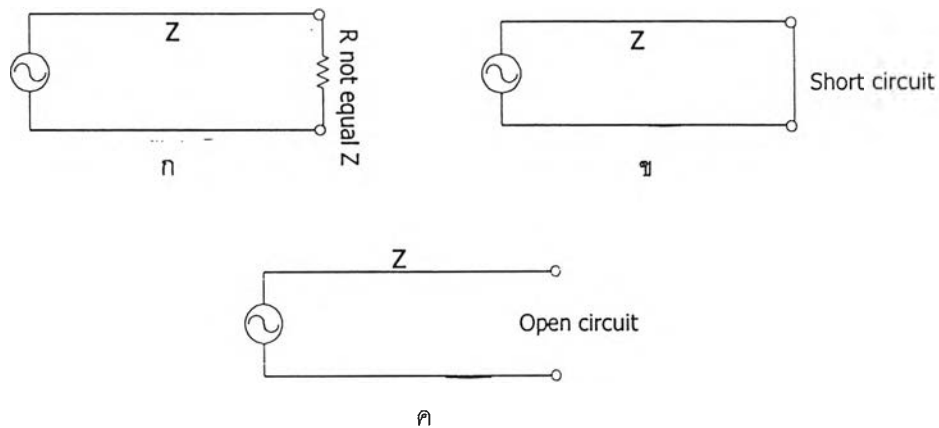
v_b คือ แรงแผ่นสะท้อน (Reflection wave)

ในกรณีที่ความต้านทานของโหลดมีค่าความต้านทานเท่ากับ Characteristic Impedance ของสายส่ง จะเรียกรวมลักษณะนี้ว่า การแมชชิง (Matching)

ในสายนำสัญญาณที่มีการแมชชิง ค่าพลังงานที่ส่งจากแหล่งกำเนิดไปยังโหลดจะถูกดูดกลืนหายไปทั้งหมดไม่มีการสะท้อนของพลังงานกลับไป ทำให้ไม่เกิดการสูญเสียพลังงานบนสายส่ง ถือได้ว่าการถ่ายทอดพลังงานโดยสมบูรณ์ ถ้าเรากำหนดให้แรงดันไฟฟ้าของแหล่งกำเนิดเท่ากับ E จะหาค่ากระแสและพลังงานบนสายส่งได้เป็น E/Z และ $I^2 Z$ ตามลำดับ

หากความต้านทานของโหลดไม่ Match กับสายส่ง โดยที่โหลดมีค่าความต้านทานไม่เท่ากับ Characteristic Impedance ของสายส่ง จะเรียกว่ามิสแมช (Mismatch) ดังรูปที่ 2.15

พลังงานที่มาถึงโหลด R จะไม่ถูกดูดกลืนทั้งหมด (ต่างกับกรณี $R = Z$ ที่พลังงานหายไปทั้งหมด) ทำให้เหลือพลังงานบางส่วนกลับไปยังแหล่งกำเนิด



ก โหลดที่ต่อมีค่าไม่เท่ากับ Z

ข ลัดวงจร (Short-circuited line)

ค เปิดวงจร (Open-circuited line)

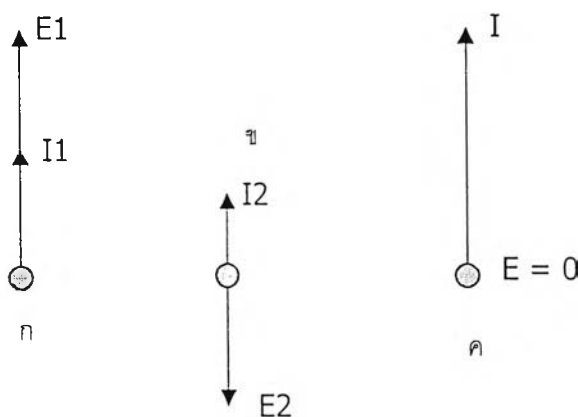
รูปที่ 2.15 การ Mismatch ที่เกิดกับสายส่ง

จากรูปที่ 2.15 จะพบว่ามียูเพียง 2 กรณีเท่านั้นที่พลังงานทั้งหมดที่มาถึงโหลดสะท้อนกลับหมด (ในกรณีที่สายส่งไร้ความสูญเสีย) คือ ในกรณีที่โหลดลัดวงจร (Short-circuited line) หรือโหลดเปิดวงจร (Open-circuited line)

โดยในที่นี้สามารถอธิบายได้ในแต่ละกรณี คือ

2.2.7.1 กรณีลัดวงจร

แรงดันไฟฟ้าที่โหลดต้องเท่ากับศูนย์ นั่นคือ แรงดันของคลื่นสะท้อนกลับจากโหลดจะมีค่าเท่ากับแรงดันของคลื่นที่เดินทางมายังโหลด แต่มีเฟสตรงข้ามกัน ทำให้ผลรวมของคลื่นแรงดันมีค่าเท่ากับศูนย์ แสดงในรูปที่ 2.16 คลื่นกระแสที่สะท้อนกลับจากโหลดซึ่งมีค่าเท่ากันและเฟสตรงกันกับคลื่นกระแสที่เดินทางมายังโหลด ทำให้เกิดการเสริมกับคลื่นกระแสที่เดินทางมายังโหลด



ก คลื่นแรงดันและกระแสที่เดินทางมาโหลด

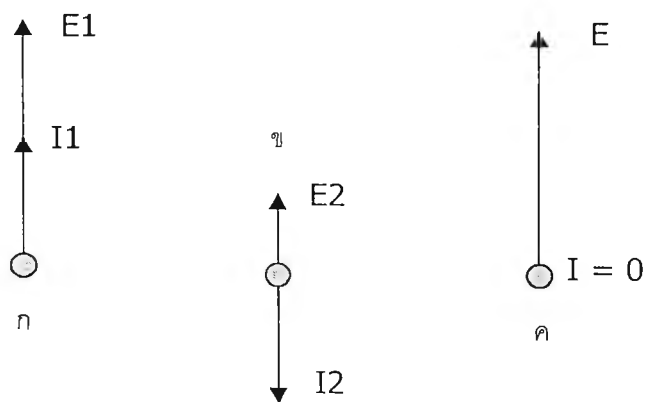
ข คลื่นแรงดันและกระแสที่สะท้อนกลับจากยังโหลด

ค ผลรวมของ ก และ ข ทำให้คลื่นกระแสสูง แรงดันเท่ากับศูนย์

รูปที่ 2.16 เวกเตอร์ของคลื่นแรงดันและกระแสของสายส่งที่ลัดวงจร

2.2.7.2 กรณีเปิดวงจร

ในกรณีนี้คลื่นกระแสที่โหลดมีค่าเท่ากับศูนย์ แสดงว่าคลื่นกระแสที่สะท้อนกลับจากโหลดมีเฟสตรงกันข้ามกับกระแสที่เดินทางมายังโหลด แต่มีขนาดเท่ากัน ในทำนองเดียวกันกับกรณีลัดวงจร ค่าแรงดันของคลื่นสะท้อนกลับจากโหลดจะมีเฟสเหมือนกับคลื่นแรงดันที่เดินทางมายังโหลด และมีขนาดเท่ากัน ทำให้เกิดการเสริมของคลื่นแรงดัน ดังรูปที่ 2.17



