

## บทที่ 4

### ตัวอย่างการใช้งานโครงข่ายเวฟเล็ท

ในบทนี้จะขอยกตัวอย่างการใช้งานโครงข่ายเวฟเล็ทในระบบควบคุม รวมทั้งผลการใช้งานโครงข่ายในยามที่ค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการต่างไปจากค่าปกติดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 : ระบบอันดับหนึ่งมีตัวหน่วงเวลา

ระบบอันดับหนึ่งซึ่งมีตัวหน่วงเวลาอาจเป็นระบบแลกเปลี่ยนอุณหภูมิ อาจเป็นการควบคุมระดับของของเหลว หรืออาจเป็นกระบวนการอันดับหนึ่งใด ๆ ที่มีตัวตรวจวัด (sensor) อยู่ห่างจากจุดที่ทำการควบคุมเป็นระยะทางค่าหนึ่งจึงต้องใช้เวลากว่าจะสามารถตรวจวัดและส่งสัญญาณให้ตัวควบคุม (controller) ได้

โดยการสมมุติให้ระบบมีฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) เป็น

$$G(s) = \frac{\exp(-s \cdot t_d)}{s + a_0} \quad (4-1)$$

เมื่อ  $t_d$  คือเวลาหน่วงและ  $a_0$  เป็นค่าคงที่ทางเวลาของระบบ จากนั้นทำการแปลงไปสู่โดเมนเวลาไม่ต่อเนื่อง ได้ดังนี้

$$x(k+1) = f[x(k)] + h[x(k)] \cdot u(k) \quad (4-2)$$

และเนื่องจากระบบเป็นอันดับหนึ่ง จึงกำหนดให้แบบจำลองที่ระบุเป็น

$$x_m(k+1) = a_m \cdot x(k) + b_m \cdot u_m(k) \quad (4-3)$$

ในการจำลองระบบบนคอมพิวเตอร์ ได้กำหนดค่าที่ระบุ (nominal value) ของแบบจำลองเป็นดังนี้ คือ  $a_m = 0.6065$  และ  $b_m = 0.3935$  และสำหรับกระบวนการให้  $t_d = 0.1$  และ  $a_0 = 10.0$  โดยใช้ช่วงเวลาชักตัวอย่าง (sampling period) เป็น 0.01 วินาที

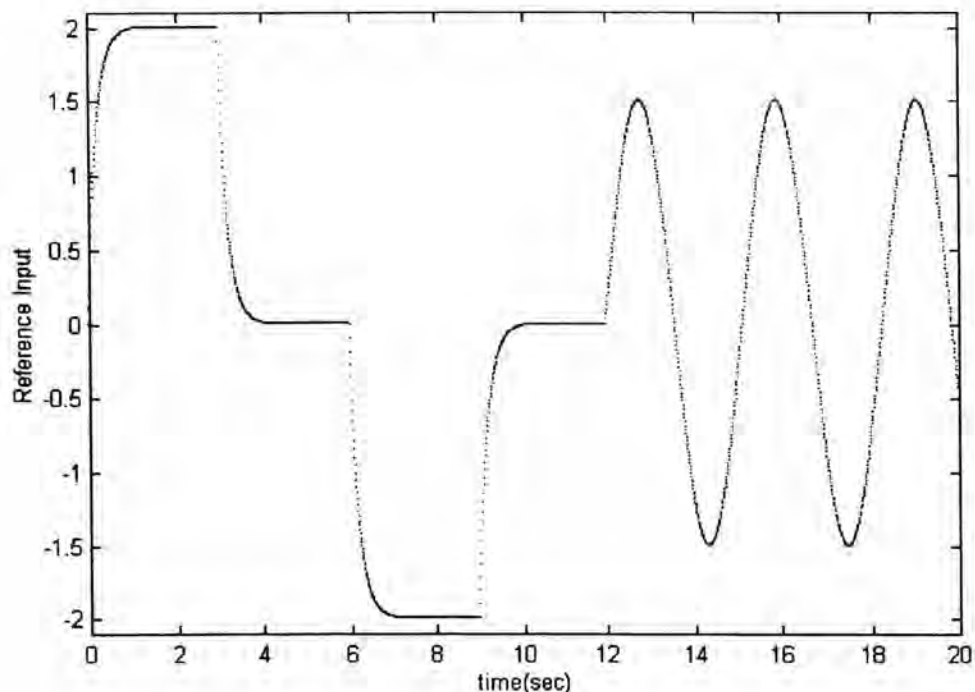
ต่อไปจะกล่าวถึงวิธีเรียนรู้ก่อนใช้งานจริงแล้วตามด้วยวิธีเรียนรู้ในขณะที่ใช้งาน

### การเรียนรู้ก่อนการใช้งานจริง

ตามที่ได้กล่าวไว้แล้วว่าก่อนการใช้งานจริงนั้น จะมีการนำโครงข่ายมาทำการเรียนรู้เพื่อให้ (3-7) มีค่าต่ำที่สุดก่อน ในการเรียนรู้ก่อนการใช้งานจริงสำหรับตัวอย่างนี้ได้ใช้ค่าที่ระบุข้างต้นเป็นค่าเริ่มต้น โดยใช้ช่วงเวลาในการเรียนรู้ 20 วินาที นั่นคือค่า  $m$  ใน (3-7) มีค่าเป็น 20.0/0.01 หรือ 2000 ค่าข้อมูลนั่นเอง ส่วนสัญญาณอ้างอิง (reference input)  $r$  ที่ใช้นั้น ดังที่กล่าวในบทที่ 3 ว่าควรมีความสามารถในการกระจายข้อมูลในการเรียนรู้ให้ครอบคลุมขอบเขตการใช้งานระบบนั้น ๆ ดังนั้นจึงเลือกใช้สัญญาณอ้างอิง  $r$  เป็น

$$r(t) = \begin{cases} 2 \cdot (1 - \exp(-5 \cdot t)) & ; t < 3 \\ 2 \cdot \exp(-5 \cdot (t - 3)) & ; 3 \leq t < 6 \\ -2 \cdot (1 - \exp(-5 \cdot (t - 6))) & ; 6 \leq t < 9 \\ -2 \cdot (\exp(-5 \cdot (t - 9))) & ; 9 \leq t < 12 \\ 1.5 \cdot \sin(2 \cdot (t - 12)) & ; t \geq 12 \end{cases} \quad (4-4)$$

ซึ่งมีรูปดังนี้



รูปที่ 4-1 สัญญาณอ้างอิง  $r$  ตามสมการ (4-4)

ดังจะเห็นได้จากรูปว่าสัญญาณดังกล่าวในช่วงต้นมีลักษณะคล้ายคลื่นสี่เหลี่ยม (square wave) สัญญาณช่วงนี้จะช่วยกระตุ้นระบบได้เนื่องจากประกอบไปด้วยความถี่หลายค่า ส่วนเหตุผลว่าทำไมจึงไม่ใช่คลื่นสี่เหลี่ยมก็เพราะว่าคลื่นสี่เหลี่ยมมีการเปลี่ยนแปลงที่รวดเร็วจนเกินไป ส่วนสัญญาณในช่วงหลังนั้นเป็นคลื่นที่มีขนาดและความถี่คงที่ ทั้งนี้ก็เพื่อกระจายข้อมูลให้กว้างพอให้โครงข่ายเรียนรู้ได้ทั่วถึงก่อนใช้งานจริง

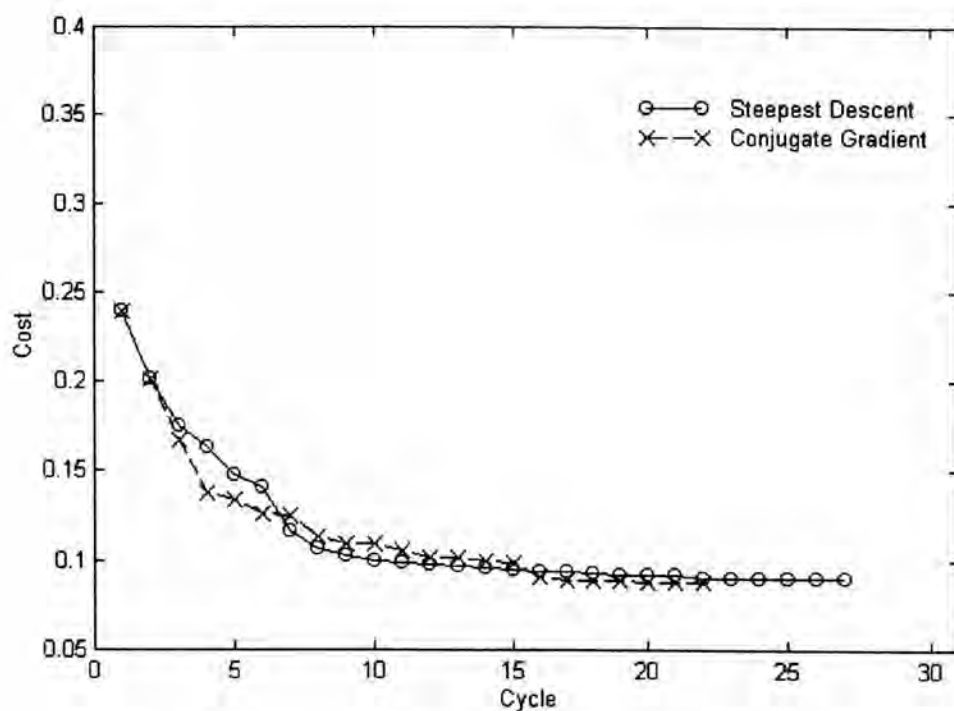
หลังจาก (3-7) มีค่าต่ำสุดแล้ว ค่าพารามิเตอร์ของโครงข่ายก็จะถูกเก็บไว้เพื่อใช้งานจริงต่อไป

เพื่อเป็นการเปรียบเทียบผลการหาจุดต่ำสุดระหว่างวิธี Steepest Descent และ Conjugate Gradient ก็ได้นำผลจากการเรียนรู้เมื่อจำนวนรอบสูงสุดในการเรียนรู้ 30 รอบ โดยใช้วิธี EDSC ในการหาจุดต่ำสุดมิติเดียว (unidimensional search) ของกระบวนการหาจุดต่ำสุดทั้งสองวิธีมาแสดงดังนี้

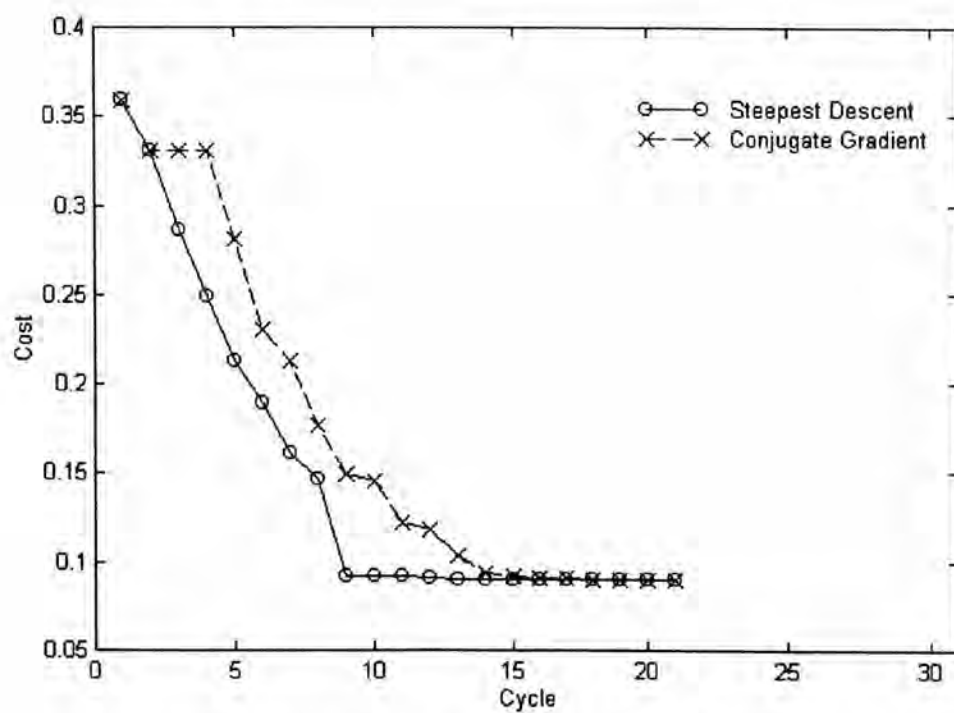
ตารางที่ 4-1 ผลการเรียนรู้ก่อนการใช้งานจริงสำหรับตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี Steepest Descent และ Conjugate Gradient

จำนวนเวฟลอน	ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันต้นทุน		เวลาโดยเฉลี่ยต่อรอบ (นาที)	
	Steepest Descent	Conjugate Gradient	Steepest Descent	Conjugate Gradient
3	0.0900	0.0885	1.80	1.61
5	0.0899	0.0904	2.51	2.34
10	0.0903	0.0924	4.32	4.13
15	0.0937	0.0945	5.99	5.86
25	0.0930	0.0967	9.85	9.21

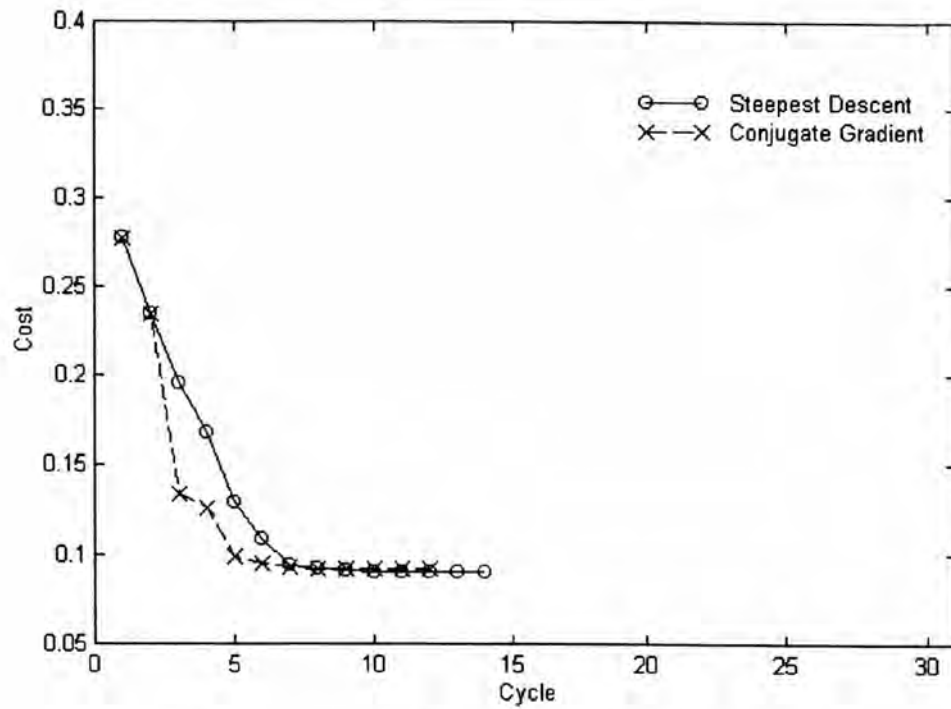
จากผลดังกล่าวข้างต้น เห็นได้อย่างชัดเจนว่ายิ่งจำนวนเวฟลอนสูง เวลาที่ใช้ในการเรียนรู้ก็ยิ่งมากขึ้นในขณะที่ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันต้นทุน (3-7) มีค่าไม่ต่างกันมากนัก นอกจากนั้นยังพบว่าการเรียนรู้โดยใช้วิธี Conjugate Gradient ในการค้นหาจุดต่ำสุดยังใช้เวลาน้อยกว่าวิธี Steepest Descent ถึงแม้ว่าค่าต่ำสุดของฟังก์ชันต้นทุนที่ได้ด้วยวิธี Steepest Descent โดยส่วนใหญ่มีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากวิธี Conjugate Gradient เพียงเล็กน้อย อย่างไรก็ตามผลการเรียนรู้ดังกล่าวสามารถแสดงให้เห็นผลการลู่เข้า (converge) เทียบกับจำนวนรอบได้ดังนี้



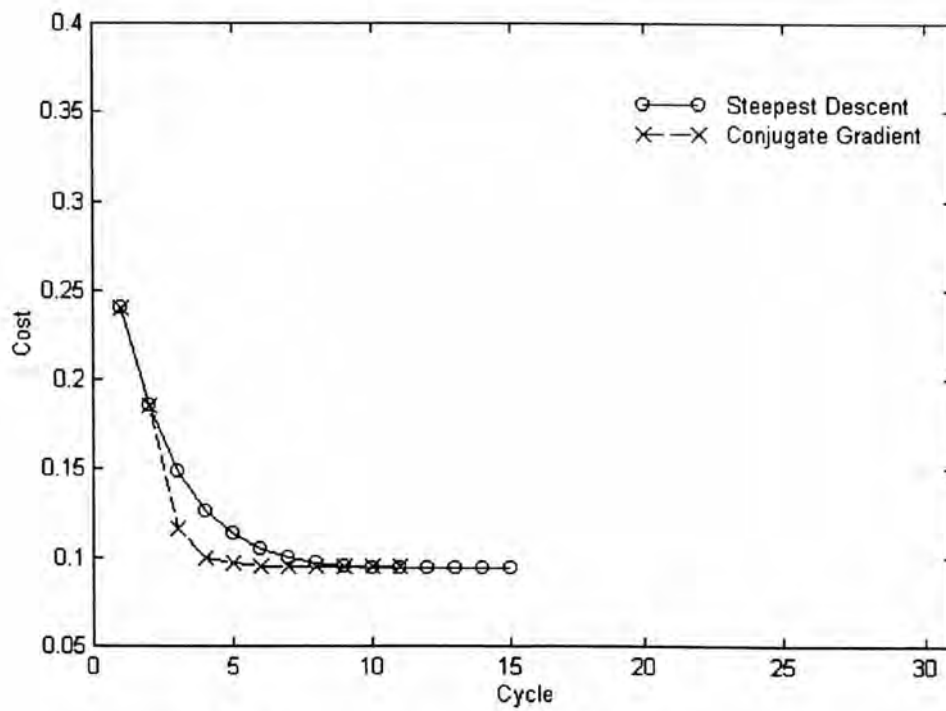
รูปที่ 4-2 ผลการลู่เข้าของตัวอย่างที่ 1 โดยใช้ 3 เวฟลอน



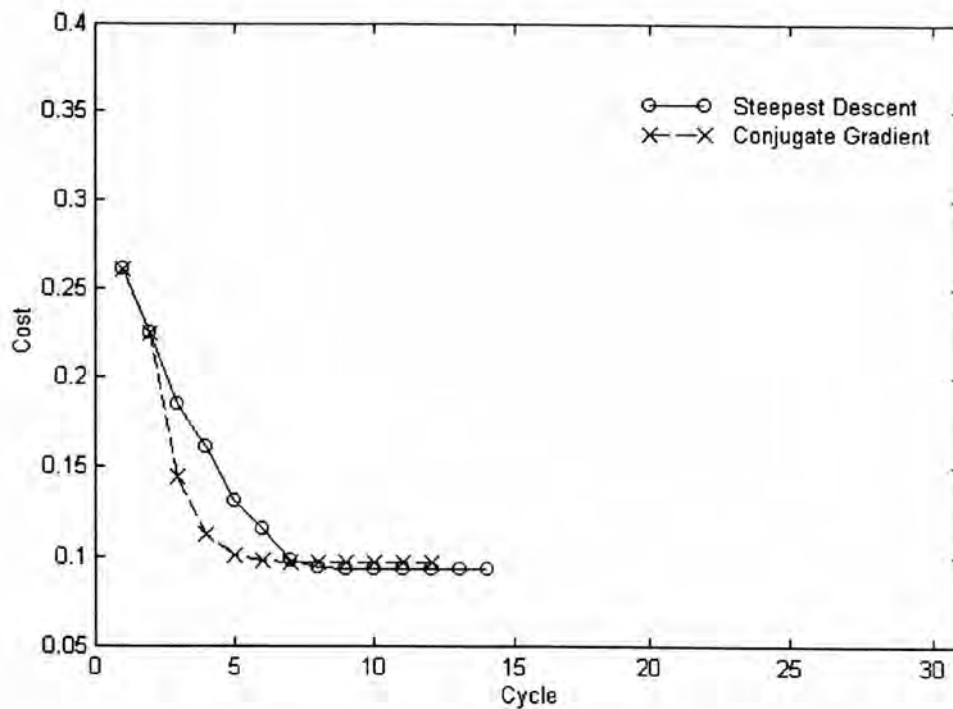
รูปที่ 4-3 ผลการลู่เข้าของตัวอย่างที่ 1 โดยใช้ 5 เวฟลอน



รูปที่ 4-4 ผลการลู่เข้าของตัวอย่างที่ 1 โดยใช้ 10 เพลลอน



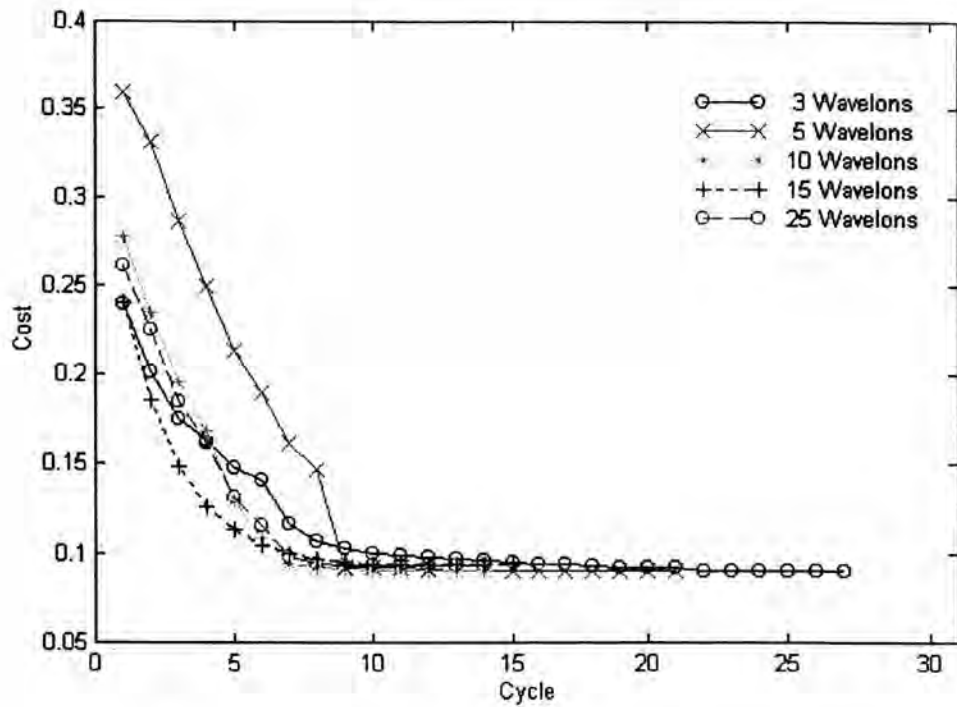
รูปที่ 4-5 ผลการลู่เข้าของตัวอย่างที่ 1 โดยใช้ 15 เพลลอน



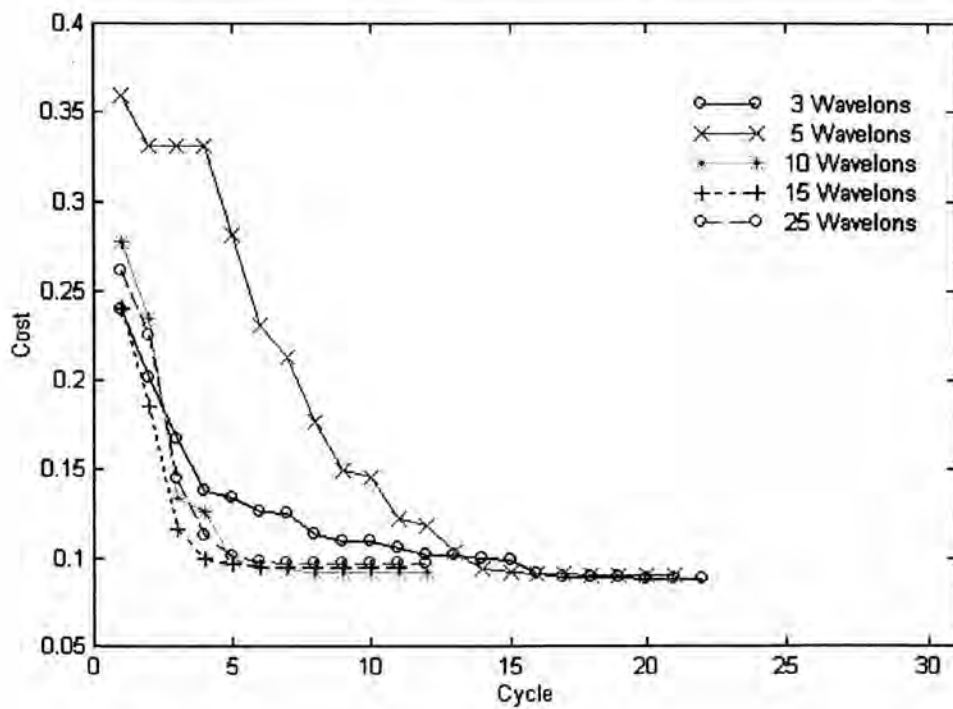
รูปที่ 4-6 ผลการลู่เข้าของตัวอย่างที่ 1 โดยใช้ 25 เพลตอน

จากรูปที่ 4-2 ถึงรูปที่ 4-6 จะเห็นได้ว่าวิธี Conjugate Gradient นั้นมีความเร็วในการลู่เข้าสูงกว่าวิธี Steepest Descent ในทุก ๆ โครงข่าย

และถ้าจะเปรียบเทียบการลู่เข้าระหว่างจำนวนเพลตอนของการหาจุดต่ำสุดของแต่ละวิธีก็จะได้อดังนี้



