

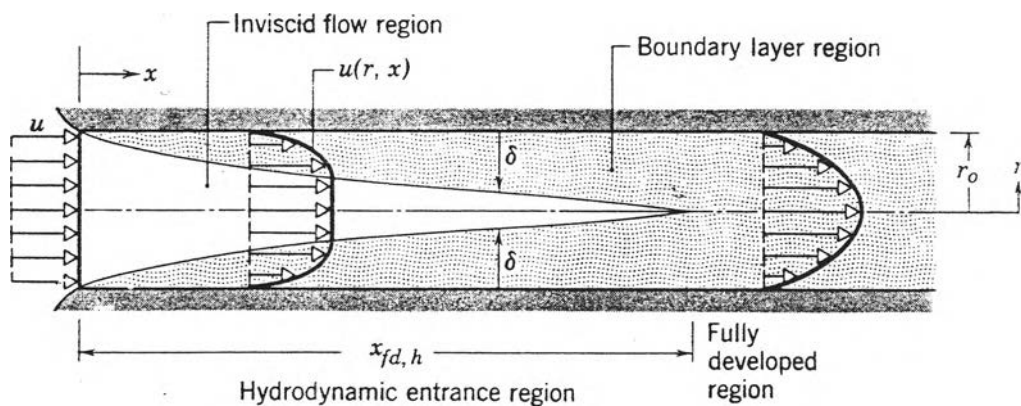
บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 การไหลภายใน (Internal Flow)

การไหลภายใน หมายถึง การไหลซึ่งของไหลถูกล้อมรอบด้วยผิวปิด เช่น การไหลภายในท่อ เป็นต้น

2.1.1 สภาพการไหล (Flow Condition)



Laminar, hydrodynamic boundary layer development in a circular tube.

รูปที่ 2.1 การเปลี่ยนแปลง Boundary Layer ในท่อกลม

พิจารณาการไหลในท่อกลมรัศมี r_0 เมื่อของไหลมีความเร็วสม่ำเสมอ (Uniform) ไหลเข้าที่ปากทางเข้าของท่อ ดังรูป 2.1 เราทราบว่าความเร็วของของไหลบริเวณ ที่สัมผัสกับผิวท่อจะมีความเร็วเป็นศูนย์ และอนุภาคของของไหลเหล่านี้จะทำให้ชั้นของของไหลที่อยู่ติดกับชั้นนี้ และชั้นถัดๆ ไปมีความเร็วลดลงไปด้วยอิทธิพลดังกล่าวมานี้เป็นผลมาจากแรงเฉือน (Shear Stress) อันเนื่องมาจากความหนืด (Viscosity) และอิทธิพลนี้จะน้อยลง เมื่อเราพิจารณาจุดที่ห่างจากผนังท่อเพิ่มมากขึ้นจนถึงระยะห่างจากผิวท่อระยะหนึ่ง

บริเวณช่วงความยาวสั้นๆ จากปากทางเข้าก็จะมีอิทธิพลดังกล่าวมากระทำ

เราเรียกชั้นของของไหลที่ถูกอิทธิพลของความหนืด (Viscosity) กระทำว่า Boundary Layer และความเรียกความหนาของมันว่า Boundary Layer Thickness (δ) ซึ่งจะเพิ่มขึ้นตามทิศทางการไหลและมีทิศทางเข้าสู่จุดศูนย์กลางท่อ เมื่อถึงจุดศูนย์กลางแล้วมันก็จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงอีกต่อไปช่วงตั้งแต่ปากทางเข้าถึงจุดที่ Boundary Layer Thickness (δ) ถึงจุดศูนย์กลางท่อถูกเรียกว่า Hydrodynamic Entry Region ($X_{fd,h}$) ซึ่งเป็นช่วงที่การแจกแจงรูปร่างความเร็วกำลังเปลี่ยนรูป (Developing Velocity Profile) และหลังจากช่วงนี้ไปเป็นช่วงที่การแจกแจงรูปร่างความเร็วคงรูป (Fully Developed Velocity Profile) แล้วถูกเรียกว่าช่วง Hydrodynamically Developed Region