ก คลื่นแรงดันและกระแสที่เดินทางมาไหลด

ข คลื่นแรงดันและกระแสที่สะท้อนกลับมายังไหลด

ค ผลรวมของ ก และ ข ที่ให้คลื่นแรงดันสูง กระแสเท่ากับศูนย์

รูปที่ 2.17 เวกเตอร์ของคลื่นแรงดันและกระแสของสายส่งที่เปิดวงจร

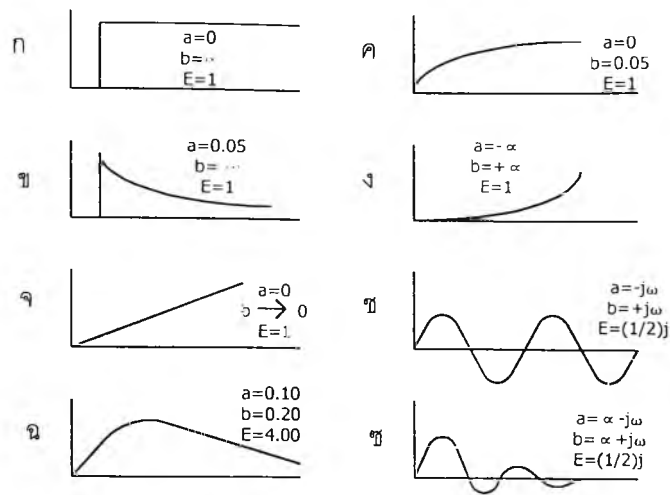
2.2.8 รูปร่างของคลื่นจร

คลื่นจรที่วิ่งบนสายเคเบิลส่วนใหญ่สามารถแทนได้ด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ไม่ว่าคลื่นที่วิ่งนั้นเป็นแบบใดก็ตาม เช่น รูปคลื่นไฟฟ้าผ่า รูปคลื่นสวิตชิง เป็นต้น ดังสมการข้างล่าง

$$e = E \cdot (e^{-at} - e^{-bt}) \quad (2.64)$$

เมื่อ E , a และ b เป็นค่าคงที่

สมการ Exponential ที่แตกต่างกันจากสมการดังกล่าว สามารถให้รูปร่างของคลื่นที่แตกต่างกันดังตัวอย่างที่แสดงในรูปที่ 2.18 [7]



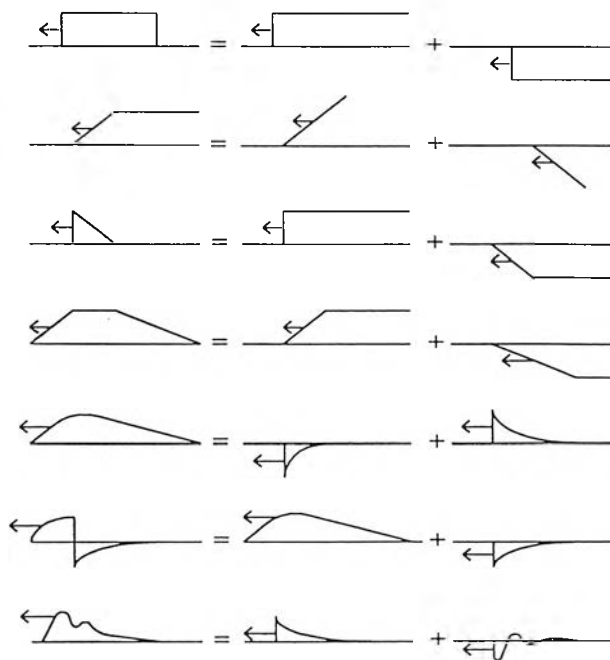
Wave shapes which can be approximated by $e = E(e^{-at} - e^{-bt})$

รูปที่ 2.18 รูปคลื่นลักษณะต่างๆ

เช่น จากรูปที่ 2.18 ข เมื่อกำหนดให้ $b = \alpha$ และปรับเปลี่ยนค่า a เพื่อกำหนดทางคลื่น จะได้สมการ ดังนี้

$$e = E \cdot e^{-at} \tag{2.65}$$

ในกรณีที่รูปคลื่นมีความซับซ้อน สามารถใช้รูปคลื่น Exponential 2 รูปคลื่นที่แตกต่างกันมารวมกัน ดังแสดงในรูปที่ 2.19 [7]



Combining simple waves to form more complex waves

รูปที่ 2.19 การรวมกันของรูปคลื่น 2 รูปคลื่น

2.3 การหาตำแหน่งฟอลต์ในสายเคเบิล

2.3.1 ชนิดของฟอลต์ที่เกิดขึ้นในสายเคเบิล [8]

Fault ที่เกิดขึ้นในสายเคเบิล สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ คือ

2.3.1.1 ฟอลต์แบบอนุกรม (Series Fault)

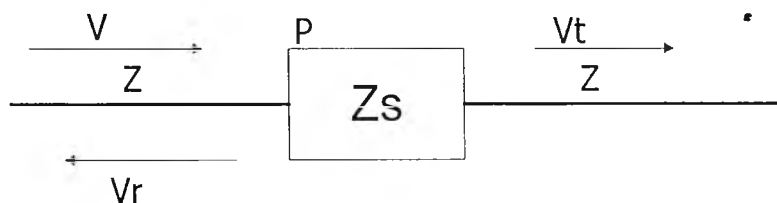
ฟอลต์ชนิดนี้เกิดจากการที่ตัวนำหรือเปลือกโลหะของสายเคเบิลมีสภาพไม่สมบูรณ์ เช่น ขาดออกจากกันทำให้กลายเป็นฟอลต์วงจรเปิด (Open circuit Fault) ในกรณีนี้ กำหนดให้อิมพีแดนซ์ของฟอลต์ Z_s เป็นไปดังรูปที่ 2.20 เมื่อสัญญาณพัลส์เดินทางเข้าไปยังสายเคเบิล เมื่อเข้าใกล้จุด P ดังกล่าว สัญญาณพัลส์จะมองเห็นเป็นโหลดตัวหนึ่งซึ่งมีค่าอิมพีแดนซ์ Z_L ตามสมการที่ 2.66

$$Z_L = Z_s + Z \quad (2.66)$$

ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน (Γ) และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน (τ) สามารถคำนวณได้จากสมการที่ 2.67 และ 2.68 ตามลำดับ

$$\Gamma = \frac{Z_s}{Z_s + 2 \cdot Z} \quad (2.67)$$

$$\tau = \frac{2(Z_s + Z)}{Z_s + 2 \cdot Z} \quad (2.68)$$



รูปที่ 2.20 การเกิดฟอลต์แบบอนุกรม

หากกำหนดให้ขนาดแรงดันของพัลส์มีค่าเท่ากับ V ขนาดของพัลส์สะท้อนจะมีค่าเท่ากับ $V_r = \Gamma V$ และขนาดของพัลส์ที่ส่งผ่านจุดฟอลต์ จะมีค่าเท่ากับ τV อย่างไรก็ตามพัลส์ที่ส่งผ่านก็จะเกิด voltage Drop เนื่องจากค่าอิมพีแดนซ์ของฟอลต์ และขนาดแรงดันของพัลส์จากฟอลต์คำนวณได้จากสมการที่ 2.69 กล่าวคือ

$$v_t = \left[\frac{Z}{Z_s + Z} \right] \tau v = \left[\frac{2Z}{Z_s + 2Z} \right] v \quad (2.69)$$

