บทที่ 2

ทฤษฎีเบื้องต้น

การแบ่งชนิดของการไหลของของเหลวในท่อ สามารถแบ่งได้อย่างกว้างๆ คือ การไหลสม่ำเสมอ (**Steady flow**) และการไหลไม่สม่ำเสมอ (**Unsteady flow**) สำหรับในบทนี้ จะพิจารณาถึงปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เนื่องจากการไหลของของเหลวในท่อ ทั้งสองแบบเฉพาะบางส่วนที่เกี่ยวกับจุดประสงค์ของการศึกษานี้เท่านั้น ซึ่งได้แก่ การสูญเสียหัวความดัน (**Head loss**) ขณะที่ของเหลวกำลังไหลในท่อ และปรากฏการณ์ของการเกิด วอร์เตอร์ แฮมเมอร์ (**Water hammer**) ส่วนรายละเอียดต่างๆสามารถศึกษาได้จากหนังสือกลศาสตร์ของไหลทั่วไป

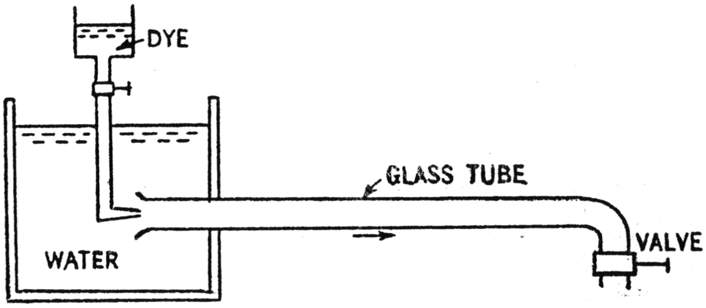
2.1 การไหลสม่ำเสมอ (**Steady flow**)

การไหลสม่ำเสมอ หมายถึงการไหลของของเหลว โดยมีความเร็วของการไหล ณ จุดใดๆ ไม่เปลี่ยนไปตามเวลา ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น สำหรับการไหลแบบนี้ ได้แก่ ลักษณะการไหล และ การสูญเสียพลังงาน เนื่องจากสาเหตุต่างๆ เช่น ความขรุขระของผิวท่อ หรือการไหลผ่าน ข้อต่อ ข้อเพิ่ม ข้อลด ของอ เป็นต้น ซึ่งจะศึกษาโดยย่อๆ ดังนี้

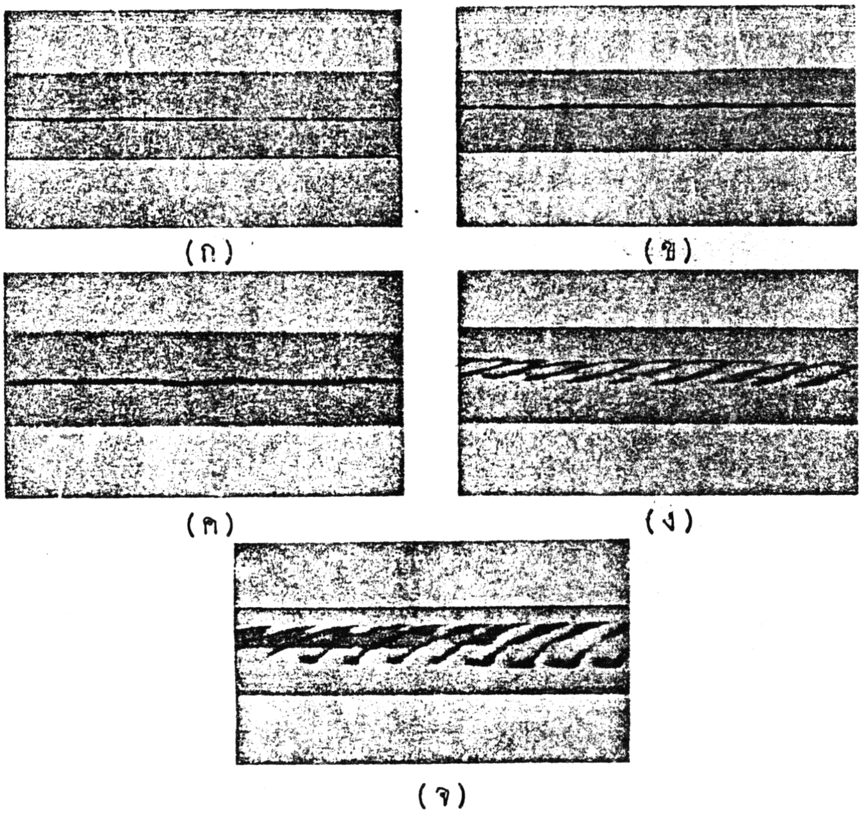
2.1.1 ลักษณะการไหลของของเหลวในท่อ

ลักษณะการไหลของของเหลวในท่อ มีสองแบบ ได้แก่ การไหลแบบราบเรียบ (**Laminar flow**) และการไหลแบบปั่นป่วน (**Turbulent flow**) การไหลแบบราบเรียบ เป็นการไหลชนิดที่อนุภาคของของเหลวจะเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง มีลักษณะเป็นแผ่น หรือชั้นเคลื่อนขนานไปกับแนวแกนของท่อ (รูปที่ 2–2 ก,ข,ค) ส่วนการไหลแบบปั่นป่วน เป็นการไหลชนิดที่อนุภาคของของเหลว จะเคลื่อนที่ในทิศทางไม่แน่นอน มีการเคลื่อนที่ขึ้นลง ขวางไปมากับทิศทางของการไหล (รูปที่ 2–2 ง,จ)

โดยทั่วไปการไหลของของเหลวในท่อ มักเป็นการไหลแบบปั่นป่วน[10]



รูปที่ 2–1 เครื่องมือสำหรับศึกษาลักษณะการไหลของของเหลวในท่อ



รูปที่ 2–2 การเปลี่ยนลักษณะการไหลของน้ำในหลอดแก้ว จากการไหลแบบราบเรียบเป็นแบบปั่นป่วน เมื่อเพิ่มความเร็วในการไหล