รูปที่ 4-7 ผลการลู่เข้าของตัวอย่างที่ 1 โดยใช้วิธี Steepest Descent



รูปที่ 4-8 ผลการลู่เข้าของตัวอย่างที่ 1 โดยใช้วิธี Conjugate Gradient

จากรูปที่ 4-7 และรูปที่ 4-8 พบว่ายิ่งจำนวนเวฟลอนสูง ผลการลู่เข้าก็ไม่ได้ดีไปกว่า โครงข่ายที่มีจำนวนเวฟลอนต่ำกว่ามากนัก เพียงแต่โครงข่ายที่มีจำนวนเวฟลอนมากก็จะใช้จำนวนรอบในการปรับพารามิเตอร์จนถึงค่าต่ำสุดน้อยกว่าโครงข่ายที่มีจำนวนเวฟลอนน้อย แต่ในขณะเดียวกันเวลาที่ใช้ต่อรอบก็จะมากตามไปด้วยเนื่องมาจากจำนวนพารามิเตอร์ที่สูงขึ้น

### การเรียนรู้ในขณะใช้งานจริง

ในขณะใช้งานจริงได้มีการเปลี่ยนค่า  $t_d$  และ  $\alpha_0$  ไปจากค่าเริ่มต้นเพื่อให้สอดคล้องกัน กับทางปฏิบัติที่ว่าค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการอาจมีค่าต่างไปจากค่าในขณะเรียนรู้ก่อนการ ใช้งานจริง วิธีการปรับพารามิเตอร์ของโครงข่ายในขณะเรียนรู้นั้นใช้วิธีโมเมนตัมและ DBD เพื่อปรับ พารามิเตอร์ในทิศทางที่ทำให้ฟังก์ชันต้นทุน (3-9) มีค่าลดลง สัญญาอ้างอิงที่ใช้นั้นมีลักษณะเป็น รูปคลื่นขนาดคงที่ 1.5 หน่วย มีความถี่ 1 รอบใน 3 วินาทีดังสมการ (4-5) ต่อไปนี้

$$r(t) = 1.5 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot t\right) \quad (4-5)$$

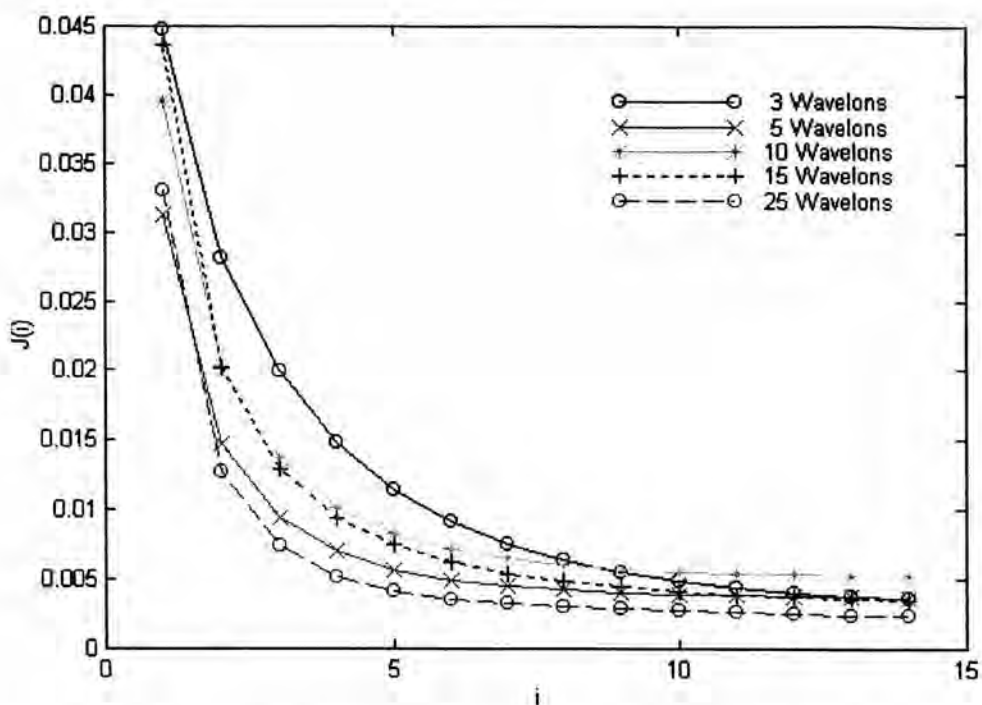
โดยลักษณะข้างต้น ได้ผลตามค่า  $t_d$  และ  $\alpha_0$  ที่เปลี่ยนไปต่าง ๆ คือ  $t_d$  มีค่าตั้งแต่ 0.04 ถึง 0.16 และ  $\alpha_0$  มีค่าตั้งแต่ 7 ถึง 13 เวลาที่ใช้ทดสอบเริ่มจาก 0 วินาทีจนถึง 210 วินาทีและเพื่อ ให้เห็นผลการลดลงของค่าผิดพลาดจึงขอใช้ (4-6) เป็นค่าวัด ดังนี้

$$J(i) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=a_i}^{b_i} (e_m(k))^2 \quad (4-6)$$

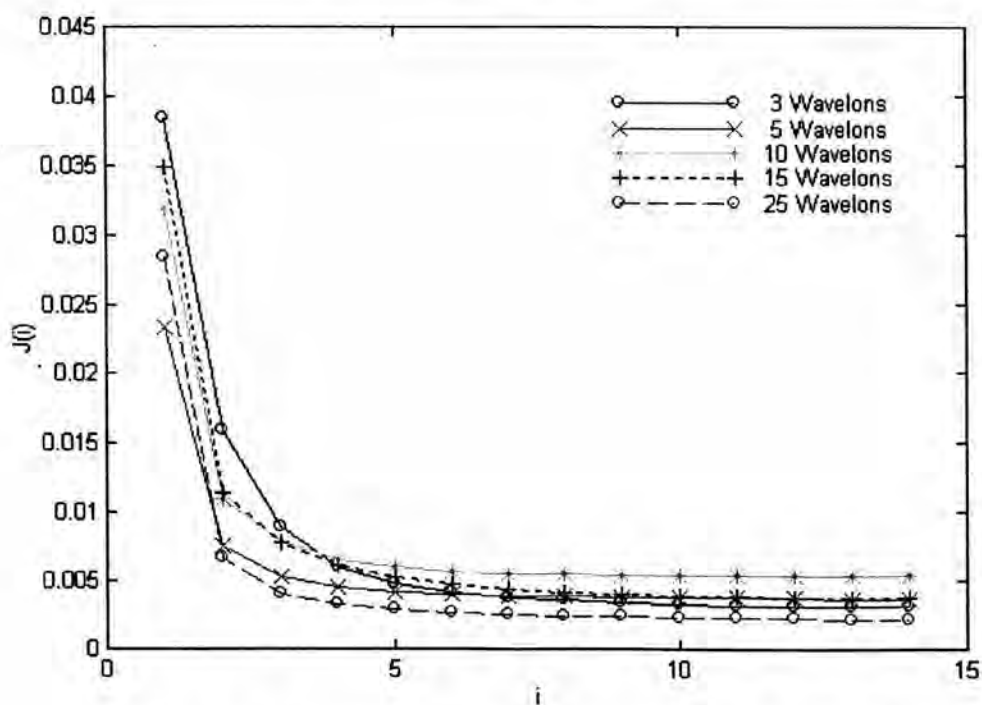
โดยที่  $a_i$  และ  $b_i$  คือเวลาชักตัวอย่างที่เวลา  $t = 15(i-1) + 0.01$  และ  $t = 15i$  ตามลำดับ สำหรับ  $\forall i \in \{1, 2, \dots, 14\}$  กล่าวคือเป็นครั้งหนึ่งของผลรวมค่าผิดพลาดยกกำลังสองในช่วงเวลา เท่า ๆ กันช่วงละ 15 วินาที เหตุที่ใช้สัญญา (4-5) และฟังก์ชันต้นทุน (4-6) นั้นเนื่องจาก สัญญาผิดพลาดที่ได้มีการสำรวจรอบ ๆ ค่า 0 ถี่มาก จึงไม่เหมาะสมที่จะนำมาแสดง ดังนั้นผู้วิจัยจึง ขอแสดงเป็นกราฟโดยอาศัยสมการ (4-6)

ผลที่ได้โดยการเรียนรู้ด้วยวิธีโมเมนตัมและวิธี DBD สำหรับค่า  $t_d$  และ  $\alpha_0$  ต่าง ๆ เป็น ดังในหน้าถัดไป ทั้งนี้พารามิเตอร์ในการเรียนรู้สำหรับวิธีโมเมนตัมมีค่าดังนี้คือ  $\varepsilon = 0.25$  และ  $\alpha = 0.05$  และสำหรับวิธี DBD มีค่า  $K = 0.01$ ,  $\phi = 0.8$  และ  $\lambda = 0.1$  ค่าเหล่านี้ได้มาจากการปรับ แต่งเพื่อให้มีการลู่เข้าที่ค่าหนึ่งเมื่อใช้งานจริง ณ ค่าหนึ่งของพารามิเตอร์ของกระบวนการ

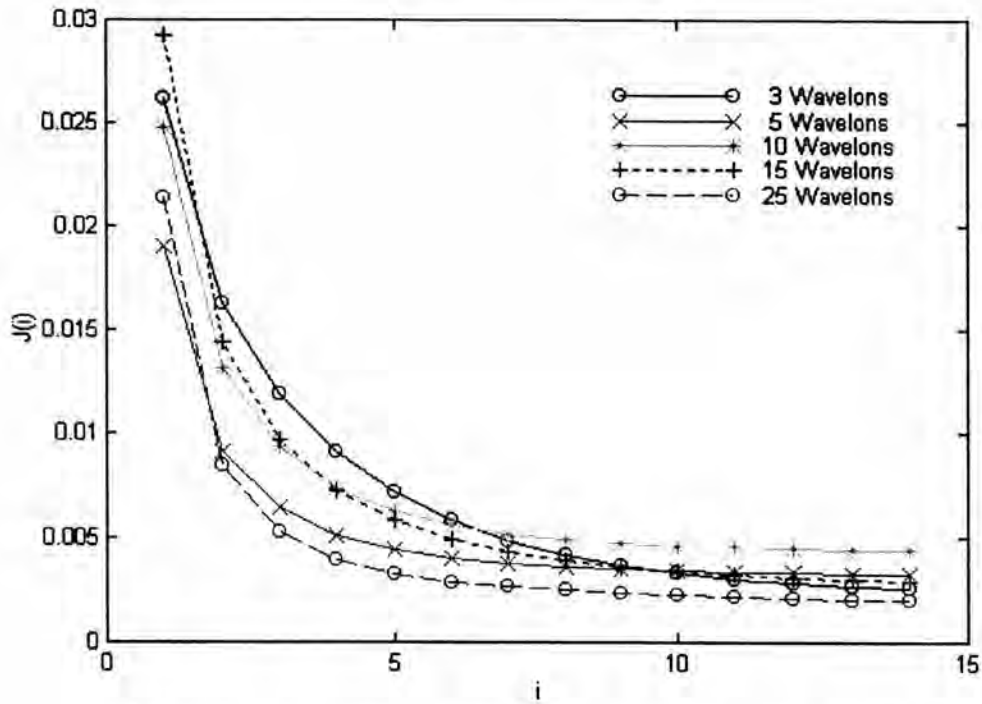




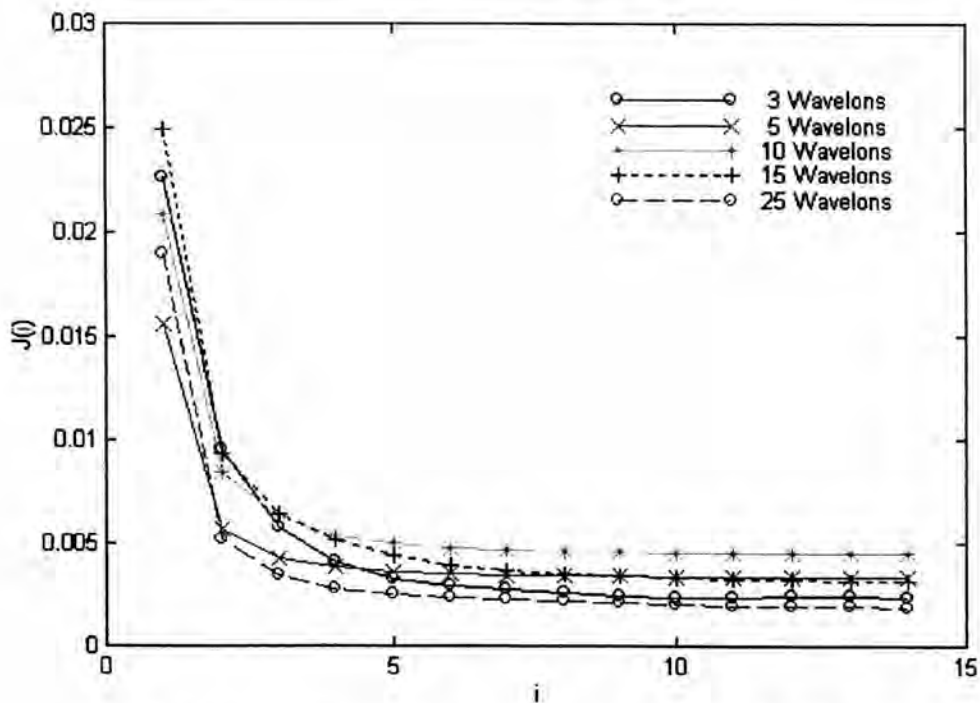
รูปที่ 4-9 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 7.0$



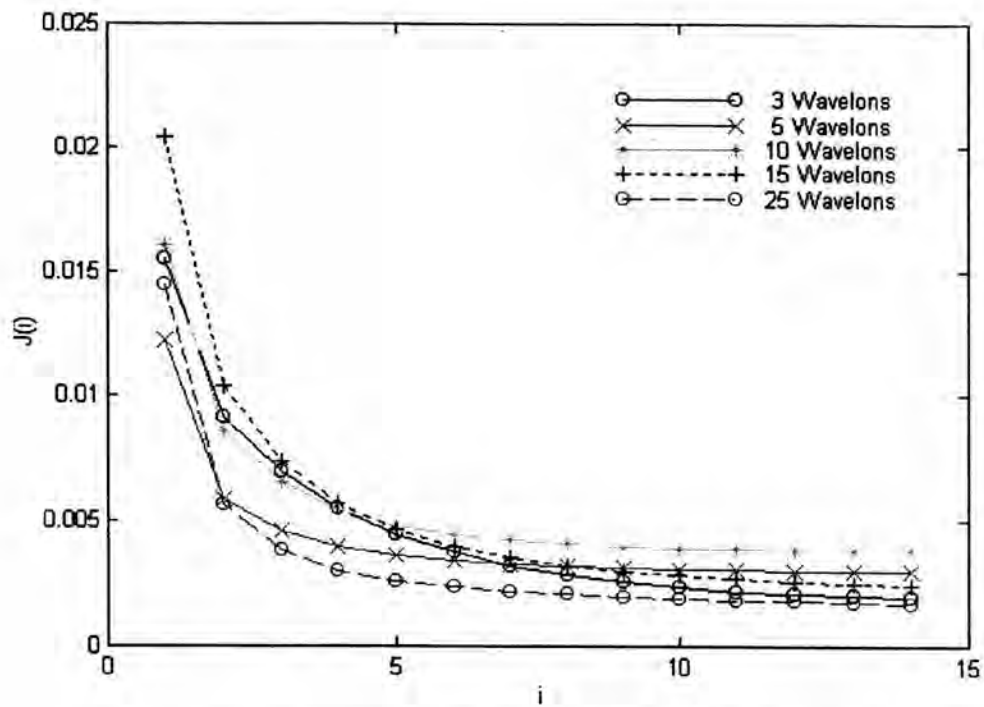
รูปที่ 4-10 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 7.0$



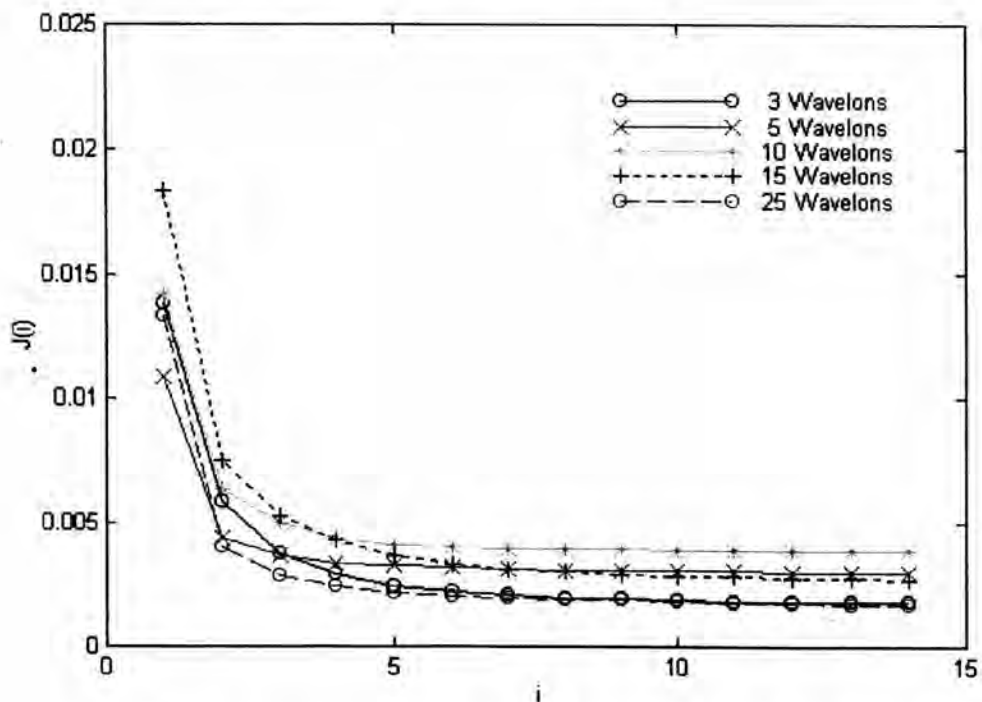
รูปที่ 4-11 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโมแมนตัน  
โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 8.0$



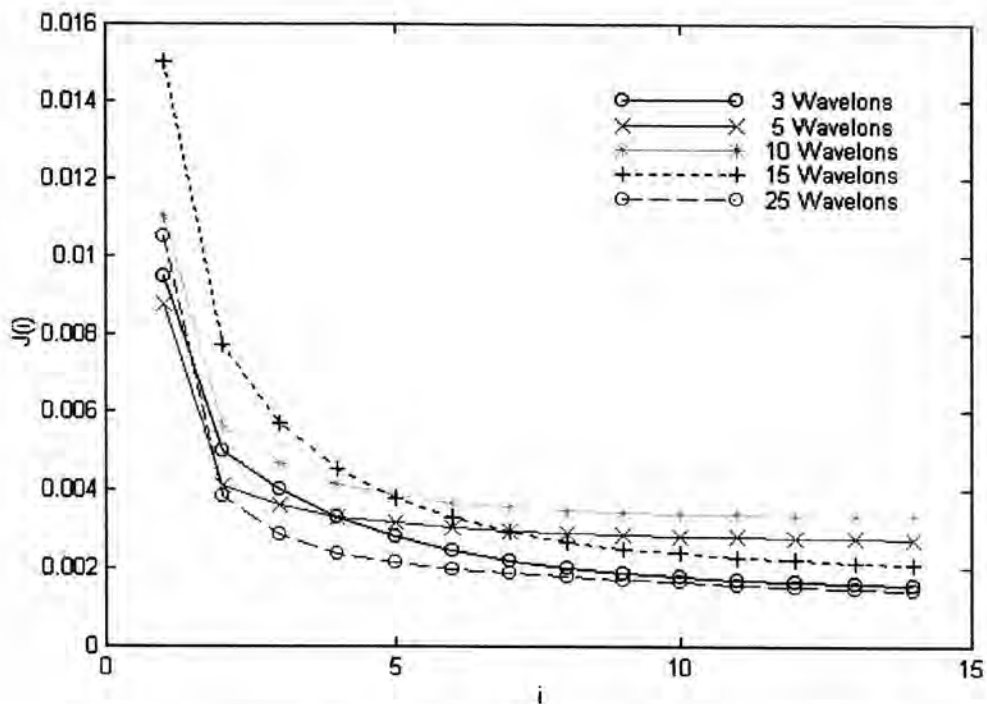
รูปที่ 4-12 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 8.0$



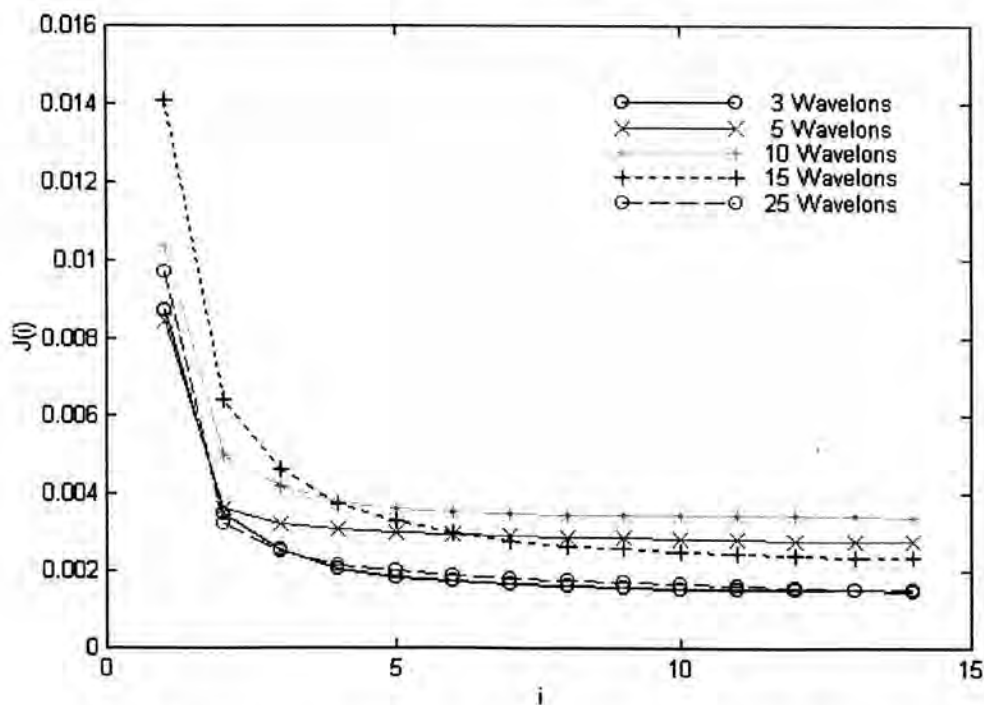
รูปที่ 4-13 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 9.0$



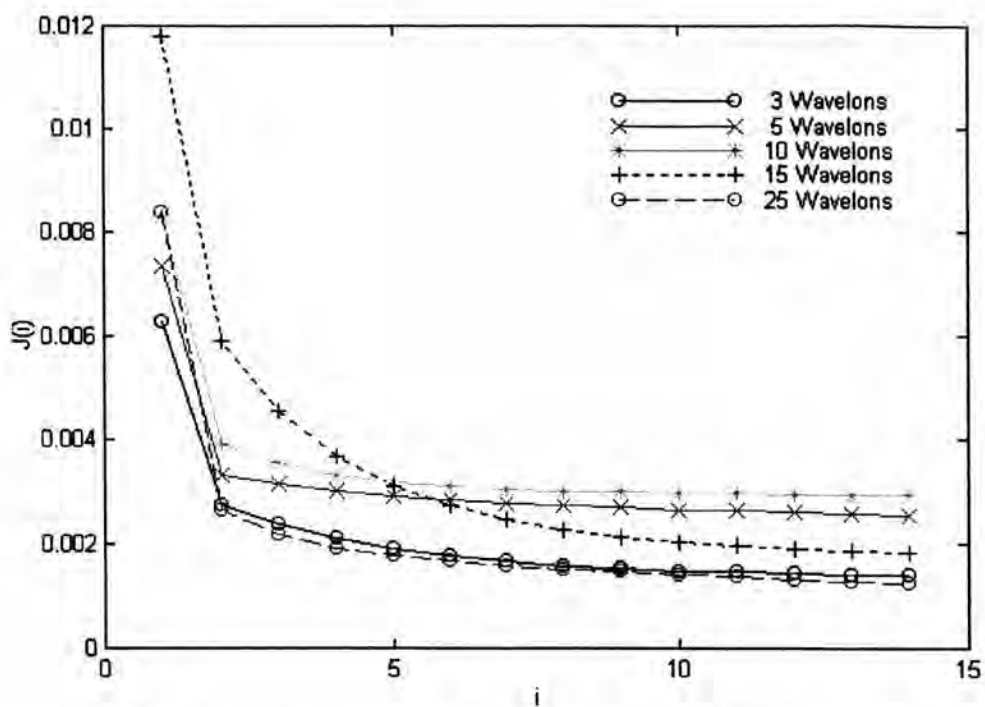
รูปที่ 4-14 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 9.0$



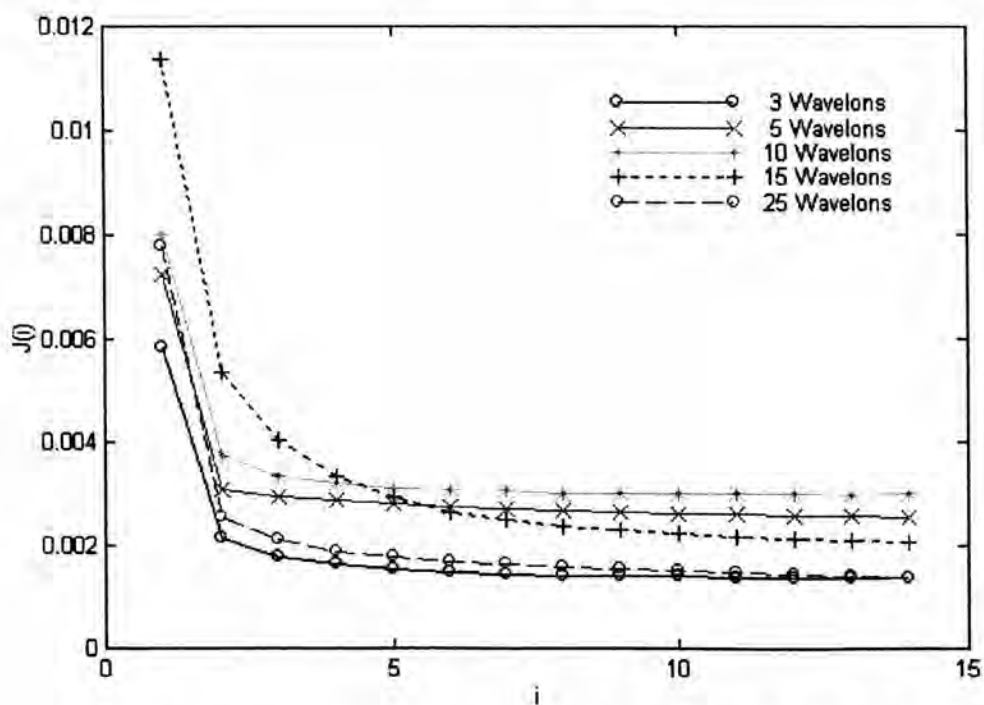
รูปที่ 4-15 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโมเมนตัม โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 10.0$