สำหรับสัมประสิทธิ์ประสิทธิภาพการส่งผ่าน (Effective Transmission Coefficient) สามารถคำนวณได้จากสมการที่ 2.70

$$\tau_E = \frac{2z}{(z_s + 2z)} \quad (2.70)$$

2.3.1.2 ฟอลต์แบบขนาน (Shunt Fault)

ฟอลต์ชนิดนี้เกิดจากตัวนำของสายเคเบิลลัดวงจรระหว่างสาย (Short circuit Fault) หรือลัดวงจรลงดิน (Earth Fault) โดยกำหนดให้ค่าอิมพีแดนซ์ของฟอลต์ชนิดนี้เป็น Z_E ดังแสดงในรูปที่ 2.21 สัญญาณพัลส์ที่เดินทางเข้าไปยังสายเคเบิล เมื่อกำลังเข้าใกล้จุด P จะมองเห็นจุดฟอลต์เป็นโหลดตัวหนึ่งซึ่งมีค่าอิมพีแดนซ์ Z_E ต่ออยู่กับสายเคเบิลซึ่งมี Characteristic impedance Z อิมพีแดนซ์รวม Z_L สามารถคำนวณได้ตามสมการที่ 2.71

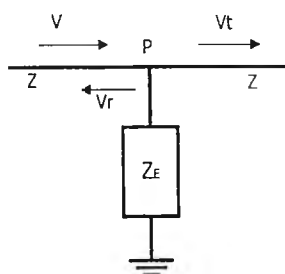
$$Z_L = \frac{Z_E \cdot Z}{(Z_E + Z)} \quad (2.71)$$

ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน(Γ) และค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน(τ) สามารถคำนวณได้จากสมการที่ 2.72 และ 2.73 ตามลำดับ

$$\Gamma = \frac{-Z}{(Z + 2 \cdot Z_E)} \quad (2.72)$$

$$\tau = \frac{2Z_E}{(Z + 2 \cdot Z_E)} \quad (2.73)$$

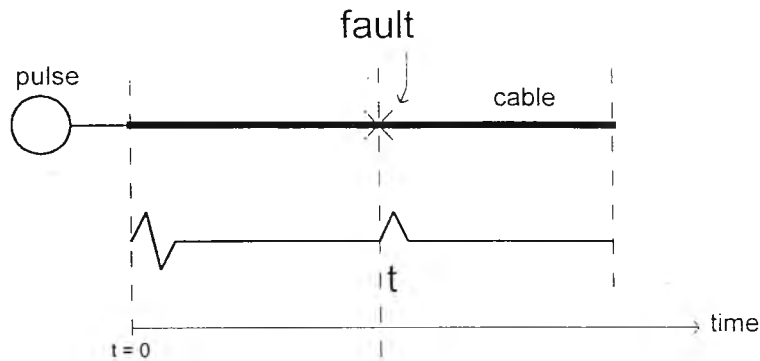
หากกำหนดให้ขนาดแรงดันของพัลส์มีค่าเท่ากับ V ขนาดของพัลส์สะท้อนมีค่า $V_r = \Gamma V$ และขนาดของพัลส์ส่งผ่านก่อนผ่านฟอลต์ อิมพีแดนซ์ มีค่า $V_t = \tau V$



รูปที่ 2.21 การเกิดฟอลต์แบบ Earth fault

2.3.2 การวิเคราะห์ฟอลต์โดยใช้วิธีการสะท้อนของคลื่น

ในการตำแหน่งที่เกิดฟอลต์ทำได้โดยการส่งพัลส์เข้าไปยังเคเบิลที่ต้องการตรวจสอบหาจุดที่เกิดฟอลต์ โดยอาศัยหลักการสะท้อนกลับของคลื่นในเคเบิล ในช่วงเวลา t μs ดังรูปที่ 2.22 [1] เวลาที่วัดได้ ก็คือระยะเวลาที่ส่งคลื่นแรงดันพัลส์เข้าไปในสายส่งจนถึงเวลาที่คลื่นสะท้อนกลับมายังจุดที่ส่งคลื่นเข้าไป ซึ่งสามารถหาได้จากสมการที่ 2.74, 2.75, 2.76 และ 2.77 [7]



รูปที่ 2.22 การหาตำแหน่งฟอลต์โดยใช้การสะท้อนของคลื่น

$$d = \frac{ut}{2} \quad \text{m} \quad (2.74)$$

$$u = \frac{1}{\sqrt{Lc}} \quad \frac{\text{m}}{\mu\text{s}} \quad (2.75)$$

$$z = \sqrt{\frac{L}{c}} \quad \Omega \quad (2.76)$$

$$L = 2 \cdot \left(\log\left(\frac{R}{r}\right) + \frac{1}{2} + \frac{r^2}{3 \cdot R^2} - \frac{r^4}{12 \cdot R^4} + \frac{r^6}{30 \cdot R^6} - \dots \right) \cdot 10^{-7} \quad \frac{\text{H}}{\text{m}} \quad (2.77)$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} = \frac{\epsilon_r \cdot 10^{-9}}{18 \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right)} \quad \frac{\text{F}}{\text{m}} \quad (2.78)$$

เมื่อ d เป็น ระยะที่เกิดฟอลต์ (m)

t เป็น ช่วงเวลาที่คลื่นเดินทาง (μs)

U เป็น ความเร็วในการเดินทางของคลื่น (m/ μs)

R เป็น รัศมีภายนอกของฉนวน (m)

r เป็น รัศมีภายในของฉนวน (m)

ϵ เป็น Permittivity ของฉนวน (F/m)

ϵ_r เป็น Relative Permittivity หรือ Dielectric Constant ของฉนวน

L เป็น ค่าความเหนี่ยวนำของสายเคเบิล (H/m)

C เป็น ค่าความจุไฟฟ้าของสายเคเบิล (F/m)

หรือหาได้จากการคำนวณอย่างคร่าวๆจากสมการที่ 2.74 โดยค่าความเร็วของคลื่นจะใช้ค่าจากตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 ความเร็วของคลื่นจรที่เคลื่อนที่ในฉนวนที่มีค่าไดอิเล็กตริกที่แตกต่างกัน

ชนิดของฉนวน	ความเร็วของคลื่น (m/ μ s)
Impregnated paper	150-171
Dry paper	216-264
PE	Approx. 200
XLPE	156-174
PVC	152-175
PTFE	Approx. 213
Air	Approx. 282

ค่าที่ได้จากตารางที่ 2.3 เป็นค่าประมาณ เนื่องจาก มีผลกระทบจากอุณหภูมิและอายุการใช้งานของฉนวน และอนุภาคที่เจือปนอยู่ในฉนวน แต่อย่างไรก็ตามสามารถหาค่าความเร็วของคลื่นจรในสายเคเบิลที่แน่นอนได้จากการทดลอง ซึ่งในกรณีนี้ต้องรู้ความยาวของสายเคเบิลที่ต้องการหาความเร็ว