ในการศึกษาการไหลภายในท่อในช่วง Hydrodynamic Entry Region ($X_{fd,h}$) จะขึ้นอยู่กับลักษณะการไหลว่าจะเป็นแบบลามินาร์ (Laminar) หรือเทอร์บูเลนต์ (Turbulent) ซึ่งตัวที่จะกำหนดลักษณะการไหลนี้ก็คือ Reynolds Number (Re_D) ถูกกำหนดโดย

$$Re_D = \frac{\rho U_m D}{\mu} \quad (2.1)$$

เมื่อ

ρ : ความหนาแน่นของของไหล, Kg/m^3

U_m : ความเร็วเฉลี่ยของของไหล, m/s

μ : ความหนืดของของไหล (Viscosity), $Kg/s.m$

D : เส้นผ่าศูนย์กลางภายในท่อ, m

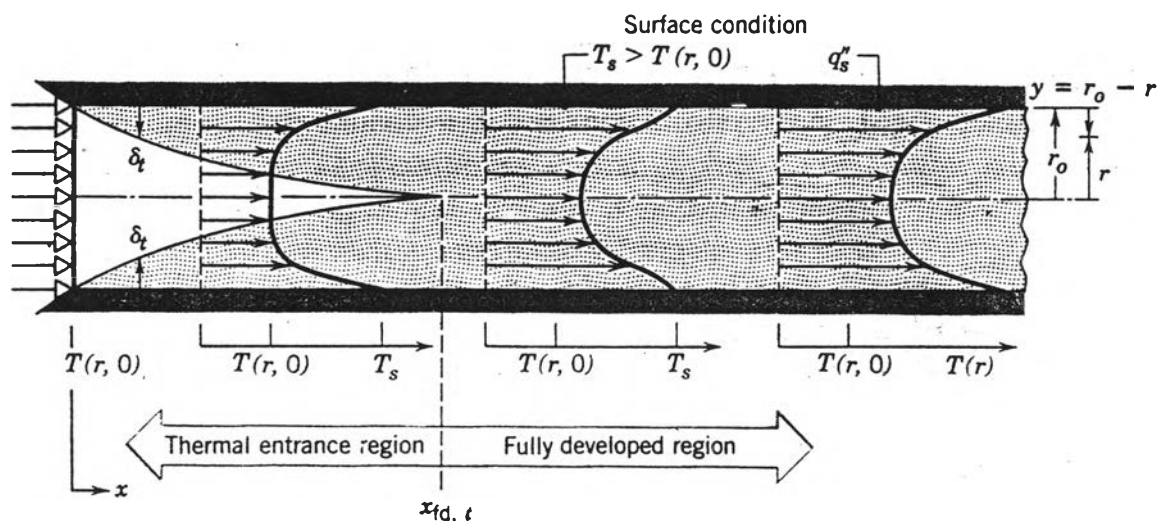
สำหรับการไหลแบบลามินาร์ (Laminar Flow) ซึ่งมีค่า Reynolds Number (Re_D) น้อยกว่า 2,300 พบว่า Hydrodynamic Entry Region ($X_{fd,h}$) แสดงได้โดย (Frank P. Incropera, 1990)

$$\{X_{fd,h}\}_{lam.} = 0.05 Re_D D \quad (2.2)$$

หรือกำหนดโดย (Ozisik , 1985)

$$[X_{fd} \cdot h]_{lam.} = 100 D \quad (2.3)$$

2.1.2 สภาพทางความร้อน (Thermal Consideration)



Thermal boundary layer development in a heated circular tube.

รูปที่ 2.2 การเปลี่ยนแปลง Thermal Boundary Layer ในท่อกลม

เมื่อพิจารณาผลทางความร้อน เมื่อของไหลไหลเข้าที่ปากทางเข้าของท่อกลมรัศมี r_0 ด้วย อุณหภูมิสม่ำเสมอ $T(r, 0)$ ดังรูปที่ 2.2 ซึ่งน้อยกว่าอุณหภูมิที่ผิวของท่อการพาความร้อนก็จะเกิดขึ้นภายในท่อ Thermal Boundary Layer, Thermal Boundary Thickness (δ_t) และรูปร่างการแจกแจงของอุณหภูมิ (Temperature Profile) ก็จะมีการเปลี่ยนแปลง เป็นไปในทำนองเดียวกันกับที่กล่าวมาแล้วใน สภาพการไหล (Flow Condition)

