

บทที่ 5

การวิเคราะห์การเสียรูปและความเค้นของใบพัดกังหันไอน้ำ

ลักษณะของใบพัดกังหันไอน้ำที่จะทำการวิเคราะห์นั้น เป็นใบพัดที่มีรูปทรงตันทั่วไป ซึ่งทำงานภายใต้แรงเหวี่ยงรอบตัวเอง ความดัน และอุณหภูมิสูง เป็นการวิเคราะห์ปัญหาของแข็งที่มีความยืดหยุ่นได้ในสามมิติในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน โดยในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดในการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาของแข็งที่มีความยืดหยุ่นได้ในสามมิติ และขั้นตอนในการประดิษฐ์โปรแกรมคำนวณที่สอดคล้องกันขึ้น รวมทั้งยกตัวอย่างการคำนวณและการนำไปโปรแกรมไปประยุกต์เพื่อวิเคราะห์การเสียรูปและความเค้นของใบพัดกังหันไอน้ำ

5.1 สมการเชิงอนุพันธ์

สมการเชิงอนุพันธ์ซึ่งแสดงความสมดุลของของแข็งที่มีความยืดหยุ่นในสามมิติในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน ได้กล่าวไว้ในบทที่ 2 ดังแสดงในสมการที่ (2.1) โดยนำมากล่าวอีกครั้งในบทนี้ เพื่อความเข้าใจอย่างต่อเนื่อง

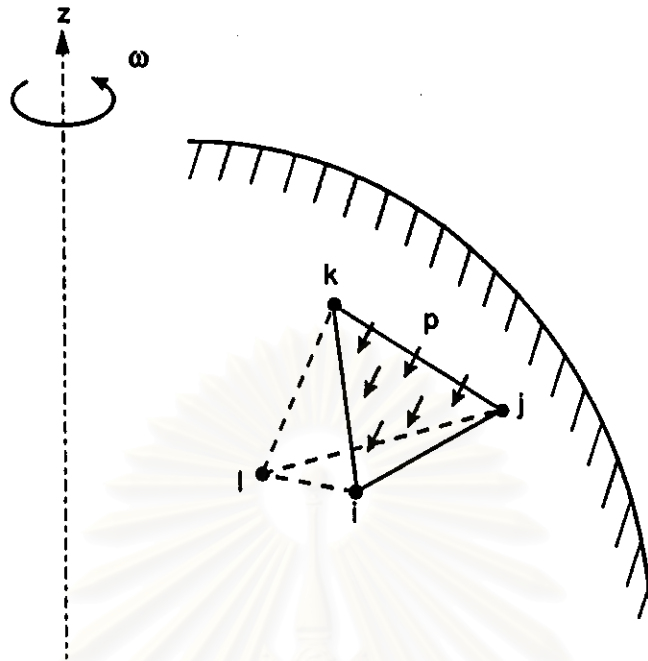
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x = 0 \quad (5.1ก)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y = 0 \quad (5.1ข)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z = 0 \quad (5.1ค)$$

5.2 เงื่อนไขขอบเขต

เงื่อนไขขอบเขตของการวิเคราะห์ของแข็งในสามมิติในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน ประกอบไปด้วยการกำหนดค่าการเสียรูปบนผิวของแข็งบางส่วน และการกำหนดเงื่อนไขความเค้นที่ผิวบนพื้นผิวบางส่วน ดังแสดงในรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ และเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาของแข็งยืดหยุ่นได้ในสามมิติ

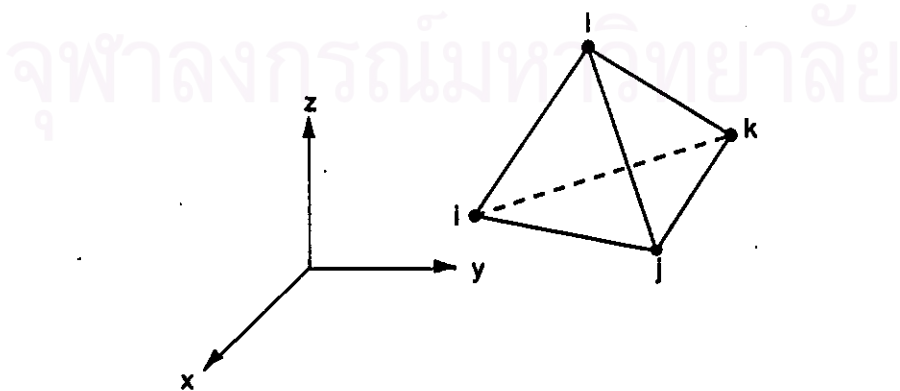
โดยเงื่อนไขขอบเขตต่างๆดังกล่าว ได้อธิบายโดยละเอียดในหัวข้อ 2.2.1 ของบทที่ 2

5.3 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์

5.3.1 การประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์

การประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ประกอบด้วยขั้นตอนต่างๆในทำนองเดียวกันกับที่ได้อธิบายในบทที่ 3 และบทที่ 4 ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 แบ่งขอบเขตของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ โดยลักษณะของเอลิเมนต์สำหรับของแข็งในสามมิตินี้ ผู้วิจัยได้เลือกใช้เอลิเมนต์ทรงสี่หน้า ซึ่งประกอบไปด้วย 4 จุดต่อ ดังแสดงในรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 ลักษณะของเอลิเมนต์ทรงสี่หน้า ซึ่งใช้ในปัญหาของแข็งยืดหยุ่นได้ในสามมิติ

ลักษณะของเอลิเมนต์เช่นนี้สามารถแบ่งให้เข้ากับรูปร่างของปัญหาใดๆได้โดยสะดวก และ
ง่ายต่อการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์

ขั้นตอนที่ 2 สมมติการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณของตัวไม่ทราบค่า ในที่นี้ตัว
ไม่ทราบค่าที่ต้องแก้ระบบสมการเพื่อหาค่า คือ การเสียรูป ซึ่งสามารถเขียน
ลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณให้อยู่ในรูปแบบของการเคลื่อน
ตัวที่จุดต่อทั้งสิ้นได้ดังนี้

$$u(x, y, z) = N_1u_1 + N_2u_2 + N_3u_3 + N_4u_4 \quad (5.2ก)$$

$$v(x, y, z) = N_1v_1 + N_2v_2 + N_3v_3 + N_4v_4 \quad (5.2ข)$$

$$w(x, y, z) = N_1w_1 + N_2w_2 + N_3w_3 + N_4w_4 \quad (5.2ค)$$

โดย u, v, w แทนการเคลื่อนตัวตามแนวแกน x, y, z ตามลำดับ และฟังก์ชันประมาณภาย
ในสำหรับเอลิเมนต์ทรงสี่หน้า สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบดังนี้ [Logan, D. L., 1993]

$$N_i(x, y, z) = \frac{1}{6V}(a_i + b_ix + c_iy + d_iz) \quad \text{โดย } i = 1, 4 \quad (5.3ก)$$

ในที่นี้

$$V = \text{ปริมาตรของเอลิเมนต์} = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \quad (5.3ข)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} & c_1 &= - \begin{vmatrix} x_2 & 1 & z_2 \\ x_3 & 1 & z_3 \\ x_4 & 1 & z_4 \end{vmatrix} \\ b_1 &= - \begin{vmatrix} 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_3 & z_3 \\ 1 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} & d_1 &= - \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (5.3ค)$$

และค่าคงที่ตัวอื่นๆ $a_i, b_i, c_i, d_i, i = 2, 3, 4$ นั้นมีลักษณะในทำนองเดียวกันกับสมการ
(5.3ค) ซึ่งสามารถเขียนออกมาได้โดยวิธีการวนสลับเปลี่ยนตัวเลข (Cyclic permutation)

ขั้นตอนที่ 3 ประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับแต่ละเอลิเมนต์ โดยประยุกต์ระเบียบ
วิธีวางน้ำหนักเศษตกค้างของกัลเลอร์กิน ขั้นตอนของระเบียบวิธีดังกล่าว
เริ่มจากการคูณสมการเชิงอนุพันธ์ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก W_i จากนั้นทำการ
อินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนขอบเขตของเอลิเมนต์นั้น และกำหนดผลที่ได้ให้

เท่ากับศูนย์ สำหรับฟังก์ชันน้ำหนักนั้นหากเลือกให้เหมือนกับฟังก์ชันประมาณภายในของเอลิเมนต์ N_i จะเรียกระเบียบวิธีดังกล่าวว่า ระเบียบวิธีของบับโนฟ-กัลเลอร์กิน (Bobnov-Galerkin)

เมื่อทำการประยุกต์ขั้นตอนของระเบียบวิธีน้ำหนักพิเศษดังกล่าวของกัลเลอร์กินดังกล่าวเข้ากับสมการเชิงอนุพันธ์แสดงความสมดุลของของแข็งในทิศทางตามแกน x ดังแสดงในสมการที่ (5.1ก) จะได้สมการดังต่อไปนี้

$$\int_{\Omega} W_i \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) d\Omega + \int_{\Omega} W_i (f_x) d\Omega = 0 \quad (5.4)$$

โดย Ω แทนโดเมนขอบเขตของปริมาตร

จากทฤษฎีบทของเกาส์ (Gauss's theorem) ซึ่งกล่าวว่า

$$\int_{\Omega} W_i (\nabla \cdot \vec{v}) d\Omega = \int_{\Gamma} W_i (\vec{v} \cdot \hat{n}) d\Gamma - \int_{\Omega} (\nabla W_i \cdot \vec{v}) d\Omega \quad (5.5)$$

ทำการประยุกต์ทฤษฎีบทของเกาส์ เข้ากับพจน์แรกของสมการ (5.4) โดยการเปรียบเทียบสัญลักษณ์ของตัวแปรทางด้านซ้ายของสมการ (5.5) เข้ากับพจน์แรกของสมการ (5.4) จะได้ว่า

$$u = W_i$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

$$\vec{v} = \sigma_x \hat{i} + \sigma_y \hat{j} + \sigma_z \hat{k}$$

และ $\hat{n} = n_x \hat{i} + n_y \hat{j} + n_z \hat{k}$

เมื่อประยุกต์ทฤษฎีบทของเกาส์เข้ากับพจน์แรกของสมการ (5.4) ทำให้สมการดังกล่าวกลายมาเป็น

$$\int_{\Gamma} W_i (\sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z) d\Gamma - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial W_i}{\partial x} \sigma_x + \frac{\partial W_i}{\partial y} \tau_{xy} + \frac{\partial W_i}{\partial z} \tau_{xz} \right) d\Omega + \int_{\Omega} W_i f_x d\Omega = 0 \quad (5.6)$$

แทนเงื่อนไขขอบเขตความเค้นที่ผิวจากสมการ (2.16) คือ $\sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z = p_x$ ลงในสมการ (5.6) จากนั้นประยุกต์ระเบียบวิธีการของบับโนฟ-กัลเลอร์กิน ซึ่งกำหนดคให้ $N_i = W_i$ แล้วทำการจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในเมตริกซ์ ดังนั้นจากสมการ (5.6) จะได้

$$\int_{\Omega} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial z} \\ \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial z} \\ \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial z} \\ \frac{\partial N_4}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} d\Omega = \int_{\Gamma} \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix} p_x d\Gamma + \int_{\Omega} \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix} f_x d\Omega \quad (5.7)$$

หากพิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์แสดงความสมดุลของของแข็งในทิศทางตามแกน y สมการที่ (5.2ข) เมื่อทำการประยุกต์ด้วยระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษคกต่างของกัลเลอร์คิน จะได้

$$\int_{\Omega} W_i \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) d\Omega + \int_{\Omega} W_i f_y d\Omega = 0 \quad (5.8)$$

ทำการประยุกต์ทฤษฎีบทของเกาส์ (5.5) เข้ากับพจน์แรกของสมการ (5.8) แล้วจัดพจน์ใหม่ จะได้

$$\int_{\Gamma} W_i (\tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{xz} n_z) d\Gamma - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial W_i}{\partial x} \tau_{xy} + \frac{\partial W_i}{\partial y} \sigma_y + \frac{\partial W_i}{\partial z} \tau_{xz} \right) d\Omega + \int_{\Omega} W_i f_y d\Omega = 0 \quad (5.9)$$

แทนค่าเงื่อนไขขอบเขตความเค้นที่ผิวจากสมการ (2.16) คือ $\tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{xz} n_z = p_y$ ลงในสมการ (5.9) แล้วทำการประยุกต์ระเบียบวิธีการของบับโนฟ-กัลเลอร์คิน ซึ่งกำหนดให้ $N_i = W_i$ จากนั้นจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในเมตริกซ์ ทำให้สมการ (5.6) สามารถแปลงรูปมาได้เป็น

$$\int_{\Omega} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial z} \\ \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial z} \\ \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial z} \\ \frac{\partial N_4}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_{xy} \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} d\Omega = \int_{\Gamma} \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix} p_y d\Gamma + \int_{\Omega} \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix} f_y d\Omega \quad (5.10)$$

และเมื่อพิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์แสดงความสมดุลของของแข็งในทิศทางตามแกน z สมการที่ (5.2ค) ประยุกต์ด้วยระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษคกต่างของกัลเลอร์คิน จะได้

$$\int_{\Omega} W_i \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) d\Omega + \int_{\Omega} W_i f_z d\Omega = 0 \quad (5.11)$$