พัลส์ความถี่สูงที่ส่งเข้าไปในสายเคเบิล จะมองเห็นเคเบิลมีความยาวเป็นอนันต์ โดยมีค่า Characteristic Impedance (Z) คือ

$$z = \frac{\sqrt{(r + j\omega L)}}{\sqrt{(g + j\omega c)}} \quad \Omega \quad (2.79)$$

เมื่อพิจารณาว่าสายเคเบิลนี้เป็นสายเคเบิลที่มีความสูญเสีย ในทางปฏิบัติก็เป็นเช่นนั้น เมื่อป้อนสัญญาณพัลส์ที่มีความถี่สูง ทำให้ค่า $j\omega L \gg r$ และ $j\omega C \gg g$ ดังนั้น ค่า Z มีค่า โดยประมาณเป็น

$$z = \sqrt{\frac{L}{c}} \quad \Omega \quad (2.80)$$

เมื่อพิจารณาฟอลต์ที่เกิดขึ้น เป็นฟอลต์แบบอนุกรมและฟอลต์แบบขนาน ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะเป็นไปตามสมการที่ 2.67 และ 2.72 ขนาดการสะท้อนของพัลส์ที่เกิดขึ้นจากจุดที่เกิด Mismatch ของสายเคเบิล ในกรณีที่ค่า Characteristic Impedance ของเคเบิล Z เท่ากับ 40Ω และมีค่าความต้านทานฟอลต์ที่ค่าต่างๆกัน ได้แสดงไว้ในตารางที่ 2.4 และ 2.5

ตารางที่ 2.4 [1] ฟอลต์แบบอนุกรม ค่า $Z = 40 \Omega$ และ $\Gamma = Z_s / (Z_s + 2Z) * 100\%$

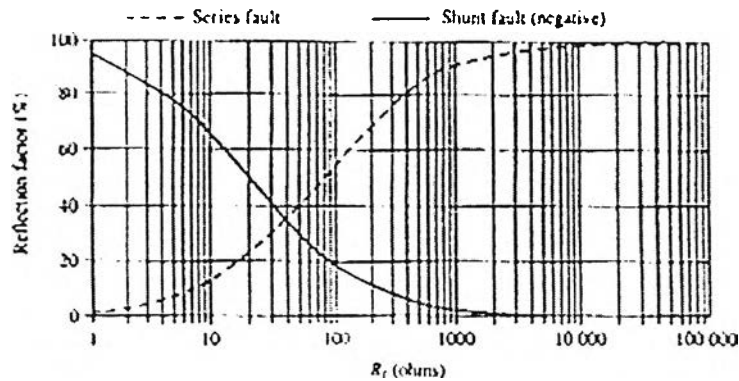
ความต้านทานฟอลต์ (Ω)	Γ (%)
5×10^6	Approx. 100
100×10^3	Approx. 100
1000	93
100	55
40	33
10	11
1	1.2

ตารางที่ 2.5 [1] ฟอลต์แบบขนาน ค่า $Z = 40 \Omega$ และ $\Gamma = -Z / (Z + 2Z_s) * 100\%$

ความต้านทานฟอลต์ (Ω)	Γ (%)
1	-95
10	-67
40	-33
100	-17
400	-4.8

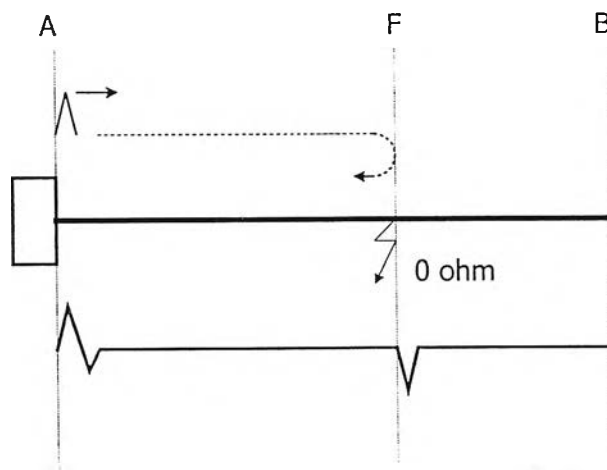
จากตารางจะพบว่า ในกรณีของฟอลต์แบบอนุกรม ค่าความต้านทานของฟอลต์ยิ่งเพิ่มขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะเพิ่มขึ้น ในกรณีของฟอลต์แบบขนาน ค่าความต้านทานของฟอลต์เพิ่มขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนจะลดลง ซึ่งสามารถแสดงเป็นกราฟของเปอร์เซ็นต์ของสัมประสิทธิ์การสะท้อนกับค่าความต้านทานฟอลต์ในสายเคเบิลมีค่า Z เท่ากับ 40Ω ดังรูปที่ 2.23 นั้นหมายความว่า สัมประสิทธิ์การสะท้อนที่ลดลงไปทั้งสองกรณี จะทำให้พลังงานที่สะท้อนกลับ

มายังจุดที่ส่งพัลส์มีขนาดลดลงและในทางปฏิบัติสายเคเบิลมีการสูญเสียพลังงานเกิดขึ้นด้วย จะทำให้ขนาดของพัลส์ยิ่งลดทอนลงไปอีกและรูปร่างของพัลส์จะราบเรียบมากขึ้น โดยจะขึ้นอยู่กับระยะทางที่คลื่นเคลื่อนที่ไปและกลับในสายเคเบิล



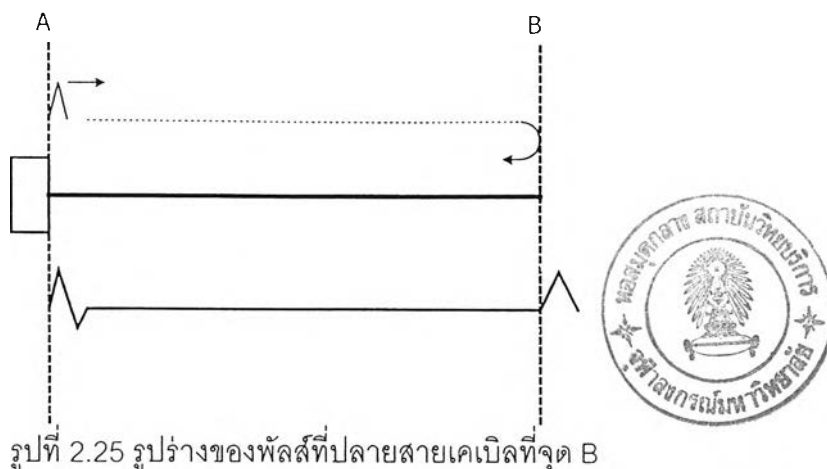
รูปที่ 2.23 [1] สัมประสิทธิ์การสะท้อนของพัลส์ในสายเคเบิล (Power Cable)