ในปี ค.ศ.1883 Osborne Reynolds ได้สรุปผลการวิจัยของเขา โดยอาศัยการทดลอง และการวิเคราะห์ทางด้านมิติ (Dimensional analysis) ว่า การเปลี่ยนลักษณะการไหล ของของเหลวในท่อ จากการไหลแบบราบเรียบ เป็นการไหลแบบปั่นป่วน ขึ้นอยู่กับ พารามิเตอร์ตัวหนึ่ง (Single parameter) ซึ่งภายหลังได้เรียก พารามิเตอร์ที่ไม่มีหน่วยตัวนี้ว่า เรย์โน นัมเบอร์ (Reynolds number ; $R_e = \rho VD/\mu$)

เมื่อ R_e = Reynolds number

V = ความเร็วในการไหลของของเหลวในท่อ

D = เส้นผ่าศูนย์กลางภายในของท่อ

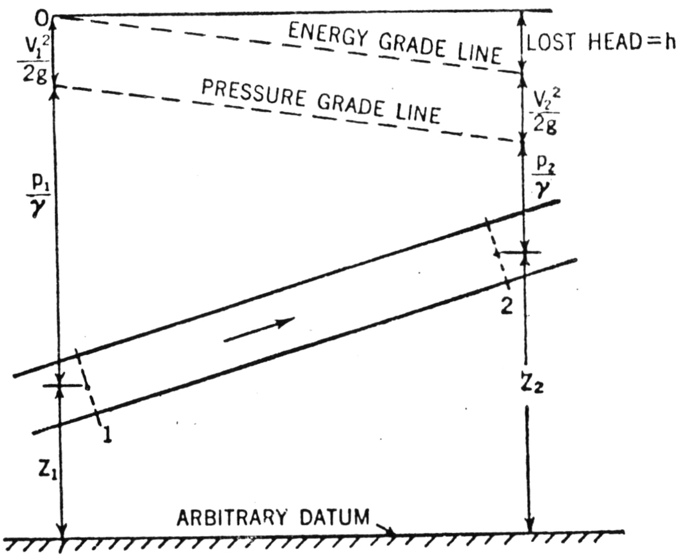
ρ = ความหนาแน่นของของเหลว

μ = ความหนืดของของเหลว

โดยปกติ เมื่อเรย์โน นัมเบอร์ ต่ำกว่า 2000 การไหลจะเป็นแบบราบเรียบ และเมื่อเรย์โน นัมเบอร์ สูงกว่า 4000 การไหลจะเป็นแบบปั่นป่วน ค่าเรย์โน นัมเบอร์ ระหว่าง 2000 ถึง 4000 เรียกว่าช่วงของการเปลี่ยน (Transition region) ซึ่งในช่วงนี้ การไหลอาจเป็นแบบราบเรียบ หรือแบบปั่นป่วนก็ได้[10]

2.1.2 การสูญเสียพลังงาน เนื่องจากการไหลของของเหลวในท่อ

ขณะที่ของเหลวไหลในท่อ จะเกิดการสูญเสียพลังงาน เนื่องจากความหนืดของของเหลว และความเสียดทานระหว่างของเหลวกับผนังท่อ เรียกการสูญเสียนี้ว่า การสูญเสียความเสียดทาน (Friction loss) หรือ การสูญเสียหลัก (Major loss) นอกจากนี้ เมื่อของเหลวไหลผ่านท่อที่มีการเปลี่ยนหน้าตัดอย่างกระทันหัน หรือ ไหลผ่าน ข้อต่อ ข้อเพิ่ม ข้อลด ข้องอ เป็นต้น ก็จะเกิดการสูญเสียพลังงาน ซึ่งเรียกการสูญเสียนี้ว่า การสูญเสียรอง (Minor loss) เราสามารถจัดให้การสูญเสียพลังงานเหล่านี้ อยู่ ในรูปของความสูง ซึ่งเรียกว่า การสูญเสียหัวความดัน (Head loss)



รูปที่ 2–3 การสูญเสียหัวความดัน ขณะที่ของเหลวไหลในท่อ

จากรูปที่ 2–3 กำหนดให้ Z_1, Z_2 = ความสูงของตำแหน่งที่ 1, 2 ของท่อ จากระดับอ้างอิง

P_1, P_2 = ความดันในท่อ ที่ตำแหน่งที่ 1, 2

V_1, V_2 = ความเร็วในการไหล ที่ตำแหน่งที่ 1, 2

h_L = การสูญเสียหัวความดัน

การหาค่าการสูญเสียหัวความดัน เมื่อของเหลวไหลในท่อ สามารถหาได้ด้วยการประยุกต์สมการเบอร์นูลลี (**Bernoulli equation**) ด้วยการเติมค่าการสูญเสียหัวความดัน ลงในนิพจน์ข้างขวาของสมการ[11]

จากสมการเบอร์นูลลี จะได้

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L \qquad (2\text{–}1)$$

ถ้า $Z_1 = Z_2$ และ $V_1 = V_2$ สมการ 2–1 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$h_L = \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} \qquad (2\text{–}2)$$

จากสมการ 2-2 จะเห็นว่า เมื่อท่อ มีเส้นผ่าศูนย์กลางคงที่ และวางอยู่ในแนวราบ การสูญเสียพลังงาน เมื่อของเหลวกำลังไหลในท่อ ก็คือ ผลต่างของหัวความดัน (Pressure head) ของตำแหน่งทั้งสองนั่นเอง

โดยทั่วไป ถ้าท่อมีความยาวมาก การสูญเสียความเสียดทาน หรือ การสูญเสียหลัก จะมีค่ามากกว่า การสูญเสียรอง แต่ถ้าท่อมีความยาวไม่มากนัก และมี ข้อต่อต่างๆ หลายแห่ง การสูญเสียรอง อาจจะมีค่ามากกว่า การสูญเสียหลัก

2.1.2.1 การสูญเสียรอง (**Minor loss**)

