

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับความชื้น

การระเหยของหยดสารระเหย (มักจะเป็นน้ำ) ที่ฉีกออกจากสเปรย์ก่อให้เกิดการถ่ายเทความร้อนและมวลอย่างต่อเนื่อง ในการสัมผัสกันระหว่างหยดน้ำและอากาศร้อน ความร้อนจะแพร่จากอากาศสู่หยดและถูกใช้เป็นการระเหยน้ำออกจากหยด ความชื้นจากการระเหยจะถ่ายเทสู่อากาศโดยการแพร่ผ่านฟิล์มของอากาศรอบๆหยดน้ำแต่ละหยด ความเร็วของหยดน้ำที่วิ่งออกจากหัวฉีดแตกต่างอย่างมากจากความเร็วของอากาศรอบๆ ดังนั้นในขณะที่เกิดการถ่ายเทความร้อนและมวลอย่างต่อเนื่องจะมีการแลกเปลี่ยนโมเมนตัมระหว่างหยดน้ำและอากาศรอบๆด้วย ,Foust (1)

อัตราการถ่ายเทความร้อนและมวลจะแปรผันกับอุณหภูมิ ความชื้น และคุณสมบัติของอากาศรอบๆหยดน้ำ นอกจากนี้ยังแปรผันกับขนาดของหยดน้ำ และความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างหยดน้ำกับอากาศ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายการระเหยของหยดน้ำสามารถพบได้ทั่วไปในเอกสารการระเหย

กระบวนการเพิ่มความชื้นอาจนำมาใช้เพื่อควบคุมความชื้นของห้อง หรือทำให้อากาศในห้องเย็นลง ส่วนกระบวนการลดความชื้นมักจะเป็นขั้นตอนของระบบปรับอากาศ ทิศทางของการถ่ายเทมวลสารและพลังงานหาได้จากความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นและอุณหภูมิของอากาศกับอุณหภูมิของหยดน้ำ เครื่องมือที่ใช้เพิ่มความชื้นที่พบมากคือหอสเปรย์ (spray chamber) ของเหลวจะถูกพ่นเป็นหยดละอองให้สัมผัสกับอากาศที่ไหลด้วยความเร็วต่ำเพื่อเพิ่มพื้นที่ผิวและเวลาในการสัมผัสกัน

ในกระบวนการลดความชื้น อากาศร้อนที่มีความชื้นสูงจะสัมผัสกับหยดน้ำเย็น ใอน้ำจะกลั่นตัวออกจากอากาศไปรวมกับหยดน้ำเย็น อากาศจะเย็นลงและหยดน้ำจะมีอุณหภูมิสูงขึ้น ความร้อนสัมผัสและความร้อนแฝง (sensible and latent heat) จะถ่ายเทสู่หยดน้ำดังรูป 2.1 ในกรณีทั่วไปของการแพร่ ปริมาณและอัตราการถ่ายเทความร้อนและมวลจะกำหนดให้มีเครื่องหมายเป็นบวกเมื่อมีการถ่ายเทสู่อากาศ ดังนั้นปริมาณและอัตราการถ่ายเทความร้อนและมวลจึงมีเครื่องหมายเป็นลบในกรณีนี้

ในกระบวนการลดอุณหภูมิ น้ำที่มีอุณหภูมิสูงจะสัมผัสกับอากาศทั่วไป ความร้อนและมวลจะถ่ายเทสู่อากาศ ดังนั้นปริมาณและอัตราการถ่ายเทความร้อนและมวลจึงมีเครื่องหมายเป็นบวกดังรูป 2.2

ในบางกรณีความร้อนสัมผัสจะถ่ายเทในทิศทางตรงกันข้ามกับความร้อนแฝง ซึ่งมักเกิดขึ้น ณ ตอนปลายของเครื่องลดอุณหภูมิ ที่ซึ่งน้ำมีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิของอากาศ ทำให้การถ่ายเทของความร้อนแฝงมากกว่าการถ่ายเทของความร้อนสัมผัส โดยทั่วไปแล้วของเหลวไม่สามารถเย็นตัวลงถึงจุดต่ำกว่าอุณหภูมิกะเปาะเปียกของอากาศ ดังรูป 2.3

พิจารณาแผนภูมิกระบวนการเพิ่มความชื้นแบบไหลสวนทางดังรูป 2.4 สัญลักษณ์ 1 และ 2 หมายถึงด้านต่างและบนของเครื่อง ตามลำดับ

- $L_2$  คือ อัตราการ ไหลของหยดน้ำ (kg water/s)
- $V_1$  คือ อัตราการ ไหลของอากาศชื้น (kg humid air/s)
- $V'$  คือ อัตราการ ไหลของอากาศแห้ง ( kg dry air/s)
- $Y_2$  คือ อัตราส่วนความชื้นในอากาศชื้น (kg vapor/kg dry air)
- $H_{v1}$  คือ เอนทาลปีของอากาศชื้น (J/kg dry air)
- $H_{L2}$  คือ เอนทาลปีของหยดน้ำ (J/kg water)
- $q$  คือ ความร้อนสูญหนี้ออกจากระบบ (J/s)
- $T_L, T_V$  คือ อุณหภูมิของหยดน้ำและอากาศชื้นตามลำดับ (K)
- $dZ$  คือ ความสูงของหอที่พิจารณา (m)
- $A$  คือ พื้นที่ผิวสัมผัส ( $m^2$ )
- $a$  คือ พื้นที่ผิวหยดน้ำ ( $m^2/m^3$  ของปริมาตรหอ)
- $S$  คือ พื้นที่หน้าตัดของหอ ( $m^2$ )

สมการดุลมวลสารรวม

$$L_1 - L_2 = V_1 - V_2 \tag{2.1}$$

สมการดุลมวลสารของน้ำ

$$V'(Y_2 - Y_1) = L_2 - L_1 \tag{2.2}$$

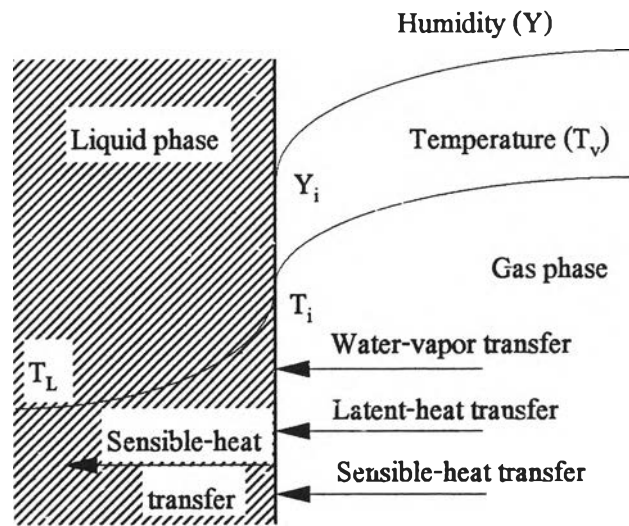
สมการดุลพลังงานรวม

$$L_2 H_{L2} + V H_{v1} + q = L_1 H_{L1} - V H_{v2} \tag{2.3}$$

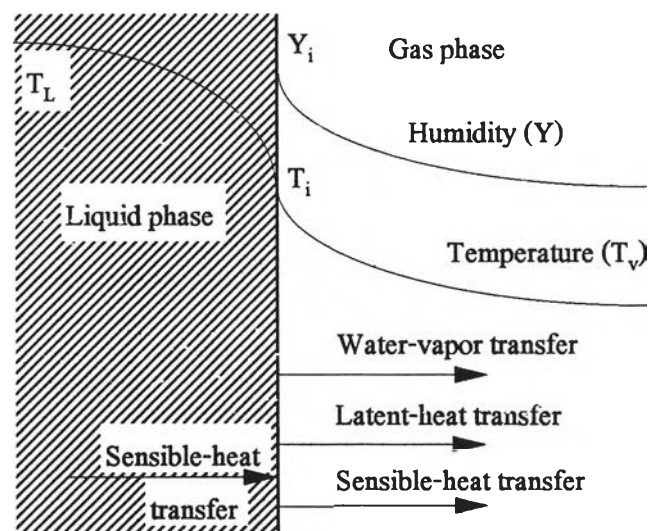
โดยทั่วไประบบจะเป็น adiabatic นั่นคือ  $q \rightarrow 0$