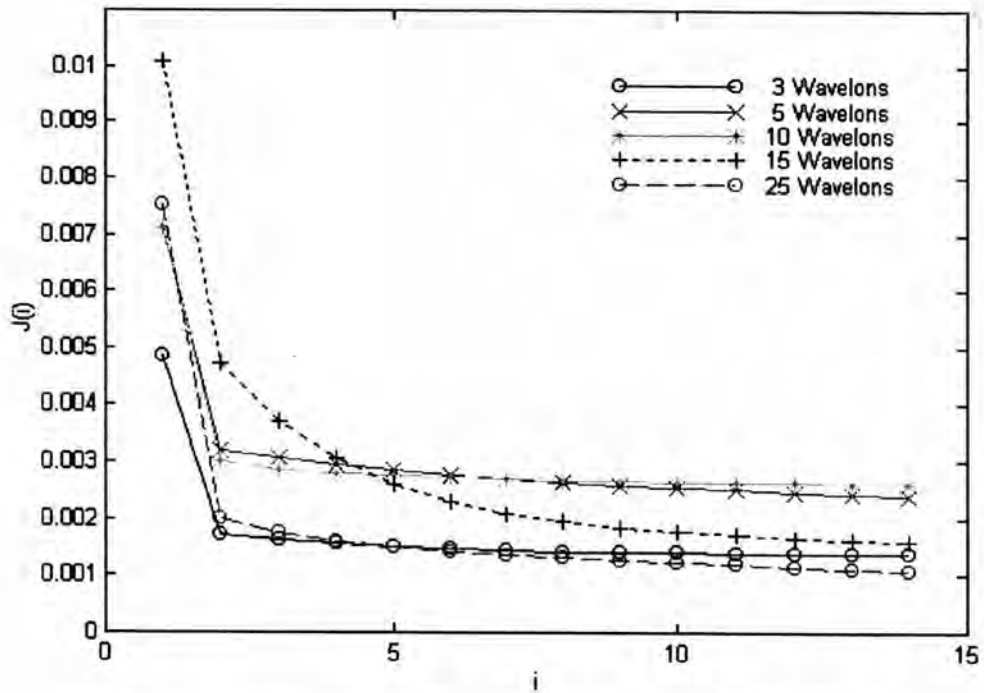
รูปที่ 4-16 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 10.0$



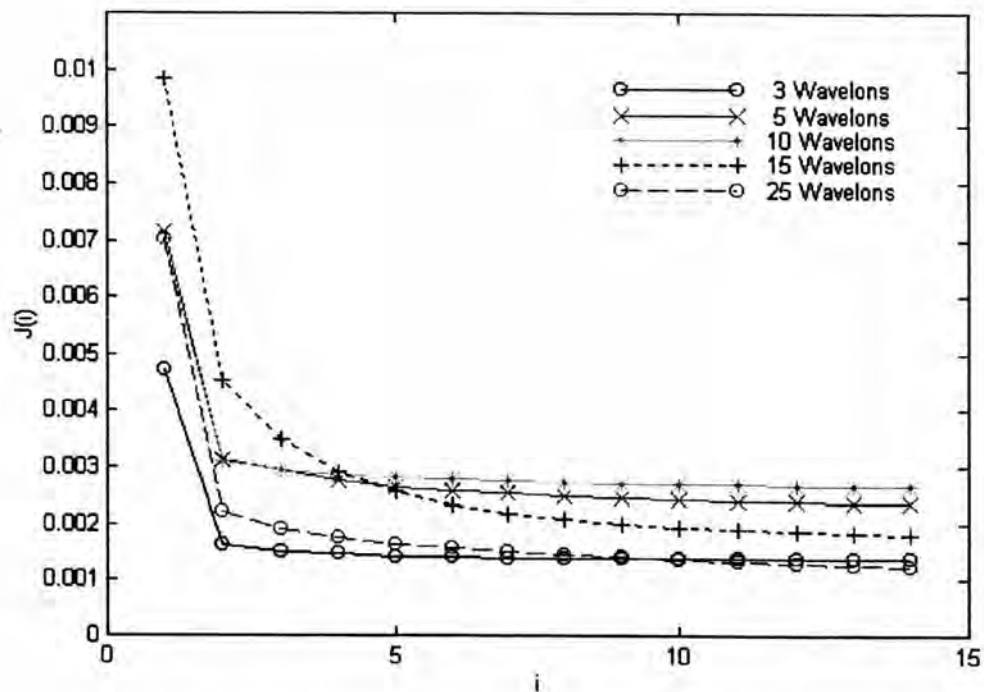
รูปที่ 4-17 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 11.0$



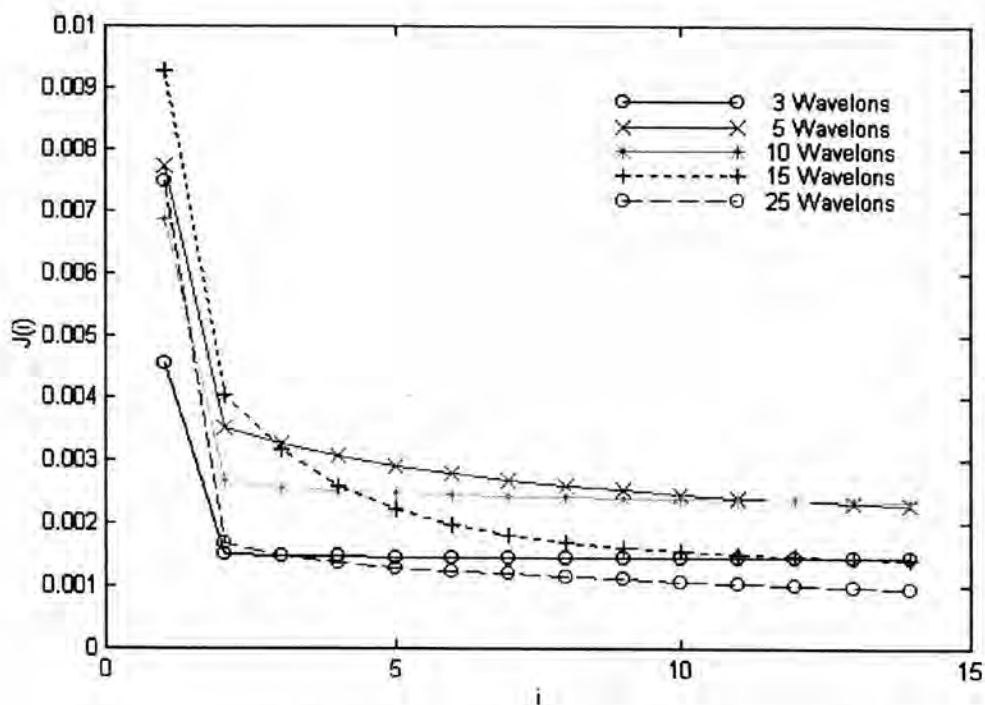
รูปที่ 4-18 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 11.0$



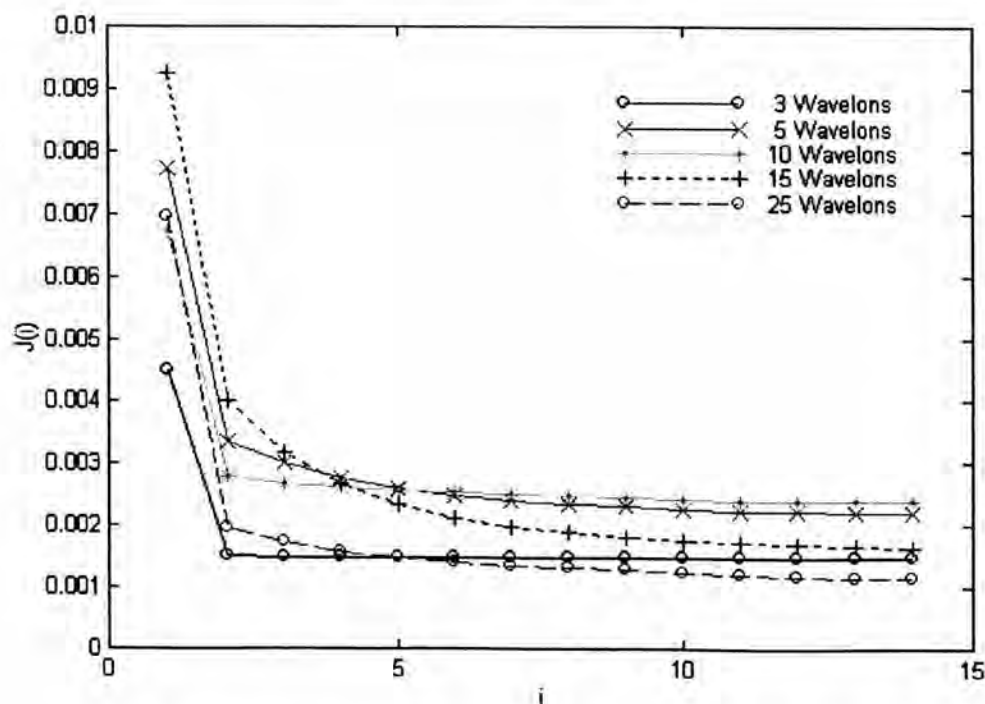
รูปที่ 4-19 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโมเมนตัม  
โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 12.0$



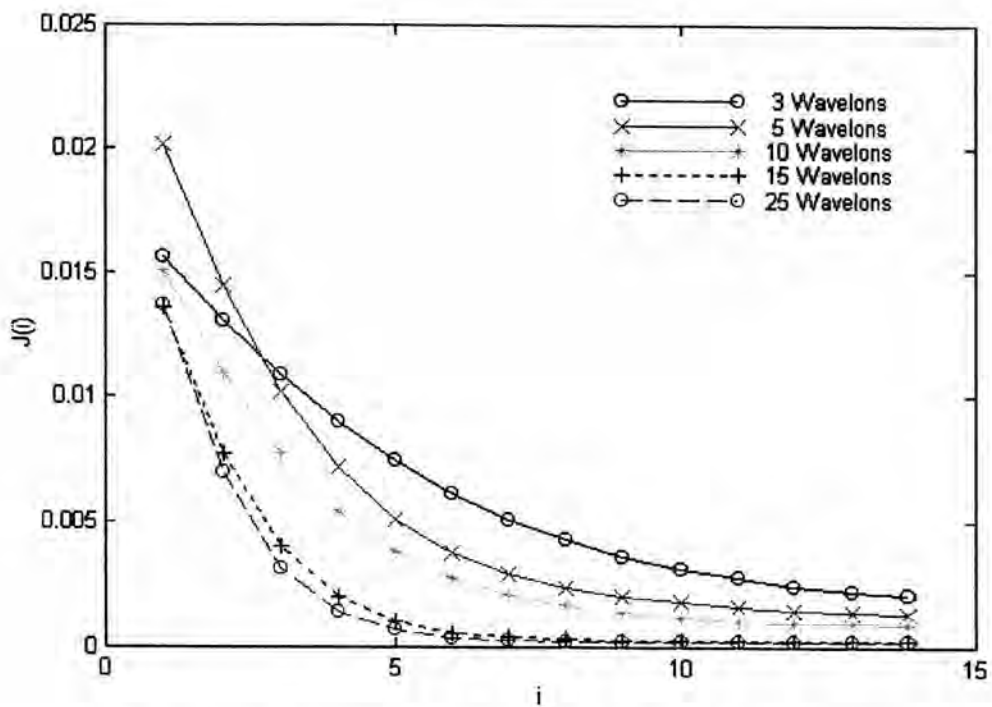
รูปที่ 4-20 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 12.0$



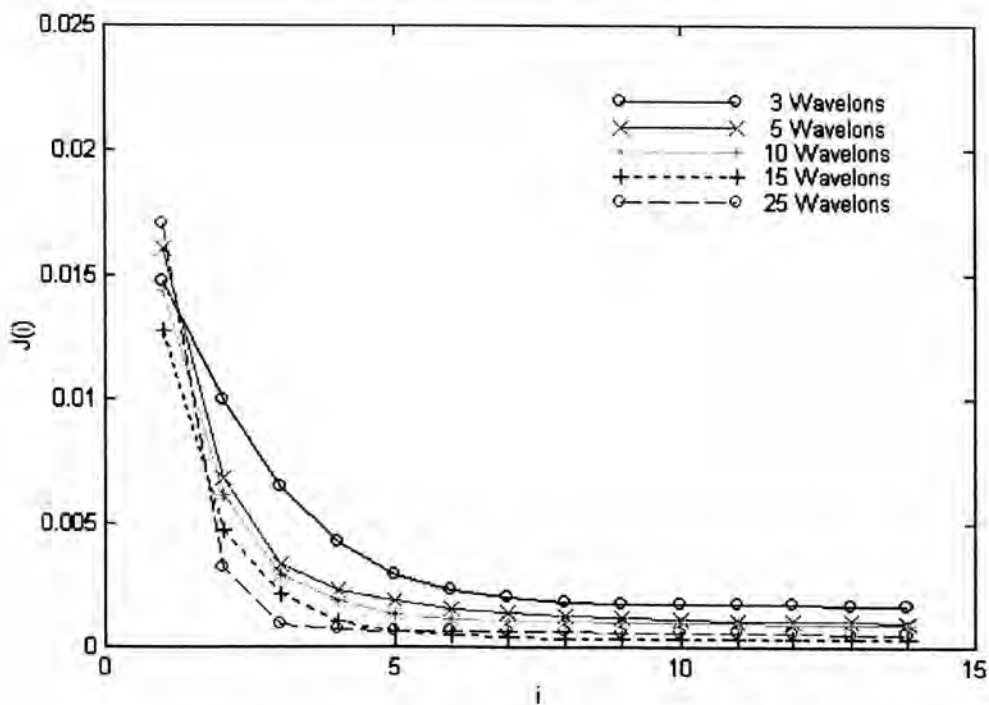
รูปที่ 4-21 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 13.0$



รูปที่ 4-22 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $t_d = 0.1$  และ  $\alpha_0 = 13.0$

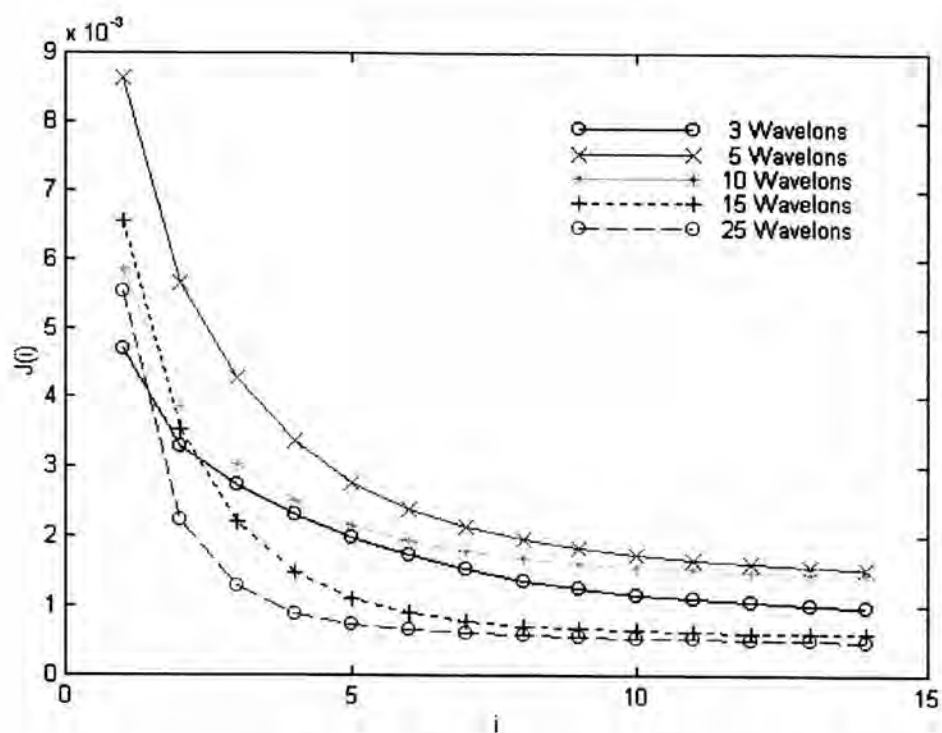


รูปที่ 4-23 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $t_d = 0.04$  และ  $\alpha_0 = 10.0$

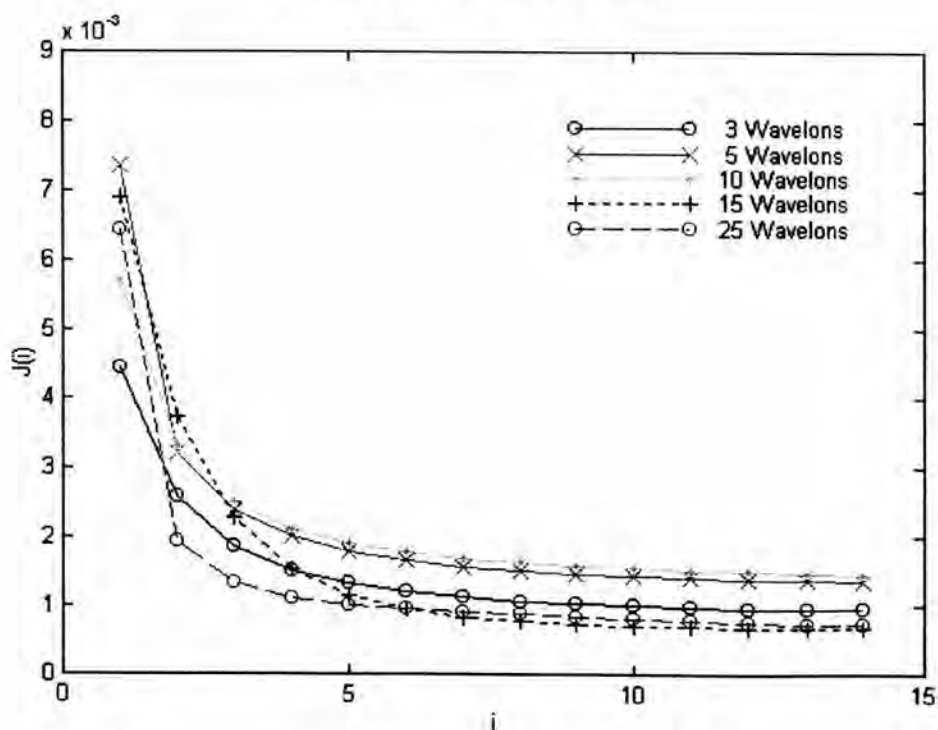


รูปที่ 4-24 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $t_d = 0.04$  และ  $\alpha_0 = 10.0$

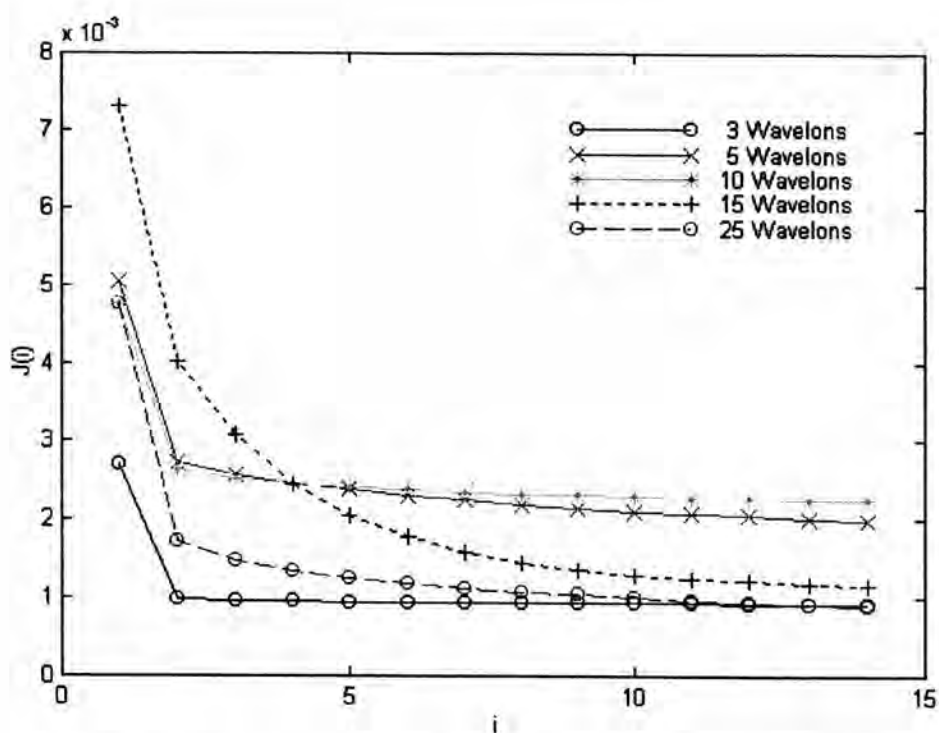




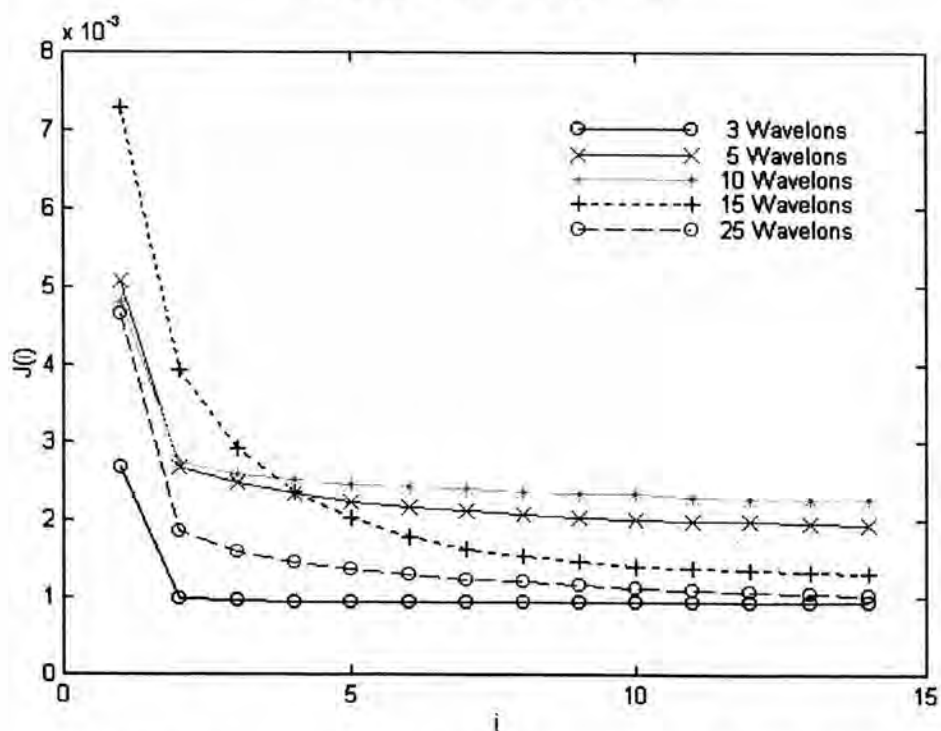
รูปที่ 4-25 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโมเมนตัม โดยมีค่า  $t_d = 0.06$  และ  $\alpha_0 = 10.0$



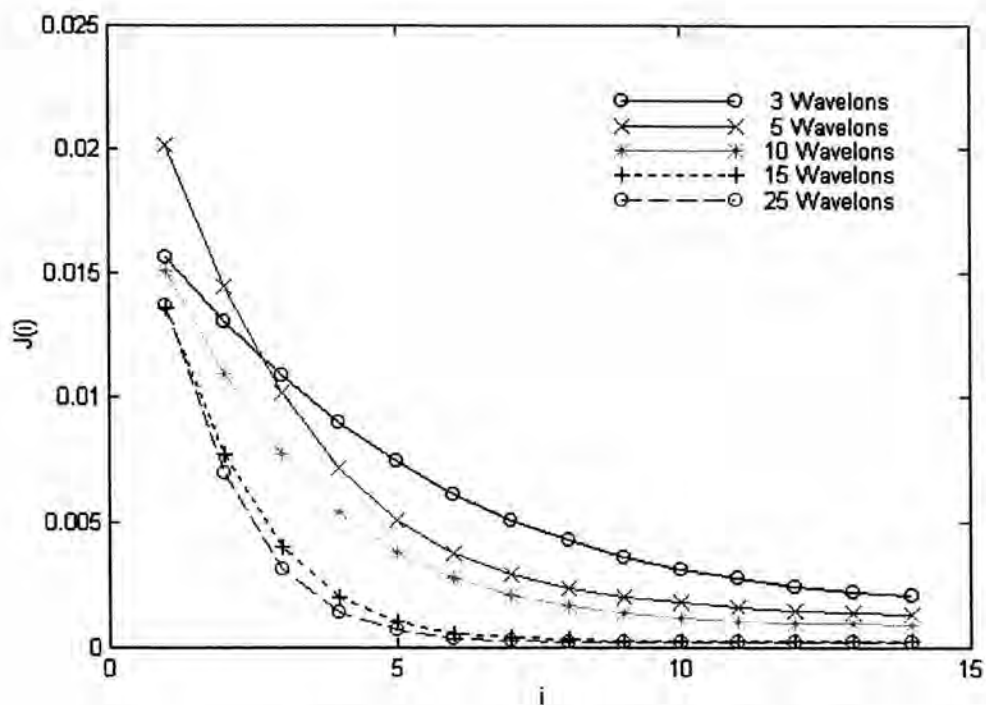
รูปที่ 4-26 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD โดยมีค่า  $t_d = 0.06$  และ  $\alpha_0 = 10.0$