การหาค่าการสูญเสียรอง สามารถหาได้จากสมการดังนี้

$$h_L = KV^2/2g \qquad (2\text{-}3)$$

h_L = การสูญเสียรอง

K = สัมประสิทธิของการสูญเสียหัวความดัน (Loss coefficient)

V = ความเร็วในการไหลของของเหลว

g = อัตราเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วง

โดยปกติ ค่า K จะขึ้นกับรูปทรง ของข้อต่อชนิดต่างๆ และจะมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อรูปทรงเหล่านี้ ขรุขระมากขึ้น แต่จะลดลง เมื่อเรย์โน นัมเบอร์ สูงขึ้น

2.1.2.2 การสูญเสียความเสียดทาน (**Friction loss**)

การหาค่า การสูญเสียหัวความดัน เนื่องจากความเสียดทาน สามารถหาได้จาก สมการ **Darcy - Weisbach** (ค.ศ.1850) ซึ่งเป็นสมการที่ได้จากการสังเกตุและทดลอง (**Empirical equation**)

$$\Delta h = \frac{fLV^2}{D2g} \qquad (2\text{-}4)$$

Δh = การสูญเสียความเสียดทาน

f = ตัวประกอบความฝืด

L = ความยาวท่อ

D = เส้นผ่าศูนย์กลางภายในของท่อ

V = ความเร็วในการไหลของของเหลวในท่อ

g = อัตราเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วง

จากการทดลองพบว่า การสูญเสียหัวความดัน เนื่องจากความเสียดทานจะขึ้นกับ ความยาวท่อ เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ ความขรุขระของผิวท่อ ความเร็วในการไหลของของเหลว ความหนาแน่นและความหนืดของของเหลว โดยการใช้วิธีวิเคราะห์ทางด้านมิติ จะสามารถหาความสัมพันธ์ ระหว่าง การสูญเสียหัวความดัน เนื่องจากความเสียดทาน และตัวแปรเหล่านี้ได้ ดังสมการ 2-5(12)

$$\Delta h = F_1(R_e, e/D)\frac{LV^2}{Dg} \qquad (2-5)$$

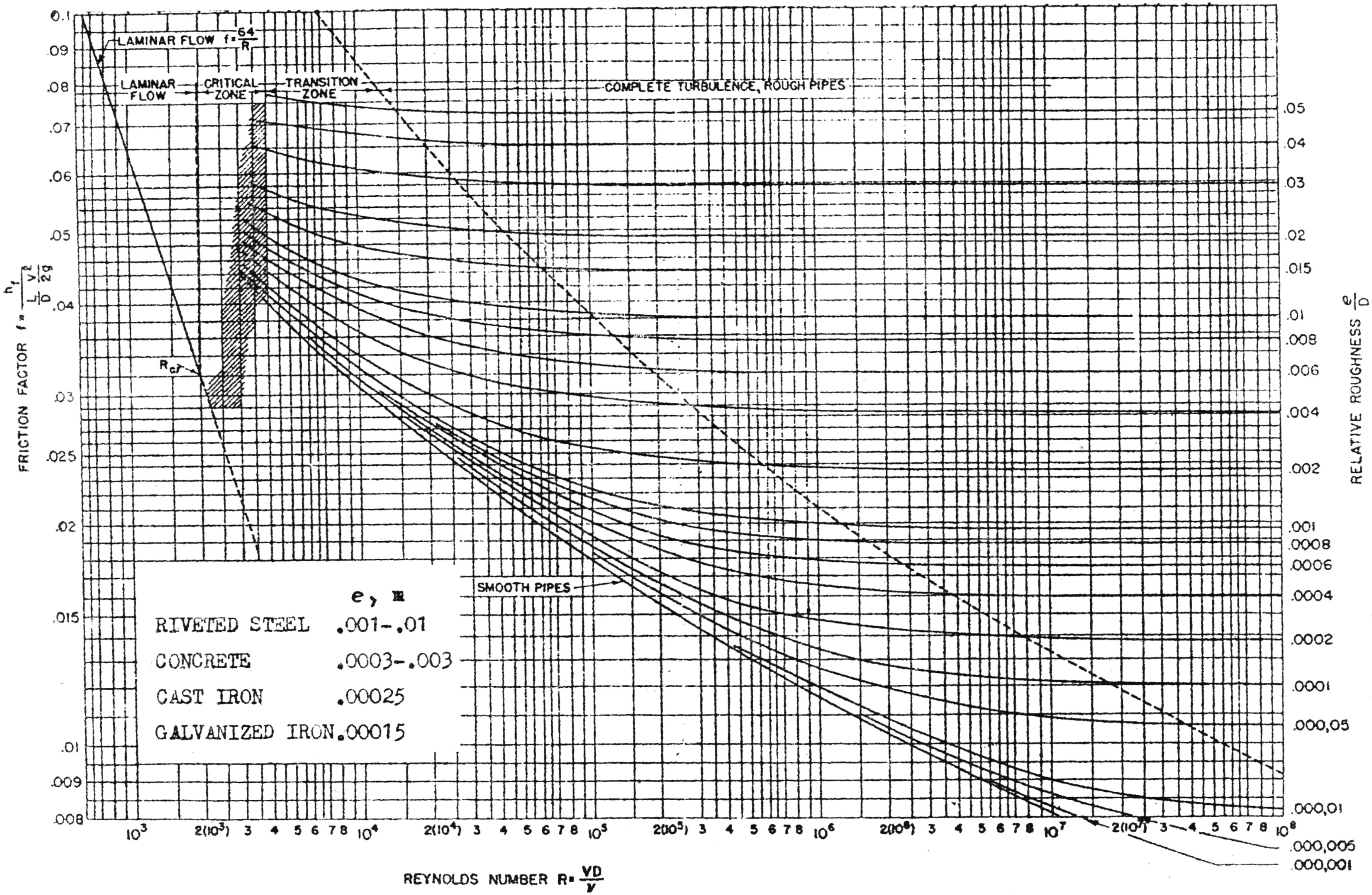
เมื่อเปรียบเทียบสมการ 2-4 และสมการ 2-5 จะเห็นว่า

$$f = F_2(R_e, e/D) \qquad (2-6)$$

นั่นคือ โดยทั่วไปแล้ว ตัวประกอบความฝืดจะขึ้นกับฟังค์ชั่นของเรย์โน นัมเบอร์ และ ความหยาบสัมพัทธ์ (**Relative roughness ; e/D**) ของผิวท่อ