จากนั้นทำการประยุกต์ทฤษฎีบทของเกาส์ (5.5) เข้ากับพจน์แรกของสมการ (5.11) ทำให้สมการดังกล่าวกลายมาเป็น

$$\int_{\Gamma} W_i (\tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y + \sigma_z n_z) d\Gamma - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial W_i}{\partial x} \tau_{xz} + \frac{\partial W_i}{\partial y} \tau_{yz} + \frac{\partial W_i}{\partial z} \sigma_z \right) d\Omega + \int_{\Omega} W_i f_z d\Omega = 0 \quad (5.12)$$

แทนค่าเงื่อนไขขอบเขตความเค้นที่ผิวจากสมการ (2.16) คือ $\tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y + \sigma_z n_z = p_z$ ลงในสมการ (5.12) ทำการประยุกต์ระเบียบวิธีการของบับโนฟ-กัลเลอรีคินคือให้ $N_i = W_i$ แล้วจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปแบบของเมตริกซ์ ดังนั้นสมการ (5.12) สามารถแปลงรูปมาได้เป็น

$$\int_{\Omega} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial z} \\ \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial z} \\ \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial z} \\ \frac{\partial N_4}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \sigma_z \end{Bmatrix} d\Omega = \int_{\Gamma} \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix} p_z d\Gamma + \int_{\Omega} \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{Bmatrix} f_z d\Omega \quad (5.13)$$

รวมเมตริกซ์จากสมการ (5.7) (5.10) และ (5.13) เข้าเป็นเมตริกซ์เดียวกัน จะได้ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์สำหรับแต่ละเอลิเมนต์ ดังนี้

$$\int_{\Omega} \begin{bmatrix} \underline{B}_1 & \underline{B}_2 & \underline{B}_3 & \underline{B}_4 \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} d\Omega = \int_{\Gamma} \begin{bmatrix} \underline{N}_1 & \underline{N}_2 & \underline{N}_3 & \underline{N}_4 \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} d\Gamma + \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \underline{N}_1 & \underline{N}_2 & \underline{N}_3 & \underline{N}_4 \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{Bmatrix} d\Omega \quad (5.14)$$

โดย

$$\underline{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5.15)$$

และ

$$\underline{N}_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5.16)$$

เมตริกซ์ $\{\sigma\}$ จากด้านซ้ายของสมการ (5.14) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของความเครียด โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดจากสมการที่ (2.10) ถึง (2.13) ซึ่งนามากล่าวในที่นี้อีกครั้งเพื่อความต่อเนื่อง

$$\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon - \varepsilon_0\} \quad (5.17ก)$$

โดย $\{\sigma\}^T = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz}]$ (5.17ข)

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (5.17ค)$$

$$\{\varepsilon_0\}^T = [\alpha\Delta T \quad \alpha\Delta T \quad \alpha\Delta T \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (5.17ง)$$

โดย $\Delta T = T(x,y,z) - T_0$ ซึ่ง T_0 คืออุณหภูมิที่วัสดุชิ้นนั้นไม่มีความเค้น สำหรับเมตริกซ์ของความเครียด $\{\varepsilon\}$ ในสมการที่ (5.16ก) นั้น สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของค่าการเคลื่อนตัว โดยความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการเคลื่อนตัว จากสมการ (2.7) จากนั้นเขียนให้อยู่ในรูปของสัญลักษณ์ \underline{B}_i จากสมการ (5.15) จะได้

$$\{\epsilon\} = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \end{bmatrix} \{\delta\} \quad (5.17\text{จ})$$

โดย $\{\epsilon\}^T = \begin{bmatrix} \epsilon_x & \epsilon_y & \epsilon_z & \gamma_{xy} & \gamma_{yz} & \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (5.17\text{ด})$

และ $\{\delta\} = \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & w_1 & u_2 & v_2 & w_2 & u_3 & v_3 & w_3 & u_4 & v_4 & w_4 \end{bmatrix} \quad (5.17\text{ข})$

5.3.2 ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์

แทนค่าสมการ (5.17ก-ข) ลงในสมการ (5.14) แล้วจัดรูปใหม่จะได้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของแต่ละเมตริกซ์ ดังนี้

$$\int_{\Omega} [B]^T [C] [B] d\Omega \{\delta\} = \int_{\Gamma} [N]^T \{p\} d\Gamma + \int_{\Omega} [N]^T \{f\} d\Omega + \int_{\Omega} [B]^T [C] \{\epsilon_0\} d\Omega \quad (5.18)$$

โดย $[B] = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \end{bmatrix}$
 $[N] = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix}$

และ Ω แทนขอบเขตของปริมาตร Γ แทนขอบเขตของพื้นผิว เพื่อความง่ายต่อความเข้าใจในการประดิษฐ์โปรแกรม สมการ (5.18) สามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบที่เข้าใจง่ายขึ้นได้ดังนี้

$$[K]_e \{\delta\} = \{P\}_e + \{F\}_e + \{F_0\}_e \quad (5.19)$$

แต่ละพจน์ของไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ในสมการ (5.19) สามารถแยกพิจารณาได้ดังต่อไปนี้

พจน์ด้านซ้ายของสมการ (5.19)

เนื่องจาก เมตริกซ์ $[B]$ และ $[C]$ เป็นเมตริกซ์ที่ประกอบด้วยตัวคงที่สำหรับแต่ละเอลิเมนต์ จึงอินทิเกรตได้โดยง่าย โดยจะได้เมตริกซ์ $[K]_e$ เป็นดังนี้

$$[K]_e = [B]^T [C] [B] v \quad (5.20)$$

โดย v แทนปริมาตรของเอลิเมนต์นั้น ซึ่งหาได้จากสมการที่ (5.3ข)

พจน์แรกด้านขวาของสมการ (5.19)

$$\{P\}_e = \int_{\Gamma} [N]^T \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} d\Gamma \quad (5.21\text{ก})$$

หากพิจารณารูปที่ 5.1 ประกอบ จะเห็นได้ว่าเอลิเมนต์ถูกความดัน p กระทำบนหน้า i, j, k โดย p_x, p_y, p_z คือ x, y, z components ของความดัน p ในรูป และสำหรับการอินทิเกรต $\int_{\Gamma} N_i dA = \frac{A}{3}$ [Huebner, K. H., 1982] โดย A แทนขอบเขตพื้นที่ของหน้าที่ทำการอินทิเกรตนั้น ทำการประยุกต์เข้ากับสมการ (5.21ก) ก่อให้เกิด เมตริกซ์โหนดความดัน ดังนี้

$$\{P\}_e = \frac{A_{ijk}}{3} \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ p_x \\ p_y \\ p_z \\ p_x \\ p_y \\ p_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.21ข)$$

โดย A_{ijk} แทนพื้นที่ของด้านของเอลิเมนต์ที่ล้อมรอบด้วยจุดต่อ i, j, k ซึ่งสามารถคำนวณได้โดยใช้สมการ (4.6)

พจน์ที่สองด้านขวาของสมการ (5.19)

$$\{F\}_e = \int_{\Omega} [N]^T \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{Bmatrix} d\Omega \quad (5.22ก)$$

โดย f_x, f_y, f_z แทนแรงวัตถุ (Body force) ในทิศทางตามแกน x, y, z ตามลำดับ หากไม่พิจารณาถึงแรงวัตถุเนื่องจากน้ำหนัก ดังนั้น $f_z=0$ ส่วน f_x และ f_y แทนแรงเหวี่ยงรอบแกน z ในแนวแกน x และ y ตามลำดับ โดย $f_x = \rho\omega^2 x$ ส่วน $f_y = \rho\omega^2 y$ และเพื่อทำการอินทิเกรตได้โดยง่าย จึงคำนวณ f_x, f_y จากค่าเฉลี่ย \bar{x}, \bar{y} ตามลำดับ ซึ่งคิดเป็นค่าคงที่ของแต่ละเอลิเมนต์ และเนื่องจาก $\int_{\Gamma} N_i dV = \frac{V}{4}$ [Huebner, K. H., 1982] โดย V แทนปริมาตรของเอลิเมนต์ที่พิจารณา ทำให้เมตริกซ์ของโหนดเนื่องจากแรงเหวี่ยงรอบตัวเอง หลังจากทำการอินทิเกรตบนปริมาตรของเอลิเมนต์นั้นได้เป็น

$$\{F\}_0 = \rho \omega^2 \frac{V}{4} \begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ 0 \\ \bar{x} \\ \bar{y} \\ 0 \\ \bar{x} \\ \bar{y} \\ 0 \\ \bar{x} \\ \bar{y} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.22\text{ข})$$

พจน์สุดท้ายด้านขวาของสมการ (5.19)

$$\{F_0\} = [B]^T [C] \alpha \Delta T V \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.23)$$

5.4 ลักษณะและรายละเอียดของโปรแกรม

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ประดิษฐ์ขึ้นในหัวข้อ 5.3 ได้นำมาประดิษฐ์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกันขึ้น โดยโปรแกรมนี้มีชื่อว่า SOLID3D ซึ่งมีเนื้อหาประกอบไปด้วยโปรแกรมหลัก (MAIN PROGRAM) และอีก 5 โปรแกรมย่อย (SUBROUTINE PROGRAM) ซึ่งมีขั้นตอนการทำงานดังนี้

5.4.1 การทำงานเริ่มจากอ่านข้อมูลของปัญหาที่จำเป็นต้องใช้ในการคำนวณ อยู่ในช่วงแรกของโปรแกรมหลัก [MAIN PROGRAM]

5.4.2 คำนวณไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ของแต่ละเอลิเมนต์ ซึ่งสอดคล้องกับสมการ (5.19) โดยเรียกโปรแกรมย่อย TETRA [SUBROUTINE TETRA] แล้วนำเอลิเมนต์เมตริกซ์ที่ได้จากโปรแกรมย่อย TETRA ไปรวมเป็นระบบสมการรวม โดยเรียกโปรแกรมย่อย ASSMBLE [SUBROUTINE ASSMBLE]

5.4.3 กำหนดเงื่อนไขขอบเขตในระบบสมการรวม โดยเรียกโปรแกรมย่อย APPLYBC [SUBROUTINE APPLYBC]

5.4.4 แก่ระบบสมการรวมเพื่อหาค่าการเสียรูปในแนวแกน x, y, z ของทุกจุดต่อ โดยเรียกโปรแกรม SOLVE [SUBROUTING SOLVE]

5.4.5 ค่าวนค่าความเค้นของทุกเอลิเมนต์ จากค่าการเสียรูปที่กำหนดได้ สามารถคำนวณหาค่าความเค้นของทุกจุดต่อ โดยเรียกโปรแกรมย่อย STRESS (SUBROUTINE STRESS)

5.4.6 พิมพ์คำตอบของค่าเคลื่อนตัว u, v, w ของทุกจุดต่อ ความเค้นของเอลิเมนต์ และความเค้นของทุกจุดต่อ ลงในไฟล์ที่ต้องการ

5.4.7 การแสดงผลที่ได้เป็นภาพกราฟฟิกบนจอคอมพิวเตอร์ เนื่องจากผู้วิจัยได้เลือกใช้โปรแกรม NASTRAN ในการสร้าง Model และแสดงผลกราฟฟิก จึงได้ประดิษฐ์โปรแกรมสำหรับแปลงผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรม SOLID3D มาคำนวณหาค่าความเค้นแบบ Von Mises และจัดให้อยู่ในรูปแบบ (Format) ที่โปรแกรม NASTRAN ต้องการนำไปแสดงผล โดยโปรแกรมแปลงข้อมูลนี้มีชื่อว่า TRAN3D

ลำดับขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม SOLID3D สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของแผนภูมิการทำงานดังแสดงในรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 แผนภูมิการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ SOLID3D

5.5 รายละเอียดของโปรแกรม

รายละเอียดทั้งหมดของโปรแกรม SOLID3D และโปรแกรมแปลงผลลัพธ์ TRAN3D ให้อยู่ในรูปแบบที่โปรแกรม NASTRAN สามารถนำไปแสดงผลกราฟฟิกได้ ได้ แสดงไว้ในภาคผนวก ค

5.6 ลักษณะข้อมูลที่โปรแกรมต้องการ

5.6.1 ลักษณะข้อมูลที่โปรแกรม SOLID3D ต้องการ สามารถจำแนกออกเป็น 9 ส่วนย่อย ดังนี้

ส่วนที่ 1 ประโยคอธิบายกำกับลักษณะของไฟล์

บรรทัดแรก	ตัวเลขระบุจำนวนบรรทัดที่เป็นตัวอักษรอธิบายลักษณะของไฟล์
บรรทัดต่อไป	ประโยคอธิบายลักษณะของไฟล์ ซึ่งมีจำนวนบรรทัดเท่าที่ระบุไว้ในบรรทัดแรก

ตัวอย่างเช่น

3

FINITE ELEMENT THERMAL STRESS ANALYSIS FOR 3D SOLID
UNDER PRESSURE, CENTRIFUGAL FORCE, TEMPERATURE,
NODAL FORCE

ส่วนที่ 2 ขนาดของปัญหา

บรรทัดแรก	ค่าระบุจำนวนจุดต่อ จำนวนเอลิเมนต์ จำนวนจุดต่อที่รับแรงภายนอก จำนวนด้านที่มากที่สุดที่รับความดันของเอลิเมนต์
-----------	---

บรรทัดที่ 2	ตัวเลขจำนวนจุดต่อ จำนวนเอลิเมนต์ จำนวนจุดต่อที่รับแรงภายนอก จำนวนด้านที่รับความดัน
-------------	--