สมการดุลมวลสารของน้ำ

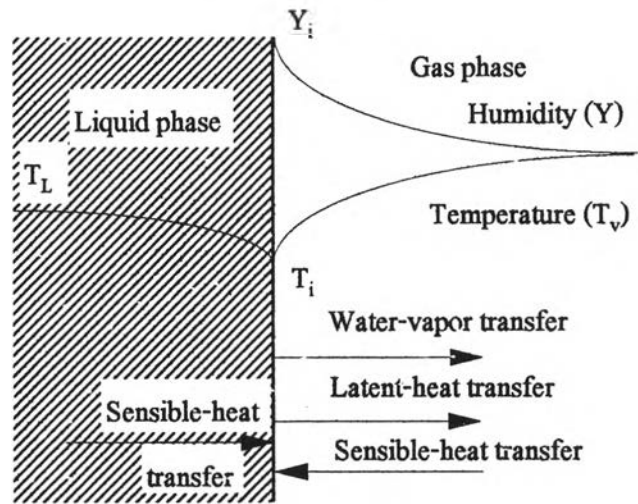
$$V dY = dL \tag{2.4}$$



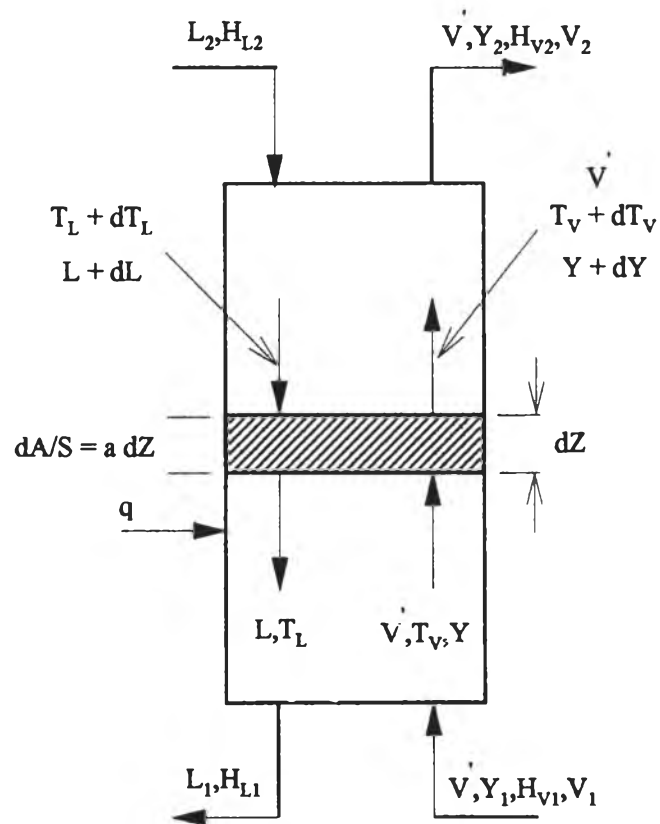
รูป 2.1 สภาวะที่เกิดในเครื่องลดความชื้น



รูป 2.2 สภาวะที่เกิดในเครื่องลดอุณหภูมิน้ำ



รูป 2.3 สภาวะการถ่ายเทความร้อนสัมผัสและความร้อนแฝงที่เกิดขึ้นในทิศทางตรงกันข้าม



รูป 2.4 แผนภูมิกระบวนการเพิ่มความชื้นแบบไหลสวนทาง

สมการดุลพลังงานของน้ำ

$$V'dH_v = d(LH_L) \quad (2.5)$$

ถ้าอัตราการถ่ายเทไอน้ำระหว่างเฟสมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับการไหลของอากาศจะใช้ค่าเฉลี่ยของ  $L$  ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงเอนทาลปีของน้ำอาจเขียนได้ดังนี้

$$d(LH_L) = L_{av}C_L dT_L \quad (2.6)$$

$$\text{เมื่อ } L_{av} = \frac{(L_1 + L_2)}{2}$$

สำหรับการเปลี่ยนแปลงเอนทาลปีในอากาศอาจเขียนได้ดังนี้

$$V'dH_v = V'd[C_h(T_v - T_0) + Y\lambda_0] = V'C_h dT_v + V'\lambda_0 dY \quad (2.7)$$

เมื่อ  $C_h$  คือ ความร้อนจำเพาะชื้น (humid heat) และมีค่าคงที่

ความร้อนจะถ่ายเทจากภายในหยดน้ำสู่ผิวสัมผัสระหว่างหยดน้ำกับอากาศด้วยความแตกต่างของอุณหภูมิ จากนั้นความร้อนจะถ่ายเทจากผิวสัมผัสสู่อากาศซึ่งแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ ความร้อนที่ถ่ายเทเนื่องจากความแตกต่างของอุณหภูมิและความร้อนแฝงที่ใช้ในการระเหยเนื่องจากความแตกต่างของความเข้มข้นของไอน้ำ ปริมาณทั้ง 2 คือพจน์ที่อยู่ด้านขวาของสมการ (2.7) ดังนั้นจากสมการ (2.6) และ (2.7) สามารถเขียนสมการสำหรับการถ่ายเทความร้อนของน้ำได้ว่า

$$\left(\frac{L_{av}}{S}\right)C_L dT_L = h_L a(T_L - T_i) dZ \quad (2.8)$$

หนึ่งสมการสำหรับการถ่ายเทความร้อนสัมผัสของอากาศคือ

$$\left(\frac{V'}{S}\right)C_h dT_v = h_a a(T_i - T_v) dZ \quad (2.9)$$

และสมการสำหรับการถ่ายเทความร้อนแฝงของอากาศคือ

$$\left(\frac{V'}{S}\right)\lambda_0 dY = \lambda_0 k_Y a(Y_i - Y) dZ \quad (2.10)$$

เมื่อ  $T_i$  คืออุณหภูมิผิวสัมผัสของหยดน้ำและอากาศ (K)

$Y_i$  คือ อัตราส่วนความชื้น (kg vapor/kg dry air)

$k_Y$  คือ สัมประสิทธิ์การถ่ายเทมวล (kg water/m<sup>2</sup> s)

$\lambda_0$  คือ ความร้อนแฝงของการกลายเป็นไอที่อุณหภูมิอ้างอิง (J/kg water)