การหาค่าตัวประกอบความฝืด สามารถหาได้จากกราฟ ดังรูปที่ 2-4 กราฟนี้เรียกว่า **Moody Diagram** (ค.ศ.1944) ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ ระหว่าง ค่าตัวประกอบความฝืด และค่าเรย์โน นัมเบอร์ ที่ค่าความหยาบสัมพัทธ์ต่างๆกัน

รูปที่ 2-4 MOODY DIAGRAM

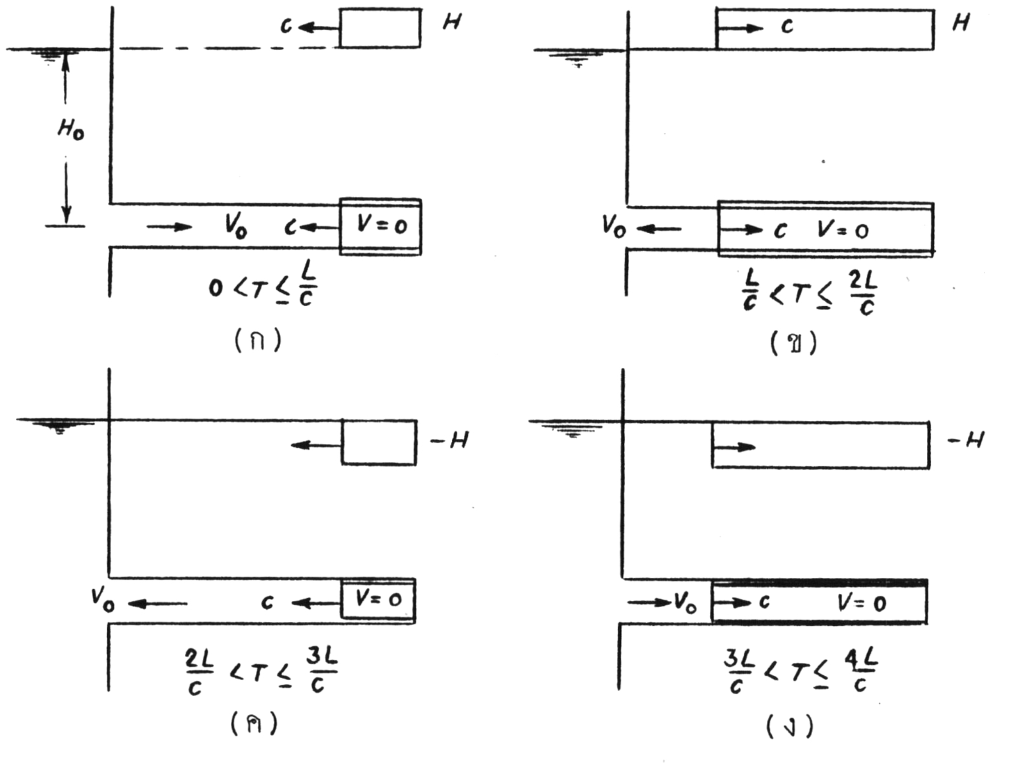


2.2 การไหลไม่สม่ำเสมอ (Unsteady flow)

การไหลไม่สม่ำเสมอหมายถึง การไหลของของเหลว ชนิดที่ความเร็วในการไหล ณ จุดใดๆ มีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาหรือมีการขาดช่วงได้ ปรากฏการณ์สำคัญที่เกิดขึ้นสำหรับการไหลชนิดนี้ ได้แก่การเกิด Water hammer สาเหตุเนื่องจาก ของเหลวที่ไหลในท่อ ถูกทำให้หยุดไหลอย่างกระทันหัน ซึ่งจะพิจารณาถึงรายละเอียดดังนี้

2.2.1 วอร์เตอร์ แฮมเมอร์ (Water hammer)

ขณะที่ของเหลวกำลังไหลในท่อ จะมีพลังงานจำนวนหนึ่งเกิดขึ้น ถ้าของเหลวถูกทำให้หยุดไหลอย่างกระทันหัน เช่นโดยการปิดประตูน้ำ (Valve) พลังงานจำนวนนี้จะถูกใช้ไปในการกดอัดของเหลว และดันท่อให้ขยายตัว อาจเกิดการเปลี่ยนแปลงความดันอย่างรุนแรง การเปลี่ยนแปลงความดัน ซึ่งสูงขึ้น และต่ำกว่าความดันปกติ เนื่องจากของเหลวในท่อถูกทำให้หยุดไหลอย่างกระทันหัน เรียกว่าการเกิด วอร์เตอร์ แฮมเมอร์