สำหรับช่วง Thermal Entry Region ($X_{fd,t}$) ของการไหลแบบลามินาร์ (Laminar Flow) ถูกกำหนดได้โดย (Frank P. Incropera , 1990)

$$\frac{(X_{fd,t})_{lam.}}{D} = 0.05 Re_D Pr \quad (2.4)$$

หรือกำหนดโดย (Ozisik , 1985)

$$(X_{fd,t})_{lam.} = 100 D Pr \quad (2.5)$$

เมื่อ

Pr : เลขพรานด์เติล (Prandtl Number)

2.2 สัมประสิทธิ์การพาความร้อน (Convective Heat Transfer Coefficient)

จากที่ได้กล่าวมาแล้วนั้นเราทราบว่าบริเวณผิวท่อด้านใน ($r = r_0$) ดังรูปที่ 2.1 และ 2.2 ของไหลจะไม่มี การเคลื่อนที่ ดังนั้นการถ่ายเทความร้อน ณ ตำแหน่งนี้จึงเป็นการถ่ายเทความร้อนโดยวิธีการนำความร้อน (Conduction Heat Transfer) เราสามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$q_s'' = -k_f \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0} \quad (2.6)$$

เมื่อ

q_s'' : ความร้อนที่ให้ต่อหน่วยพื้นที่ , W/m^2

k_f : สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของของไหล

(Thermal Conductivity of Fluid), $W/m.k$

T : อุณหภูมิของของไหล , K

จากกฎความเย็นของนิวตัน (Newton 's Law of Cooling)

$$q_s'' = h (T_s - T) \quad (2.7)$$

เมื่อ

h : สัมประสิทธิ์การพาความร้อน

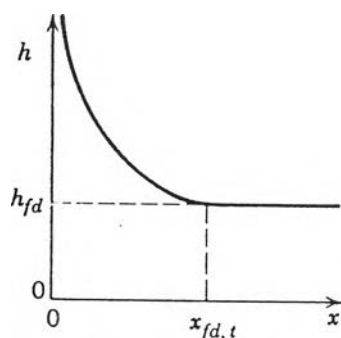
(Convective Heat Transfer Coefficient) $w/m^2 \cdot k$

T_s : อุณหภูมิที่ผิวของท่อ , K

จากสมการ (2.6) , (2.7)

$$h = \frac{-k_f \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0}}{T_s - T} \quad (2.8)$$

จากสมการ (2.8) จะพบว่าค่าของความลาดเอียงของอุณหภูมิ (Temperature Gradient) ของของไหลเมื่อเทียบกับ r ที่ผิวด้านในของท่อ $\left[\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0} \right]$ ซึ่งขึ้นอยู่กับค่าของ δ_t จะมีอิทธิพลต่อค่า h มาก กล่าวคือจากรูปที่ 2.2 ที่ปากทางเข้าของท่อ x และ δ_t เท่ากับศูนย์ค่าของ $\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0}$ จะมีค่ามากที่สุดและเมื่อ x เพิ่มมากขึ้น δ_t ก็จะมีค่ามากขึ้นตามไปด้วย ทำให้ค่าของ $\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0}$ มีค่าลดลงจนถึงช่วงของการแจกแจงรูปร่างของอุณหภูมิของของไหลคงรูป (Fully Developed Temperature Profile) แล้วค่าของ δ_t ก็จะไม่เปลี่ยนแปลงตาม x อีกต่อไปทำให้ค่าของ $\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0}$ คงที่ ผลก็คือ ในช่วงปากทางเข้าของท่อจะมีค่า h มากที่สุดและก็จะเริ่มลดลงอย่างรวดเร็วจนถึงระยะ $X_{fd,t}$ ค่าของ h จะคงที่ ดังรูปที่ 2.3



Axial variation of the convection heat transfer coefficient for flow in a tube.

รูปที่ 2.3 การเปลี่ยนแปลงสัมประสิทธิ์การพาความร้อนตามทิศทางการไหล

2.3 เลขนัสเสิลท์ (Nusselt Number, Nu)

เพื่อที่จะให้ค่าของ h สามารถใช้ได้กับสภาพการไหลและการถ่ายเทความร้อนต่าง ๆ ได้ทั่วไป จึงกำหนดกลุ่มตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless) ที่เรียกว่า Nusselt Number (Nu_D) ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$Nu_D = \frac{h D}{k_f} \quad (2.9)$$

2.4 การไหลในท่อที่มีหน้าตัดไม่เป็นวงกลม (Flow Inside Noncircular Duct)