ตัวอย่างเช่น	NPOIN NELEM NFORCE NSGROUP
	50 75 3 2

หมายเหตุ: จำนวนด้านที่รับความดันสำหรับโปรแกรมนี้ ระบุค่าได้ถึง 3 ด้าน ซึ่งเป็นค่าที่เพียงพอสำหรับทุกปัญหา เนื่องจากหากแบ่งขอบเขตปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ ตั้งแต่ 2 เอลิเมนต์ขึ้นไปแล้วเอลิเมนต์หนึ่ง ๆ จะมีด้านซึ่งสามารถรับความดันได้ อย่างมากที่สุดเพียง 3 ด้านเท่านั้น

ส่วนที่ 3 คุณสมบัติต่างๆของปัญหา

บรรทัดแรก คำระบุคุณสมบัติต่างๆ

บรรทัดที่ 2 ตัวเลขแสดงค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่น อัตราส่วนปัวส์ซง ความหนาแน่นของวัสดุ สมประสิทธิ์การขยายตัวเนื่องจากอุณหภูมิ ระดับอุณหภูมิที่ไม่มีความเค้น อัตราเร็วเชิงมุมรอบแกน z

ตัวอย่างเช่น	E	PR	DENSITY	ALPHA	TREF	ANGVEL
	161E9	0.36	8210	16.1E-6	0.	314.28

ส่วนที่ 4 ตำแหน่งของจุดต่อ

บรรทัดแรก คำระบุหัวข้อตำแหน่งของจุดต่อ

บรรทัดต่อไป ตัวเลขแสดงหมายเลขของจุดต่อ ระยะทางตามแกน x ระยะทางตามแกน y ระยะทางตามแกน z ของจุดต่อ

ตัวอย่างเช่น NODAL COORDINATES:

1	0.	0.	0.
2	0.025	0.	0.
:	:	:	:
50	0.075	0.1	0.7

ส่วนที่ 5 อุณหภูมิของจุดต่อ

บรรทัดแรก คำระบุหัวข้ออุณหภูมิของจุดต่อ

บรรทัดต่อไป ตัวเลขแสดงหมายเลขของจุดต่อ ตัวเลขแสดงค่าอุณหภูมิของจุดต่อนั้น

ตัวอย่างเช่น NODAL TEMPERATURE:

1	400
2	402
:	:
50	500

ส่วนที่ 6 เงื่อนไขขอบเขตของการจับยึดของจุดต่อ

บรรทัดแรก คำระบุหัวข้อเงื่อนไขขอบเขตการจับยึดของจุดต่อ

บรรทัดต่อไป รหัสอักษร 8 ตัว ตัวเลขแสดงหมายเลขของจุดต่อ รหัสตัวเลขแสดงเงื่อนไขขอบเขตการเคลื่อนตัวของจุดต่อนั้นๆ

ตัวอย่างเช่น	NODAL TEMPERATURE:		
	SPCCONST	10	1
	SPCCONST	15	12
	SPCCONST	16	123
	ENDCONST	0	0

หมายเหตุ: รหัสอักษร 8 ตัว SPCCONST จะเป็นรหัสอักษรสำหรับจุดต่อที่มีการจับยึด ส่วนรหัสอักษร 8 ตัว ENDCONST จะเป็นรหัสอักษรปิดท้ายอีกบรรทัดหลังจากที่มีการระบุจุดต่อที่จับยึดจนหมดแล้ว ซึ่งรหัสอักษร ENDCONST จะต้องตามด้วยตัวเลข 0 อีกสองตัว

ความหมายของรหัสตัวเลข

1	หมายถึง	จุดต่อถูกตรึงไม่ให้เคลื่อนที่ตามแกน x
2	หมายถึง	จุดต่อถูกตรึงไม่ให้เคลื่อนที่ตามแกน y
3	หมายถึง	จุดต่อถูกตรึงไม่ให้เคลื่อนที่ตามแกน z
12	หมายถึง	จุดต่อถูกตรึงไม่ให้เคลื่อนที่ตามแกน x และตามแกน y
13	หมายถึง	จุดต่อถูกตรึงไม่ให้เคลื่อนที่ตามแกน x และตามแกน z
23	หมายถึง	จุดต่อถูกตรึงไม่ให้เคลื่อนที่ตามแกน y และตามแกน z
123	หมายถึง	จุดต่อถูกตรึงอยู่กับที่

ส่วนที่ 7 ลักษณะการวางจุดต่อของเอลิเมนต์

บรรทัดแรก คำระบุหัวข้อการวางจุดต่อของเอลิเมนต์
 บรรทัดต่อไป ตัวเลขแสดงหมายเลขของเอลิเมนต์ หมายเลขของจุดต่อทั้งสี่ในทิศทวนเข็มนาฬิกาซึ่งประกอบขึ้นเป็นเอลิเมนต์

ตัวอย่างเช่น	ELEMENT NODAL CONNECTIONS:				
	1	1	3	4	2
	2	5	3	1	9

	75	50	46	39	42

ส่วนที่ 8 ความดันภายนอกที่มากกระทำกับด้านต่างๆของชิ้นงาน

บรรทัดแรก ค่าระบุกลุ่มของความดัน

บรรทัดต่อไป รหัสอักษร 8 ตัว หมายเลขของเอลิเมนต์ที่รับความดัน ค่าความดันซึ่งตั้งฉากกับพื้นผิวเอลิเมนต์ที่รับความดัน หมายเลขของจุดต่อที่ไม่ได้เป็นจุดต่อที่เชื่อมโยงด้านที่รับความดัน

ตัวอย่างเช่น

SURFACE PRESSURE GROUP1			
PRESSURE	25	-1000	2
PRESSURE	37	- 500	10
ENDGROUP	0	0	0
SURFACE PRESSURE GROUP2			
PRESSURE	25	-1000	7
PRESSURE	40	- 500	28
PRESSURE	47	- 700	39
ENDGROUP	0	0	0

หมายเหตุ: รหัสอักษร 8 ตัว PRESSURE เป็นรหัสสำหรับบรรทัดที่แสดงค่าความดัน

ส่วนรหัสอักษร 8 ตัว ENDEGROUP จะวางไว้บรรทัดสุดท้ายของแต่ละ PRESSURE GROUP แล้วตามด้วยหมายเลขศูนย์ 3 ตัว

ส่วนค่าของความดันที่ระบุนั้น จะเป็นความดันที่กระทำตั้งฉากกับพื้นผิว และ

ความดันมีค่าลบ หมายถึง ความดันมีทิศพุ่งออกจากเอลิเมนต์

ความดันที่มีค่าบวก หมายถึง ความดันมีทิศพุ่งเข้าหาเอลิเมนต์

ส่วนที่ 9 แรงภายนอกที่กระทำกับจุดต่อ

บรรทัดแรก ค่าระบุหัวข้อแรงภายนอกที่มากกระทำกับจุดต่อ

บรรทัดต่อไป หมายเลขของจุดต่อที่รับแรงภายนอก ค่าของแรงภายนอกที่จุดต่อนั้นในทิศตามแกน x ค่าของแรงภายนอกในทิศตามแกน y ค่าของแรงภายนอกในทิศตามแกน z

ตัวอย่างเช่น	NODAL FORCE			
	10	200	150	90
	12	-210	-10	9
	15	-300	720	15

5.6.2 ลักษณะข้อมูลที่โปรแกรมแปลงข้อมูล TRAN3D ต้องการ คือไฟล์ผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรม SOLID3D ซึ่งรูปแบบไฟล์ข้อมูลตัวอย่างที่โปรแกรม SOLID3D ต้องการแสดงได้ดังรูปที่ 5.4

```

2
Finite element to solve solid 3d-thermal stress
Operating with thermal, pressure load and nodal, body force
NPOIN  NELEM  NFORCE  NEPRESSURE
27      40      2          2
ELAS    POISSON  DENSITY  ALPHA    TREF.    ANGVEL
200E6   0.29      7800     11.7E-6  0.       52.36
NODAL COORDINATE:
1       0.       1.       1.
2       0.       1.       0.5
.       .       .       .
.       .       .       .
.       .       .       .
27      1.       0.       0.
NODAL TEMPERATURE LOAD:
1       250.
2       250.
.       .
.       .
.       .
27      250.
NODAL CONSTRAINTS:
SPCCONST 1          123
SPCCONST 4          123
SPCCONST 25         123
ENDCONST 0          0
ELEMENT NODAL CONNECTIONS:
1       1         5         4         13
2       1         2         5         11
.       .       .       .       .
.       .       .       .       .
.       .       .       .       .
40      15        27        17        23
SURFACE PRESSURE GROUP1
PRESSURE 12          200000.      5
PRESSURE 33          200000.      23
PRESSURE 37          200000.      15
PRESSURE 38          200000.      23
ENDGROUP 0          0
SURFACE PRESSURE GROUP1
PRESSURE 1           100000.      13
PRESSURE 12          100000.      17
PRESSURE 16          100000.      17
PRESSURE 17          100000.      15
ENDGROUP 0          0
NODAL FORCE
3       0.           0.       -5000.
9       0.           0.       -5000.

```

รูปที่ 5.4 ไฟล์ข้อมูลตัวอย่างที่โปรแกรม SOLID3D ต้องการ

ส่วนรูปแบบของไฟล์ผลลัพธ์ตัวอย่าง ที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรม SOLID3D และเป็นรูปแบบไฟล์ข้อมูลตัวอย่างที่โปรแกรม TRAN3D ต้องการ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 5.5

```

THE FINITE ELEMENT MODEL OF INPUT FILE " format.dat
CONSISTS OF 27 NODES AND 40 ELEMENTS
AND HALF BAND WIDTH OF 39
MEMORY REQUIRED
NODAL DISPLACEMENT SOLUTIONS ( 27):
NODE      U          V          W          R1          R2          R3
1      0.000000E+00  0.000000E+00  0.000000E+00  0.000000E+00  0.000000E+00  0.000000E+00
2      0.870716E-01  0.779021E-01 -0.154855E-01  0.000000E+00  0.000000E+00  0.000000E+00
.
.
.
27     0.166486E+00  0.132856E+00 -0.220230E-02  0.000000E+00  0.000000E+00  0.000000E+00
ELEMENTAL STRESS SOLUTIONS ( 40):
ELEM      SXX      SYX      SZZ      SXY      Sxz      SYZ
1  -0.105714E+08 -0.187964E+08 -0.156393E+08 -0.618412E+07 -0.137408E+08 -0.115869E+08
2  0.254036E+07  0.177097E+07  0.685949E+07 -0.397769E+05 -0.856463E+07 -0.564358E+07
.
.
.
40  0.354268E+07  0.144119E+07  0.196543E+06  0.512806E+06 -0.232474E+07 -0.268603E+07
NODAL STRESS SOLUTIONS ( 27):
NODE      SXX      SYX      SZZ      SXY      Sxz      SYZ
1  -0.161579E+07 -0.683075E+07 -0.144934E+07 -0.313324E+07 -0.892546E+07 -0.563604E+07
2  0.157012E+07  0.800736E+06  0.448408E+07 -0.397769E+05 -0.662060E+07 -0.424519E+07
.
.
.
27  0.178024E+07  0.204782E+07  0.242305E+06  0.461183E+06 -0.214809E+07 -0.274188E+07
ELEMENT NODAL CONNECTION
ELR      I      J      K      L
1         1      5      4      13
2         1      2      5      11
.
.
.
40        15     27     17     23

```

รูปที่ 5.5 ไฟล์ผลลัพธ์ตัวอย่างที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรม SOLID3D

และไฟล์แสดงผลตัวอย่างดังแสดงในรูปที่ 5.6 ที่ได้จากการแปลงข้อมูลผลลัพธ์ด้วยโปรแกรมแปลงข้อมูล TRAN3D และอยู่ในรูปแบบที่พร้อมให้โปรแกรม NASTRAN นำไปแสดงผลกราฟฟิคบนจอคอมพิวเตอร์

1 MSC/NASTRAN PAGE
0

DISPLACEMENT

POINT ID.	TYPE	T1	T2	T3	R1	R2	R3
1	O	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00
2	O	0.070716E-01	0.779021E-01	-0.154955E-01	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00
...
27	O	0.166406E+00	0.132856E+00	-0.220230E-02	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00

1
0

STRESSES IN TETRAHEDRON SOLID ELEMENTS (CTETRA)