รูปที่ 2-5 ลำดับการเปลี่ยนขนาดความดัน ในหนึ่งรอบของการเกิด วอร์เตอร์ แฮมเมอร์

พิจารณารูปที่ 2-5(ก) เมื่อของเหลวกำลังไหลในท่อด้วยความเร็วสม่ำเสมอ จะเกิดความดันปกติที่แน่นอนค่าหนึ่งขึ้นที่ปลายท่อ เมื่อปิดประตูน้ำอย่างรวดเร็ว ของเหลวส่วนที่ติดกับประตูน้ำจะถูกทำให้หยุดไหล ขณะที่ของเหลวส่วนที่อยู่ถัดๆไป ยังคงไหลด้วยความเร็วเดิมอยู่ เป็นเหตุให้ของเหลวส่วนที่อยู่ติดกับประตูน้ำ ถูกกดอัดพร้อมกับการขยายตัวของท่อตรงส่วนนั้น ความดันจะสูงขึ้น ปรากฏการณ์เช่นนี้จะเกิดขึ้นกับของเหลวส่วนที่อยู่ถัดๆไปอย่างต่อเนื่อง จนกระทั่งถึงปลายท่ออีกข้างหนึ่ง ของเหลวทั้งหมดในท่อก็จะหยุดนิ่ง ขณะเดียวกันความดันที่เพิ่มขึ้น ก็จะเคลื่อนที่เป็นคลื่นจากประตูไปยังปลายท่ออีกข้างหนึ่ง เนื่องจากการขยายตัวของท่อ และความดันของของเหลวที่สูงกว่าความดันปกติ จะทำให้เกิดสภาวะไม่สมดุลย์ขึ้น ดังนั้นท่อจะหดตัวเข้าสู่สภาพเดิมและของเหลวจะเริ่มไหลในทิศทางกลับเข้าสู่ถังเก็บน้ำ โดยเริ่มจากปลายท่อที่ต่อกับถังไปยังประตูน้ำ ขณะเดียวกันความดันก็จะลดลงเป็นความดันปกติ โดยมีทิศทางเคลื่อนที่ไปยังประตูน้ำ เมื่อคลื่นความดันเคลื่อนที่มาถึงประตูน้ำ ความดันที่ประตูน้ำก็จะลดลงเป็นความดันปกติ (รูปที่ 2-5 ข) เนื่องจากความเฉื่อยและการขยายตัวของของเหลว ทำให้ของเหลวยังคงไหลในทิศทางกลับเข้าสู่ถังน้ำต่อไป ดังนั้นความดันที่ประตูน้ำจะลดลงต่ำกว่าความดันปกติ และเคลื่อนที่จากประตูน้ำไปยังปลายท่ออีกข้างหนึ่ง (รูปที่ 2-5 ค) เมื่อคลื่นความดันเคลื่อนที่ไปถึงปลายท่อที่ต่อกับถังเก็บน้ำ ของเหลวในท่อก็จะหยุดไหล แต่เนื่องจากความดันในท่อต่ำกว่าความดันปกติ และการขยายตัวของของเหลว จึงเกิดสภาวะไม่สมดุลย์ขึ้นอีก ของเหลวจะเริ่มไหลกลับในทิศทางไปยังประตูน้ำ ขณะเดียวกันความดันที่ต่ำกว่าปกติก็จะกลับเข้าสู่ความดันปกติและเคลื่อนที่ไปยังประตูน้ำ เมื่อคลื่นความดันเคลื่อนที่มาถึงประตูน้ำ ความดันที่ต่ำกว่าปกติที่ประตูน้ำ ก็จะกลับเข้าสู่ความดันปกติ (รูปที่ 2-5 ง) ปรากฏการณ์เช่นนี้จะเกิดขึ้นซ้ำไปซ้ำมา แต่ขนาดของความดันที่เปลี่ยนแปลงจะลดลงเรื่อยๆเนื่องจากผลของความเสียดทาน ในที่สุดของเหลวในท่อก็จะกลับเข้าสู่ความดันปกติ[13]

2.2.2 ความเร็วของคลื่นความดัน (**Velocity of pressure wave**)

ความเร็วของคลื่นความดัน (u) ที่เคลื่อนผ่านของเหลวใดๆ จะเท่ากับความเร็วเสียงที่เคลื่อนผ่านของเหลวนั้น[14] ดังสมการ 2-7

$$u = \sqrt{E/\rho} \qquad (2-7)$$

เมื่อ E = Bulk modulus of elasticity ของของเหลว

ρ = ความหนาแน่นของของเหลว

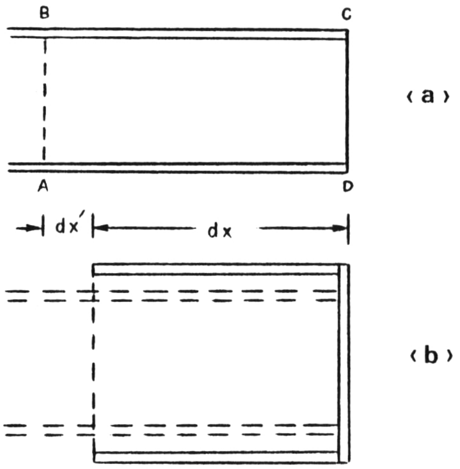
แต่ความเร็วของคลื่นความดันในท่อที่เกิดจาก Water hammer จะมีค่าน้อยกว่าความเร็วที่ได้จากสมการ 2-7 เพราะผนังท่อมีความยืดหยุ่น เราสามารถนำสมการ 2-7 มาประยุกต์ เพื่อหาค่า ความเร็วของคลื่นความดัน ในท่อที่ยืดหยุ่นได้ดังนี้

$$C = \sqrt{G/\rho} \qquad (2-8)$$

เมื่อ C = ความเร็วของคลื่นความดันในท่อ

G = Effective bulk modulus of elasticity ของของเหลวในท่อที่มีความยืดหยุ่น

ขั้นต่อไปคือ หาความสัมพันธ์ระหว่าง G และ E ซึ่งหาได้ดังนี้ รูปที่ 2-6(a) แสดงถึงส่วนของของเหลว ABCD ที่ปลายท่อก่อนปิดประตูน้ำ ซึ่งมีความยาวเริ่มต้น dx + dx' รูปที่ 2-6(b) แสดงถึงส่วนของของเหลวหลังจากปิดประตูน้ำ ซึ่งยาว dx และของเหลวถูกอัดด้วยความดันที่เพิ่มขึ้น dp



รูปที่ 2-6 แสดงถึงการที่ของเหลวถูกอัดและดันท่อให้ขยายตัวขึ้นหลังจากปิดประตูน้ำอย่างรวดเร็ว

กำหนดให้ t = ความหนาของผนังท่อ

s = หน่วยแรงดึงที่เกิดขึ้นในผนังท่อ เมื่อความดันเพิ่ม

R = รัศมีภายในเริ่มต้นของท่อ

dR = รัศมีของท่อที่เพิ่มขึ้น

E_p = โมดูลัสยืดหยุ่นของผนังท่อ

dl = เส้นรอบวงของผนังท่อที่เพิ่มขึ้น

เนื่องจาก $E_p = \dfrac{s}{dl/2\pi R}$

แต่ $s = dpR/t$ และ $dl = 2\pi dR$

ดังนั้น $E_p = \dfrac{dp2\pi R^2}{t2\pi dR}$ หรือ $dR = \dfrac{dpR^2}{tE_p}$ (2-9)