ในกรณีของการไหลภายในท่อที่มีหน้าตัดที่ไม่ใช่วงกลม เราก็สามารถหาค่าของ Re_D , Nu_D โดยการแทนค่าของเส้นผ่าศูนย์กลางไฮดรอลิก (Hydraulic Diameter) D_h แทนค่าของ D โดย

$$D_h = \frac{4 A_c}{P} \quad (2.10)$$

เมื่อ

A_c : พื้นที่หน้าตัดของท่อ, m^2

P : เส้นรอบรูปเปียกของท่อ (Wetted Perimeter), m

จากการแทนค่าของ D_h ลงในสมการ 2.1 และ 2.9 จะได้ว่าสำหรับการไหลในท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดไม่ใช่รูปวงกลมแล้ว

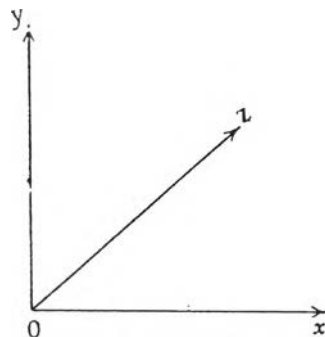
$$Re_D = \frac{\rho U_m D_h}{\mu} \quad (2.11)$$

$$\text{Nu}_D = \frac{h D_h}{k_f} \quad (2.12)$$

2.5 สมการอนุพันธ์เบื้องต้น (Basic Differential Equation)

2.5.1 สมการโมเมนตัม (Momentum Equation) จะเห็นได้จากสมการที่ 2.8 ว่าก่อนที่จะทราบค่า h ได้นั้นจำเป็นที่เราจะต้องทราบการแจกแจงอุณหภูมิของของไหลในท่อ (T) เสียก่อนถ้าเราพิจารณาสมการโมเมนตัมในระบบแกนพิกัดฉาก (Rectangular Coordinate) ของการไหลในสภาวะคงตัว (Steady State) ในช่วงการไหลแบบลามินาร์ (Laminar Flow) ของท่อที่อยู่กับที่ โดยไม่คำนึงถึงแรงโน้มถ่วง แรงจากไฟฟ้าสถิตย์ และแรงอื่น ๆ สมมติให้เป็นการไหลแบบไม่ยุบตัว (Incompressible Flow) ค่าของความร้อนจำเพาะ (C_p) ค่าของความหนาแน่น (ρ) และค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (k) ไม่ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ สมการโมเมนตัม (Momentum Equation) ในทิศทางกรไหล Z ดังรูปที่ 2.4 จะได้ว่า

$$\frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.13)$$



รูปที่ 2.4 แกนพิกัด

เมื่อ

u, v, w : ความเร็วไปทิศทาง X, Y, Z ตามลำดับ , m/s

P : ความดัน , N/m²

μ : ความหนืด (Viscosity) , Kg/m.s

ในการหาการแจกแจงความเร็ว (Velocity Profile) ในท่อสามเหลี่ยมในช่วง Hydrodynamic

Entry Region ข้อสมมุติที่เหมาะสม (P. wibulswas, 1966) ได้แก่

- 1) $\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$ สามารถละทิ้งได้เมื่อเทียบกับ $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ และ $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$
- 2) v, u มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ w
- 3) $\frac{\partial P}{\partial z}$ เป็นฟังก์ชันของ z อย่างเดียว

เมื่อใช้ข้อสมมุติดังกล่าวกับสมการ (13) จะได้ว่า

$$\frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} + w \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.14)$$

2.5.2 สมการพลังงาน (Energy Equation) จากหัวข้อ 2.5.1 และถ้าไม่คำนึงถึงแรงเสียดทานเนื่องจากความหนืด (Viscosity) และคุณสมบัติของของไหลไม่เปลี่ยนแปลงตลอดการไหล ดังนั้นสมการพลังงาน (Energy Equation) คือ

$$\alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] = u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.15)$$

เมื่อ

α : ค่าการกระจายความร้อนของของไหล (Thermal Fluid Diffusivity)

$$= k / c_p \rho$$

C_p : ค่าความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่

(Specific Heat at Constant Pressure), J/Kg.K

ρ : ค่าความหนาแน่นของของไหล , Kg/m³

T : อุณหภูมิของของไหล , K

เมื่อพิจารณาการแจกแจงของอุณหภูมิ (Temperature Profile) ในช่วงเดียวกันกับหัวข้อ

2.5.1 ข้อสมมุติที่เหมาะสม (P. wibulswas, 1966) คือ

1) ละทิ้งการนำความร้อนในแนวแกนการไหล $\left[\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right]$ เมื่อเทียบกับค่า $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