## 2.2 ผลงานวิจัยการระเหยของหยดของเหลวบริสุทธิ์

กรณี ในอุดมคติของการระเหยของหยดของเหลวบริสุทธิ์เพียงหยดเดียว สามารถประยุกต์เป็นทฤษฎีพื้นฐานที่จำเป็นในการพิจารณากรณีที่มีสารที่ละลายและไม่ละลายปะปนอยู่ ปริมาณความชื้นที่แยกออกจากหยดที่เกิดขึ้นในการระเหยขึ้นอยู่กับกลไกของอัตราการระเหยและเวลาที่ใช้ในการระเหย เวลาที่ใช้เป็นผลจากการไหลของอากาศในห่อหุ้ม กรณีที่ห่อหุ้มมีความสูงเพียงพอหยดจะมีการเคลื่อนที่อย่างสมบูรณ์ในกระแสของอากาศและความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างหยดกับอากาศจะมีค่าต่ำมาก เนื่องจากหยดน้ำจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วบั้นปลาย (terminal velocity) ทฤษฎีชั้นขอบเขต (boundary-layer theory) กล่าวว่า อัตราการระเหยของหยดที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์เท่ากับศูนย์ ถือได้ว่าเป็นการระเหยในสถานะที่อากาศอยู่กับที่ ดังนั้นกลไกของการระเหยกรณีอากาศอยู่กับที่จะอยู่บนพื้นฐานของทฤษฎีชั้นขอบเขต และสามารถประยุกต์ใช้กับสถานะอื่น ๆ ของการระเหยได้, Master (2)

ในกรณีที่หยดเคลื่อนที่สัมพัทธ์กับอากาศรอบๆ ผลจากสถานะการไหลของอากาศรอบๆ หยดที่เคลื่อนที่จะกระทบต่ออัตราการระเหย ในการคำนวณอัตราการถ่ายเท สถานะการไหล และคุณสมบัติของหยดจะแสดงเป็นกลุ่มในรูปตัวแปรไร้มิติ ดังตาราง 2.1

ตาราง 2.1 กลุ่มไร้มิติ

Group	Significance	Symbol
Reynolds (Re)	$\frac{\text{inertia force}}{\text{viscous force}}$	$\left( \frac{DV\rho_a}{\mu_a} \right)$
Prandtl (Pr)	$\frac{\text{kinematic viscosity}}{\text{thermal diffusivity}}$	$\left( \frac{C_p\mu_a}{k_a} \right)$
Schmidt (Sc)	$\frac{\text{kinematic viscosity}}{\text{molecular diffusivity}}$	$\left( \frac{\mu_a}{D_v\rho_a} \right)$
Nusselt (Nu)	$\frac{\text{total heat transfer}}{\text{conductive heat transfer}}$	$\left( \frac{h_c D}{k_a} \right)$
Sherwood (Sh)	$\frac{\text{mass diffusivity}}{\text{molecular diffusivity}}$	$\left( \frac{k_g D}{D_v} \right)$

## 2.2.1 การระเหยของหยดเดี่ยว

### 2.2.1.1 การระเหยของหยดภายใต้สภาวะที่ไม่คำนึงถึงความเร็วสัมพัทธ์

ผลการทดลองของ Marshall (3) แสดงว่าการถ่ายเทความร้อนสู่หยดรูปทรงกลมในสภาวะอากาศอยู่กับที่ สามารถแสดงได้ในรูป

$$Nu = 2.0 \quad (2.11ก)$$

และการถ่ายเทมวลจากหยดรูปทรงกลมในสภาวะอากาศอยู่กับที่ สามารถแสดงได้ในรูป

$$Sh = 2.0 \quad (2.11ข)$$

พร้อมด้วยการสนับสนุนที่คล้ายคลึงกัน(analogy)ของการถ่ายเทความร้อนและมวลของ Coulson และ Richardson (4) สำหรับหยดของเหลวบริสุทธิ์สมการ (2.11) ทำนายว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวของหยดจะคงที่ระหว่างการระเหย

อัตราการระเหย ( $dW / dt$ ) ในรูปของการถ่ายเทมวลสามารถแสดงได้จากการแทนค่าสมการ

$$\frac{dW}{dt} = k_g' A(H_p - H_a) = k_g A(P_{wb} - P_w) \quad (2.12)$$

ในสมการ (2.11ข) จะได้

$$k_g = \frac{2D_v}{D} \quad \text{และ} \quad A = \pi D^2$$

$$\frac{dW}{dt} = 2\pi D_v D (P_{wb} - P_w) \quad (2.13)$$

เมื่อ  $P_{wb}$  คือ ความดันไอของน้ำที่อุณหภูมิของผิวหยคน้ำอิมิตัว

$P_w$  คือ ความดันย่อยของไอน้ำในอากาศ

สำหรับระบบน้ำและอากาศที่ความดันบรรยากาศ ค่าสัมประสิทธิ์ของการแพร่,  $D_v$

$$D_v = 0.258 \quad \text{cm}^2/\text{s at } 26^\circ\text{C}$$

$$D_v = 0.305 \quad \text{cm}^2/\text{s at } 60^\circ\text{C}$$

อัตราการระเหยในรูปของการถ่ายเทความร้อน สามารถแสดงได้จากการแทนค่าสมการ

$$\frac{dW}{dt} = \frac{h_c A}{\lambda} (T_a - T_p) \quad (2.14)$$

และสมการ (2.11ก) ด้วย  $h_c = 2k_d / D$  จะได้

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2\pi D k_d}{\lambda} (T_a - T_p) \quad (2.15)$$

เมื่อ  $T_a$  คือ อุณหภูมิของอากาศ,  $T_p$  คือ อุณหภูมิที่ผิวของหยด

ข้อสรุปที่ได้จากสมการ (2.13) และ (2.15) แสดงถึง คุณลักษณะของการระเหยของหยดของเหลวบริสุทธิ์ ได้ดังนี้

- ก. อัตราการระเหยแปรผันตรงกับเส้นผ่านศูนย์กลาง ไม่ใช่พื้นที่ผิว
- ข. อัตราการระเหยที่เกิดจากหยดขนาดใหญ่จะมากกว่าที่เกิดจากหยดขนาดเล็ก
- ค. การระเหยแปรผันตรงกับกำลังสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเริ่มต้นของหยด

#### 2.2.1.2 การระเหยของหยดภายใต้สภาวะที่มีความเร็วสัมพัทธ์

อัตราการระเหยเพิ่มขึ้นเมื่อความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างหยดและอากาศเพิ่มขึ้น เนื่องจากเกิดการระเหยจากการแพร่ในชั้นฟิล์มรอบหยดด้วย สัมประสิทธิ์การถ่ายเททั้งหมดของการถ่ายเทจากหยดทรงกลม สามารถเขียนได้ในรูปกลุ่มไร้มิติดังนี้

สำหรับการถ่ายเทมวล

$$Sh = 2.0 + K_1 (Re)^x (Sc)^y \quad (2.16)$$

สำหรับการถ่ายเทความร้อน

$$Nu = 2.0 + K_2 (Re)^x (Pr)^y \quad (2.17)$$

สมการ (2.16) และ (2.17) จะลดรูปเป็นสมการ (2.11) เมื่อความเร็วสัมพัทธ์เป็นศูนย์

Rowe, Claxton และ Lewis (5) ได้หาค่าของตัวเลขยกกำลัง  $(x), (y), (x'), (y')$  และค่าคงที่  $K_1, K_2$  สำหรับหยดและอนุภาครูปทรงกลม และจากการเปรียบเทียบผลกับการทดลองอื่นๆ สรุปเนื่องจากมีความคล้ายคลึงกันได้ว่า

$$x = x' = 0.5 \quad (2.18)$$

$$y = y' = 0.33 \quad (2.19)$$

สมการ (2.18) แสดงถึงค่าเฉลี่ยเนื่องจากค่า  $x$  และ  $x'$  จะเพิ่มขึ้นตามค่า  $Re$  คือ มีค่าเป็น 0.4 ที่  $Re = 1$  และมีค่า 0.6 ที่  $Re = 104$