ในกรณีของฟอลต์แบบขนาน เช่น การลัดวงจร ดังรูปที่ 2.24 ซึ่งมีค่า Z_E เท่ากับ 0Ω ที่จุด F หน้าคลื่นสะท้อนจะมีความชัน ส่วนหลังคลื่นค่าความชันจะลดลง พลังงานของพัลส์จะสะท้อนกลับมายังจุดกำเนิดคลื่นทั้งหมด และมีเฟสตรงกับคลื่นที่ตกกระทบที่จุดฟอลต์ โดยไม่มีพลังงานส่วนใดถูกส่งผ่านไปยังปลายเคเบิลอีกด้านหนึ่ง



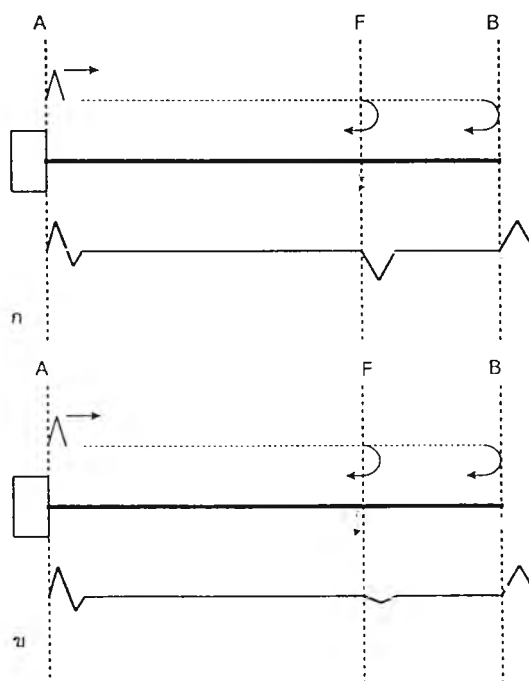
รูปที่ 2.24 รูปร่างของพัลส์ขณะการเกิดลัดวงจรที่จุด F

ในกรณีของฟอลต์แบบอนุกรม เช่น การเปิดวงจร หรือสายเคเบิลขาด ดังรูปที่ 2.25 ที่จุด B ซึ่งเป็นปลายสายเคเบิล พลังงานของพัลส์จะสะท้อนกลับไปยังจุดกำเนิดคลื่นทั้งหมด และมีเฟสตรงกับคลื่นที่ตกกระทบที่จุดฟอลต์



รูปที่ 2.25 รูปร่างของพัลส์ที่ปลายสายเคเบิลที่จุด B

ในกรณีของฟอลต์ที่ค่าความต้านทานมีค่ามากกว่าศูนย์โอห์ม พลังงานบางส่วนจะสะท้อนกลับไปยังจุดกำเนิดคลื่น และบางส่วนจะถูกส่งผ่านไปเลยจุดที่เกิดฟอลต์ นั้นหมายความว่าพลังงานส่วนหนึ่งจะสะท้อนกลับมาที่จุดกำเนิดพัลส์ โดยที่ค่าความต้านทานฟอลต์ที่มีค่าต่ำนั้นรูปร่างของพัลส์ที่สะท้อนจากจุดฟอลต์จะแตกต่างอย่างเห็นได้ชัดกับรูปร่างของพัลส์ที่สะท้อนจากปลายสายเคเบิลอีกด้านหนึ่ง ซึ่งถ้าค่าความต้านทานฟอลต์ที่มีค่าสูงความแตกต่างนั้นจะลดลงมา ซึ่งการแยกแยะค่อนข้างจะลำบาก ดังรูปที่ 2.26

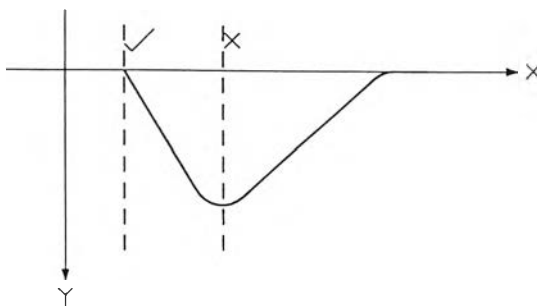


รูปที่ 2.26 รูปร่างของพัลส์ที่จุดฟอลต์

ก. ค่าความต้านทานฟอลต์มีค่าต่ำ

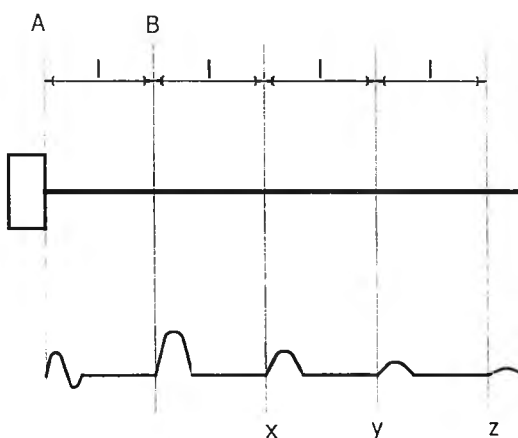
ข. ค่าความต้านทานฟอลต์มีค่าสูง

ในการกำหนดตำแหน่งจุดที่เริ่มต้นทำการวัดบนรูปคลื่นพัลส์ทั้งหมด เพื่อจะนำมาทำการคำนวณหาตำแหน่งจุดที่ต้องการ จะแสดงดังรูปที่ 2.27 นั่นคือ จุดที่รูปคลื่นพัลส์กำลังจะออกห่างจากแกน X



รูปที่ 2.27 ตำแหน่งจุดเริ่มต้นที่ทำการวัดของรูปคลื่นพัลส์

ในทางปฏิบัติรูปคลื่นพัลส์ที่ส่งเข้าไปในเคเบิลที่สมบูรณ์ แล้วเกิดการสะท้อนไปมาในเคเบิลจะพบว่ารูปคลื่นพัลส์จะมีขนาดลดลง เนื่องจากเกิดพลังงานสูญเสีย (Loss) ในสายเคเบิล แต่ระยะห่างระหว่างรูปคลื่นพัลส์จะเท่ากัน ดังรูปที่ 2.28

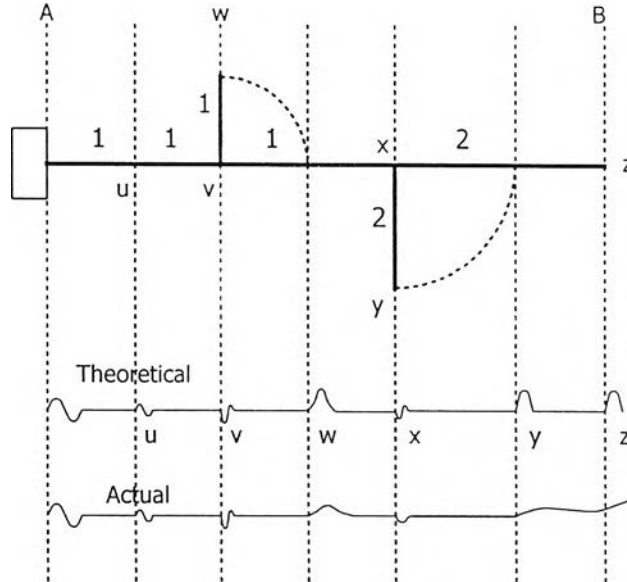


รูปที่ 2.28 การสะท้อนไปมาในสายเคเบิลที่สมบูรณ์

ดังนั้นจึงมีแนวคิดว่าการวัดสายเคเบิลจะต้องให้มีการสะท้อนไปมาของพัลส์ที่ส่งเข้าไปในเคเบิลที่ต้องการวัดหลายครั้ง โดยเมื่อเปลี่ยนเวลาของพัลส์ที่เคลื่อนที่สะท้อนไปมาเป็นระยะที่พัลส์เคลื่อนที่จะต้องมากกว่าระยะความยาวของสายเคเบิลที่ทำการวัดอยู่ เพื่อที่จะดูการเปลี่ยนแปลงรูปร่างและขนาดของพัลส์ที่ส่งเข้าไป เนื่องจากว่ารูปร่างและขนาดของพัลส์ที่สะท้อนของการเกิดฟอลต์ และจุดเชื่อมต่อต่างๆของสายเคเบิลหรือปลายสายเคเบิล นั้นจะแตกต่างกันออกไปไม่เหมือนกัน