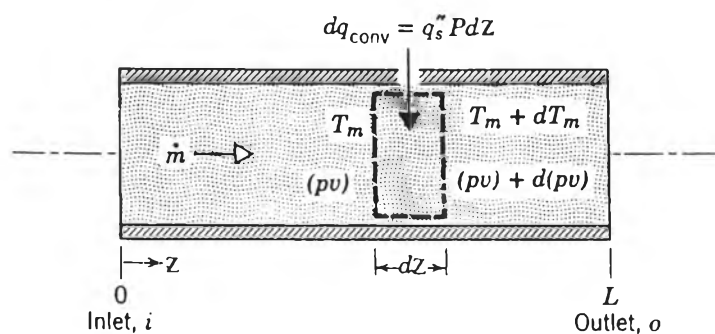
2) ไม่มีความเร็วในแนวตั้งฉากกับทิศทางการไหล $u, v = 0$

จากสมการ (2.15) และข้อสมมุติ จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{w}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.16)$$

จากสมการ (2.14) และ (2.16) ที่สภาวะขอบเขต (Boundary Condition) ที่กำหนดให้จะสามารถหาคำตอบของสมการได้ด้วยวิธี Numerical ซึ่งสำหรับท่อสามเหลี่ยมหน้าจั่วมุมฉากโดยมีการให้ความร้อนต่อพื้นที่ผิวคงที่ (Constant Heat Flux) H1 การไหลอยู่ในช่วงลามินาร์ (Laminar) และการแจกแจงรูปร่างของความเร็วและอุณหภูมิกำลังเปลี่ยนแปลงพร้อมๆ กัน (Simultaneously Developing Velocity and Temperature Profile) นั้น P. wibulswas (1966) ได้ใช้วิธีเดียวกันนี้โดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยในการแก้ปัญหาซึ่ง รายละเอียดในการแก้ปัญหาจะไม่ขอล่าไว้ในที่นี้

2.6 สมดุลพลังงาน (Energy Balance)



Control volume for internal flow in a tube.

รูปที่ 2.5 แสดงปริมาณควบคุมของการไหลในท่อ

เราสามารถใช้ในการสมดุลพลังงาน (Energy Balance) เพื่อหาอุณหภูมิเฉลี่ยของของไหล ณ จุดใด ๆ ตามทิศทางการไหล $T_m(z)$ และปริมาณการพาความร้อนทั้งหมด q_{conv} ได้โดย นำสมการอนุรักษ์พลังงาน (Conservation Of Energy) มาใช้กับปริมาณควบคุมเล็ก ๆ (Differential Control Volume) ดังรูป 2.5 ซึ่งของไหลไหลด้วยอัตราคงที่ การพาความร้อนเกิดขึ้นที่ผิวในของท่อ การเปลี่ยนแปลงของพลังงานจลน์ พลังงานศักย์ และการนำความร้อนตามแนวแกนไม่ถูกนำมาพิจารณา จะได้ว่า

$$dq_{conv} + m(c_v T_m + pv) - \left[m(c_v T_m + pv) + \frac{m d(c_v T_m + pv) dz}{dz} \right] = 0 \quad (2.17)$$

หรือ

$$dq_{conv} = m d(c_v T_m + pv) \quad (2.18)$$

เมื่อ

dq_{conv} : ปริมาณการพาความร้อนทั้งหมด, W

- m : อัตราการไหลของของไหล , Kg/s
 c_v : ความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่ , J/Kg.K
 T_m : อุณหภูมิของของไหล , K
 P : ความดัน , N/m²
 v : ปริมาตรจำเพาะของของไหล , m³/Kg