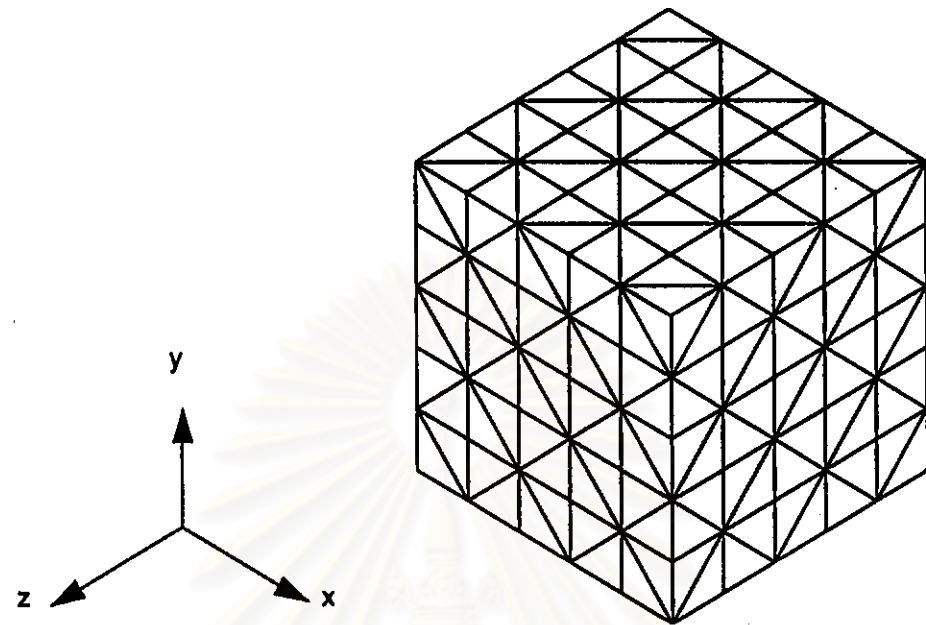
ELEMENT-ID	CORNER	GRID-ID	CENTER AND CORNER POINT STRESSES			DIR.	COSINES			NEAR	VON MISES				
			NORMAL	SHEAR	PRINCIPAL		-A-	-B-	-C-			PRESSURE			
0	1	CORNER	X	-0.109714E+00	XY	-0.618412E-07	A	0.136065E-07	LX	-0.70	0.48	0.53	0.150024E+00	0.336903E+00	
			Y	-0.167964E+00	YZ	-0.115869E+00	B	-0.365148E+00	LY	0.18	-0.59	0.79			
			Z	-0.156293E+00	ZX	-0.137408E+00	C	-0.905290E+07	LZ	0.65	0.65	0.33			
			1	X	-0.109714E+00	XY	-0.618412E-07	A	0.136065E-07	LX	-0.70	0.48	0.53	0.150024E+00	0.336903E+00
			Y	-0.167964E+00	YZ	-0.115869E+00	B	-0.365148E+00	LY	0.18	-0.59	0.79			
			Z	-0.156293E+00	ZX	-0.137408E+00	C	-0.905290E+07	LZ	0.65	0.65	0.33			
			5	X	-0.109714E+00	XY	-0.618412E-07	A	0.136065E-07	LX	-0.70	0.48	0.53	0.150024E+00	0.336903E+00
			Y	-0.167964E+00	YZ	-0.115869E+00	B	-0.365148E+00	LY	0.18	-0.59	0.79			
			Z	-0.156293E+00	ZX	-0.137408E+00	C	-0.905290E+07	LZ	0.65	0.65	0.33			
			4	X	-0.109714E+00	XY	-0.618412E-07	A	0.136065E-07	LX	-0.70	0.48	0.53	0.150024E+00	0.336903E+00
			Y	-0.167964E+00	YZ	-0.115869E+00	B	-0.365148E+00	LY	0.18	-0.59	0.79			
			Z	-0.156293E+00	ZX	-0.137408E+00	C	-0.905290E+07	LZ	0.65	0.65	0.33			
13	X	-0.109714E+00	XY	-0.618412E-07	A	0.136065E-07	LX	-0.70	0.48	0.53	0.150024E+00	0.336903E+00			
Y	-0.167964E+00	YZ	-0.115869E+00	B	-0.365148E+00	LY	0.18	-0.59	0.79						
Z	-0.156293E+00	ZX	-0.137408E+00	C	-0.905290E+07	LZ	0.65	0.65	0.33						
...		
0	40	CORNER	X	0.384268E+07	XY	0.512806E+06	A	0.584226E+07	LX	-0.72	0.27	0.63	-0.172680E+07	0.687222E+07	
			Y	0.144119E+07	YZ	-0.268603E+07	B	-0.236105E+07	LY	0.44	-0.53	0.73			
			Z	0.190543E+06	ZX	-0.232474E+07	C	0.197920E+07	LZ	0.53	0.80	0.27			
			13	X	0.384268E+07	XY	0.512806E+06	A	0.584226E+07	LX	-0.72	0.27	0.63	-0.172680E+07	0.687222E+07
			Y	0.144119E+07	YZ	-0.268603E+07	B	-0.236105E+07	LY	0.44	-0.53	0.73			
			Z	0.190543E+06	ZX	-0.232474E+07	C	0.197920E+07	LZ	0.53	0.80	0.27			
			27	X	0.384268E+07	XY	0.512806E+06	A	0.584226E+07	LX	-0.72	0.27	0.63	-0.172680E+07	0.687222E+07
			Y	0.144119E+07	YZ	-0.268603E+07	B	-0.236105E+07	LY	0.44	-0.53	0.73			
			Z	0.190543E+06	ZX	-0.232474E+07	C	0.197920E+07	LZ	0.53	0.80	0.27			
			17	X	0.384268E+07	XY	0.512806E+06	A	0.584226E+07	LX	-0.72	0.27	0.63	-0.172680E+07	0.687222E+07
			Y	0.144119E+07	YZ	-0.268603E+07	B	-0.236105E+07	LY	0.44	-0.53	0.73			
			Z	0.190543E+06	ZX	-0.232474E+07	C	0.197920E+07	LZ	0.53	0.80	0.27			
23	X	0.384268E+07	XY	0.512806E+06	A	0.584226E+07	LX	-0.72	0.27	0.63	-0.172680E+07	0.687222E+07			
Y	0.144119E+07	YZ	-0.268603E+07	B	-0.236105E+07	LY	0.44	-0.53	0.73						
Z	0.190543E+06	ZX	-0.232474E+07	C	0.197920E+07	LZ	0.53	0.80	0.27						

รูปที่ 5.6 ไฟล์แสดงผลพีธตัวอย่างจากการคำนวณด้วยโปรแกรม TRAN3D และอยู่ในรูปแบบที่โปรแกรม NASTRAN ต้องการนำไปแสดงผลกราฟฟิก

5.7 ตัวอย่างและการนำไปประยุกต์ใช้

5.7.1 การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม

โปรแกรม SOLID3D ที่ประคิษฐ์ขึ้นนี้ได้ทำการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม โดยนำผลลัพธ์ที่คำนวณได้จากโปรแกรมไปเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหาตัวอย่างง่ายๆที่สามารถหาผลเฉลยแม่นยำตรงได้ ตัวอย่างเช่น แท่งสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ ดังแสดงในรูปที่ 5.7 ซึ่งมีอุณหภูมิเท่ากันทั้งก้อน แล้วปล่อยให้ขยายตัวอิสระ พบว่าค่าการเสียรูปที่ได้จากโปรแกรม SOLID3D กับที่ได้จากผลเฉลยแม่นยำตรง [Boley, B. A., Weiner, J. H., 1960] ต่างกันน้อยกว่า 0.001%

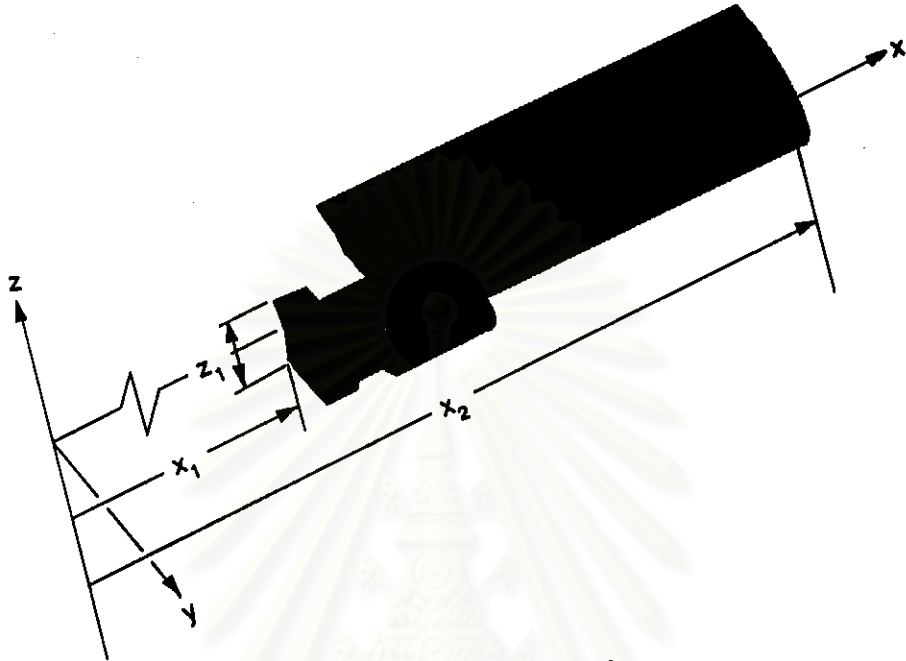


รูปที่ 5.7 ก้อนสี่เหลี่ยมลูกบาศก์มีอุณหภูมิเท่ากันทั้งก้อน

ปัญหาที่ใช้ตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมอีกปัญหาคือ แท่งสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ในรูปที่ 5.7 มีอุณหภูมิเท่ากันทั้งก้อน แต่สำหรับปัญหานี้ให้มีการยึด (Constraint) ที่ผิวนอกของก้อนสี่เหลี่ยมทั้ง 6 ด้าน ไม่ให้เคลื่อนที่คือขยายตัวไม่ได้ ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นที่คำนวณได้จากโปรแกรม SOLID3D และที่คำนวณได้จากผลเฉลยแม่นยำ [Boley, B. A., Weiner, J. H., 1960] มีความผิดพลาดน้อยกว่า 0.01%

5.7.2 การประยุกต์ใช้โปรแกรม SOLID3D กับปัญหาของใบพัดกังหันไอน้ำ

ใบพัดกังหันไอน้ำที่ใช้ในการวิเคราะห์มีลักษณะเป็นของแข็งทรงตัน ดังแสดงในรูปที่ 5.8



รูปที่ 5.8 ใบพัดกังหันไอน้ำ

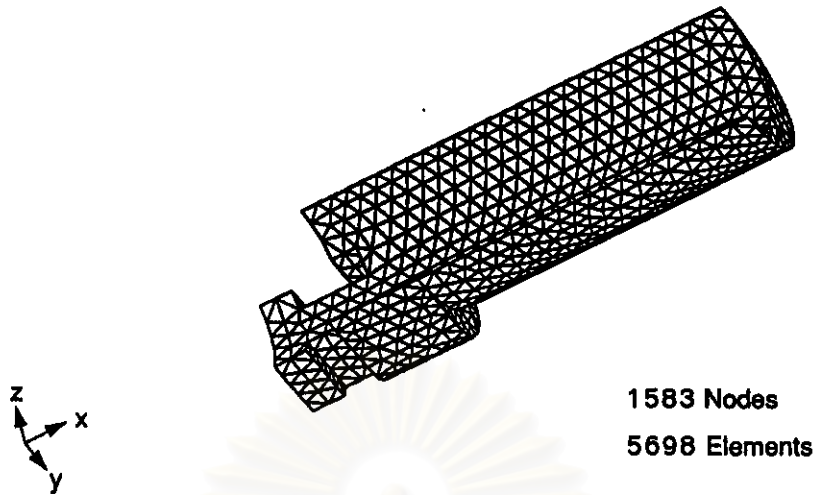
ใบพัดกังหันไอน้ำนี้ทำจากวัสดุ AISI 403 ซึ่งเป็นวัสดุสำหรับทำใบพัดกังหันไอน้ำโดยเฉพาะ สามารถทนความร้อนได้สูง และมีค่าความเค้นที่จุดคราก (Yield Strength) ถึง 585 MPa และมีคุณสมบัติต่างๆของวัสดุ ดังนี้

ค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวทางความร้อน	(α) = 11.7×10^{-6}	$^{\circ}\text{C}$
ค่าอัตราส่วนปัวส์ซอง	(ν) = 0.363	
ค่าความหนาแน่นของวัสดุ	(ρ) = 7800	Kg/m^3
ค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่น	(E) = 200×10^9	N/m^2
ระดับอุณหภูมิที่วัสดุไม่เกิดความเค้น	(T_0) = 0°C	

ขนาดของใบพัดนี้ได้แสดงคร่าวๆในรูปที่ 5.7 คือ

ระยะ	x_1	=	1.074	m
	x_2	=	1.167	m
	z_1	=	0.013	m

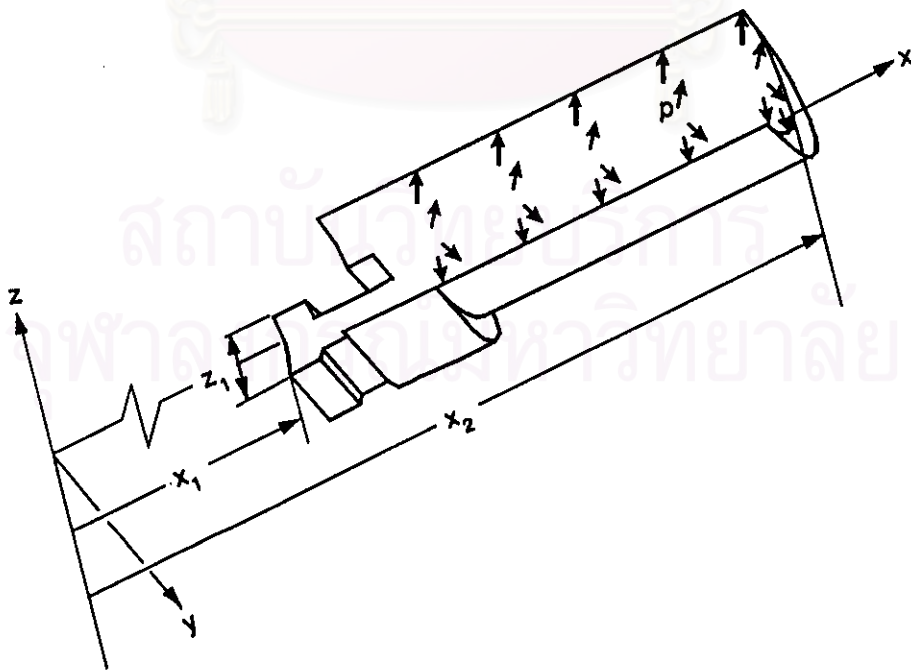
ปัญหาใบพัดกังหันไอน้ำดังแสดงในรูป 5.8 นี้ ได้ทำการแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆจำนวน 5698 เอลิเมนต์ และประกอบไปด้วยจุดต่อทั้งหมด 1583 จุดต่อ ดังแสดงในรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.9 การจัดแบ่งเอลิเมนต์ของไบพัดกังหันไอน้ำในรูปที่ 5.4