ลักษณะอื่นๆที่เกี่ยวข้องกับเคเบิลสามารถทำให้เกิดการสะท้อนของคลื่นได้เช่นเดียวกับฟอลต์และปลายของสายเคเบิล เช่น จุดเชื่อมต่อ (Joint) การเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด

(Cross Section) ของเคเบิล เคเบิลหลักที่เชื่อมต่อกับเคเบิลอื่นๆ (Core Split) เป็นต้น ซึ่งทำให้เกิดการ Mismatch กับสายเคเบิลหลัก โดยที่จุดเชื่อมต่อและปลายของเคเบิลที่ต่อกับเคเบิลหลัก (Tee Branch) เป็นตัวทำให้เกิด Mismatch ที่สำคัญซึ่งทำให้เกิดรูปคลื่นที่มีขนาดใหญ่ขึ้น ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 2.29



รูปที่ 2.29 รูปคลื่นทางทฤษฎีและทางปฏิบัติของเคเบิลซึ่งเป็น Tee Joint และ Straight Joint

เมื่อพิจารณาเคเบิลในแต่ละเส้น จุดเชื่อมต่อเคเบิล (Straight Joint) ที่จุด u จะเกิดรูปคลื่นขนาดเล็ก ประกอบไปด้วยรูปคลื่นที่เป็นหัวบวกรวมด้วยรูปคลื่นที่เป็นหัวลบ เนื่องจากแกนภายใน Joint Separate ค่า L จะเพิ่มขึ้น ค่า C จะลดลง ดังนั้น $Z = \sqrt{L/C}$ จะเพิ่มขึ้น ทำให้รูปคลื่นสะท้อนออกมาเป็นหัวบวกรวม ในทางกลับกัน เมื่อแกนหลายแกนมาต่อกันที่จุดเชื่อมต่อ (Joint) ค่า Z จะลดลงทำให้รูปคลื่นสะท้อนออกมาเป็นหัวลบ จุดเชื่อมต่อ (Joint) ส่วนใหญ่ยาวน้อยกว่า 1 m แสดงที่จุด u บนรูปคลื่นดังรูปที่ 2.29 ซึ่งจะเป็นจริงเมื่อส่วนของเคเบิลด้านใดด้านหนึ่งของจุดเชื่อมต่อเป็นเคเบิลแบบเดียวกัน ในทางปฏิบัติจุดเชื่อมต่อจะมองไม่เห็นทั้งหมดเว้นแต่มันจะเข้าใกล้ปลายทดสอบมาก และจุดเชื่อมต่อนี้จะไม่ถูก Detect ด้วยเมื่อมันเข้าใกล้จุดพอลต์ หรือเกิดการเปิดวงจร ของเคเบิลหลัก

รูปร่างของคลื่นที่สำคัญมากขึ้นจะเกิดจากจุดของการเชื่อมต่อเคเบิลซึ่งมีค่า Z แตกต่างกัน เมื่อมองจากเคเบิลปลายทดสอบ เคเบิลที่อยู่หลังจุดเชื่อมต่อมีค่า Z น้อยกว่าค่า Z ของเคเบิลที่ต่ออยู่ด้านหน้า ทำให้เกิดพัลส์หัวลบออกมา ถ้าเคเบิลหลังจากจุดเชื่อมต่อมีค่า Z มากกว่าค่า Z ของเคเบิลที่ต่ออยู่ด้านหน้า ทำให้เกิดพัลส์หัวบวกรวมออกมา เมื่อพัลส์เคลื่อนที่มาถึงจุดต่อแยกของสายเคเบิลที่จุด v พลังงานของพัลส์จะแยกเป็นส่วนๆ โดยพลังงานส่วนหนึ่งจะตรงไปยังปลาย

เคเบิลที่จุด B บางส่วนจะไปยังเคเบิลที่ต่อแยก (Tee Branch) ที่จุด W และบางส่วนจะสะท้อนกลับไปยังแหล่งกำเนิด ทำให้เกิดรูปคลื่นที่จุด v ซึ่งเป็นพัลส์ชั่ววอกและมีพัลส์ชั่ววอกขนาดเล็กกว่าซึ่งเกิด Overshoot โดยจะขึ้นอยู่กับความยาวของเคเบิลที่ต่อแยก (Tee Branch) พัลส์ที่เดินทางไปยังเคเบิลที่ต่อแยก (Tee Branch) จะสะท้อนจากปลายของ Tee Branch ที่จุด W ทำให้เกิดรูปคลื่นพัลส์แบบเดียวกับการเกิด Open Circuit ดังแสดงที่จุด W ซึ่งการวัดตามแนวแกน x ของวิธี PE/TDR แสดงในเทอมของ Running Time ของพัลส์ ดังนั้นส่วนของพัลส์ที่เคลื่อนที่ในสายเคเบิลแยก (Tee Branch) จะใช้เวลาเท่ากับส่วนของพัลส์ที่เคลื่อนที่ในสายเคเบิลหลัก ดังรูปที่ 2.29 เวลาที่พัลส์เดินทางจากเคเบิลที่ต่อแยก (Tee Joint) ที่จุด v ไปยังปลายของเคเบิลที่ต่อแยกที่จุด W เท่ากับ $1 \mu\text{s}$ จะเป็นเวลาเดียวกันกับที่พัลส์เดินทางตาม Main Cable ซึ่งใช้เวลาเท่ากับ $1 \mu\text{s}$

