

## บทที่ 2

### การคำนวณโหลดโพล์ด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสัน

การวิเคราะห์โหลดโพล์ถือเป็นสิ่งสำคัญและเป็นพื้นฐานของการศึกษากรณีต่างๆในระบบกำลังไฟฟ้า อันได้แก่ การวิเคราะห์ความผิดปกติ การวิเคราะห์เสถียรภาพ การวางแผนและการจ่ายโหลดอย่างประหยัดของระบบกำลังไฟฟ้า เป็นต้น คำตอบที่ได้จากการวิเคราะห์โหลดโพล์ของสภาวะโหลดหนึ่งในระบบกำลังไฟฟ้าจะได้ขนาดและมุมของแรงดันไฟฟ้าที่บัสต่างๆ กำลังไฟฟ้าจริงและรีแอกทีฟที่ผลิตโดยเครื่องกำเนิดไฟฟ้า กำลังไฟฟ้าจริงและรีแอกทีฟที่ไหลผ่านอุปกรณ์ เช่น หม้อแปลงและสายส่งต่างๆ รวมทั้งกำลังสูญเสียในอุปกรณ์เหล่านั้นด้วย

#### 2.1 สมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์โหลดโพล์

สมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์โหลดโพล์ในที่นี้จะถือเป็นบรรทัดฐานใช้อ้างอิงในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อการคำนวณโหลดโพล์ ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

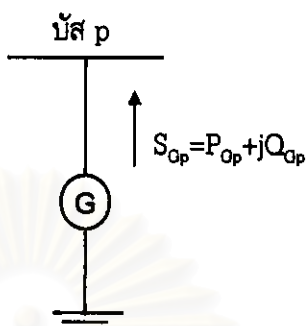
- 2.1.1 ระบบกำลังไฟฟ้าที่ใช้ในการวิเคราะห์โหลดโพล์เป็นระบบกำลังไฟฟ้าสมดุลย์ 3 เฟส อยู่ในสภาวะการทำงานปกติ ( Steady state condition )
- 2.1.2 ในการสร้างแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์และสมการโหลดโพล์จะยึดบัสเป็นกรอบอ้างอิง ( Bus frame of reference) [2,4]
- 2.1.3 ระบบกำลังไฟฟ้าที่ใช้ทดสอบมีบัสอ้างอิงเพียง 1 บัส
- 2.1.4 ให้ถือว่าโหลดทั้งหมดในระบบกำลังไฟฟ้าคงที่
- 2.1.5 วงจรสมมูลย์ของหม้อแปลงและสายส่งเป็นแบบพาย ( Equivalent pi circuit:  $\pi$  ) [2,4]

#### 2.2 วงจรสมมูลย์ขององค์ประกอบในระบบกำลังไฟฟ้า

##### 2.2.1 เครื่องกำเนิดไฟฟ้า ( Generator )

เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเป็นอุปกรณ์ที่ผลิตและจ่ายกำลังไฟฟ้าเข้าสู่ระบบกำลังไฟฟ้า โดยทั่วไปกำลังไฟฟ้าจริงที่ผลิตจะปรับให้มีค่าคงที่ ส่วนกำลังไฟฟ้รีแอกทีฟจะปรับเปลี่ยนได้เพื่อควบคุมแรงดันไฟฟ้า แต่ต้องไม่เกินค่าขีดจำกัดสูงสุดและไม่น้อยกว่าค่าขีดจำกัดต่ำสุด สำหรับวงจรสมมูลย์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะ

แทนด้วยแหล่งจ่ายกำลังไฟฟ้าต่ออยู่ที่บัส ดังแสดงในรูปที่ 2.1 โดยกำหนดให้  $P_{Op}$  และ  $Q_{Op}$  เป็นบวกเมื่อจ่าย  $P_{Op}$  และ  $Q_{Op}$  เข้าสู่ระบบกำลังไฟฟ้า



$P_{Op}$  คือ กำลังไฟฟ้าจริงที่ผลิตที่บัส p

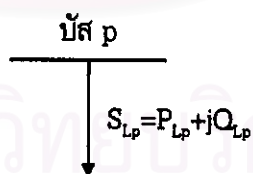
$Q_{Op}$  คือ กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟที่ผลิตที่บัส p

$S_{Op}$  คือ กำลังไฟฟ้าปรากฏที่ผลิตที่บัส p

รูปที่ 2.1 วงจรสมมูลย์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

### 2.2.2 โหลด ( Load )

โหลดเป็นอุปกรณ์ที่รับกำลังไฟฟ้าจากบัส ซึ่งจะถือเป็นค่าคงที่และมีค่าเป็นลบในการคำนวณโหลดโฟลว์ โดยสัญลักษณ์ที่ใช้แทนโหลดในวงจรสมมูลย์ คือ ลูกศร ดังแสดงในรูปที่ 2.2



$P_{Lp}$  คือ กำลังไฟฟ้าจริงที่จ่ายโหลดที่บัส p

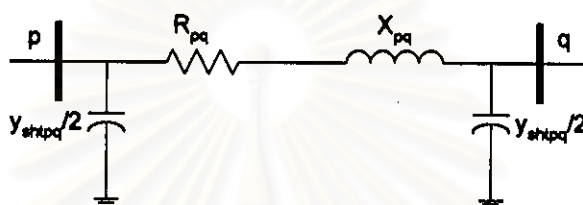
$Q_{Lp}$  คือ กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟที่จ่ายโหลดที่บัส p

$S_{Lp}$  คือ กำลังไฟฟ้าปรากฏที่จ่ายโหลดที่บัส p

รูปที่ 2.2 วงจรสมมูลย์ของโหลด

### 2.2.3 สายส่งไฟฟ้า ( Transmission line )

สายส่งไฟฟ้าที่เชื่อมระหว่างสองบัสใดๆ เช่น ระหว่างบัส p และบัส q สามารถแทนได้ด้วยวงจรสมมูลย์พาย[2,4] ซึ่งประกอบด้วยความต้านทาน ( Resistance :  $R_{pq}$  ) ต่ออนุกรมกับอินดักทีฟรีแอกแตนซ์ ( Inductive reactance :  $X_{pq}$  ) เชื่อมอยู่ระหว่างสองบัสนั้นๆ และมีชั๊นท์คาปาซิแตนซ์ ( Shunt capacitance ) เท่ากับครึ่งหนึ่งของไลน์ชาร์จิงแอดมิตแตนซ์ ( Half line charging admittance :  $y_{sh1pq}/2$  ) ของสายส่งทั้งหมดตลอดสายต่ออยู่ที่บัสแต่ละบัส ดังแสดงในรูปที่ 2.3



$R_{pq}$  คือ ความต้านทานของสายส่ง pq

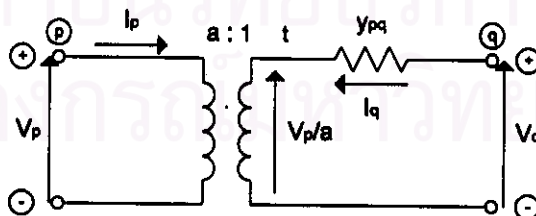
$X_{pq}$  คือ อินดักทีฟรีแอกแตนซ์ของสายส่ง pq

$y_{sh1pq}$  คือ ไลน์ชาร์จิงแอดมิตแตนซ์ของสายส่ง pq

รูปที่ 2.3 วงจรสมมูลย์พายที่ใช้แทนสายส่งไฟฟ้า

### 2.2.4 หม้อแปลงไฟฟ้า ( Transformer )

แบบจำลองของหม้อแปลงไฟฟ้าสามารถแทนได้ด้วย อิมพีแดนซ์ หรือ แอดมิตแตนซ์ของหม้อแปลงต่ออนุกรมกับหม้อแปลงอุดมคติ ( Ideal transformer ) [2,4] ดังแสดงในรูปที่ 2.4 (ก)

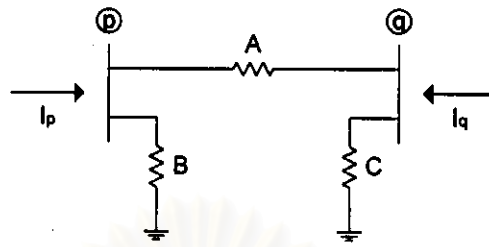


a คือ อัตราส่วนจำนวนรอบของหม้อแปลง

$y_{pq}$  คือ ค่าแอดมิตแตนซ์ของหม้อแปลง

รูปที่ 2.4 (ก) แบบจำลองของหม้อแปลงไฟฟ้า

โดยวงจรสมมูลย์ที่สอดคล้องกับแบบจำลองดังกล่าวเป็นแบบพาย ดังแสดงในรูปที่ 2.4 (ข)



รูปที่ 2.4 (ข) วงจรสมมูลย์ของหม้อแปลงไฟฟ้า

สำหรับพารามิเตอร์ A , B และ C ของวงจรสมมูลย์ของหม้อแปลงไฟฟ้าในรูปที่ 2.4 (ข) มีค่าดังนี้

$$A = \frac{y_{pq}}{a^2} \quad (2.1)$$

$$B = \frac{1}{a^2} \cdot \left( \frac{1}{a} - 1 \right) \cdot y_{pq} \quad (2.2)$$

$$C = \left( 1 - \frac{1}{a^2} \right) \cdot y_{pq} \quad (2.3)$$

จากรูปที่ 2.4 (ก) พิจารณาในส่วนของหม้อแปลงอุดมคติ จะได้ว่า กำลังไฟฟ้าปรากฏ ( Apparent power ) เข้าและออกจะต้องเท่ากัน นั่นคือ

$$S_p = S_t \quad (2.4)$$

โดยที่  $S_p$  คือ กำลังไฟฟ้าปรากฏที่ไหลออกจากหม้อแปลงทางด้านบัส p มีค่าดังนี้

$$S_p = -V_p \cdot I_p^* \quad (2.5)$$

$S_t$  คือ กำลังไฟฟ้าปรากฏที่ไหลเข้าสู่หม้อแปลงทางด้านบัส t มีค่าดังนี้

$$S_t = \frac{V_p}{a} \cdot I_q^* \quad (2.6)$$

อาศัยสมการที่ (2.4) , (2.5) และ (2.6) จะได้ว่า

$$-V_p \cdot I_p^* = \frac{V_p}{a} \cdot I_q^*$$

$$I_q^* = -a \cdot I_p^*$$

$$I_q = -a^* \cdot I_p$$

(2.7)

อาศัยกฎของเคอร์ชอฟ สามารถคำนวณหากระแส  $I_q$  ได้ดังนี้

$$I_q = \left( V_q - \frac{V_p}{a} \right) \cdot y_{pq}$$

$$I_q = y_{pq} \cdot V_q - \frac{y_{pq}}{a} \cdot V_p \quad (2.8)$$

จากสมการที่ (2.7) จะได้ว่า

$$I_p = \frac{-1}{a^*} \cdot I_q \quad (2.9)$$

แทนค่า  $I_q$  จากสมการที่ (2.8) ลงในสมการที่ (2.9) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} I_p &= \frac{-1}{a^*} \cdot \left( y_{pq} \cdot V_q - \frac{y_{pq}}{a} \cdot V_p \right) \\ &= \frac{-y_{pq}}{a^*} \cdot V_q + \frac{y_{pq}}{|a|^2} \cdot V_p \end{aligned} \quad (2.10)$$

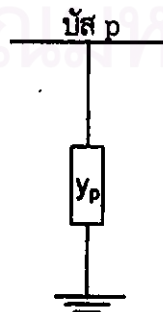
จากสมการที่ (2.8) และ (2.10) สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วทั้งสองด้านของหม้อแปลงในรูปของสมการเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} I_p \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_{pq}}{|a|^2} & \frac{-y_{pq}}{a^*} \\ \frac{-y_{pq}}{a} & y_{pq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_p \\ V_q \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

แอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ในสมการที่ (2.11) จะนำไปใช้ในการสร้างบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ต่อไป

### 2.2.5 ชั้นท์อิลิเมนต์ ( Shunt element )

ชั้นท์อิลิเมนต์ที่ใช้งานในระบบกำลังไฟฟ้า ได้แก่ คาปาซิเตอร์ ( Capacitor ) และ รีแอกเตอร์ ( Reactor ) หน้าที่ของอุปกรณ์ดังกล่าวคือ ช่วยรักษาแรงดันไฟฟ้าที่บัสให้อยู่ในช่วงการทำงานตามที่กำหนด สำหรับวงจรสมมูลที่ใช้แทนชั้นท์อิลิเมนต์ ประกอบด้วย แอดมิตแตนซ์ของที่  $y_p$  ต่อเข้ากับบัสและลงพื้นดิน[4] ดังแสดงในรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 วงจรสมมูลของชั้นท์อิลิเมนต์

### 2.3 สมการพื้นฐานในการคำนวณโหลดโพลาร์

ตามสมมติฐานในหัวข้อ 2.1 สมการพื้นฐานในการคำนวณโหลดโพลาร์โดยยึด巴士เป็นกรอบอ้างอิง จะเป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแส巴士 ( Bus current ) และแรงดัน巴士 ( Bus voltage ) ดังนี้

$$I_{BUS} = Y_{BUS} \cdot V_{BUS} \quad (2.12)$$

โดยที่  $I_{BUS}$  คือ เวกเตอร์ของกระแส巴士

$V_{BUS}$  คือ เวกเตอร์ของแรงดัน巴士

$Y_{BUS}$  คือ บัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ ( Bus admittance matrix )

สำหรับระบบกำลังไฟฟ้าขนาด  $n$  บัส เวกเตอร์  $I_{BUS}$  ,  $V_{BUS}$  และเมตริกซ์  $Y_{BUS}$  จะมีมิติเท่ากับ  $n \times 1$ ,  $n \times 1$  และ  $n \times n$  ตามลำดับ

### 2.4 การสร้างบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์โดยวิธีอีลิเมนต์สแตมป์ ( Element stamp method )

การสร้างบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์โดยวิธีอีลิเมนต์สแตมป์[4] เป็นวิธีการหาบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ โดยการใส่องค์ประกอบของระบบกำลังไฟฟ้าเข้าไปที่ละตัวจนครบทุกตัว บัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ที่ได้หลังจากใส่องค์ประกอบตัวสุดท้าย จะเป็นบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ของระบบกำลังไฟฟ้าที่ต้องการ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

#### 2.4.1 สายส่งไฟฟ้า

สำหรับสายส่งไฟฟ้าที่เชื่อมระหว่าง巴士  $p$  และ  $q$  ตามรูปที่ 2.3 บัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ใหม่จะเป็นดังสมการ

$$\left. \begin{aligned} Y_{pp}^{new} &= Y_{pp}^{old} + y_{srpq} + \frac{1}{2} \cdot y_{shpq} \\ Y_{qq}^{new} &= Y_{qq}^{old} + y_{srpq} + \frac{1}{2} \cdot y_{shpq} \\ Y_{pq}^{new} &= Y_{pq}^{old} - y_{srpq} \\ Y_{qp}^{new} &= Y_{qp}^{old} - y_{srpq} \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

โดยที่  $Y_{pp}^{old}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $p$  และหลักที่  $p$  ก่อนใส่สายส่งไฟฟ้า  $pq$

$Y_{pp}^{new}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $p$  และหลักที่  $p$  หลังใส่สายส่งไฟฟ้า  $pq$

$Y_{qq}^{old}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $q$  และหลักที่  $q$  ก่อนใส่สายส่งไฟฟ้า  $pq$

- $Y_{qq}^{new}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $q$  และหลักที่  $q$  หลังใส่สายส่งไฟฟ้า  $pq$   
 $Y_{pq}^{old}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $p$  และหลักที่  $q$  ก่อนใส่สายส่งไฟฟ้า  $pq$   
 $Y_{pq}^{new}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $p$  และหลักที่  $q$  หลังใส่สายส่งไฟฟ้า  $pq$   
 $Y_{qp}^{old}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $q$  และหลักที่  $p$  ก่อนใส่สายส่งไฟฟ้า  $pq$   
 $Y_{qp}^{new}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $q$  และหลักที่  $p$  หลังใส่สายส่งไฟฟ้า  $pq$   
 $y_{serpq}$  คือ แอดมิตแตนซ์อนุกรม (Series admittance) ของสายส่งไฟฟ้า  $pq$  มีค่าเท่ากับ  $\frac{1}{R_{pq} + jX_{pq}}$   
 $y_{shpq}$  คือ โหลดชาร์จิงแอดมิตแตนซ์ ( Line charging admittance ) ของสายส่งไฟฟ้า  $pq$

#### 2.4.2 หม้อแปลงไฟฟ้า

สำหรับหม้อแปลงไฟฟ้าที่เชื่อมระหว่างบัส  $p$  และ  $q$  ตามรูปที่ 2.4(ก) บัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ใหม่จะเป็นดังสมการ

$$\left. \begin{aligned}
 Y_{pp}^{new} &= Y_{pp}^{old} + \frac{1}{|a|^2} \cdot y_{pq} \\
 Y_{qq}^{new} &= Y_{qq}^{old} + y_{pq} \\
 Y_{pq}^{new} &= Y_{pq}^{old} - \frac{1}{a^*} y_{pq} \\
 Y_{qp}^{new} &= Y_{qp}^{old} - \frac{1}{a} y_{pq}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

- โดยที่  $Y_{pp}^{old}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $p$  และหลักที่  $p$  ก่อนใส่หม้อแปลงไฟฟ้า  $pq$   
 $Y_{pp}^{new}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $p$  และหลักที่  $p$  หลังใส่หม้อแปลงไฟฟ้า  $pq$   
 $Y_{qq}^{old}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $q$  และหลักที่  $q$  ก่อนใส่หม้อแปลงไฟฟ้า  $pq$   
 $Y_{qq}^{new}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $q$  และหลักที่  $q$  หลังใส่หม้อแปลงไฟฟ้า  $pq$   
 $Y_{pq}^{old}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $p$  และหลักที่  $q$  ก่อนใส่หม้อแปลงไฟฟ้า  $pq$   
 $Y_{pq}^{new}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $p$  และหลักที่  $q$  หลังใส่หม้อแปลงไฟฟ้า  $pq$   
 $Y_{qp}^{old}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $q$  และหลักที่  $p$  ก่อนใส่หม้อแปลงไฟฟ้า  $pq$   
 $Y_{qp}^{new}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $q$  และหลักที่  $p$  หลังใส่หม้อแปลงไฟฟ้า  $pq$   
 $y_{pq}$  คือ แอดมิตแตนซ์ของหม้อแปลงไฟฟ้า  $pq$   
 $a$  คือ อัตราส่วนการแปลงของหม้อแปลงไฟฟ้า  $pq$   
 $a^*$  คือ สังยุคเชิงซ้อน ( Complex conjugate ) ของ  $a$   
 $|a|^2$  คือ ขนาดของ  $a$  ยกกำลังสอง

### 2.4.3 ชั้นที่อิลิเมนต์

สำหรับชั้นที่อิลิเมนต์ที่ต่อกับบัส  $p$  ตามรูปที่ 2.5 บัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ใหม่จะเป็นดังสมการ

$$Y_{pp}^{new} = Y_{pp}^{old} + y_p \quad (2.15)$$

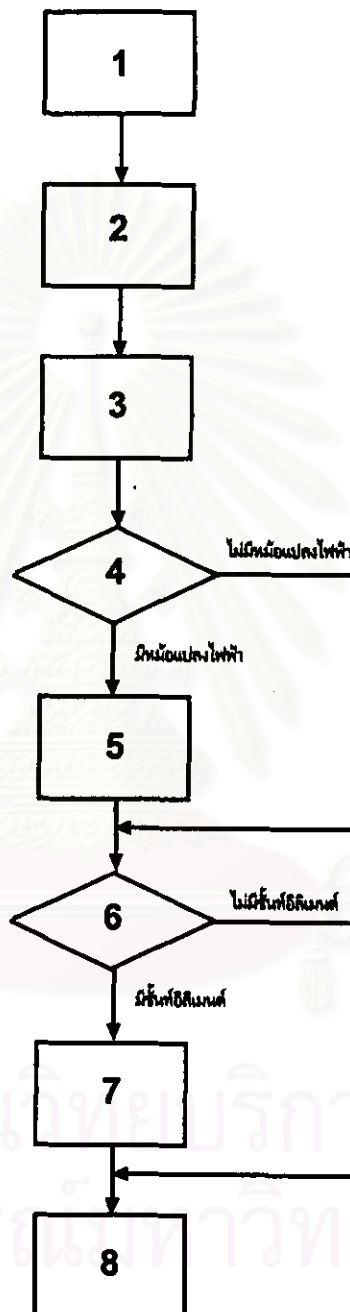
โดยที่  $Y_{pp}^{old}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $p$  และหลักที่  $p$  ก่อนใส่ชั้นที่อิลิเมนต์ที่บัส  $p$   
 $Y_{pp}^{new}$  คือ สมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แถวที่  $p$  และหลักที่  $p$  หลังใส่ชั้นที่อิลิเมนต์ที่บัส  $p$   
 $y_p$  คือ แอดมิตแตนซ์ของชั้นที่อิลิเมนต์ที่ต่อกับบัส  $p$

### 2.4.4 ขั้นตอนการสร้างบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์โดยวิธีอิลิเมนต์สแตมป์

จากหลักการสร้างบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ที่กล่าวมา สามารถสรุปเป็นขั้นตอนที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อการคำนวณโหลดโพลีได้ดังนี้ และสรุปเป็นแผนภาพดังแสดงในรูปที่ 2.6

- 1 ป้อนข้อมูลที่จำเป็นของระบบ
- 2 กำหนดค่าเริ่มต้น  $[Y_{pq}] = [0 + j0]$  สำหรับทุกค่าของ  $p$  และ  $q$
- 3 คำนวณสมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์สำหรับอุปกรณ์ที่เป็นสายส่งไฟฟ้า ตามสมการที่ (2.13)
- 4 ตรวจสอบว่ามีหม้อแปลงไฟฟ้าในระบบกำลังไฟฟ้าหรือไม่
  - 4.1 ถ้าไม่มีหม้อแปลงไฟฟ้า ให้ข้ามไปทำขั้นตอนที่ 6
  - 4.2 ถ้ามีหม้อแปลงไฟฟ้า ให้ทำขั้นตอนที่ 5 ต่อไป
- 5 คำนวณสมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์สำหรับอุปกรณ์ที่เป็นหม้อแปลงไฟฟ้า ตามสมการที่ (2.14)
- 6 ตรวจสอบว่ามีชั้นที่อิลิเมนต์ในระบบกำลังไฟฟ้าหรือไม่
  - 6.1 ถ้าไม่มีชั้นที่อิลิเมนต์ ให้ข้ามไปทำขั้นตอนที่ 8
  - 6.2 ถ้ามีชั้นที่อิลิเมนต์ ให้ทำขั้นตอนที่ 7 ต่อไป
- 7 คำนวณสมาชิกของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์สำหรับอุปกรณ์ที่เป็นชั้นที่อิลิเมนต์ ตามสมการที่ (2.15)
- 8 สิ้นสุดการสร้างบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์





รูปที่ 2.6 แผนภาพการสร้างบัสแอดมิทแตนซ์เมตริกซ์โดยวิธีอีลิเมนต์สแตมปี  
 (หมายเลขที่ระบุไว้ในแต่ละช่อง คือ ลำดับขั้นตอนการสร้างบัสแอดมิทแตนซ์เมตริกซ์ตามที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 2.4.4)

## 2.5 ชนิดของบัสในระบบกำลังไฟฟ้า

โดยทั่วไปบัสในระบบกำลังไฟฟ้าจำแนกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ ประเภทที่ 1 บัสที่ต่ออยู่กับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ( Generator bus ) และประเภทที่ 2 บัสที่มีได้ต่ออยู่กับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหรือนิยมเรียกกันว่า โหลดบัส ( Load bus )

ประเภทที่ 1 บัสที่มีขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัสสามารถกำหนดได้โดยการควบคุมของอุปกรณ์รักษาแรงดัน เช่น เครื่องกำเนิดไฟฟ้า หรือ ชั้นที่คาปาซิเตอร์ หรือ synchronous compensator ที่คอยจ่ายกำลังไฟฟ้รีแอกตีฟเพื่อรักษาแรงดันไฟฟ้าที่บัส ดังนั้น ในการวิเคราะห์ปัญหาทางโพลดิโพลร์ สำหรับบัสชนิดนี้ จะกำหนดให้ กำลังไฟฟ้าจริงที่ผลิตและขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัสมีค่าคงที่และเรียกบัสประเภทนี้ว่า บัสควบคุมแรงดัน ( Voltage controlled bus ) ในบรรดาบัสควบคุมแรงดันทั้งหมดจะเลือก 1 บัส ที่ต่ออยู่กับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่มีขนาดกำลังการผลิตที่ใหญ่ที่สุดเป็นบัสอ้างอิง ( Reference bus or slack bus or swing bus ) เหตุที่ต้องมีบัสอ้างอิงก็ด้วยความจำเป็น 2 ประการ กล่าวคือ ประการที่ 1 เพื่อให้เป็นจุดอ้างอิงของระบบ เนื่องจากภายหลังการคำนวณโพลดิโพลร์ มุมของแรงดันไฟฟ้าที่บัสต่างๆ ซึ่งได้มานั้น กล่าวได้ว่าเป็นมุมเปรียบเทียบกับมุมของแรงดันไฟฟ้าที่บัสอ้างอิงทั้งสิ้น เพื่อให้สามารถบอกได้ว่า ที่บัสใดๆ มีมุมนำหน้า ( Leading angle ) หรือ ล้าหลัง ( Lagging angle ) มากน้อยเพียงใดเมื่อเทียบกับมุมของแรงดันไฟฟ้าที่บัสอ้างอิง กรณีทั่วไปมักนิยมให้มุมของแรงดันไฟฟ้าที่บัสอ้างอิงเป็น 0.00 องศา ประการที่ 2 เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัสอ้างอิงจะต้องรับภาระในการชดเชยกำลังสูญเสียทั้งหมดในระบบ แต่เนื่องจากก่อนการคำนวณโพลดิโพลร์ กำลังสูญเสียในระบบเป็นตัวแปรไม่ทราบค่า จึงไม่อาจบอกได้ว่ามีค่ามากน้อยเพียงใด จึงควรเลือกบัสที่ต่ออยู่กับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่มีขนาดกำลังการผลิตที่ใหญ่ที่สุดเป็นบัสอ้างอิง เพื่อให้สามารถชดเชยกำลังสูญเสียของระบบได้อย่างเพียงพอ

ประเภทที่ 2 บัสที่มีได้ต่ออยู่กับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหรือนิยมเรียกกันว่า โหลดบัส อันได้แก่ บัสที่นอกเหนือไปจากบัสควบคุมแรงดันและบัสอ้างอิง ที่บัสประเภทนี้จะมีกำลังไฟฟ้าจริงและรีแอกตีฟคงที่

ดังนั้นจากเหตุผลที่กล่าวมาในข้างต้น สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาทางโพลดิโพลร์จึงจำแนกบัสในระบบกำลังไฟฟ้าออกเป็น 3 ชนิด ดังนี้

2.5.1 บัสอ้างอิง จะกำหนดให้ขนาดและมุมของแรงดันไฟฟ้าคงที่ ส่วนกำลังไฟฟ้าจริงและรีแอกตีฟที่ไหลเข้าสู่บัสเป็นตัวแปรไม่ทราบค่า

2.5.2 บัสควบคุมแรงดัน จะกำหนดให้ขนาดของแรงดันและกำลังไฟฟ้าจริงที่ไหลเข้าสู่บัสคงที่ ส่วนมุมของแรงดันและกำลังไฟฟ้รีแอกตีฟที่ไหลเข้าสู่บัสเป็นตัวแปรไม่ทราบค่า

2.5.3 โหลดบัส จะกำหนดให้กำลังไฟฟ้าจริงและรีแอกตีฟที่บัสคงที่ ส่วนขนาดและมุมของแรงดันไฟฟ้าเป็นตัวแปรไม่ทราบค่า

ดังนั้นไม่ว่าจะเป็นบัสชนิดใดก็ตาม จะกำหนด 2 ปริมาณให้คงที่ และอีก 2 ปริมาณเป็นตัวแปรไม่ทราบค่าซึ่งจะต้องอาศัยการวิเคราะห์โหนดโพลาร์เพื่อคำนวณหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าดังกล่าว ดังแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ชนิดของบัสในระบบกำลังไฟฟ้า

ชนิดของบัส	ปริมาณที่ทราบค่า						ปริมาณที่ได้จากการวิเคราะห์โหนดโพลาร์			
	$P_L$	$Q_L$	$P_G$	$Q_G$	$ V $	$\delta$	$P_G$	$Q_G$	$ V $	$\delta$
บัสอ้างอิง	*	*			*	*	X	X		
บัสควบคุมแรงดัน	*	*	*		*			X		X
โหนดบัส	*	*	*	*					X	X

โดยที่  $|V|$  คือ ขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส

$\delta$  คือ มุมของแรงดันไฟฟ้าที่บัส

$P_G$  คือ กำลังไฟฟ้าจริงที่ผลิตที่บัส

$Q_G$  คือ กำลังไฟฟ้ารีแอกติฟที่ผลิตที่บัส

$P_L$  คือ กำลังไฟฟ้าจริงของโหลดที่บัส

$Q_L$  คือ กำลังไฟฟ้ารีแอกติฟของโหลดที่บัส

\* คือ การระบุปริมาณที่ทราบค่า

X คือ การระบุปริมาณที่ได้จากการวิเคราะห์โหนดโพลาร์

## 2.6 สมการโหนดโพลาร์ตามวิธีนิวตัน-ราฟสัน

สำหรับระบบกำลังไฟฟ้าขนาด  $n$  บัส และมีจำนวนโหนดบัสเท่ากับ  $n_L$

สมการกำลังไฟฟ้าที่บัส  $p$  ใดๆ คือ

$$P_p - jQ_p = V_p^* \cdot I_p \quad (2.16)$$

โดยที่ กระแสไฟฟ้าที่บัส  $p$  มีค่าดังนี้

$$I_p = \sum_{q=1}^n Y_{pq} \cdot V_q \quad (2.17)$$

แทนค่า  $I_p$  จากสมการที่ (2.17) ลงในสมการที่ (2.16) จะได้ว่า

$$P_p - jQ_p = V_p^* \cdot \sum_{q=1}^n Y_{pq} \cdot V_q \quad (2.18)$$

- โดยที่  $P_p$  คือ กำลังไฟฟ้าจริงที่ไหลเข้าสู่บัส p  
 $Q_p$  คือ กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟที่ไหลเข้าสู่บัส p  
 $V_p, V_q$  คือ แรงดันไฟฟ้าที่บัส p และ q ตามลำดับ  
 $V_p^*$  คือ สังกะยเชิงซ้อน ( Complex conjugate ) ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส p  
 $I_p$  คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าสู่บัส p  
 $Y_{pq}$  คือ สมการในตำแหน่งที่ (p,q) ของบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์  
 $n$  คือ จำนวนบัสทั้งหมดในระบบกำลังไฟฟ้า

กำหนดให้ 
$$V_p = e_p + jf_p \quad (2.19)$$

$$Y_{pq} = G_{pq} - jB_{pq} \quad (2.20)$$

แทนค่า  $V_p$  และ  $Y_{pq}$  จากสมการที่ (2.19) และ (2.20) ตามลำดับ ลงในสมการที่ (2.18) จะได้ว่า

$$P_p - jQ_p = (e_p - jf_p) \cdot \sum_{q=1}^n \{ (G_{pq} - jB_{pq})(e_q + jf_q) \} \quad (2.21)$$

ทำการแยกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของสมการที่ (2.21) จะได้กำลังไฟฟ้าจริง  $P_p$  และกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ  $Q_p$  สำหรับบัส p โดยที่เป็นโพลบัส ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} P_p &= \sum_{q=1}^n \{ e_p(e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \} \\ Q_p &= \sum_{q=1}^n \{ f_p(e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) - e_p(f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \} \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

สำหรับบัส p ที่เป็นบัสควบคุมแรงดัน จะทำการคำนวณขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส  $|V_p|$  แทนกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟที่บัส  $Q_p$  เพื่อให้สามารถตรวจสอบได้ว่า ขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส  $|V_p|$  มีความคลาดเคลื่อนไปจากค่าที่กำหนดมกน้อยเพียงใดในการคำนวณแต่ละรอบ ดังนั้นสมการที่ใช้คำนวณสำหรับบัสควบคุมแรงดัน p เป็นดังนี้

$$\left. \begin{aligned} P_p &= \sum_{q=1}^n \{ e_p (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) + f_p (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) \} \\ |V_p|^2 &= e_p^2 + f_p^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

เนื่องจากสมการที่ (2.22) และ (2.23) มีลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น ( Nonlinear equations ) ดังนั้นในการแก้สมการโพลดิโพลว์ดังกล่าว จะต้องอาศัยการวิเคราะห์เชิงเลข ( Numerical analysis ) ตามวิธีนิวตัน-ราฟสัน[2-4] โดยอาศัยเทคนิคการคำนวณซ้ำ ( Iterative techniques ) ด้วยการเริ่มต้นสมมติค่าตอบคำนวณหาค่าปรับแต่ง ( Correction ) ของค่าตอบ เพื่อนำไปสู่การประมาณค่าตอบในรอบถัดไป และจะดำเนินการคำนวณซ้ำเช่นนี้เรื่อยไปจนกว่าความคลาดเคลื่อนของค่าปรับแต่งค่าตอบไม่เกินค่าความผิดพลาด ( Tolerance ) ที่กำหนด ภายใต้จำนวนรอบที่ใช้คำนวณไม่เกินจำนวนรอบสูงสุดที่กำหนดไว้ และจะได้ว่าค่าประมาณในรอบการคำนวณสุดท้าย คือ ค่าตอบของสมการ

## 2.7 การประยุกต์วิธีนิวตัน-ราฟสันในการแก้ปัญหาทางโพลดิโพลว์

เนื่องจากสมการที่ (2.22) และ (2.23) มีลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นในการแก้สมการดังกล่าว เพื่อให้ได้มาซึ่งแรงดันไฟฟ้าที่บัสต่างๆ จะต้องอาศัยหลักการแก้สมการพีชคณิตที่ไม่เป็นเชิงเส้นตามวิธีนิวตัน-ราฟสัน ดังรายละเอียดในภาคผนวก ข สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางโพลดิโพลว์และจะได้สมการที่เป็นเชิงเส้นซึ่งอยู่ในรูปของค่าความคลาดเคลื่อนของปริมาณทางไฟฟ้าที่บัส ดังนี้

### 2.7.1 ระบบพิกัดฉาก ( Rectangular coordinate ) [2]

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta |V|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

โดยที่ความหมายของนิพจน์ต่างๆ เป็นดังนี้

$\Delta P$  คือ เวกเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนของกำลังไฟฟ้าจริงที่บัส มีมิติเท่ากับ  $(n-1) \times 1$  สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ยกเว้นบัสอ้างอิง คำนวณได้จาก

$$\begin{aligned} \Delta P_p &= P_{p(\text{schedule})} - P_p \\ &= (P_{p(\text{gen})} - P_{p(\text{load})}) - P_p \end{aligned} \quad (2.25)$$

- โดยที่  $P_{p(gen)}$  คือ กำลังไฟฟ้าจริงที่ผลิตที่บัส  $p$  หน่วยเป็นเปอร์ยูนิต ( p.u. )  
 $P_{p(load)}$  คือ กำลังไฟฟ้าจริงของโหลดที่บัส  $p$  หน่วยเป็นเปอร์ยูนิต ( p.u. )  
 $P_p$  คือ กำลังไฟฟ้าจริงสุทธิที่บัส  $p$  หน่วยเป็นเปอร์ยูนิต ( p.u. ) คำนวณตามสมการที่ (2.22) หรือ (2.23)  
 $n$  คือ จำนวนบัสทั้งหมดในระบบกำลังไฟฟ้า

$\Delta Q$  คือ เวกเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนของกำลังไฟฟ้าร์เอกติฟที่บัส มีมิติเท่ากับ  $n_L \times 1$  สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ที่เป็นโหลดบัส คำนวณได้จาก

$$\begin{aligned}\Delta Q_p &= Q_{p(schedule)} - Q_p \\ &= (Q_{p(gen)} - Q_{p(load)}) - Q_p\end{aligned}\quad (2.26)$$

- โดยที่  $Q_{p(gen)}$  คือ กำลังไฟฟ้าร์เอกติฟที่ผลิตที่บัส  $p$  หน่วยเป็นเปอร์ยูนิต ( p.u. )  
 $Q_{p(load)}$  คือ กำลังไฟฟ้าร์เอกติฟของโหลดที่บัส  $p$  หน่วยเป็นเปอร์ยูนิต ( p.u. )  
 $Q_p$  คือ กำลังไฟฟ้าร์เอกติฟสุทธิที่บัส  $p$  หน่วยเป็นเปอร์ยูนิต ( p.u. ) คำนวณตามสมการที่ (2.22)  
 $n_L$  คือ จำนวนโหลดบัส

$\Delta |V|^2$  คือ เวกเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนของขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัสควบคุมแรงดัน มีมิติเท่ากับ  $(n - n_L - 1) \times 1$  สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ที่เป็นบัสควบคุมแรงดัน คำนวณได้จาก

$$\Delta |V_p|^2 = |V_p|^2_{(schedule)} - |V_p|^2 \quad (2.27)$$

- โดยที่  $|V_p|_{(schedule)}$  คือ ขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส  $p$  ซึ่งถูกกำหนดให้เป็นไปตามการควบคุม หน่วยเป็นเปอร์ยูนิต ( p.u. )  
 $|V_p|$  คือ ขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส  $p$  ได้จากการคำนวณตามสมการที่ (2.23) หน่วยเป็นเปอร์ยูนิต ( p.u. )

$\Delta e$  คือ เวกเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนของส่วนจริงของแรงดันไฟฟ้าที่บัส มีมิติเท่ากับ  $(n - 1) \times 1$

$\Delta f$  คือ เวกเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนของส่วนจินตภาพของแรงดันไฟฟ้าที่บัส มีมิติเท่ากับ  $(n - 1) \times 1$

$J$  คือ จาคอเบียนเมตริกซ์ ประกอบด้วยจาคอเบียนเมตริกซ์ย่อย  $J_1, J_2, J_3, J_4, J_5$  และ  $J_6$  ดังสมการที่ (2.28) โดยที่สมาชิกใดๆของจาคอเบียนเมตริกซ์ย่อยเหล่านี้ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อย (Partial derivative) ของปริมาณทางไฟฟ้าที่บัส ได้แก่ กำลังไฟฟ้าจริงสุทธิที่บัส กำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟสุทธิที่บัส และขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส เทียบกับองค์ประกอบ  $e$  และ  $f$  ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส โดยมีรายละเอียดการคำนวณดังนี้

$$\begin{bmatrix} J \\ J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \\ J_5 & J_6 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

### 2.7.1.1 จาคอเบียนเมตริกซ์ย่อย $J_1$

$$J_1 = \left[ \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial e} \right]_{(n-1) \times (n-1)} \quad (2.29ก)$$

สมาชิกในตำแหน่งที่  $(p,q)$  ของ  $J_1$  สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ยกเว้นบัสอ้างอิง ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟ้าจริงสุทธิที่บัส เทียบกับส่วนจริง  $e$  ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{P}_p}{\partial e_q} &= e_p G_{pq} - f_p B_{pq} && ; p \neq q \\ \frac{\partial \mathcal{P}_p}{\partial e_p} &= e_p G_{pp} - f_p B_{pp} + \sum_{q=1}^n (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) && ; p = q \end{aligned} \right\} \quad (2.29ข)$$

### 2.7.1.2 จาคอเบียนเมตริกซ์ย่อย $J_2$

$$J_2 = \left[ \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial f} \right]_{(n-1) \times (n-1)} \quad (2.30ก)$$

สมาชิกในตำแหน่งที่  $(p,q)$  ของ  $J_2$  สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ยกเว้นบัสอ้างอิง ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟ้าจริงสุทธิที่บัส เทียบกับส่วนจินตภาพ  $f$  ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_p}{\partial f_q} &= e_p B_{pq} + f_p G_{pq} && ; p \neq q \\ \frac{\partial P_p}{\partial f_p} &= e_p B_{pp} + f_p G_{pp} + \sum_{q=1}^n (f_q G_{pq} - e_q B_{pq}) && ; p = q \end{aligned} \right\} \quad (2.30\text{ข})$$

### 2.7.1.3 จาคอเบียนเมตริกซ์ย่อย $J_3$

$$J_3 = \left[ \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial e} \right]_{n_L \times (n-1)} \quad (2.31\text{ก})$$

สมาชิกในตำแหน่งที่ (p,q) ของ  $J_3$  สำหรับบัส p ใดๆ ที่เป็นโหนดบัส ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟ้านอกตีฟลูทิตีที่บัส เทียบกับส่วนจริง  $e$  ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{Q}_p}{\partial e_q} &= e_p B_{pq} + f_p G_{pq} && ; p \neq q \\ \frac{\partial \mathcal{Q}_p}{\partial e_p} &= f_p G_{pp} + e_p B_{pp} + \sum_{q=1}^n (e_q B_{pq} - f_q G_{pq}) && ; p = q \end{aligned} \right\} \quad (2.31\text{ข})$$

### 2.7.1.4 จาคอเบียนเมตริกซ์ย่อย $J_4$

$$J_4 = \left[ \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial f} \right]_{n_L \times (n-1)} \quad (2.32\text{ก})$$

สมาชิกในตำแหน่งที่ (p,q) ของ  $J_4$  สำหรับบัส p ใดๆ ที่เป็นโหนดบัส ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟ้านอกตีฟลูทิตีที่บัส เทียบกับส่วนจินตภาพ  $f$  ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{Q}_p}{\partial f_q} &= -e_p G_{pq} + f_p B_{pq} && ; p \neq q \\ \frac{\partial \mathcal{Q}_p}{\partial f_p} &= f_p B_{pp} - e_p G_{pp} + \sum_{q=1}^n (e_q G_{pq} + f_q B_{pq}) && ; p = q \end{aligned} \right\} \quad (2.32\text{ข})$$



2.7.1.5 จาคอเบียนเมตริกซ์ย่อย  $J_5$

$$J_5 = \left[ \frac{\partial V^2}{\partial e} \right]_{(n-n_L-1) \times (n-1)} \quad (2.33ก)$$

สมาชิกในตำแหน่งที่  $(p,q)$  ของ  $J_5$  สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ที่เป็นบัสควบคุมแรงดัน ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส เทียบกับส่วนจริง  $e$  ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_p|^2}{\partial e_q} &= 0 && ; p \neq q \\ \frac{\partial V_p|^2}{\partial e_p} &= 2e_p && ; p = q \end{aligned} \right\} \quad (2.33ข)$$

2.7.1.6 จาคอเบียนเมตริกซ์ย่อย  $J_6$

$$J_6 = \left[ \frac{\partial V^2}{\partial f} \right]_{(n-n_L-1) \times (n-1)} \quad (2.34ก)$$

สมาชิกในตำแหน่งที่  $(p,q)$  ของ  $J_6$  สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ที่เป็นบัสควบคุมแรงดัน ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส เทียบกับส่วนจินตภาพ  $f$  ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_p|^2}{\partial f_q} &= 0 && ; p \neq q \\ \frac{\partial V_p|^2}{\partial f_p} &= 2f_p && ; p = q \end{aligned} \right\} \quad (2.34ข)$$

จากสมการที่ (2.24) สามารถคำนวณหาค่าปรับแต่งแรงดันไฟฟ้าที่บัส ในการคำนวณรอบที่  $k$  ได้โดยใช้เทคนิคการแก้สมการในภาคผนวก ก และแรงดันไฟฟ้าที่บัสใหม่ของการคำนวณในรอบที่  $k+1$  สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ยกเว้นบัสอ้างอิง คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} e_p^{(k+1)} &= e_p^{(k)} + \Delta e_p^{(k)} \\ f_p^{(k+1)} &= f_p^{(k)} + \Delta f_p^{(k)} \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

เงื่อนไขการรู้เข้าของคำตอบ คือ

$$\left. \begin{aligned} |\max \Delta P^{(k)}| &\leq \varepsilon_p \\ |\max \Delta Q^{(k)}| &\leq \varepsilon_Q \\ |\max \Delta |V^{(k)}|^2| &\leq \varepsilon_V \\ k &\leq k_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

โดยที่  $|\max \Delta P^{(k)}|$  คือ ขนาดของความคลาดเคลื่อนที่มีค่ามากที่สุดทางกำลังไฟฟ้าจริง สำหรับการคำนวณในรอบที่  $k$  ใดๆ

$|\max \Delta Q^{(k)}|$  คือ ขนาดของความคลาดเคลื่อนที่มีค่ามากที่สุดทางกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ สำหรับการคำนวณในรอบที่  $k$  ใดๆ

$|\max \Delta |V^{(k)}|^2|$  คือ ขนาดของความคลาดเคลื่อนที่มีค่ามากที่สุดของขนาดของแรงดันไฟฟ้า ยกกำลังสองที่บัสควบคุมแรงดัน สำหรับการคำนวณในรอบที่  $k$  ใดๆ

$\varepsilon_p$  คือ ค่าผิดพลาดที่กำหนดให้ยอมรับได้ทางกำลังไฟฟ้าจริง

$\varepsilon_Q$  คือ ค่าผิดพลาดที่กำหนดให้ยอมรับได้ทางกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟ

$\varepsilon_V$  คือ ค่าผิดพลาดที่กำหนดให้ยอมรับได้ของขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส

$k$  คือ จำนวนรอบที่ใช้คำนวณเพื่อการรู้เข้าของคำตอบ

$k_{\max}$  คือ จำนวนรอบสูงสุดที่กำหนดให้คำนวณได้

หมายเหตุ : สำหรับบัสควบคุมแรงดันใดก็ตาม ซึ่งคำนวณกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟที่ผลิตจากแรงดันบัสที่ได้ใหม่เกินขีดจำกัดที่อุปกรณ์ที่บัสนั้นจะจ่ายหรือรับได้ จะกำหนดให้อุปกรณ์นั้นจ่ายกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟที่ขีดจำกัดทางด้านนั้น และบัสควบคุมแรงดันดังกล่าวจะถูกพิจารณาให้เป็นโหนดบัส สำหรับการคำนวณในรอบต่อไป

### 2.7.2 ระบบพิกัดเชิงขั้ว ( Polar coordinate ) [2-4]

สำหรับระบบกำลังไฟฟ้าขนาด  $n$  บัส และมีจำนวนโหนดบัสเท่ากับ  $n_L$  กำหนดให้ แรงดันไฟฟ้าที่บัส  $p$  ( $V_p$ ) และสมาชิกในตำแหน่งที่  $(p,q)$  ของบัสแอดมิตแทนซ์เมตริกซ์ ( $Y_{pq}$ ) อยู่ในรูปพิกัดเชิงขั้ว ดังนี้

$$V_p = |V_p| e^{j\delta_p} \quad (2.37)$$

$$Y_{pq} = |Y_{pq}| e^{j\theta_{pq}} \quad (2.38)$$

โดยที่  $|V_p|$  ,  $\delta_p$  คือ ขนาดและมุมของแรงดันไฟฟ้าที่บัส  $p$  ตามลำดับ

$|Y_{pq}|$  ,  $\theta_{pq}$  คือ ขนาดและมุมของสมาชิกในตำแหน่งที่  $(p,q)$  ของบัสแอดมิตแทนซ์เมตริกซ์

แทนค่า  $V_p$  และ  $Y_{pq}$  จากสมการที่ (2.37) และ (2.38) ตามลำดับ ลงในสมการที่ (2.18) จะได้ว่า

$$P_p - jQ_p = (|V_p| e^{-j\delta_p}) \cdot \sum_{q=1}^n \left\{ (|Y_{pq}| e^{j\theta_{pq}}) (|V_q| e^{j\delta_q}) \right\} \quad (2.39)$$

ทำการแยกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของสมการที่ (2.39) จะได้กำลังไฟฟ้าจริงและรีแอกทีฟที่บัส  $p$  ใดๆ ตามลำดับ ดังนี้

$$P_p = \sum_{q=1}^n |V_p| |V_q| |Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad \text{สำหรับบัส } p \text{ ใดๆ ยกเว้นบัสอ้างอิง} \quad (2.40)$$

$$Q_p = \sum_{q=1}^n |V_p| |V_q| |Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) \quad \text{สำหรับบัส } p \text{ ที่เป็นโหนดบัส} \quad (2.41)$$

เนื่องจากสมการที่ (2.40) และ (2.41) มีลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นในการวิเคราะห์โหนดโพลาร์ ด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสัน จะเปลี่ยนสมการดังกล่าวให้อยู่ในลักษณะที่เป็นเชิงเส้น เช่นเดียวกับในระบบพิกัดฉาก โดยอยู่ในรูปของสมการความคลาดเคลื่อนของปริมาณทางไฟฟ้าที่บัส ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

โดยที่  $\Delta P$  ,  $\Delta Q$  มีความหมายเช่นเดียวกับที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.7.1

$\Delta \delta$  คือ เวกเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนของมุมของแรงดันไฟฟ้าที่บัส มีมิติเท่ากับ  $(n-1) \times 1$

$\Delta |V|$  คือ เวกเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนของขนาดของแรงดันไฟฟ้าที่บัส มีมิติเท่ากับ  $n_b \times 1$

$J$  คือ จาโคเบียนเมตริกซ์ ประกอบด้วยจาโคเบียนเมตริกซ์ย่อย  $J_1$  ,  $J_2$  ,  $J_3$  และ  $J_4$  ดังสมการที่ (2.43) โดยที่สมาชิกใดๆของจาโคเบียนเมตริกซ์ย่อยเหล่านี้ ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของ กำลังไฟฟ้าจริงสุทธิที่บัส และกำลังไฟฟ้ารีแอกทีฟสุทธิที่บัส เทียบกับมุม  $\delta$  และขนาด  $|V|$  ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส โดยมีรายละเอียดการคำนวณดังนี้

$$\begin{bmatrix} J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

2.7.2.1 จาโคเบียนเมตริกซ์ย่อย  $J_1$ 

$$J_1 = \left[ \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \delta} \right]_{(n-1) \times (n-1)} \quad (2.44ก)$$

สมาชิกในตำแหน่งที่  $(p,q)$  ของ  $J_1$  สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ยกเว้นบัสอ้างอิง ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟ้าจริงสุทธิที่บัส เทียบกับมุม  $\delta$  ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{P}_p}{\partial \delta_q} &= |V_p V_q Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) & ; p \neq q \\ \frac{\partial \mathcal{P}_p}{\partial \delta_p} &= - \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n |V_p V_q Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) & ; p = q \end{aligned} \right\} \quad (2.44ข)$$

2.7.2.2 จาโคเบียนเมตริกซ์ย่อย  $J_2$ 

$$J_2 = \left[ \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial |V|} \right]_{(n-1) \times n_L} \quad (2.45ก)$$

สมาชิกในตำแหน่งที่  $(p,q)$  ของ  $J_2$  สำหรับบัส  $p$  ใดๆ ยกเว้นบัสอ้างอิง ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟ้าจริงสุทธิที่บัส เทียบกับขนาด  $|V|$  ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{P}_p}{\partial |V_q|} &= |V_p Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) & ; p \neq q \\ \frac{\partial \mathcal{P}_p}{\partial |V_p|} &= 2|V_p Y_{pp}| \cos \theta_{pp} + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n |V_q Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) & ; p = q \end{aligned} \right\} \quad (2.45ข)$$

2.7.2.3 จาโคเบียนเมตริกซ์ย่อย  $J_3$ 

$$J_3 = \left[ \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \delta} \right]_{n_L \times (n-1)} \quad (2.46ก)$$

สมาชิกในตำแหน่งที่ (p,q) ของ  $J_3$  สำหรับบัส p ใดๆ ที่เป็นโหนดบัส ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟ้าวีแอกติฟสุทธิที่บัส เทียบกับมุม  $\delta$  ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} &= -|V_p V_q Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) & ; p \neq q \\ \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_p} &= \sum_{q=1}^n |V_p V_q Y_{pq}| \cos(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) & ; p = q \end{aligned} \right\} \quad (2.46\text{ข})$$

#### 2.7.2.4 จาคอเบียนเมตริกซ์ย่อย $J_4$

$$J_4 = \left[ \frac{\partial Q}{\partial V} \right]_{n_L \times n_L} \quad (2.47\text{ก})$$

สมาชิกในตำแหน่งที่ (p,q) ของ  $J_4$  สำหรับบัส p ใดๆ ที่เป็นโหนดบัส ได้จากการหาอนุพันธ์ย่อยของกำลังไฟฟ้าวีแอกติฟสุทธิที่บัส เทียบกับขนาด  $|V|$  ของแรงดันไฟฟ้าที่บัส คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q_p}{\partial |V_q|} &= |V_p Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) & ; p \neq q \\ \frac{\partial Q_p}{\partial |V_p|} &= -2|V_p Y_{pp}| \sin \theta_{pp} + \sum_{q=1}^n |V_q Y_{pq}| \sin(\delta_p - \delta_q - \theta_{pq}) & ; p = q \end{aligned} \right\} \quad (2.47\text{ข})$$

จากสมการที่ (2.42) สามารถคำนวณหาค่าปรับแต่งแรงดันไฟฟ้าที่บัส ในการคำนวณรอบที่ k ได้โดยใช้เทคนิคการแก้สมการในภาคผนวก ก และแรงดันไฟฟ้าที่บัสใหม่ของการคำนวณในรอบที่ k+1 คำนวณได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \delta_p^{(k+1)} &= \delta_p^{(k)} + \Delta \delta_p^{(k)} & \text{สำหรับบัส p ใดๆ ยกเว้นบัสอ้างอิง} \\ |V_p|^{(k+1)} &= |V_p|^{(k)} + \Delta |V_p|^{(k)} & \text{สำหรับบัส p ใดๆ ที่เป็นโหนดบัส} \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

เงื่อนไขการลู่เข้าของคำตอบ คือ

$$\left. \begin{aligned} |\max \Delta P^{(k)}| &\leq \epsilon_P \\ |\max \Delta Q^{(k)}| &\leq \epsilon_Q \\ k &\leq k_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

สำหรับความหมายของนิพจน์ต่างๆ ได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อ 2.7.1

## 2.8 การคำนวณกำลังไฟฟ้าที่ไหลและกำลังสูญเสียในสายส่งและหม้อแปลง

ภายหลังจากที่ใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน เพื่อคำนวณหาแรงดันไฟฟ้าที่บัสต่างๆแล้ว สามารถคำนวณหา กำลังไฟฟ้าที่ไหลและกำลังสูญเสียในสายส่งและหม้อแปลงต่างๆ[2.4] ได้ดังนี้

### 2.8.1 กำลังไฟฟ้าที่ไหลและกำลังสูญเสียในสายส่ง

พิจารณาสายส่งที่เชื่อมต่อระหว่างบัส  $p$  กับบัส  $q$  ดังรูปที่ 2.3 กระแสไฟฟ้าที่บัส  $p$  ( $i_p$ ) คำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} i_p &= i_{line} + i_{charging} \\ &= (V_p - V_q)y_{surpq} + V_p \frac{y_{shpq}}{2} \end{aligned} \quad (2.50)$$

โดยที่  $i_{line}$  คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านสายส่ง  $pq$

$i_{charging}$  คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลจากบัส  $p$  ลงสู่พื้นดินตามไลน์ชาร์จิ้ง

$V_p$  และ  $V_q$  คือ แรงดันไฟฟ้าที่บัส  $p$  และ  $q$  ตามลำดับ

$y_{surpq}$  คือ ค่าแอดมิตแตนซ์อนุกรมของสายส่ง  $pq$  มีค่าเท่ากับ  $\frac{1}{R_{pq} + jX_{pq}}$

$\frac{y_{shpq}}{2}$  คือ ครึ่งหนึ่งของค่าไลน์ชาร์จิ้งแอดมิตแตนซ์ทั้งหมดของสายส่ง  $pq$

กำลังไฟฟ้าที่ไหลผ่านสายส่ง  $pq$  จากบัส  $p$  ไปสู่อบัส  $q$  คำนวณได้ดังนี้

$$P_{pq} - jQ_{pq} = V_p^* i_p \quad (2.51)$$

แทนค่า  $i_p$  จากสมการที่ (2.50) ลงในสมการที่ (2.51) จะได้ว่า

$$P_{pq} - jQ_{pq} = V_p^* (V_p - V_q)y_{surpq} + V_p^* V_p \frac{y_{shpq}}{2} \quad (2.52)$$

ในทำนองเดียวกัน กำลังไฟฟ้าที่ไหลผ่านสายส่ง  $pq$  จากบัส  $q$  ไปสู่อบัส  $p$  คำนวณได้ดังนี้

$$P_{qp} - jQ_{qp} = V_q^* (V_q - V_p)y_{surpq} + V_q^* V_q \frac{y_{shpq}}{2} \quad (2.53)$$

กำลังสูญเสียในสายส่ง  $pq$  มีค่าเท่ากับ ผลรวมทางพีชคณิตของกำลังไฟฟ้าจริงที่ไหลจากบัส  $p$  ไปสู่อบัส  $q$  และที่ไหลจากบัส  $q$  ไปสู่อบัส  $p$  ดังนี้

$$P_{loss(pq)} = P_{pq} + P_{qp} \quad (2.54)$$

## 2.8.2 กำลังไฟฟ้าที่ไหลและกำลังสูญเสียในหม้อแปลง

พิจารณาวงจรสมมูลย์ของหม้อแปลงไฟฟ้าในรูปที่ 2.4 (ก) กำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส  $p$  ไปสู่อบัส  $q$  คือ

$$P_{pq} - jQ_{pq} = \left(\frac{1}{a^*}\right) V_p^* \left[\left(\frac{1}{a}\right) V_p - V_q\right] y_{pq} \quad (2.55)$$

ในทำนองเดียวกัน กำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส  $q$  ไปสู่อบัส  $p$  คือ

$$P_{qp} - jQ_{qp} = V_q^* \left[V_q - \frac{V_p}{a}\right] y_{pq} \quad (2.56)$$

สำหรับกำลังสูญเสียในหม้อแปลงไฟฟ้า  $pq$  คำนวณได้จากสมการที่ (2.54) ทำนองเดียวกับสายส่ง

## 2.9 ขั้นตอนการคำนวณโหลดโพลาร์ด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสัน

1 สร้างบัสแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ ตามที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.4

2 สมมติค่าแรงดันเริ่มต้นที่บัสต่างๆ ยกเว้นที่บัสอ้างอิง  $V_p^{(0)}$ .

โดยที่  $p = 1, 2, \dots, n$  และ  $p \neq \text{reference bus}$

3 ให้  $k = 0$

4 คำนวณปริมาณทางไฟฟ้าที่บัส ดังนี้

สำหรับระบบพิกัดฉาก

-ถ้าบัส  $p$  เป็นโหนดบัส แล้วคำนวณ  $P_p^{(k)}$  และ  $Q_p^{(k)}$  ตามสมการที่ (2.22)

-ถ้าบัส  $p$  เป็นบัสควบคุมแรงดัน แล้วคำนวณ  $P_p^{(k)}$  และ  $|V_p^{(k)}|^2$  ตามสมการที่ (2.23)

สำหรับระบบพิกัดเชิงขั้ว

-ถ้าบัส  $p$  เป็นโหนดบัส แล้วคำนวณ  $P_p^{(k)}$  และ  $Q_p^{(k)}$  ตามสมการที่ (2.40) และ (2.41) ตามลำดับ

-ถ้าบัส  $p$  เป็นบัสควบคุมแรงดัน แล้วคำนวณ  $P_p^{(k)}$  ตามสมการที่ (2.40)

5 คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนของปริมาณทางไฟฟ้าที่บัส ดังนี้

สำหรับระบบพิกัดฉาก

-ถ้าบัส  $p$  เป็นโหนดบัส แล้วคำนวณ  $\Delta P_p^{(k)}$  และ  $\Delta Q_p^{(k)}$  ตามสมการที่ (2.25) และ (2.26) ตามลำดับ

-ถ้าบัส  $p$  เป็นบัสควบคุมแรงดัน แล้วคำนวณ  $\Delta P_p^{(k)}$  และ  $\Delta |V_p^{(k)}|^2$  ตามสมการที่ (2.25) และ (2.27)

ตามลำดับ

สำหรับระบบพิกัดเชิงขั้ว

-ถ้าบัส  $p$  เป็นโหนดบัส แล้วคำนวณ  $\Delta P_p^{(k)}$  และ  $\Delta Q_p^{(k)}$  ตามสมการที่ (2.25) และ (2.26) ตามลำดับ

-ถ้าบัส  $p$  เป็นบัสควบคุมแรงดัน แล้วคำนวณ  $\Delta P_p^{(k)}$  ตามสมการที่ (2.25)

## 6 ตรวจสอบเงื่อนไข

สำหรับระบบพิกัดฉาก ถ้าเงื่อนไขตามสมการที่ (2.36) เป็นจริง แล้วให้ไปทำขั้นตอนที่ 11

มิฉะนั้นให้เริ่มต้นทำขั้นตอนที่ 7

สำหรับระบบพิกัดเชิงขั้ว ถ้าเงื่อนไขตามสมการที่ (2.49) เป็นจริง แล้วให้ไปทำขั้นตอนที่ 11

มิฉะนั้นให้เริ่มต้นทำขั้นตอนที่ 7

7 คำนวณจาโคเบียนเมตริกซ์  $J$ 

สำหรับระบบพิกัดฉาก ตามหัวข้อ 2.7.1 จากสมการที่ (2.29) ถึงสมการที่ (2.34)

สำหรับระบบพิกัดเชิงขั้ว ตามหัวข้อ 2.7.2 จากสมการที่ (2.44) ถึงสมการที่ (2.47)

## 8 คำนวณค่าปรับแต่งแรงดันไฟฟ้าที่บัส ดังนี้

$\Delta e$  และ  $\Delta f$  สำหรับระบบพิกัดฉาก จากสมการที่ (2.24)

$\Delta \delta$  และ  $\Delta |V|$  สำหรับระบบพิกัดเชิงขั้ว จากสมการที่ (2.42)

## 9 คำนวณแรงดันไฟฟ้าที่บัสใหม่ ดังนี้

สำหรับระบบพิกัดฉาก ตามสมการที่ (2.35)

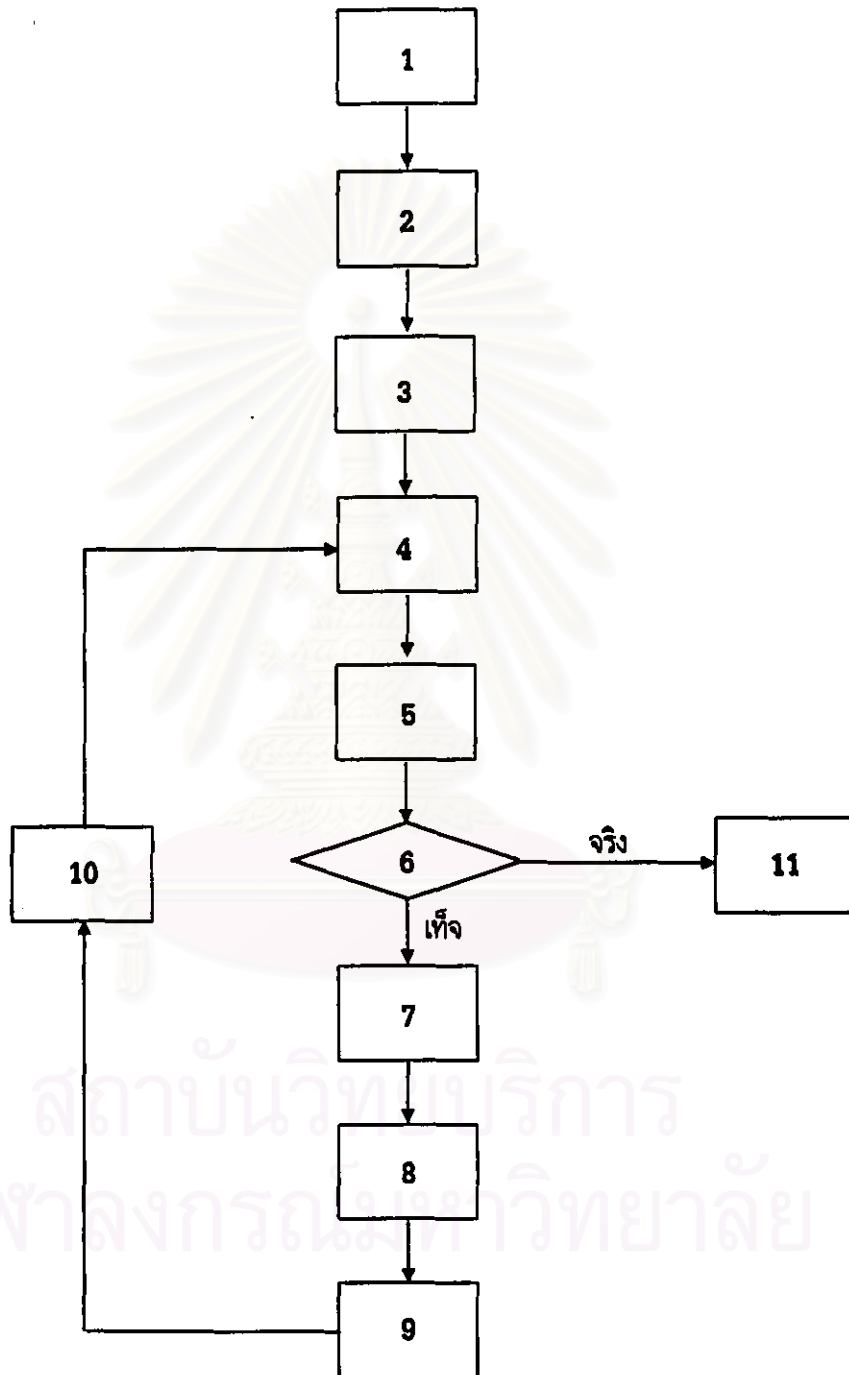
สำหรับระบบพิกัดเชิงขั้ว ตามสมการที่ (2.48)

10 ให้  $k = k + 1$  แล้วย้อนกลับไปทำขั้นตอนที่ 4 โดยใช้ค่าแรงดันไฟฟ้าที่บัสใหม่ซึ่งได้จากขั้นตอนที่ 9

11 คำนวณกำลังไฟฟ้าที่ไหลผ่านและกำลังสูญเสียในสายส่งและหม้อแปลงต่างๆ ตามหัวข้อ 2.8 พร้อมทั้งพิมพ์ผลลัพธ์และสิ้นสุดการทำงาน



จากขั้นตอนการคำนวณที่กล่าวมา สามารถสรุปเป็นแผนภาพได้ดังนี้



รูปที่ 2.7 แผนภาพแสดงการคำนวณโหนดไฟลว์ตามวิธีนิวตัน-ราฟสัน  
(หมายเลขที่ระบุไว้ในแต่ละช่อง คือ ลำดับขั้นตอนการคำนวณตามที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 2.9)