ไบพัดกังหันไอน้ำทำงานภายใต้โหลดกระทำร่วมกันระหว่างความดัน แรงเหวี่ยงรอบตัวเอง และอุณหภูมิ ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ปัญหาแยกเป็น 4 กรณี โดยใช้แบบจำลองเอลิเมนต์เดียวกันคือ แบบจำลองเอลิเมนต์จากรูปที่ 5.9 แต่เปลี่ยนแปลงโหลดที่กระทำเป็น 4 กรณีคือ ก) ความดันกระทำอย่างเดียว ข) แรงเหวี่ยงรอบตัวเองอย่างเดียว ค) อุณหภูมิอย่างเดียว และ ง) รวมโหลดทุกอย่างจาก ก), ข) และ ค) เข้าด้วยกัน ผลของความเค้นและการเสียรูปซึ่งเกิดจากแต่ละกรณี

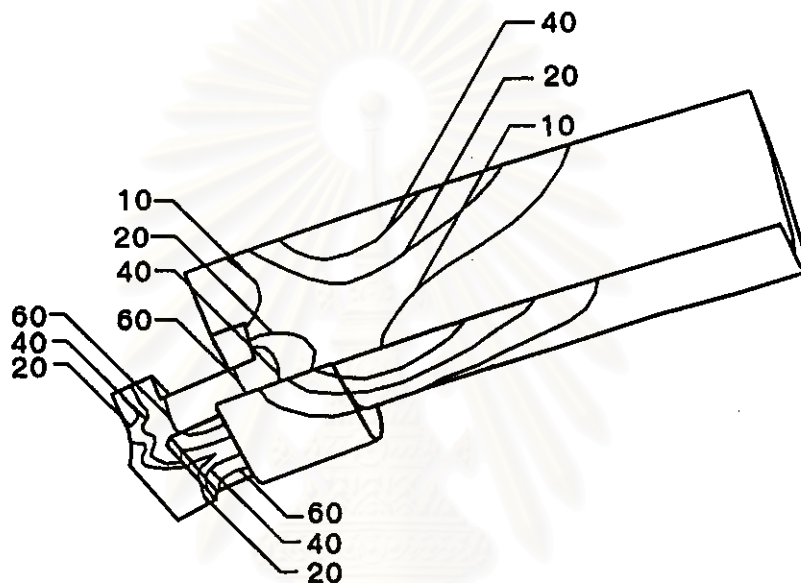
5.7.2ก) ไบพัดกังหันไอน้ำภายใต้ความดันกระทำอย่างเดียวได้แสดงในรูปที่ 5.10



รูปที่ 5.10 ไบพัดกังหันไอน้ำภายใต้ความดัน p กระทำตั้งฉากกับผิวด้านหน้าของไบพัด

ไบพัตต์ดังแสดงในรูป 5.10 นี้ จัดเป็นไบพัตต์ประเภท Impulse ซึ่งรับความดัน p ที่คงที่ [Church, E. F., 1950] ตลอดผิวหน้าของไบพัตต์ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.8632 Ng/cm^2

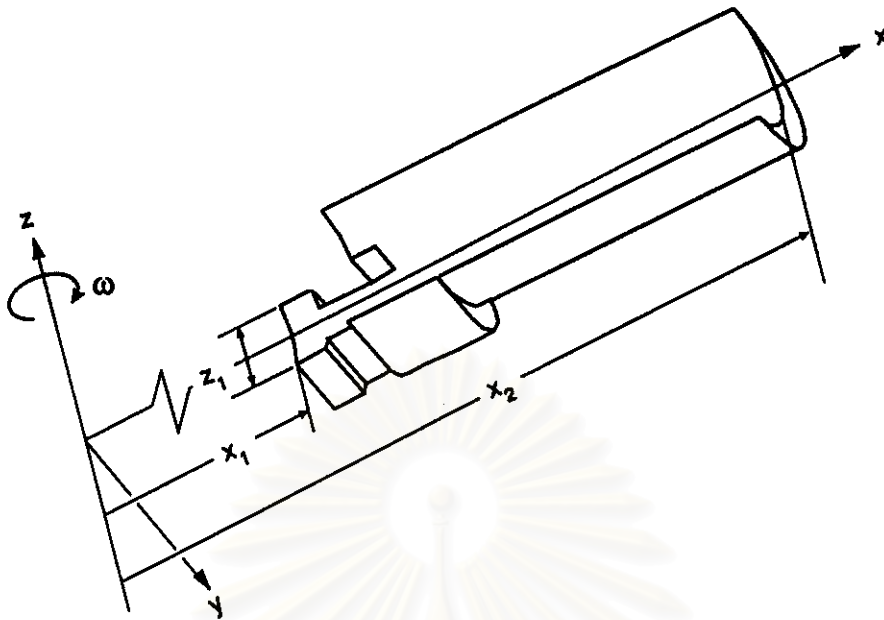
เมื่อทำการวิเคราะห์ปัญหาในรูป 5.9 ด้วยโปรแกรม SOLID3D ก่อให้เกิดผลลัพธ์ของการเสียรูปและความเค้นแบบ Von Mises ดังแสดงในรูปที่ 5.11



รูปที่ 5.11 ลักษณะการกระจายของความเค้นแบบ Von Mises, MN/m^2 และการเสียรูปที่เกิดขึ้นบนไบพัตต์กักน้ำภายใต้ความดัน (จากรูปที่ 5.10)

จากผลการคำนวณดังแสดงในรูปที่ 5.11 แสดงให้เห็นว่าหากมีความดันกระทำกับไบพัตต์เพียงอย่างเดียวจะทำให้เกิดความเค้นสูงที่บริเวณคอของไบพัตต์ (60 MN/m^2) และที่ขอบไบพัตต์ (40 MN/m^2)

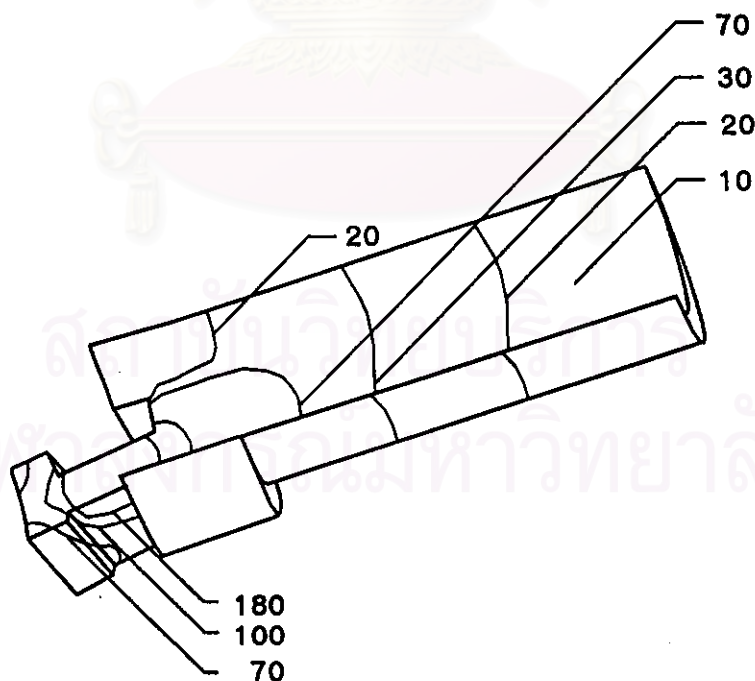
5.7.2ข) ไบพัตต์กักน้ำภายใต้แรงเหวี่ยงรอบตัวเองอย่างเดียวดังแสดงในรูปที่ 5.12



รูปที่ 5.12 ไบพัตกัณฑ์น้ำ ภายใต้แรงเหวี่ยงรอบตัวเองด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่

แรงเหวี่ยงรอบแกน z ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ ω ดังแสดงในรูป 5.11 กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 2000 rpm หรือ 20.44 rad/s

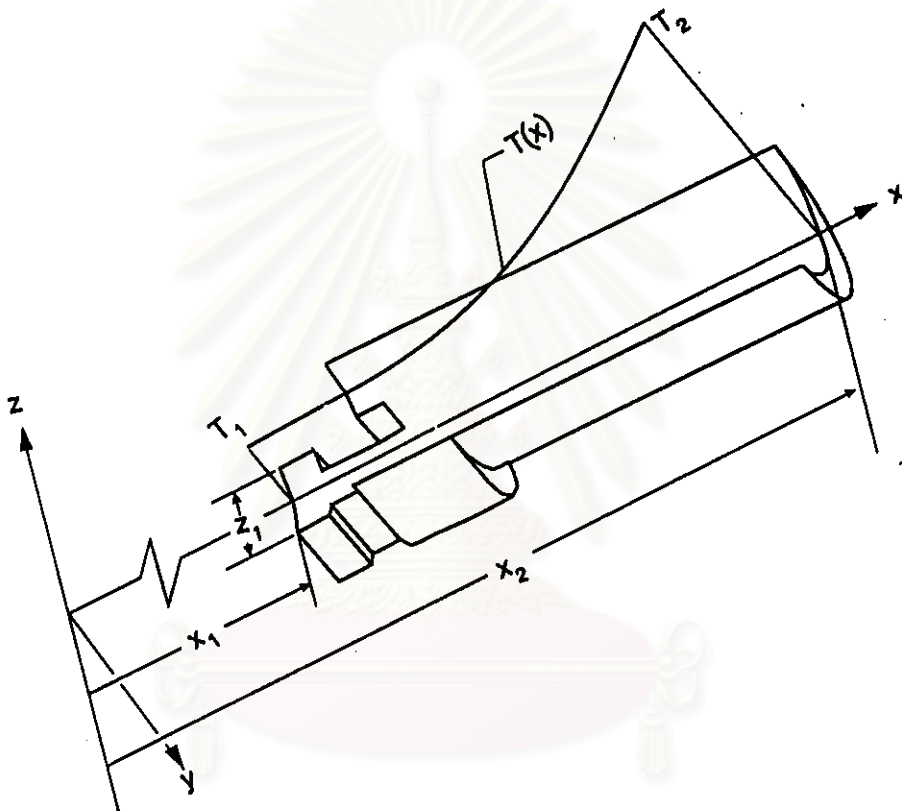
เมื่อทำการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SOLID3D แล้ว ก่อให้เกิดผลลัพธ์ลักษณะการกระจายความเค้นแบบ Von Mises และการเสียรูป ดังแสดงในรูปที่ 5.13



รูปที่ 5.13 ลักษณะการกระจายความเค้นแบบ Von Mises, MN/m^2 และการเสียรูปที่เกิดขึ้นบนไบพัตกัณฑ์น้ำ ภายใต้แรงเหวี่ยงรอบตัวเองด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่ ซึ่งแสดงในรูปที่ 5.12

ผลการคำนวณในรูปที่ 5.13 แสดงให้เห็นว่าผลของแรงเหวี่ยงรอบตัวเอง ทำให้เกิดความดันสูงบริเวณคอปั๊มเช่นเดียวกัน (180 MN/m^2) แต่มีขนาด (Magnitude) มากกว่าผลเนื่องจากความดัน

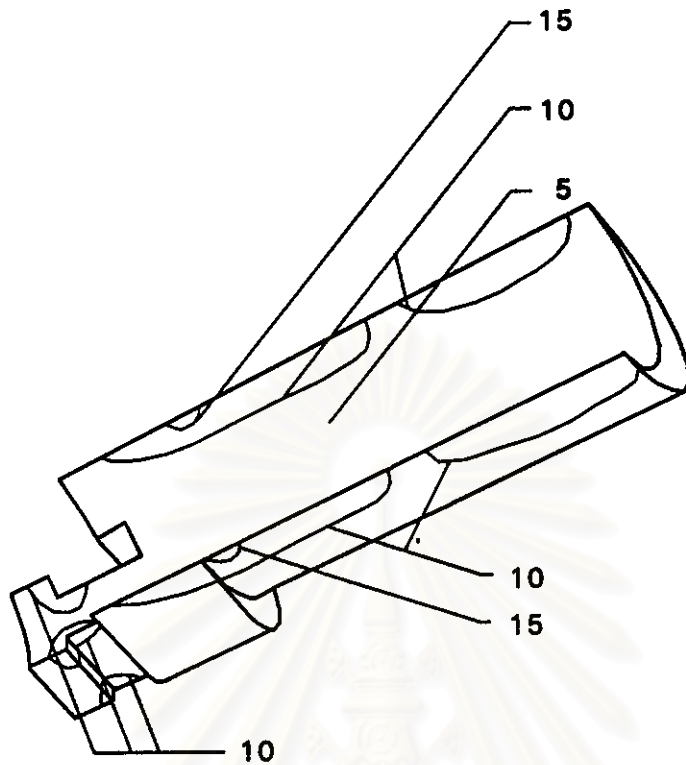
- 5.7.2ค) ไบพัตกักหันไอน้ำภายใต้อุณหภูมิอย่างเดีย
ลักษณะของอุณหภูมิบนไบพัตกักหันไอน้ำ ได้แสดงในรูปที่ 5.14