ค่าของ  $x$  ที่ยอมรับกันทั่วไปสำหรับสภาวะการระเหยในเครื่องระเหยหยดน้ำคือ 0.5 และสามารถใช้ได้ในช่วง  $Re$  ระหว่าง 100 ถึง 1000 การเคลื่อนที่ของหยดขนาดเล็กในช่วงนี้ จะเกิดเฉพาะในช่วงแรกของการเคลื่อนที่ 2 ช่วง และการระเหยจำนวนมากเกิดขึ้นเมื่อหยดมี  $Re$  ต่ำกว่า 100 มาก ๆ เมื่ออ้างถึง Rowe (5) ความสำคัญเพียงเล็กน้อยควรรวมเข้าไปด้วยเพื่อให้ค่าตัวเลขยกกำลังของ  $Re$  แม่นยำขึ้น ข้อเสนอมากมายของสมการ (2.16) และ (2.17) แสดงในตาราง 2.2



ตาราง 2.2 ข้อเสนอของสมการ  $Nu$  (หรือ  $Sh$ ) =  $2.0 + K(Re)^x (Pr$  หรือ  $Sc)^y$ 

Equation number	Investigator	System studied	K	x	y	Re range
(2.20)	Ranz-Marshall (6)	Mass transfer	0.6	0.5	0.33	2-220
(2.21)*	Ingebo (7)	Heat transfer	0.303	0.6	0.6	0-500
(2.22)	Frossling (8)	Mass transfer	0.552	0.5	0.33	2-1300
(2.23)	Maxwell-Storrow (9)	Mass transfer	0.552	0.5	0.33	1-1000
(2.24)	Tsubouchi-Sato (10)	Heat transfer	0.50	0.5	0.33	0.1-1000
(2.25)	Kudryashev-Ipatenko(11)	Heat transfer	0.326	0.5	0.33	0-300
(2.26)	Yuge (12)	Heat transfer	0.493	0.5	0.33	10-1800
(2.26ก)	Miura (13)	Heat/mass transfer	0.6	0.5	0.33	1-1000

\* ด้านขวาของสมการ prefix ด้วยสัดส่วนระหว่างความนำความร้อนของอากาศกับของไอน้ำของตัวกลาง 0.5

สมการที่นำมาประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวางคือสมการของ Ranz และ Marshall (6)

$$\frac{h_c D}{k_d} = 2.0 + 0.6 \left( \frac{C_p \mu_a}{k_d} \right)^{0.33} \left( \frac{DV \rho_a}{\mu_a} \right)^{0.5} \quad (2.20ก)$$

$$\frac{k_d D}{D_v} = 2.0 + 0.6 \left( \frac{\mu_a}{\rho_a D_v} \right)^{0.33} \left( \frac{DV \rho_a}{\mu_a} \right)^{0.5} \quad (2.20ข)$$

เมื่อนำสมการด้านบนมาประยุกต์ใช้ จะต้องพิจารณาข้อกำหนดดังต่อไปนี้

1. สัมประสิทธิ์การต้านทานการไหลคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (steady-state drag coefficient) จะสะดวกขึ้นถ้าประยุกต์สมการการต้านทานการไหลที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา กับกรณีที่หาค่าความเร็วเพิ่มขึ้นหรือลดลง ค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานการไหล,  $C_D$  สำหรับการเคลื่อนที่ที่เร็วขึ้นจะสูงขึ้นอีก 20-60 % ของค่า ณ ความเร็วคงที่
2. ความร้อนที่ถ่ายเทสู่ความชื้นที่ระเหยไปแล้วถือว่าน้อยมาก ในสถานะการระเหยที่มีอุณหภูมิสูง ความร้อนส่วนหนึ่งจะเพิ่มอุณหภูมิให้น้ำที่ระเหยออกจากผิวหยด
3. โครงสร้างภายในของหยดไม่เปลี่ยนแปลง การสั่นและไหลเวียนภายในหยดหรือลักษณะพื้นผิวที่ผิดปกติของหยดจะเพิ่มอัตราการถ่ายเทความร้อนและมวล เนื่องจากเกิดการเปลี่ยนแปลงความหนาของชั้นฟิล์ม

4. หยดไม่เปลี่ยนแปลงในกระแสอากาศ หยดในเครื่องระเหยหยดน้ำมักจะไหลวนในกระแสอากาศ เป็นเหตุให้หยดมีการหมุนตัวและในบางครั้งการหมุนจะลดความหนาของชั้นฟิล์มทำให้อัตราการระเหยเพิ่มขึ้น

#### 2.2.1.2.1 อัตราการระเหย

หยดที่วิ่งออกจากหัวฉีดด้วยความเร็วสูงจะลดความเร็วลงอย่างรวดเร็วด้วยอิทธิพลของอากาศรอบๆ ระหว่างที่หยดลดความเร็วจะเกิดการระเหยที่น่าสนใจขึ้น อัตราการระเหยจะเพิ่มขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ของหยด สมการของ Frossling (8) แสดงถึงการระเหยที่เกิดขึ้นในช่วงนี้

การถ่ายเทมวล

$$N = 2\pi DD_v \frac{\Delta p}{RT} (1 + 0.276 \text{Re}^{0.5} \text{Sc}^{0.33}) \quad (2.27ก)$$

การถ่ายเทความร้อน

$$\frac{dW}{dt} = 2\pi Dk_a \Delta T (1 + 0.276 \text{Re}^{0.5} \text{Sc}^{0.33}) \quad (2.27ข)$$

เมื่อ  $N$  คือ อัตราการถ่ายเท,  $\Delta p$  คือ แรงขับเคลื่อนในหน่วยของความดันย่อย จากสมการ (2.27)  $Nu$  ของอากาศสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$Nu = \frac{h_c D}{k_a} = 2(1 + 0.25 \text{Re}^{0.5}) \quad (2.28)$$

Sjenitzer (14) พัฒนาสมการ(2.27ก) เพื่อแสดงสัดส่วนโดยน้ำหนัก ( $X_w$ ) ของหยดของเหลวบริสุทธิ์ที่ระเหยเนื่องจากความเร็วสัมพัทธ์ของหยด การระเหยระหว่างการลดความเร็วของหยดจากสมการ (2.27ก) คือ

$$N_{EX} = 2\pi DD_v \frac{\Delta p}{RT} 0.276 \text{Sc}^{0.33} \int \text{Re}^{0.5} dt \quad (2.29)$$

เมื่อ  $N_{EX}$  คือ อัตราการถ่ายเทระหว่างการลดความเร็ว

สัดส่วนของการระเหย คือสัดส่วนโดยน้ำหนักและหาได้จากอาหาร  $N_{EX}$  ด้วยน้ำหนักของหยดในหน่วยของโมล สมการของ Sjenitzer แสดงสัดส่วนของการระเหย( $X_w$ ) ว่า

$$X_w = 4.42 \Delta H \text{Sc}^{-0.66} \int \frac{d(\text{Re})}{C_D \text{Re}^{1.5}} \quad (2.30)$$

เมื่อ  $\Delta H$  คือ humidity gradient ( $\cong \Delta p M_w / RT \rho_a$ ),  $M_w$  คือมวลโมเลกุลของหยดของเหลว ค่าของอินทิกรัลแสดงในตาราง 2.3

ตาราง 2.3 ค่าของอินทิกรัล  $\int [d(\text{Re})] / (C_D \text{Re}^{1.5})$  ใน สมการ (2.30)

Re	$\frac{d(\text{Re})}{C_D \text{Re}^{1.5}}$
$5 \cdot 10^4$	0.030
$1 \cdot 10^4$	0.060
$5 \cdot 10^3$	0.090
$1 \cdot 10^3$	0.175
$5 \cdot 10^2$	0.300
$1 \cdot 10^2$	0.390
$5 \cdot 10^1$	0.600
$1 \cdot 10^1$	0.615
5	0.670
1	0.745

สมการ(2.30) แสดงให้เห็นว่าภายใต้คุณสมบัติที่คงที่ของระบบ สัดส่วนการระเหยระหว่างการลดความเร็วจะขึ้นเฉพาะกับ Re ของหยดที่ออกจากหัวฉีด และความเร็วสุดท้าย เมื่อการระเหยเสร็จสมบูรณ์ ความเร็วสุดท้ายจะเป็นความเร็วบั้นปลายของหยด ณ ความเร็วนี้ Re จะขึ้นกับเส้นผ่านศูนย์กลางของหยด ที่สภาวะของความเร็วบั้นปลายสำหรับหยดของเหลวบริสุทธิ์เส้นผ่านศูนย์กลางของหยดจะเปลี่ยนแปลงระหว่างการเคลื่อนที่

การเปลี่ยนแปลงเส้นผ่านศูนย์กลางทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงอัตราการลดลงของความเร็ว และการระเหยเพิ่มเติมที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของหยดสามารถคำนวณด้วยวิธี stepwise method ค่าของ  $(X_w)$  สำหรับกรณีเส้นผ่านศูนย์กลางลดลงจะน้อยกว่าค่าที่ได้จากการคำนวณจากสมการ (2.30) ที่ซึ่งได้สมมุติว่าเส้นผ่านศูนย์กลางของหยดจะคงที่ระหว่างการระเหย

สำหรับค่า humidity gradient ที่ต่ำ เส้นผ่านศูนย์กลางหยดที่เปลี่ยนระหว่างช่วงเวลาสั้นๆ ของการลดความเร็วของหยดสามารถไม่นำมาพิจารณาได้ Sjenitzer ประยุกต์สมการ (2.30) สำหรับระบบของหยดน้ำ ซึ่งใช้สมมุติฐานว่าไม่พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของเส้นผ่านศูนย์กลางระหว่างช่วงการลดความเร็วและใช้เหตุผลพิจารณาว่าสัดส่วนการระเหย

ระหว่างช่วงลดความเร็วจะไม่ขึ้นกับความเร็วของหยดที่ตกลง เพื่อให้สมมุติฐานง่ายขึ้นจะเลือกค่า  $\Delta H$  ที่ต่ำ ( $\Delta H = 0.06$ )

สัดส่วนการระเหยเนื่องจากการเคลื่อนที่ของหยดน้ำเรียงตามเส้นผ่านศูนย์กลางจาก 100-1000  $\mu m$  แสดงในตาราง 2.4 คำนี้นำมาคำนวณสำหรับอากาศอุณหภูมิ 193 °C อุณหภูมิกระเปาะเปียกของหยดน้ำ 43 °C โดยใช้สมการ (2.30) และตาราง 2.3

ตาราง 2.4 สัดส่วนการระเหยของหยดภายใต้สภาวะการลดความเร็วในการเคลื่อนที่ในอากาศแห้ง ณ อุณหภูมิ 193 °C

Diameter ( $\mu m$ )	fractional evaporation $X_w$ (%)	Diameter ( $\mu m$ )	fractional evaporation $X_w$ (%)
100	29.0	600	15.5
200	25.0	700	14.5
300	21.5	800	13.6
400	19.0	900	12.8
500	17.0	1000	12.1

เมื่อการลดความเร็วของหยดเสร็จสมบูรณ์ และสภาวะความเร็วปั่นป่วนเด่นชัด สมการของ Frossling (2.27) สามารถจัดใหม่ได้เป็นสัดส่วนโดยนำหนักของการระเหยของหยดต่อหน่วยความยาวที่เคลื่อนที่ ( $dW / dl$ )

$$\frac{dW}{dl} = 12D_v \frac{P\Delta p}{V_f D^2 \rho_a RT} (1 + 0.276 Re^{0.5} Sc^{0.33}) \quad (2.31)$$

$$\text{โดยความเร็วปั่นป่วน, } V_f = \frac{D^2 g (\rho_p - \rho_a)}{18\mu_a}$$

สำหรับระบบของหยดน้ำและอากาศ สมการ (2.31) ลดรูปเป็น

$$\frac{dW}{dl} = 4.6 * 10^{-7} \frac{\Delta H}{V_f D^2} (1 + 0.23 Re^{0.5}) \quad (2.32)$$

เมื่อ  $dW / dl$  คือ สัดส่วนของการระเหยต่อความยาวที่หยดเคลื่อนที่,  $\Delta H$  คือ ผลต่างของความชื้น

กราฟของสมการ(2.32)แสดงว่า  $dW / dl$  จะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อเพิ่มเส้นผ่านศูนย์กลางกลางของหยด ในการกระจายของหยดจากการฝอยขนาดหยดที่เล็กกว่าจะระเหยเร็วกว่าหยดขนาดใหญ่กว่า

ข้อสรุปสำคัญที่ได้จากสมการของ Sjenitzer คือ

ก. การลดขนาดของหยดเพียงเล็กน้อยเป็นเหตุให้สัดส่วนการระเหยเพิ่มขึ้น ดังนั้นขนาดของเครื่องระเหยหยดน้ำซึ่งขึ้นกับขนาดคงที่ของหยดระหว่างการระเหยจะต้องยังคงไว้ ผลกระทบจากการลดลงของขนาดหยดทำให้โอกาสที่จะกระทบผนังของหยดที่เกือบระเหยหมดลดลง

ข. สำหรับหยดที่มีขนาดเล็กกว่า  $100 \mu m$  การระเหยระหว่างช่วงการลดความเร็วสามารถพิจารณาได้ว่าไม่มีความสำคัญเมื่อเทียบกับการระเหยขณะที่หยดตกลงอย่างอิสระในช่วงเวลาที่อยู่ในอากาศ

#### 2.2.1.2.2 การระเหยภายใต้สภาวะที่อากาศมีอุณหภูมิสูง

ในการระเหยของหยดภายใต้สภาวะที่อากาศมีอุณหภูมิสูง การถ่ายเทความร้อนสู่หยดไม่เฉพาะถ่ายเทให้กับความร้อนแฝงของการกลายเป็นไอเพียงอย่างเดียว ความร้อนจะถูกถ่ายเทให้ไอน้ำที่ระเหยออกจากผิวหยดสู่อากาศอีกด้วย ซึ่งนำไปสู่การคำนวณเวลาของการระเหยที่ผิดพลาด

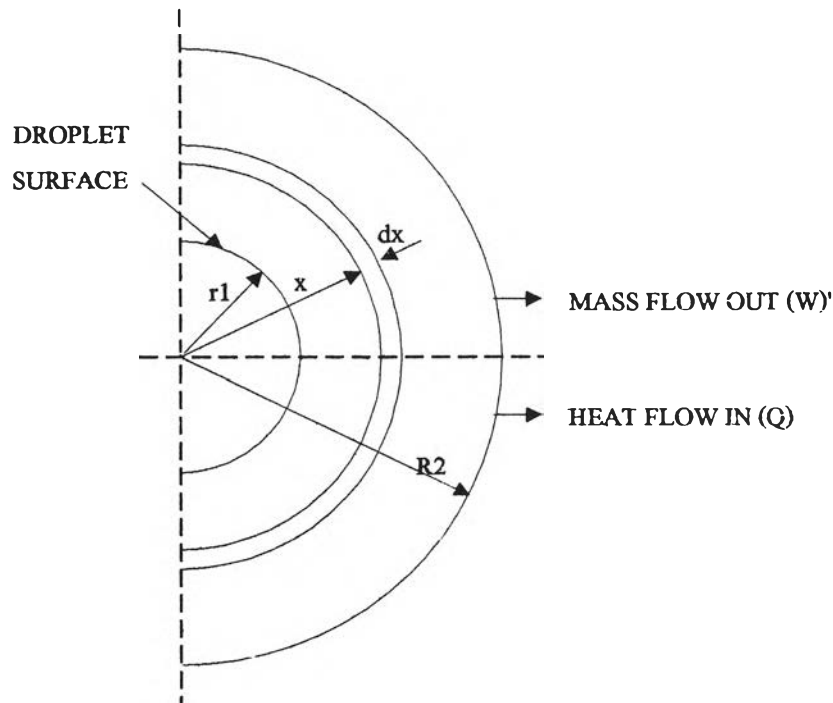
ผลของอุณหภูมิที่สูงต่อกลไกการระเหยถูกวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์โดย Marshall (3) และ Godsave (15) สำหรับการระเหยของหยด สมการดิฟเฟอเรนเชียลของการนำความร้อนผ่านชั้นฟิล์มของไอน้ำรอบ ๆ สามารถนำมาประยุกต์ได้

พิจารณารูป 2.5 เมื่อ  $W'$  คือ อัตราการระเหย (มวล/เวลา) และ  $x$  คือ รัศมีจากจุดศูนย์กลางของหยด สมการดิฟเฟอเรนเชียลของความร้อนที่เข้าสู่หยดผ่านฟิล์มของอากาศรอบ ๆ หยด พร้อมด้วยการถ่ายเทของไอน้ำออกจากหยดอย่างต่อเนื่องผ่านฟิล์ม สามารถแสดงดังนี้

$$x^2 \frac{d^2 T}{dx^2} + \left( 2x - \frac{W' C_p}{4\pi k_a} \right) \frac{dT}{dx} = 0 \quad (2.33)$$

การอินทิเกรตสมการ(2.33)ระหว่างรัศมีของผิวหยดกับรัศมีจำกัดของอากาศแสดงอุณหภูมิให้เป็นฟังก์ชันกับระยะทางของชั้นฟิล์มดังนี้ (3,15)

$$\frac{T - T_p}{T_a - T_p} = \frac{\exp\left(-\frac{E}{x}\right) - \exp\left(\frac{E}{r_1}\right)}{\exp\left(-\frac{E}{R_2}\right) - \exp\left(-\frac{E}{r_1}\right)} \quad (2.34)$$



รูป 2.5 แผนภูมิของหยดที่ระเหย ณ อุณหภูมิสูง

เมื่อ  $E = W'C_p / 4\pi k_d r_1$  คือ รัศมีของหยด,  $R_2$  คือ รัศมีจำกัดของอากาศ  
ค่าของ  $E$  สมมุติให้ค่า  $k_d$  มีค่าคงที่ทุกจุดของชั้นฟิล์ม ค่าเฉลี่ยสามารถนำมาใช้ได้นิยาม (3)

$$h_c = Q / A\Delta T \text{ หรือ } \frac{k_d r_1 dT / dx}{\Delta T}$$

ค่า  $Nu$  สามารถเขียนในรูป

$$Nu = \frac{h_c D}{k_d} = \frac{2E / r_1}{\left[ \exp E \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{R_2} \right) - 1 \right]} \quad (2.35)$$

สมการ(2.35) คือรูปพื้นฐานของสภาวะการระเหยจริงและสภาวะปรากฏ สภาวะจริงคือสมการ(2.35) สภาวะปรากฏหาได้โดยขยายค่าเอ็กโปเนนเชียลในสมการ(2.35) และแทนค่า  $E = 0$  ในสมการเพื่อให้ค่า  $Nu$  ที่อัตราการระเหยของหยดมีน้อยมาก

$$(Nu)_{E=0} = \frac{2 / r_1}{(1/r_1) - (1/R_2)} \quad (2.36)$$

ผลจากไอน้ำรอบหยดต่อ  $Nu$  อาจประมาณจากสัดส่วน

$$\frac{Nu}{Nu_{E=0}} = \frac{E \left[ (1/r_1) - (1/R_2) \right]}{\exp E \left[ (1/r_1) - (1/R_2) \right] - 1} \quad (2.37)$$

เมื่อสัดส่วนของ  $Nu$  แสดงได้เช่นเดียวกับสัดส่วนของ  $h_{c(actual)}$  และ  $h_{c(apparent)}$

$$h_{c(actual)} = h_{c(apparent)} \left( \frac{a'}{e^{a'} - 1} \right) \quad (2.38)$$

เมื่อ (16)

$$a' = \frac{W'C_p}{4\pi k_d} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (2.39)$$

ถ้า  $R_2$  เท่ากับ  $D$ ,  $a'$  จะลดรูปเป็น

$$a' = \frac{W'C_p}{4\pi k_d} * \frac{1}{D} \quad (2.40)$$

สมการ (2.38) แสดงให้เห็นว่า ณ อัตราการระเหยสูง ( $E$  มีค่ามาก),  $a'$  มีค่ามาก และค่าของ  $Nu$  อาจนี้ ออกกว่า  $(Nu)_{E=0}$ , ที่ อุณหภูมิ สูงค่า  $a'$  อาจสูงถึง 4.0 เมื่อค่า  $a' / (e^{a'} - 1)$  ประมาณ 0.075 แสดงว่าค่า  $h_{c(actual)}$  สามารถมีค่าต่ำกว่าเศษหนึ่งส่วนสิบของ  $h_{c(apparent)}$

$(Nu)_{E=0}$  สามารถคำนวณโดยตรงจากความสัมพันธ์ของ McAdam (17) กรณีการถ่ายเทความร้อนของทรงกลม

$$(Nu)_{apparent} = 0.37 \left( \frac{DV_{rel}\rho_a}{\mu_1} \right)^{0.6} \quad (2.41)$$

เวลาการระเหยที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากความร้อนของไอน้ำรอบ ๆ ที่มีอุณหภูมิสูงสามารถหาได้จากการหารเวลาการระเหยปรากฏด้วย  $a' / (e^{a'} - 1)$ , ค่าของ  $a'$  เขียนใหม่ได้ (3)

$$a' = \ln \left[ 1 + \frac{Nu}{2} \left( \frac{\Delta TC_p}{\lambda} \right) \right] \quad (2.42)$$

ที่ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างหยดน้ำกับอากาศในเครื่องระเหยหยดน้ำมีค่าต่ำมาก ๆ จะไม่มีผลต่อเวลาการระเหยและ  $Nu$  จะมีค่าประมาณ 2.0, โดยที่  $(\Delta TC_p / \lambda)$  หมายถึงสัดส่วนของความร้อนสัมผัสต่อความร้อนแฝง

## 2.2.2 การระเหยของหยดแบบสเปรย์

คุณลักษณะของการระเหยของหยดแบบสเปรย์แตกต่างกับคุณลักษณะของหยดเดี่ยว แม้ว่าทฤษฎีพื้นฐานจะประยุกต์ใช้ในทั้ง 2 กรณี การประยุกต์ทฤษฎีในกรณีที่มีหยดจำนวนมากกระทำได้ยาก การวิเคราะห์ต่างๆของการระเหยแบบสเปรย์ขึ้นอยู่กับกรณียามค่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย, การกระจายขนาด, ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างหยดกับอากาศ, การ

เคลื่อนที่ของหยด และจำนวนหยดที่มีต่อหน่วยเวลาต่อปริมาตรของอากาศแห้ง ยิ่งไปกว่านั้น เป็นการยากมากในการหาตัวแปรที่ใช้ประมาณค่าข้อมูลของการระเหย กรณีที่สเปรย์เคลื่อนที่ด้วยความเร็วต่ำในความเร็วอากาศที่ต่ำ(ไหลสวนกัน) หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์ต่ำโดยที่ความเร็วอากาศสูง(ไหลตามกัน) สรุปได้ดังนี้

1. การระเหยของสเปรย์ทำให้อุณหภูมิอากาศลดลง และอัตราการระเหยลดลง
2. ช่วงแรกของการระเหยของสเปรย์ที่มีการกระจายขนาดในช่วงกว้างจะเร็วกว่าสเปรย์ที่มีขนาดใกล้เคียงกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย การระเหยเพิ่มขึ้นเนื่องจากขนาดหยดที่เล็กกว่าในสเปรย์ แต่ในช่วงหลังขนาดหยดที่ใหญ่กว่าจะระเหยช้ากว่า และทำให้ใช้เวลาในการระเหยทั้งหมดนานกว่า
3. ไม่มีเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยใดที่สามารถเป็นตัวแทนหยดในระหว่างการระเหย
4. การกระจายขนาดจะเป็นตัวแสดงผลที่ดีที่สุดของหยดระหว่างการระเหย
5. การกระจายขนาดของหยดในสเปรย์จะเปลี่ยนรูปร่างหน้าตาระหว่างการระเหย
6. กรณีที่สเปรย์มีขนาดเดียว เส้นผ่านศูนย์กลางของหยดจะลดลงระหว่างการระเหย
7. กรณีที่สเปรย์ประกอบด้วยหยดหลายขนาด โดยทั่วไปแล้วขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยตามจำนวนจะเพิ่มขึ้นในช่วงต้นก่อนที่จะลดลงจนกระทั่งการระเหยเสร็จสมบูรณ์

การระเหยของสเปรย์ที่หยดเคลื่อนด้วยความเร็วสัมพัทธ์ จะเพิ่มลักษณะเด่นคือ

1. หยดเคลื่อนที่เป็นระยะทางมากกว่า ก่อนที่จะให้สัดส่วนการระเหยที่เท่ากัน
2. อิทธิพลของความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างหยดกับอากาศมีผลมากต่ออัตราการระเหย เมื่อความเร็วของหยดจากหัวฉีดสูงกว่า และอุณหภูมิของอากาศสูงกว่า
3. กรณีที่หยดวิ่งออกจากหัวฉีดด้วยความเร็วสูง ความผิดพลาดจากการคิดว่าความเร็วสัมพัทธ์ของหยดมีค่าน้อยมากจะมีค่าสูงที่สุดกับหยดขนาดเล็กที่สุดในสเปรย์ หยดขนาดเล็กจะระเหยทันที และสัดส่วนของการระเหยส่วนใหญ่จะเกิดขึ้นในช่วงที่หยดลดความเร็วลง

เอกสารสนับสนุนการวิเคราะห์การระเหยของสเปรย์ คือ Probert (18), Marshall (3), Shapiro และ Erickson (19), Fledderman และ Hanson (20), Manning และ Gauvin (21), Bose และ Pei (22), Dickinson และ Marshall (23), Winnacker (24), Keey (25), Carslaw (26) ซึ่งสรุปได้ดังตาราง 2.5



รายละเอียด	Probert (18)	Fledderman และ Hanson (20)	Marshall (3)	Shapiro และ Erickson (19)	Manning และ Gauvin (21)
1. การกระจายของสเปรย์	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
2. รูปแบบการกระจายของหยดน้ำ	Rosin-Rammler	Nukiyama-Tanasawa	Log-normal	N.A.	N.A.
3. พิจารณาการกระจายขนาดของหยดน้ำเป็นกลุ่มขนาดเล็กลง	ไม่พิจารณา	ไม่พิจารณา	พิจารณา	N.A.	N.A.
4. ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างหยดน้ำและอากาศ	ไม่มี	มีและไม่มี	ไม่มี	N.A.	N.A.
5. รูปแบบการไหลของหยดน้ำและอากาศ	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	ตามและสวนทาง
6. การเคลื่อนที่ของหยดน้ำ	N.A.	N.A.	N.A.	1 มิติ	N.A.
7. อุณหภูมิของหยดน้ำ	คงที่	คงที่	คงที่	N.A.	N.A.
8. อุณหภูมิของอากาศ	คงที่	คงที่	เปลี่ยนแปลง	N.A.	N.A.
9. อุณหภูมิและความชื้นของอากาศตลอดหน้าตัดของเครื่อง	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
10. สมการที่ใช้ในการทำนายพฤติกรรมของหยดน้ำ	N.A.	N.A.	N.A.	ดิฟเฟอเรนเชียล	N.A.
11. ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
12. จำนวนการเปลี่ยนแปลงขนาดหยดน้ำเฉลี่ยในแต่ละกลุ่ม	คำนวณไม่ได้	คำนวณไม่ได้	คำนวณได้	N.A.	N.A.
13. จำนวนการกระจายขนาดใหม่ของหยดน้ำ	คำนวณไม่ได้	คำนวณไม่ได้	คำนวณได้	N.A.	N.A.
14. จำนวนการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิและความเร็วของหยดน้ำ	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
15. จำนวนการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิและความชื้นของอากาศ	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.

ตาราง 2.5 เปรียบเทียบผลงานวิจัยในอดีตกับแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นใหม่

รายละเอียด	Bose และ Pei (22)	Dickenson และ Marshall (23)	แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นใหม่
1. การกระจายของสเปิร์ม	N.A.	สม่ำเสมอ	สม่ำเสมอและไม่สม่ำเสมอ
2. รูปแบบการกระจายของหยดน้ำ	N.A.	Log-normal, Square root-normal, Rosin-Rammler, Nukiyama-Tanasawa	Log-normal
3. พิจารณาการกระจายขนาดของหยดน้ำเป็นกลุ่มขนาดเล็กๆ	N.A.	พิจารณา	พิจารณา
4. ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างหยดน้ำและอากาศ	มี	มีและไม่มี	มีและไม่มี
5. รูปแบบการไหลของหยดน้ำและอากาศ	ตามกัน	ตามกัน	ตามกัน
6. การเคลื่อนที่ของหยดน้ำ	N.A.	1 มิติ	1 มิติ
7. อุณหภูมิของหยดน้ำ	N.A.	คงที่	เปลี่ยนแปลง
8. อุณหภูมิของอากาศ	N.A.	เปลี่ยนแปลง	เปลี่ยนแปลง
9. อุณหภูมิและความชื้นของอากาศตลอดหน้าตัดของเครื่อง	N.A.	เท่ากัน	ไม่เท่ากัน
10. สมการที่ใช้ในการทำนายพฤติกรรมของหยดน้ำ	N.A.	ดิฟเฟอเรนเชียล	ดิฟเฟอเรนเชียล
11. ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ	N.A.	ใช่	ใช่
12. จำนวนการเปลี่ยนแปลงขนาดหยดน้ำเฉลี่ยในแต่ละกลุ่ม	N.A.	คำนวณได้	คำนวณได้
13. จำนวนการกระจายขนาดใหม่ของหยดน้ำ	N.A.	คำนวณได้	คำนวณได้
14. จำนวนการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิและความเร็วของหยดน้ำ	N.A.	คำนวณไม่ได้	คำนวณได้
15. จำนวนการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิและความชื้นของอากาศ	N.A.	คำนวณไม่ได้	คำนวณได้

ตาราง 2.5 (ต่อ)

Probert (18) เสนอทฤษฎีการวิเคราะห์บนพื้นฐานการกระจายขนาดแบบ Rosin-Rammler หยกของสเปรย์ที่พิจารณาไม่มีความเร็วสัมพัทธ์และแรงขับจากผลต่างของอุณหภูมิ เปลี่ยนแปลงน้อยมากระหว่างกระเหย สเปรย์ที่มีการกระจายขนาดใกล้เคียงกันมากกว่าจะกระเหยเสร็จสมบูรณ์เร็วกว่าแม้ว่า Probert แสดงให้เห็นว่าสเปรย์ที่มีการกระจายขนาดกว้างกว่า อาจให้อัตราการกระเหยเบื้องต้นที่เร็วกว่า ผลงานของ Probert ถูกขยายโดย Fledderman และ Hanson (20) เพื่อให้ครอบคลุมถึงการกระเหยของสเปรย์ภายใต้สภาวะที่มีความเร็วสัมพัทธ์ เมื่อการกระจายขนาดเป็นแบบสมการ Nukiyama-Tanasawa สมการที่เสนอโดย Fledderman และ Hanson ถูกพิสูจน์อย่างซับซ้อนที่สุดแล้ว แต่กลับเป็นสมการที่มีค่าทางปฏิบัติน้อย

วิธีการทางปฏิบัติการกระเหยของสเปรย์เสนอโดย Marshall (3) วิธีการที่เพิ่มขึ้นได้ถูกรวมเข้าไปด้วย การกระจายขนาดถูกแบ่งเป็นกลุ่มของขนาดเล็กๆ แต่ละกลุ่มจะถูกพิจารณาเฉพาะระหว่างที่การกระเหยดำเนินไป และขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของสเปรย์ลดลง วิธีการนี้ใช้การกระจายขนาดแบบ log-normal การกระเหยอยู่ภายใต้สภาวะที่ความเร็วสัมพัทธ์เป็นศูนย์ ใช้กับหยกของเหลวบริสุทธิ์ การคำนวณสามารถพิสูจน์เพื่อใช้ประโยชน์กับกรณีที่ไม่เป็นหยกบริสุทธิ์ วิธีการของ Marshall รวมถึงการคำนวณการเปลี่ยนแปลงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางหยกเฉลี่ยในแต่ละกลุ่มขนาดในช่วงเวลาสั้นๆ การเพิ่มช่วงเวลาสั้นๆ ถูกเลือกเพื่อให้สมมุติฐานว่าการกระเหยของหยกอยู่ภายใต้แรงขับของอุณหภูมิเดียวกันระหว่างช่วงเวลาที่เลือกไว้ การกระเหยของแต่ละกลุ่มขนาดในสเปรย์จะถูกพิจารณาและการกระจายขนาดใหม่จะถูกแสดงระหว่างที่การกระเหยในช่วงเวลาที่ 2 กำลังคำนวณ ขั้นตอนจะกระทำต่อเนื่อง จนกระทั่งการกระเหยเสร็จสมบูรณ์

ลักษณะเด่นสำคัญของการกระเหยของสเปรย์เท่าที่ศึกษามามีดังนี้

1. การกระเหยหลักของสเปรย์จะเสร็จสมบูรณ์ในช่วงเวลาสั้น ๆ ตัวอย่างเช่น 90% ของการกระเหยจะเสร็จสมบูรณ์ในช่วง 1.5 วินาทีแรก
2. การลดลงอย่างรวดเร็วของอุณหภูมิอากาศจะเกิดพร้อมกับการกระเหย
3. ขนาดเฉลี่ยของสเปรย์ของของเหลวบริสุทธิ์เพิ่มขึ้นกับเวลา เนื่องจากการกระเหยที่เสร็จสมบูรณ์อย่างรวดเร็วของหยกขนาดเล็กในสเปรย์

Shapiro และ Erickson (19) ศึกษาคณิตศาสตร์ของการกระเหยของสเปรย์ในกรณีที่สเปรย์มีการเคลื่อนที่ 1 มิติ สมการดิฟเฟอเรนเชียลทั่วไปถูกเสนอเพื่อแสดงพฤติกรรมของสเปรย์ แต่มีข้อบกพร่องจากการเปรียบเทียบระหว่างการทำนายและผลจากการทดลอง ทำให้การนำไปใช้ประโยชน์มีจำกัด

Manning และ Gauvin (21) ทำอัตราการถ่ายเทความร้อนและมวลกรณีสเปร์ย์ของน้ำในทิศทางเดียวกันและตรงกันข้ามกับอากาศ ข้อมูลจากการทดลองสนับสนุนสมการของ Ranz และ Marshall สมการ(2.20) และสมการของ Frossling สมการ(2.27,2.28)

Bose และ Pei (22) ศึกษาการระเหยของสเปร์ย์น้ำในกรณีการไหลทิศทางเดียวกัน ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างสเปร์ย์น้ำกับอากาศถูกพิจารณาอยู่ด้วย ซึ่งมีผลอย่างมากต่ออัตราการถ่ายเทความร้อนและมวล เนื้อหาส่วนของการระเหยนำมาใช้ระหว่างที่สเปร์ย์ลดความเร็วลง ความผิดพลาดจำนวนมากสามารถเกิดขึ้นถ้าความเร็วสัมพัทธ์เท่ากับความเร็วที่ปลาทู และใช้เป็นความเร็วในการวิเคราะห์การระเหย

Dickinson และ Marshall (23) นำโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาใช้คำนวณการระเหยของสเปร์ย์ สภาวะทั้งที่ค้ำน้ำและไม่ค้ำน้ำถึงความเร็วสัมพัทธ์ถูกนำมาศึกษา พารามิเตอร์สำคัญในการศึกษา คือ เส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย, การกระจายขนาดของสเปร์ย์ที่ออกจากหัวฉีด, จำนวนหยด, อุณหภูมิอากาศและอุณหภูมิหยด, ความเร็วของอากาศ สมการคณิตศาสตร์ของการระเหยของสเปร์ย์กรณีที่มีการกระจายขนาดไม่เป็นแบบเดียวกันถูกพัฒนาขึ้น โดยการสมมุติสภาวะอุณหภูมิต่ออุณหภูมิหยดคงที่ สภาวะอุณหภูมิต่อการไหลของอากาศ และหยดของเหลวบริสุทธิ์ ทั้งทิศทางเดียวกันและสวนทางกัน