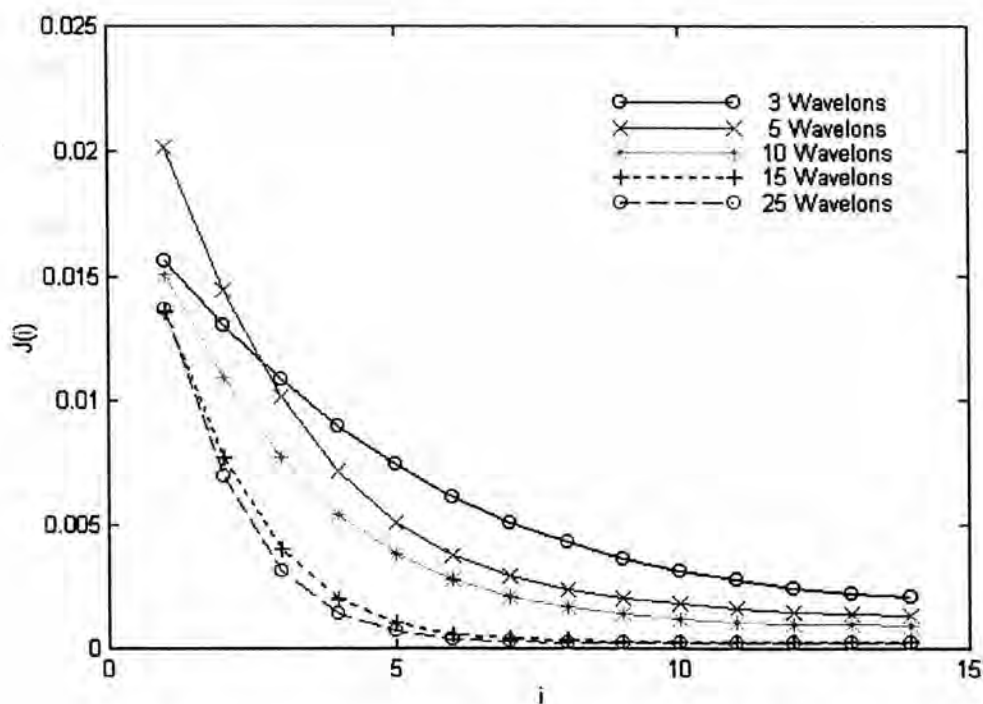
รูปที่ 4-27 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $t_d = 0.08$  และ  $\alpha_0 = 10.0$



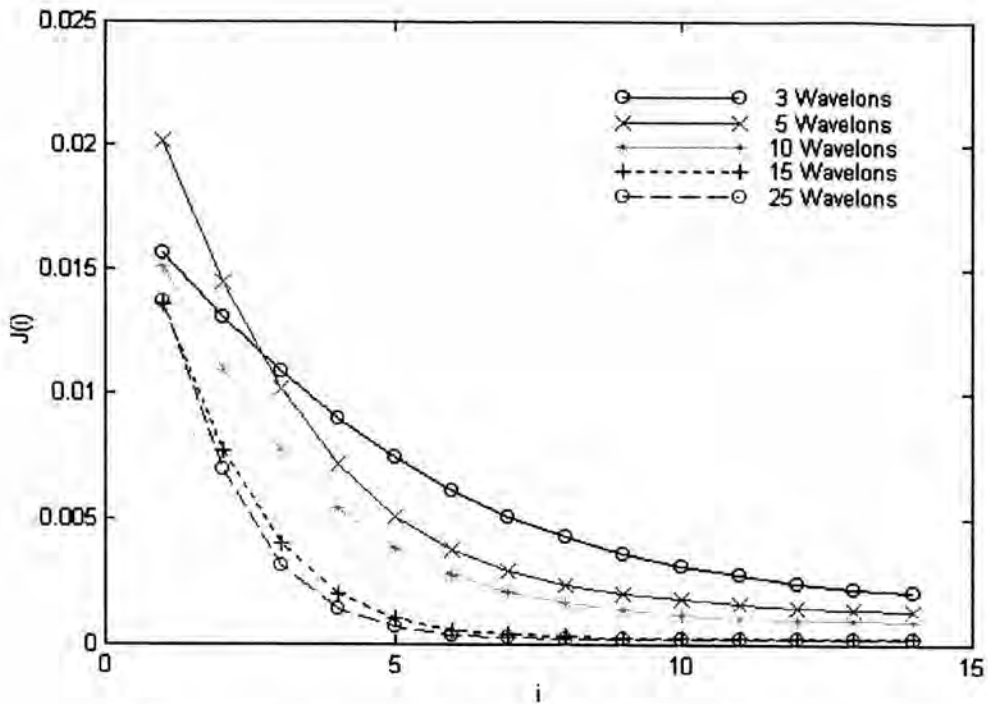
รูปที่ 4-28 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $t_d = 0.08$  และ  $\alpha_0 = 10.0$



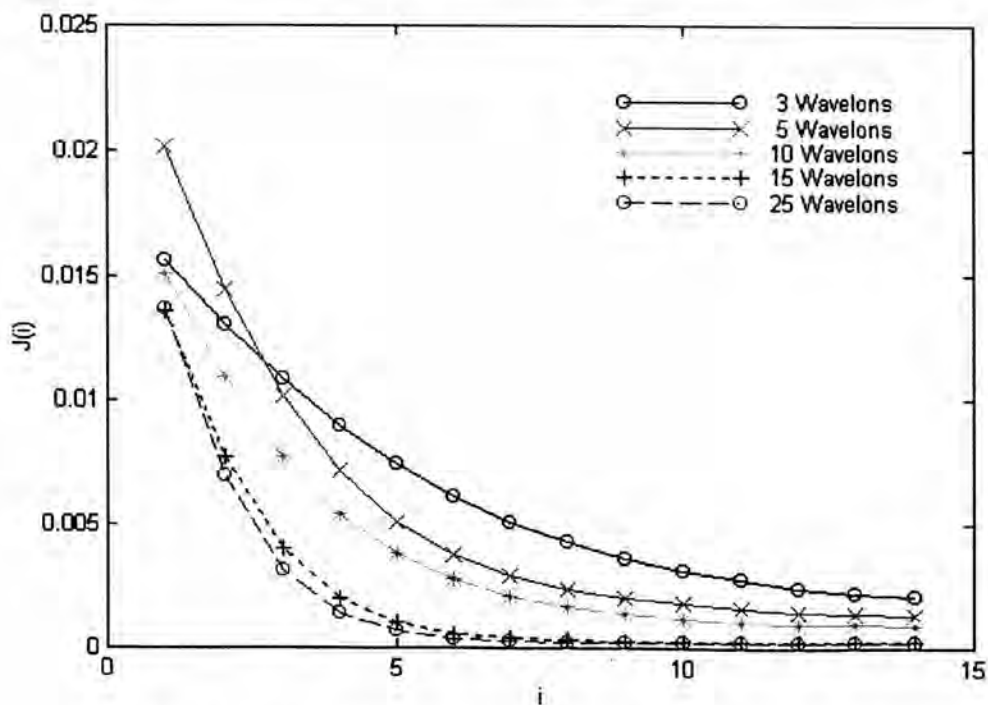
รูปที่ 4-29 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $t_d = 0.12$  และ  $\alpha_0 = 10.0$



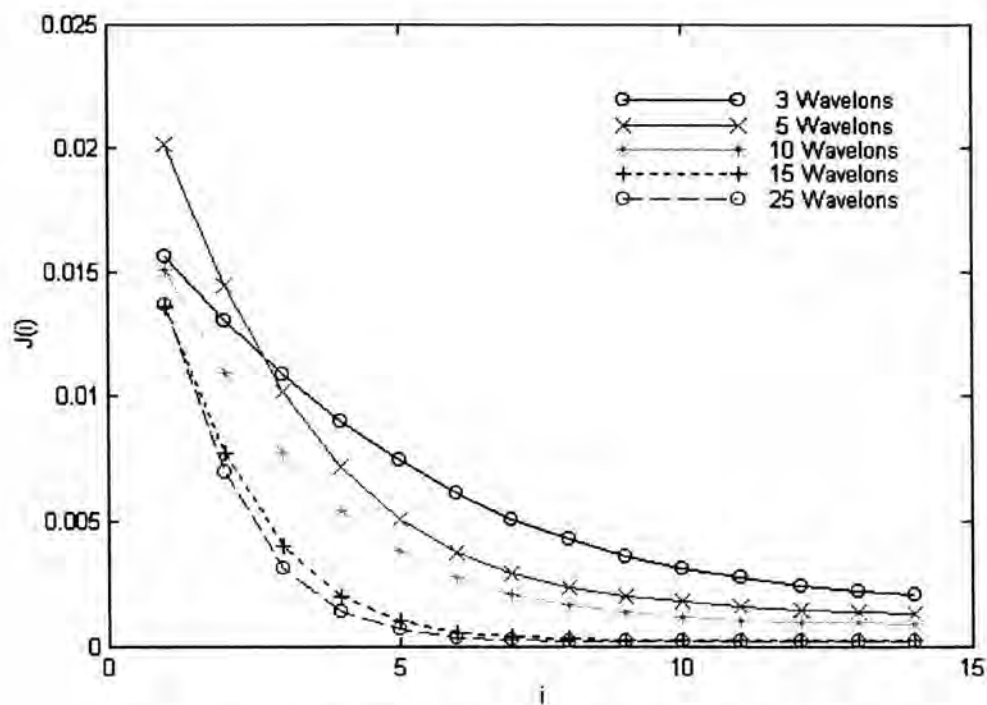
รูปที่ 4-30 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $t_d = 0.12$  และ  $\alpha_0 = 10.0$



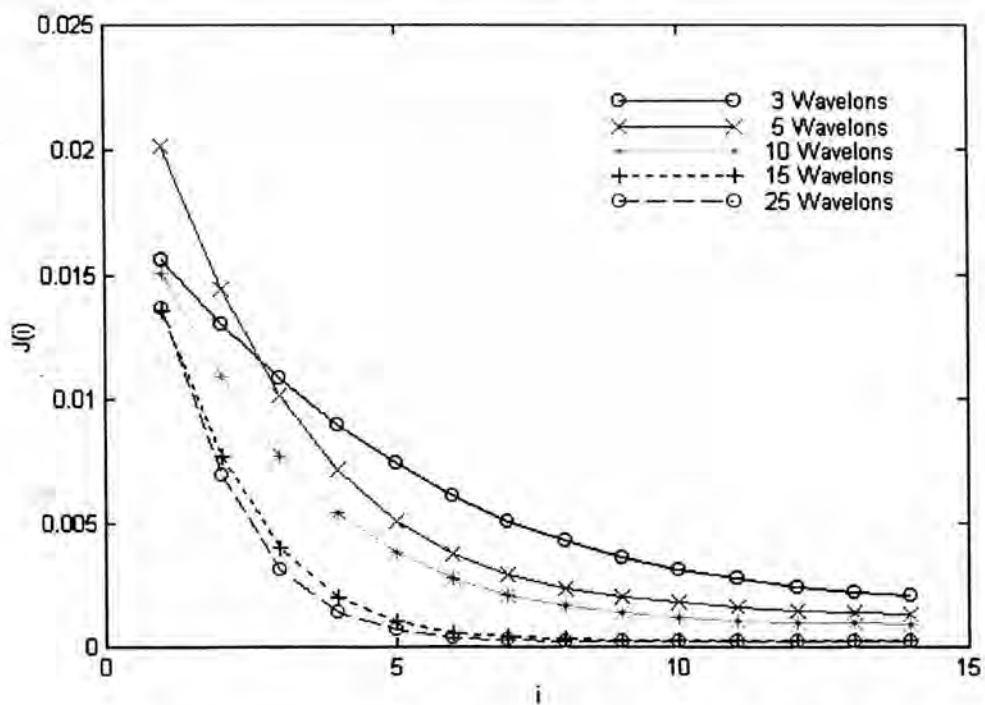
รูปที่ 4-31 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโรมแมนตัน โดยมีค่า  $t_d = 0.14$  และ  $\alpha_0 = 10.0$



รูปที่ 4-32 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD โดยมีค่า  $t_d = 0.14$  และ  $\alpha_0 = 10.0$



รูปที่ 4-33 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธีโมเมนตัม  
โดยมีค่า  $t_d = 0.16$  และ  $\alpha_0 = 10.0$



รูปที่ 4-34 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 1 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $t_d = 0.16$  และ  $\alpha_0 = 10.0$

จากรูปที่ 4-9 ถึงรูปที่ 4-34 ดังกล่าวข้างต้นพบว่าโครงข่ายที่ยังมีจำนวนเวฟลอนสูงก็จะยังมีความต้านทานต่อการเปลี่ยนแปลง (robust) ของพารามิเตอร์ได้ดี นอกจากนั้นยังพบอีกว่าอัตราการลู่เข้าส่วนใหญ่ก็ยังคงคิดว่าโครงข่ายที่มีจำนวนเวฟลอนต่ำกว่า

## ตัวอย่างที่ 2 : ระบบไม่เชิงเส้นอันดับสอง

ต่อไปจะได้กล่าวถึงการใช้โครงข่ายเวฟเล็ดกับระบบที่มีความไม่เชิงเส้นและมีอันดับสูงขึ้น คือเป็น 2 ซึ่งอันดับที่เพิ่มขึ้นนี้จะทำให้มิติ รวมทั้งจำนวนพารามิเตอร์ของโครงข่ายเพิ่มสูงตามไปด้วย

กระบวนการอันดับสองที่ใช้ได้จำลองมาจากการแกว่งของลูกตุ้ม (pendulum) [11] ดังในรูปที่ 4-35 ซึ่งมีสัญญาณควบคุมเป็นความเร่งของจุดหมุน (pivot) มีมุมของเชือกจากแนวดิ่งเป็นค่าควบคุม (controlled output) และมีสมการดัง (4-7)

$$\ddot{x} = -\frac{g}{l} \cdot \sin(x) + \frac{u}{l} \cdot \cos(x) \quad (4-7)$$

ซึ่งเขียนในรูปสมการ ODE เป็น

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{g}{l} \cdot \sin(x_1) + \frac{u}{l} \cdot \cos(x_1) \end{aligned} \quad (4-8)$$

และสามารถลดรูปเป็น

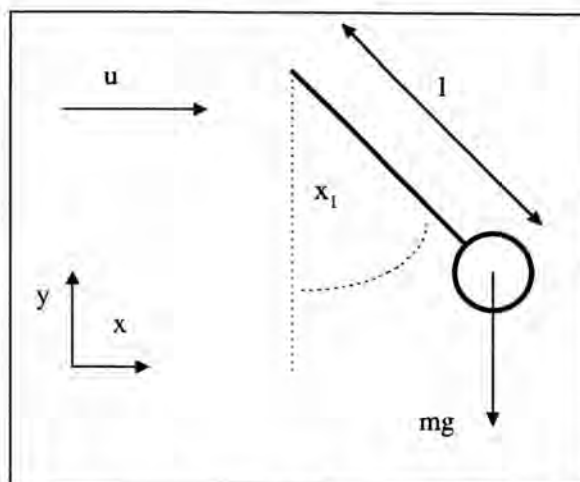
$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \cdot u \quad (4-9)$$

โดยกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการเป็น  $g = 9.81$  เมตร/วินาที<sup>2</sup> และ  $l = 1.0$  เมตร

ดังเห็นได้จาก (4-7) และ (4-8) ว่าสมการพลวัตมีความไม่เชิงเส้นอยู่ ดังนั้นการออกแบบจึงค่อนข้างยุ่งยาก แต่เมื่อนำโครงข่ายเวฟเล็ดเข้ามาใช้ การออกแบบตัวควบคุมจะลดความยุ่งยากลงมาเป็นการออกแบบชนิดเชิงเส้นดังนี้

กำหนดให้แบบจำลองอ้างอิงเป็นดัง (4-10) ซึ่งเป็นแบบจำลองที่ได้จากการประมาณระบบ (4-9) เป็นระบบเชิงเส้น (linearize) รอบ ๆ จุดสมดุล  $\mathbf{x}_0 = [0 \quad 0]^T$  ดังนี้

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u_m \quad (4-10)$$



รูปที่ 4-35 แสดงลักษณะการแกว่งของลูกตุ้มที่มีจุดหมุนเป็นสัญญาณควบคุมตามสมการ

$$\ddot{x} = -\frac{g}{l} \cdot \sin(x) + \frac{u}{l} \cdot \cos(x)$$

ดังนั้นการควบคุมในตัวอย่างนี้จะเป็นการทำให้ระบบมีพฤติกรรมเป็นเชิงเส้นนั่นเอง

การคำนวณสัญญาณควบคุม  $u_m$  จาก (4-10) นั้นจะทำในลักษณะการวางตำแหน่ง poles (Pole Placement) และมีตัวอินทิเกรต (integrator) เพื่อช่วยลดค่าผิดพลาด กล่าวคือจะวางตำแหน่ง poles ของระบบ ณ  $-10$ ,  $-2+5i$  และ  $-2-5i$  จากนั้นก็คำนวณค่าอัตราขยายป้อนกลับและอัตราขยายสำหรับตัวอินทิเกรต หลังจากนั้นจึงกำหนดจำนวนเวฟลอนของโครงข่ายที่จะใช้ในการควบคุมต่อไป

### การเรียนรู้ก่อนการใช้งานจริง

ในตัวอย่างนี้จะกำหนดโครงข่ายที่จะใช้เรียนรู้ 5 โครงข่ายเช่นเดียวกับตัวอย่างแรก คือมีโครงข่าย 3 5 10 15 และ 25 เวฟลอนเพื่อเป็นการเปรียบเทียบ

การเรียนรู้ก่อนการใช้งานนั้น ได้ใช้สัญญาณอ้างอิงเป็นดัง (4-11)

$$r(t) = \begin{cases} 0.35 \cdot (1 - \exp(-5 \cdot t)) & ; t < 3 \\ 0.35 \cdot \exp(-5 \cdot (t - 3)) & ; 3 \leq t < 6 \\ -0.35 \cdot (1 - \exp(-5 \cdot (t - 6))) & ; 6 \leq t < 9 \\ -0.35 \cdot (\exp(-5 \cdot (t - 9))) & ; 9 \leq t < 12 \\ 0.35 \cdot \sin(2 \cdot (t - 12)) & ; t \geq 12 \end{cases} \quad (4-11)$$



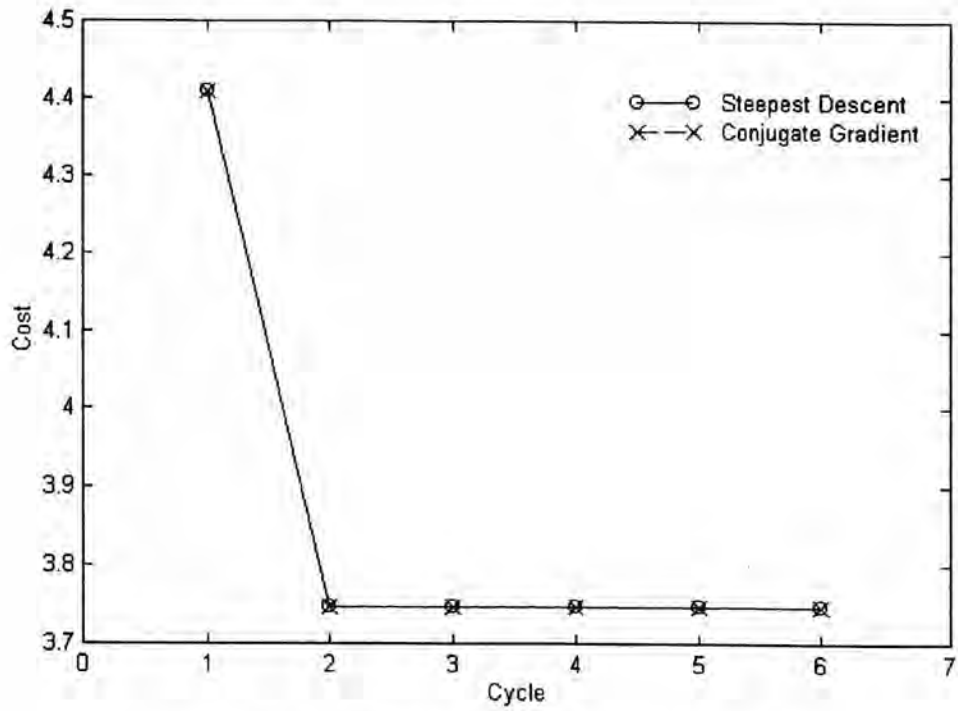
ซึ่งมีลักษณะคล้าย (4-4) แต่เป็นสัญญาณที่มีขนาด  $\pm 0.35$  เรเดียน (radian) นั่นคือการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณอ้างอิงจะอยู่ในช่วง  $\pm 20$  องศา หรืออาจกล่าวได้ว่าต้องการให้มุมการเบี่ยงเบนจากแนวตั้งของดัมไม่เกิน  $\pm 20$  องศานั่นเอง

ในการเรียนรู้ได้ใช้วิธี Steepest Descent และ Conjugate Gradient ซึ่งใช้วิธีค้นหาความยาวก้าวแบบ DSCE ในการหาจุดต่ำสุดของ (3-7) และได้ผลดังนี้

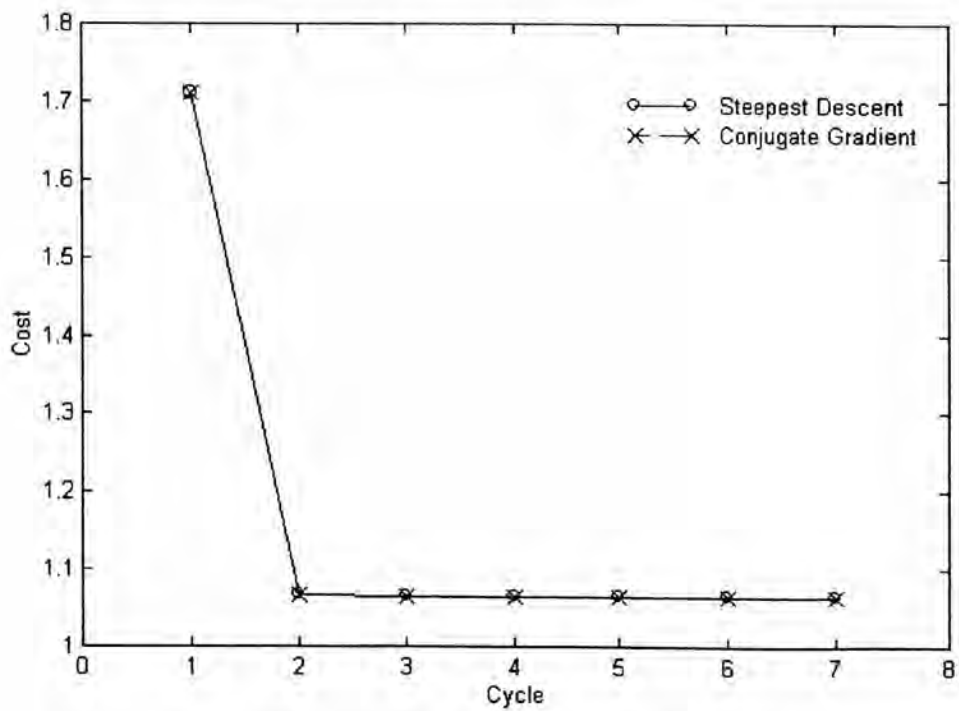
ตารางที่ 4-2 ผลการเรียนรู้ก่อนการใช้งานจริงสำหรับตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี Steepest Descent และ Conjugate Gradient

จำนวนเวฟลอน	ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันต้นทุน		เวลาโดยเฉลี่ยต่อรอบ (นาที)	
	Steepest Descent	Conjugate Gradient	Steepest Descent	Conjugate Gradient
3	3.75	3.75	10.2	8.62
5	1.06	1.06	8.92	8.98
10	0.156	0.156	9.27	11.4
15	0.268	0.198	16.4	10.2
25	0.156	0.160	15.2	13.6

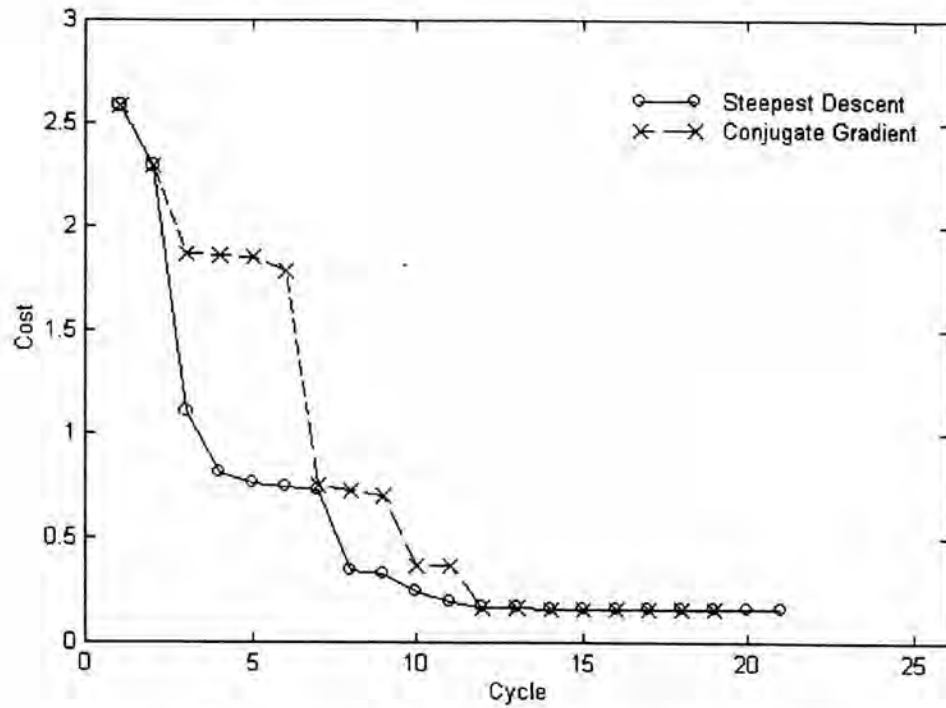
จากผลข้างต้น เห็นได้ชัดว่าโครงข่ายที่มีจำนวนเวฟลอนสูง เวลาที่ใช้ในการเรียนรู้โดยเฉลี่ยต่อรอบก็เพิ่มสูงตามไปด้วย ถึงแม้ว่าจะได้ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันต้นทุนก่อนการใช้งานจริงต่ำกว่าโครงข่ายที่มีจำนวนเวฟลอนน้อยกว่า แต่อย่างไรก็ดี การเรียนรู้ด้วยวิธี Conjugate Gradient โดยส่วนใหญ่แล้วจะให้ค่าฟังก์ชันต้นทุนที่ต่ำกว่าค่าที่ได้จากวิธี Steepest Descent ซึ่งสามารถแสดงให้เห็นผลการลู่เข้าเทียบกับจำนวนรอบได้ดังนี้