ให้ Δv_1 คือ ปริมาตรของของเหลวที่เพิ่มขึ้น เมื่อท่อขยายตัว

$$\Delta v_1 = 2\pi R(dR)(dx) = \frac{2\pi R^3(dp)(dx)}{t\ E_p} \qquad (2\text{–}10)$$

ให้ Δv_2 คือ ปริมาตรของของเหลวที่เปลี่ยนแปลง เมื่อความดันเพิ่มขึ้น dp โดยที่ท่อไม่ขยายตัว

$$\Delta v_2 = \frac{(dp)\pi R^2(dx + dx')}{E} \qquad (2\text{–}11)$$

ถ้าให้ Δv_3 คือการเปลี่ยนแปลงปริมาตรสุทธิของของเหลว เมื่อความดันเพิ่มขึ้น dp

ดังนั้น $\Delta v_3 = \dfrac{(dp)\pi R^2(dx + dx')}{G}$

แต่ $\Delta v_3 = \Delta v_1 + \Delta v_2$

เพราะฉะนั้น $$\frac{(dp)\pi R^2(dx + dx')}{G} = \frac{2\pi R^3(dp)(dx)}{tE_p} + \frac{(dp)\pi R^2(dx + dx')}{E} \qquad (2\text{–}12)$$

เนื่องจาก dx' มีค่าน้อยมาก เมื่อเทียบกับ dx ดังนั้นในทางปฏิบัติจึงตัดทิ้ง

จากสมการ 2–12 จะได้ว่า $\dfrac{1}{G} = \dfrac{2R}{tE_p} + \dfrac{1}{E}$

หรือ $G = \dfrac{E}{1 + 2RE/tE_p}$

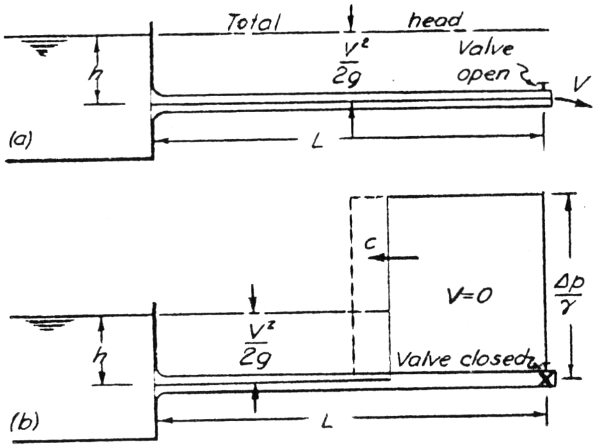
แทนค่า G ลงในสมการ 2–8 จะได้

$$C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}\sqrt{\frac{1}{1 + 2RE/tE_p}} \qquad (2\text{–}13)$$

สมการ 2–13 ใช้สำหรับหาค่าความเร็วของคลื่นความดัน เนื่องจากเกิด **Water hammer** ในท่อ จะเห็นว่า ค่าความเร็วของคลื่นความดันจะลดลง เมื่อความยืดหยุ่นของท่อสูงขึ้น

2.2.3 การเปลี่ยนแปลงความดัน เมื่อปิดประตูน้ำอย่างรวดเร็ว

พิจารณารูปที่ 2–7 เมื่อของเหลวไหลผ่านท่อด้วยความเร็วสม่ำเสมอ จะเกิดพลังงานจลน์ขึ้นจำนวนหนึ่ง ถ้าปิดประตูน้ำอย่างรวดเร็ว พลังงานจลน์จำนวนนี้จะถูกใช้ไปในการกดอัดของเหลว และดันท่อให้ขยายขึ้น ซึ่งเป็นเหตุให้ความดันเพิ่มสูงขึ้นและลดต่ำกว่าความดันปกติ ถ้าเวลาที่ใช้ในการปิดประตูน้ำน้อยกว่าเวลาที่คลื่นความดันเคลื่อนที่จากประตูน้ำไปยังปลายท่ออีกข้างหนึ่ง แล้วเคลื่อนที่กลับมายังประตูน้ำ เราเรียกว่า การปิดประตูน้ำอย่างรวดเร็ว เราสามารถหาขนาดของความดันที่เพิ่มสูงขึ้นหรือลดต่ำลงกว่าความดันปกติ เมื่อปิดประตูน้ำอย่างรวดเร็วได้ โดยใช้กฎของพลังงาน



รูปที่ 2–7 การเปลี่ยนขนาดของความดัน หลังจากปิดประตูน้ำอย่างรวดเร็ว (ไม่คิดการสูญเสียพลังงาน เนื่องจากความเสียดทาน)

กำหนดให้ ΔP = ความดันที่เพิ่มขึ้นสูงสุด เมื่อปิดประตูน้ำอย่างรวดเร็ว

v = หนึ่งหน่วยปริมาตรของของเหลว

Δv = ปริมาตรของของเหลวที่เปลี่ยนไป เมื่อความดันในท่อเพิ่มขึ้น

เนื่องจาก $G = -\Delta P v/\Delta v$ หรือ $\Delta v = -\Delta P/G$

งานที่เกิดขึ้นเมื่อของเหลวถูกกดด้วย $\Delta P = \dfrac{\Delta P(\Delta v)}{2} = \dfrac{\Delta P^2}{2G}$ (2–14)

การสูญเสียพลังงานจลน์ $= \dfrac{\rho v(V^2)}{2} = \rho\dfrac{V^2}{2}$ (2–15)

