

มอดูล เอฟ-ซีเอส-ริกคาร์ต

นางสาวจุฬาลักษณ์ แก้วหวังสกุล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2560

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

F-CS-RICKART MODULES

Miss Julalak Kaewwangsakoon

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy Program in Mathematics

Department of Mathematics and Computer Science

Faculty of Science


Chulalongkorn University

Academic Year 2017

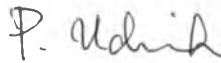
Copyright of Chulalongkorn University

Thesis Title *F-C*-RICKART MODULES*
By Miss Julalak Kaewwangsakoon
Field of Study Mathematics
Thesis Advisor Assistant Professor Sajee Pianskool, Ph.D.

Accepted by the Faculty of Science, Chulalongkorn University in Partial
Fulfillment of the Requirements for the Doctoral Degree

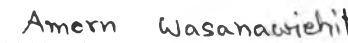
 Dean of the Faculty of Science
(Associate Professor Polkit Sangvanich, Ph.D.)

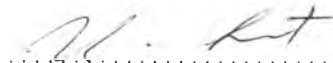
THESIS COMMITTEE

 Chairman
(Professor Patanee Udomkavanich, Ph.D.)

 Thesis Advisor
(Assistant Professor Sajee Pianskool, Ph.D.)

 Examiner
(Professor Yotsanan Meemark, Ph.D.)

 Examiner
(Associate Professor Amorn Wasanawichit, Ph.D.)

 External Examiner
(Associate Professor Utsanee Leerawat, Ph.D.)

จุฬาลักษณ์ แก้วห้วงสกุล: มอดูล เอฟ-ซีเอส-ริกคาร์ต. (F -CS-RICKART MODULES)

อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ : ผศ.ดร. ศจี เพ็ชรสกุล, 69 หน้า.

ให้ M เป็นมอดูลเหนือริงที่มีเอกลักษณ์ และ F เป็นมอดูลย่อยของ M ที่ไม่แปรเปลี่ยนครบถ้วน มอดูล M เป็นมอดูล เอฟ-ซีเอส-ริกคาร์ต ถ้า $f^{-1}(F)$ เป็นมอดูลย่อยหลักของส่วนของผลบวกตรงของ M สำหรับทุก $f \in \text{End}(M)$ นอกจากนี้ M เป็นมอดูล เอฟ-คู่กัน-ซีเอส-ริกคาร์ต ถ้า $f(F)$ อยู่เหนือส่วนของผลบวกตรงของ M สำหรับทุก $f \in \text{End}(M)$

ในวิทยานิพนธ์นี้เราศึกษาสมบัติบางประการและลักษณะเฉพาะของมอดูล เอฟ-ซีเอส-ริกคาร์ต และมอดูล เอฟ-คู่กัน-ซีเอส-ริกคาร์ต ยิ่งไปกว่านั้น เราพิสูจน์ว่า มอดูลเอฟ-ซีเอส-ริกคาร์ต และมอดูล เอฟ-คู่กัน-ซีเอส-ริกคาร์ตใดๆ สามารถเขียนในรูปผลบวกตรงของสองมอดูลย่อยซึ่งมอดูลย่อยหนึ่งนั้นสัมพันธ์กับ F และอีกมอดูลย่อยเป็นมอดูล เอฟ-ซีเอส-ริกคาร์ต (มอดูล เอฟ-คู่กัน-ซีเอส-ริกคาร์ต) นอกจากนี้ เราศึกษามอดูล เอฟ-ซีเอส-ริกคาร์ต เมื่อมอดูลเหล่านั้นเป็นมอดูลเชิงภาพฉาย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เราศึกษามอดูล $Z(M)$ -ซีเอส-ริกคาร์ต มอดูล $Z_2(M)$ -ซีเอส-ริกคาร์ต และมอดูล $Z^*(M)$ -ซีเอส-ริกคาร์ต

ภาควิชา.....คณิตศาสตร์และ.....ลายมือชื่อนิสิต.....^{จุฬาลักษณ์}
วิทยาการคอมพิวเตอร์.....
 สาขาวิชา.....คณิตศาสตร์.....ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก.....
 ปีการศึกษา.....2560.....

5572807923 : MAJOR MATHEMATICS

KEYWORDS : F-CS-RICKART MODULE / ESSENTIAL SUBMODULE /
SMALL SUBMODULE / DIRECT SUMMAND

JULALAK KAEWWANGSAKOON : F-CS-RICKART MODULES

ADVISOR : ASST. PROF. SAJEE PIANSKOOL, Ph.D., 69 pp.

Let M be a module over a ring with identity and F be a fully invariant submodule of M . A module M is an *F-CS-Rickart module* if $f^{-1}(F)$ is an essential submodule of a direct summand of M for any $f \in \text{End}(M)$. In addition, M is an *F-dual-CS-Rickart module* if $f(F)$ lies above in a direct summand of M for any $f \in \text{End}(M)$.

In this dissertation, some properties and characterizations of *F-CS-Rickart* modules and *F-dual-CS-Rickart* modules are investigated. Moreover, we prove that any *F-CS-Rickart* modules and *F-dual-CS-Rickart* modules can be written as a direct sum of two submodules such that one of them relates to F and the other one is a CS-Rickart module (dual-CS-Rickart module). Furthermore, we study *F-CS-Rickart* modules when they are projective modules. In particular, we explore $Z(M)$ -CS-Rickart modules, $Z_2(M)$ -CS-Rickart modules and $Z^*(M)$ -CS-Rickart modules.

Department : Mathematics and Student's Signature จุฬาลักษณ์
..... Computer Science

Field of Study : Mathematics Advisor's Signature Sajee Pianskool

Academic Year : 2017

ACKNOWLEDGEMENTS

I would like to express my gratitude to my advisor, Dr. Sajee Pianskul, for her supervision and moral support throughout my graduate years. Her generous guidance extends from academic matters to personal issues. She has always been there for me through the tough times as my advisor, respectable relative, as well as good friend.

I also acknowledge Professor Dr. Patanee Udomkavanich, the chairman, Professor Dr. Yotsanan Meemark, Associate Professor Dr. Amorn Wasanawichit, and Associate Professor Dr. Utsanee Leerawat, the thesis committees, for their invaluable comments and guidance.

My sincere thanks also goes to my family and friends for their encouragement and motivation.

Finally, I wish to thank The Development and Promotion of Science and Technology Talents Project (DPST) for financial assistance throughout my graduate study.

CONTENTS

| | page |
|--|------|
| ABSTRACT IN THAI | iv |
| ABSTRACT IN ENGLISH | v |
| ACKNOWLEDGEMENTS | vi |
| CONTENTS | vii |
| CHAPTER | |
| I INTRODUCTION | 1 |
| II PRELIMINARIES | 5 |
| 2.1 Sums of Modules | 5 |
| 2.2 Essential Submodules | 11 |
| 2.3 Small Submodules | 13 |
| 2.4 Projective Modules | 14 |
| III F -CS-Rickart Modules | 15 |
| 3.1 Properties of F -CS-Rickart Modules | 16 |
| 3.2 Relatively F -CS-Rickart Modules..... | 32 |
| 3.3 $Z(M)$, $Z_2(M)$ and $Z^*(M)$ -CS-Rickart Modules | 34 |
| 3.4 Projective F -CS-Rickart Modules..... | 38 |
| IV F -Dual-CS-Rickart Modules..... | 51 |
| 4.1 Properties of F -Dual-CS-Rickart Modules | 52 |
| 4.2 Relatively F -Dual-CS-Rickart Modules | 64 |
| REFERENCES | 67 |
| VITA | 69 |