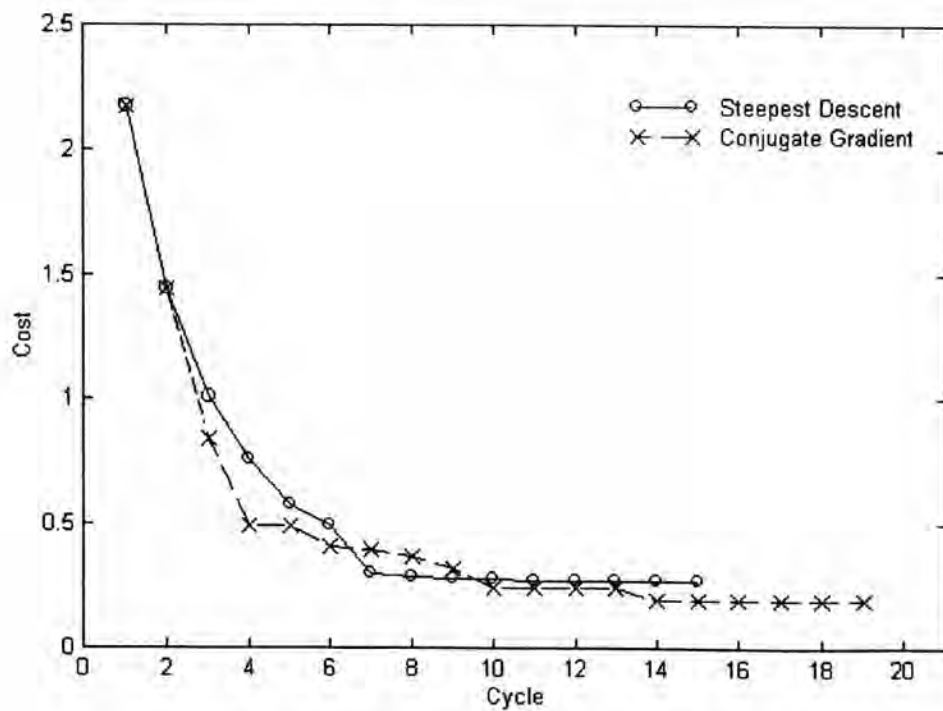
รูปที่ 4-86 ผลการดูเข้าของตัวอย่างที่ 2 โดยใช้ 3 เพลอน



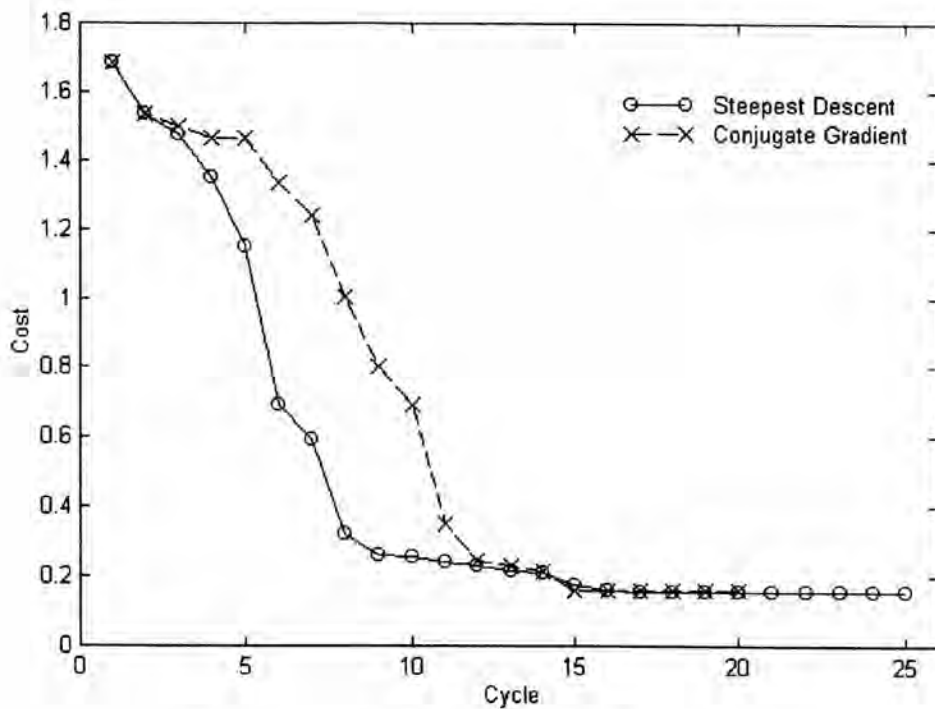
รูปที่ 4-87 ผลการดูเข้าของตัวอย่างที่ 2 โดยใช้ 5 เพลอน



รูปที่ 4-38 ผลการลู่เข้าของตัวอย่างที่ 2 โดยใช้ 10 เวฟลอน



รูปที่ 4-39 ผลการลู่เข้าของตัวอย่างที่ 2 โดยใช้ 15 เวฟลอน



รูปที่ 4-40 ผลการลู่เข้าของตัวอย่างที่ 2 โดยใช้ 25 เวฟลอน

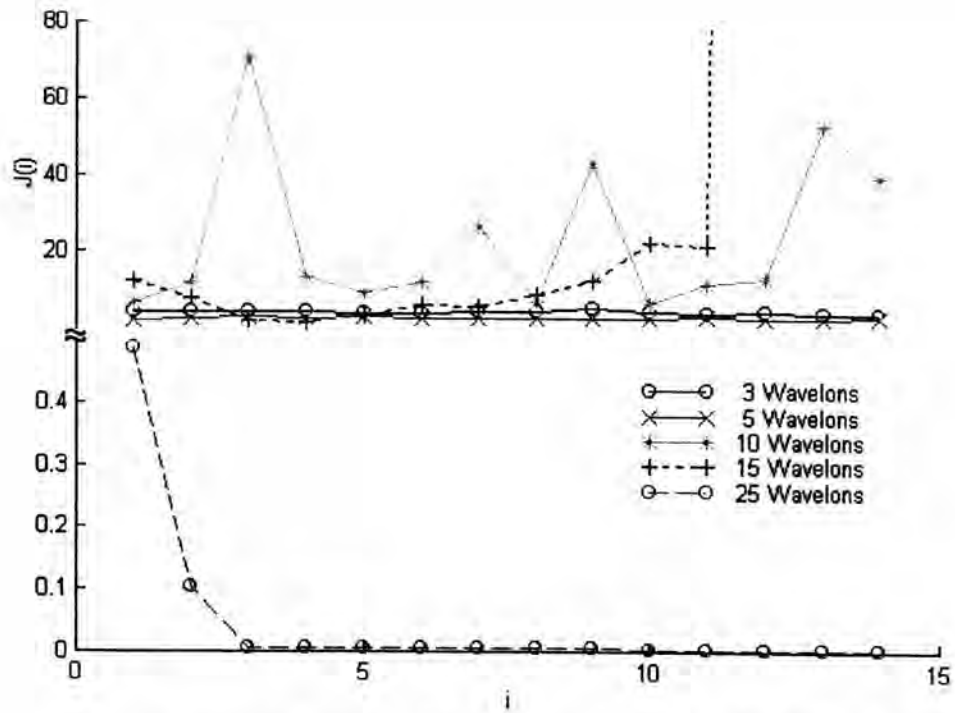
จากผลข้างต้นพบว่าความเร็วในการลู่เข้าด้วยวิธี Steepest Descent นั้นจะสูงกว่าวิธี Conjugate Gradient ในช่วงแรก แต่เมื่อใช้ ตารางที่ 4-2 ประกอบด้วยแล้วพบว่าวิธี Conjugate Gradient ยังให้ค่าฟังก์ชันต้นทุนที่ต่ำกว่า นอกจากนั้นยังใช้เวลาในการปรับพารามิเตอร์ที่น้อยกว่าวิธี Steepest Descent อีกด้วย

#### การเรียนรู้ในขณะใช้งานจริง

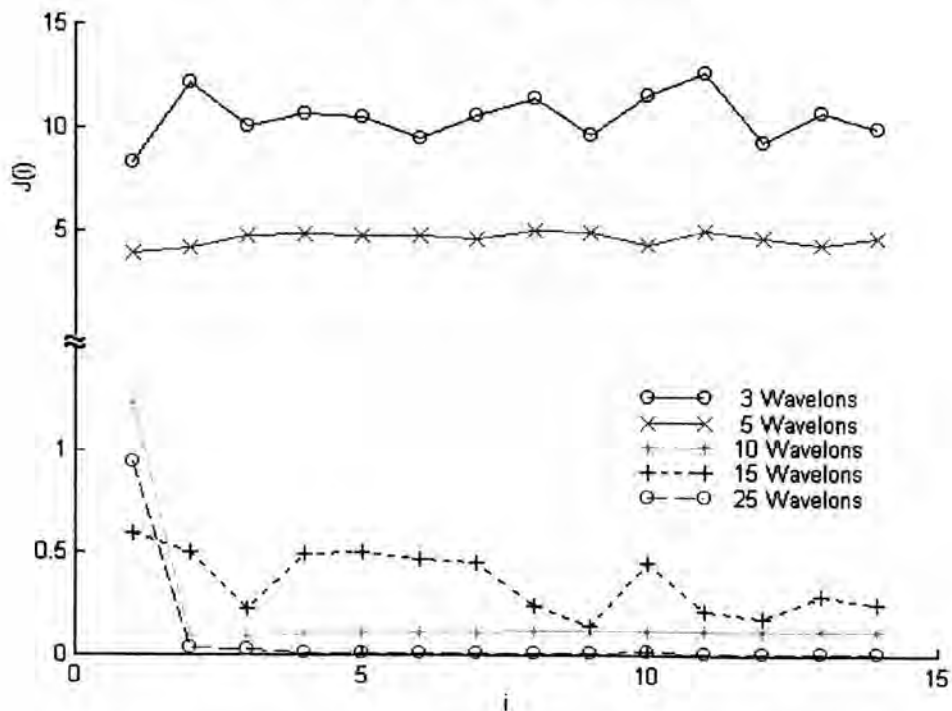
ในขณะใช้งานจริงนั้นได้ทดลองเปลี่ยนค่าความยาว  $l$  ในช่วง 0.45 จนถึง 4.0 เมตร ที่ค่าแรงโน้มถ่วงบนโลก  $g$  เป็น 9.81 เมตร/วินาที<sup>2</sup> และทดสอบที่ค่าแรงโน้มถ่วงต่างไปจากค่าบนผิวโลกตั้งแต่ 0.1 จนถึง 10 เท่าของค่าแรงโน้มถ่วงบนโลก ณ ค่าความยาว  $l$  เป็น 1.0 เมตร โดยใช้โครงข่ายที่ได้เก็บไว้จากการเรียนรู้ก่อนการใช้งานจริง ณ ค่า  $l$  เป็น 1.0 เมตรและค่า  $g$  เป็น 9.81 เมตร/วินาที<sup>2</sup> ส่วนวิธีการปรับพารามิเตอร์ของโครงข่ายก็ใช้วิธีโมเมนตัมและวิธี DBD เช่นกันกับตัวอย่างที่ 1 ส่วนสัญญาณอ้างอิงที่ใช้นั้นก็เป็นสัญญาณรูปไซน์ขนาดคงที่ 0.35 เรเดียนมีความถี่ 1 รอบต่อ 3 วินาทีดังนี้

$$r(t) = 0.35 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot t\right) \quad (4-12)$$

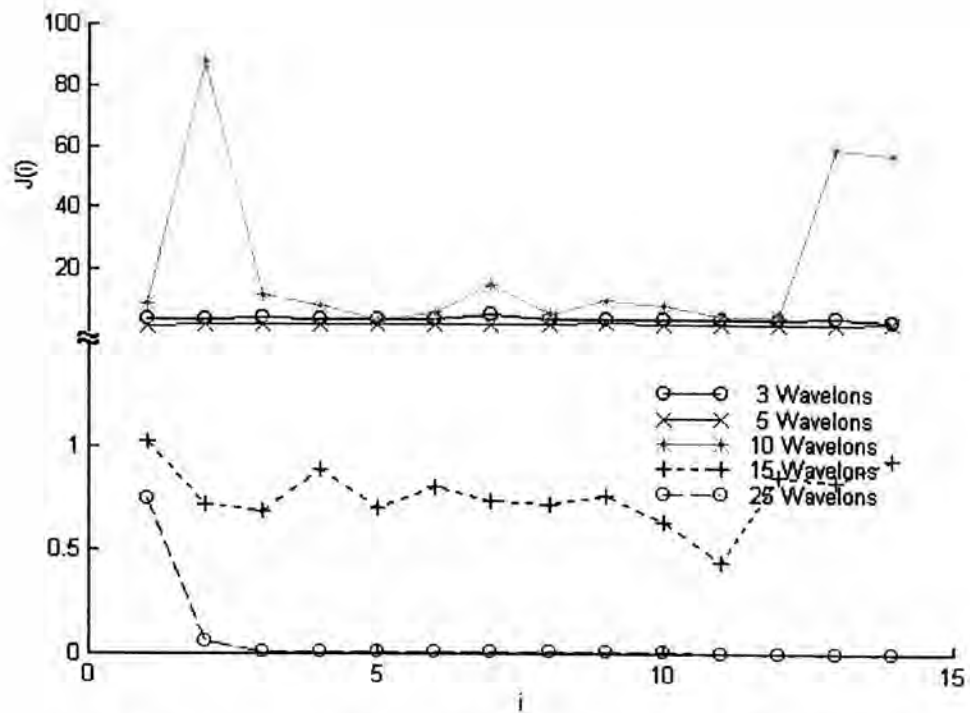
โดยใช้สมการ (4-6) เป็นค่าวัดการลดลงของค่าผิดพลาด ได้ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงตามค่าที่เปลี่ยนไปของ  $l$  และ  $g$  ต่าง ๆ กัน ด้วยวิธีโมเมนตัมที่มีพารามิเตอร์ในการเรียนรู้  $\epsilon = 20$  และ  $\alpha = 0.01$  และด้วยวิธี DBD ที่มีพารามิเตอร์ในการเรียนรู้  $K = 0.5$ ,  $\phi = 0.8$  และ  $\lambda = 0.01$  ได้ผลเป็นดังนี้



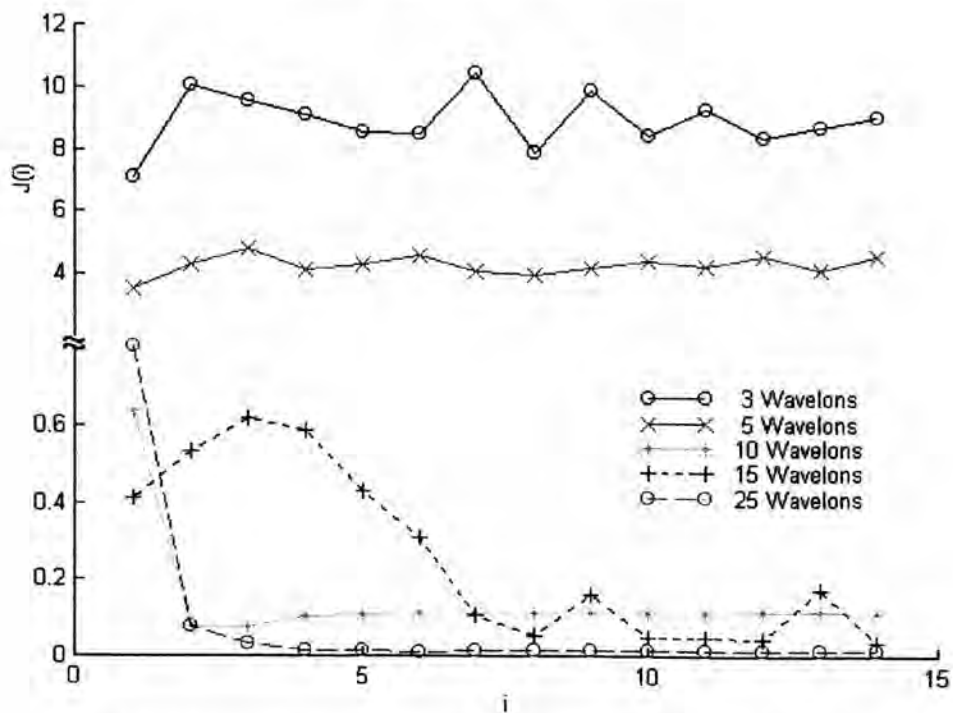
รูปที่ 4-41 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 0.45$



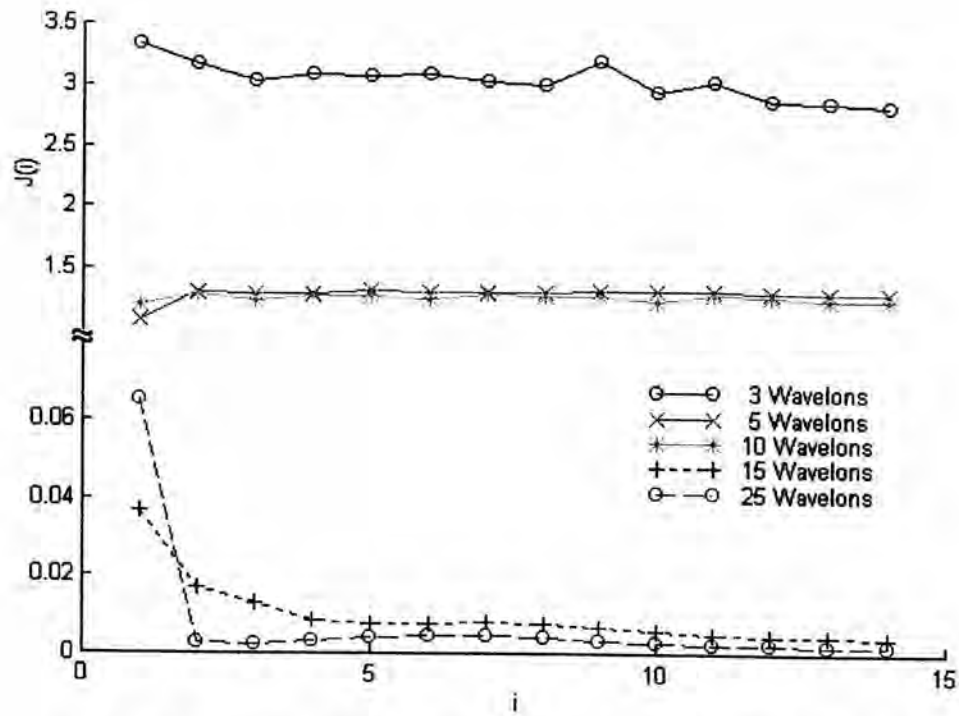
รูปที่ 4-42 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 0.45$



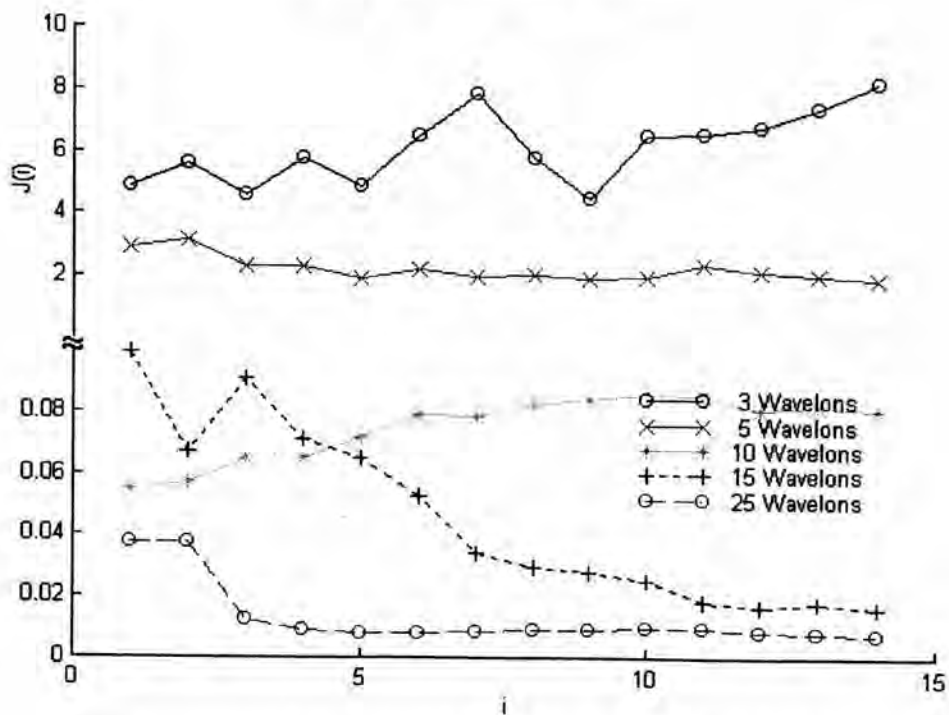
รูปที่ 4-43 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 0.50$



รูปที่ 4-44 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 0.50$

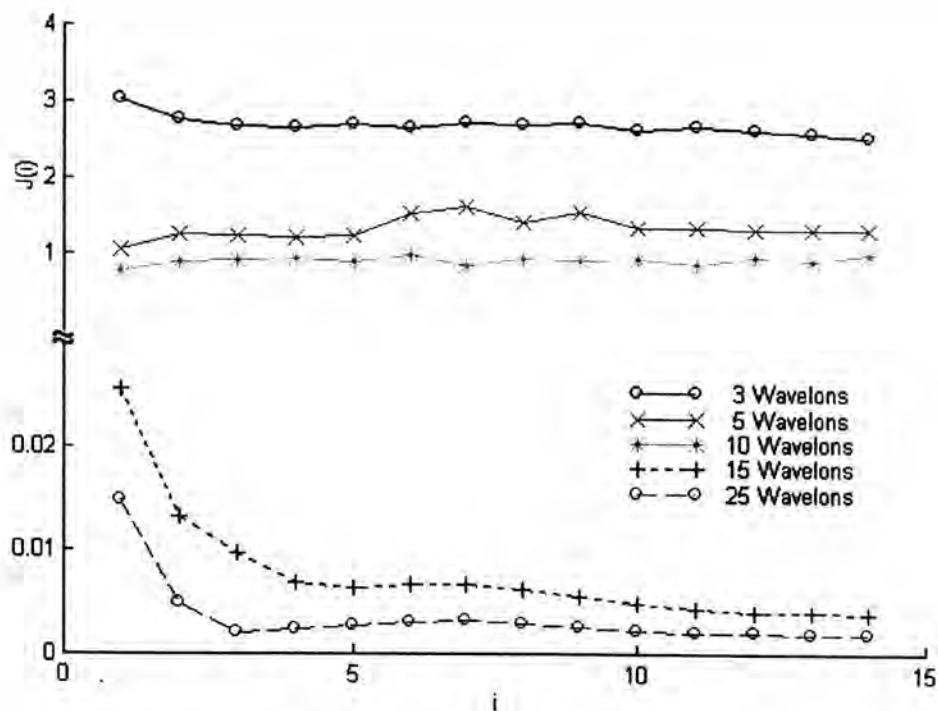


รูปที่ 4-45 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 0.75$

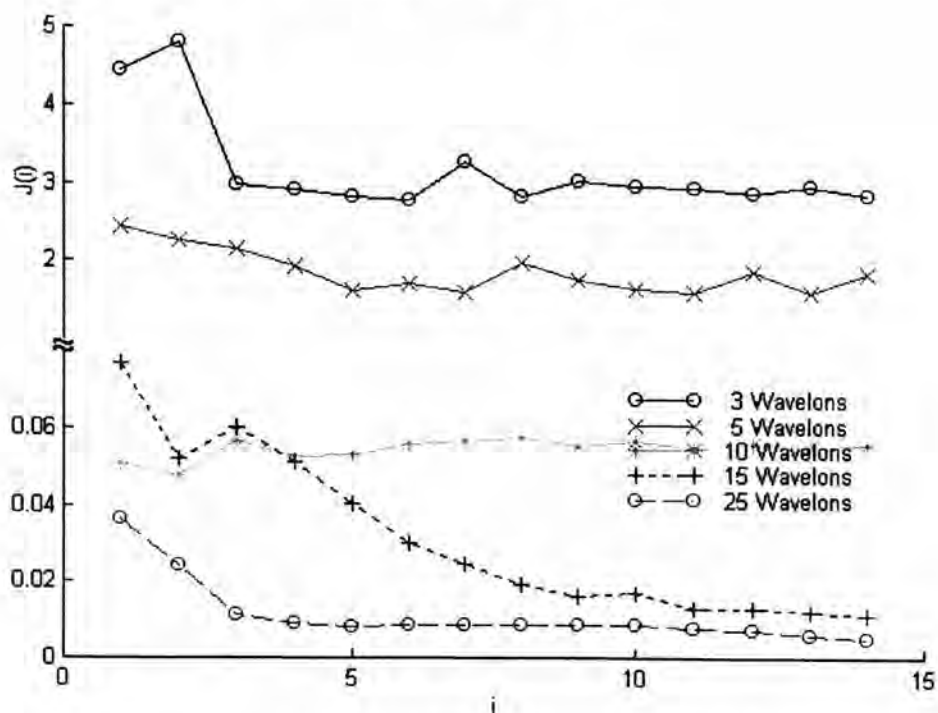


รูปที่ 4-46 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 0.75$

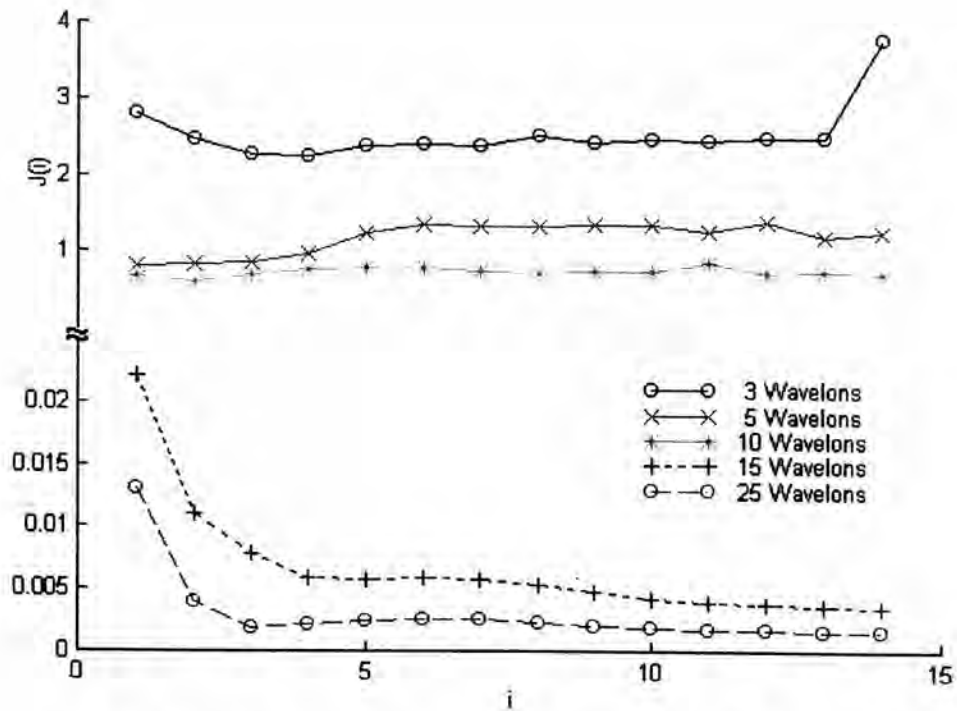




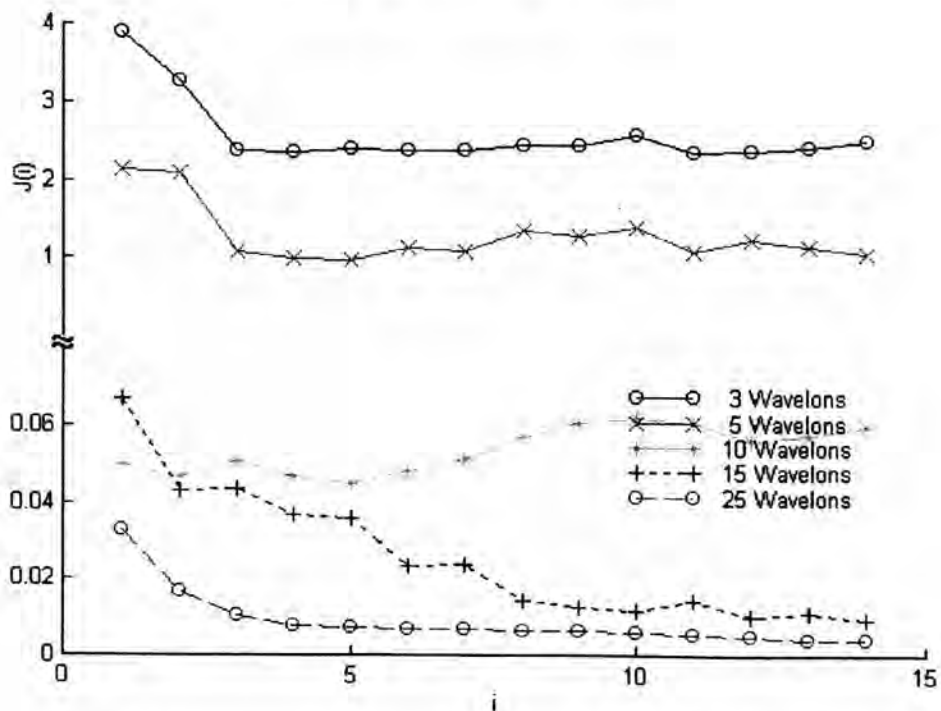
รูปที่ 4-47 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 1.0$



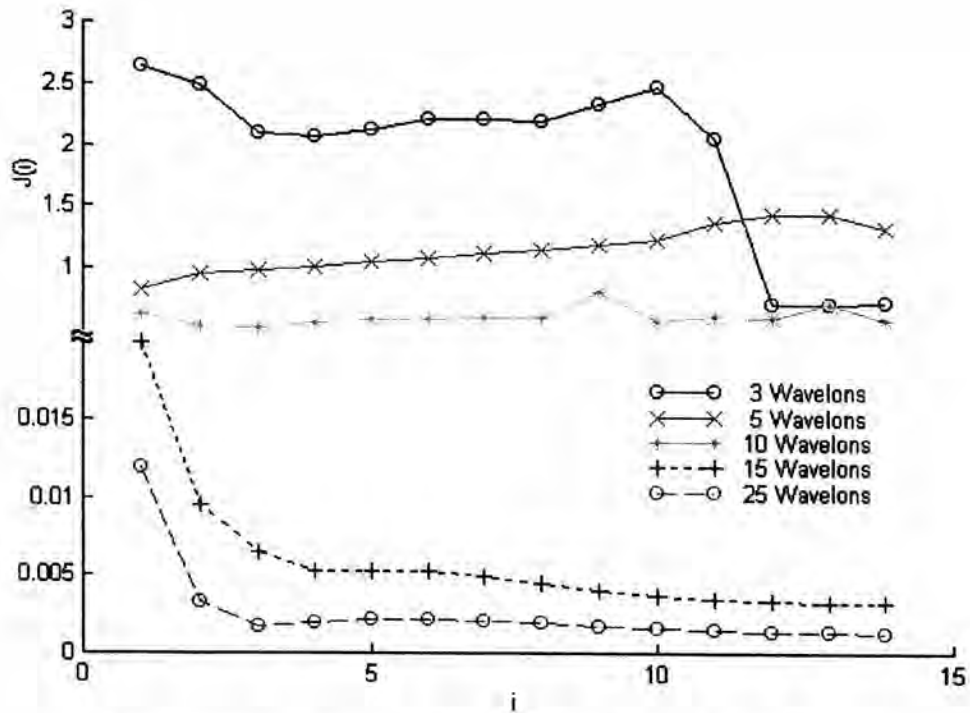
รูปที่ 4-48 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 1.0$



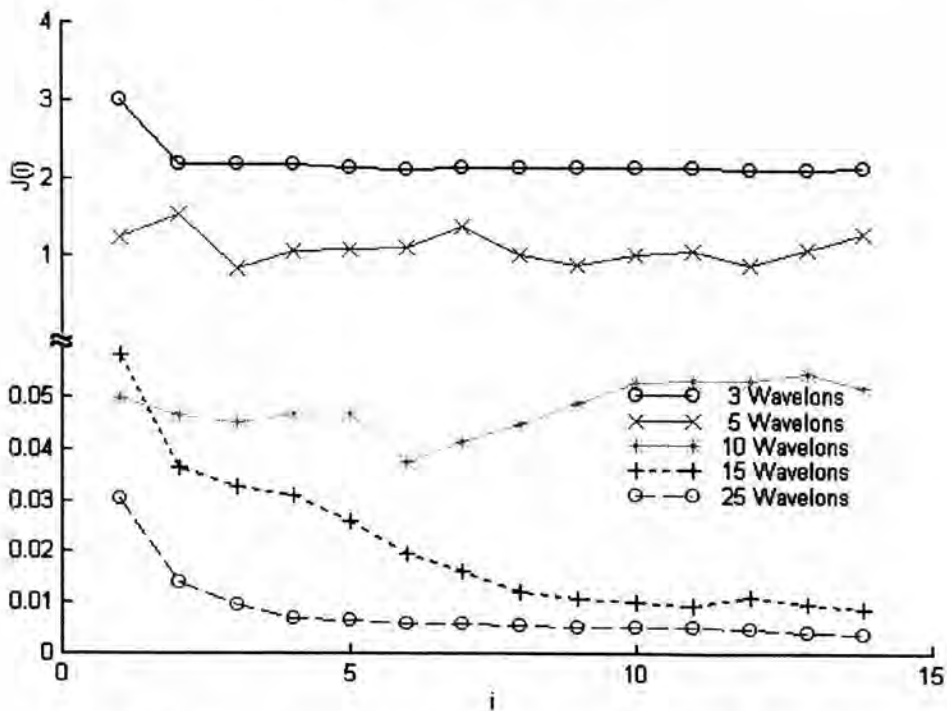
รูปที่ 4-49 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 1.25$



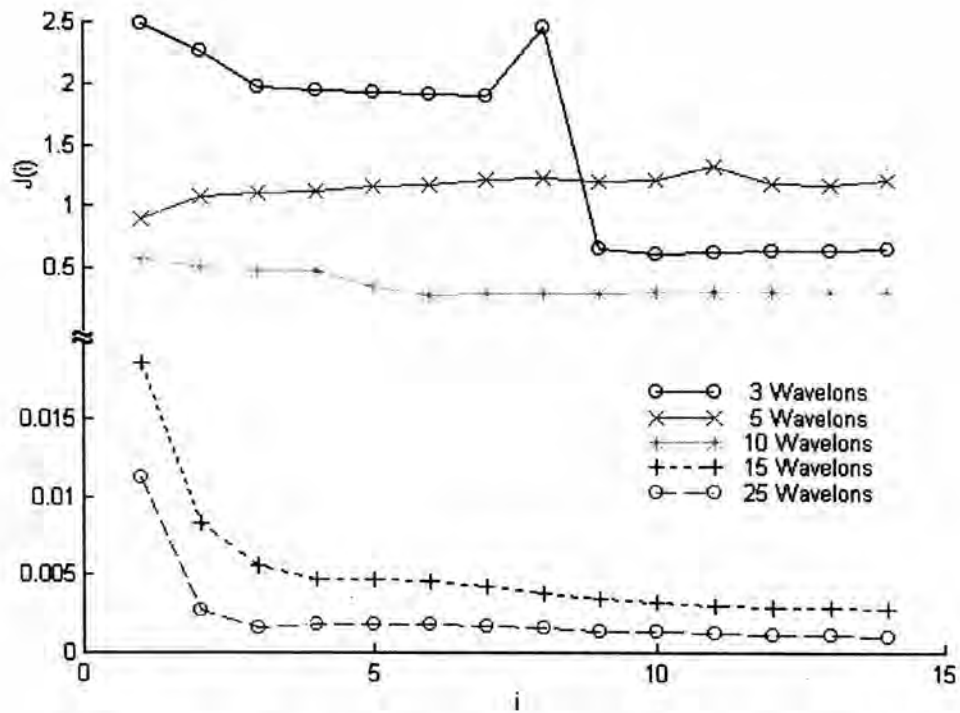
รูปที่ 4-50 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 1.25$



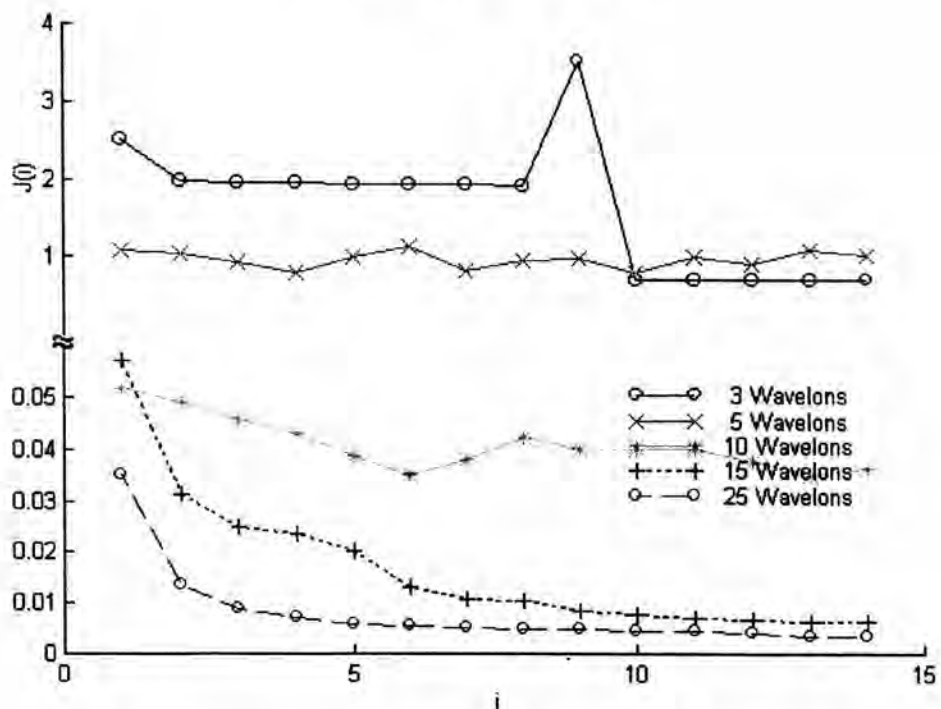
รูปที่ 4-51 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 1.50$



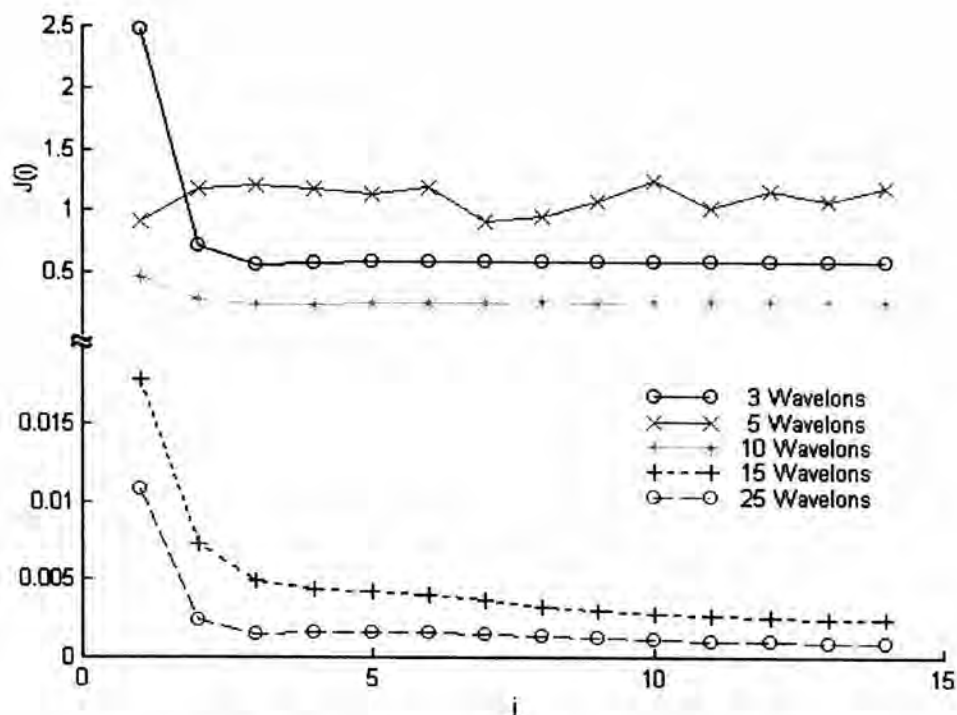
รูปที่ 4-52 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 1.50$



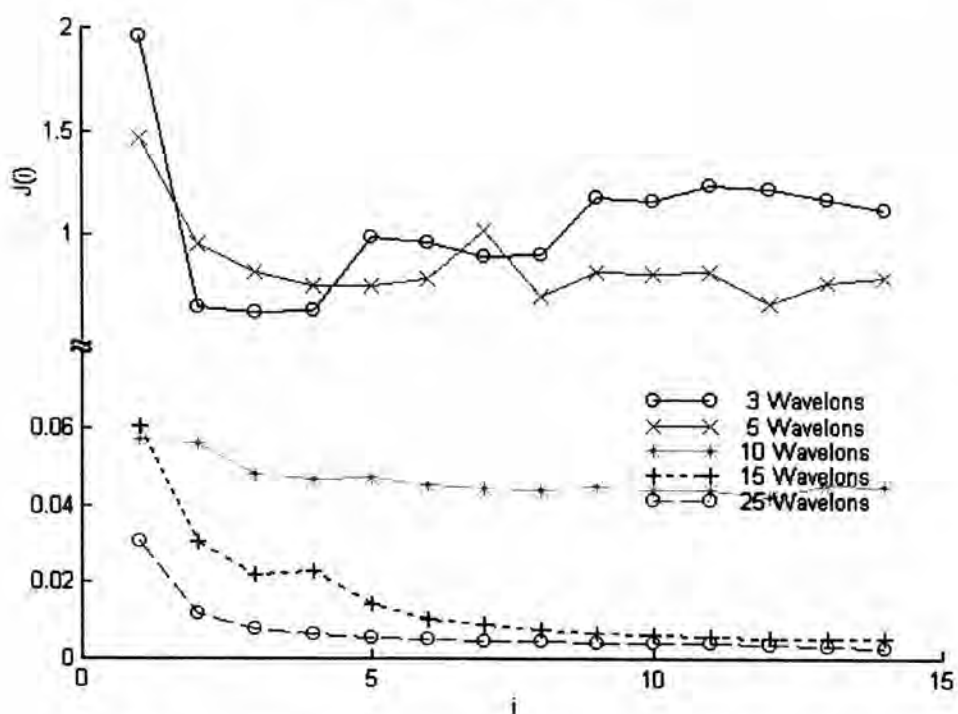
รูปที่ 4-53 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 1.75$



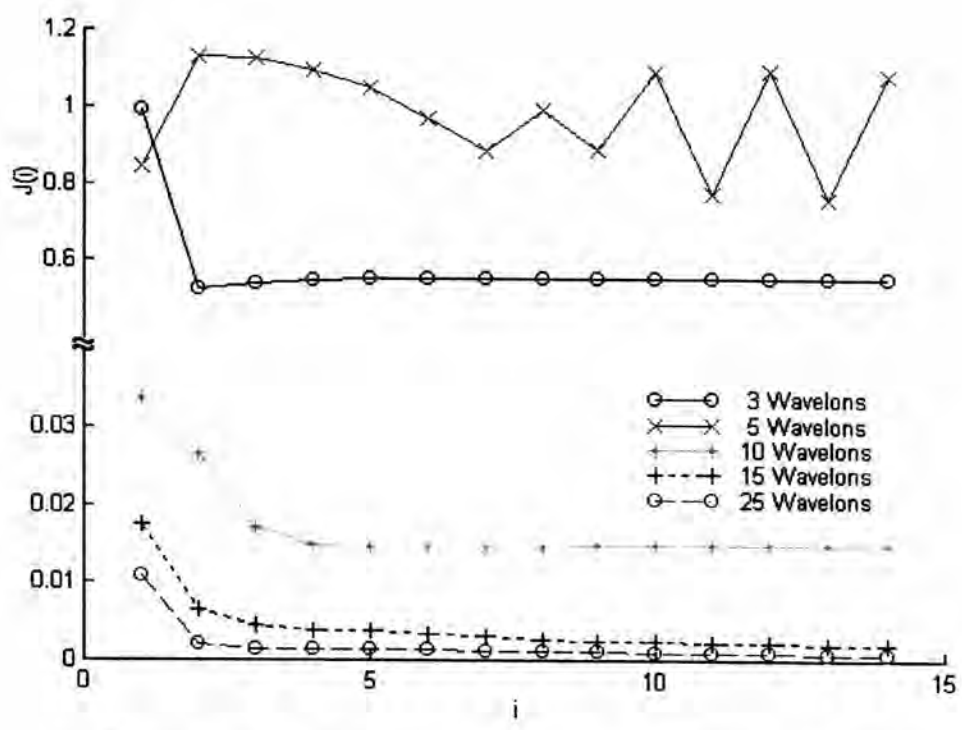
รูปที่ 4-54 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 1.75$



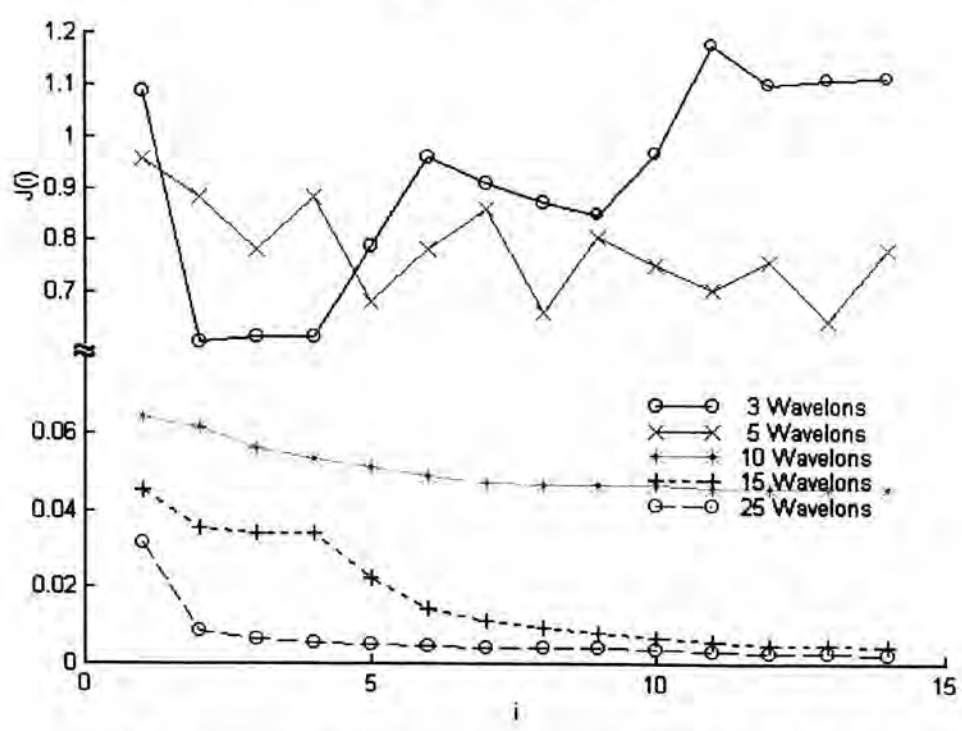
รูปที่ 4-55 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 2.0$



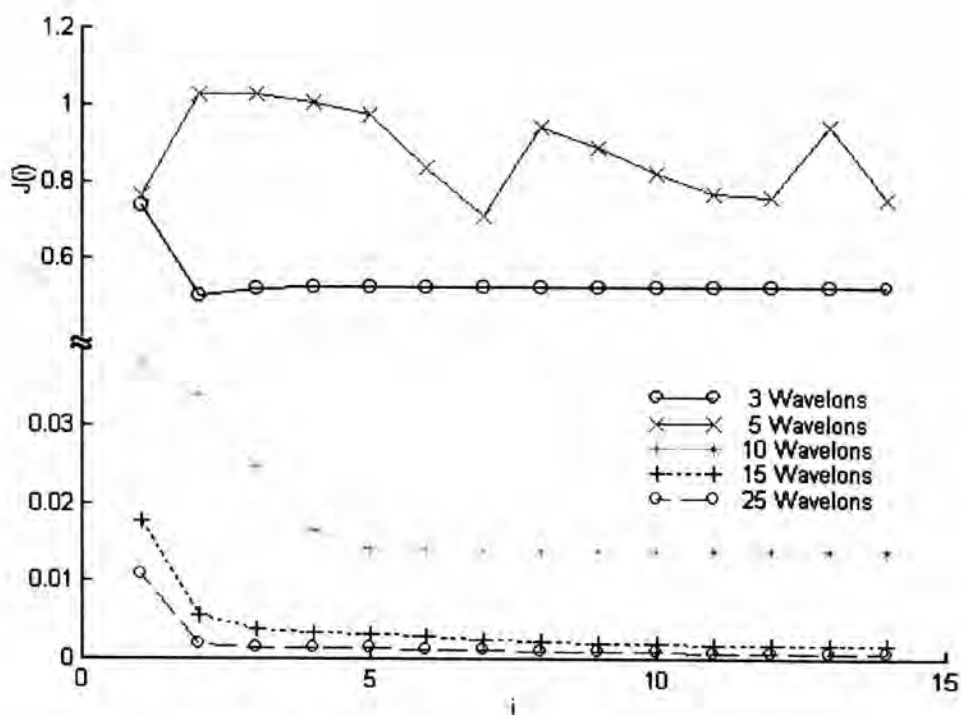
รูปที่ 4-56 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 2.0$



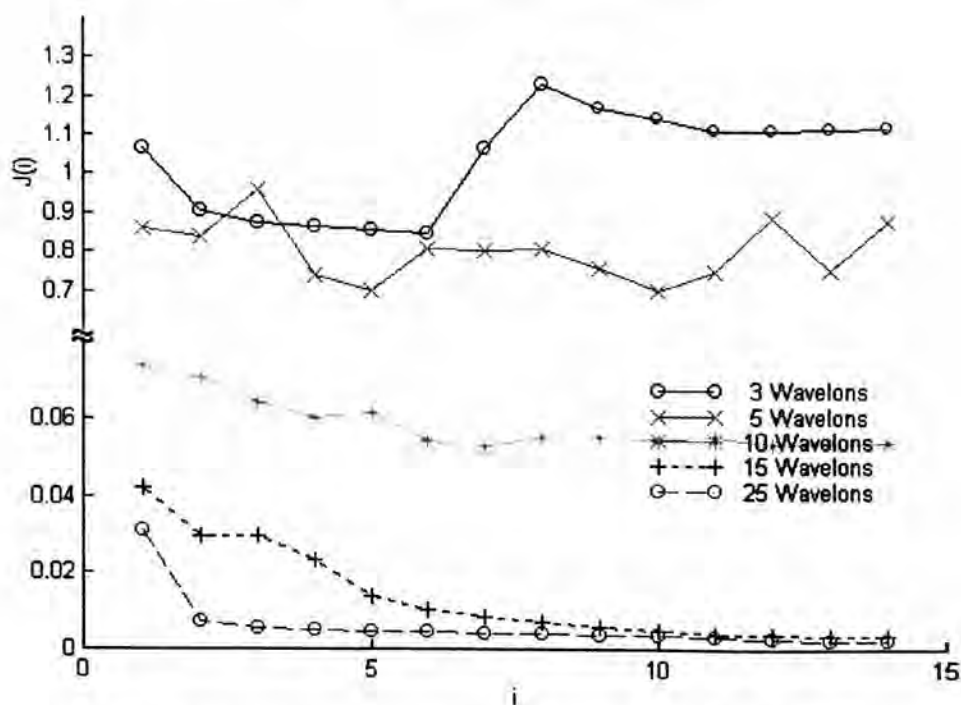
รูปที่ 4-57 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์ โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 2.25$



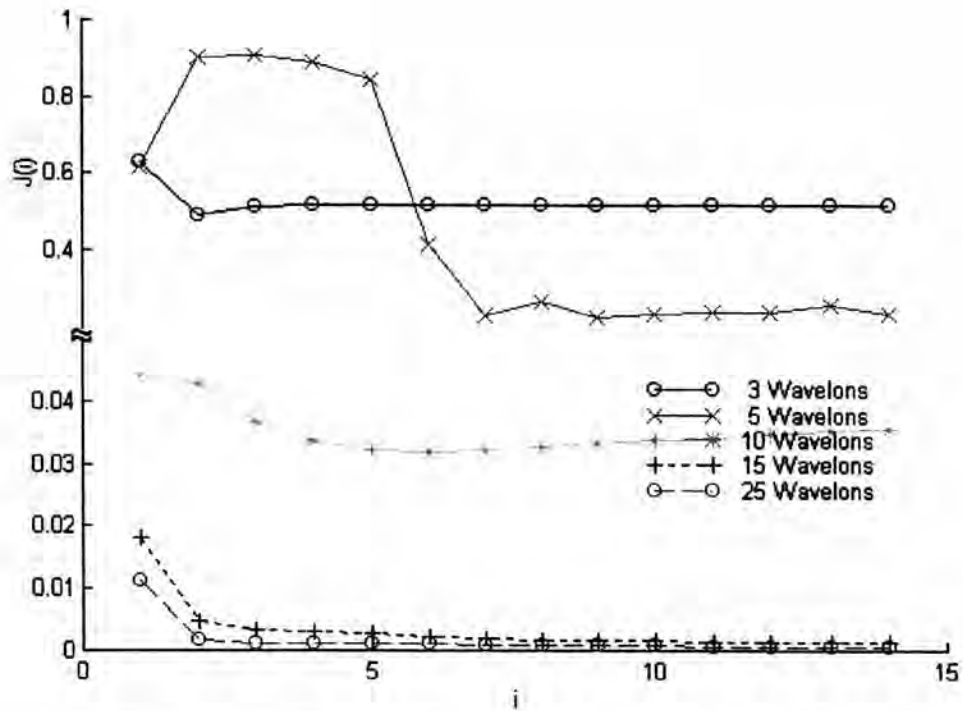
รูปที่ 4-58 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 2.25$



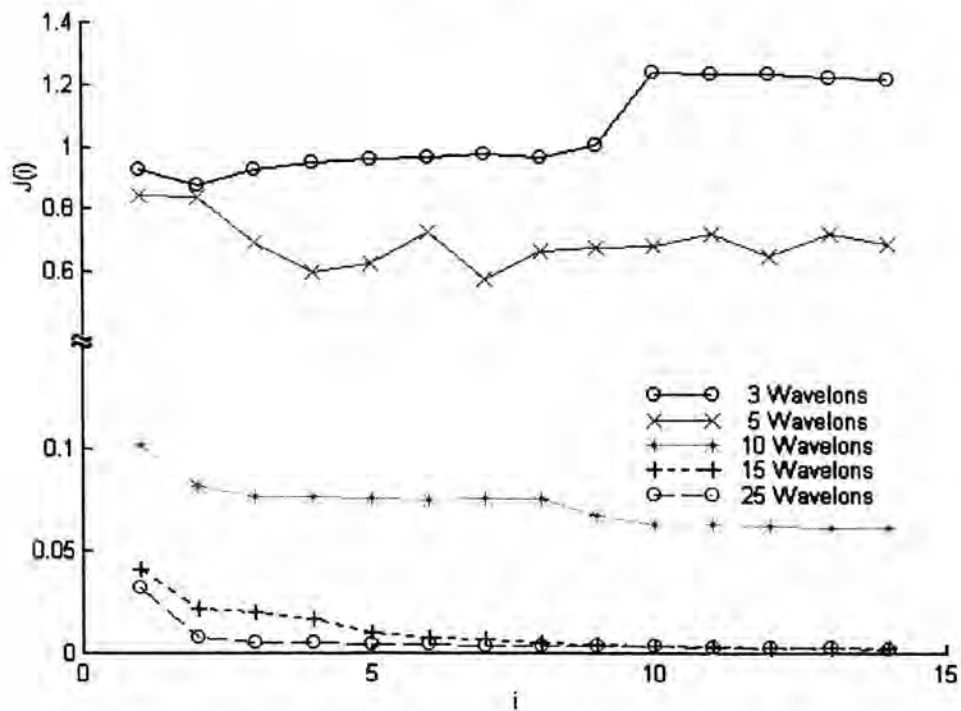
รูปที่ 4-59 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 2.50$



รูปที่ 4-60 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 2.50$

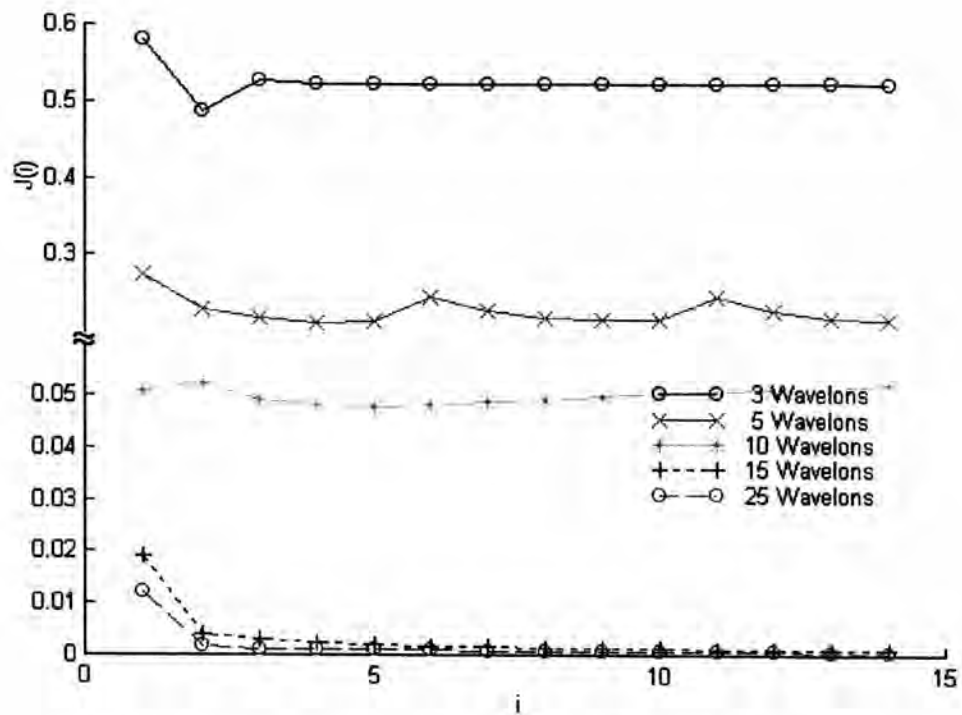


รูปที่ 4-61 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 2.75$

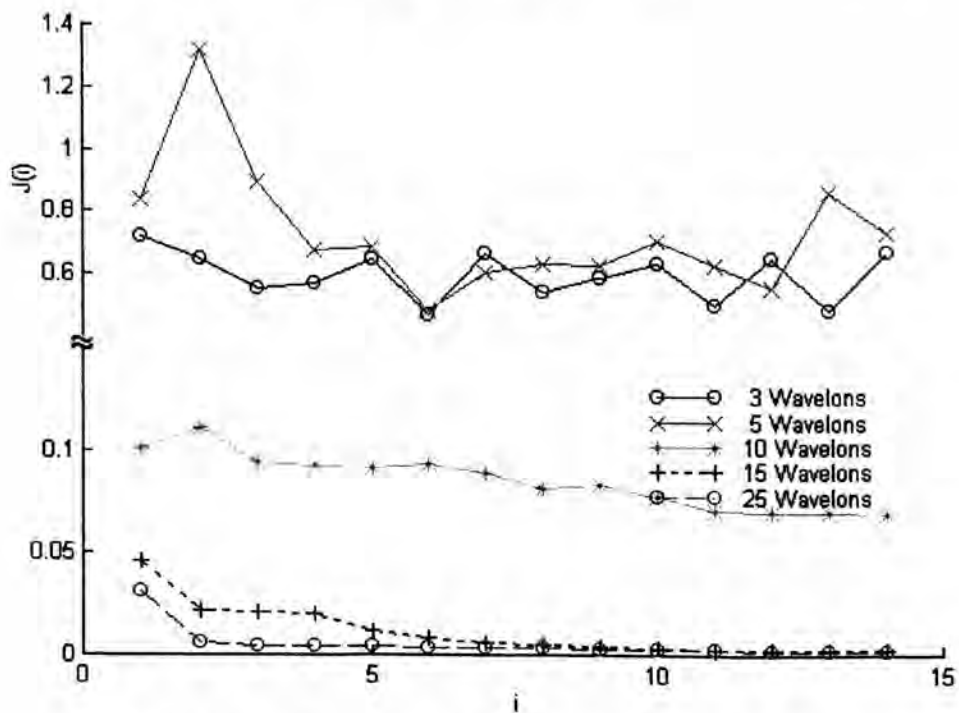


รูปที่ 4-62 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 2.75$

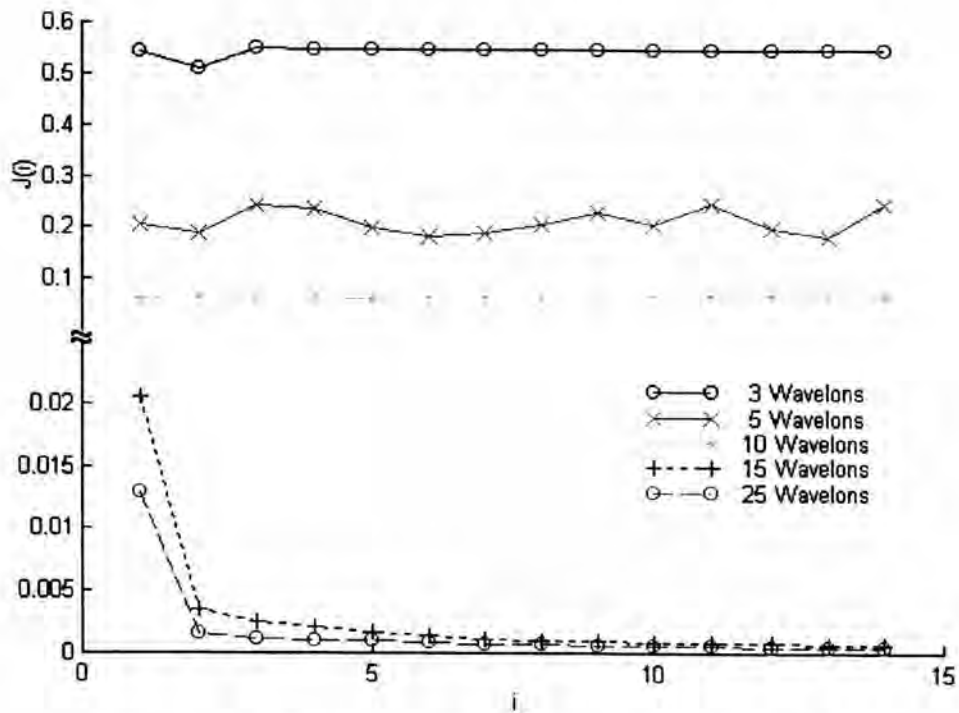




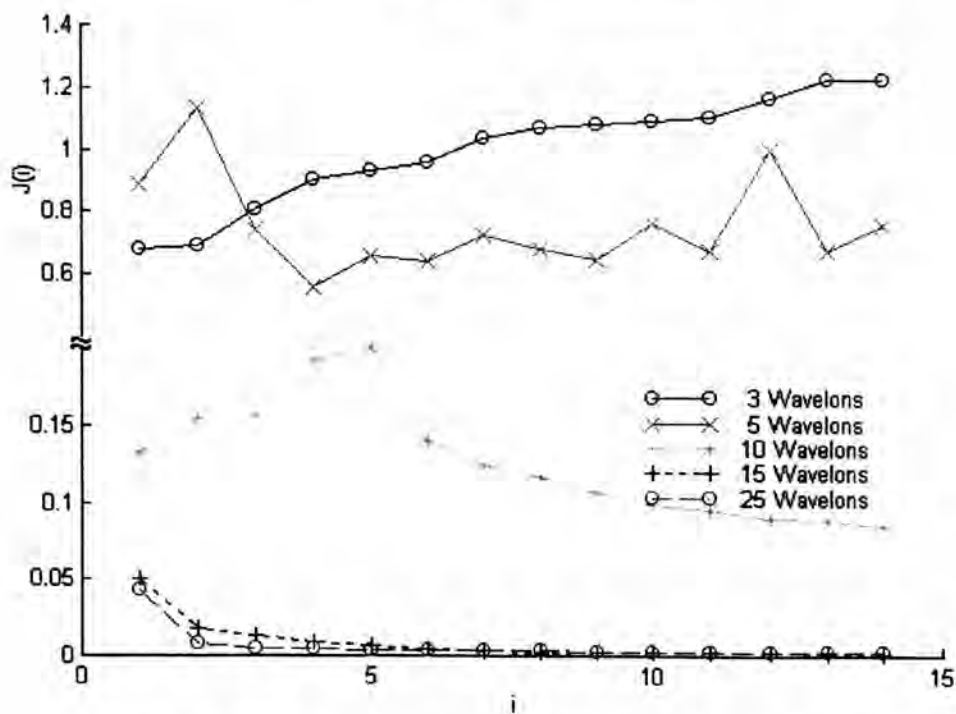
รูปที่ 4-63 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 3.0$



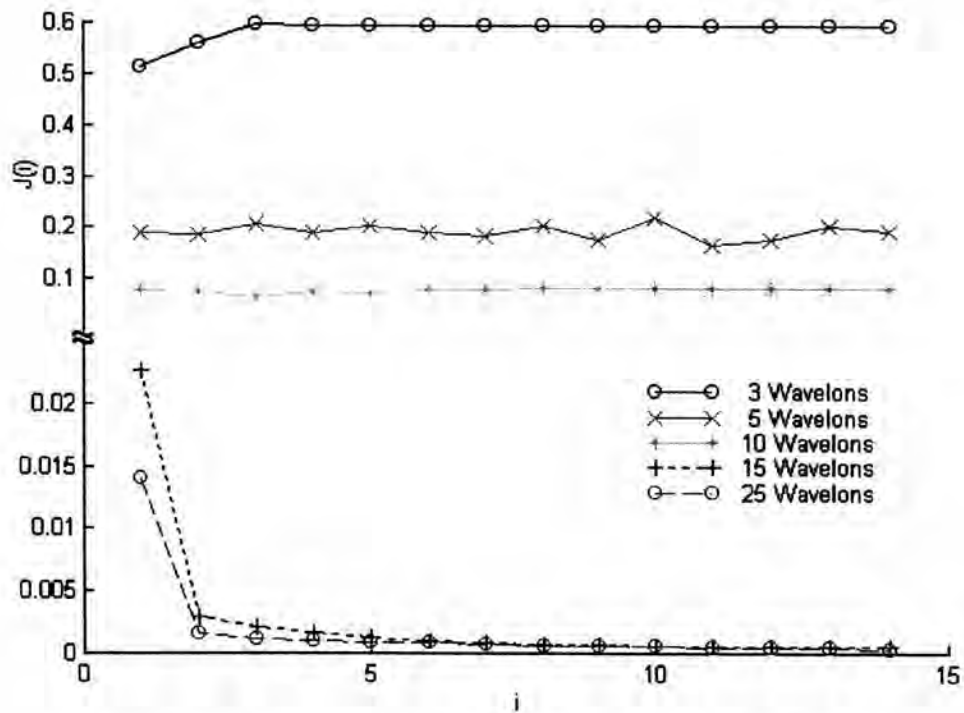
รูปที่ 4-64 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 3.0$



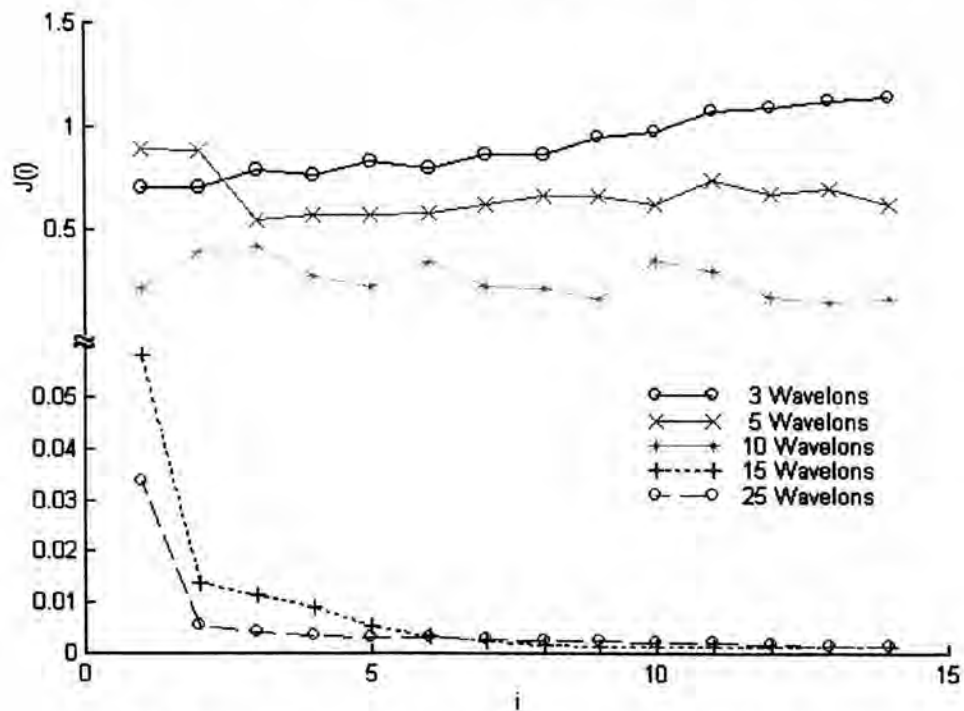
รูปที่ 4-65 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 3.25$



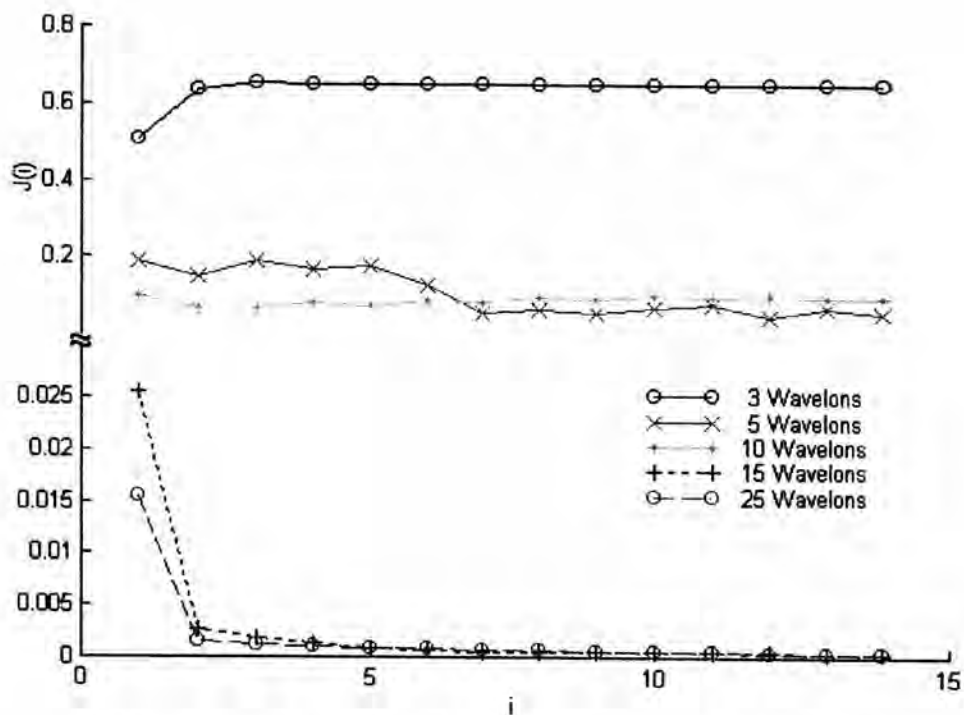
รูปที่ 4-66 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 3.25$



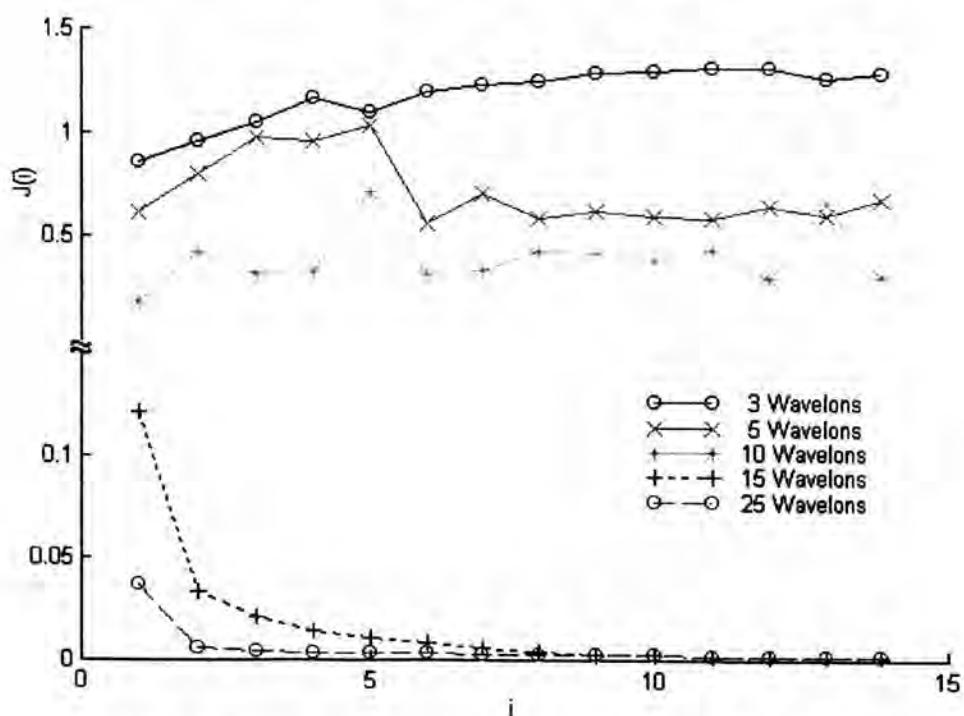
รูปที่ 4-67 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนตัม  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 3.5$



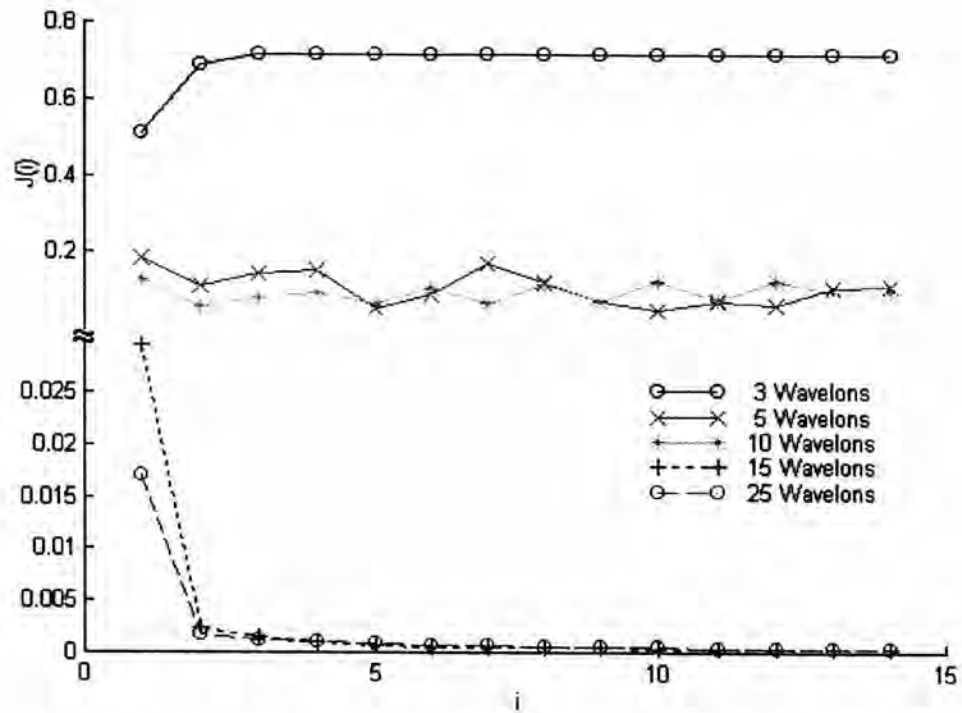
รูปที่ 4-68 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 3.5$