จากกฎของพลังงาน ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน สมการ 2–14 จะเท่ากับ สมการ 2–15

$$\frac{\Delta P^2}{2G} = \rho\frac{V^2}{2}$$

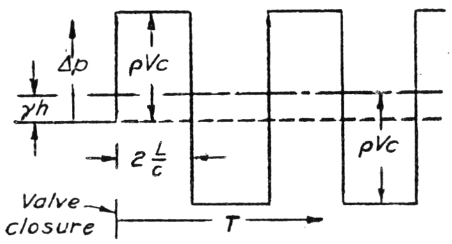
$$\Delta P^2 = \rho G V^2 \qquad (2\text{–}16)$$

จากสมการ 2–8 $G = \rho C^2$

แทนค่า G ลงในสมการ 2–16 จะได้ $P^2 = \rho^2 C^2 V^2$

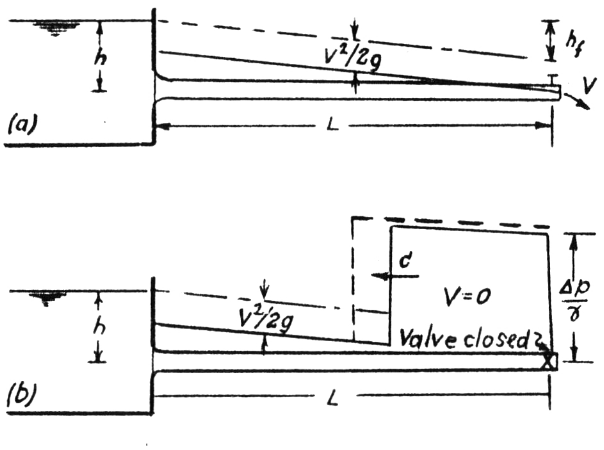
นั่นคือ $\Delta P = \rho C V$ (2–17)

สมการ 2–17 ใช้สำหรับหาค่าความดันที่เพิ่มขึ้น เมื่อปิดประตูน้ำอย่างรวดเร็ว โดยถือว่าไม่มีการสูญเสียพลังงาน เนื่องจากความเสียดทาน

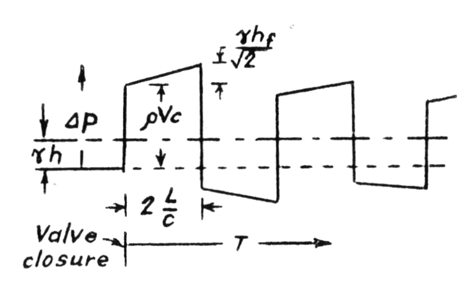


รูปที่ 2–8 การเปลี่ยนแปลงขนาดของความดัน ในช่วงเวลาต่างๆ (ไม่คิดการสูญเสียพลังงาน เนื่องจากความเสียดทาน)

สำหรับช่วงเวลาของการเปลี่ยนแปลงความดันที่สูงขึ้น และต่ำกว่าความดันปกติ ดังกล่าวมาแล้วในหัวข้อ 2.2.1 สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2–8 ซึ่งจะเห็นว่า ความดันที่เพิ่มขึ้น หรือลดลงที่ประตูน้ำ จะมีขนาดเท่ากันทุกๆรอบ ของการเปลี่ยนแปลงความดัน ทั้งนี้เพราะว่า ขนาดของความดันที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงหามาจากสมการ 2–17 ซึ่งสมมุติว่าไม่มีการสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน แต่ในความเป็นจริงแล้ว การสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน ในท่อ จะเกิดขึ้นเสมอสำหรับการไหลของของเหลวในท่อ ซึ่งการสูญเสียนี้ มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงขนาดของความดัน กล่าวคือ ขนาดของความดันที่เพิ่มขึ้น หลังจากปิดประตูน้ำอย่างรวดเร็ว จะมีค่ามากกว่าที่ได้จากสมการ 2–17 ประมาณ $h_f/\sqrt{2}$ ดังแสดงในรูปที่ 2–9 และ 2–10[15] เนื่องจากการสูญเสียพลังงานความเสียดทาน และความยืดหยุ่นของผนังท่อ จะทำให้การเปลี่ยนแปลงขนาดของความดัน ค่อยๆลดลงและเข้าสู่ความดันปกติในที่สุด



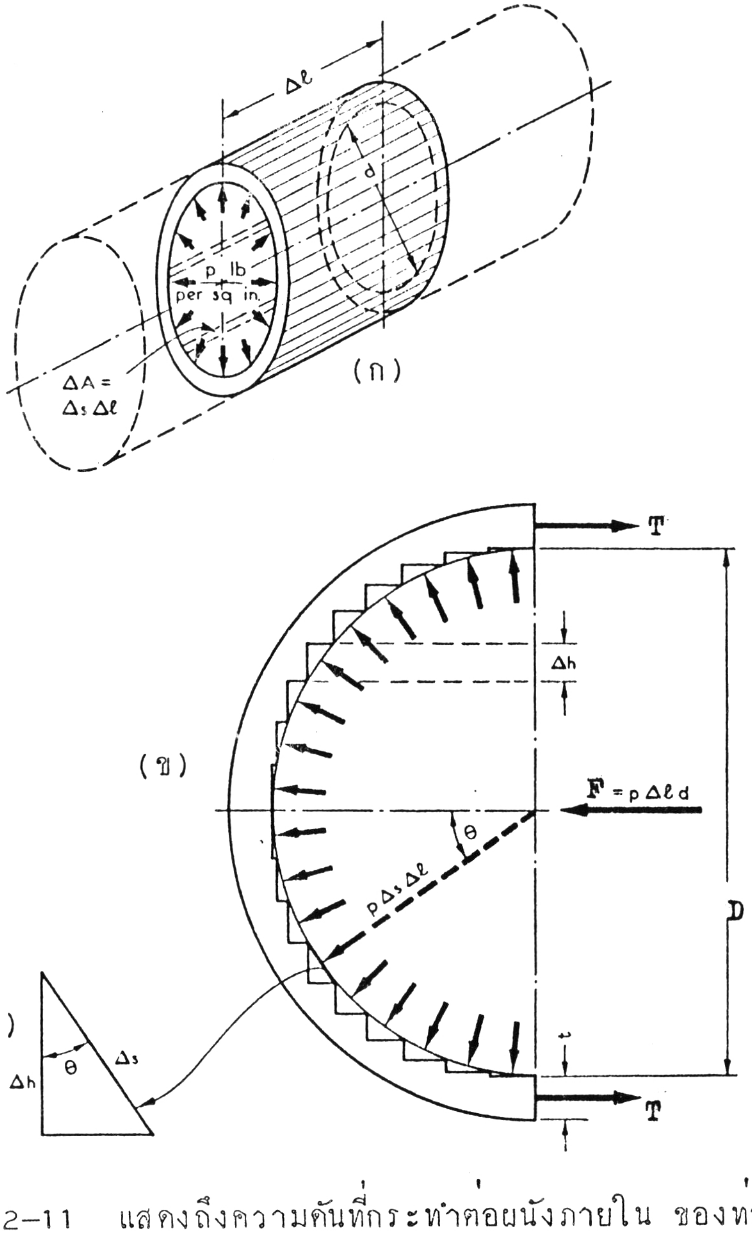
รูปที่ 2–9 การเปลี่ยนขนาดของความดัน หลังจากปิดประตูน้ำอย่างรวดเร็ว