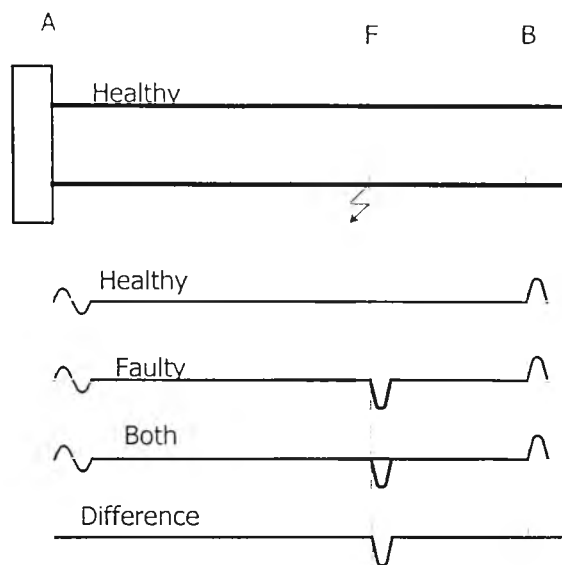
ในทำนองเดียวกัน พัลส์ที่เคลื่อนที่อย่างต่อเนื่องไปยังปลาย B แยกอีกครั้งที่จุดต่อแยก (Tee Joint) ที่จุด x บางส่วนจะตรงไปยัง Branch ที่จุด y และบางส่วนจะเดินทางไปยังจุด z (ปลาย B) ในกรณีนี้ Branch จะยาวกว่า และเวลาที่ใช้ในการเดินทางเท่ากับ $2 \mu\text{s}$ ดังนั้นพัลส์ที่เข้าใกล้ปลายของ Branch x จะทำให้รูปคลื่นที่เป็นชั่ววอกที่จุด y รูปคลื่นพัลส์ที่จุด z เป็นปลายของ Main Cable มันควรจะคำนึงถึงว่า ถ้า Branch ยาวขึ้น เท่ากับ $3 \mu\text{s}$ ในกรณีนี้ รูปคลื่นพัลส์ของที่ปลายของเคเบิลแยก (Branch End) จะอยู่เลยรูปคลื่นพัลส์ของที่ปลายของเคเบิลหลัก (Main Cable End)

ในทางปฏิบัติ จะมี Loss ในเคเบิลทำให้พลังงานของพัลส์ลดลงเมื่อมันเคลื่อนที่ และในการเกิด Mismatch พลังงานที่สะท้อนกลับมา เช่น ลักษณะเคเบิลที่ยาวต่อเนื่องจะพบว่าขนาดของพัลส์มีขนาดเล็กลงเรื่อยๆ และพัลส์ที่สะท้อนกลับไปยังแหล่งกำเนิดจะมีขนาดเล็กลง ซึ่งเป็นความจริงว่าพัลส์ที่มีขนาดกว้างขึ้นและความชันลดลง ในทางปฏิบัติ รูปร่างของคลื่นตามความยาวของเคเบิลจะมีขนาดเล็กลงและมนมากขึ้น ตามจุดต่างๆของทางเดินของคลื่นจะไม่เป็นรูปร่างแบบ Discrete และส่วนท้ายของทางเดินรูปคลื่นจะไม่มีคามหมาย ดังรูปที่ 2.29

ดังนั้นความกว้างของพัลส์จะมีส่วนสำคัญมาก โดยพัลส์ที่มีขนาดแคบจะทำให้รูปคลื่นมีความชันมาก ทำให้ง่ายในการวัด แต่มันจะถูกลดทอนอย่างรวดเร็ว ซึ่งเหมาะกับการใช้งานในระยะทางสั้นๆ ส่วนพัลส์ที่มีขนาดกว้างจะทำให้รูปคลื่นมีความชันลดลง ทำให้ยากในการกำหนดจุดเริ่มต้นที่จะเริ่มทำการวัด แต่มันจะถูกลดทอนช้า ซึ่งสามารถใช้งานในระยะที่ไกลๆได้

เมื่อรูปร่างของพัลส์สามารถแสดงอย่างชัดเจนและการวัดไม่มีข้อสงสัย จะสามารถทำให้มีความแม่นยำสูงถึง 0.5 เปอร์เซ็นต์ แต่บ่อยครั้งความไม่แน่นอนเกิดขึ้นว่ารูปคลื่นทั่วไปเป็นพัลส์หรือไม่เป็น ดังนั้นจึงมีวิธีที่หาตำแหน่งพัลส์ซึ่งมีประโยชน์มาก คือ การเปรียบเทียบรูปคลื่นพัลส์ของเคเบิลที่สมบูรณ์กับเคเบิลที่เกิดพัลส์ แสดงดังรูปที่ 2.30 ซึ่งแสดงจุดที่เกิดพัลส์ซึ่งมีค่าความ

ด้านทานพอลต์หลายร้อยโหม้ม ซึ่งยากในการวิเคราะห์ แต่เมื่อเปรียบเทียบกับเคเบิลที่สมบูรณ์ จะสามารถ Detect จุดที่เกิดพอลต์ได้ที่จุด F



รูปที่ 2.30 การเปรียบเทียบรูปคลื่นระหว่างเคเบิลที่สมบูรณ์กับสายเคเบิลที่เกิดพอลต์

2.3.3 ผลกระทบของการ Crossbonding Sheath ของ Cable ต่อรูปคลื่นพัลส์ในเคเบิล

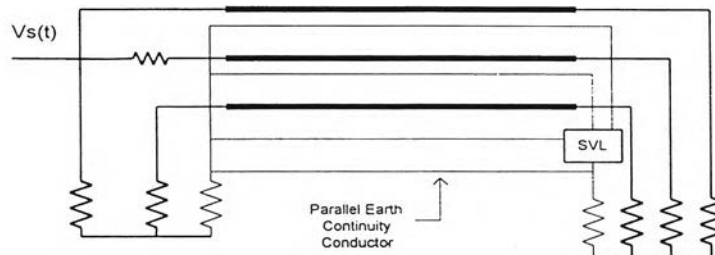
ในระบบจำหน่ายพลังงานไฟฟ้าที่ใช้เคเบิลเป็นตัวส่งจ่ายนั้น Sheath ของเคเบิลจะเชื่อมต่อโดยตรงซึ่งกันและกัน และจัดวางใกล้กันอยู่ในเครื่องห่อหุ้มอีกชั้นหนึ่ง เพื่อลดกระแสไหลวน (Circulating Current) ภายใน Sheath ซึ่งเกิดจาก Magnetic Flux ที่ Link ระหว่างตัวนำ (Conductor) และ Sheath แต่เนื่องจากเครื่องห่อหุ้มนั้นมีการถ่ายเทความร้อนได้ไม่ดี ทำให้เคเบิลมีผลกระทบต่อความร้อนเป็นอย่างมาก ดังนั้นในทางปฏิบัติแรงดันของระบบส่งจ่ายที่สูงกว่า 33 kV และต้องใช้สายเคเบิลในการส่งจ่าย จะต้องใช้เคเบิลที่เป็นแบบ Bonded Cable System การทำ Bonding ในเคเบิลจะเกี่ยวข้องกับ Sheath ของเคเบิลแกนเดียวที่ต่อลงดินที่จุดหนึ่งจุดเพียงจุดเดียว จุดอื่นๆบน Sheath จะต้องทำการฉนวนซึ่งกันและกัน เพื่อที่จะกำจัด Loss ที่เกิดจากกระแสไหลวนภายใน Sheath ผลกระทบโดยรวมคือ เคเบิลในแต่ละเฟสจะวางเป็นช่วงๆ เพื่อลด Mutual Heating โดยไม่มีการเพิ่ม Loss ใน Sheath ซึ่ง Sheath ทั้งหมดจะมีศักย์ไฟฟ้าเท่ากับศักย์ไฟฟ้าที่กราวด์ เมื่อ Sheath ต่อถึงกันโดยตรงที่ปลายขั้วทั้งคู่ (Terminal) ดังนั้นกระแสไหลวนจะทำให้เกิดการสมมูลกันของแรงดันเหนี่ยวนำ Sheath จะถูกควบคุมให้แรงดันเท่ากับศูนย์ที่จุดที่ต่อกับกราวด์ และแรงดันสูงสุดที่อีกปลายหนึ่งถ้ามีการต่อลงกราวด์ที่จุดเดียว ในการป้องกัน Sheath จากแรงดันเกินชั่วคราว เช่น เสิร์จฟ้าผ่า เสิร์จสวิตชิง เป็นต้น จะใช้ Sheath Voltage Limiter (SVLs) ซึ่งเป็น