นั่นคือ อัตราการพาความร้อนไปยังของไหลเท่ากับอัตราความร้อนซึ่งของไหลได้รับเพิ่มบวกกับงานสุทธิที่ทำโดยของไหล ถ้าสมมติให้ของไหลเป็นก๊าซสมบูรณ์ (Perfect Gas) นั่นคือ

$$pv = RT_m \quad (2.19)$$

$$c_p = c_v + R \quad (2.20)$$

เมื่อ

R : ค่าคงที่ของก๊าซ

จากสมการ (2.18), (2.19), (2.20) และสมมติให้ c_p เป็นค่าคงที่ จะได้ว่า

$$dq_{conv.} = mc_p dT_m \quad (2.21)$$

ถ้าทำการอินทิเกรต (Integrate) สมการ (2.21) โดยให้ c_p มีค่าคงที่จากปากทางเข้าถึงปากทางออกผลที่ได้ก็คือ

$$q_{conv.} = mc_p (T_{m,o} - T_{m,i}) \quad (2.22)$$

เมื่อ

$T_{m,o}$: อุณหภูมิของอากาศที่ปากทางออก , K

$T_{m,i}$: อุณหภูมิที่ปากทางเข้า , K

สมการที่ (2.21) นั้น อาจแสดงอัตราการพาความร้อนในรูปของส่วนเล็ก ๆ (Differential Element) ได้ดังนี้

$$dq_{conv} = q_s^* P dz \quad (2.23)$$

เมื่อ

q_s^* : ความร้อนที่ผิวท่อต่อพื้นที่
(Surface Heat Flux), W/m^2
P เส้นรอบรูปหน้าตัด (Perimeter), m^2

แทนค่าในสมการ (2.7) , (2.22) จะได้

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{q_s^* P}{mc_p} = \frac{Ph (T_s - T_m)}{mc_p} \quad (2.24)$$

กรณีที่ท่อมีพื้นที่หน้าตัดคงที่และมีการให้ความร้อนที่ผิวต่อพื้นที่คงที่ นั่นคือ q_s^* จะคงที่ตลอด ความยาวท่อและไม่ขึ้นอยู่กับค่า z จากสมการ (2.23) จะได้ว่า

$$q_{conv} = q_s^* (PL) \quad (2.25)$$

เมื่อ

L = ความยาวทั้งหมดของท่อ, m

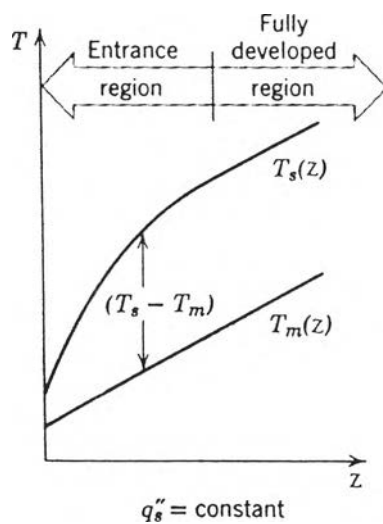
และ

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{q''_s P}{mc_p} \neq f(z) \quad (2.26)$$

ถ้าอินทิเกรต (Integrate) สมการ (2.26) จากศูนย์ถึง z ใด ๆ จะได้ว่า

$$T_m(z) = T_{m,i} + \frac{q''_s P}{mc_p} z \quad (2.27)$$

จากสมการ (2.27) เป็นสมการที่ใช้หาอุณหภูมิเฉลี่ยของของไหลที่ระยะทาง z ใด ๆ จากปากทางเข้าท่อ และพบว่าอุณหภูมิของของไหลจะเพิ่มอย่างเชิงเส้น เมื่อระยะจากปากทางเข้าท่อเพิ่มขึ้น ยิ่งกว่านั้นจะพบว่าค่า $(T_s - T_m)$ จะเปลี่ยนแปลงตาม z ดังแสดงในรูปที่ 2.6



Axial temperature variations for heat transfer in a Constant surface heat flux tube.

รูปที่ 2.6 การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของผิวท่อ (T_s) และอุณหภูมิเฉลี่ยของของไหล (T_m)

ตามทิศทางการไหลของของไหล

เนื่องจากบริเวณปากทางเข้าท่อค่าของ h มีค่ามากดังรูปที่ 2.6 ทำให้ค่า $(T_s - T_m)$ มีค่าน้อย หลังจากนั้นค่า h จะลดลงเมื่อ z เพิ่มขึ้นทำให้ค่า $(T_s - T_m)$ ค่อย ๆ เพิ่มขึ้นและคงที่ในที่สุดเมื่อถึงช่วงการไหลคงตัว (Fully Developed Region)