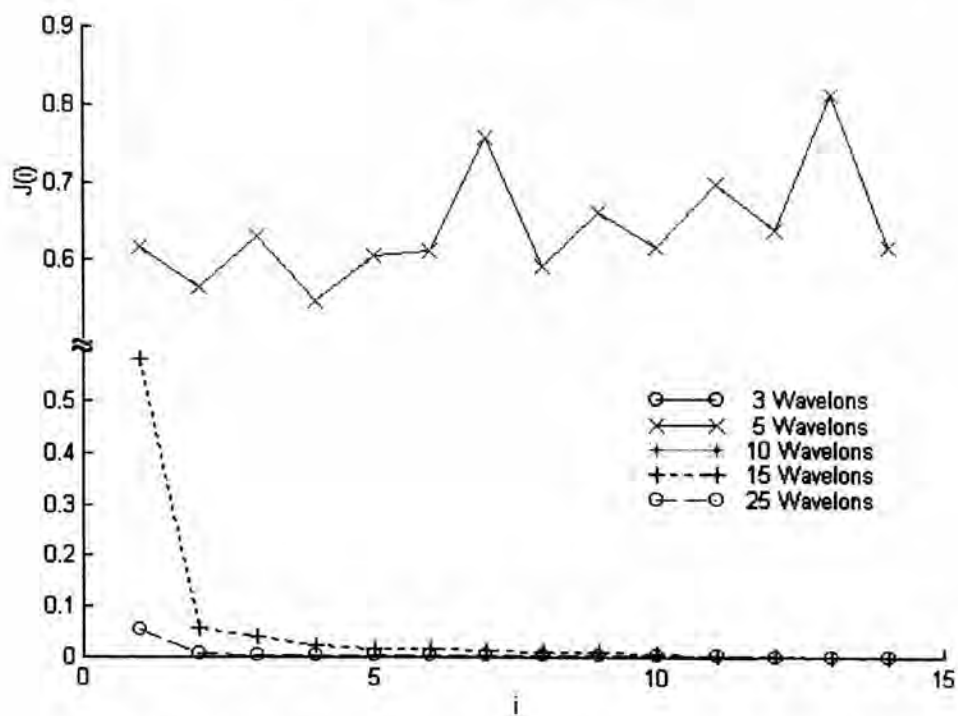
รูปที่ 4-69 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนตัม  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 3.75$



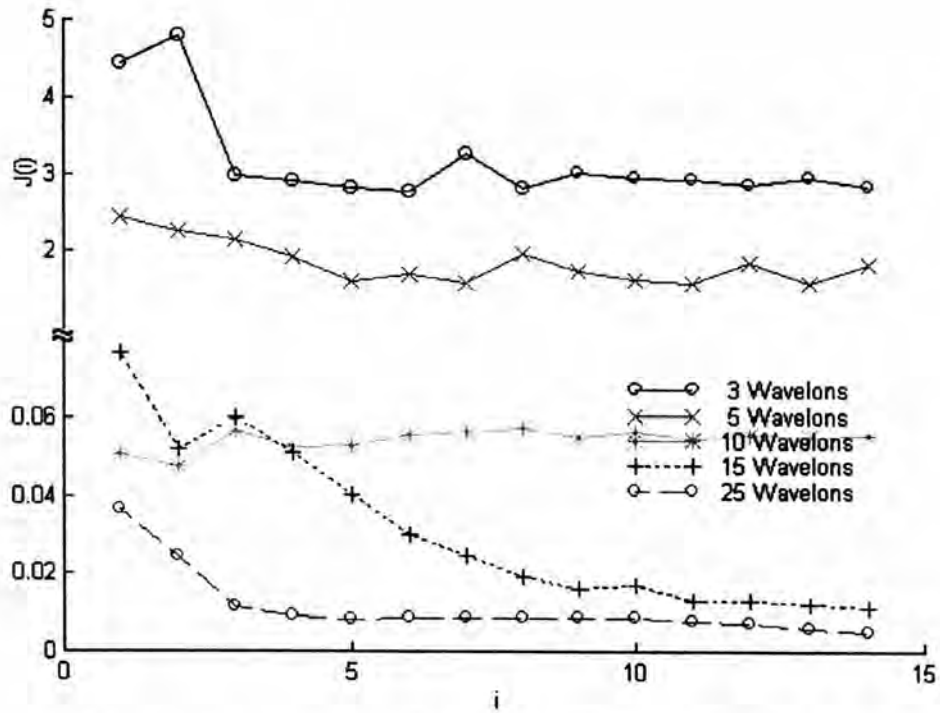
รูปที่ 4-70 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 3.75$



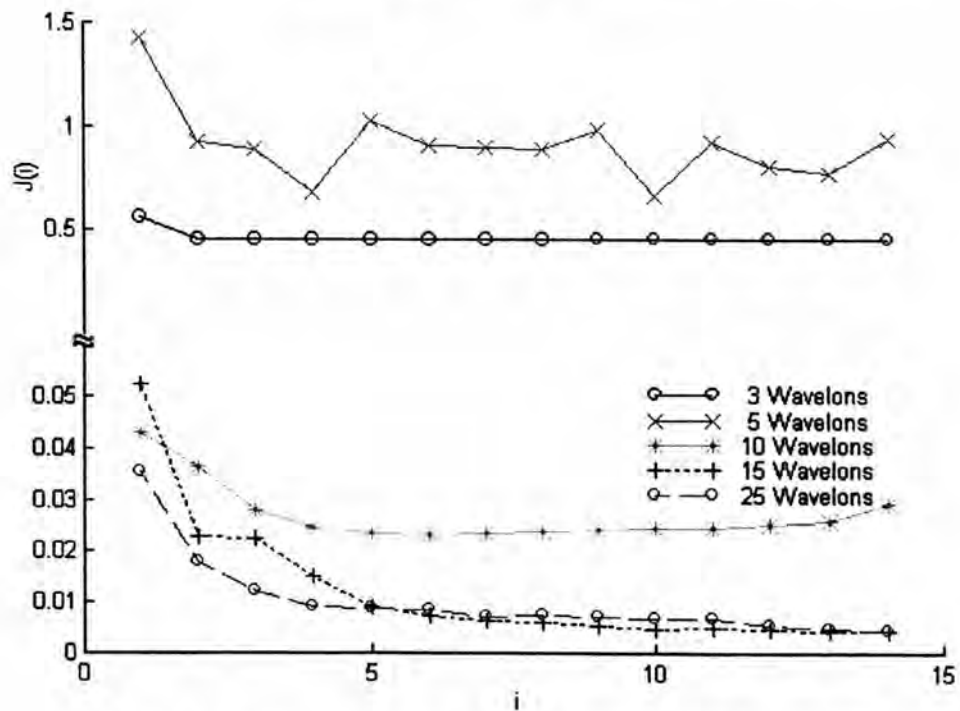
รูปที่ 4-71 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 4.0$



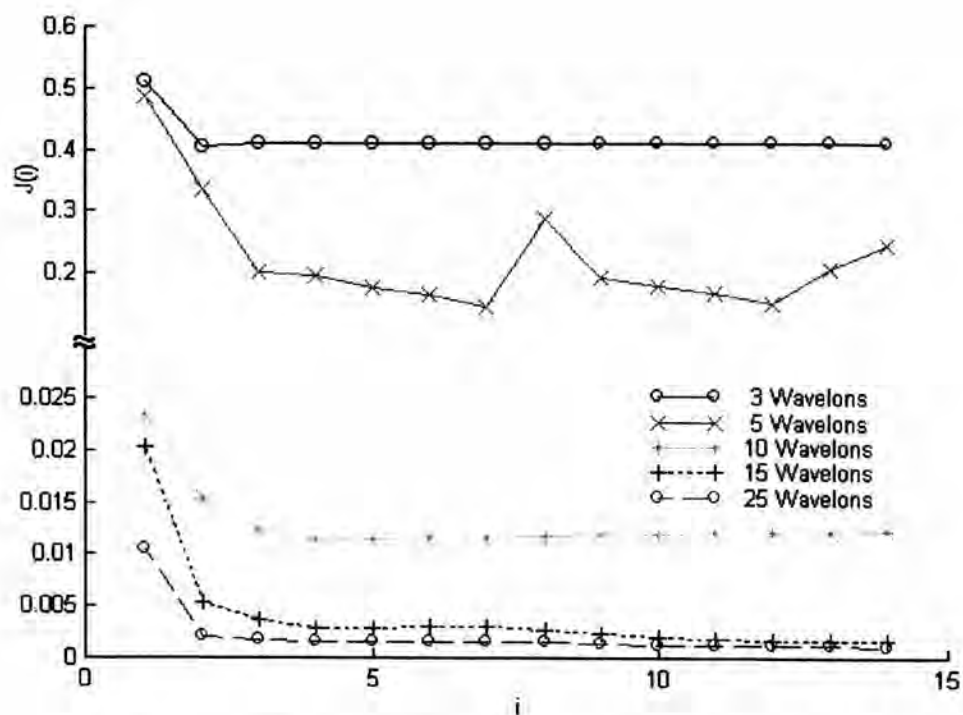
รูปที่ 4-72 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 9.81$  และ  $l = 4.0$



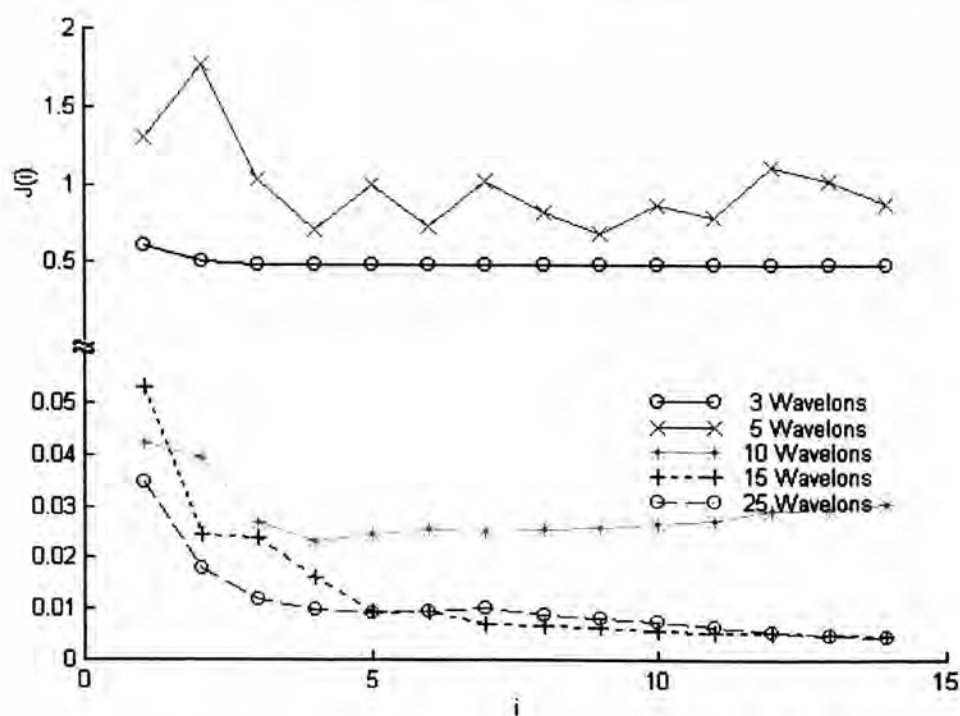
รูปที่ 4-73 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 0.981$  และ  $l = 1.0$



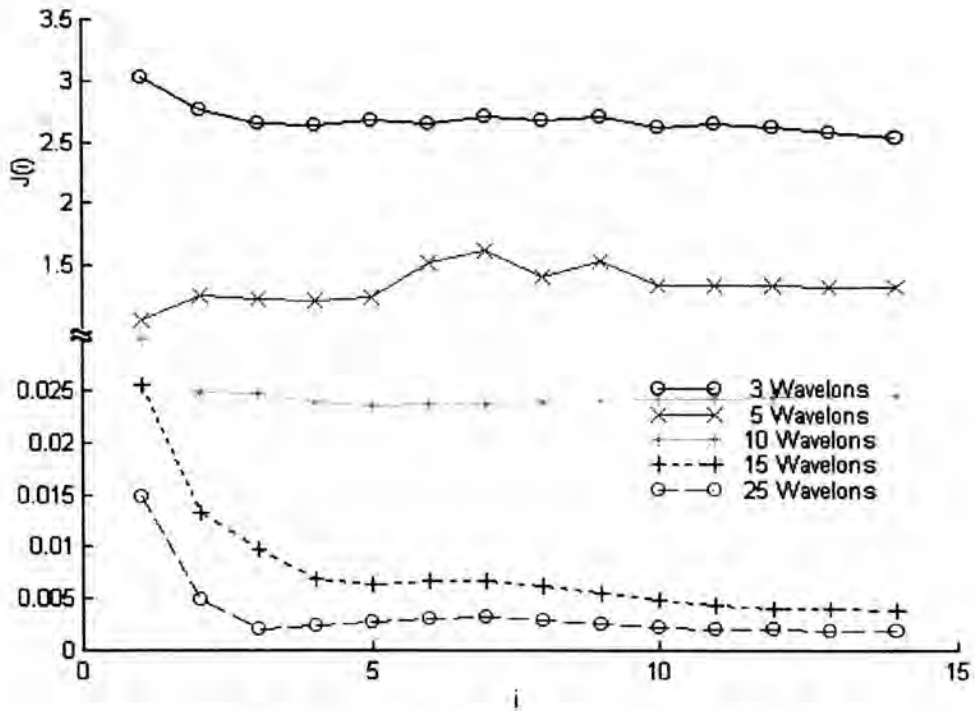
รูปที่ 4-74 ผลการเรียนรู้ในขณะที่ใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 0.981$  และ  $l = 1.0$



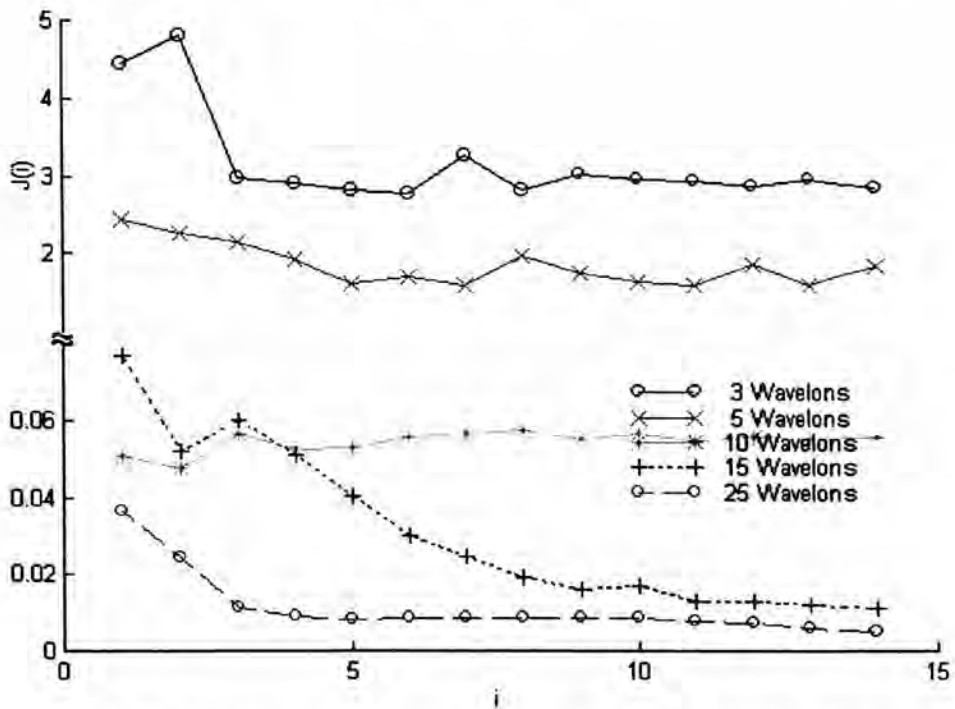
รูปที่ 4-75 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 1.635$  และ  $l = 1.0$



รูปที่ 4-76 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 1.635$  และ  $l = 1.0$

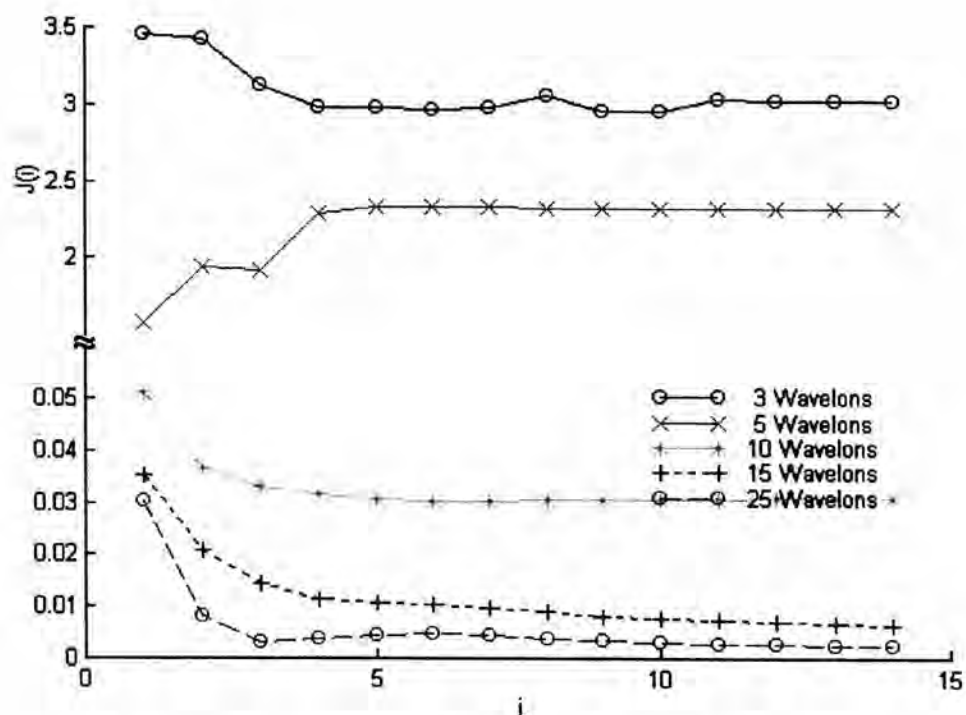


รูปที่ 4-77 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนตัม  
โดยมีค่า  $g = 2.4525$  และ  $l = 1.0$

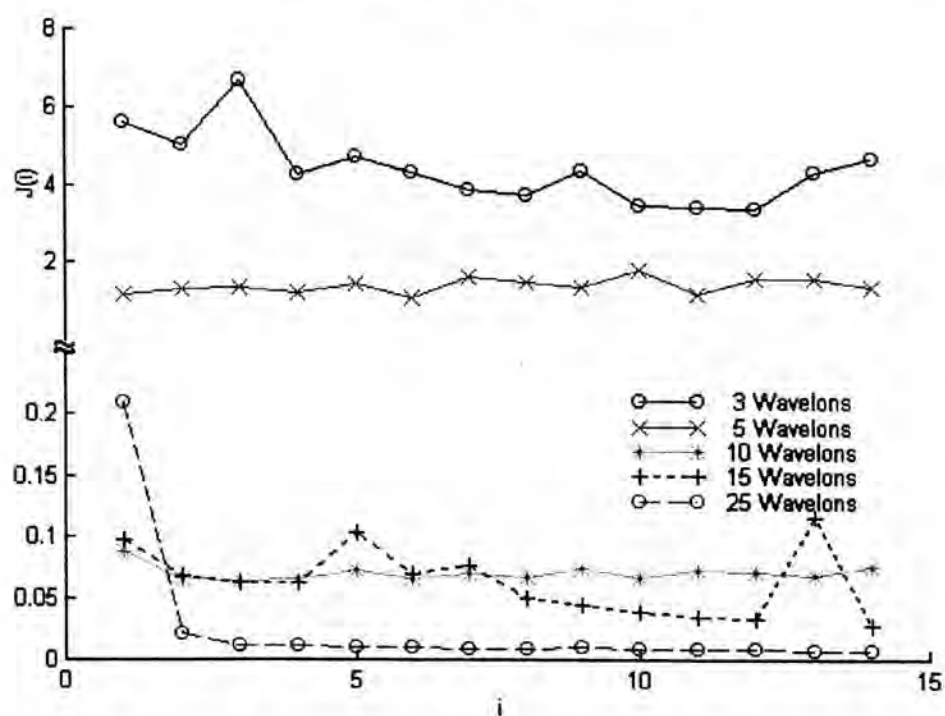


รูปที่ 4-78 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 2.4525$  และ  $l = 1.0$

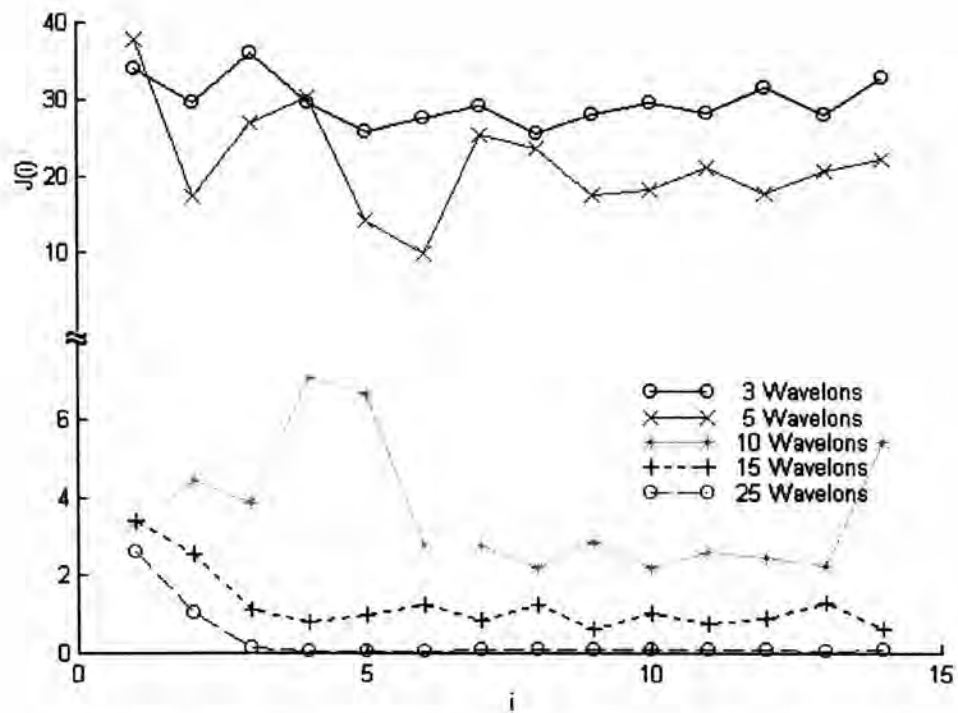




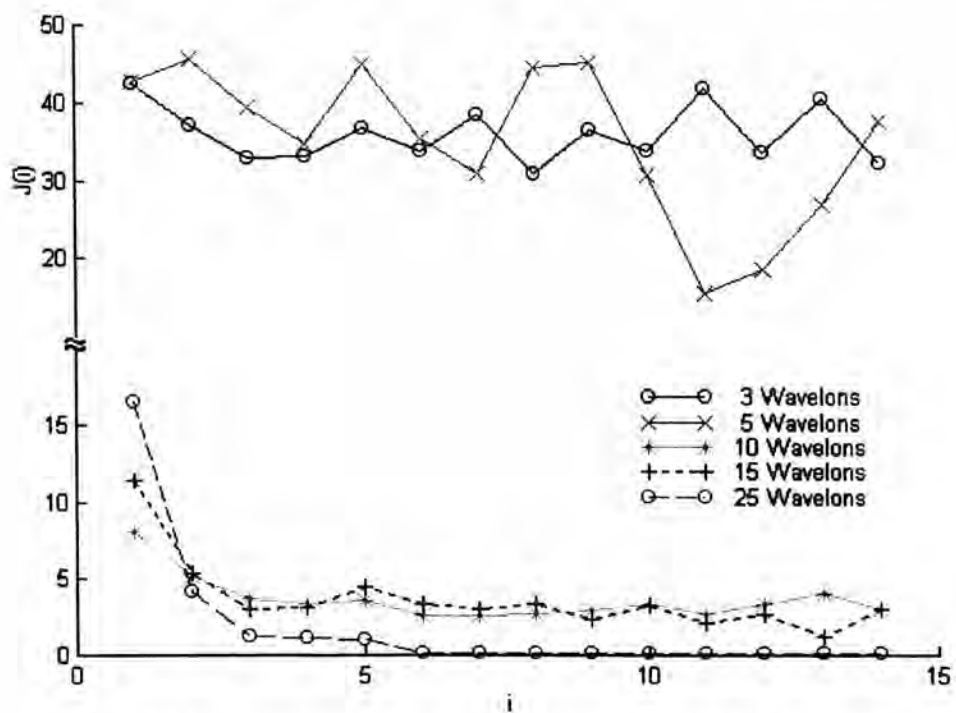
รูปที่ 4-79 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนต์  
โดยมีค่า  $g = 24.525$  และ  $l = 1.0$



รูปที่ 4-80 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 24.525$  และ  $l = 1.0$



รูปที่ 4-81 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธีโมเมนตัม  
โดยมีค่า  $g = 98.1$  และ  $l = 1.0$



รูปที่ 4-82 ผลการเรียนรู้ในขณะใช้งานจริงของตัวอย่างที่ 2 ด้วยวิธี DBD  
โดยมีค่า  $g = 98.1$  และ  $l = 1.0$

จากรูปที่ 4-41 จนถึงรูปที่ 4-82 ข้างต้นก็สามารถสรุปได้ในลักษณะเดียวกันกับตัวอย่างที่ 1 ว่าโครงข่ายที่ยังมีจำนวนเวฟลอนสูงก็จะยังมีความต้านทานต่อการเปลี่ยนแปลง (robust) ของพารามิเตอร์ได้ดี และอัตราการลู่เข้าส่วนใหญ่ก็ยังคิดว่าโครงข่ายที่มีจำนวนเวฟลอนต่ำกว่า