รูปที่ 5.14 ไบพัตกักหันไอน้ำ ภายใต้อุณหภูมิซึ่งแปรผันตามแกน x

การกระจายของอุณหภูมิดังแสดงในรูปที่ 5.14 อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลที่แปรผันตามแกน x โดยมีค่าอุณหภูมิที่ปลายทั้งสองด้านดังแสดงในรูปที่ 5.13 คือ $T_1 = 82^\circ\text{C}$ และ $T_2 = 194^\circ\text{C}$

เมื่อทำการวิเคราะห์ปัญหาในรูปที่ 5.14 ด้วยโปรแกรม SOLID3D แล้ว ก่อให้เกิดผลลัพธ์ของการเสียรูปและการกระจายของความเค้นแบบ Von Mises ดังแสดงในรูปที่ 5.15

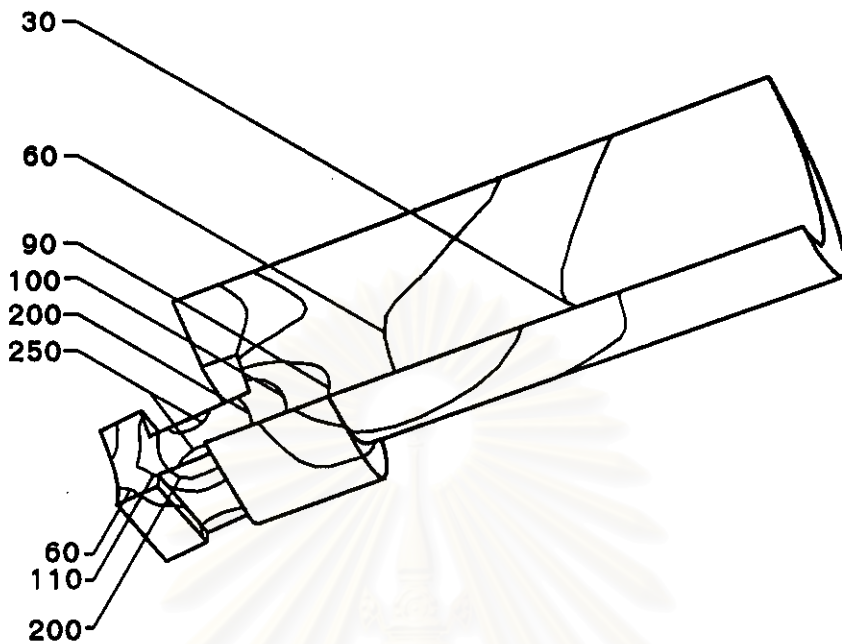


รูปที่ 5.15 ลักษณะการกระจายความเค้นแบบ Von Mises, MN/m^2 และการเสียรูปที่เกิดขึ้นบนใบพัดกังหันไอน้ำ ภายใต้อุณหภูมิซึ่งแปรผันตามแกน x ดังแสดงในรูปที่ 5.14

หากพิจารณาผลจากคำนวณในรูปที่ 5.15 จะพบว่าความเค้นที่เกิดขึ้นเนื่องจากอุณหภูมิมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับผลเนื่องจากความดันหรือแรงเหวี่ยงรอบตัวเอง ทั้งนี้เนื่องจากเหตุผลที่ว่าอุณหภูมิซึ่งเปลี่ยนแปลงไปตามแกน x นั้น มีอัตราการเปลี่ยนแปลงน้อย จนเกือบเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง ซึ่งถ้าหากลักษณะการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิมิมีความสัมพันธ์เป็นเชิงเส้นตรงแล้ว จะไม่ก่อให้เกิดความเค้น [John, D. J., 1965]

5.7.2ง) ใบพัดกังหันไอน้ำภายใต้ความเค้น แรงเหวี่ยงรอบตัว และอุณหภูมิกระทำร่วมกัน

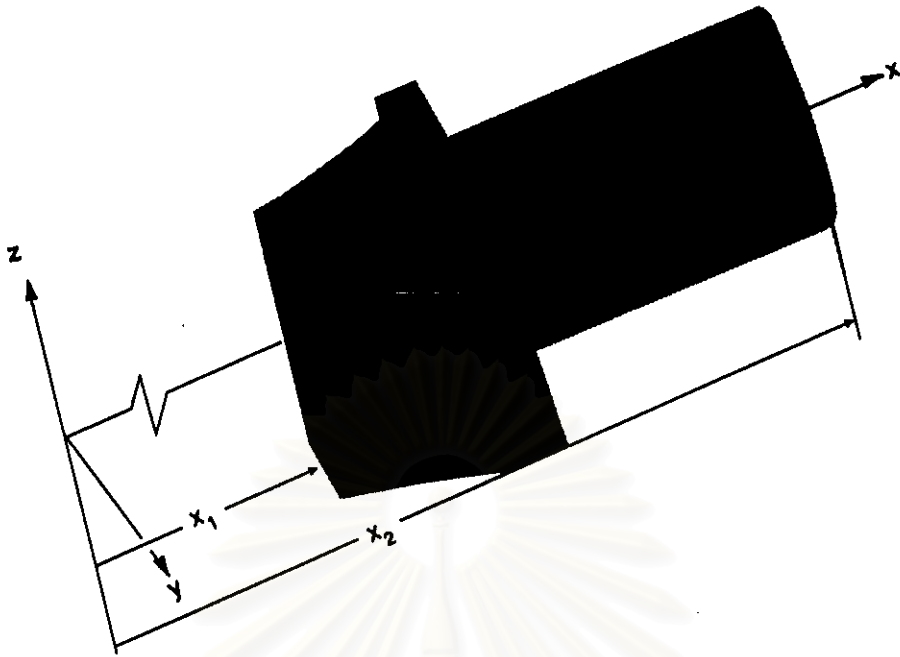
เมื่อพิจารณาใบพัดกังหันไอน้ำซึ่งทำงานภายใต้สภาวะร่วมกันทั้งหมดระหว่างความดันในหัวข้อ 5.7.2ก แรงเหวี่ยงด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่รอบแกน z ในหัวข้อ 5.7.2ข และอุณหภูมิซึ่งแปรผันตามแกน x ในหัวข้อ 5.7.2ค ด้วยโปรแกรม SOLID3D แล้ว จะได้ลักษณะการกระจายของความเค้นแบบ Von Mises และการเสียรูป ดังแสดงในรูปที่ 5.16



รูปที่ 5.16 ลักษณะการกระจายของความเค้นแบบ Von Mises, MN/m^2 และการเสียรูปที่เกิดขึ้นบนใบพัดกังหันไอน้ำ เมื่อทำงานภายใต้สภาวะร่วมกัน ระหว่างความดันคงที่ รูปที่ 5.10 อัตราเร็วเชิงมุมคงที่ รูปที่ 5.12 และ อุณหภูมิซึ่งแปรผันตามแกน x รูปที่ 5.14

ผลจากการคำนวณดังแสดงในรูปที่ 5.16 แสดงให้เห็นว่าแนวโน้มของความเค้นสูงนั้นเกิดขึ้นที่บริเวณคอของใบพัดกังหันไอน้ำ ดังนั้นในสภาวะการทำงานจริง ซึ่งมีทั้งความดัน อุณหภูมิ และแรงเหวี่ยงรอบตัวเอง หากเกิดความเสียหายขึ้น ตำแหน่งที่เกิดการเสียหายก่อนของใบพัดกังหันไอน้ำ จึงควรจะเป็นบริเวณคอของใบพัดกังหันไอน้ำ

5.7.3 การประยุกต์ใช้โปรแกรม SOLID3D กับปัญหาใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ ใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ ที่นำมาวิเคราะห์มีรูปร่างดังแสดงในรูปที่ 5.17



รูปที่ 5.17 ไบพัดก๊าซเทอร์ไบน์

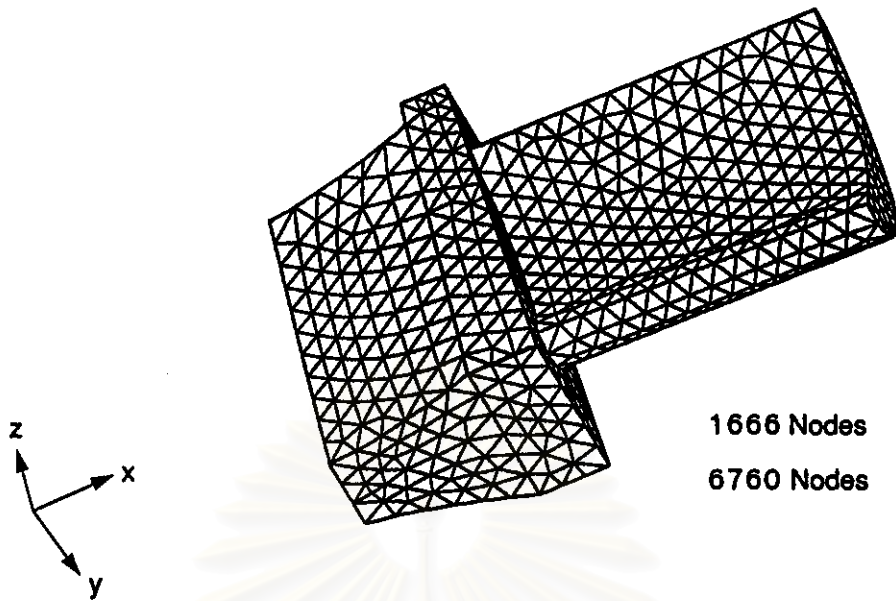
ไบพัดก๊าซเทอร์ไบน์นี้จะทำจากวัสดุ Udimet 520 ซึ่งเป็นโลหะจำพวก Super alloy ทนความร้อนได้สูงมาก และมีค่าความเค้นที่จุดคราก (Yield strength) ถึง 520 MPa โดยมีคุณสมบัติต่างๆของวัสดุดังกล่าว มีดังต่อไปนี้

ค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวทางความร้อน	$(\alpha) = 16.1 \times 10^{-6} \text{ } /^{\circ}\text{C}$
ค่าอัตราส่วนปัวส์ซอง	$(\nu) = 0.36$
ค่าความหนาแน่นของวัสดุ	$(\rho) = 8190 \text{ Kg/m}^3$
ค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่น	$(E) = 161 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
ระดับอุณหภูมิที่วัสดุไม่เกิดความเค้น	$(T_0) = 0^{\circ}\text{C}$

ขนาดของไบพัดนี้ได้แสดงคร่าว ๆ ในรูปที่ 5.16 คือ

ระยะ	$x_1 = 0.9 \text{ m}$
	$x_2 = 1.113 \text{ m}$

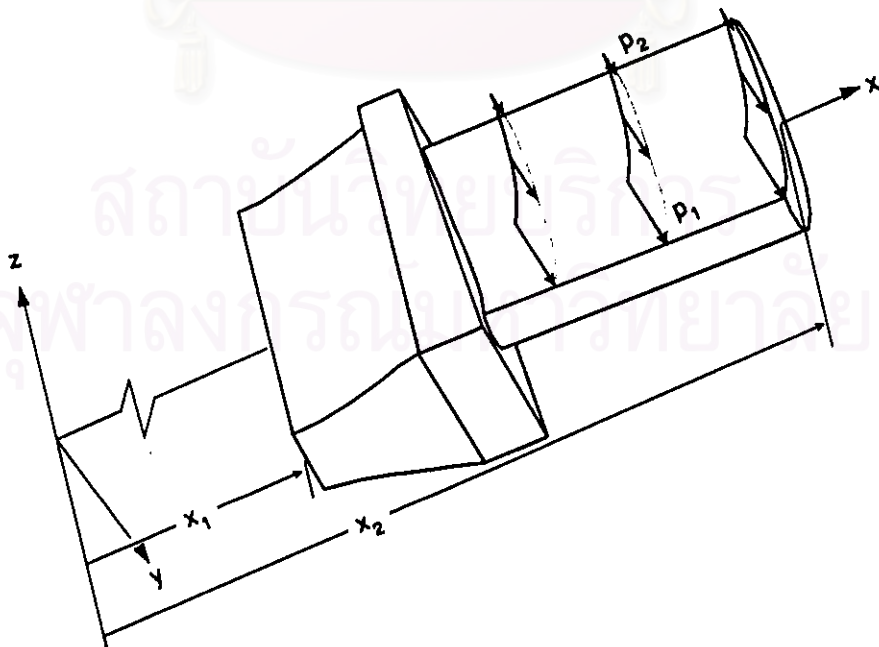
ในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยการใช้โปรแกรม SOLID3D เริ่มจากการแบ่งปัญหาในรูปที่ 5.17 ออกเป็น 1666 จุดต่อ 6760 เอลิเมนต์ ดังแสดงในรูปที่ 5.18



รูปที่ 5.18 การจัดแบ่งเอลิเมนต์ของใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ในรูปที่ 5.17

เนื่องจากใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ต้องทำงานภายใต้ความดัน แรงเหวี่ยงรอบตัวเอง และ อุณหภูมิ ในเชิงเดียวกับใบพัดกังหันไอน้ำ จึงทำการคำนวณโดยแยกพิจารณาเป็น 4 กรณี เช่นเดียวกัน คือ พิจารณาภายใต้ความดัน แรงเหวี่ยงรอบตัวเอง และอุณหภูมิ เพียงอย่างเดียว ซึ่งแยกเป็น 3 กรณี และกรณีสุดท้ายจึงรวมโหนดทั้งหมดเข้าด้วยกัน ดังมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