2.7 ความสัมพันธ์ของทฤษฎีกับการทดลอง

2.7.1 ค่าเฉลี่ยแบบล็อกของสัมประสิทธิ์การพาความร้อน (Logarithmic Mean of Convection Heat Transfer Coefficient, h_l), ผลต่างของอุณหภูมิเฉลี่ยแบบล็อก (Logarithmic Mean of Temperature Difference, ΔT_l) และค่าเฉลี่ยแบบล็อกของ Nusselt Number (Nu_l) เพื่อที่จะหาสูตรเอมไพริคัล (Empirical Formula) ของ Nu_l เราจำเป็นที่จะต้องสร้างสมการความสัมพันธ์ของ Nu_l ให้อยู่ในรูปของค่าที่สามารถวัดหรือคำนวณได้โดยตรงจากการทดลอง

เมื่อพิจารณาการไหลของของไหลในท่อ ๓ ตำแหน่ง z จากปากทางเข้าที่มีเส้นรอบรูปของหน้าตัด P และมีการให้ความร้อนต่อพื้นที่ผิวคงที่ (Constant Surface Heat Flux), q_s ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่าการไหลในท่อที่มีการให้ความร้อนต่อพื้นที่ผิวคงที่นั้น ความแตกต่างของอุณหภูมิของของไหล (T_m) และอุณหภูมิของผิวท่อ (T_s) ที่ระยะใดตามแนวแกนท่อจะไม่คงที่ในช่วง Entry Region ถ้ากำหนดให้

$$\Delta T = T_s - T_m \quad (2.28)$$

จากสมการ (2.27) และ (2.28)

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{-d(\Delta T)}{dz} = \frac{Ph \Delta T}{mc_p} \quad (2.29)$$

โดยวิธีการแยกตัวแปร (Separating Variable) และอินทิเกรต (Integrate) จากปากทางเข้าถึงจุดที่พิจารณา z จะได้

$$\int_{\Delta T_i}^{\Delta T_z} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = - \int_0^z \frac{P h dz}{m c_p} \quad (2.30)$$

และถ้าให้ c_p มีค่าคงที่ไม่ขึ้นอยู่กับ z

$$\ln \frac{\Delta T_z}{\Delta T_i} = \frac{- P z}{m c_p} \int_0^z \frac{1}{z} h dz \quad (2.31)$$

จากนิยามของค่าเฉลี่ยแบบล็อกของสัมประสิทธิ์การพาความร้อนในช่วงปากทางเข้าถึงระยะ z (Logarithmic Mean Convective Heat Transfer Coefficient , h_l)

$$h_l = \frac{1}{z} \int_0^z h dz \quad (2.32)$$

แทน h_l จากสมการ (2.32) ลงในสมการ (2.31)

$$\frac{\ln \Delta T_z}{\Delta T_i} = \frac{- PL h_i}{mc_p} \quad (2.33)$$

จากสมการ (2.22) สามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$q_{\text{conv.}} = mc_p [(T_s - T_{m,i}) - (T_s - T_{m,z})] \quad (2.34)$$

หรือ

$$q_{\text{conv.}} = mc_p (T_i - T_z) \quad (2.35)$$

แทนค่า mc_p จากสมการ (2.33) ลงในสมการ (2.35) ถ้าให้

$$q_{\text{conv.}} = \frac{h_i Pz [\Delta T_z - \Delta T_i]}{\ln (\Delta T_z / \Delta T_i)} \quad (2.36)$$

ถ้าให้

$$\Delta T_{l,z} = \frac{\Delta T_z - \Delta T_i}{\ln (\Delta T_z / \Delta T_i)} \quad (2.37)$$

และเรียก $\Delta T_{l,z}$ ว่าค่าเฉลี่ยผลต่างของอุณหภูมิแบบล็อก (Logarithmic Mean Temperature Difference) สมการ (2.36) ถูกเขียนใหม่ได้ว่า

$$q_{\text{conv.}} = h_i Pz \Delta T_{l,z} \quad (2.38)$$

และจากสมการที่ (2.22)

$$q_{\text{conv.}} = mc_p (T_{m,z} - T_{m,i}) \quad (2.39)$$

จากสมการที่ (2.38) และ (2.39)

$$h_l = \frac{mc_p (T_{m,z} - T_{m,i})}{Pz \Delta T_{l,z}} \quad (2.40)$$

หรือ

$$h_l = \frac{\rho U_m A_c c_p (T_{m,z} - T_{m,i})}{Pz \Delta T_{l,z}} \quad (2.41)$$

เมื่อ

- ρ : ความหนาแน่นของของไหล , Kg/m³
- U_m : ความเร็วเฉลี่ยของของไหล . m/s
- A_c : พื้นที่หน้าตัดของท่อ (Cross Section Area) , m²
- c_p : ความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่ , J/Kg.K
- z : ระยะทางจากปากทางเข้าถึงจุดที่พิจารณา , m
- $T_{m,z}$: อุณหภูมิเฉลี่ยของอากาศที่จุด z , K
- $T_{m,i}$: อุณหภูมิเฉลี่ยของอากาศที่ปากทางเข้า , K
- P : เส้นรอบรูปหน้าตัด (Perimeter) , m

จากสมการ (2.12) และ (2.41) เราสามารถหาค่าเฉลี่ยของ Nusselt Number (Nu_l) จากปากทางเข้า ถึงตำแหน่ง z ได้ โดย

$$Nu_l = \frac{1}{4} \frac{U_m d^2 h}{\alpha z} \frac{(T_{m,z} - T_{m,i})}{\Delta T_{l,z}} \quad (2.42)$$

เมื่อ

$$\alpha = k_f / \rho c_p$$

$$\Delta T_{l,z} = \frac{(T_{s,z} - T_{m,z}) - (T_{s,i} - T_{m,i})}{\ln [(T_{s,z} - T_{m,z}) / (T_{s,i} - T_{m,i})]}$$

$T_{s,z}$: อุณหภูมิเฉลี่ยของผิวท่อที่ระยะห่าง z จากปากทางเข้า , K

$T_{s,i}$: อุณหภูมิเฉลี่ยของผิวท่อที่ปากทางเข้า , K

เราจะใช้สมการ (2.42) ในการหาค่า Nu_l ของการวิจัยครั้งนี้แต่ค่า $T_{m,z}$ นั้นเป็นการยากที่จะวัดโดยตรงจากทดลอง และเนื่องจากอุณหภูมิเฉลี่ยของของไหลในท่อมีความสัมพันธ์กับระยะทางไหลอย่างเชิงเส้น ซึ่งในการวิจัยเราสามารถวัดอุณหภูมิที่ปากทางเข้า ($T_{m,i}$) และอุณหภูมิที่ปากทางออก ($T_{m,o}$) ของของไหลได้ ถ้าส่วนทดสอบมีความยาว L จะได้ความสัมพันธ์ของ $T_{m,z}$ ดังนี้

$$T_{m,z} = T_{m,i} + \frac{(T_{m,o} - T_{m,i}) z}{L} \quad (2.43)$$

ดังนั้นเราจะใช้สมการที่ (2.43) ในการคำนวณอุณหภูมิของอากาศ ณ จุดที่ห่างจากปากทางเข้าเป็นระยะ z แทนการวัดอุณหภูมิของอากาศโดยตรง

2.7.2 ความสัมพันธ์ของ Nu_l กับการพาความร้อนภายในท่อ ในการวิเคราะห์ผลการทดลอง เพื่อให้สามารถสรุปผลการทดลองในรูปที่สามารถนำไปใช้ในทางปฏิบัติทั่ว ๆ ไปได้ จึงใช้วิธีการที่เรียกว่า Dimensional analysis ซึ่งเป็นการรวมกลุ่มตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless Variable) ไว้เป็นกลุ่มๆซึ่งจะทำให้ได้รูปของฟังก์ชัน (Function) ที่ง่ายและยังสามารถใช้ได้กับกรณีทั่วไปอีกด้วย จากผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical Method) ของ B. Zeldin and F.W. Schmidt ของการพาความร้อนในท่อกลม

ทำให้เราสามารถเขียนได้ดังนี้

$$Nu_l = f(Gz, Pe) \quad (2.44)$$

เมื่อ

Gz : Graetz Number

$$= \frac{RePr}{z/d_h}$$

Pe : Peclet Number

$$= RePr$$

ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการของความสัมพันธ์ของการพาความร้อนภายในท่อได้ดังนี้

$$Nu_l = C(Gz)^n (Pe)^m \quad (2.45)$$

เมื่อ C , n และ m เป็นค่าคงที่ที่ได้จากการทดลอง