รูปที่ 2–10 การเปลี่ยนแปลงขนาดของความดัน ในช่วงเวลาต่างๆ

2.3 พิกัดยืดหยุ่น (Modulus of elasticity) ในแนวรัศมีของท่อทรงกระบอก

รูปที่ 2–11 แสดงถึงหน้าตัดของท่อทรงกระบอกผนังบาง ซึ่งถูกกระทำด้วยความดันภายใน (P)



รูปที่ 2–11 แสดงถึงความดันที่กระทำต่อผนังภายใน ของท่อทรงกระบอก

รูปที่ 2–11(ข) เป็นรูปตัดตามยาวของท่อทรงกระบอก แสดงให้เห็นถึงความดันที่กระทำตั้งฉากต่อผิวภายในของท่อ ซึ่งมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอ จะเห็นว่าแรงลัพธ์ในแนวดิ่งภายในของท่อ จะเกิดความสมดุลย์ จึงเหลือเฉพาะแรงลัพธ์ในแนว

ราบเท่านั้น ถ้าให้

s_t = หน่วยแรงดึงตามยาว (Longitudinal tensile stress) ที่เกิดขึ้นที่ผนังท่อ

t = ความหนาของผนังท่อ

เพราะฉะนั้น แรงต้านทานต่อความดันภายใน ที่เกิดขึ้นที่ผนังท่อแต่ละข้างจะเท่ากับ

$$T = (s_t)(t)(\Delta l) \qquad (2\text{–}18)$$

ให้ ΔA เป็นพื้นที่ผิวเล็กๆภายในของท่อ ซึ่งกว้าง Δs และยาว Δl ดังในรูปที่ 2–11

แรงที่กระทำตั้งฉากต่อ ΔA = $P \times \Delta A$

= $P \times \Delta s \times \Delta l$

หรือแรงในแนวราบที่กระทำต่อ ΔA = $P \times \Delta s \times \Delta l \times \cos\theta$

เพราะฉะนั้นแรงรวมในแนวราบภายในท่อจะเท่ากับ $F = \Sigma(P \times \Delta s \times \Delta l \times \cos\theta)$
แต่ P และ Δl มีค่าคงที่ ดังนั้น

$$F = P \times \Delta l(\Sigma\, \Delta s \cos\theta)$$

ค่า $\Delta s \cos\theta$ คือ Vertical projection ของส่วนโค้ง Δs ซึ่งเท่ากับ Δh ดูรูปที่ 2–11(ค) ดังนั้น

$$F = P \times \Delta l \times \Sigma\Delta h$$

แต่ผลรวมของ Δh ก็คือ เส้นผ่าศูนย์กลางภายในของท่อ(D) นั่นเอง ดังนั้น

$$F = P \times \Delta l \times D \qquad (2\text{–}19)$$

จากรูปที่ 2–11(ข) แรงในแนวราบจะต้องสมดุลย์ ดังนั้น

$$T + T = F$$

$$2T = P \times \Delta l \times D$$

หรือ $$2s_t \times t \times \Delta l = P \times \Delta l \times D$$

เพราะฉะนั้น $$s_t = \frac{PD}{2t} \qquad (2\text{–}20)$$

สมการ 2–20 ใช้สำหรับหาค่าหน่วยแรงดึงตามยาว(Longitudinal tensile stress) ที่เกิดขึ้นที่ผิวของผนังท่อทรงกระบอก เมื่อความดันภายในท่อเท่ากับ P [16]

ในกรณีที่ท่อทรงกระบอกมีความยืดหยุ่น จะเกิดการขยายตัวในแนวรัศมี

ถ้าให้ E_p = พิกัดยืดหยุ่นในแนวรัศมีของท่อทรงกระบอก

R = รัศมีภายในเริ่มต้น ของท่อ

dR = รัศมีภายในที่เพิ่มขึ้น

dl = เส้นรอบวงของท่อที่เพิ่มขึ้น

เนื่องจาก $dl = 2\pi(R + dR) - 2\pi R$

$= 2\pi dR$

ดังนั้น strain ในแนวเส้นรอบวงของท่อ $= dl/2\pi R$

$= \dfrac{2\pi dR}{2\pi R}$

$= dR/R$ (2-21)

เพราะว่าพิกัดยืดหยุ่น (Modulus of elasticity) $= \dfrac{\text{stress}}{\text{strain}}$

ดังนั้น จากสมการ 2-20 และ สมการ 2-21 จะได้ว่า พิกัดยืดหยุ่นในแนวรัศมีของท่อทรงกระบอก เท่ากับ

$$E_p = \frac{PR}{t} \div \frac{dR}{R}$$

$$= \frac{PR^2}{t(dR)} \qquad (2\text{-}22)$$

สมการ 2-22 ใช้สำหรับหาค่าพิกัดยืดหยุ่นในแนวรัศมี ของท่อทรงกระบอก