ความต้านทานที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยมีคุณสมบัติ คือ จะมีค่าความต้านทานสูง สำหรับแรงดันที่คร่อม sheath มีค่าปกติ และจะมีค่าความต้านทานต่ำ สำหรับแรงดันสูงชั่วคราว

การ Bonding ที่ใช้ในการวางเคเบิลจะมี 3 ประเภท [11] คือ

2.3.3.1 Endpoint Bonding

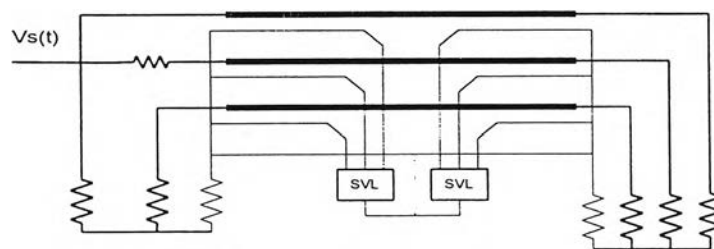
การ Bonding ชนิดนี้ ปลายหัวด้านหนึ่งของ Sheath ต่อดิน อีกปลายด้านหนึ่งจะต่อดินโดยผ่าน SVLs ตัวนำของเคเบิลจะแยกออกจากดินโดยมีการจัดหา Return Path ของกระแสฟอลต์ โดยปกติจะใช้ Sheath เป็น Return Path แสดงดังรูปที่ 2.31



รูปที่ 2.31 แสดงการ Bonding ของสายเคเบิลแบบ Endpoint Bonded System

2.3.3.2 Midpoint Bonding

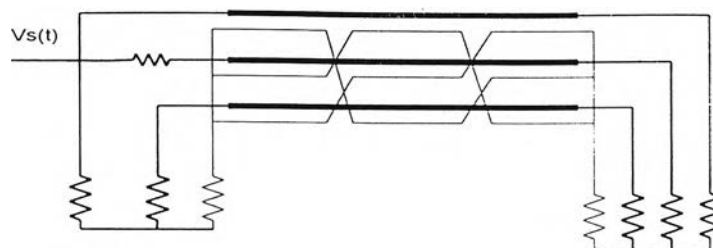
การ Bonding ชนิดนี้ Sheath ต่อดินที่จุดกึ่งกลางของความยาวสายเคเบิลที่ใช้ และต่อดินโดยผ่าน SVLs ปลายทั้งสองด้านจะต่อดิน ดังรูปที่ 2.32



รูปที่ 2.32 แสดงการ Bonding ของสายเคเบิลแบบ Midpoint Bonded System

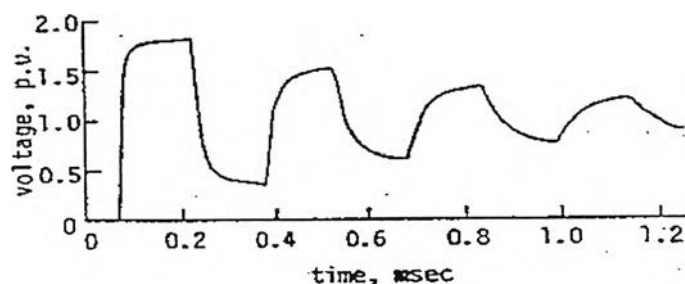
2.3.3.3 Crossbonded System

การ Bonding ชนิดนี้ เคเบิลจะแยกออกเป็นส่วนใหญ่ โดยแต่ละส่วนใหญ่จะประกอบด้วยเคเบิลยาว 3 เส้น และในแต่ละส่วนใหญ่จะแบ่งออกเป็นส่วนใหญ่ย่อยอีก 3 ส่วน ซึ่งจะเป็นเคเบิลแต่ละเส้น ส่วนย่อยทั้งหมดจะถูก fit ด้วย Insulated Flange ที่ป้องกัน Cable Sheath ระหว่างส่วนใหญ่ย่อยที่อยู่ติดกันในส่วนใหญ่ Sheath จะต่อดัวยกันที่แต่ละส่วนใหญ่ผ่าน SVLs ดังรูปที่ 2.33

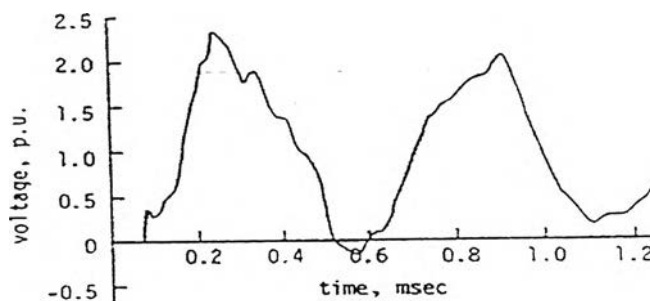


รูปที่ 2.33 แสดงการ Crossbonding ของ Sheath ของสายเคเบิล

การนำสายเคเบิลมาจัดวางดังรูปที่ 2.33 เพื่อที่จะลดพลังงานสูญเสียที่เกิดจากกระแสไหลใน Sheath ของเคเบิล จุดที่เกิด Crossbonding นี้ คลื่นจร (Travelling Wave) จะมองเห็นจุดนี้เป็นจุดไม่ต่อเนื่อง (Discontinuous point) ของเคเบิล ดังนั้นในการวิเคราะห์คลื่นจร ซึ่งอิมพีแดนซ์ของเคเบิลที่ขึ้นกับความถี่จะมีผลกระทบอย่างมาก จากการศึกษาของ Nagaoka [10] โดยทำการป้อนแรงดันพัลส์เข้าไปในเคเบิลที่มีและไม่มีการ Crossbonding ที่ Sheath ของเคเบิล จะพบว่าในกรณีเคเบิลที่มีการ Crossbonding จะทำให้แรงดันที่ตกคร่อม Sheath ค่อนข้างสูงกว่าและรูปร่างของคลื่นไม่เหมือนกับในกรณีที่ไม่มีการ Crossbonding แสดงดังรูปที่ 2.34 และ 2.35 ซึ่งทำให้การวิเคราะห์รูปคลื่นยากกว่า เนื่องจากจุดที่เกิด Crossbonding แรงดันจะมองเห็นจุดนี้เป็นจุดที่ไม่ต่อเนื่อง



รูปที่ 2.34 แสดงรูปคลื่นแรงดันในกรณีไม่มีการ Crossbonding ในสายเคเบิล



รูปที่ 2.35 แสดงรูปคลื่นแรงดันในกรณีมีการ Crossbonding ในสายเคเบิล