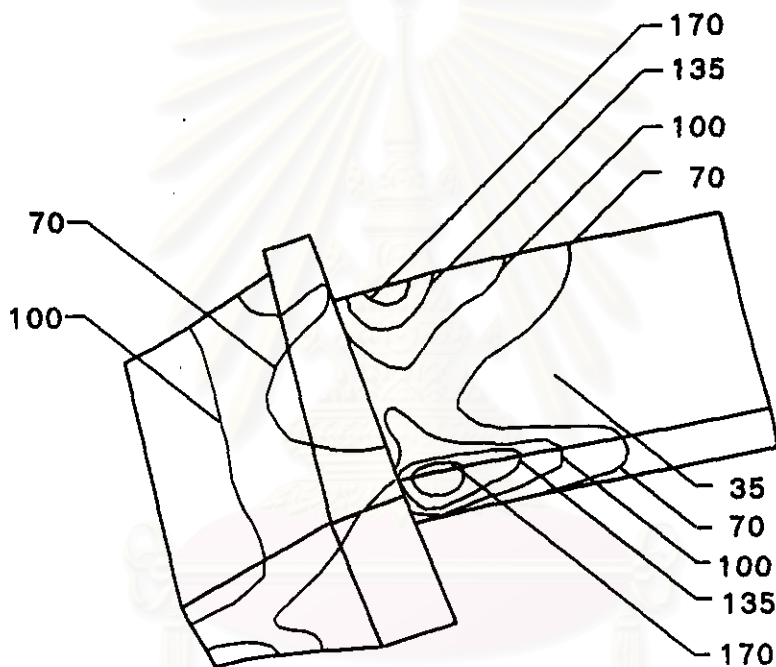
5.7.3ก) ใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ภายใต้ความดันกระทำเพียงอย่างเดียว ลักษณะของความดันที่กระทำกับใบพัด ได้แสดงในดังรูปที่ 5.19



รูปที่ 5.19 ใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ภายใต้ความดันตั้งฉากกับผิวหน้า ซึ่งแปรผันตามแกน z

เนื่องจาก ไบพัตก๊าซเทอร์ไบน์ที่นำมาวิเคราะห์ เป็นแบบ Reaction (Church, E. F., 1950) ซึ่งลักษณะความดันที่กระทำกับไบพัตนั้นไม่เท่ากันตลอดผิวหน้า กล่าวคือจะมีความดันสูง (p_1) ทางเข้า จากนั้นความดันจะลดลง เพื่อก่อให้เกิดปรากฏการณ์ Reaction กลายเป็นความดันที่ทางออก (p_2) ดังแสดงในรูปที่ 5.19 ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการจำลองลักษณะความดันดังกล่าว โดยให้ความดันที่กระทำอยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล ตามแกน z โดย $p_1 = 4 \text{ MPa}$ และ $p_2 = 0.55 \text{ MPa}$

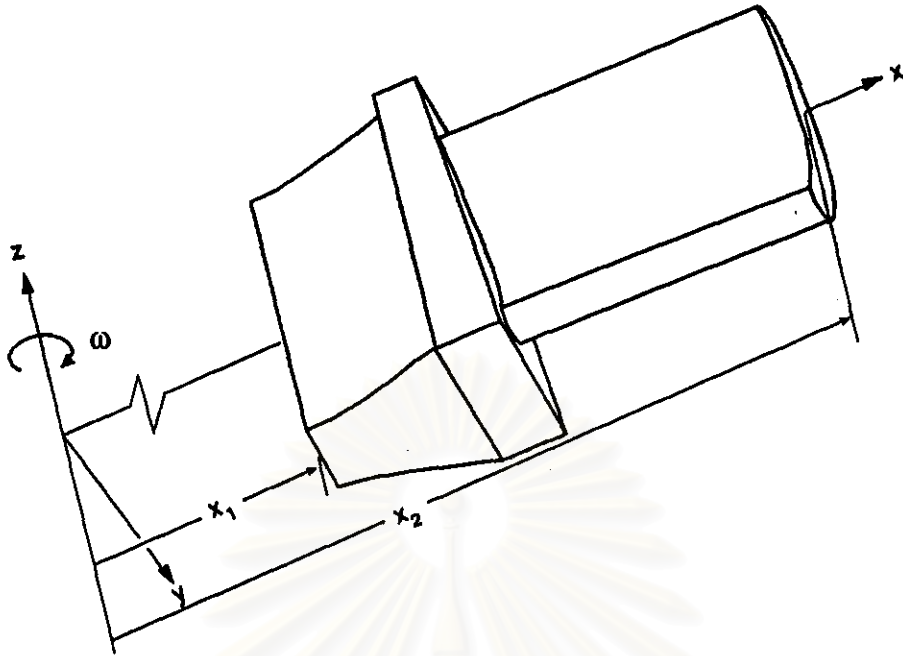
เมื่อทำการวิเคราะห์ปัญหาในรูปที่ 5.19 ด้วยโปรแกรม SOLID3D แล้ว ก่อให้เกิดผลลัพธ์ของการเสียรูปและความเค้นแบบ Von Mises ดังแสดงในรูปที่ 5.20



รูปที่ 5.20 ลักษณะการกระจายของความเค้นแบบ Von Mises, MN/m^2 และการเสียรูปที่เกิดขึ้นกับไบพัตก๊าซเทอร์ไบน์ ภายใต้ความดันแบบแปรผันตามแกน z ดังแสดงในรูปที่ 5.19

จากผลการคำนวณในรูปที่ 5.20 แสดงให้เห็นว่าความดันมีผลให้เกิดความเค้นสูงบริเวณขอบด้านข้างใกล้ฐานของไบพัต (170 MN/m^2)

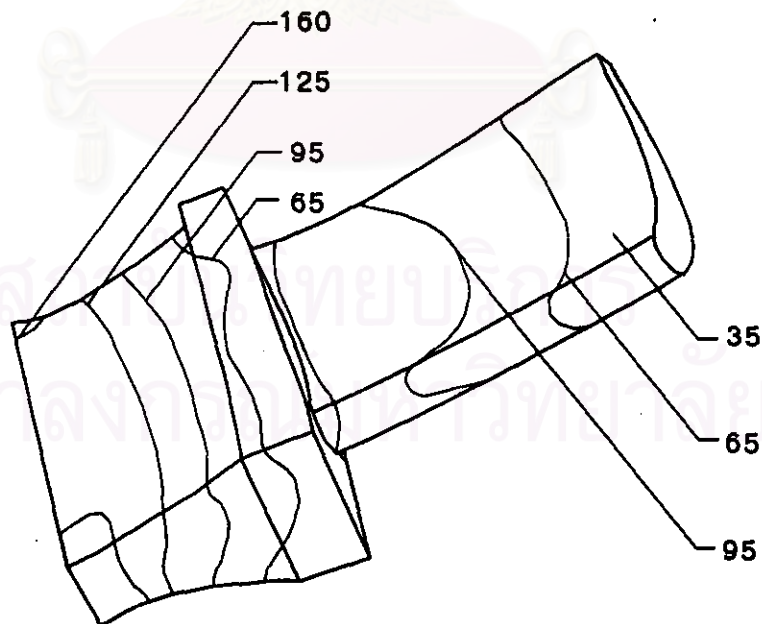
5.7.3ข) ไบพัตก๊าซเทอร์ไบน์ภายใต้แรงเหวี่ยงรอบตัวเองได้แสดงดังรูปที่ 5.21



รูปที่ 5.21 ไบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ภายใต้ความเร็วเชิงมุมคงที่รอบแกน z

โดยแรงเหวี่ยงรอบตัวเองด้วยความเร็วเชิงมุม ω ดังแสดงในรูปที่ 5.21 นั้น มีค่าเป็น 3000 rpm หรือ 314.16 rad/s

หลังจากทำการคำนวณปัญหาในรูปที่ 5.21 ด้วยโปรแกรม SOLID3D ก่อให้เกิดผลลัพธ์ของการเสียรูปและความเค้นแบบ Von Mises ดังแสดงในรูปที่ 5.22

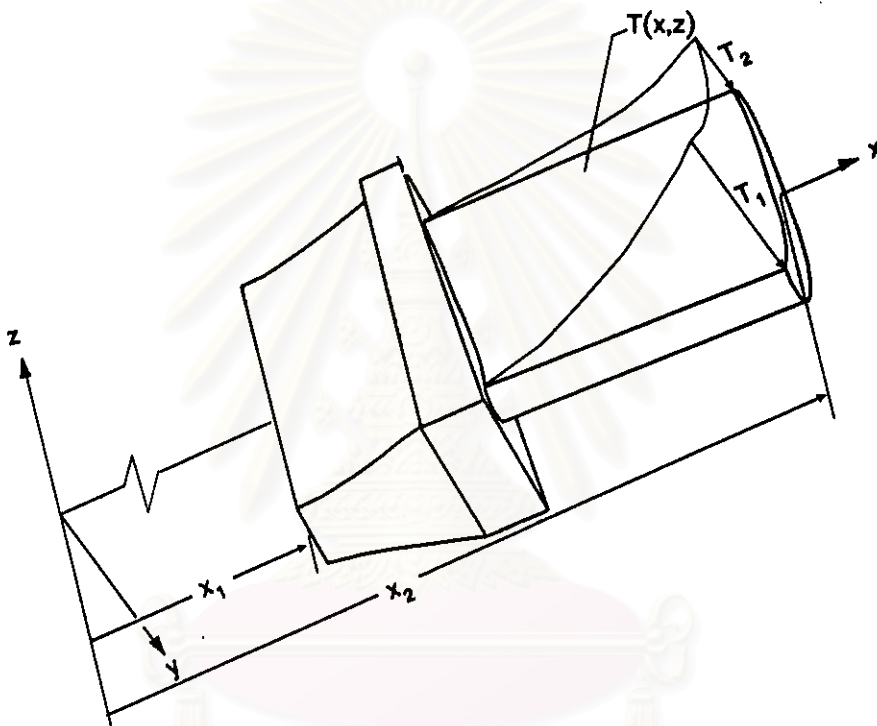


รูปที่ 5.22 ลักษณะการกระจายของความเค้นแบบ Von Mises, MN/m^2 และการเสียรูปที่เกิดขึ้นกับไบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ภายใต้ความเร็วเชิงมุมคงที่รอบแกน z ดังแสดงในรูปที่ 5.21

รูปที่ 5.22 แสดงถึงการเสียรูปนั้นเป็นไปในลักษณะที่ทำให้จุดรวมน้ำหนักของวัตถุ (Center of Mass) อยู่ในแนวเดียวกับแนวแรงเหวี่ยง เห็นได้อย่างค่อนข้างชัดเจน ส่วนความเค้นที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงเหวี่ยงรอบตัวเองพบว่า มีความเค้นสูงบริเวณฐานของใบพัดและที่โคนของใบพัด

5.7.3ค) ใบพัดก๊าซเทอร์โบในภายใต้อุณหภูมิ

ลักษณะของอุณหภูมิที่กระทำบนใบพัดแสดงได้ดังรูปที่ 5.23

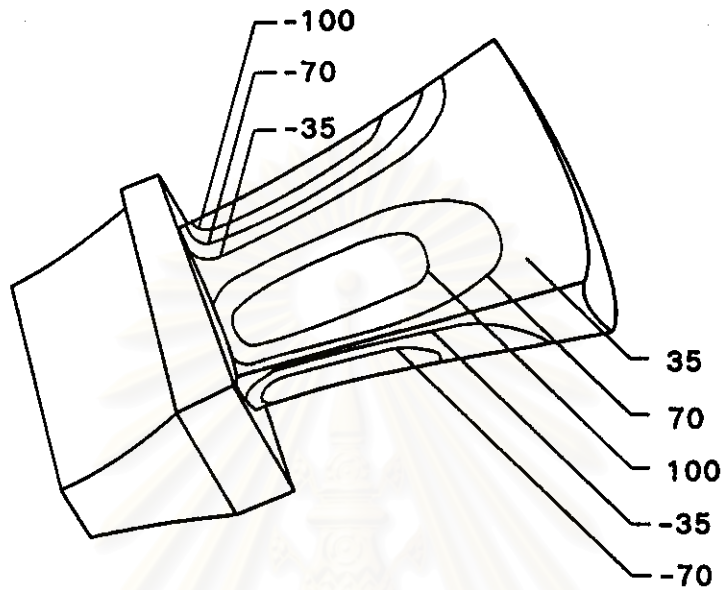


รูปที่ 5.23 ใบพัดก๊าซเทอร์โบในภายใต้อุณหภูมิซึ่งแปรผันตามแกน x และแกน z

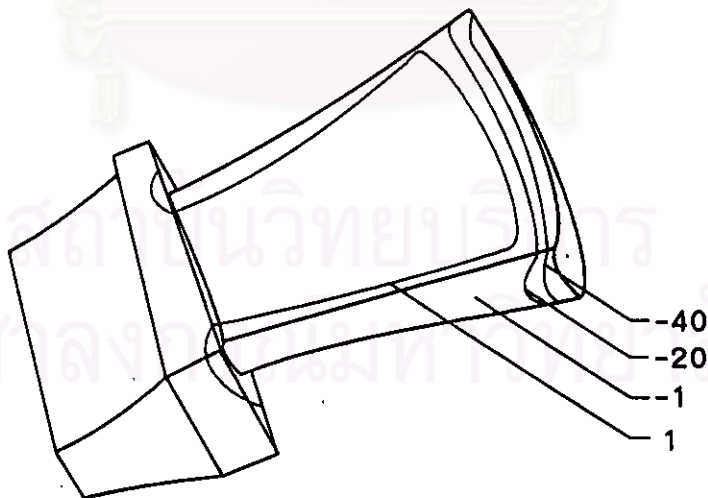
ลักษณะของอุณหภูมิที่กระทำบนใบพัดได้แสดงในรูปที่ 5.23 ซึ่งมีการกระจายในรูปแบบของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลที่แปรผันตามแกน x และแกน z โดยมี $T_1 = 850^{\circ}\text{C}$ และ $T_2 = 700^{\circ}\text{C}$ โดยการคำนวณลักษณะของอุณหภูมิดังกล่าว มีจุดประสงค์เพื่อให้เห็นศักยภาพของโปรแกรมในการคำนวณผลของความเค้นอันเนื่องมาจากการกระจายของอุณหภูมิซึ่งมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิสูง (temperature gradient) ในลักษณะที่หลากหลาย โดยไม่ได้คำนึงถึงส่วนของฐานใบพัดซึ่งในที่นี้สมมติให้มีลักษณะเป็นฉนวน

หลังจากทำการคำนวณปัญหาดังกล่าวด้วยโปรแกรม SOLID3D พบว่าเกิดลักษณะการกระจายของความเค้นแบบ compressive และความเค้นแบบ tensile ในลักษณะที่น่าสนใจ อันเนื่องมาจากการกระจายของอุณหภูมิตั้งแต่โคนใบพัดถึงหน้าดิ่งแสดงในรูปที่

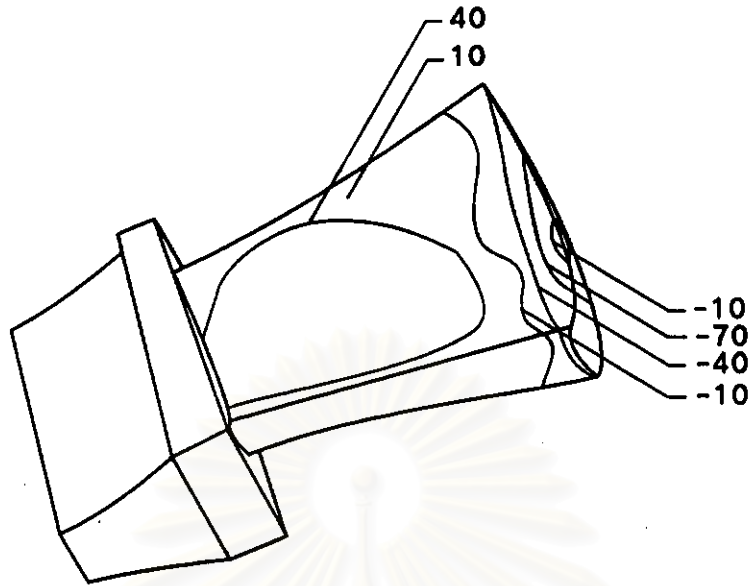
5.23 นั้น มีการกระจายของอุณหภูมิซึ่งแปรผันทั้งในแนวแกน x และแกน z จึงแสดงการกระจายของความเค้นในแนวแกน x ในแนวแกน y และแนวแกน z เพื่อแสดงลักษณะของความเค้นดังกล่าว ดังในรูปที่ 5.24 รูปที่ 5.25 และรูปที่ 5.26 ตามลำดับ



รูปที่ 5.24 ลักษณะการกระจายของความเค้นในแนวแกน x , MN/m^2 และการเสียรูปที่เกิดขึ้นกับไบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ ภายใต้อุณหภูมิซึ่งแปรผันตามแกน x และแกน z ดังแสดงในรูปที่ 5.23

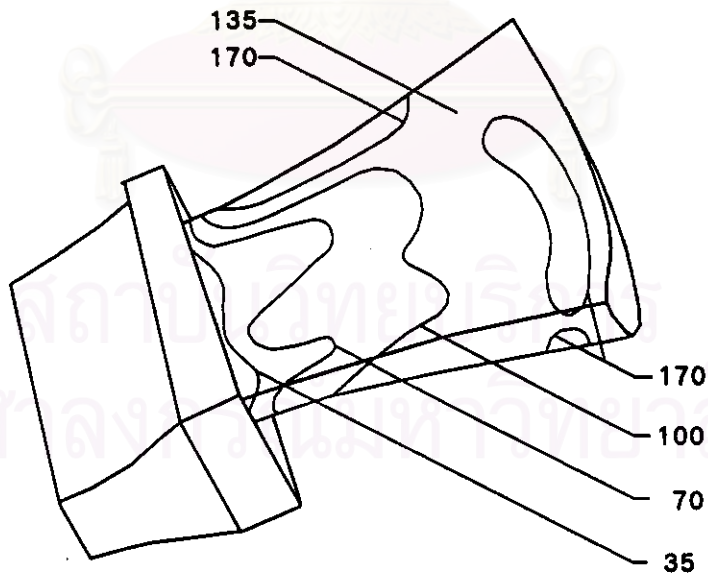


รูปที่ 5.25 ลักษณะการกระจายของความเค้นในแนวแกน y , MN/m^2 และการเสียรูปที่เกิดขึ้นกับไบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ ภายใต้อุณหภูมิซึ่งแปรผันตามแกน x และแกน z ดังแสดงในรูปที่ 5.23



รูปที่ 5.26 ลักษณะการกระจายของความเค้นในแนวแกน z, MN/m^2 และการเสียรูปที่เกิดขึ้นกับใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ ภายใต้อุณหภูมิซึ่งแปรผันตามแกน x และแกน z ดังแสดงในรูปที่ 5.23

ส่วนการกระจายของความเค้นโดยรวมของแนวแกนต่างๆ พิจารณาได้จากการกระจายของความเค้นแบบ Von Mises และการเสียรูป ดังแสดงในรูปที่ 5.27



รูปที่ 5.27 ลักษณะการกระจายของความเค้นแบบ Von Mises, MN/m^2 และการเสียรูปที่เกิดขึ้นกับใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ ภายใต้อุณหภูมิซึ่งแปรผันตามแกน x และแกน z ดังแสดงในรูปที่ 5.23

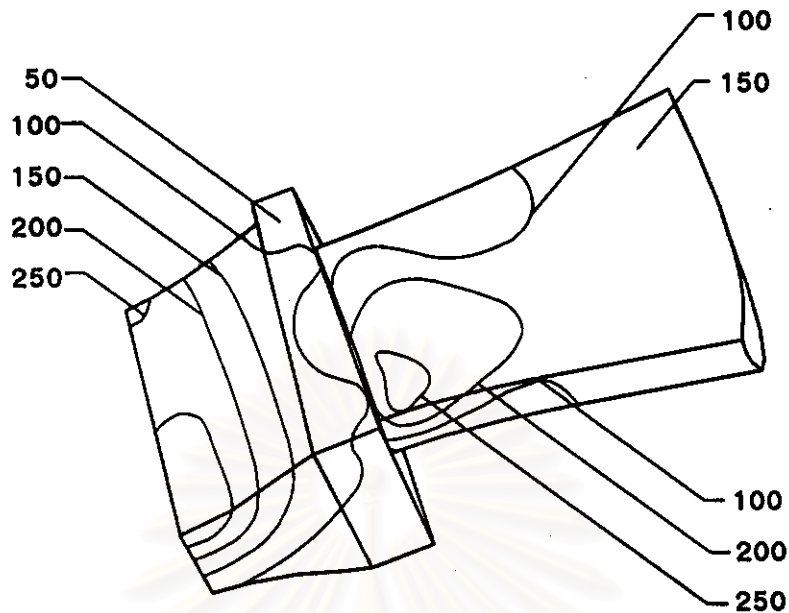
จากผลการแสดงการกระจายของความเค้นแบบ Von Mises ในรูปที่ 5.27 เมื่อพิจารณาจะพบว่าลักษณะความเค้นสูงกระจายอยู่ทั่วใบพัด ลักษณะเช่นนี้เป็นผลมาจากอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่ค่อนข้างสูง เหตุนี้เองทำให้การออกแบบก๊าซเทอร์ไบน์ในความเป็นจริง จะมีรูเล็ก ๆ ระบายความร้อนจากฐานใบพัด (Base) จนถึงโคนใบพัด (Tip) เพื่อช่วยลดอุณหภูมิ และลดอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ ทำให้สามารถลดความเค้นอันเนื่องมาจากอุณหภูมิได้ สำหรับการวิเคราะห์ในที่นี้ผู้วิจัยไม่ได้สร้างแบบจำลองให้มีรูระบายภายใน เนื่องมาจากหากจะจำลองเช่นนั้นจะต้องมีการสร้างเอลิเมนต์ และจุดต่อเพิ่มขึ้นเป็นจำนวนมาก ซึ่งมีผลโดยตรงต่อการคำนวณ เนื่องจากต้องการหน่วยความจำบนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่สูงมาก

5.7.3ง) ใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ภายใต้ความดัน แรงเหวี่ยงรอบตัว และอุณหภูมิกระทำร่วมกัน

ในสภาวะการทำงานจริง ใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์จะทำงานภายใต้สภาวะร่วมกันระหว่าง ความดันในหัวข้อ 5.7.3ก แรงเหวี่ยงรอบตัวเองด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่รอบแกน x ในหัวข้อ 5.7.3ข และอุณหภูมิซึ่งแปรผันตามแกน x และ z ในหัวข้อ 5.7.3ค

หลังจากทำการคำนวณใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ภายใต้สภาวะร่วมกันดังกล่าว ด้วยโปรแกรม SOLID3D แล้ว จะได้ลักษณะการกระจายความเค้นแบบ Von Mises และการเสียรูป ดังแสดงในรูปที่ 5.28 ซึ่งแสดงถึงความเค้นสูงที่บริเวณโคนของใบพัดและบริเวณฐานของใบพัด (250 MN/m^2) โดยความเค้นสูงบริเวณโคนของใบพัดเป็นผลเนื่องมาจากความดัน ส่วนความเค้นสูงบริเวณฐานของใบพัด เป็นผลเนื่องจากแรงเหวี่ยงรอบตัวเอง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.28 ลักษณะการกระจายของความเค้นแบบ Von Mises, MN/m² และการเสียรูปที่เกิดขึ้นบนใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ เมื่อทำงานภายใต้สภาวะร่วมกันระหว่างความดันคงที่ รูปที่ 5.19 อัตราเร็วเชิงมุมคงที่ รูปที่ 5.21 และอุณหภูมิซึ่งแปรผันตามแกน x และแกน z รูปที่ 5.23

จากการวิเคราะห์หาค่าการเสียรูปและความเค้นในปัญหาตัวอย่างในใบพัดกังหันไอน้ำ และใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ ทำให้ทราบถึงตำแหน่งที่ควรระวังในการเกิดความเสียหาย นำไปสู่ประโยชน์การปรับปรุงสภาวะการทำงาน หรือทำนายอายุใช้งาน ในขณะเดียวกันโปรแกรม SOLID3D ที่ประดิษฐ์ขึ้นนี้ สามารถนำไปคำนวณหาค่าการเสียรูปและความเค้นของของแข็งทรงตันในรูปทรงอื่น ที่มีสภาวะการทำงานภายใต้ความดัน อุณหภูมิแรงเหวี่ยงรอบตัวเอง หรือมีแรงกระทำที่ตำแหน่งต่างๆได้เช่นเดียวกัน

ส่วนข้อเสนอแนะสำหรับแนวทางในการปรับปรุงรูปร่างของใบพัดกังหันไอน้ำ และใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ดังตัวอย่างข้างต้นนั้น จะต้องพิจารณาโดยไม่ให้มีผลกระทบทางด้านพลศาสตร์ (aerodynamic effect) และเป็นไปในแนวทางที่ทำให้ลักษณะความเค้นกระจายอย่างค่อนข้างสม่ำเสมอตลอดใบพัด (Cohen, H., Rogers G.F.C., Saravanamuttoo, H.I.H.)

สำหรับใบพัดกังหันไอน้ำดังแสดงในรูปที่ 5.16 และใบพัดก๊าซเทอร์ไบน์ดังแสดงในรูปที่ 5.28 พบว่าความเค้นสูงมากบริเวณฐานของใบพัด และความเค้นค่อยๆ น้อยลงมาเรื่อยๆ ในส่วนของใบพัดไปทางปลายของใบพัด ซึ่งพบว่าลักษณะการกระจายของความเค้นในลักษณะดังกล่าวไม่สม่ำเสมอ และเนื่องจากการที่ส่วนของใบพัดเกิดความเค้น

น้อย ดังนั้นแนวทางในการปรับปรุงรูปร่างของใบพัดกังหันไอน้ำในหัวข้อ 5.7.2 และใบพัด ก๊าซเทอร์ไบน์ในหัวข้อ 5.7.3 คือพยายามปรับปรุงให้รูปร่างของใบพัดให้มีลักษณะเรียวยาว จากโคนใบพัดไปจนถึงปลายของใบพัด ซึ่งการปรับปรุงรูปร่างของใบพัดดังกล่าวมีผลให้ ส่วนของใบพัดมีความเค้นสูงขึ้นจากเดิมซึ่งเกิดความเค้นน้อย และส่งผลให้ลักษณะการ กระจายของความเค้นมีความสม่ำเสมอยิ่งขึ้นด้วย



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย