ระบบติดตามอนุภาคใน 3 มิติโดยใช้ภาพสเตอริโอ

นายวันชัย ล่องธารทอง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2548

ISBN 974-17-5892-8

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A 3D PARTICLE TRACKING SYSTEM USING STEREO VISION

Mr.Wanchai Longthanthong

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering Program in Mechanical Engineering

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic year 2005

ISBN 974-17-5892-8

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ระบบติดตามอนุภาคใน 3 มิติโดยใช้ภาพสเตอริโอ
โดย	นายวันชัย ล่องธารทอง
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รัชทิน จันทร์เจริญ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ชัยโรจน์ คุณพนิชกิจ)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิทยา วัณณสุโภประสิทธิ์)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นายวันชัย ล่องธารทอง : ระบบติดตามอนุภาคใน 3 มิติโดยใช้ภาพสเตอริโอ (A 3D PARTICLE TRACKING SYSTEM USING STEREO VISION) อ. ที่ปรึกษา : รศ.ดร. วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ, 113 หน้า. ISBN 974-17-5892-8.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นการพัฒนาระบบติดตามอนุภาคใน 3 มิติโดยใช้ภาพสเตอริโอ จากกล้องวิดีโอความเร็วสูง 2 ตัว โดยกล้องแต่ละตัวมีอัตราเฟรมสูงสุด 30 Hz และติดตั้งอยู่บนปลายแขนหุ่นยนต์ 2 แกนซึ่งขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรง เป็นการจำลองการมองเห็นของมนุษย์ที่สามารถรับรู้ถึงข้อมูล 3 มิติของวัตถุที่เห็น จากข้อมูลพารามิเตอร์ของกล้องและข้อมูลภาพที่ได้จากกล้องทั้งสองตัวสามารถนำมาคำนวณหาตำแหน่งใน 3 มิติได้ ข้อมูล 3 มิติของตำแหน่งดังกล่าวนี้สามารถแปลงเป็นชุดคำสั่งสำหรับควบคุมแขนหุ่นยนต์เพื่อติดตามวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ได้ ในงานวิทยานิพนธ์นี้ได้ครอบคลุมถึงทฤษฎีที่เกี่ยวกับระบบการมองเห็น การประมวลผลภาพ แบบจำลองของกล้องรวมถึงการสอบเทียบกล้องตัวเดียว การสอบเทียบระบบกล้องสองตัว และการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้องพร้อมกัน โดยการวิเคราะห์ทางทฤษฎีร่วมกับการทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นของฟังก์ชันผลรวมค่าความผิดพลาด 2 มิติและ 3 มิติ เพื่อให้ได้ค่าพารามิเตอร์ของกล้องและหุ่นยนต์ที่เหมาะสมที่สุด

ค่าผิดพลาดเฉลี่ยในการระบุตำแหน่ง 3 มิติจากการทดลองการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวเท่านั้นมีค่าเท่ากับ 0.24 มิลลิเมตร โดยระยะทางที่วัดประมาณ 1 เมตร ซึ่งเป็นค่าผิดพลาดที่เหมาะสมกับการนำชุดกล้องทั้งสองตัวไปใช้งานเป็นอุปกรณ์สแกน 3 มิติ และจากการทดลองการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้องพร้อมกันเท่ากับ 0.53 มิลลิเมตร โดยที่ค่าผิดพลาดสูงสุดจากทั้งสองกรณีมีค่าใกล้เคียงกันมากคือประมาณ 1 มิลลิเมตร และอัตราการติดตามอนุภาคที่ทำได้คือ 10 Hz

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....ลายมือชื่อนิสิต วันชัย ล่องธารทอง.....
สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
ปีการศึกษา....2548.....

4570529821 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEY WORD: stereo vision/ camera system calibration/ tracking/

WANCHAI LONGTHANTHONG : A 3D PARTICLE TRACKING SYSTEM USING STEREO VISION. THESIS ADVISOR : ASSOC.PROF.VIBOON SANGVERAPHUNSIRI, Ph.D, 113 pp. ISBN 974-17-5892-4.

This thesis is the development of a 3D particle tracking system using stereo vision. Two high speed cameras, with 30 Hz frame rate, are mounted on a 2-DOF robot arm. Each axis of the robot arm is actuated by a DC servo motor. The stereo vision system developed is similar to the human vision system. From camera parameters and visual image data, the 3-D coordinate of a target particle can be obtained and converted to be the feedback control parameters of the robot arm for tracking the moving target. This thesis covers the stereo vision theory, image processing, camera model, and calibration technique for a single camera and a two-camera system. The total calibration which include both the robot arm and cameras also included. Using non-linear optimization technique to minimize the total error in 2D and 3D, the suitable camera parameters can be obtained.

The maximum error in 3D, obtained from the calibration of the two-camera only, is approximate 0.24 mm. The measuring distance is approximately equal to 1 meter. This is suitable for 3D scanning application. For the total system calibration, two-camera and robot arm, the maximum error is approximate 0.53 mm. The maximum error of both cases, 2D and 3D, are approximately within the same accuracy which is approximately equal to 1 mm. The maximum frequency for tracking is limited to 10 Hz.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department....Mechanical Engineering....Student's signature Wanchai L.

Field of study..Mechanical Engineering....Advisor's signature

Academic year .....2005.....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จด้วยดีด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ รศ.ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้กรุณาเสียสละเวลามาให้คำปรึกษาและข้อคิดเห็นต่างๆ ในการทำวิจัยครั้งนี้ รวมถึงการสนับสนุนทางด้านเงินทุน อุปกรณ์และสถานที่ทำวิจัยด้วยดีมาตลอด นอกจากนี้ยังต้องขอขอบพระคุณบุคคลเหล่านี้ คุณวรพงษ์ สมพงษ์, คุณทวี งามวิไลกร, คุณราชัน ชานนท์เมือง, คุณกฤษณะ อุตมัง, คุณประสาทพร วงษ์คำช้าง, คุณกฤษฎา พนมเชิง, คุณกรรมมันต์ ชูประเสริฐ, คุณพงศกร เพชรพันธ์ศรี, คุณเกียรติศักดิ์ ศรีตระกูลชัย, คุณกฤษณันท์ มะลิทอง, คุณสมจินต์ ธนานันทศิริ, คุณจตุพร เอมอุดมและรุ่นน้องทุกคน รวมถึงบุคคลทุกคนที่มีส่วนช่วยให้งานวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จไม่ว่าจะทางตรงก็ดี ทางอ้อมก็ดี

ท้ายสุดนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณพ่อและคุณแม่ที่ได้คอยเป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนทางด้านการเรียนแก่ข้าพเจ้าอย่างดียิ่งมาโดยตลอดจนทำให้ข้าพเจ้ามีทุกวันนี้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญตาราง ..... ญ

สารบัญภาพ ..... ฏ

บทที่

1. บทนำ 1

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์ 1

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ 3

1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์ 3

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานวิทยานิพนธ์ 3

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ 4

2. ทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับระบบการมองเห็นและการประมวลผลภาพ 5

2.1 องค์ประกอบพื้นฐานสำหรับระบบการมองเห็น 5

2.2 ซีซีดีและภาพดิจิทัล 5

2.3 มาตรฐานสัญญาณวีดีโอ 6

2.4 การสแกนแบบอินเทอร์เลซ (interlaced) และโปรเกรซีฟ (progressive) 7

2.5 การประมวลผลภาพดิจิทัล 8

3. แบบจำลองของกล้องและการสอบเทียบ 22

3.1 พิกัดเอกพันธุ์ (homogeneous coordinate) 22

3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกล้องแบบรูเข็ม 22

3.3 พารามิเตอร์ภายใน 26

3.4 พารามิเตอร์ภายนอก 26

3.5 การสอบเทียบกล้อง 26

3.6 การสอบเทียบกล้องโดยใช้วัตถุสอบเทียบ 3 มิติ 28

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ หน้า

3.7 การสอบเทียบกล้องโดยใช้วัตถุสอบเทียบ 2 มิติ 29
3.8 การคำนวณโฮโมกราฟี 32
3.9 การบิดเบี้ยวเชิงรัศมี 33
3.10 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การบิดเบี้ยวเชิงรัศมี 35
3.11 ระบบสองกล้อง 35
3.12 ข้อบังคับเอพิโพลาร์ 36
3.13 เมทริกซ์เอสเซนเชียล (essential matrix) 37
3.14 เมทริกซ์หลักมูล (fundamental matrix) 38
3.15 การคำนวณหาเมทริกซ์หลักมูล 39
3.16 การคำนวณหาพิกัด 3 มิติจากภาพทั้งสอง 41
3.17 การสอบเทียบระบบกล้อง 2 ตัว 43
4. การออกแบบและวิเคราะห์หุ่นยนต์ 2 แกนติดระบบกล้อง 46
4.1 การออกแบบหุ่นยนต์ 2 แกน 46
4.2 การวิเคราะห์ฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์ (forward kinematics) 47
4.3 การสอบเทียบหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ระหว่างกล้องเทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์ 49
4.4 การแปลงพิกัด 3 มิติจากระบบกล้องให้อยู่ในแกนอ้างอิงโลก 52
4.5 การสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน 54
5. การติดตามอนุภาคใน 3 มิติ 56
5.1 การติดตามอนุภาค 56
5.2 ตัวกรองคาลมาน (Kalman Filter) 56
5.3 การวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ (inverse kinematics) 60
6. ผลการทดลอง 63
6.1 นำเรื่อง 63
6.2 ผลการทดลองการสอบเทียบกล้องตัวเดียว 67
6.3 ผลการทดลองการสอบเทียบระบบกล้องสองตัว 69
6.4 ผลการทดลองการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน 71
6.5 ผลการทดลองการติดตามอนุภาคใน 3 มิติ 77
6.6 ผลการทดลองความผิดพลาดสัมพัทธ์แบบสถิต 79

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่	หน้า
7. บทสรุป	81
7.1 สรุปผลการวิจัย	81
7.2 ข้อเสนอแนะ	83
รายการอ้างอิง	84
ภาคผนวก	86
ภาคผนวก ก อุปกรณ์ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์	87
ภาคผนวก ข โปรแกรมประยุกต์ที่พัฒนาขึ้น	90
ภาคผนวก ค คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง	95
ภาคผนวก ง ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวครั้งที่ 1	99
ภาคผนวก จ ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันครั้งที่ 1	106
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	113

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตาราง หน้า

4.1 พารามิเตอร์ของเดนาวิต-ฮาร์เทนเบิร์กสำหรับหุ่นยนต์สองแกน 48

6.1 ผลการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันที่กระทำทั้ง 8 ครั้ง 77

6.2 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติของจุดศูนย์กลางของรูปวงกลมทั้ง 15 รูป บนกระดานเป้าหมายสังเคราะห์ตำแหน่งที่ 1 และตำแหน่งที่ 2 80

6.3 ผลการคำนวณระยะทางยูคลิเดียนระหว่างจุดศูนย์กลางของรูปวงกลมสองรูปที่ใกล้กันที่สุด 80

7.1 บทสรุปผลการทดลองการสอบเทียบระบบกล้องสองตัว 81

7.2 บทสรุปผลการทดลองการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน 81

ง.1 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 1 99

ง.2 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 2 100

ง.3 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 3 101

ง.4 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 4 102

ง.5 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 5 103

ง.6 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 6 104

ง.7 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 7 105

จ.1 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 1 106

จ.2 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 2 107

จ.3 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 3 108

จ.4 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 4 109

จ.5 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 5 110

จ.6 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 6 111

จ.7 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 7 112

สารบัญภาพ

ภาพประกอบ หน้า

2.1 (ก) ลักษณะของซีซีดี (ข) ซีซีดีที่อยู่ภายในกล้องวีดีโอ 6

2.2 ลักษณะข้อมูลภาพซึ่งสามารถพิจารณาเป็นตารางของตัวเลข 6

2.3 การสแกนแบบอินเทอร์เลซ 7

2.4 โคมบ์เอฟเฟกต์จากการถ่ายภาพวัตถุที่มีการเคลื่อนที่โดยใช้กล้องที่สแกนแบบอินเทอร์เลซ 8

2.5 การแบ่งประเภทของการประมวลผลภาพ 9

2.6 ภาพตัวอย่างและฮิสโทแกรม 9

2.7 ภาพนำเข้า(ซ้าย) และภาพส่งออก(ขวา) จากการปรับค่าขีดแบ่ง 11

2.8 ผลตอบสนองของระบบเชิงเส้นเมื่อสัญญาณนำเข้าเป็นอิมพัลส์ 11

2.9 สัญญาณนำออก $h(x, y)$ เมื่อป้อนสัญญาณนำเข้าเป็น $f(x, y)$ 11

2.10 การคำนวณการประสานสำหรับภาพดิจิทัล 12

2.11 (a) ภาพนำเข้าและภาพผลลัพธ์จากการประสานด้วยตัวกรองค่าเฉลี่ย (b) 1 ครั้ง (c) 2 ครั้ง (d) 3 ครั้ง 13

2.12 ขอบที่ได้จากภาพกระดานสอบเทียบโดยใช้ตัวตรวจจับขอบแบบโซเบล 14

2.13 ขอบที่ได้จากภาพกระดานสอบเทียบโดยใช้ตัวตรวจจับขอบแบบลาปลาเซียน 14

2.14 (a)-(b) ภาพและฮิสโทแกรมก่อนทำฮิสโทแกรมอีควลไลเซชั่น (c)-(d) ภาพและฮิสโทแกรมหลังทำฮิสโทแกรมอีควลไลเซชั่น 15

2.15 ภาพขอบของวัตถุที่มีการไล่ความเข้มสีตรงบริเวณขอบที่ 2 สีตัดกัน 15

2.16 การหาจุดมุมโดยวิธีการหาจุดตัดของสมการเส้นตรง 16

2.17 (a)-(c) ตำแหน่งที่เป็นไปได้ของหน้าต่างที่ใช้ในการค้นหาตำแหน่งลักษณะมุม 17

2.18 เงื่อนไขในการหาตำแหน่งลักษณะมุมในระดับสับพิกเซล 18

2.19 รอยเปื้อนจำนวน 3 กลุ่มบนภาพขาวดำ 19

2.20 (a) การเชื่อมต่อแบบ – 4 (b) การเชื่อมต่อแบบ – 8 20

2.21 การวิเคราะห์รอยเปื้อนสำหรับการเชื่อมต่อแบบ - 4 20

2.22 การวิเคราะห์รอยเปื้อนสำหรับการเชื่อมต่อแบบ - 8 21

3.1 กล้องรูเข็ม 23

3.2 แบบจำลองกล้องรูเข็มและแกนอ้างอิงที่เกี่ยวข้อง 23

3.3 ความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดแกนอ้างอิงภาพและแกนอ้างอิงจุดภาพ 24

ภาพประกอบ หน้า

3.4 วัตถุสอบเทียบแบบ 3 มิติ
(a) กระดาน 2 มิติยึดติดบนโต๊ะเลื่อนที่ทราบระยะเคลื่อนที่
(b) ภาพลายตารางหมากรุก 3 มิติ 27
3.5 (a) กระดานสอบเทียบ (b) แกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบ 29
3.6 (a) ภาพมีความบิดเบี้ยวมากอันเนื่องมาจากการใช้เลนส์ความยาวโฟกัสต่ำ
(b) ภาพมีความบิดเบี้ยวน้อยอันเนื่องมาจากการใช้เลนส์ความยาวโฟกัสสูง 33
3.7 ภาพสี่เหลี่ยมที่บิดเบี้ยวเชิงรัศมีไปเนื่องจากเลนส์แล้วทำการแก้ไขให้ถูกต้องเหมือนเดิม 34
3.8 ความผิดพลาดจากการฉายกลับของรังสีจากกล้องทั้งสองตัว 36
3.9 ข้อบังคับเอพิโพลาร์ 36
3.10 บริเวณที่เกิดความคลาดเคลื่อนในการระบุตำแหน่งคู่จุดสอดคล้อง 41
3.11 เส้นเอพิโพลาร์จากการการทดลอง 41
3.12 การคำนวณหาจุดพิกัด 3 มิติจากภาพทั้งสอง 42
3.13 พารามิเตอร์ภายนอกและเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ระหว่างกล้องทั้งสอง 44
4.1 หุ่นยนต์ 2 แกนที่ออกแบบเพื่อใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้ 45
4.2 แบบจำลองข้อต่อของหุ่นยนต์และพารามิเตอร์ของเดนาวิต-ฮาร์เทนเบิร์ก 47
4.3 หุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้พร้อมแสดงแกนอ้างอิงที่ 0,1 และ 2 47
4.4 เมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ที่เกี่ยวข้องกับการสอบเทียบหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ระหว่างกล้องเทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์ 49
4.5 การแปลงพิกัด 3 มิติจากแกนอ้างอิงโลกเสมือนไปอยู่ในแกนอ้างอิงโลก 53
5.1 แผนภาพแสดงขั้นตอนการติดตามอนุภาค 56
5.2 ขั้นตอนการคำนวณตัวกรองของคาลมาน 59
5.3 แกนอ้างอิงที่ 3 ที่เพิ่มขึ้นเพื่อใช้วิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ 60
6.1 สภาพแวดล้อมในการทดลอง 64
6.2 (a)-(n) ภาพกระดานสอบเทียบที่ถ่ายได้ในการสอบเทียบจังหวะที่ 1 ถึง 7 ตามลำดับ พร้อมตำแหน่งลักษณะมุมที่วัดได้จากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน (โดยตัวเลขที่กำกับเกิดจากการเขียนโปรแกรมโดยกำหนดให้อยู่ในตำแหน่งมุมขวาด้านล่างของจุดนั้นๆ) 66
6.3 ผลลัพธ์จากการคำนวณพิกัด 3 มิติในการสอบเทียบระบบกล้องสองตัว 71
6.4 ผลลัพธ์จากการคำนวณค่าพิกัด 3 มิติในการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้อง

ภาพประกอบ หน้า

สองตัวพร้อมกัน 76
6.5 ลักษณะของเป้าหมายที่ใช้ในการติดตามอนุภาค มีลักษณะเป็นรูปวงกลมขนาด เส้นผ่านศูนย์กลาง 20 มิลลิเมตร 77
6.6 การทดลองทำการติดตามอนุภาค 78
6.7 การทดลองทำการติดตามอนุภาคโดยใช้กระดานเป้าหมายสังเคราะห์ (a) ครั้งที่ 1 (b) ครั้งที่ 2 79
6.8 ตำแหน่งอ้างอิงของเป้าหมายบนกระดานเป้าหมายสังเคราะห์ 80
ก.1 กล้องวีดีโอโปรเกรซีฟสแกนชนิดสีเทายี่ห้อ JAI รุ่น CV-A11 87
ก.2 สายเคเบิลเชื่อมสัญญาณระหว่างแผ่นวงจรจับภาพ กล้องวีดีโอและคอมพิวเตอร์ 87
ก.3 แผ่นวงจรจับภาพรุ่น PC2-Vision 88
ก.4 แผ่นวงจรแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัลและดิจิทัลเป็นแอนะล็อก 88
ก.5 มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง 89
ก.6 ชุดขยายกระแสไฟฟ้าขับมอเตอร์กระแสตรง 89
ข.1 โปรแกรมประยุกต์ในส่วนการแสดงภาพสด 92
ข.2 โปรแกรมประยุกต์ในส่วนของการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้องพร้อมกัน 92
ข.3 โปรแกรมประยุกต์ในส่วนของการติดตามอนุภาคใน 3 มิติ 93
ข.4 โปรแกรมประยุกต์ในส่วนของการแสดงผลการคำนวณพิกัด 3 มิติในลักษณะของกราฟิก 94

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

เนื่องจากความเติบโตของเศรษฐกิจแบบทุนนิยมของประเทศ ประกอบกับการออกนโยบายส่งเสริมด้านอุตสาหกรรมในประเทศของรัฐบาลทำให้เกิดการลงทุนจากต่างประเทศเข้ามาตั้งฐานการผลิตในเมืองไทยจำนวนมากจนมีการจัดตั้งนิคมอุตสาหกรรมขึ้นหลายแห่ง โดยเฉพาะอุตสาหกรรมการผลิตจะมีการนำเข้าเครื่องจักรและเทคโนโลยีจากต่างประเทศ เช่น การนำระบบอัตโนมัติ (automation) และหุ่นยนต์อุตสาหกรรม (industrial robot) เข้ามาใช้งานเพื่อตอบสนองต่อความต้องการสินค้าและเพิ่มความสามารถในการแข่งขันทางธุรกิจ

ในต่างประเทศมีการนำหุ่นยนต์มาใช้งานในโรงงานอุตสาหกรรมจำนวนมาก ตัวอย่างที่เห็นได้บ่อยคือ งานที่ต้องใช้กำลังมากเช่น การยกสัมภาระที่มีน้ำหนักมาก งานที่อาจเป็นอันตรายต่อมนุษย์หรือมนุษย์ทำไม่ได้เช่น งานที่เกี่ยวกับกัมมันตรังสีหรือสารเคมี หรืองานที่ต้องการความแม่นยำและคุณภาพมาตรฐานสูง เช่น งานเชื่อมหรืองานที่ต้องทำซ้ำซากติดต่อกันเป็นเวลานานซึ่งมนุษย์จะเกิดความเหนื่อยล้า เป็นต้น โดยทั่วไปหุ่นยนต์จะมีความแม่นยำ (repeatability) ที่ดีมาก กล่าวคือหุ่นยนต์สามารถเคลื่อนที่ปลายแขนของหุ่นยนต์กลับมายังตำแหน่งและทิศทางเดิมที่ได้สอนไว้ล่วงหน้าได้ดี แต่สำหรับความถูกต้อง (accuracy) ของหุ่นยนต์นั้นยังเป็นสิ่งที่ต้องได้รับการปรับปรุง ด้วยเหตุผลนี้การโปรแกรมหุ่นยนต์ที่ง่ายที่สุดคือวิธีการสอน (teach) โดยการจับแขนหุ่นให้เคลื่อนที่ไปตามเส้นทางที่ต้องการพร้อมกับให้ตัวควบคุม (controller) ทำการบันทึกตำแหน่งมุมข้อต่อของหุ่นยนต์ ณ เวลาต่างๆ เมื่อถึงเวลาหุ่นยนต์ทำงานก็ให้ตัวควบคุมทำการสั่งงานหุ่นยนต์ให้เคลื่อนที่ตามข้อมูลตำแหน่งมุมที่ได้บันทึกไว้ สำหรับโรงงานที่มีการเปลี่ยนแปลงสายการผลิตบ่อยครั้ง ในแต่ละครั้งจะต้องทำการสอนหุ่นยนต์ใหม่ซึ่งแต่ละครั้งจะใช้เวลามาก ทำให้เกิดความไม่คล่องตัวในสายการผลิต ซึ่งส่งผลต่อต้นทุนการผลิต วิธีการหนึ่งที่ใช้ในปัจจุบันคือ การใช้ซอฟต์แวร์ช่วยในการโปรแกรมหุ่นยนต์แบบนอกสาย (off-line programming) ซึ่งสามารถออกแบบเส้นทางการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ล่วงหน้าได้บนเครื่องคอมพิวเตอร์ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงก็ให้ทำการบันทึกเส้นทางใหม่เข้าไปยังตัวควบคุมของหุ่นยนต์ ด้วยวิธีนี้จะช่วยลดเวลาเซตอัพลงได้ หุ่นยนต์ที่มีความถูกต้องไม่ดีจะเป็นอุปสรรคต่อการใช้ซอฟต์แวร์ช่วยเหล่านี้ อันเนื่องมาจากพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ที่แท้จริงกับค่าพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ตามแบบวิศวกรรมมีค่าไม่เท่ากัน อันเนื่องมาจากค่าผิดพลาดในกระบวนการผลิต เช่น จากขั้นตอนการประกอบหรือการสึกหรอ วิธีหนึ่งที่ช่วยในการปรับปรุงความถูกต้องของหุ่นยนต์ได้ คือการสอบเทียบหุ่นยนต์เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ที่แท้จริง แต่อย่างไรก็ตามหุ่นยนต์ก็ยังไม่มีความสามารถที่จะรับรู้ถึงสิ่งแวดล้อมที่กำลังทำงานอยู่ได้แต่ทำงานตามที่ได้โปรแกรมไว้และอยู่ในเฉพาะสิ่งแวดล้อมที่จัดเตรียมไว้ล่วงหน้า จึงมีความ

พยายามมากมายจากนักวิจัยในการนำอุปกรณ์รับรู้หลายชนิดไปติดให้แก่หุ่นยนต์ โดยหวังว่าจะสามารถเพิ่มความสามารถและประสิทธิภาพในการทำงานของหุ่นยนต์ได้ เช่น อุปกรณ์รับรู้แรง (force sensor), อุปกรณ์รับรู้คลื่นเสียงความถี่สูง (ultrasonic sensor) เป็นต้น

การที่มนุษย์มีความเฉลียวฉลาด นอกจากโครงสร้างของสมองอันยอดเยี่ยมแล้ว ส่วนหนึ่งเกิดจากดวงตาทั้งสองซึ่งเป็นประสาทสัมผัสหนึ่ง ที่ให้ข้อมูลจำนวนมากแก่สมองในการจดจำ เรียนรู้ คิดและตัดสินใจ ตามที่ผู้ประพันธ์เรื่อง *ข้างหลังภาพ* ได้กล่าวไว้ในบทประพันธ์ว่า “ถ้อยคำนับพันอาจทดแทน กันได้ด้วยภาพเพียงภาพเดียว” ซึ่งเป็นนัยว่ามีข้อมูลปริมาณมากที่บรรจุในภาพๆ หนึ่ง จึงเริ่มมีแนวคิดในการนำกล้องวีดีโอมาใช้เป็นอุปกรณ์รับรู้ โดยเริ่มนำมาใช้งานกับระบบอัตโนมัติก่อน ซึ่งจะต้องมีหน่วยประมวลผลทำหน้าที่คำนวณและวิเคราะห์ภาพ หน่วยประมวลผลที่ใช้กันทั่วไปคือหน่วยประมวลผลกลางของคอมพิวเตอร์ เนื่องจากความเร็วในการประมวลผลที่เพิ่มสูงขึ้นในขณะที่ราคาไม่สูงนัก ส่งผลให้ต้นทุนในการคำนวณต่ำ จึงมีความคุ้มค่าทางเศรษฐศาสตร์ที่จะนำเอาระบบการมองเห็นมาใช้ในอุตสาหกรรมการผลิต ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานกล้องในสายการผลิต เช่น การตรวจสอบระดับน้ำของเครื่องดื่มบรรจุขวด การตรวจสอบฉลากสินค้า การอ่านรหัสแท่ง (bar code) บนหีบห่อ เป็นต้น การใช้กล้องเป็นอุปกรณ์ตรวจรู้จะมีความยืดหยุ่นสูง เพียงทำการแก้ไขดัดแปลงโปรแกรม ระบบก็พร้อมที่จะทำงานต่อไปได้ งานเหล่านี้มักจะมีการจัดสภาวะทางแสงและทางกล เพื่อทำให้ง่ายต่อการประมวลผลภาพ

ต่อมาจึงมีแนวคิดที่จะเพิ่มความสามารถของหุ่นยนต์ โดยการนำกล้องวีดีโอมาติดที่ปลายแขนหุ่นยนต์โดยเริ่มจากกล้องตัวเดียวก่อน ภาพที่ได้จะถูกนำมาประมวลผลเพื่อหาตำแหน่งของปลายแขนเทียบกับวัตถุเป้าหมาย ซึ่งสามารถนำไปชดเชยความผิดพลาดอันเนื่องมาจากพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ได้ การประมวลผลภาพในลักษณะนี้อาจจะต้องพิจารณามากขึ้นกว่ากรณีข้างต้น เพราะฉากหลังของวัตถุที่สนใจจะเปลี่ยนไปตามการทิศทางของปลายแขนของหุ่นยนต์ โดยทั่วไปข้อมูลที่ได้จากกล้องตัวเดียวนี้จะเป็นข้อมูลสองมิติ นอกจากจะใช้เทคนิคเพิ่มเติมมาช่วยเช่น การเปรียบเทียบกับวัตถุที่รู้ขนาดในภาพ หรือถ่ายภาพวัตถุจากสองตำแหน่ง เป็นต้น ซึ่งทำให้หุ่นยนต์สามารถรับรู้ข้อมูลแบบสามมิติได้

ต่อมาได้พัฒนาเป็นการนำกล้อง 2 ตัวมาติดที่ปลายแขนของหุ่น เลียนแบบการมองเห็นของมนุษย์ การที่มนุษย์มีดวงตา 2 ดวงทำให้สามารถรับรู้ระยะความใกล้ไกลของวัตถุใน 3 มิติได้ เนื่องจากภาพที่เห็นจากดวงตาแต่ละข้างไม่เหมือนกันแต่จะเหลื่อมกัน ภาพของวัตถุใกล้ที่ปรากฏบนดวงตาทั้งสองจะมีความเหลื่อมกันมากกว่ากรณีที่วัตถุที่อยู่ไกล การติดกล้องสองตัวทำให้หุ่นยนต์มีความสามารถที่จะรับรู้ลักษณะ 3 มิติของสิ่งแวดล้อมได้และสามารถรับมือต่อการเปลี่ยนแปลงของสิ่งแวดล้อมได้ทันท่วงที นอกจากนี้ยังมีการประยุกต์ใช้งานระบบกล้องสองตัวในลักษณะคล้ายๆ กัน เช่น เครื่องสแกนเนอร์ 3 มิติโดยใช้ระบบแอคทีฟสเตอริโอ (active stereo) ที่ใช้ในงานวิศวกรรมย้อนกลับ เป็นต้น

ทฤษฎีที่เกี่ยวกับระบบการมองเห็นเป็นเรื่องที่ค่อนข้างใหม่เมื่อเทียบกับศาสตร์สาขาอื่นอีกทั้งยังมีการรวบรวมเป็นตำราเรียนค่อนข้างน้อย ความรู้มักจะปรากฏอยู่ในงานวิจัยมากกว่าและตัวเนื้อหาวิชามีความเกี่ยวข้องกับศาสตร์หลายสาขาวิชา เช่น ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข วิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ การประมวลผลสัญญาณ ทฤษฎีการควบคุม อิเล็กทรอนิกส์ เป็นต้น จึงทำให้งานวิจัยทางด้านนี้มีความน่าสนใจ

วิทยานิพนธ์นี้จะทำการศึกษาการนำกล้องวีดีโอ 2 ตัวนำมาติดไว้ที่ปลายแขนของหุ่นยนต์สองแกนที่สร้างขึ้นใหม่ และสร้างโปรแกรมประยุกต์ที่ทำงานบนเครื่องคอมพิวเตอร์เพื่อควบคุมการถ่าย แสดงผลและประมวลผลภาพ การคำนวณพิกัด 3 มิติและควบคุมหุ่นยนต์จากข้อมูลภาพและและตำแหน่งมุมข้อต่อของหุ่นยนต์ที่วัดได้ประกอบกับพารามิเตอร์ของกล้องและหุ่นยนต์จะสามารถคำนวณหาพิกัด 3 มิติของอนุภาคบนเป้าหมายที่กำลังเคลื่อนที่ได้ จากข้อมูล 3 มิติที่คำนวณได้จะถูกแปลงเป็นคำสั่งอ้างอิงที่ใช้ในการควบคุมชุดกล้องให้หันติดตามได้ การที่ระบบกล้องเคลื่อนที่ได้ทำให้ปริมาตรการทำงานของหุ่นยนต์มากขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่ระบบกล้องถูกยึดติดอยู่กับที่ ผลลัพธ์จากงานวิทยานิพนธ์นี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในหลายด้าน เช่น การนำกล้องไปติดเข้ากับหุ่นยนต์เคลื่อนที่เพื่อทำให้หุ่นยนต์มีความสามารถในการสำรวจและรับรู้ตำแหน่งของตัวเองเมื่อเทียบกับสิ่งแวดล้อมได้ หรือใช้ในงานอื่นๆ ที่ต้องการทราบระยะใน 3 มิติ เป็นต้น

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

ออกแบบและสร้างระบบการมองเห็นซึ่งทำงานร่วมกับคอมพิวเตอร์เพื่อทำหน้าที่ติดตามเป้าหมายที่กำหนดให้ได้

1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1. หาพิกัด 3 มิติของวัตถุที่เคลื่อนที่
2. สร้างชุดฐานติดตามที่เคลื่อนที่ได้ในทิศทาง Yaw และ Pitch
3. การพัฒนาโปรแกรมเพื่อติดต่อกับผู้ใช้

(หมายเหตุ ความละเอียดและความเร็วของการวัดขึ้นอยู่กับงบประมาณและความสามารถของอุปกรณ์ที่จัดหาสำหรับงานวิทยานิพนธ์นี้)

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานวิทยานิพนธ์

การดำเนินงานวิทยานิพนธ์แบ่งออกเป็น 7 ขั้นตอนหลักคือ

1. ศึกษาการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาซีพลัสพลัส (C++) และการเขียนโปรแกรมบนระบบปฏิบัติการวินโดวส์ด้วย Microsoft® Visual C++

2. ศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับระบบการมองเห็นและงานวิจัยที่ผ่านมา

3. ทดสอบการโปรแกรมเพื่อติดต่อระหว่างกล้องและเครื่องคอมพิวเตอร์

4. สร้างระบบสำหรับการสอบเทียบกล้องเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่จำเป็น

5. ออกแบบและสร้างชุดฐานติดตามที่เคลื่อนที่ได้ในทิศทาง Yaw และ Pitch

6. ทดสอบการทำงานและปรับปรุงแก้ไขโปรแกรม

7. สรุปผลการวิจัยและพิมพ์วิทยานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ

1. สามารถหาพิกัด 3 มิติของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ได้ พร้อมชุดฐานเพื่อขยายปริมาตรการทำงานของการวัดพิกัด

2. ได้โปรแกรมประยุกต์ที่สามารถทำงานร่วมกับระบบติดตามได้

3. ผู้วิจัยในอนาคตสามารถนำหลักการที่ใช้ในงานวิจัยนี้ไปประยุกต์หรือพัฒนาต่อได้

4. สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานจริงได้หลายอย่าง เช่น ใช้วัดพิกัดของผิวชิ้นงานที่มีรูปร่างสลับซับซ้อน โดยพัฒนาอุปกรณ์ปากกาที่สามารถใช้ร่วมกับงานวิจัยนี้ต่อไป

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับระบบการมองเห็นและการประมวลผลภาพ

2.1 องค์ประกอบพื้นฐานสำหรับระบบการมองเห็น

1. **กล้องวีดีโอและอุปกรณ์ทางแสง** กล้องวีดีโอจะแบ่งออกเป็น 2 ประเภทหลัก ได้แก่ กล้องแบบแอนะล็อก ซึ่งจะให้สัญญาณวีดีโอแบบแอนะล็อกตามมาตรฐานสัญญาณโทรทัศน์ มีข้อดีตรงที่ราคาถูกกว่าที่ขนาดความละเอียดเท่ากัน และกล้องแบบดิจิทัล ซึ่งจะมีตัวแปลงสัญญาณแอนะล็อกให้เป็นดิจิทัลฝังอยู่ในตัวกล้อง มีข้อดีตรงทนต่อสัญญาณรบกวนได้ดีกว่ากล้องแบบแอนะล็อกทำให้สามารถส่งข้อมูลผ่านสายได้ระยะไกลกว่า นอกจากนี้แล้วการเลือกใช้เลนส์ก็มีผลกับรายละเอียดของภาพ กล่าวคือการใช้เลนส์ที่มีความยาวโฟกัสสั้น แม้ว่าจะทำให้มุมมองของการเห็นกว้างขึ้น แต่ก็ทำให้รายละเอียดของภาพลดลงไป หรือในทางกลับกัน นอกจากนี้ความเร็วชัตเตอร์และอัตราเฟรม (frame rate) ของกล้องก็เป็นตัวเลือกที่ต้องพิจารณา

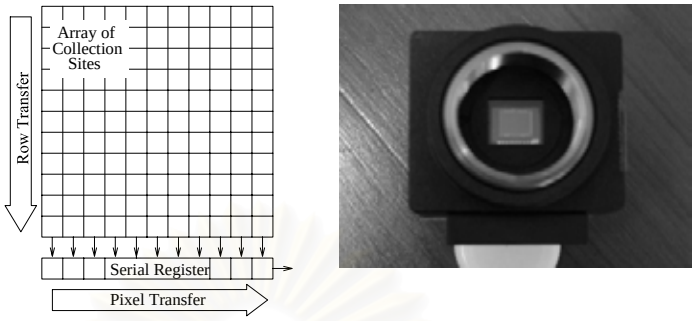
2. **แผ่นวงจรจับภาพ** (frame grabber board) เป็นแผ่นวงจรอิเล็กทรอนิกส์ที่ถูกติดตั้งเข้ากับแผ่นวงจรหลักของคอมพิวเตอร์ จะใช้ในกรณีที่เป็นกล้องแบบแอนะล็อก มีพอร์ตสำหรับรับสัญญาณวีดีโอ แล้วทำการแปลงเป็นข้อมูลภาพที่คอมพิวเตอร์สามารถประมวลผลต่อได้ แผ่นวงจรจับภาพมีจำหน่ายด้วยกันหลายแบบขึ้นกับชนิดของสัญญาณวีดีโอและอัตราเฟรมของกล้อง มีทั้งแบบที่ข้อมูลภาพถูกเก็บไว้ที่หน่วยความจำหลักของคอมพิวเตอร์ และแบบที่เก็บไว้บนหน่วยความจำของแผ่นวงจรจับภาพเองซึ่งขึ้นอยู่กับการออกแบบของผู้ผลิต

3. **ตัวประมวลผล** ภาพดิจิทัลที่ได้จากการแปลงจะถูกเก็บไว้ในหน่วยความจำ การคำนวณหรือประมวลผลบนข้อมูลภาพนี้จะกระทำโดยตัวประมวลผล ซึ่งขั้นตอนการทำงานของตัวประมวลผลจะถูกกำหนดผ่านการเขียนโปรแกรม ตัวประมวลผลที่ใช้ทั่วไปคือ หน่วยประมวลผลกลางของคอมพิวเตอร์ การเขียนโปรแกรมอาจจะเขียนขึ้นเองจากทฤษฎีและคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องหรือทำการเรียกใช้ซอฟต์แวร์ไลบรารีที่พร้อมใช้ โดยถูกออกแบบมาเพื่อทำงานเกี่ยวกับภาพดิจิทัลโดยตรง มีทั้งแบบที่จำหน่ายในเชิงพาณิชย์และแบบที่แจกให้ใช้โดยไม่คิดมูลค่า ทำให้นักพัฒนาสามารถพัฒนาโปรแกรมประยุกต์ที่ทำงานเฉพาะทางได้รวดเร็วขึ้น ตัวประมวลผลที่มีความเร็วสูงจะทำให้ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยลง

2.2 ซีซีดีและภาพดิจิทัล

ซีซีดี (CCD : charge-coupled-device) เป็นอุปกรณ์รับรู้ที่มีการนำมาใช้อย่างมากในปัจจุบัน โดยเฉพาะอุปกรณ์จำพวกกล้องบันทึกวีดีโอและถ่ายภาพดิจิทัล ซีซีดีมีลักษณะเป็นตารางสี่เหลี่ยมขนาดเล็กวางต่อเนื่องกันบนแผ่นซิลิกอน แต่ละเซลล์ซีซีดีจะวัดพลังงานแสงที่ตกกระทบตัวมัน เมื่อโฟตอนตกกระทบเซลล์ซีซีดีจะทำให้เกิดคู่อิเล็กตรอน-โฮล แสงที่หักเหผ่านเลนส์แล้วฉายบนเซลล์ซีซีดี ณ ตำแหน่งต่างๆ จะมีความเข้มแสงแตกต่างกันไป ทำให้เกิด

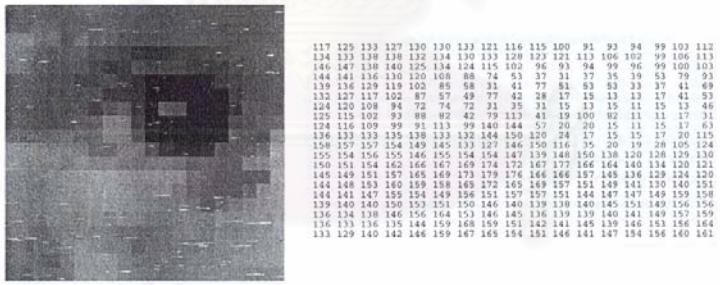
ปริมาณประจุแตกต่างกันไป ประจุเหล่านี้จะถูกอ่านค่าแล้วส่งออกไปเป็นสัญญาณไฟฟ้า ซึ่งจะผ่านกระบวนการขั้นต่างๆ จนกระทั่งส่งออกเป็นสัญญาณวีดีโอ



(ก) *(ข)*

รูปที่ 2.1 (ก) ลักษณะของซีซีดี (ข) ซีซีดีที่อยู่ภายในกล้องวีดีโอ

ในกรณีที่เป็นสัญญาณวีดีโอแบบสีเทา เมื่อถูกส่งเข้าแผ่นวงจรจับภาพแล้วถูกแปลงเป็นภาพดิจิทัล ภาพที่ได้จะเป็นภาพสีเทา (grey-scale image) ซึ่งแต่ละจุดภาพ (pixel) จะมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 255 ซึ่งหมายความว่า 1 จุดภาพจะใช้หน่วยความจำคอมพิวเตอร์ขนาด 1 ไบต์ และสามารถคิดได้ว่าภาพดิจิทัลเป็นตารางของตัวเลขหรืออะเรย์ 2 มิติของตัวเลข การดึงข้อมูลออกมาจากภาพก็คือการนำเอาข้อมูลที่กำลังสนใจออกมาจากข้อมูลตัวเลข 2 มิตินี้



รูปที่ 2.2 ลักษณะข้อมูลภาพซึ่งสามารถพิจารณาเป็นตารางของตัวเลข [1]

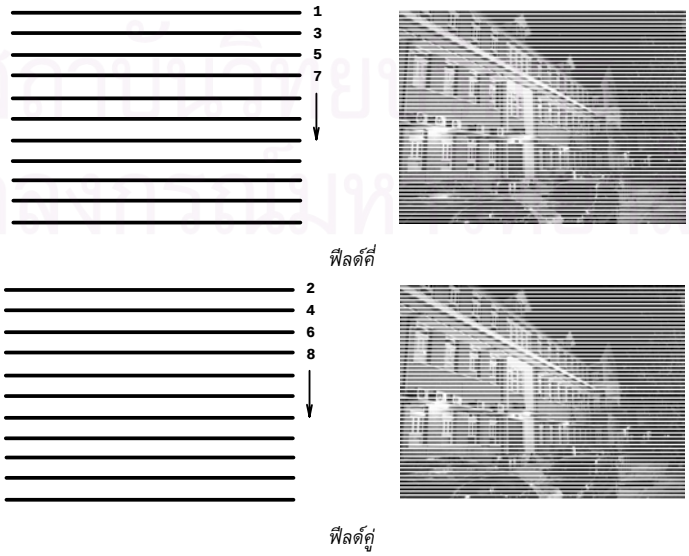
2.3 มาตรฐานสัญญาณวีดีโอ

สัญญาณวีดีโอทุกชนิดที่มีใช้กันอยู่จะมีส่วนที่แตกต่างกันคือ ชนิดของสัญญาณว่าเป็นแอนะล็อกหรือดิจิทัล ชนิดของสัญญาณซิงโครไนซ์ จำนวนเส้นวีดีโอ อัตราเฟรม เป็นต้น ตัวอย่างในกรณีของสัญญาณวีดีโอสีเทา ได้แก่ มาตรฐาน RS-170A, RS-330, RS-343 ซึ่งเป็นมาตรฐานสัญญาณวีดีโอที่ใช้ในประเทศสหรัฐอเมริกา แคนาดาและญี่ปุ่น และมาตรฐาน CCIR เป็นมาตรฐานที่ใช้ในทวีปยุโรป กรณีของสัญญาณวีดีโอสี ได้แก่ มาตรฐาน PAL จะมีจำนวนเส้น 625 เส้นและมีอัตราเฟรม 25 Hz ใช้ระบบสีแบบ YUV , ส่วนมาตรฐาน SECAM มีลักษณะเช่นเดียวกับมาตรฐาน PAL แต่จะมีการเพิ่มข้อมูลเกี่ยวกับความเข้มสีและความอิ่มตัวของสีด้วย

มาตรฐาน NTSC เป็นมาตรฐานสัญญาณวีดีโอที่ใช้ในสหรัฐอเมริกา แคนาดา ญี่ปุ่นและบางส่วนของทวีปอเมริกาใต้ มีจำนวนเส้น 525 เส้นและอัตราเฟรม 30 Hz โดยทั่วไปอัตราเฟรมจะขึ้นกับความถี่ของไฟฟ้าที่ใช้ในประเทศนั้น

2.4 การสแกนแบบอินเทอร์เลซ (interlaced) และแบบโปรเกรซีฟ (progressive)

สัญญาณวีดีโอทั้งแบบแอนะล็อกและแบบดิจิทัล สามารถแบ่งตามเทคนิคการแสดงผลหรือการสแกนออกได้เป็น 2 แบบ คือ การสแกนแบบอินเทอร์เลซและการสแกนแบบโปรเกรซีฟ สำหรับการสแกนแบบอินเทอร์เลซ ใน 1 เฟรมจะแบ่งออกเป็น 2 รอบ แต่ละรอบเรียกว่าฟิลด์ (field) โดยรอบหนึ่งเป็นการสแกนเฉพาะเส้นในบรรทัดที่ 1, 3, 5,... โดยไล่จากบนลงล่างจะเรียกว่าฟิลด์คี่ (odd field) อีกรอบเป็นการสแกนเฉพาะเส้นในบรรทัดที่ 2, 4, 6,... เรียกว่าฟิลด์คู่ (even field) วิธีนี้มีที่มาจากวิวัฒนาการของการส่งสัญญาณโทรทัศน์ซึ่งต้องการให้ภาพที่ผู้ชมเห็นมีความต่อเนื่อง ซึ่งต้องการอัตราเฟรมที่สูงพอจนกระทั่งแยกไม่ออกด้วยสายตา การส่งสัญญาณโทรทัศน์ที่อัตราเฟรมสูงเช่นนั้นจะต้องใช้ทรัพยากรความถี่เป็นปริมาณมาก เพื่อที่จะแก้ปัญหานี้จึงมีการคิดค้นเทคนิคการแสดงผลแบบอินเทอร์เลซ โดยจะทำการแยกสัญญาณวีดีโอออกเป็น 2 ฟิลด์แล้วแสดงภาพบนจอทีละฟิลด์สลับกันไป สำหรับกรณีของกล้องวีดีโอแบบอินเทอร์เลซซึ่งเป็นอุปกรณ์รับภาพ สมมติว่ากล้องตัวนี้มีอัตราเฟรม30 Hz กล้องจะเริ่มถ่ายภาพเฉพาะฟิลด์คี่ก่อนโดยจะใช้เวลา 1/60 วินาทีในการถ่ายและส่งสัญญาณวีดีโอออกไป จากนั้นจะทำการถ่ายภาพใหม่ในฟิลด์คู่โดยจะใช้เวลา 1/60 วินาทีในการถ่ายและส่งสัญญาณวีดีโอออกไปเช่นกัน เป็นเช่นนี้สลับกันไป ซึ่งภาพที่ถ่ายในทั้ง 2 ฟิลด์เกิดขึ้น ณ คนละเวลากัน ซึ่งถ้านำไปถ่ายภาพวัตถุที่มีการเคลื่อนที่เร็วจะทำให้ภาพที่ได้จากแผ่นวงจรจับภาพมีการเหลื่อมกันระหว่าง 2 ฟิลด์ ซึ่งเรียกสิ่งที่เกิดขึ้นว่า โคมบ์เอฟเฟกต์ (comb effect) ดังแสดงในรูปที่ 2.4 ดังนั้นกล้องที่สแกนแบบนี้จึงเหมาะสำหรับถ่ายภาพวัตถุที่อยู่กับที่



รูปที่ 2.3 การสแกนแบบอินเทอร์เลซ

การสแกนแบบโปรเกรซีฟเรียกอีกอย่างว่า แบบไม่อินเทอร์เลซ (noninterlaced) กล้องแบบโปรเกรซีฟสแกนจะทำการสแกนทั้งเฟรมในรอบเดียว กล้องที่สแกนแบบนี้เหมาะกับงานที่ต้องการถ่ายภาพวัตถุที่มีการเคลื่อนที่แต่ความเร็วไม่สูงมากเกินไป

รูปที่ 2.4 โคมบ์เอฟเฟกต์จากการถ่ายภาพวัตถุที่มีการเคลื่อนที่โดยใช้กล้องที่สแกนแบบอินเทอร์เลซ

2.5 การประมวลผลภาพดิจิทัล

ในยุคสมัยที่ยังไม่มีการพัฒนาระบบดิจิทัล การประมวลผลภาพยังคงอยู่ในแบบแอนะล็อก โดยใช้อุปกรณ์ทางแสงและอิเล็กทรอนิกส์แบบแอนะล็อกในการประมวลผล มีจุดเด่นด้านความเร็วในการประมวลผล แต่มีความยุ่งยากด้านอุปกรณ์และค่าใช้จ่ายที่สูง ความยืดหยุ่นในการใช้งานน้อย การใช้งานที่เหลือในปัจจุบันคือการสร้างภาพฮอโลแกรม (hologram) เมื่อถึงยุคที่มีความก้าวหน้าทางการคำนวณแบบดิจิทัลในระดับหนึ่งแล้ว สัญญาณภาพซึ่งแต่เดิมเป็นสัญญาณแอนะล็อกจึงถูกแปลงเป็นสัญญาณดิจิทัล แล้วใช้วิธีการคำนวณแบบดิจิทัลมาช่วย การประมวลผลภาพดิจิทัลเป็นการใช้วิธีการประมวลผลสัญญาณดิจิทัลแบบ 2 มิติมาดำเนินการกับภาพดิจิทัล ทำให้เกิดเป็นภาพดิจิทัลใหม่ที่มีคุณภาพหรือมีความชัดเจนของข้อมูลเพิ่มขึ้น ซึ่งส่วนใหญ่เป็นเทคนิคที่ดัดแปลงมาจากขั้นตอนวิธีทางแอนะล็อกอีกที

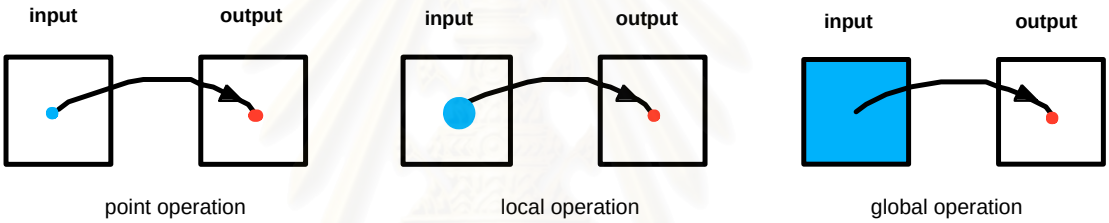
ในปัจจุบันเครื่องคอมพิวเตอร์ซึ่งเป็นอุปกรณ์คำนวณดิจิทัลสามารถหาใช้งานได้ไม่ยากนัก ประกอบกับความเร็วในการประมวลผลเทียบกับราคาแล้วถือได้ว่ามีต้นทุนในการคำนวณต่ำ และเมื่อทำงานร่วมกับระบบปฏิบัติการในปัจจุบันที่มีความสามารถในการแสดงผลแบบกราฟิก ทำให้สามารถเขียนโปรแกรมเพื่อแสดงผลลัพธ์จากการคำนวณออกทางจอภาพได้ทันที อีกทั้งยังสามารถดัดแปลงขั้นตอนวิธีการคำนวณได้โดยการเขียนโปรแกรมใหม่ซึ่งสามารถออกแบบให้มีความซับซ้อนได้และแก้ไขได้เร็วกว่าเมื่อเทียบกับกรณีแบบแอนะล็อก ด้วยข้อดีหลายประการที่กล่าวข้างต้นจึงทำให้ การศึกษาและการทดลองประมวลผลภาพนิยมกระทำบนเครื่องคอมพิวเตอร์

ขั้นตอนวิธีการประมวลผลภาพที่ใช้อยู่ในปัจจุบันมีหลากหลาย แต่โดยภาพรวมจะสามารถแบ่งออกเป็น 3 ประเภทตามลักษณะการดำเนินการ ได้แก่

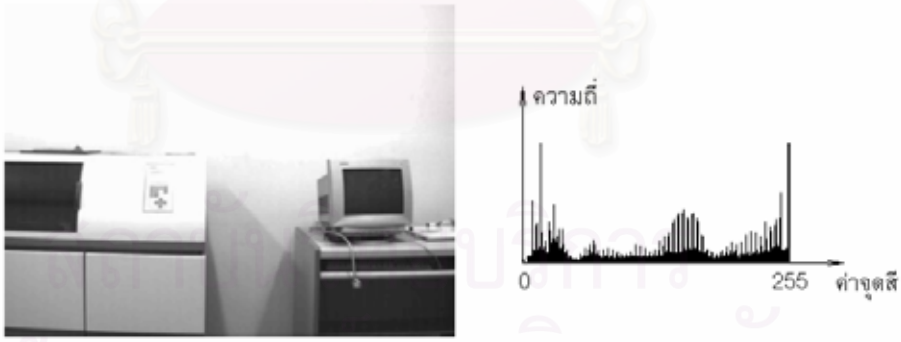
point operation – เป็นการดำเนินการที่ค่าจุดภาพที่ตำแหน่งหนึ่งของภาพผลลัพธ์เกิดจากค่าจุดภาพของภาพนำเข้าที่ตำแหน่งเดียวกันเท่านั้น เช่น การนำภาพ 2 ภาพมารวมกัน ซึ่งเป็นการนำค่าจุดภาพของภาพทั้งสองที่ตำแหน่งแถวและสดมภ์เดียวกันมารวมกัน เป็นต้น

local operation – เป็นการดำเนินการที่ค่าจุดภาพที่ตำแหน่งหนึ่งของภาพผลลัพธ์เกิดจากค่าจุดภาพของภาพนำเข้าที่ตำแหน่งเดียวกันและตำแหน่งรอบข้างของจุดนั้น เช่น การทำการประสานภาพกับตัวกรอง (filter) เพื่อทำการหาขอบของภาพ (edge detection) เป็นต้น

global operation – เป็นการดำเนินการที่ค่าจุดภาพที่ตำแหน่งหนึ่งของภาพผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับค่าจุดภาพเดิมที่ตำแหน่งนั้นเทียบกับค่าของจุดภาพทั้งหมดของภาพ เช่น การปรับฮิสโทแกรมของภาพซึ่งเป็นแผนภาพที่แสดงความถี่ของค่าจุดภาพทั้งหมดของภาพ คล้ายกับการวัดระดับคะแนนในการเรียนแบบอิงกลุ่มที่ระดับคะแนนของแต่ละคนจะขึ้นอยู่กับคะแนนของผู้อื่นด้วย



รูปที่ 2.5 การแบ่งประเภทของการประมวลผลภาพ



รูปที่ 2.6 ภาพตัวอย่างและฮิสโทแกรม

ขั้นตอนการประมวลผลภาพดิจิทัลจะขึ้นอยู่กับลักษณะข้อมูลของภาพด้วย เช่น จำนวนช่องของภาพ (channel), จำนวนบิตต่อจำนวนช่อง (bit per channel) ในกรณีของภาพสี อุปกรณ์ถ่ายภาพสีโดยทั่วไปจะให้ข้อมูลภาพแยกออกเป็น 3 ช่อง โดยแต่ละช่องจะแสดงส่วนประกอบสีแดง สีเขียวและสีน้ำเงินของภาพ และระบุความลึกของสีเป็นจำนวนบิตต่อจำนวนช่อง เช่นกรณี 8 บิตต่อช่อง ซึ่งอาจจะเรียกได้ว่าอุปกรณ์ถ่ายภาพนี้ให้ข้อมูลภาพลึก 24 บิตต่อจุดภาพ การประมวลผลภาพสีมีทั้งแบบการประมวลผลแยกบนแต่ละช่องแล้วนำผลลัพธ์มา

รวมกันในภายหลัง และแบบที่ทำการประมวลผลบนข้อมูลสีรวมทั้ง 3 ช่องโดยตรง ในกรณีของภาพสีเทาจะมีเพียง 1 ช่องเท่านั้น แต่ยังคงมีความละเอียดแตกต่างกันไปแล้วแต่ระบบ เช่น 8, 16, 32 บิตต่อจุดภาพ ซึ่งขั้นตอนการประมวลผลภาพที่เลือกใช้จำเป็นจะต้องคำนึงถึงลักษณะข้อมูลของภาพเหล่านี้ด้วย

จุดประสงค์ของการประมวลผลภาพมีหลายประการด้วยกัน แตกต่างกันไปตามการประยุกต์ใช้ ดังจะยกตัวอย่างประกอบดังนี้

- การแก้ไขความเปรียบต่างของภาพ (contrast) เพื่อทำการปรับแก้ภาพที่ถูกถ่ายภายใต้เงื่อนไขที่ไม่ดี ได้แก่ ภาพที่มืดไปหรือสว่างไปซึ่งทำให้ภาพมีรายละเอียดน้อยให้มีรายละเอียดของภาพที่ดีขึ้น เช่นการทำฮิสโทแกรมอีควลไลเซชัน (histogram equalization)

- การส่งข้อมูลภาพระยะไกล เช่น การส่งข้อมูลภาพจากอากาศยานไร้นักบิน (Unmanned Aerial Vehicles : UAVs) ไปสถานีภาคพื้นดิน หรือการส่งข้อมูลภาพผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตซึ่งจำเป็นต้องทำการบีบอัดข้อมูลภาพดิบให้มีขนาดที่เล็กลงเพื่อความรวดเร็วในการสื่อสารและลดทรัพยากรในด้านการสื่อสารและการจัดเก็บ

- การวัดโดยอาศัยข้อมูลภาพ เช่น การวัดขนาดหรือตำแหน่งของวัตถุในภาพ แม้จะทำการจัดสภาพแวดล้อมสำหรับการถ่ายภาพอย่างดีแล้ว ภาพดิจิทัลที่ได้มักจะมีข้อมูลมากเกินกว่าที่ต้องการ หรือไม่สามารถหาปริมาณที่สนใจได้จากข้อมูลภาพโดยตรง จึงจะต้องมีวิธีซึ่งจะเปิดเผยถึงลักษณะเฉพาะที่สนใจในภาพออกมาให้เด่นชัดขึ้น เพื่อจะสามารถนำข้อมูลที่สนใจออกมาจากภาพได้ง่ายยิ่งขึ้น

โดยทั่วไปการใช้ขั้นตอนวิธีใดวิธีหนึ่งในการประมวลผลจะไม่เพียงพอเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ต้องการ ภาพนำเข้าจะต้องผ่านการประมวลผลหลายขั้น เนื่องจากการประมวลผลภาพแต่ละวิธีเป็นขั้นตอนที่ใช้เวลาพอสมควร ทำให้เวลารวมในการประมวลผลเพิ่มมากขึ้น สำหรับงานที่ต้องคำนึงถึงเวลาเป็นสิ่งสำคัญ หากสามารถควบคุมสภาวะแวดล้อมการทำงานได้ก็ควรจะจัดอุปกรณ์แสงหรืออุปกรณ์ใดๆ เพื่อช่วยทำให้การประมวลผลสามารถสำเร็จด้วยขั้นตอนที่น้อยที่สุด สำหรับในงานที่ไม่สามารถจัดสภาวะแวดล้อมได้ อาจจะต้องตัดสินใจเลือกใช้เป็นแผ่นวงจรประมวลผลภาพซึ่งสามารถลดเวลาในการประมวลผลได้มาก แต่ก็มีราคาที่สูงพอสมควร

2.5.1 การปรับค่าขีดแบ่ง (thresholding)

การปรับค่าขีดแบ่งเป็นวิธีที่สำคัญวิธีหนึ่งในการแยกส่วนประกอบของภาพ เช่น การแยกวัตถุที่สนใจออกจากพื้นหลัง โดยการพิจารณาค่าจุดภาพเทียบกับค่าคงตัวค่าหนึ่งซึ่งเรียกว่าค่าขีดแบ่ง โดยผ่านกฎเกณฑ์ที่ตั้งขึ้น ตัวอย่างหนึ่งของการปรับค่าขีดแบ่งที่ง่ายที่สุดคือการแปลงภาพสีเทาเป็นภาพขาวดำ (binary image) การเลือกค่าขีดแบ่งที่เหมาะสมจะทำให้ภาพขาวดำที่ได้สามารถแยกวัตถุที่กำลังสนใจออกจากพื้นหลังได้ชัดเจน และทำให้ขั้นตอนการประมวลผลถัดมาทำได้ง่ายขึ้น เช่น การวิเคราะห์รอยเปื้อน (blob analysis) เป็นต้น

ยกตัวอย่างเช่น กำหนดให้ g เป็นภาพนำเข้าและ h เป็นภาพส่งออก และให้

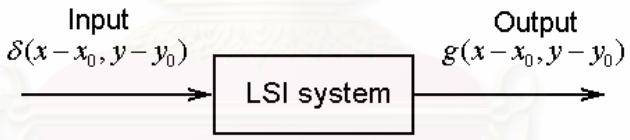
$$h[x,y]=\begin{cases}0 & ,g[x,y]<\tau \\ 1 & ,g[x,y]\geq\tau\end{cases}$$

โดยที่ τ เป็นค่าขีดแบ่ง ตัวอย่างภาพนำเข้าและภาพส่งออกที่ได้แสดงในรูปที่ 2.7 ภาพขาวดำ

รูปที่ 2.7 ภาพนำเข้า(ซ้าย) และภาพส่งออก(ขวา) จากการปรับค่าขีดแบ่ง [2]

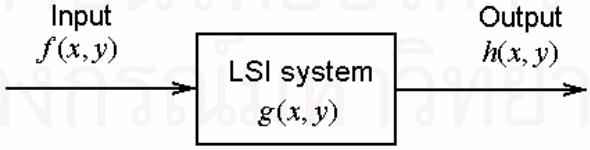
2.5.2 การประสาน (convolution)

พิจารณาระบบเชิงเส้นแบบไม่แปรเปลี่ยนตามอวกาศ (Linear Space Invariant : LSI) แบบ 2 มิติ สมมติว่าเมื่อป้อนสัญญาณนำเข้าเป็นอิมพัลส์ $\delta(x,y)$ แก่ระบบนี้แล้วก่อให้เกิดสัญญาณนำออกเป็น $g(x,y)$ สัญญาณ $g(x,y)$ นี้เรียกว่าผลการตอบสนองอิมพัลส์ ซึ่งสามารถใช้เป็นตัวบรรยายถึงพฤติกรรมของระบบได้



รูปที่ 2.8 ผลตอบสนองของระบบเชิงเส้นเมื่อสัญญาณนำเข้าเป็นอิมพัลส์

ดังนั้นจึงสามารถเขียนแทนระบบนี้ได้ด้วย $g(x,y)$ ดังแสดงในรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 สัญญาณนำออก $h(x,y)$ เมื่อป้อนสัญญาณนำเข้าเป็น $f(x,y)$

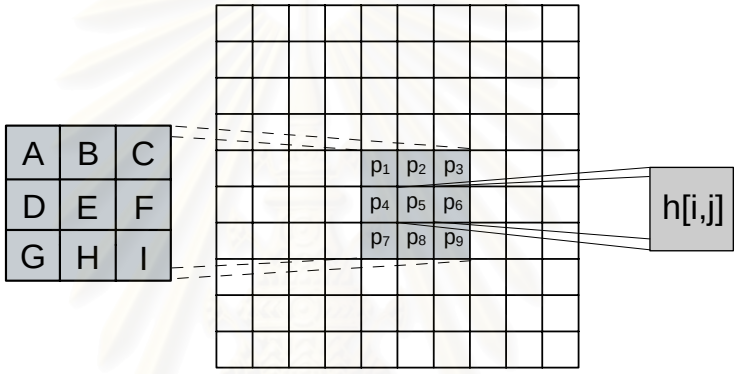
เมื่อป้อนสัญญาณนำเข้าเป็น $f(x,y)$ จะคำนวณสัญญาณนำออก $h(x,y)$ ได้จากการประสานกรณีสัญญาณชนิดต่อเนื่อง

$$\begin{aligned}h(x,y) &= f(x,y)*g(x,y) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x',y')g(x-x',y-y')dx'dy' \end{aligned} \quad (2.1)$$

กรณีสัญญาณชนิดไม่ต่อเนื่อง

$$\begin{aligned} h[i,j] &= f[i,j] * g[i,j] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty} f[k,l]g[i-k,j-l] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty} f[i-k,j-l]g[k,l] \end{aligned} \tag{2.2}$$

ถ้าให้สัญญาณ $f[x,y]$ เป็นภาพดิจิทัลแล้ว จะเรียกสัญญาณ $g[x,y]$ ว่าตัวกรอง (filter) หรือเรียกอีกอย่างว่า “มาสก์การประสาน” (convolution mask) เนื่องจากตัวกรองที่กำลังกล่าวถึงนี้เป็นสัญญาณ 2 มิติ ทำให้ต่อไปจะขอแสดงตัวกรองในลักษณะของเมทริกซ์ และจะยกตัวอย่างการคำนวณการประสานสำหรับภาพดิจิทัลในกรณีที่ตัวกรองมีขนาด 3×3 ดังต่อไปนี้



รูปที่ 2.10 การคำนวณการประสานสำหรับภาพดิจิทัล

พิจารณารูปที่ 2.10 สมมติว่าตัวกรอง $g[x,y]$ มีลักษณะดังนี้

$$g[x,y] = \begin{bmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{bmatrix}$$

ตามสมการที่ (2.2) ผลการประสานก็คือผลรวมแบบถ่วงน้ำหนักของค่าจุดภาพกับตัวกรอง ทำให้สามารถคำนวณหาภาพผลลัพธ์ $h[i,j]$

$$h[i,j] = \sum_{k=-1}^{1}\sum_{l=-1}^{1} f[i-k,j-l]g[k,l]$$

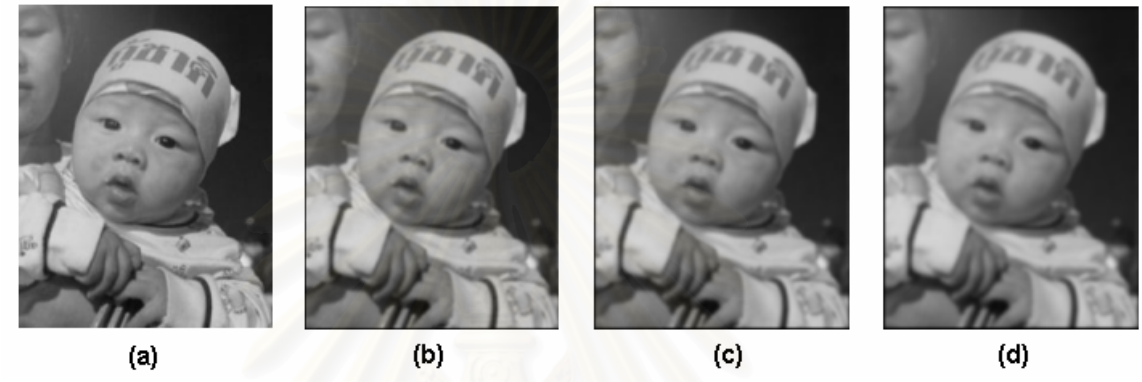
$$h[i,j] = Ap_1 + Bp_2 + Cp_3 + Dp_4 + Ep_5 + Fp_6 + Gp_7 + Hp_8 + Ip_9$$

วิธีการประมวลผลภาพหลายวิธีมีพื้นฐานมาจากการประสาน การเปลี่ยนตัวกรองทำให้ได้ภาพผลลัพธ์ $h[x,y]$ ที่แตกต่างกันไป โดยจะได้ทำการยกตัวอย่างตัวกรองบางชนิดและภาพผลลัพธ์ที่ได้ในหัวข้อย่อยต่อไปนี้

2.5.2.1 ตัวกรองค่าเฉลี่ย (mean filter)

เป็นตัวกรองที่ทำการแทนที่ค่าจุดภาพจุดเดิมด้วยค่าเฉลี่ยของจุดภาพนั้นกับจุดภาพรอบข้าง ประโยชน์ของตัวกรองนี้คือการลดสัญญาณรบกวนบนภาพ แต่ถ้าใช้มากเกินไปก็จะทำให้รายละเอียดของภาพลดลงไปได้ ตัวอย่างของตัวกรองค่าเฉลี่ยขนาด 3×3

$$g[x,y]=\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$



รูปที่ 2.11 (a) ภาพนำเข้าและภาพผลลัพธ์จากการประสานด้วยตัวกรองค่าเฉลี่ย (b) 1 ครั้ง (c) 2 ครั้ง (d) 3 ครั้ง

2.5.2.2 ตัวตรวจจับขอบแบบโซเบล (Sobel edge detector)

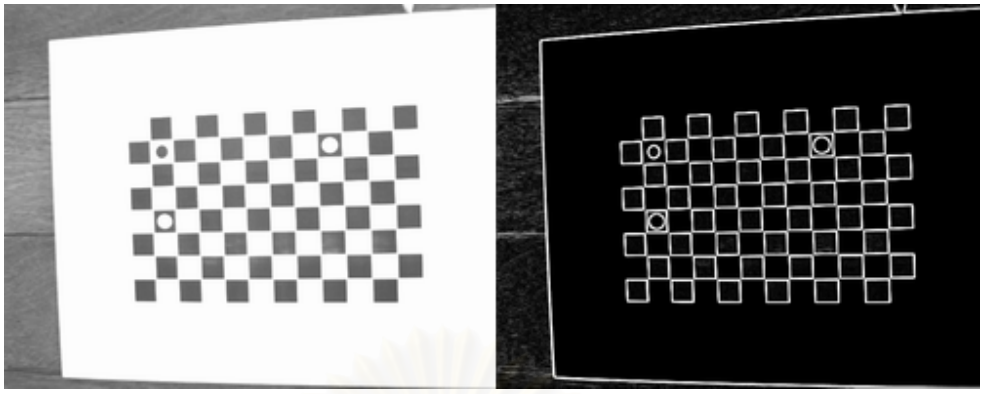
เป็นตัวตรวจจับขอบที่ใช้มากที่สุดตัวหนึ่ง เป็นตัวกรองที่พิจารณาค่าเกรเดียนต์อันดับหนึ่งของภาพดิจิทัล จุดภาพที่มีค่าเกรเดียนต์มากเพียงพอจะถูกพิจารณาเป็นขอบ ตัวอย่างของตัวตรวจจับขอบแบบโซเบลขนาด 3×3 ได้แก่

$$g[x,y]=\begin{bmatrix}-1 & -2 & -1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix},\quad g[x,y]=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\\ -2 & 0 & 2\\ -1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

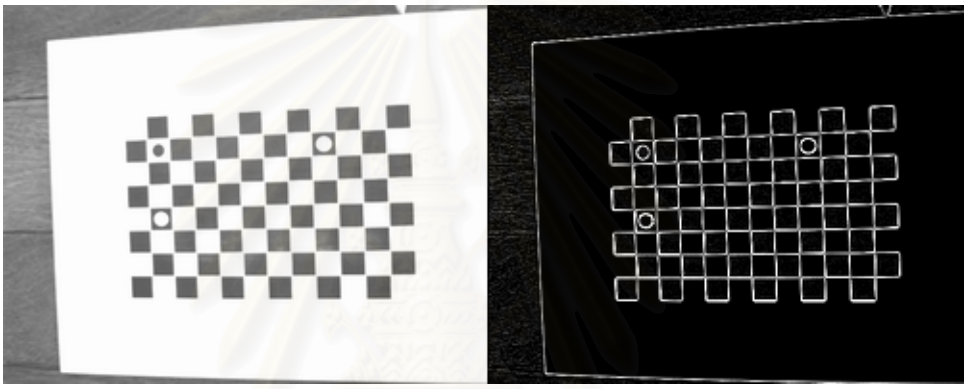
2.5.2.3 ตัวตรวจจับขอบแบบลาปลาเซียน (Laplacian edge detector)

เป็นตัวตรวจจับขอบที่พิจารณาถึงเกรเดียนต์อันดับสองของภาพดิจิทัล จุดภาพที่มีค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งมากที่สุดจะถูกพิจารณาเป็นขอบ ซึ่งสอดคล้องกับจุดภาพที่มีค่าเกรเดียนต์อันดับสองเท่ากับศูนย์ ตัวอย่างของตัวตรวจจับขอบแบบลาปลาเซียนขนาด 3×3 ได้แก่

$$g[x,y]=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ -1 & 4 & -1\\ 0 & -1 & 0\end{bmatrix},\quad g[x,y]=\begin{bmatrix}-1 & -1 & -1\\ -1 & 8 & -1\\ -1 & -1 & -1\end{bmatrix}$$



รูปที่ 2.12 ขอบที่ได้จากภาพกระดานสอบเทียบโดยใช้ตัวตรวจจับขอบแบบโซเบล

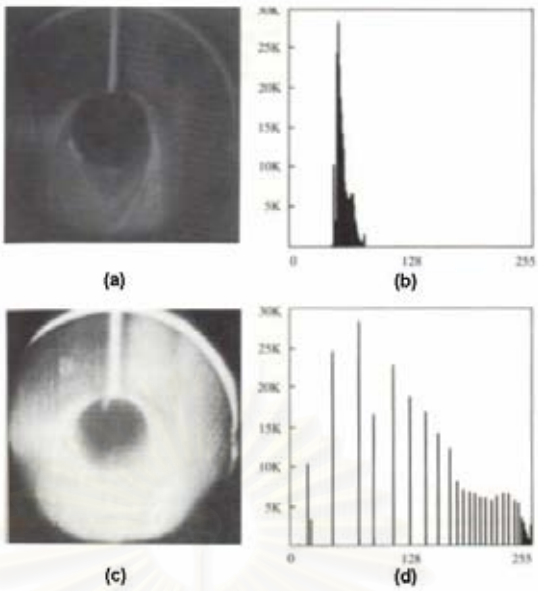


รูปที่ 2.13 ขอบที่ได้จากภาพกระดานสอบเทียบโดยใช้ตัวตรวจจับขอบแบบลาปลาเซียน

2.5.3 การทำฮิสโทแกรมอีควลไลเซชัน

ภาพบางภาพมีความเปรียบต่างแย่กล่าวคือ ค่าจุดภาพของทั้งภาพมีการกระจุกตัวทำให้ภาพมีรายละเอียดน้อย ตัวอย่างเช่นในรูปที่ 2.14(a) และฮิสโทแกรมในรูปที่ 2.14(b) การทำฮิสโทแกรมอีควลไลเซชันเป็นการขยายช่วงของค่าจุดภาพ ให้มีการกระจายอย่างสม่ำเสมอ ซึ่งมีด้วยกันหลายวิธีแต่วิธีที่ง่ายที่สุด คือการกำหนดว่าจะขยายช่วงค่าจุดภาพในภาพนำเข้าจากช่วง $[a,b]$ เป็นช่วง $[z_1, z_k]$ สมการที่ใช้เชื่อมโยงค่าจุดภาพในภาพนำเข้า z เป็นค่าจุดภาพในภาพนำออก z' คือ

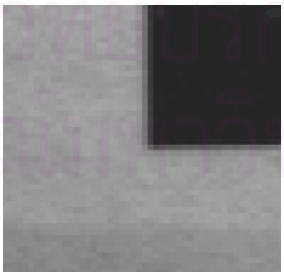
$$z' = \frac{z_k - z_1}{b-a}(z-a) + z_1$$
$$z' = \frac{(z_k - z_1)}{(b-a)}z + \frac{(z_1 b - z_k a)}{(b-a)} \qquad (2.3)$$



รูปที่ 2.14 (a)-(b) ภาพและฮิสโทแกรมก่อนทำฮิสโทแกรมอีควลไลเซชัน
(c)-(d) ภาพและฮิสโทแกรมหลังทำฮิสโทแกรมอีควลไลเซชัน [2]

2.5.4 การระบุตำแหน่งลักษณะมุม

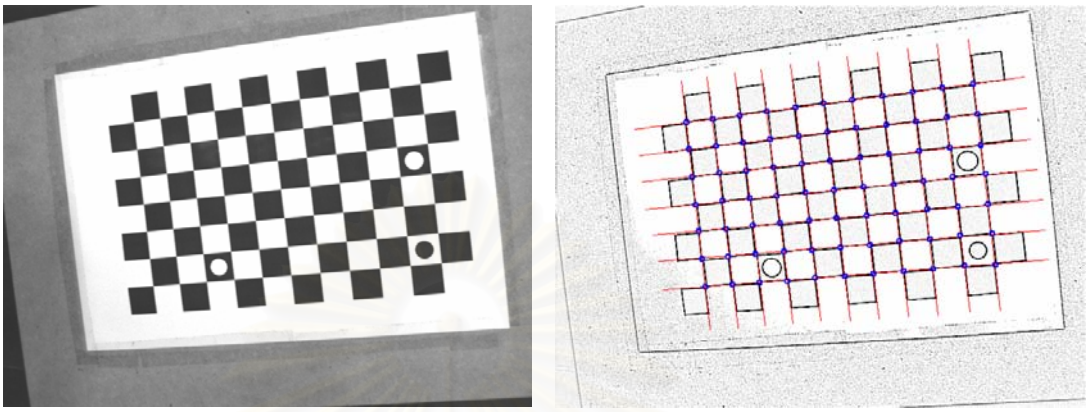
การระบุตำแหน่งของจุดมุมแบบหยาบจะได้ค่าพิกัดเป็นจำนวนเต็ม แต่ในความเป็นจริงแล้ว เมื่อแสงจากวัตถุฉายผ่านเลนส์แล้วตกลงบนซีซีดีแล้วก่อให้เกิดภาพ ภาพของขอบวัตถุไม่จำเป็นต้องปรากฏลงตรงกลางเซลล์ซีซีดีเดียวพอดี ส่งผลให้จุดภาพที่บริเวณขอบและมุมของวัตถุมีลักษณะเป็นกลุ่มของจุดภาพที่มีการไล่ความเข้มสี ดังแสดงในรูปที่ 2.15 การระบุตำแหน่งจุดมุมเป็นพิกัดจำนวนเต็มเช่น จุด (110, 200) ดูจะไม่ถูกต้องนัก โดยเฉพาะการนำภาพไปใช้ในงานที่เกี่ยวกับการวัดดังเช่นในงานวิจัยนี้แล้ว การระบุตำแหน่งเป็นจำนวนเต็มจะก่อให้เกิดความผิดพลาดในการคำนวณอย่างมาก ดังนั้นจึงต้องมีวิธีการคำนวณหาตำแหน่งของจุดมุมในภาพ โดยสามารถให้ความแม่นยำในระดับสับพิกเซล (subpixel accuracy) ได้



รูปที่ 2.15 ภาพขอบของวัตถุที่มีการไล่ความเข้มสีตรงบริเวณขอบที่ 2 สีตัดกัน

มีการนำเสนอหลายวิธีในการหาตำแหน่งมุมในภาพดิจิทัล เช่นการหาขอบโดยการใช้ตัวกรองที่กล่าวในหัวข้อย่อยที่แล้วในการหาขอบในภาพ แล้วคำนวณหาสมการเส้นตรงที่แทนขอบแต่ละขอบ ทำให้สามารถหาพิกัดจุดมุมได้จากการตัดกันของสมการเส้นตรงเหล่านี้ ซึ่ง

จะได้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำในระดับสับพิกเซลเช่นกัน วิธีนี้มีข้อจำกัดในกรณีที่ภาพมีการบิดเบี้ยวเนื่องมาจากการใช้เลนส์ ทำให้ภาพของวัตถุที่มีลักษณะเป็นเส้นตรงจะปรากฏเป็นเส้นโค้งบนภาพ ส่งผลให้การหาสมการเส้นตรงและจุดมุมที่คำนวณได้มีค่าไม่ถูกต้อง



รูปที่ 2.16 การหาจุดมุมโดยวิธีการหาจุดตัดของสมการเส้นตรง

วิธีการคำนวณหาสมการเส้นตรงจากภาพ จะต้องทำการหาขอบและทำการปรับค่าขีดแบ่ง ทำให้ข้อมูลภาพบริเวณใกล้ตำแหน่งมุมและขอบถูกทำลายไป โดยไม่ได้ถูกนำมาใช้คำนวณ ต่อไปจะนำเสนอวิธีการคำนวณหาลักษณะมุมโดยใช้ตัวตรวจจับขอบของแฮร์ริส (The Harris corner detector) ซึ่งเป็นการหาตำแหน่งลักษณะมุมจากข้อมูลภาพสีเทาโดยตรง

สมมติให้ภาพดิจิทัลที่ต้องการหาตำแหน่งลักษณะมุมแทนด้วยเมทริกซ์ $\mathbf{I}$ ให้คำนวณเกรเดียนต์ของภาพตามแนวนอนและแนวตั้ง โดยใช้ตัวกรองสำหรับหาค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งเช่น ตัวตรวจจับขอบแบบโซเบล ทำให้แต่ละจุดบนภาพจะมีเวกเตอร์เกรเดียนต์ (gradient)

$$\nabla \mathbf{I} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} & \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix}^T$$

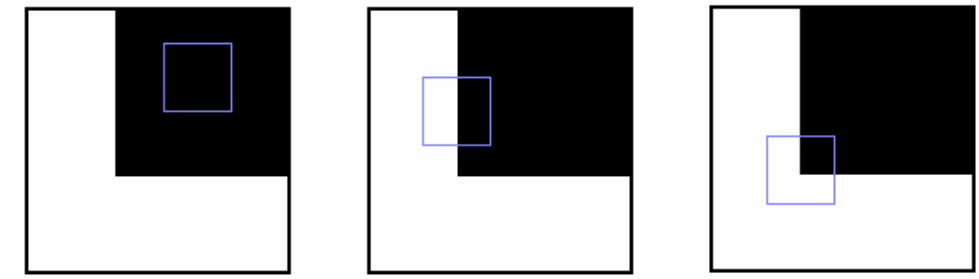
ที่สอดคล้องกับจุดภาพนั้น หลังจากนั้นพิจารณาแต่ละจุดภาพ p ให้ทำการเลือกหน้าต่างขนาด $(2N+1)\times(2N+1)$ บนภาพโดยมีจุด p เป็นจุดศูนย์กลาง แล้วทำการคำนวณหาเมทริกซ์ $\mathbf{C}$ สำหรับหน้าต่างนี้ (ในทางปฏิบัติ N มีค่าอยู่ตั้งแต่ 2 ถึง 10) [1]

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sum I_x^2 & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y^2 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

เนื่องจากเมทริกซ์ $\mathbf{C}$ เป็นเมทริกซ์สมมาตร ดังนั้นจึงสามารถทำการแปลงแบบคล้ายให้กลายเป็นเมทริกซ์ทแยงมุม $\mathbf{C}'$ ได้

$$\mathbf{C}' = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

โดยที่ค่า λ_1 และ λ_2 คือค่าเจาะจง (eigenvalue) ของเมทริกซ์ $\mathbf{C}$ โดยกำหนดให้ $\lambda_1 \geq \lambda_2$



(a) (b) (c)

รูปที่ 2.17 (a)-(c) ตำแหน่งที่เป็นไปได้ของหน้าต่างที่ใช้ในการค้นหาตำแหน่งลักษณะมุม

กรณีที่ 1 ดังแสดงในรูปที่ 2.17(a) หน้าต่างที่เลือกจะอยู่ในบริเวณของภาพที่มีค่าจุดภาพเท่ากันทั้งหมด ค่าเกรเดียนต์ของภาพตามแนวนอนและแนวตั้งจะมีค่าเป็น 0 ทั้งหมด ดังนั้นเมทริกซ์ $\mathbf{C}$ ที่ได้จะเป็นเมทริกซ์ศูนย์ ทำให้ค่าเจาะจง λ_1 และ λ_2 มีค่าเท่ากับ 0

กรณีที่ 2 ดังแสดงในรูปที่ 2.17(b) หน้าต่างที่เลือกจะอยู่ในบริเวณที่มีขอบที่มีสีขาวและดำตัดกันตามแนวเส้นตรง ในกรณีนี้จะได้ค่าเจาะจง $\lambda_1 > 0$ และ $\lambda_2 = 0$ และเวกเตอร์เจาะจงที่สอดคล้องกับค่าเจาะจง λ_1 จะแสดงถึงทิศตั้งฉากกับขอบของเส้นตรงนั้น

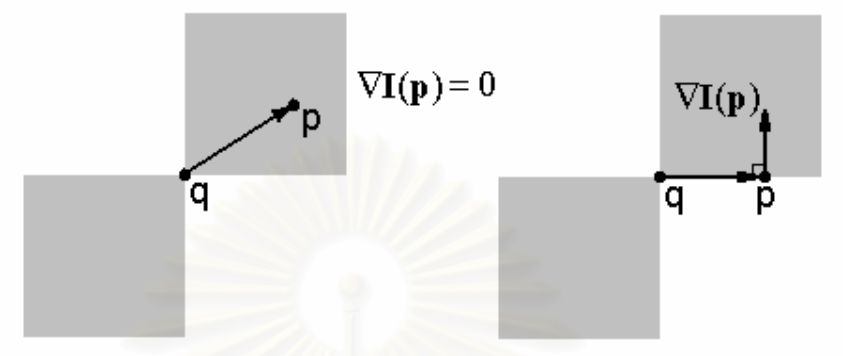
กรณีที่ 3 ดังแสดงในรูปที่ 2.17(c) หน้าต่างที่เลือกจะอยู่ในบริเวณที่มีตำแหน่งมุมเกิดขึ้น จะคำนวณได้ค่าเจาะจง $\lambda_1 \geq \lambda_2 > 0$ ค่าเจาะจงจะแสดงถึงค่าความชัดเจนของขอบ และเวกเตอร์เจาะจงแสดงถึงทิศทางของขอบทั้งสอง จุดภาพที่พิจารณาอยู่จะถือเป็นตำแหน่งลักษณะมุมเมื่อหน้าต่างที่สอดคล้องกับจุดภาพนั้นปรากฏตำแหน่งขอบที่มีความชัดเจนเพียงพอ 2 ขอบ นั่นคือให้ค่า λ_2 มีค่ามากเพียงพอ

ขั้นตอนวิธีโดยสรุปคือ ทำการเลือกขนาดหน้าต่างที่เหมาะสม โดยพิจารณาจากรายละเอียดของภาพ ทำการคำนวณหาเวกเตอร์เกรเดียนต์ของภาพ คำนวณหาเมทริกซ์ $\mathbf{C}$ ของหน้าต่างที่แต่ละจุดภาพ p ทำการคำนวณหาค่าเจาะจง λ_2 ตัวที่มีค่าน้อยกว่าของเมทริกซ์ $\mathbf{C}$ นี้ ถ้าค่า λ_2 มีค่ามากกว่าค่าขีดแบ่ง τ ค่าหนึ่งซึ่งกำหนดขึ้นอย่างเหมาะสม ให้ทำการเก็บค่าพิกัดจุด p นี้ไว้ในกลุ่มของคำตอบที่ถือว่าเป็นตำแหน่งมุม หลังจากนั้นทำการเลื่อนหน้าต่างนี้ไปทั่วทั้งภาพแล้วทำการคำนวณดังเช่นกล่าวข้างต้นจนได้เซตของจุด p ทั้งหมดที่เป็นตำแหน่งจุดมุมในภาพ ในกรณีที่ต้องการตำแหน่งจุดมุมอย่างหยาบ จะต้องตัดคำตอบ p บางคู่ที่เป็นจุดที่อยู่ใกล้กันทิ้งไปให้เหลือเพียงจุดเดียวที่แทนตำแหน่งจุดมุม ณ บริเวณนั้นของภาพ

เพื่อที่ให้ได้ความละเอียดของตำแหน่งมุมในระดับสับพิกเซล ให้พิจารณารูปที่ 2.18 จุด p เป็นจุดซึ่งอยู่รอบข้างจุดมุมที่แท้จริง q ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี ได้แก่กรณีแรกจุด p อยู่ในบริเวณที่มีสีคงที่ ในกรณีนี้จะคำนวณเวกเตอร์เกรเดียนต์ $\nabla\mathbf{I}(\mathbf{p})$ ได้เป็นเวกเตอร์ศูนย์ กรณีที่สองจุด p อยู่ในบริเวณที่ขอบพอดี ซึ่งเวกเตอร์ pq จะตั้งฉากกับเวกเตอร์

เกรเดียนต์ที่จุด p ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าจุด p ที่อยู่ใกล้บริเวณจุดมุมจะมีคุณสมบัติสอดคล้องตามสมการที่ (2.6)

$$\nabla \mathbf{I}(\mathbf{p}).(\mathbf{q}-\mathbf{p}) = 0 \tag{2.6}$$



รูปที่ 2.18 เงื่อนไขในการหาตำแหน่งลักษณะมุมในระดับสับพิกเซล

เมื่อทำการหาตำแหน่งของจุดมุมได้อย่างคร่าวๆ ตามขั้นตอนแรกแล้ว จะไม่ทำการตัดกลุ่มของคำตอบ p ที่ได้จากขั้นตอนแรกแต่จะจับกลุ่มจุดที่อยู่ใกล้กันเป็นเซตย่อย จากสมการที่ (2.6) จะเห็นได้ว่า จุด p หนึ่งจุดจะก่อให้เกิดสมการ 1 สมการ แต่เนื่องจากมีตัวไม่รู้ค่า 2 ตัวได้แก่ พิกัดทั้งสองของจุด q คือ q_x และ q_y ดังนั้นการกำหนดจุด p มากกว่า 2 จุดขึ้นไปรอบจุด q จะสามารถคำนวณหาคำตอบค่าผิดพลาดกำลังสองน้อยสุดได้ดังนี้

กำหนดให้ $\mathbf{q}$ เป็นตำแหน่งของจุดมุมที่แท้จริงและจุด $\mathbf{p}_i$ ในเซตย่อยโดยที่ i = 1,2,..,k เป็นตำแหน่งของจุดมุมที่หาได้จากขั้นตอนแรก ซึ่งที่แต่ละจุด $\mathbf{p}_i$ จะต้องมีคุณสมบัติตามสมการที่ (2.6) ในทางปฏิบัติจะมีสัญญาณรบกวนทำให้ผลคูณเชิงสเกลาร์ในสมการที่ (2.6) มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ แต่จะมีค่าเท่ากับค่าเศษตกค้าง

$$\varepsilon_i = \nabla \mathbf{I}(\mathbf{p}_i).(\mathbf{q}-\mathbf{p}_i) \tag{2.7}$$

ดังนั้นปัญหาการหาตำแหน่งมุมจะเป็นการหาคำตอบ $\mathbf{q}$ ที่ให้ค่าของฟังก์ชันผลรวมเศษตกค้าง

$$C(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i^{\,2} = \sum_{i=1}^{k} \left(\nabla \mathbf{I}(\mathbf{p}_i).(\mathbf{q}-\mathbf{p}_i)\right)^2 \tag{2.8}$$

มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งสามารถหาคำตอบ $\mathbf{q}$ ได้ด้วยวิธีการถดถอยเชิงเส้น โดยเริ่มจากจัดรูปสมการที่ (2.8) ใหม่

$$C(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{k} \left(\begin{bmatrix} I_{xi} & I_{yi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x - p_{xi} \\ q_y - p_{yi} \end{bmatrix} \right)^2$$

$$C(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{k} \left(I_{xi}\left(q_x - p_{xi}\right) + I_{yi}\left(q_y - p_{yi}\right) \right)^2$$

$$C(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{k} \left(I_{xi} q_x + I_{yi} q_y - I_{xi} p_{xi} - I_{yi} p_{yi} \right)^2$$

ทำการหาอนุพันธ์เทียบกับตัวแปรต้นทั้งสองแล้วกำหนดค่าให้เท่ากับ 0

$$\frac{\partial C(\mathbf{q})}{\partial q_x} = 2\sum_{i=1}^{k} \left(I_{xi}^2 q_x + I_{xi} I_{yi} q_y - I_{xi}^2 p_{xi} - I_{xi} I_{yi} p_{yi} \right) = 0$$

$$\frac{\partial C(\mathbf{q})}{\partial q_y} = 2\sum_{i=1}^{k} \left(I_{xi} I_{yi} q_x + I_{yi}^2 q_y - I_{xi} I_{yi} p_{xi} - I_{yi}^2 p_{yi} \right) = 0$$

จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$q_x \sum_{i=1}^{k} I_{xi}^2 + q_y \sum_{i=1}^{k} I_{xi} I_{yi} - \sum_{i=1}^{k} I_{xi}^2 p_{xi} - \sum_{i=1}^{k} I_{xi} I_{yi} p_{yi} = 0 \qquad (2.9)$$

$$q_x \sum_{i=1}^{k} I_{xi} I_{yi} + q_y \sum_{i=1}^{k} I_{yi}^2 - \sum_{i=1}^{k} I_{xi} I_{yi} p_{xi} - \sum_{i=1}^{k} I_{yi}^2 p_{yi} = 0 \qquad (2.10)$$

ย้ายข้างสมการและเขียนอยู่ในรูปแบบเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} I_{xi}^2 & \sum_{i=1}^{k} I_{xi} I_{yi} \\ \sum_{i=1}^{k} I_{xi} I_{yi} & \sum_{i=1}^{k} I_{yi}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k} I_{xi}^2 p_{xi} + \sum_{i=1}^{k} I_{xi} I_{yi} p_{yi} \\ \sum_{i=1}^{k} I_{xi} I_{yi} p_{xi} + \sum_{i=1}^{k} I_{yi}^2 p_{yi} \end{bmatrix}$$

หรืออาจจะเขียนอย่างง่ายได้เป็น

$$\mathbf{Jq} = \mathbf{H}$$

และสามารถแก้สมการหาคำตอบได้จาก

$$\mathbf{q} = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{H} \qquad (2.11)$$

คำตอบ $\mathbf{q}$ ที่ได้จะเป็นตำแหน่งลักษณะมุมที่มีความถูกต้องระดับสับพิกเซล

2.5.5 การวิเคราะห์รอยเปื้อน (blob analysis)

ในกรณีภาพขาวดำ ภาพชนิดนี้จะประกอบด้วยค่าจุดภาพเพียง 2 ค่าคือ 0 และ 1 เท่านั้น โดยอาจจะเป็นภาพผลลัพธ์ที่ได้จากการปรับค่าขีดแบ่ง รอยเปื้อนคือกลุ่มของจุดภาพที่มีการเชื่อมต่อกันเป็นกลุ่มดังแสดงในรูปที่ 2.19

รูปที่ 2.19 รอยเปื้อนจำนวน 3 กลุ่มบนภาพขาวดำ

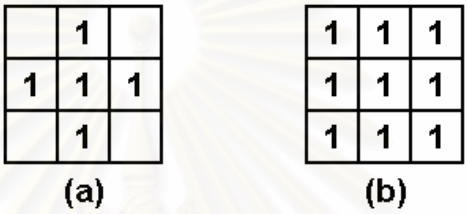
โดยจะสามารถพิจารณาการเชื่อมต่อของจุดภาพได้เป็น 2 แบบคือ

2.5.5.1 การเชื่อมต่อแบบ – 4

จุดภาพ 2 จุดที่มีค่าจุดภาพเท่ากันและอยู่ทางด้านซ้าย ขวา บนหรือล่างของกันและกัน จะถือว่าจุดภาพทั้งสองมีการเชื่อมต่อกันแบบ – 4 ดังแสดงในรูปที่ 2.20(a)

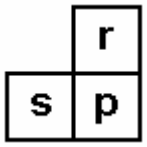
2.5.5.2 การเชื่อมต่อแบบ – 8

จุดภาพ 2 จุดที่มีค่าจุดภาพเท่ากันและอยู่ทางด้านซ้าย ขวา บนหรือล่าง รวมถึงทิศทางทแยงมุมของกันและกัน จะถือว่าจุดภาพทั้งสองมีการเชื่อมต่อกันแบบ – 8 ดังแสดงในรูปที่ 2.20(b)



รูปที่ 2.20 (a) การเชื่อมต่อแบบ – 4 (b) การเชื่อมต่อแบบ – 8

ในกรณีที่คิดว่ากลุ่มของจุดภาพที่มีการเชื่อมต่อแบบ – 4 ถือเป็นรอยเปื้อนเดียวกัน พิจารณารูปที่ 2.21 ให้ p แทนจุดภาพที่กำลังตรวจสอบอยู่ r แทนจุดภาพที่อยู่ด้านบนของ p และ s แทนจุดภาพที่อยู่ด้านซ้ายของ p แล้วทำการตรวจสอบจุดภาพจากบนลงล่างและจากซ้ายไปขวา ด้วยวิธีการตรวจสอบแบบนี้ทำให้ขณะที่กำลังตรวจสอบค่าจุดภาพที่จุด p จุด r และ s จะถูกตรวจสอบไปแล้ว ถ้าค่าจุดภาพที่จุด p มีค่าเท่ากับ 0 ให้ทำการตรวจสอบค่าจุดภาพถัดไป ถ้าค่าจุดภาพที่จุด p มีค่าเท่ากับ 1 ให้ทำการตรวจสอบค่าจุดภาพที่จุด r และ s ถ้ามีค่าเท่ากับ 0 ทั้งคู่ ให้ทำการตั้งชื่อใหม่ให้แก่จุดภาพนี้เพราะว่าตำแหน่งนี้คือตำแหน่งแรกของรอยเปื้อนใหม่ ถ้าระหว่าง r และ s มีเพียงจุดเดียวที่มีค่าเท่ากับ 1 ให้ตั้งชื่อจุด p ให้มีชื่อเดียวกับจุดภาพนั้น และถ้าทั้งคู่มีค่าเท่ากับ 1 และทั้งคู่มีชื่อเดียวกันให้ตั้งชื่อจุด p เป็นชื่อนั้น แต่ถ้าทั้งคู่มีชื่อแตกต่างกันให้ตั้งชื่อจุด p เป็นชื่อใดชื่อหนึ่งแล้วทำการจดจำว่าชื่อทั้งสองนี้มีความเทียบเท่ากัน คือแสดงถึงรอยเปื้อนเดียวกัน นั่นคือจุด r และ s เชื่อมต่อกันผ่านจุด p และเมื่อทำการตรวจสอบหมดทั้งภาพแล้ว ให้ทำการตรวจสอบชื่อที่เทียบเท่ากันแล้วจัดกลุ่มให้ได้เซตของรอยเปื้อนทั้งหมด



รูปที่ 2.21 การวิเคราะห์รอยเปื้อนสำหรับการเชื่อมต่อแบบ - 4

ในกรณีของการเชื่อมต่อแบบ – 8 ให้เพิ่มการพิจารณาเพิ่มอีก 2 จุดคือ q และ t ดังแสดงในรูปที่ 2.22 โดยทำการตรวจสอบจากบนลงล่างและซ้ายไปขวาเหมือนเดิม ทำให้ขณะที่กำลังตรวจสอบที่จุด p จุด q, r, s และ t จะถูกตรวจสอบไปแล้ว ถ้าค่าจุดภาพที่จุด p มีค่าเท่ากับ 0 ให้ตรวจสอบค่าจุดภาพถัดไป ถ้าค่าจุดภาพที่จุด p มีค่าเท่ากับ 1 และค่าจุดภาพที่จุด q, r, s และ t มีค่าเท่ากับ 0 ทั้งหมด ให้ทำการตั้งชื่อใหม่ให้แก่จุดภาพนี้เพราะว่าเป็นตำแหน่งแรกของรอยเปื้อนใหม่ ถ้ามีเพียงจุดเดียวที่มีค่าเท่ากับ 1 ให้ตั้งชื่อจุด p ให้มีชื่อเดียวกับจุดภาพนั้น และถ้าจุด q, r, s และ t อย่างน้อยสองจุดมีค่าเท่ากับ 1 ให้ตั้งชื่อจุด p เป็นชื่อใดชื่อหนึ่ง แล้วทำการจำว่าชื่อของจุดที่มีค่าเท่ากับ 1 เหล่านี้มีความเทียบเท่ากัน หลังจากตรวจสอบหมดทั้งภาพแล้ว ทำการตรวจสอบชื่อที่เทียบเท่ากันแล้วจัดกลุ่มให้ได้เซตของรอยเปื้อนทั้งหมด

รูปที่ 2.22 การวิเคราะห์รอยเปื้อนสำหรับการเชื่อมต่อแบบ - 8

เมื่อคำนวณหาเซตของรอยเปื้อนได้ทั้งหมดแล้ว จะสามารถคำนวณหาปริมาณต่างๆ ของรอยเปื้อนได้ เช่น พื้นที่ ค่าเฉลี่ยค่าจุดภาพ ตำแหน่งจุดศูนย์กลาง ความกระชับ (compactness) ของรอยเปื้อนได้ ปริมาณเหล่านี้จะแสดงข้อมูลของวัตถุที่กำลังสนใจอยู่ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ประกอบการตัดสินใจในการดำเนินการขั้นต่อไปในงานที่เกี่ยวข้องได้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

แบบจำลองของกล้องและการสอบเทียบ

สัญลักษณ์ของตัวแปรที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ จะใช้เหมือนกับที่งานวิจัยส่วนใหญ่นิยมใช้กล่าวคือ ในกรณีของเมทริกซ์จะใช้เป็นตัวอักษรใหญ่ชุดแบบอักษรหนา ตัวแปรเวกเตอร์จะใช้เป็นตัวอักษรเล็กชุดแบบอักษรหนา สำหรับตัวแปรสเกลาร์จะใช้เป็นตัวอักษรเล็กชุดแบบอักษรปกติ เช่น $\mathbf{A}, \mathbf{p}, t$ จะเป็นสัญลักษณ์แสดงตัวแปรเมทริกซ์ เวกเตอร์และสเกลาร์ตามลำดับ ยกเว้นในกรณีที่มีการนิยามไว้โดยเฉพาะตรงหัวข้อนั้น

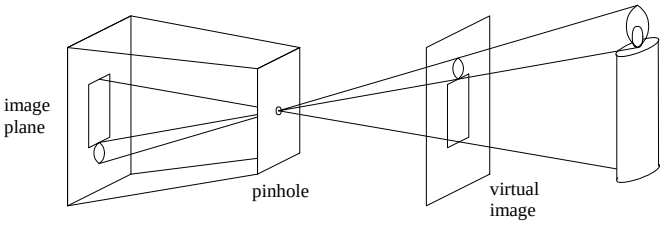
3.1 พิกัดเอกพันธุ์ (homogeneous coordinate)

โดยปกติแล้วจุดพิกัด 2 มิติในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน จะถูกแสดงด้วยคู่ลำดับในลักษณะ (x, y) หรือเวกเตอร์สดมภ์ขนาด 2×1 ในลักษณะ $\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^T$ โดยที่ x และ y เป็นจำนวนจริง ในกรณีของระบบพิกัดเอกพันธุ์จะทำการเพิ่มมิติขึ้นอีก 1 มิติต่อท้ายเข้าไป โดยให้ $(x, y, 1)$ ในระบบพิกัดเอกพันธุ์แสดงถึงจุดเดียวกับ (x, y) ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน และในกรณีที่มิติที่เพิ่มขึ้นมาใหม่นี้มีค่าไม่เท่ากับ 1 จะกำหนดให้ $(x, y, 1)$ และ $(kx, ky, k), k \neq 0$ ในระบบพิกัดเอกพันธุ์แทนจุดเดียวกันกับ (x, y) ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน สำหรับในกรณีของจุดพิกัดใน 3 มิติก็เช่นเดียวกันโดยทำการเพิ่มพิกัดขึ้นอีก 1 มิติเข้าไปที่ด้านท้าย นั่นคือพิกัด (x, y, z) ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนเขียนแทนด้วย $(x, y, z, 1)$ ในระบบพิกัดเอกพันธุ์

ในภายหลังจะเห็นว่าการใช้พิกัดเอกพันธุ์ ทำให้สามารถเขียนแสดงสมการและคำนวณได้ง่ายกว่าการเขียนด้วยระบบพิกัดคาร์ทีเซียน เช่น สมการการฉายซึ่งเมื่อเขียนในพิกัดเอกพันธุ์จะสามารถแสดงได้ด้วยการคูณกันของเมทริกซ์เท่านั้น

3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกล้องแบบรูเข็ม

สำหรับกล้องถ่ายภาพในยุคแรกนั้นจะเป็นกล้องแบบรูเข็ม ซึ่งมีหลักการทำงานคือ เมื่อมีแสงตกกระทบวัตถุแล้วสะท้อนผ่านรูเล็กที่ตัวกล้องแล้วไปตกกระทบฉากหลังทำให้เกิดเป็นภาพ ดังในรูปที่ 3.1 เนื่องจากข้อเสียของกล้องแบบรูเข็มมีหลายประการ เช่น การจะได้ภาพที่คมชัดจะต้องให้รูเข็มมีขนาดเล็ก ส่งผลให้ต้องใช้เวลาในการก่อตัวของภาพบนฟิล์มมากขึ้นและวัตถุนั้นจะต้องไม่เคลื่อนที่ไม่เช่นนั้นจะเกิดภาพซ้อน เพื่อลดเวลาในการถ่ายภาพลงจะต้องปรับขนาดของรูเข็มให้ใหญ่ขึ้น ซึ่งถ้าใหญ่ไปจะทำให้ภาพที่ได้ไม่คมชัด ด้วยปัญหาเหล่านี้จึงได้มีการเปลี่ยนมาใช้ระบบเลนส์เป็นตัวหักเหแสงจากวัตถุให้ตกกระทบลงบนฟิล์มหรือเซลล์รับแสงทำให้ได้ภาพที่คมชัดในเวลาที่น้อยลง การที่ภาพจะคมชัดได้หมายความว่าทุกลำแสงจากจุดหนึ่งของวัตถุ เมื่อหักเหผ่านเลนส์แล้วจะต้องตกกระทบบนฉากหรือฟิล์มที่จุดเดียวกัน



รูปที่ 3.1 กล้องรูเข็ม [3]

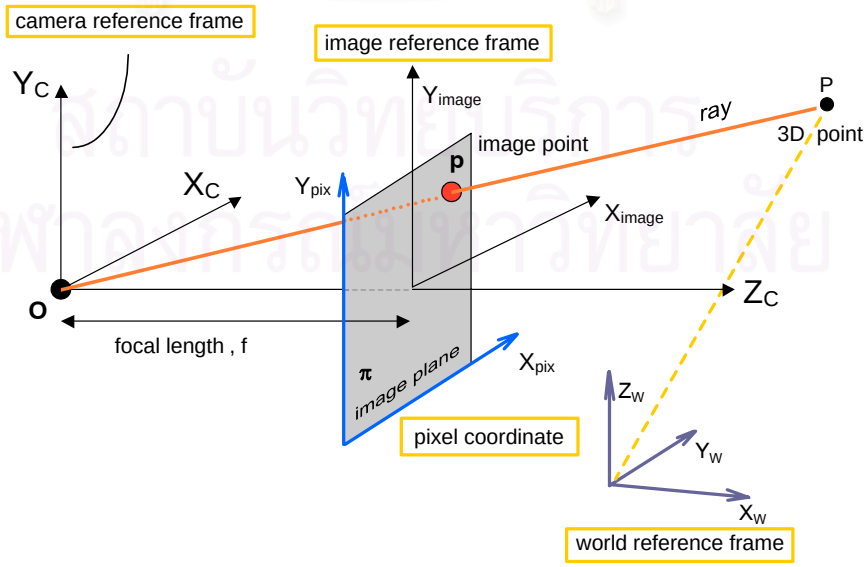
แม้ว่าระบบรับภาพของกล้องจะเปลี่ยนมาเป็นเลนส์แล้ว แบบจำลองกล้องรูเข็มยังคงสามารถนำมาใช้ในการจำลองหลักการทำงานได้ดี และเป็นแบบจำลองที่ใช้กันมากสำหรับกล้องชนิดที่วัดความเข้มแสง แบบจำลองนี้เรียกอีกชื่อว่าแบบเพอร์สเปคทีฟ (perspective) โดยแบบจำลองจะประกอบด้วยจุดศูนย์กลางการฉายภาพ O (center of projection) หรือเรียกอีกชื่อว่าจุดศูนย์กลางกล้อง (camera center), ระนาบรับภาพ (image plane) และพิกัดจุด P ใน 3 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 3.2

ระยะทางระหว่างระนาบรับภาพ π กับจุดศูนย์กลางการฉายภาพ O คือระยะโฟกัสของเลนส์ (focal length) f สำหรับจุดตัดระหว่างแกน Z_C กับระนาบรับภาพ เรียกว่าจุดศูนย์กลางภาพ (image center) จากรูปที่ 3.2 สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าพิกัดของจุด P เมื่อเขียนแสดงบนแกนอ้างอิงกล้องและบนแกนอ้างอิงภาพได้เป็น

$$x_{image} = f\frac{X_C}{Z_C} \tag{3.1}$$

$$y_{image} = f\frac{Y_C}{Z_C} \tag{3.2}$$

สมการที่ (3.1) และ (3.2) เรียกว่าสมการการฉาย



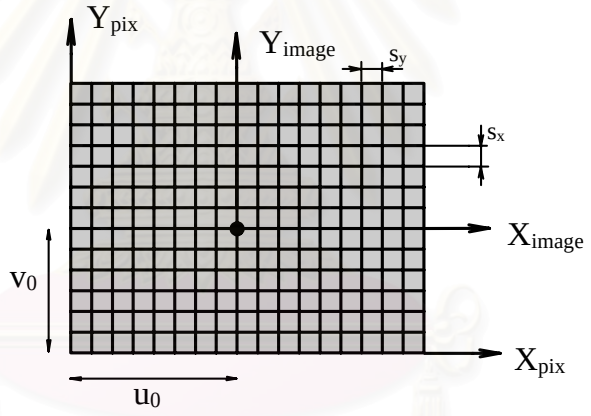
รูปที่ 3.2 แบบจำลองกล้องรูเข็มและแกนอ้างอิงที่เกี่ยวข้อง

กำหนดให้จุด P เป็นจุดใน 3 มิติจุดหนึ่ง เมื่อเขียนแสดงบนแกนอ้างอิงกล้องจะได้ $\mathbf{X} = [X_C \quad Y_C \quad Z_C]^T$ จากสมการที่ (3.1) และ (3.2) เมื่อเขียนด้วยระบบพิกัดคาร์ทีเซียนจะได้เป็นสมการความสัมพันธ์แบบไม่เชิงเส้น แต่ถ้าเขียนโดยใช้ระบบพิกัดเอกพันธุ์ สมการทั้งสองนี้จะสามารถเขียนในรูปแบบเชิงเส้นในรูปผลคูณของเมทริกซ์

$$\lambda \begin{bmatrix} x_{image} \\ y_{image} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

โดยที่ λ เป็นค่าคงที่ใดๆ ไม่เจาะจงว่าจะมีค่าเท่าใด

การเขียนเพิ่มค่าคงตัว λ ลงในสมการที่ (3.3) เพราะว่าไม่ว่า λ จะมีค่าเท่าใดก็ตามต่างก็แสดงถึงจุดเดียวกันบนระบบพิกัดคาร์ทีเซียนคือ (x_{image}, y_{image}) และจะได้พบอีกต่อไปในหัวข้อหลังจากนี้ พิจารณาแกนอ้างอิงภาพและแกนอ้างอิงจุดภาพจากรูปที่ 3.2 มาแสดงเป็นรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 ความสัมพันธ์ระหว่างแกนอ้างอิงภาพและแกนอ้างอิงจุดภาพ

กำหนดให้ s_x และ s_y เป็นจำนวนจุดภาพต่อหน่วยความยาวบนแกนอ้างอิงภาพ ทำให้ได้

$$\begin{bmatrix} x_{pix} \\ y_{pix} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & u_0 \\ 0 & s_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{image} \\ y_{image} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

แทนค่าสมการที่ (3.3) ลงในสมการที่ (3.4)

$$\lambda \begin{bmatrix} x_{pix} \\ y_{pix} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & u_0 \\ 0 & s_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

กำหนดให้ $\alpha = s_x f$, $\beta = s_y f$ และจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\lambda\begin{bmatrix} x_{pix} \\ y_{pix} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \beta & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

แต่จากความสัมพันธ์ระหว่างแกนอ้างอิงกล้องและแกนอ้างอิงโลก

$$\begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

แทนค่าสมการที่ (3.7) ลงในสมการที่ (3.6) ทำให้ได้

$$\lambda\begin{bmatrix} x_{pix} \\ y_{pix} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \beta & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda\begin{bmatrix} x_{pix} \\ y_{pix} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda\begin{bmatrix} x_{pix} \\ y_{pix} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

กำหนดให้ $\mathbf{P} = \mathbf{K}[\mathbf{R}\,|\,\mathbf{t}]$ ทำให้ได้สมการ

$$\lambda\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{X} \tag{3.9}$$

โดยที่ $\mathbf{P}$ เรียกว่าเมทริกซ์กล้อง (camera matrix) เป็นเมทริกซ์ขนาด 3×4

$\mathbf{K}$ เรียกว่าเมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง (camera calibration matrix) เป็นเมทริกซ์ขนาด 3×3 ที่มีความสัมพันธ์โดยตรงกับพารามิเตอร์ภายในของกล้อง

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

เพื่อความครบถ้วนจะทำการเพิ่มพารามิเตอร์อีกหนึ่งตัวในเมทริกซ์การสอบเทียบ ทำให้ได้

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \alpha & s & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

โดยที่ s คือ ค่าความเบี่ยง ซึ่งแสดงถึงความเบี่ยงเบนอันเนื่องมาจากการที่แกนมุขสำคัญของเลนส์ (optical axis) ไม่ตั้งฉากกับระนาบรับภาพของกล้อง ทำให้เมทริกซ์การสอบเทียบกล้องนี้มีองศาอิสระเท่ากับ 5

$[\mathbf{R}|\mathbf{t}]$ คือเมทริกซ์พารามิเตอร์ภายนอก ซึ่งมีขนาด 3×4 มีความสัมพันธ์โดยตรงกับพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องซึ่งมีองศาอิสระเท่ากับ 6 (องศาอิสระการเลื่อน 3 และองศาอิสระการหมุนเท่ากับ 3) ดังนั้นเมทริกซ์กล้อง $\mathbf{P}$ จะมีองศาอิสระรวมเท่ากับ 11 สอดคล้องกับการที่เมทริกซ์กล้องมีสมาชิก 12 ตัวซึ่งมีค่าขึ้นอยู่สเกล (up to scale) ดังนั้นองศาอิสระจะเหลือเพียง 11 เท่านั้น

3.3 พารามิเตอร์ภายใน

คือพารามิเตอร์ที่แสดงถึงลักษณะเฉพาะทางแสงและทางกายภาพของอุปกรณ์รับภาพของกล้อง สำหรับกรณีแบบจำลองกล้องรูเข็มจะมีพารามิเตอร์ภายในอยู่ด้วยกัน 3 กลุ่ม

- ความยาวโฟกัสของเลนส์ f
- จำนวนจุดภาพต่อหน่วยความยาวบนแกนอ้างอิงภาพ
- ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพของกล้อง
- ค่าความบิดเบี้ยวเชิงรัศมีอันเกิดจากเลนส์ (จะกล่าวถึงในหัวข้อที่ 3.7)

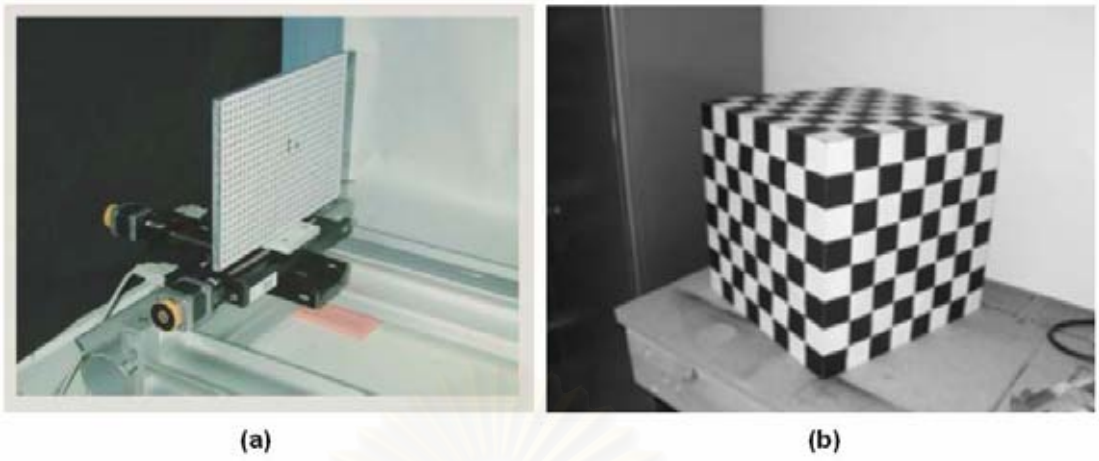
3.4 พารามิเตอร์ภายนอก

คือพารามิเตอร์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแกนอ้างอิงโลกกับแกนอ้างอิงกล้อง ได้แก่ เวกเตอร์การเลื่อน (translation vector) $\mathbf{t}$ แสดงถึงตำแหน่งสัมพัทธ์ระหว่างจุดกำเนิดของแกนอ้างอิงโลกและจุดกำเนิดของแกนอ้างอิงกล้อง และเมทริกซ์การหมุน (rotation matrix) $\mathbf{R}$ ซึ่งเป็นเมทริกซ์ขนาด 3×3 และเป็นเมทริกซ์ออโธนอร์มัล (orthonormal matrix) ซึ่งหมายความว่า $\mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}=\mathbf{R}\mathbf{R}^{\mathrm{T}}=\mathbf{I}$ และแต่ละแถวและแต่ละสดมภ์มีขนาดเท่ากับหนึ่งหน่วย แสดงถึงทิศทางสัมพัทธ์ระหว่างแกนทั้ง 3 ของแกนอ้างอิงโลกและแกนทั้ง 3 ของแกนอ้างอิงกล้อง

3.5 การสอบเทียบกล้อง

การสอบเทียบกล้องเป็นขั้นตอนที่จำเป็นและมีความสำคัญในการนำกล้องไปใช้ในงานที่เกี่ยวกับการวัดตำแหน่ง การสอบเทียบกล้องคือการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ภายในและค่าพารามิเตอร์ภายนอก โดยทั่วไปการสอบเทียบกล้องสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ได้แก่ การสอบเทียบแบบโฟโตแกรมเมตริกและการสอบเทียบด้วยตนเอง

3.5.1 การสอบเทียบแบบโฟโตแกรมเมตริก (photogrammetric calibration) คือการสอบเทียบที่ใช้วัตถุสอบเทียบ (calibration object) ซึ่งทราบขนาดใน 3 มิติอย่างแม่นยำ การสร้างวัตถุสอบเทียบจะต้องทำด้วยความประณีตและมีความถูกต้องสูง การเตรียมวัตถุสอบเทียบที่ต้องการความถูกต้องสูงจะมีความยากในการเตรียมการ รวมถึงต้นทุนที่สูงด้วย



รูปที่ 3.4 วัตถุสอบเทียบแบบ 3 มิติ
(a) กระดาน 2 มิติยึดติดบนโต๊ะเลื่อนที่ทราบระยะเคลื่อนที่
(b) ภาพลายตารางหมากรุก 3 มิติ

3.5.2 การสอบเทียบด้วยตนเอง (self-calibration) เป็นวิธีที่ไม่ใช้วัตถุสอบเทียบ แต่จะใช้การเคลื่อนที่กล้องแล้วทำการถ่ายภาพฉากแวดล้อมที่อยู่นิ่ง ซึ่งจะทำให้เกิดเงื่อนไขที่ใช้ในการคำนวณหาพารามิเตอร์ของกล้องออกมาได้ แต่วิธีการสอบเทียบแบบนี้ยังทำได้ไม่ง่ายนัก และยังไม่ได้รับการพัฒนาจนถึงขั้นใช้งานได้มาก

ในหลายปีที่ผ่านมามีการนำเสนอวิธีในการสอบเทียบกล้องโดยใช้เทคนิคและวิธีมากมาย วิธีการหนึ่งที่ค่อนข้างตรงไปตรงมาคือทำการคำนวณหาเมทริกซ์กล้องโดยตรง นั่นคือคำนวณหาสัมประสิทธิ์ทั้ง 12 ตัวในเมทริกซ์นี้ แล้วจึงทำการแยกเมทริกซ์กล้องออกเป็นเมทริกซ์การสอบเทียบและเมทริกซ์พารามิเตอร์ภายนอกด้วยวิธีการเชิงตัวเลข แต่ทว่าวิธีการดังกล่าวจะเกิดปัญหาในกรณีที่ใช้วัตถุสอบเทียบชนิด 2 มิติ เนื่องจากจะมีปัญหาซิงกูลาริตี (singularity) เพราะว่าตำแหน่งจุดทั้งหมดอยู่บนระนาบเดียวกันจะใช้วิธีการนี้ไม่ได้ วิธีการนี้เหมาะกับการใช้วัตถุสอบเทียบชนิด 3 มิติมากกว่า

ต่อมาได้มีการพัฒนาวิธีการสอบเทียบให้สามารถใช้วัตถุสอบเทียบ 2 มิติได้ ซึ่งมีข้อได้เปรียบกว่าวิธีที่ใช้วัตถุสอบเทียบ 3 มิติตรงที่สามารถเตรียมวัตถุสอบเทียบได้สะดวกกว่า เช่น การพิมพ์ด้วยเครื่องพิมพ์เลเซอร์ (laser printer) ที่มีความละเอียดสูงเพียงพอ ในทางปฏิบัติวัตถุสอบเทียบควรจะมีระดับความถูกต้องกว่าระดับที่ต้องการอย่างน้อย 10 เท่า เช่นถ้าต้องการความถูกต้องในระดับ 0.1 มิลลิเมตร วัตถุสอบเทียบก็ควรมีระดับความผิดพลาดน้อยกว่า 0.01 มิลลิเมตร [1] การสอบเทียบโดยใช้วัตถุ 2 มิติที่จะกล่าวในวิทยานิพนธ์นี้เป็นวิธีที่ได้ระบุใน [4] เป็นวิธีที่อยู่ระหว่างวิธีการสอบเทียบแบบโฟโตแกรมเมตริกและการสอบเทียบด้วยตนเอง ส่วนการสอบเทียบด้วยตนเองผู้วิจัยจะไม่ขอกล่าวถึงในงานวิทยานิพนธ์นี้

3.6 การสอบเทียบกล้องโดยใช้วัตถุสอบเทียบ 3 มิติ

เมทริกซ์กล้องเป็นเมทริกซ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจุดใน 3 มิติซึ่งแสดงบนแกนอ้างอิงโลกกับจุดภาพที่เกิดจากจุดใน 3 มิตินั้นบนแกนอ้างอิงจุดภาพ โดยที่ทั้งหมดเขียนแสดงบนระบบพิกัดเอกพันธุ์ กำหนดให้เมทริกซ์กล้องสามารถเขียนเป็นเมทริกซ์ขนาด 3×4 ตามสมการที่ (3.12)

$$\mathbf{P}=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

เนื่องจากสมาชิกทุกตัวของเมทริกซ์ $\mathbf{P}$ ไม่ได้เป็นอิสระจากกันทั้งหมด แต่มีค่าขึ้นอยู่กับสเกลทำให้เมทริกซ์ $\mathbf{P}$ มีองศาอิสระเท่ากับ 11 กำหนดให้มีคู่จุดระหว่างจุดใน 3 มิติและภาพของจุดนั้น $\mathbf{X}_i \leftrightarrow \mathbf{x}_i$ ตามสมการการฉาย (3.9) จะเขียนได้เป็น

$$\lambda\mathbf{x}_i = \mathbf{P}\mathbf{X}_i \tag{3.13}$$

ซึ่งสามารถพิจารณาได้ว่า $\mathbf{x}_i$ และ $\mathbf{P}\mathbf{X}_i$ เป็นเวกเตอร์ที่ขนานกัน เพื่อกำจัดค่าคงตัวไม่เจาะจง λ จะใช้ความสัมพันธ์ของผลคูณเชิงเวกเตอร์ทำให้ได้

$$\mathbf{x}_i \times \mathbf{P}\mathbf{X}_i = \mathbf{0} \tag{3.14}$$

กำหนดให้ $\mathbf{x_i} = \begin{bmatrix} x_i & y_i & w_i \end{bmatrix}^T$ และ $\mathbf{P}^{iT}$ คือ เวกเตอร์ย่อยแถวที่ i ของเมทริกซ์ $\mathbf{P}$ ทำให้ได้

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ w_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{1T}\mathbf{X}_i \\ \mathbf{P}^{2T}\mathbf{X}_i \\ \mathbf{P}^{3T}\mathbf{X}_i \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{3.15}$$

จากสมการที่ (3.15) จัดรูปใหม่จะได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0^T} & -w_i\mathbf{X}_i^T & y_i\mathbf{X}_i^T \\ w_i\mathbf{X}_i^T & \mathbf{0^T} & -x_i\mathbf{X}_i^T \\ -y_i\mathbf{X}_i^T & x_i\mathbf{X}_i^T & \mathbf{0^T} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P}^1 \\ \mathbf{P}^2 \\ \mathbf{P}^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \tag{3.16}$$

ตามสมการที่ (3.16) คู่จุด 1 คู่จะก่อให้เกิดสมการ 3 สมการ แต่มีเพียง 2 สมการเท่านั้นที่เป็นอิสระเชิงเส้นแก่กัน ในที่นี้เลือกที่จะใช้ 2 สมการแรก

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & -w_i\mathbf{X}_i^T & y_i\mathbf{X}_i^T \\ w_i\mathbf{X}_i^T & \mathbf{0}^T & -x_i\mathbf{X}_i^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P}^1 \\ \mathbf{P}^2 \\ \mathbf{P}^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \tag{3.17}$$

แต่เนื่องจากมีจำนวนตัวไม่รู้ค่า 11 ตัว จึงต้องใช้คู่จุดอย่างน้อย 6 คู่เพื่อที่จะสามารถหาคำตอบได้ และถ้ามีคู่จุด n คู่จะก่อให้เกิดระบบสมการ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & -w_1\mathbf{X}_1^T & y_1\mathbf{X}_1^T \\ w_1\mathbf{X}_1^T & \mathbf{0}^T & -x_1\mathbf{X}_1^T \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{0}^T & -w_n\mathbf{X}_n^T & y_n\mathbf{X}_n^T \\ w_n\mathbf{X}_n^T & \mathbf{0}^T & -x_n\mathbf{X}_n^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P}^1 \\ \mathbf{P}^2 \\ \mathbf{P}^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \qquad (3.18)$$

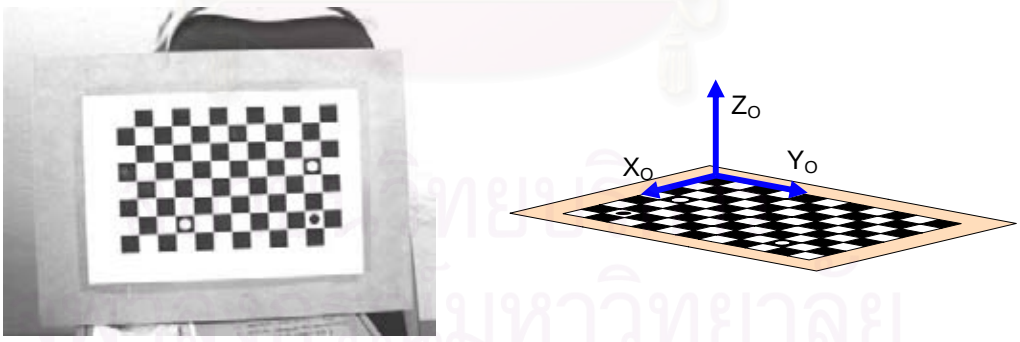
$$\mathbf{Ap} = \mathbf{0} \qquad (3.19)$$

โดยที่ $\mathbf{A}$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $2n \times 12$

ในกรณีที่ $n \geq 6$ คำตอบ $\mathbf{p}$ ที่ได้จะไม่เป็นคำตอบแม่นตรง (exact solution) ทำให้สามารถหาคำตอบของปัญหานี้ได้โดยการคำนวณคำตอบ $\mathbf{p}$ ที่ทำให้ $\|\mathbf{Ap}\|$ มีค่าน้อยที่สุดภายใต้ข้อบังคับ $\|\mathbf{p}\| = 1$ คำตอบของระบบสมการนี้ตรงกับเวกเตอร์ซิงกูลาร์ที่ตรงกับค่าซิงกูลาร์ที่มีค่าน้อยที่สุดของเมทริกซ์ $\mathbf{A}$ (ดูภาคผนวก ค)

3.7 การสอบเทียบกล้องโดยใช้วัตถุสอบเทียบ 2 มิติ

เป็นวิธีที่ต้องการข้อมูลจุดภาพของกลุ่มจุดที่อยู่ในระนาบเดียวกัน ที่ถ่ายได้จากหลายมุมมองไม่เจาะจง เช่น ภาพของกระดานสอบเทียบดังแสดงในรูปที่ 3.5(a) จากข้อมูลภาพเหล่านี้จะก่อให้เกิดเงื่อนไขบังคับในตัวแปรของพารามิเตอร์ภายในของกล้อง ทำให้สามารถคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องได้ตามลำดับ



(a) (b)

รูปที่ 3.5 (a) กระดานสอบเทียบ (b) แกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบ

กำหนดให้ระนาบของกระดานสอบเทียบเป็นระนาบ XY ของแกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบ คือระนาบ $Z_O = 0$ ดังนั้นจุดต่างๆ บนระนาบของกระดานสอบเทียบจะมีพิกัดบนแกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบเป็น $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} X_O & Y_O & 0 \end{bmatrix}^T$ กำหนดให้ภาพของจุด $\mathbf{M}$ ที่ถูกฉายโดยกล้อง คือ $\mathbf{m} = \begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix}^T$ บนแกนอ้างอิงจุดภาพ จุด $\mathbf{m}$ และ $\mathbf{M}$ เมื่อเขียนในระบบพิกัดเอกพันธุ์

จะได้เป็น $\tilde{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} u & v & 1 \end{bmatrix}^T$ และ $\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} X_O & Y_O & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ ตามลำดับ และกำหนดให้ $\mathbf{r}_i$ เป็นสดมภ์ที่ i ของเมทริกซ์การหมุน $\mathbf{R}$ จากสมการการฉาย (3.9) ทำการแทนค่า $\mathbf{P} = \mathbf{K}\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}$ จะได้

$$\lambda\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{K}\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}\tilde{\mathbf{M}}$$

$$\lambda\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}\begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{r}_3 & \mathbf{t} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_O \\ Y_O \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}\begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_O \\ Y_O \\ 1 \end{bmatrix}$$

และกำหนดให้เมทริกซ์จัตุรัส $\mathbf{H} = \mathbf{K}\begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix}$ เรียกว่า โฮโมกราฟี (homography) จะได้

$$\lambda\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H}\begin{bmatrix} X_O \\ Y_O \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

เมื่อมีข้อมูลของกระดานสอบเทียบและภาพที่ได้จะสามารถคำนวณหาโฮโมกราฟีได้ (จะกล่าวถึงวิธีคำนวณโฮโมกราฟีในหัวข้อที่ 3.8) กำหนดให้โฮโมกราฟีเขียนได้ในลักษณะ

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_2 & \mathbf{h}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & h_{31} \\ h_{12} & h_{22} & h_{32} \\ h_{13} & h_{23} & h_{33} \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

ทำให้ได้ความสัมพันธ์ระหว่างโฮโมกราฟีและพารามิเตอร์ของกล้องเป็น

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_2 & \mathbf{h}_3 \end{bmatrix} = \lambda\mathbf{K}\begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

จากคุณสมบัติที่เมทริกซ์การหมุน $\mathbf{R}$ เป็นเมทริกซ์ออโธนอร์มัล จะได้ว่า $\mathbf{r}_1$ และ $\mathbf{r}_2$ ตั้งฉากกันและต่างก็มีขนาด 1 หน่วย ทำให้ได้เงื่อนไขบังคับ

$$\mathbf{h}_1^T\mathbf{K}^{-T}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{h}_2 = 0 \tag{3.23}$$

$$\mathbf{h}_1^T\mathbf{K}^{-T}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T\mathbf{K}^{-T}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{h}_2 \tag{3.24}$$

2 สมการข้างต้นนี้คือเงื่อนไขบังคับสำหรับพารามิเตอร์ภายในเมื่อทราบค่าของเมทริกซ์ $\mathbf{H}$

กำหนดให้ $\mathbf{B} = \mathbf{K}^{-T}\mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha^2} & -\frac{s}{\alpha^2\beta} & \frac{v_0 s - u_0\beta}{\alpha^2\beta} \\ -\frac{s}{\alpha^2\beta} & \frac{s^2}{\alpha^2\beta^2} + \frac{1}{\beta^2} & -\frac{s(v_0 s - u_0\beta)}{\alpha^2\beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} \\ \frac{v_0 s - u_0\beta}{\alpha^2\beta} & -\frac{s(v_0 s - u_0\beta)}{\alpha^2\beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} & \frac{(v_0 s - u_0\beta)^2}{\alpha^2\beta^2} + \frac{v_0^2}{\beta^2} + 1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix}$$

ทำให้สมการที่ (3.23) และ (3.24) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\mathbf{h}_1^T \mathbf{B} \mathbf{h}_2 = 0 \tag{3.25}$$

$$\mathbf{h}_1^T \mathbf{B} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T \mathbf{B} \mathbf{h}_2 \tag{3.26}$$

จากการจัดรูปและกำหนดตัวแปรที่เหมาะสมจะได้ว่า

$$\mathbf{h}_i^T \mathbf{B} \mathbf{h}_j = \mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{b}$$

โดยที่ $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{22} & B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix}^T$

และ $v_{ij} = \begin{bmatrix} h_{i1}h_{j1} & h_{i1}h_{j2} + h_{i2}h_{j1} & h_{i2}h_{j2} & h_{i3}h_{j1} + h_{i1}h_{j3} & h_{i3}h_{j2} + h_{i2}h_{j3} & h_{i3}h_{j3} \end{bmatrix}^T$

ดังนั้นจากสมการ (3.25) และ (3.26) สามารถเขียนใหม่ได้เป็นระบบสมการ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{12}^T \\ (\mathbf{v}_{11} - \mathbf{v}_{22})^T \end{bmatrix} \mathbf{b} = 0$$

นั่นคือ เมื่อกำหนดภาพของกระดานสอบเทียบ 1 ภาพจะก่อให้เกิดสมการ 2 สมการ ถ้ามีภาพของกระดานสอบเทียบจำนวน n ภาพ จะสามารถเขียนเป็นระบบสมการ

$$\mathbf{V} \mathbf{b} = 0 \tag{3.27}$$

โดยที่ $\mathbf{V}$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $2n \times 6$

กรณีที่ $n \geq 3$ จะสามารถหาพารามิเตอร์ภายในทั้ง 5 ตัวได้ โดยการแก้สมการที่ (3.27) ด้วยวิธีการเดียวกับที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่แล้วเรื่องการสอบเทียบกล้องโดยใช้วัตถุสอบเทียบ 3 มิติ

เมื่อสามารถคำนวณหา $\mathbf{b}$ ได้ ก็สามารถคำนวณหาเมทริกซ์การสอบเทียบ $\mathbf{K}$ ได้และสามารถคำนวณหาพารามิเตอร์ภายในได้ตามสมการที่ (3.28)

$$\begin{aligned} v_0 &= \left(B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23}\right) / \left(B_{11}B_{22} - B_{12}^2\right) \\ \lambda &= B_{33} - \left[B_{13}^2 + v_0\left(B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23}\right)\right] / B_{11} \\ \alpha &= \sqrt{\lambda / B_{11}} \\ \beta &= \sqrt{\lambda B_{11} / \left(B_{11}B_{22} - B_{12}^2\right)} \\ s &= -B_{12}\alpha^2\beta / \lambda \\ u_0 &= sv_0 / \beta - B_{13}\alpha^2 / \lambda \end{aligned} \tag{3.28}$$

และสามารถคำนวณหาพารามิเตอร์ภายนอกสำหรับกระดานสอบเทียบในแต่ละรูปได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_1 &= \lambda \mathbf{K}^{-1}\mathbf{h}_1 \\ \mathbf{r}_2 &= \lambda \mathbf{K}^{-1}\mathbf{h}_2 \\ \mathbf{r}_3 &= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{t} &= \lambda \mathbf{K}^{-1}\mathbf{h}_3\end{aligned} \tag{3.29}$$

3.8 การคำนวณโฮโมกราฟี

โฮโมกราฟีเป็นเมทริกซ์ขนาด 3×3 ตามสมการที่ (3.21) และเนื่องจากสมาชิกทุกตัวของเมทริกซ์ $\mathbf{H}$ ไม่ได้เป็นอิสระจากกันทั้งหมด แต่มีค่าขึ้นอยู่กับสเกลทำให้ $\mathbf{H}$ มีองศาอิสระเท่ากับ 8 จากสมการที่ (3.20) สามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์เป็น

$$\lambda \mathbf{x} = \mathbf{H}\mathbf{X} \tag{3.30}$$

จากการถ่ายภาพและคำนวณหาจุดลักษณะมุมบนภาพ จะทำให้ทราบพิกัดจุดภาพ $\mathbf{x}$ และจุด 2 มิติบนกระดานสอบเทียบ $\mathbf{X}$ ที่ทำให้เกิดภาพนั้น จากการพิจารณาสมการที่ (3.30) จะสามารถคิดได้ว่า $\mathbf{x}$ และ $\mathbf{HX}$ เป็นเวกเตอร์ที่ขนานกัน เพื่อกำจัดค่าคงตัวไม่เจาะจง λ แล้วใช้คุณสมบัติผลคูณเชิงเวกเตอร์ทำให้ได้

$$\mathbf{x} \times \mathbf{H}\mathbf{X} = 0 \tag{3.31}$$

กำหนดให้ $\mathbf{H}^{i\mathbf{T}}$ คือ เวกเตอร์ย่อยแถวที่ i ของเมทริกซ์ $\mathbf{H}$ ทำให้ได้

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{1\mathbf{T}}\mathbf{X} \\ \mathbf{H}^{2\mathbf{T}}\mathbf{X} \\ \mathbf{H}^{3\mathbf{T}}\mathbf{X} \end{bmatrix} = 0 \tag{3.32}$$

จากสมการที่ (3.32) จัดรูปใหม่จะได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^{\mathbf{T}} & -\mathbf{X}^{\mathbf{T}} & v\mathbf{X}^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{X}^{\mathbf{T}} & \mathbf{0}^{\mathbf{T}} & -u\mathbf{X}^{\mathbf{T}} \\ -v\mathbf{X}^{\mathbf{T}} & u\mathbf{X}^{\mathbf{T}} & \mathbf{0}^{\mathbf{T}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{H}^1 \\ \mathbf{H}^2 \\ \mathbf{H}^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \tag{3.33}$$

ตามสมการที่ (3.33) คู่จุด 1 คู่จะก่อให้เกิดสมการ 3 สมการ แต่มีเพียง 2 สมการเท่านั้นที่เป็นอิสระเชิงเส้นแก่กัน ในที่นี้จะเลือกใช้ 2 สมการแรก

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^{\mathbf{T}} & -\mathbf{X}^{\mathbf{T}} & v\mathbf{X}^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{X}^{\mathbf{T}} & \mathbf{0}^{\mathbf{T}} & -u\mathbf{X}^{\mathbf{T}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{H}^1 \\ \mathbf{H}^2 \\ \mathbf{H}^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \tag{3.34}$$

แต่เนื่องจากมีจำนวนตัวที่ไม่รู้ค่า 8 ตัว จึงต้องใช้คู่จุดอย่างน้อย 4 คู่เพื่อที่จะสามารถหาคำตอบได้และถ้ามีคู่จุด n คู่จะก่อให้เกิดระบบสมการ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^{\mathbf{T}} & -\mathbf{X}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{T}} & v_1\mathbf{X}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{X}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{T}} & \mathbf{0}^{\mathbf{T}} & -u_1\mathbf{X}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{T}} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{0}^{\mathbf{T}} & -\mathbf{X}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{T}} & v_n\mathbf{X}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{X}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{T}} & \mathbf{0}^{\mathbf{T}} & -u_n\mathbf{X}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{T}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{H}^1 \\ \mathbf{H}^2 \\ \mathbf{H}^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \qquad (3.35)$$

$$\mathbf{Ah} = \mathbf{0} \qquad (3.36)$$

โดยที่ $\mathbf{A}$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $2n \times 9$

ในกรณีที่ $n > 5$ คำตอบ $\mathbf{h}$ ที่ได้จะไม่เป็นคำตอบแม่นตรง (exact solution) ทำให้สามารถหาคำตอบของปัญหานี้โดยการคำนวณคำตอบ $\mathbf{h}$ ที่ทำให้ $\|\mathbf{Ah}\|$ มีค่าน้อยที่สุดภายใต้ข้อบังคับ $\|\mathbf{h}\| = 1$ คำตอบของระบบสมการนี้ตรงกับเวกเตอร์ซิงกูลาร์ที่ตรงกับค่าซิงกูลาร์ที่มีค่าน้อยที่สุดของเมทริกซ์ $\mathbf{A}$ (ดูภาคผนวก ค)

3.9 การบิดเบี้ยวเชิงรัศมี

แบบจำลองกล้องรูเข็มที่กล่าวในหัวข้อข้างต้นนี้ เป็นแบบจำลองเชิงเส้นกล่าวคือ จุดของวัตถุใน 3 มิติ จุดศูนย์กลางกล้องและจุดภาพที่เกิดจากวัตถุนั้น จะอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ซึ่งเป็นไปตามสมการการฉาย (3.9) แต่ในทางปฏิบัติแล้วภาพที่ถ่ายได้ส่วนมากจะมีความบิดเบี้ยวอันเนื่องมาจากการใช้กล้องที่ใช้เลนส์ โดยเฉพาะเลนส์ที่มีความยาวโฟกัสน้อยภาพที่ได้จะมีความบิดเบี้ยวมากกว่าเลนส์ที่มีความยาวโฟกัสมาก

รูปที่ 3.6 (a) ภาพมีความบิดเบี้ยวมากอันเนื่องมาจากการใช้เลนส์ความยาวโฟกัสต่ำ
(b) ภาพมีความบิดเบี้ยวน้อยอันเนื่องมาจากการใช้เลนส์ความยาวโฟกัสสูง [5]

การบิดเบี้ยวของภาพสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ การบิดเบี้ยวในแนวรัศมีและแนวสัมผัส โดยที่ในแต่ละแนวต้องการแบบจำลองที่ประกอบด้วยอนุกรมอนันต์ของแต่ละพิกัดเพื่อที่จะสามารถจำลองได้อย่างสมบูรณ์แบบ ดังแสดงในสมการที่ (3.37) และ (3.38)

$$\breve{x} = x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + ...) \quad (3.37)$$

$$\breve{y} = y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + ...) \quad (3.38)$$

โดยที่ $r = \sqrt{\breve{x}^2 + \breve{y}^2}$

$(\breve{x}, \breve{y})$ และ (x, y) เป็นพิกัดของจุดภาพที่บิดเบี้ยวและไม่บิดเบี้ยวแสดงบนแกนอ้างอิงภาพ เทียบกับจุดศูนย์กลางของการบิดเบี้ยวซึ่งโดยทั่วไปจะสันนิษฐานว่าเป็นจุดศูนย์กลางภาพ

k_1 และ k_2 คือค่าสัมประสิทธิ์การบิดเบี้ยวอันดับที่ 1 และอันดับที่ 2

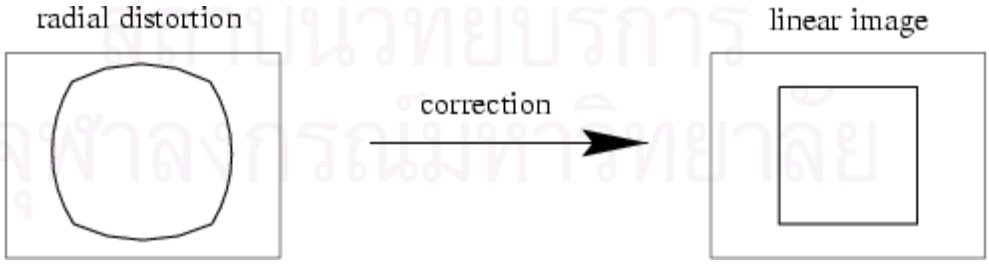
จากแบบจำลองนี้บ่งบอกว่าที่จุดศูนย์กลางภาพ (r=0) ภาพจะไม่มีการบิดเบี้ยวเกิดขึ้นและจะมีค่ามากขึ้นสำหรับจุดที่อยู่ห่างไปจากจุดศูนย์กลาง อย่างไรก็ตามจากงานวิจัย [6] พบว่าสามารถคำนึงถึงเฉพาะการบิดเบี้ยวในแนวรัศมีเท่านั้น และต้องการเพียง 2 เทอมแรกของอนุกรมอนันต์ก็ให้ผลลัพธ์ถูกต้องเพียงพอ การเพิ่มจำนวนเทอมในอนุกรม นอกจากจะทำให้การคำนวณยากขึ้นแล้ว ยังอาจเป็นสาเหตุทำให้ไม่มีเสถียรภาพเชิงตัวเลขอีกด้วย [4] ดังนั้นสมการที่ (3.37) และ (3.38) จึงสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$\breve{x} = x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \quad (3.39)$$

$$\breve{y} = y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \quad (3.40)$$

โดยปกติ k_1, k_2 มีค่าน้อยมาก สำหรับงานที่ไม่ต้องการความถูกต้องสูงมาก สามารถที่จะละเลยการคำนึงถึงการบิดเบี้ยวในแนวรัศมีได้โดยให้สัมประสิทธิ์เหล่านี้มีค่าเท่ากับศูนย์ทั้งหมด

เมื่อทราบค่าสัมประสิทธิ์การบิดเบี้ยวเชิงรัศมี จะสามารถแก้ไขความบิดเบี้ยวของภาพได้จากสมการที่ (3.39) และ (3.40)



รูปที่ 3.7 ภาพสี่เหลี่ยมที่บิดเบี้ยวเชิงรัศมีไปเนื่องจากเลนส์แล้วทำการแก้ไขให้ถูกต้องเหมือนเดิม [5]

3.10 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การบิดเบี้ยวเชิงรัศมี

จากความสัมพันธ์ระหว่างแกนอ้างอิงภาพและแกนอ้างอิงจุดภาพ โดยผ่านทางเมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง ทำให้ได้ความสัมพันธ์

$$\breve{u} = u_0 + \alpha\breve{x} + s\breve{y} \tag{3.41}$$

$$\breve{v} = v_0 + \beta\breve{y} \tag{3.42}$$

แล้วแทนค่าสมการที่ (3.39) และ (3.40) ลงในสมการที่ (3.41) และ (3.42) แล้วจัดรูปใหม่จะได้

$$\breve{u} = u + (u - u_0)\left[k_1(\breve{x}^2 + \breve{y}^2) + k_2(\breve{x}^2 + \breve{y}^2)^2\right]$$

$$\breve{v} = v + (v - v_0)\left[k_1(\breve{x}^2 + \breve{y}^2) + k_2(\breve{x}^2 + \breve{y}^2)^2\right]$$

หรือสามารถเขียนเป็นลักษณะของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} (u-u_0)(\breve{x}^2+\breve{y}^2) & (u-u_0)(\breve{x}^2+\breve{y}^2)^2 \\ (v-v_0)(\breve{x}^2+\breve{y}^2) & (v-v_0)(\breve{x}^2+\breve{y}^2)^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \breve{u}-u \\ \breve{v}-v \end{bmatrix} \tag{3.43}$$

เมื่อมีข้อมูล n จุดสอบเทียบบน m ภาพ จะก่อให้เกิดระบบสมการเชิงเส้นจำนวน 2mn สมการซึ่งระบบสมการที่ (3.43) สามารถเขียนแทนได้เป็น $\mathbf{Dk} = \mathbf{d}$ และสามารถหาคำตอบเชิงเส้นได้คือ

$$\mathbf{k} = \left(\mathbf{D}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^{\mathrm{T}}\mathbf{d} \tag{3.44}$$

เมื่อหาคำตอบเชิงเส้นของ k_1 และ k_2 ได้แล้ว ยังสามารถทำการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบละเอียด โดยใช้คำตอบนี้เป็นค่าเริ่มต้นในการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นที่ทำให้ฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติบนระนาบรับภาพยกกำลังสองในสมการที่ (3.45) มีค่าน้อยที่สุด

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left\| \mathbf{m}_{ij} - \breve{\mathbf{m}}(k_1, k_2, \mathbf{K}, \mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i, \mathbf{p}_j) \right\|^2 \tag{3.45}$$

โดยที่ $\mathbf{m}_{ij}$ คือ พิกัดจุดภาพของจุดที่ j ของภาพกระดานสอบเทียบที่วัดได้ในภาพที่ i

$\breve{\mathbf{m}}$ คือ พิกัดจุดภาพที่ได้จากการฉาย $\mathbf{p}_j$ บนกระดานสอบเทียบในภาพที่ i โดยคำนวณทางคณิตศาสตร์จากพารามิเตอร์ของกล้องที่กำลังประมาณค่าอยู่

$k_1, k_2, \mathbf{K}$ คือ พารามิเตอร์ภายในของกล้อง

$\mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i$ คือ พารามิเตอร์ภายนอกของกล้องในการถ่ายภาพที่ i

$\mathbf{p}_j$ คือ พิกัด 3 มิติของจุดที่ j บนกระดานสอบเทียบ

3.11 ระบบสองกล้อง

กล้องเป็นอุปกรณ์ที่ทำการฉายวัตถุใน 3 มิติให้เป็นภาพซึ่งมีเพียง 2 มิติ ดังนั้นจึงมีข้อมูลหายไป 1 มิติ ทำให้ภาพเพียงภาพเดียวไม่สามารถจะบอกถึงลักษณะของวัตถุที่ทำให้เกิดภาพนั้นได้ การใช้กล้องตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไปเพื่อถ่ายภาพวัตถุเดียวกันจะทำให้มีข้อมูลที่มากเพียงพอที่จะทำการคำนวณกลับเป็นข้อมูล 3 มิติอีกครั้ง

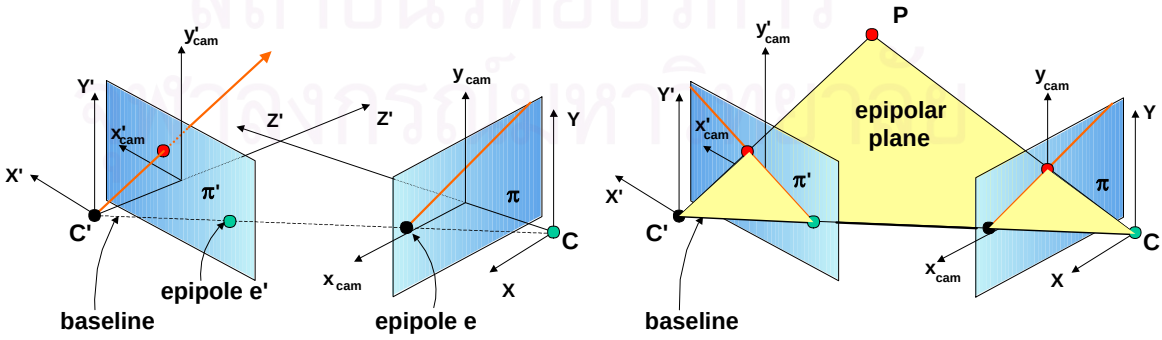
พิจารณาจุด 3 มิติจุดหนึ่ง เมื่อถูกฉายไปยังกล้องทั้งสองผ่านจุดศูนย์กลางกล้องทั้งสอง จะก่อให้เกิดจุดภาพขึ้นบนกล้องแต่ละตัว จุดภาพในกล้องทั้งสองที่เกิดจากจุด 3 มิติจุดเดียวกันนี้ จะถูกเรียกว่าเป็นคู่จุดสอดคล้อง (corresponding points)

เมื่อพิจารณาร่วมกับข้อมูลพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องทั้งสองตัว สามารถทำการฉายกลับ (back-projection) โดยการลากเส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางกล้องและตำแหน่งของจุดภาพนั้น ตามทฤษฎีแล้วรังสีการฉายกลับจากกล้องทั้งสองจะตัดกันพอดี ณ จุด 3 มิติที่ก่อให้เกิดจุดภาพนั้น แต่สำหรับในทางปฏิบัติแล้วรังสีทั้งสองมักจะไม่ตัดกันพอดี กล่าวคือ จะมีการเหลื่อมกันดังแสดงในรูปที่ 3.8 อันเนื่องมาจากความผิดพลาดของแบบจำลองกล้องและความผิดพลาดในการระบุตำแหน่งที่ถูกต้องบนภาพ โดยเฉพาะภาพดิจิทัลซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้จากการสุ่ม (sampling) จากรูปที่ 3.8 จะเห็นว่าการจัดวางตำแหน่งของกล้องในแต่ละแบบจะมีความไว (sensitivity) ต่อความผิดพลาดข้างต้นแตกต่างกันไป

รูปที่ 3.8 ความผิดพลาดจากการฉายกลับของรังสีจากกล้องทั้งสองตัว [5]

3.12 ข้อบังคับเอพิโพลาร์

ข้อบังคับเอพิโพลาร์เป็นข้อบังคับทางเรขาคณิตที่จุดใน 3 มิติและจุดศูนย์กลางกล้องของกล้องทั้งสองรวมถึงคู่จุดสอดคล้องบนภาพจากกล้องทั้งสอง จะอยู่บนระนาบเดียวกัน ซึ่งระนาบนี้เรียกว่า ระนาบเอพิโพลาร์ (epipolar plane) ดังแสดงในรูปที่ 3.9(b)



(a) (b)

รูปที่ 3.9 ข้อบังคับเอพิโพลาร์

สำหรับระบบที่ใช้กล้อง 2 ตัว ข้อบังคับเอพิโพลาร์จะเป็นเงื่อนไขเพิ่มเติมที่ทำให้การหาคู่จุดสอดคล้องทำได้ง่ายขึ้น ความสำคัญของคู่จุดสอดคล้อง คือ เมื่อสามารถหาพารามิเตอร์ของกล้องทั้งสองได้แล้วจะสามารถคำนวณหาพิกัด 3 มิติของจุดนั้นได้ พิจารณารูปที่ 3.9(b) จุด P ใน 3 มิติเมื่อถูกฉายผ่านจุดศูนย์กลางของกล้องทางซ้ายมือจะทำให้เกิดจุดภาพบนกล้องตัวซ้ายมือ ซึ่งในความเป็นจริงแล้วกลุ่มของจุดใน 3 มิติที่จะทำให้เกิดจุดภาพนี้จะอยู่บนเส้นตรงที่เชื่อมจุดศูนย์กลางการฉายของกล้องทางซ้ายมือและจุดภาพนั้นดังรูปที่ 3.9(a) โดยเส้นตรงนี้จะปรากฏเป็นภาพเส้นตรงบนกล้องทางขวามือ ดังนั้นสรุปได้ว่าจุดภาพบนภาพจากกล้องตัวหนึ่งจะสอดคล้องกับภาพเส้นตรงบนภาพจากกล้องอีกตัวหนึ่งและในทางกลับกัน

พิจารณารูปที่ 3.9(b) จุด P และจุดศูนย์กลางของกล้องทั้งสอง C และ C' จะนิยามระนาบเอพิโพลาร์ โดยที่ระนาบเอพิโพลาร์จะตัดกับระนาบรับภาพทั้งสองคือ π และ π' เกิดเป็นเส้นตรง 2 เส้นเรียกว่า เส้นเอพิโพลาร์ (epipolar line) ซึ่งเส้นเอพิโพลาร์นี้จะทำให้การค้นหาคู่จุดสอดคล้องบนภาพ ลดขนาดลงจากการค้นหาใน 2 มิติ เป็นการค้นหาใน 1 มิติ นั่นคือลดลงจากการค้นหาทั้งภาพ เหลือเพียงการค้นหาบนเส้นทั้งสองนี้เท่านั้นทำให้การค้นหาทำได้เร็วขึ้น นอกจากนี้ยังสามารถใช้ข้อบังคับนี้เป็นตัวตรวจสอบได้ว่าคู่จุดสอดคล้องที่กำหนดมาให้มีความเป็นไปได้หรือไม่ ทำให้สามารถหลีกเลี่ยงการระบุคู่จุดสอดคล้องที่ผิดพลาดได้ จากรูปที่ 3.9(a) จุดภาพจุดหนึ่งบนภาพจากกล้องทางซ้าย จะสอดคล้องกับเส้นเอพิโพลาร์เส้นหนึ่งบนภาพจากกล้องขวา เช่นเดียวกันสำหรับจุดใดๆ บนภาพจากกล้องขวา

3.13 เมทริกซ์เอสเซนเชียล (essential matrix)

พิจารณารูปที่ 3.9(b) จะเห็นว่าจุด P, C และ C' อยู่บนระนาบเดียวกันและจะกำหนดให้เวกเตอร์ $\mathbf{T} = \mathbf{C} - \mathbf{C}'$ และ $\mathbf{P}_r = \mathbf{P} - \mathbf{C}$

เมื่อ $\mathbf{P}_l$ คือ เวกเตอร์บอกตำแหน่งพิกัดของจุด P เมื่อเขียนแสดงในแกนอ้างอิงกล้องซ้าย

$\mathbf{P}_r$ คือ เวกเตอร์บอกตำแหน่งพิกัดของจุด P เมื่อเขียนแสดงในแกนอ้างอิงกล้องขวา

$\mathbf{T}$ คือ เวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดกำเนิดแกนอ้างอิงกล้องขวาเทียบกับจุดกำเนิดแกนอ้างอิงกล้องซ้าย

เนื่องจากเวกเตอร์ $\mathbf{T}$, $\mathbf{P}_r$ และ $\mathbf{P}_r - \mathbf{T}$ อยู่บนระนาบเดียวกัน สามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์แบบเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$(\mathbf{P}_r - \mathbf{T})^T \mathbf{T} \times \mathbf{P}_r = 0 \tag{3.46}$$

พิจารณาแยกออกเป็น 2 ส่วน

- เทอม $\mathbf{P}_r - \mathbf{T}$ จากสมการของการแปลงเอกพันธุ์ สามารถเขียนได้อีกรูปแบบคือ

$$\mathbf{P}_r - \mathbf{T} = \mathbf{R}^T \mathbf{P}_l \tag{3.47}$$

- เทอม $\mathbf{T} \times \mathbf{P}_r$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลคูณของเมทริกซ์ได้เป็น

$$\mathbf{T} \times \mathbf{P}_r = \mathbf{S}\mathbf{P}_r \tag{3.48}$$

โดยที่ $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -T_Z & T_Y \\ T_Z & 0 & -T_X \\ -T_Y & T_X & 0 \end{bmatrix}$ และ $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}$

แทนค่าสมการที่ (3.47) และ (3.48) ลงในสมการที่ (3.46) จะได้

$$\mathbf{P}_l^T \mathbf{R}\mathbf{S}\mathbf{P}_r = 0$$

ถ้าให้ $\mathbf{E} = \mathbf{R}\mathbf{S}$ จะได้สมการในรูปแบบ

$$\mathbf{P}_l^T \mathbf{E}\mathbf{P}_r = 0 \tag{3.49}$$

ซึ่งจะเรียกเมทริกซ์ $\mathbf{E}$ นี้ว่า เมทริกซ์เอสเซนเชียล (essential matrix)

จะเห็นได้ว่า $\mathbf{S}$ เป็นเมทริกซ์ที่มีค่าลำดับชั้น (rank) น้อยกว่า 3 ดังนั้น $\mathbf{E}$ จึงเป็นเมทริกซ์ที่มีค่าลำดับชั้นน้อยกว่า 3 ด้วยเช่นกันและโดยทั่วไปจะมีค่าลำดับชั้นเท่ากับ 2 เมทริกซ์เอสเซนเชียล $\mathbf{E}$ เป็นเมทริกซ์ที่มีความสัมพันธ์โดยตรงกับพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องทั้งสอง

3.14 เมทริกซ์หลักมูล (fundamental matrix)

จากสมการที่ (3.1) และ (3.2) สามารถเขียนความสัมพันธ์สำหรับกล้องซ้ายและกล้องขวาได้เป็น

$$\mathbf{q}_l = \frac{f_l}{Z_l}\mathbf{P}_l \tag{3.50}$$

$$\mathbf{q}_r = \frac{f_r}{Z_r}\mathbf{P}_r \tag{3.51}$$

โดย $\mathbf{q}_l$ และ $\mathbf{q}_r$ คือ ตำแหน่งจุดภาพแสดงบนแกนอ้างอิงภาพเขียนแบบพิกัดเอกพันธุ์ และย้ายข้างสมการใหม่ได้เป็น

$$\mathbf{P}_l = \frac{Z_l}{f_l}\mathbf{q}_l \tag{3.52}$$

$$\mathbf{P}_r = \frac{Z_r}{f_r}\mathbf{q}_r \tag{3.53}$$

แทนค่าสมการที่ (3.52) และ (3.53) ลงในสมการที่ (3.49) แล้วลดรูปจะได้เป็น

$$\mathbf{q}_l^T \mathbf{E}\mathbf{q}_r = 0 \tag{3.54}$$

ถ้าให้ $\mathbf{K}_l$ และ $\mathbf{K}_r$ คือ เมทริกซ์การสอบเทียบของกล้องซ้ายและกล้องขวาตามลำดับและ $\bar{\mathbf{q}}_l$ และ $\bar{\mathbf{q}}_r$ คือ ตำแหน่งจุดภาพแสดงบนแกนอ้างอิงจุดภาพเขียนแบบพิกัดเอกพันธุ์จะได้

$$\mathbf{q}_l = \mathbf{K}_l^{-1}\bar{\mathbf{q}}_l \tag{3.55}$$

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{K}_r^{-1}\bar{\mathbf{q}}_r \tag{3.56}$$

แทนค่าสมการ (3.55) และ (3.56) ลงในสมการ (3.54)

$$\bar{\mathbf{q}}_r \left(\mathbf{K}_r^{-T}\mathbf{E}\mathbf{K}_l^{-1}\right)\bar{\mathbf{q}}_l = 0$$

กำหนดให้ $\mathbf{F} = \mathbf{K}_r^{-T}\mathbf{E}\mathbf{K}_l^{-1}$

$$\bar{\mathbf{q}}_l^T \mathbf{F} \bar{\mathbf{q}}_r = 0 \qquad (3.57)$$

และจะเรียกเมทริกซ์ $\mathbf{F}$ นี้ว่า **เมทริกซ์หลักมูล**

เนื่องจาก $\bar{\mathbf{q}}_l$ และ $\bar{\mathbf{q}}_r$ เป็นข้อมูลที่สามารถหาได้โดยตรงจากภาพ อาศัยสมการที่ (3.57) และคู่จุดสอดคล้องจำนวนมากเพียงพอจะสามารถหาเมทริกซ์หลักมูลได้โดยจะกล่าวในหัวข้อถัดไป เมทริกซ์มูลฐานไม่ขึ้นกับสิ่งแวดล้อมที่ถ่ายภาพ แต่ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ภายในและภายนอกของกล้องทั้งสองตัวเท่านั้น ข้อสังเกตคือโดยทั่วไปเมทริกซ์หลักมูลเป็นเมทริกซ์ที่มีค่าลำดับชั้นเท่ากับ 2 เช่นเดียวกันกับเมทริกซ์เอสเซนเชียล

3.15 การคำนวณหาเมทริกซ์หลักมูล

พิจารณาคู่จุดสอดคล้องคู่หนึ่ง $\bar{\mathbf{q}}_l \leftrightarrow \bar{\mathbf{q}}_r$ จะต้องมีความสัมพันธ์กันตามสมการที่ (3.57) โดยกำหนดให้ $\bar{\mathbf{q}}_l = \begin{bmatrix} \mathrm{x}' & \mathrm{y}' & 1 \end{bmatrix}^T$ และ $\bar{\mathbf{q}}_r = \begin{bmatrix} \mathrm{x} & \mathrm{y} & 1 \end{bmatrix}^T$ เขียนแสดงในระบบพิกัดเอกพันธุ์ และเมทริกซ์มูลฐานสามารถเขียนได้ในลักษณะนี้

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix}$$

จะได้ความสัมพันธ์เป็น

$$\begin{bmatrix} \mathrm{x}' & \mathrm{y}' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11}x + F_{12}y + F_{13} \\ F_{21}x + F_{22}y + F_{23} \\ F_{31}x + F_{32}y + F_{33} \end{bmatrix} = 0$$

$$F_{11}x'x + F_{12}x'y + F_{13}x' + F_{21}y'x + F_{22}y'y + F_{23}y' + F_{31}x + F_{32}y + F_{33} = 0$$

$$\begin{bmatrix} x'x & x'y & x' & y'x & y'y & y' & x & y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{13} \\ F_{21} \\ F_{22} \\ F_{23} \\ F_{31} \\ F_{32} \\ F_{33} \end{bmatrix} = 0$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สำหรับคู่จุดสอดคล้อง 1 คู่จะก่อให้เกิดสมการ 1 สมการ สมมติว่าทราบคู่จุดสอดคล้อง n คู่จะก่อให้เกิดระบบสมการเชิงเส้น n สมการ นั่นคือ

$$\begin{bmatrix} x_1'x_1 & x_1'y_1 & x_1' & y_1'x_1 & y_1'y_1 & y_1' & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2'x_2 & x_2'y_2 & x_2' & y_2'x_2 & y_2'y_2 & y_2' & x_2 & y_2 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_n'x_n & x_n'y_n & x_n' & y_n'x_n & y_n'y_n & y_n' & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{13} \\ F_{21} \\ F_{22} \\ F_{23} \\ F_{31} \\ F_{32} \\ F_{33} \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปแบบของเมทริกซ์ได้เป็น

$$\mathbf{A}\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{0} \tag{3.58}$$

โดยที่ $\mathbf{A}$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $n \times 9$

ในกรณีที่ $n \geq 8$ คำตอบ $\hat{\mathbf{f}}$ ที่ได้จะไม่เป็นคำตอบแม่นตรง (exact solution) และจะสามารถหาคำตอบของปัญหานี้โดยการคำนวณคำตอบ $\hat{\mathbf{f}}$ ที่ทำให้ $\left\|\mathbf{A}\hat{\mathbf{f}}\right\|$ มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขบังคับ $\left\|\hat{\mathbf{f}}\right\| = 1$ ซึ่งคำตอบของระบบสมการนี้ตรงกับเวกเตอร์ซิงกูลาร์ที่สอดคล้องกับค่าซิงกูลาร์ที่มีค่าน้อยที่สุดของเมทริกซ์ $\mathbf{A}$ และจากคำตอบ $\hat{\mathbf{f}}$ ที่ได้ จะนำมาเรียงลำดับสมาชิกใหม่เป็นเมทริกซ์ $\hat{\mathbf{F}}$ ขนาด 3×3 เนื่องจากเมทริกซ์มูลฐานจะมีคุณสมบัติเป็นเมทริกซ์เอกฐาน (singular matrix) แต่เนื่องจากการมีสัญญาณรบกวนจะทำให้เมทริกซ์ $\hat{\mathbf{F}}$ ไม่เป็นไปตามคุณสมบัตินี้ ดังนั้นจะต้องทำการแก้เมทริกซ์ $\hat{\mathbf{F}}$ โดยทำการแยกค่าซิงกูลาร์เพื่อกำหนดค่าลำดับชั้น โดยทำการแทนค่าซิงกูลาร์ตัวสุดท้ายในเมทริกซ์ทแยงมุมให้มีค่าเป็น 0 แล้วทำการคูณกลับได้เป็นเมทริกซ์หลักมูลที่เหมาะสม (ดูภาคผนวก ค)

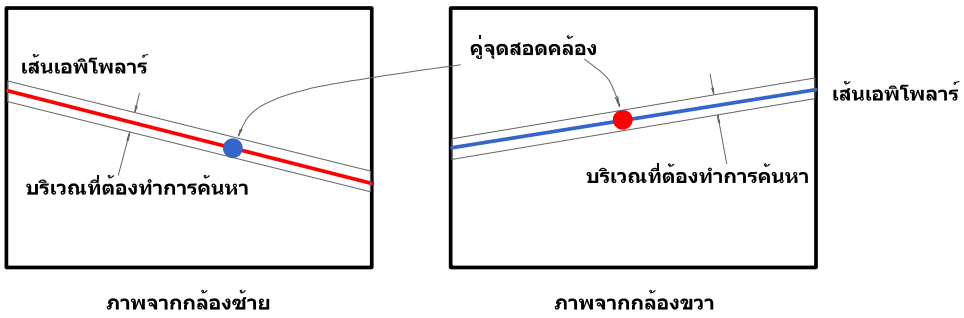
เมทริกซ์หลักมูลมีความสัมพันธ์กับเส้นเอพิโพลาร์ โดยสามารถคำนวณหาเส้นเอพิโพลาร์บนภาพจากกล้องซ้ายเมื่อกำหนดจุดภาพหนึ่งจุดบนภาพจากกล้องขวาได้จากสมการ

$$\mathbf{l}' = \mathbf{F}\mathbf{x} \tag{3.59}$$

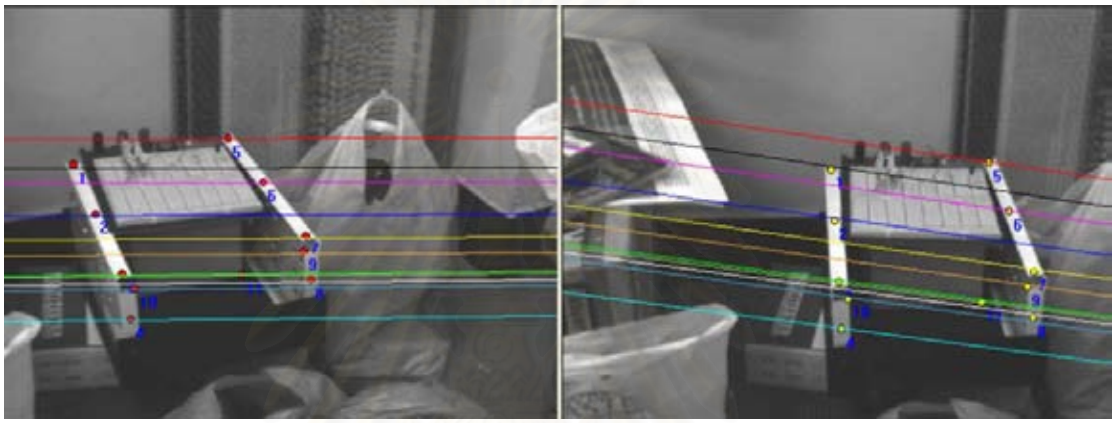
เช่นเดียวกันกับกรณีภาพจากกล้องซ้าย

$$\mathbf{l} = \mathbf{F}^T\mathbf{x}' \tag{3.60}$$

การที่ภาพดิจิทัลมีลักษณะที่ไม่ต่อเนื่อง จะเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดความผิดพลาดในการกำหนดตำแหน่งของคู่จุดสอดคล้องบนภาพทั้งสอง ทำให้การคำนวณหาเมทริกซ์หลักมูลมีความผิดพลาดไป และส่งผลให้ตำแหน่งเส้นเอพิโพลาร์บนภาพทั้งสองไม่ผ่านคู่จุดสอดคล้องพอดี ในทางปฏิบัติจะต้องทำการค้นหาคู่จุดสอดคล้องบนพื้นที่ด้านข้างของเส้นเอพิโพลาร์ที่คำนวณได้ด้วย ดังแสดงในรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 บริเวณที่เกิดความคลาดเคลื่อนในการระบุตำแหน่งคู่จุดสอดคล้อง

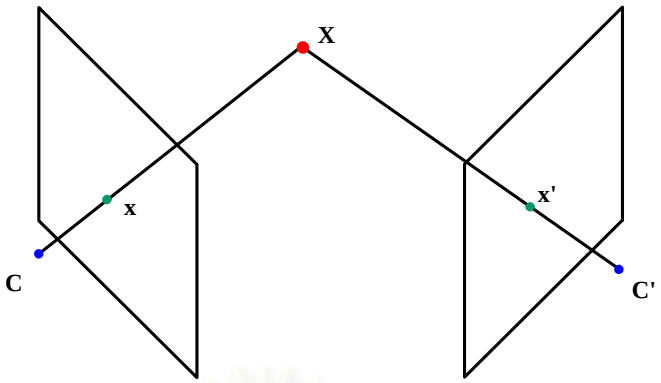


รูปที่ 3.11 เส้นเอพิโพลาร์จากการทดลอง

3.16 การคำนวณหาพิกัด 3 มิติจากภาพทั้งสอง

หลังจากทำการประมวลผลภาพจากกล้องทั้งสอง และทำการแก้ไขการบิดเบี้ยวในภาพทั้งสองแล้ว จะได้คู่จุดสอดคล้องที่แสดงถึงตำแหน่งวัตถุบนภาพ $\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}'$ โดยกำหนดให้ $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix}^T$ และ $\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} x' & y' & 1 \end{bmatrix}^T$ ซึ่งเขียนแสดงในพิกัดเอกพันธุ์ และจากการสอบเทียบกล้องทั้งสองแยกจากกันทำให้ทราบค่าพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอก จากข้อมูลเหล่านี้ทำให้สามารถนำมาคำนวณกลับเป็นพิกัด 3 มิติได้ หากมองในแง่ของเรขาคณิตแล้วก็คือจุดตัดของรังสีฉายกลับทั้งสอง โดยการลากเส้นตรงจากจุดศูนย์กลางกล้องผ่านไปยังจุดภาพ ตามทฤษฎีแล้วรังสีฉายกลับจากทั้งสองกล้องจะตัดกันพอดี ดังแสดงในรูปที่ 3.12 ในทางปฏิบัติแล้วรังสีฉายกลับทั้งสองไม่จำเป็นต้องตัดกันเนื่องจากกระบวนการวัดและคำนวณย่อมมีสัญญาณรบกวน

การหาคำตอบโดยวิธีเรขาคณิตค่อนข้างจะยุ่งยากกว่าวิธีแบบพีชคณิต ผู้วิจัยจึงขอเสนอวิธีพีชคณิต กำหนดให้ $\mathbf{X}$ คือจุดพิกัด 3 มิติที่ปรากฏเป็นคู่จุดสอดคล้อง $\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}'$ จากสมการการฉายจะสามารถเขียนความสัมพันธ์กันดังนี้



รูปที่ 3.12 การคำนวณหาจุดพิกัด 3 มิติจากภาพทั้งสอง

จากสมการการฉาย (3.9)

$$\lambda \mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{X}$$
$$\lambda' \mathbf{x}' = \mathbf{P}'\mathbf{X}$$

เมื่อ $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}^{1T} \\ \mathbf{p}^{2T} \\ \mathbf{p}^{3T} \end{bmatrix}$ และ $\mathbf{P}' = \begin{bmatrix} p'_{11} & p'_{12} & p'_{13} & p'_{14} \\ p'_{21} & p'_{22} & p'_{23} & p'_{24} \\ p'_{31} & p'_{32} & p'_{33} & p'_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}'^{1T} \\ \mathbf{p}'^{2T} \\ \mathbf{p}'^{3T} \end{bmatrix}$

เป็นเมทริกซ์กล้องขวาและซ้ายตามลำดับ

เนื่องจากค่าคงตัว λ และ λ' เป็นค่าคงตัวที่ไม่ทราบค่า เพื่อจะกำจัดค่าคงตัวเหล่านี้ จะใช้ความสัมพันธ์ผ่านทางผลคูณเชิงเวกเตอร์

สำหรับกล้องทางขวา

$$\mathbf{x} \times (\mathbf{P}\mathbf{X}) = \mathbf{0}$$
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{p}^{1T}\mathbf{X} \\ \mathbf{p}^{2T}\mathbf{X} \\ \mathbf{p}^{3T}\mathbf{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} y\mathbf{p}^{3T}\mathbf{X} - \mathbf{p}^{2T}\mathbf{X} \\ \mathbf{p}^{1T}\mathbf{X} - x\mathbf{p}^{3T}\mathbf{X} \\ x\mathbf{p}^{2T}\mathbf{X} - y\mathbf{p}^{1T}\mathbf{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ซึ่งสามารถเขียนได้เป็นสมการพีชคณิต 3 สมการ

$$\begin{aligned} x(\mathbf{p}^{3T}\mathbf{X}) - \mathbf{p}^{1T}\mathbf{X} &= 0 \\ y(\mathbf{p}^{3T}\mathbf{X}) - \mathbf{p}^{2T}\mathbf{X} &= 0 \\ x(\mathbf{p}^{2T}\mathbf{X}) - y(\mathbf{p}^{1T}\mathbf{X}) &= 0 \end{aligned} \qquad (3.61)$$

สำหรับ 3 สมการนี้มีเพียง 2 สมการเท่านั้นที่เป็นอิสระจากกัน

เช่นเดียวกันสำหรับกล้องทางซ้าย

$$\begin{aligned} x'(\mathbf{p}''^{3T}\mathbf{X}) - \mathbf{p}''^{1T}\mathbf{X} &= 0 \\ y'(\mathbf{p}''^{3T}\mathbf{X}) - \mathbf{p}''^{2T}\mathbf{X} &= 0 \\ x'(\mathbf{p}''^{2T}\mathbf{X}) - y'(\mathbf{p}''^{1T}\mathbf{X}) &= 0 \end{aligned} \tag{3.62}$$

และ 3 สมการนี้มีเพียง 2 สมการเท่านั้นที่เป็นอิสระจากกัน

ทำการเลือก 2 สมการแรกจากสมการทั้งสองชุด แล้วจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} x\mathbf{p}^{3T} - \mathbf{p}^{1T} \\ y\mathbf{p}^{3T} - \mathbf{p}^{2T} \\ x'\mathbf{p}''^{3T} - \mathbf{p}''^{1T} \\ y'\mathbf{p}''^{3T} - \mathbf{p}''^{2T} \end{bmatrix} \mathbf{X} = \mathbf{0} \tag{3.63}$$

หรือ $$\mathbf{AX} = \mathbf{0}$$

ซึ่งสามารถทำการแก้สมการหาค่า $\mathbf{X}$ ได้เช่นเดียวกับวิธีที่ใช้ในหัวข้อก่อนหน้านี้

3.17 การสอบเทียบระบบกล้อง 2 ตัว

การสอบเทียบที่กล่าวมาข้างต้นเป็นวิธีการที่สอบเทียบแต่ละกล้องแยกต่างหากไม่เกี่ยวข้องซึ่งกันและกัน ซึ่งการใช้วิธีการสอบเทียบด้วยวัตถุสอบเทียบ 2 มิติจะทำการบันทึกภาพของกระดานสอบเทียบที่มีการเปลี่ยนตำแหน่งหลายตำแหน่ง แล้วสามารถหาพารามิเตอร์ของกล้องนั้นได้ ทำให้ดูเหมือนว่าการสอบเทียบระบบกล้อง 2 ตัวสามารถทำแบบตรงไปตรงมาเช่นนั้นได้ แต่เนื่องจากข้อมูลที่วัดได้จะมีสัญญาณรบกวนเข้ามาปะปนอยู่เสมอ ทำให้พารามิเตอร์ที่คำนวณได้มีความผิดพลาดและไม่สมเหตุสมผลบางประการ อันเนื่องมาจากผลการคำนวณพารามิเตอร์ภายนอกในแต่ละจังหวะ โดยควรจะสอดคล้องกับข้อบังคับทางกายภาพที่กล้องทั้งสองถูกจับยึดอย่างมั่นคงหรือกล่าวคือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ระหว่างกล้องทั้งสองจะต้องมีค่าคงที่

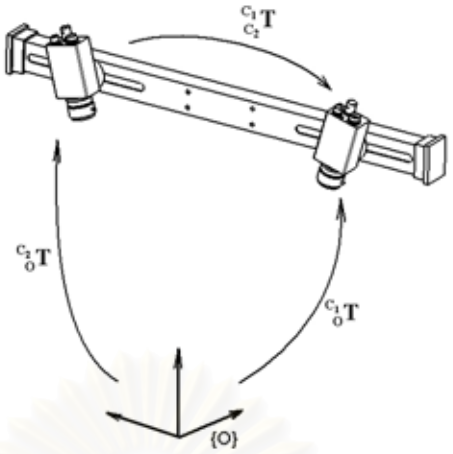
$$\prescript{C_1}{C_2}{\mathbf{T}} = \prescript{C_1}{O}{\mathbf{T}}\,\prescript{C_2}{O}{\mathbf{T}}^{-1} \tag{3.64}$$

โดยที่ $\prescript{C_1}{C_2}{\mathbf{T}}$ คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงกล้องขวาเทียบกับกล้องซ้าย

$\prescript{C_1}{O}{\mathbf{T}}$ และ $\prescript{C_2}{O}{\mathbf{T}}$ คือ เมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงกล้องซ้ายและกล้องขวาเทียบกับแกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบ ซึ่งก็คือพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องทั้งสอง

แต่จากการสอบเทียบแต่ละกล้องแยกจากกัน ไม่ได้มีการคำนึงถึงถึงข้อบังคับนี้ ดังนั้นจึงควรจะมีวิธีการคำนวณหาพารามิเตอร์ของกล้องที่รวมเอาข้อบังคับนี้เข้าไว้ด้วย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.13 พารามิเตอร์ภายนอกและเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ระหว่างกล้องทั้งสอง

การสอบเทียบจะเริ่มจากการสอบเทียบแต่ละกล้องก่อน เพื่อเป็นการคำนวณหาพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องโดยประมาณ แล้วจึงนำพารามิเตอร์นี้มามาเป็นค่าเริ่มต้นในการทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้น ที่ทำให้ฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติบนระนาบรับภาพกำลังสอง (3.65) มีค่าน้อยที่สุด

$$\sum_{c=1}^{2}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left\| \mathbf{m}_{ijc} - \breve{\mathbf{m}}(k_{1c}, k_{2c}, \mathbf{K}_c, \mathbf{R}_{ic}, \mathbf{t}_{ic}, {}^{\mathbf{C}_1}_{\mathbf{C}_2}\mathbf{T}, \mathbf{p}_j) \right\|^2 \qquad (3.65)$$

โดยที่ $\mathbf{m}_{ijc}$ คือ พิกัดจุดภาพของจุดที่ j ของภาพกระดานสอบเทียบที่วัดได้ในภาพที่ i บนกล้องที่ c

$\breve{\mathbf{m}}$ คือ พิกัดจุดภาพที่ได้จากการฉาย $\mathbf{p}_j$ บนกระดานสอบเทียบในภาพที่ i โดยคำนวณทางคณิตศาสตร์จากพารามิเตอร์ของกล้องที่กำลังประมาณค่าอยู่

$k_{1c}, k_{2c}, \mathbf{K}_c$ คือ พารามิเตอร์ภายในของกล้องตัวที่ c

$\mathbf{R}_{ic}, \mathbf{t}_{ic}$ คือ พารามิเตอร์ภายนอกของกล้องตัวที่ c ในจังหวะที่ i

${}^{\mathbf{C}_1}_{\mathbf{C}_2}\mathbf{T}$ คือ เมทริกซ์การแปลงของแกนอ้างอิงกล้องขวาเทียบกับกล้องซ้ายที่มีค่าคงที่

$\mathbf{p}_j$ คือ จุดพิกัด 3 มิติที่ j บนกระดานสอบเทียบ

หรืออีกวิธีคือการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นของฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติกำลังสอง โดยพิจารณาค่าผิดพลาดสัมพัทธ์กับกระดานสอบเทียบ (ภายใต้สมมติฐานว่าระยะบนกระดานสอบเทียบมีความถูกต้อง) โดยเปรียบเทียบค่าพิกัด 3 มิติของจุดมุมบนกระดานสอบเทียบซึ่งทราบพิกัดจากการสร้าง และจุด 3 มิติที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์จากกล้องทั้งสองดังกล่าวในหัวข้อที่ 3.16

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left\| \mathbf{w}_j - \mathbf{W}(k_{1left}, k_{2left}, \mathbf{K}_{left}, k_{1right}, k_{2right}, \mathbf{K}_{right}, \mathbf{R}_{left,i}, \mathbf{t}_{left,i}, {}^{\mathbf{C}_1}_{\mathbf{C}_2}\mathbf{T}, \mathbf{m}_{ij,left}, \mathbf{m}_{ij,right}) \right\|^2 \qquad (3.66)$$

โดยที่ $\mathbf{w}_j$ คือจุดพิกัด 3 มิติบนกระดานสอบเทียบ

$\mathbf{W}$ คือจุดพิกัด 3 มิติที่ได้การคำนวณทางคณิตศาสตร์จากภาพจากทั้งสองกล้องโดยใช้พารามิเตอร์ของกล้องทั้งสองตัว

$\mathbf{m}_{ij,left}, \mathbf{m}_{ij,right}$ คือ พิกัดจุดภาพของจุดที่ j ของภาพกระดานสอบเทียบที่วัดได้ในภาพที่ i บนกล้องซ้ายและขวาตามลำดับ

$k_{1left}, k_{2left}, \mathbf{K}_{left}$ คือ พารามิเตอร์ภายในของกล้องซ้าย

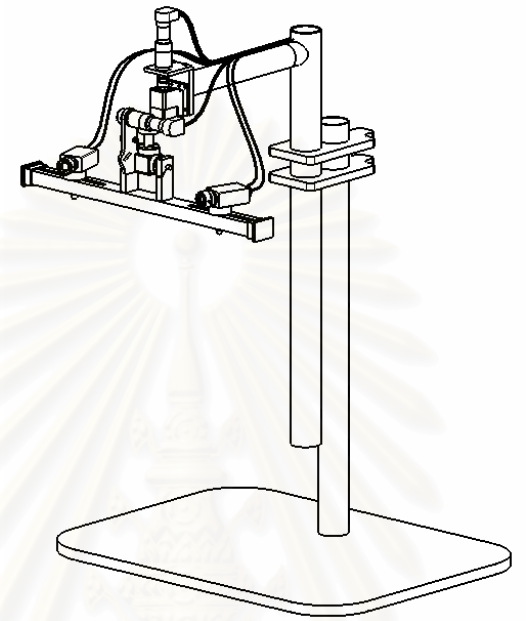
$k_{1right}, k_{2right}, \mathbf{K}_{right}$ คือ พารามิเตอร์ภายในของกล้องขวา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

การออกแบบและวิเคราะห์หุ่นยนต์ 2 แกนติดระบบกล้อง

4.1 การออกแบบหุ่นยนต์ 2 แกน



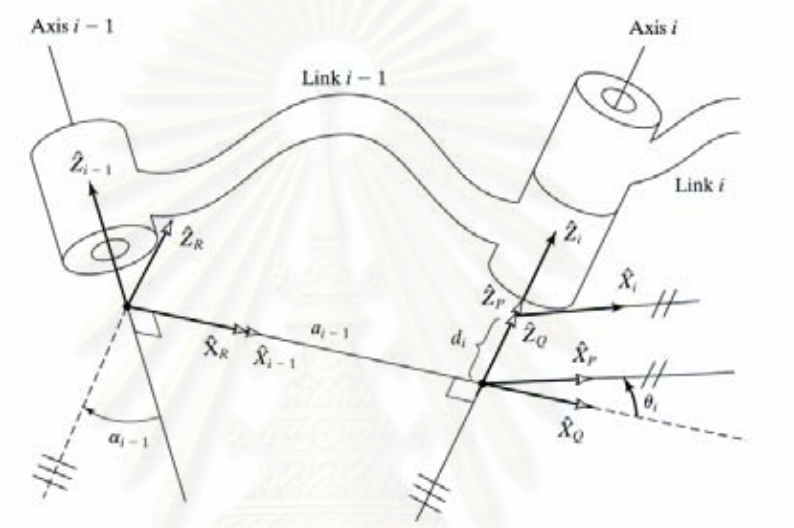
รูปที่ 4.1 หุ่นยนต์ 2 แกนที่ออกแบบเพื่อใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้

หุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้ถูกออกแบบเป็นหุ่นยนต์ 2 แกน ขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรงและออกแบบเพื่อให้ผู้ใช้สามารถจัดวางตำแหน่งและทิศทางของกล้องทั้งสองเพื่อให้มุมมองของกล้องทั้งสองสามารถครอบคลุมบริเวณที่ต้องการใช้งานได้ นอกจากนี้ผู้ใช้สามารถปรับความสูงของหุ่นยนต์ได้ เพื่อรองรับการเปลี่ยนแปลงความยาวโฟกัสของเลนส์ รวมถึงปริมาตรการทำงานในอนาคต จากการอธิบายในหัวข้อ 3.11 เรื่องระบบสองกล้อง ผู้ทดลองควรจัดวางกล้องให้อยู่ในมุมที่เหมาะสม โดยไม่ขนานกันหรือหันหน้าเข้ากันมากเกินไป เพื่อลดค่าผิดพลาดที่อาจจะเกิดขึ้น นอกจากนี้ยังสามารถนำระบบนี้ไปใช้งานเป็นอุปกรณ์สแกน 3 มิติแบบใช้กล้อง 2 ตัว หรือนำเฉพาะส่วนของชุดกล้องไปติดเข้ากับปลายแขนของหุ่นยนต์อุตสาหกรรมที่มีองศาอิสระมากกว่าหุ่นยนต์ตัวนี้และใช้ขั้นตอนวิธีการสอบเทียบที่จะกล่าวในบทนี้ เพื่อเพิ่มความสามารถในการใช้งานหุ่นยนต์ร่วมกันระบบกล้อง 2 ตัวให้ทำงานได้มากกว่านี้

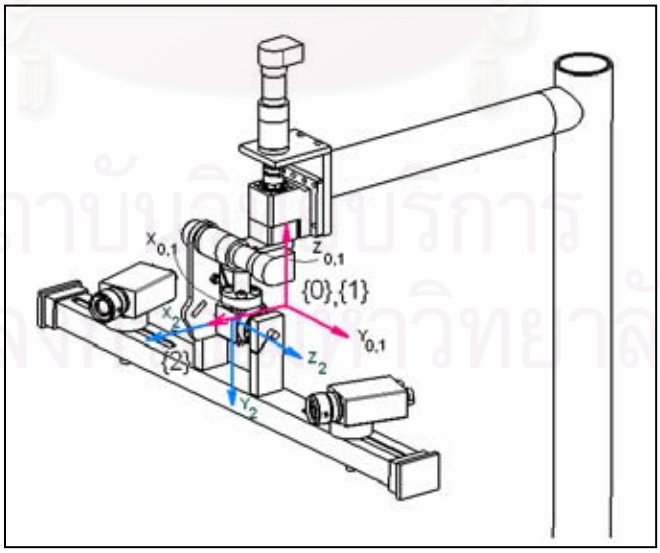
หุ่นยนต์ตัวนี้จะทำหน้าที่ติดตามอนุภาคบนเป้าหมายที่ได้ออกแบบไว้ โดยที่จะเคลื่อนที่ตามคำสั่งอ้างอิงที่ได้จากการหาค่าพิกัด 3 มิติในส่วนของกล้องทั้งสอง ซึ่งจะต้องทราบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์โดยการวิเคราะห์ฟอร์เวิร์ดและอินเวอร์สคิเนแมติกส์

4.2 การวิเคราะห์ฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์ (forward kinematics)

เป็นการคำนวณหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 ของหุ่นยนต์ ในที่นี้ผู้วิจัยจะเลือกใช้พารามิเตอร์ของเดนาวิต-ฮาร์เทนเบิร์ก (Denavit-Hartenberg parameters) [7] ในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พิจารณารูปที่ 4.2 ก้านต่อ (link) ที่ $i-1$ ซึ่งอยู่ระหว่างข้อต่อ (joint) ที่ $i-1$ และ i โดยการติดแกนอ้างอิงดังแสดงในรูป ซึ่งเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ระหว่างแกนอ้างอิงที่ $i-1$ และ i จะประกอบด้วย 4 พารามิเตอร์คือ $\alpha_{i-1}, a_{i-1}, d_i$ และ θ_i ซึ่งสอดคล้องกับขนาดทางกายภาพของแต่ละก้านต่อ



รูปที่ 4.2 แบบจำลองข้อต่อของหุ่นยนต์และพารามิเตอร์ของเดนาวิต-ฮาร์เทนเบิร์ก [7]



รูปที่ 4.3 หุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้พร้อมแสดงแกนอ้างอิงที่ 0,1 และ 2

เมื่อพิจารณาการเลือกใช้แกนอ้างอิงสำหรับหุ่นยนต์ที่ออกแบบดังแสดงในรูปที่ 4.3 จะสามารถเขียนค่าพารามิเตอร์สำหรับหุ่นยนต์ดังแสดงในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 พารามิเตอร์ของเดนาวิต-ฮาร์เทนเบิร์กสำหรับหุ่นยนต์สองแกน

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	$\theta_1 + \Delta\theta_1$
2	γ	a_0	0	$\theta_2 + \Delta\theta_2$

การที่ใส่มุมส่วนเพิ่ม $\Delta\theta_1$ และ $\Delta\theta_2$ เข้าไปในพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์เพราะว่าตัวอุปกรณ์วัดมุมที่ใช้เป็นชนิดส่วนเพิ่ม (incremental encoder) ทำให้การเริ่มต้นบันทึกค่ามุมไม่จำเป็นต้องเริ่มตรงกับตำแหน่งศูนย์องศาตามแบบจำลองของหุ่นยนต์พอดี จากรูปที่ 4.2 จะสามารถเขียนสมการการแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงที่ i เทียบกับแกนอ้างอิงที่ i -1

$$ {}^{\mathbf{i-1}}_{\mathbf{i}}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & a_{i-1} \\ \sin(\theta_i)\cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1}) & -\sin(\alpha_{i-1})d_i \\ \sin(\theta_i)\sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\theta_i)\sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1})d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1) $$

โดยจะขอกำหนดสัญลักษณ์ดังต่อไปนี้เพื่อความสะดวกในการเขียนสมการ

$$ c\Delta_i = \cos(\theta_i + \Delta\theta_i),\ s\Delta_i = \sin(\theta_i + \Delta\theta_i),\ s_\gamma = \sin(\gamma) \text{ และ } c_\gamma = \cos(\gamma) $$

เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์จากตารางที่ 4.1 ลงในสมการที่ (4.1) ในกรณีที่ i = 1 และ 2 จะได้

$$ {}^{\mathbf{0}}_{\mathbf{1}}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\Delta_1 & -s\Delta_1 & 0 & 0 \\ s\Delta_1 & c\Delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{\mathbf{1}}_{\mathbf{2}}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\Delta_2 & -s\Delta_2 & 0 & a_0 \\ s\Delta_2 c_\gamma & c\Delta_2 c_\gamma & -s_\gamma & 0 \\ s\Delta_2 s_\gamma & c\Delta_2 s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

ดังนั้นเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ระหว่างแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 คือ

$$ {}^{\mathbf{0}}_{\mathbf{2}}\mathbf{T} = {}^{\mathbf{0}}_{\mathbf{1}}\mathbf{T}\,{}^{\mathbf{1}}_{\mathbf{2}}\mathbf{T} $$

$$ = \begin{bmatrix} c\Delta_1 & -s\Delta_1 & 0 & 0 \\ s\Delta_1 & c\Delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\Delta_2 & -s\Delta_2 & 0 & a_0 \\ s\Delta_2 c_\gamma & c\Delta_2 c_\gamma & -s_\gamma & 0 \\ s\Delta_2 s_\gamma & c\Delta_2 s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

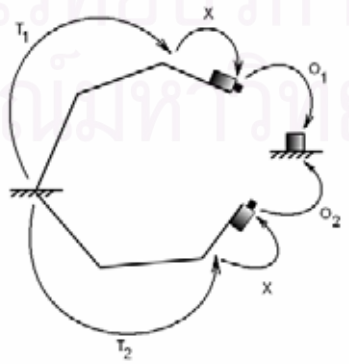
$$= \begin{bmatrix} c\Delta_1 c\Delta_2 - s\Delta_1 s\Delta_2 c_\gamma & -c\Delta_1 s\Delta_2 - s\Delta_1 c\Delta_2 c_\gamma & s\Delta_1 s_\gamma & a_0 c\Delta_1 \\ s\Delta_1 c\Delta_2 + c\Delta_1 s\Delta_2 c_\gamma & -s\Delta_1 s\Delta_2 + c\Delta_1 c\Delta_2 c_\gamma & -c\Delta_1 s_\gamma & a_0 s\Delta_1 \\ s\Delta_2 s_\gamma & c\Delta_2 s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

ดังนั้นเมื่อทราบค่ามุมจากอุปกรณ์วัดมุมของข้อต่อทั้งสองของหุ่นยนต์ แล้วจะสามารถคำนวณหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 ของหุ่นยนต์ได้โดยแทนค่ามุมทั้งสองลงในสมการที่ (4.2) สำหรับการวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ (inverse kinematics) ผู้วิจัยจะขอยกไปกล่าวในบทถัดไปเรื่องการติดตามอนุภาคใน 3 มิติ

4.3 การสอบเทียบหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ระหว่างกล้องเทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์

การใช้งานอุปกรณ์รับรู้ร่วมกับหุ่นยนต์ ลักษณะการใช้งานที่เป็นที่นิยมมากที่สุดคือการนำอุปกรณ์รับรู้มาติดเข้าที่ปลายแขนหุ่นยนต์ แต่ข้อมูลที่ได้จากอุปกรณ์รับรู้เป็นข้อมูลที่อ้างอิงเทียบกับแกนพิกัดของอุปกรณ์รับรู้นั้น สิ่งที่จำเป็นจะต้องทราบคือเมทริกซ์การแปลงระหว่างแกนอ้างอิงของอุปกรณ์รับรู้กับแกนอ้างอิงที่ปลายแขนของหุ่นยนต์ เพื่อจะสามารถทำการแปลงพิกัดของข้อมูลที่ได้จากอุปกรณ์รับรู้ให้มาอยู่ในแกนอ้างอิงที่ปลายแขนของหุ่นยนต์ โดยทั่วไปตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนของหุ่นยนต์จะทราบจากตัวควบคุมของหุ่นยนต์ ซึ่งจะทำให้สามารถนำข้อมูลที่ได้จากอุปกรณ์รับรู้ไปใช้งานได้ แม้ว่าคำอธิบายต่อไปนี้จะอ้างอิงการใช้กล้องวีดีโอเป็นอุปกรณ์รับรู้ แต่ว่าวิธีการเหล่านี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับอุปกรณ์รับรู้ชนิดอื่นที่สามารถให้ข้อมูลในลักษณะเดียวกันนี้กล่าวคือ สามารถระบุตำแหน่งและทิศทางของวัตถุเทียบกับตัวอุปกรณ์รับรู้เอง เช่น แทคไทล์เซนเซอร์ (tactile sensor) เป็นต้น [8]

การคำนวณหาเมทริกซ์การแปลงนี้สามารถทำได้โดยการเคลื่อนที่ปลายแขนหุ่นยนต์ที่ติดกล้องไว้ แล้วอาศัยข้อมูลการสอบเทียบของกล้องมาช่วยในการคำนวณหา พิจารณารูปที่ 4.4 ให้หุ่นยนต์ทำการเคลื่อนที่เพื่อสังเกตวัตถุเดียวกันจาก 2 ตำแหน่ง



รูปที่ 4.4 เมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ที่เกี่ยวข้องกับการสอบเทียบหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ระหว่างกล้องเทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์

จะสามารถเขียนความสัมพันธ์จากการแปลงพิกัดของการเคลื่อนที่หุ่นยนต์ 2 ตำแหน่งได้ดังนี้

$$\mathbf{T_1 X O_1 = T_2 X O_2}$$

โดยที่ $\mathbf{T_i}$ คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงของปลายแขนหุ่นยนต์เทียบกับแกนอ้างอิงของฐานหุ่นยนต์ ณ ตำแหน่งที่ i

$\mathbf{X}$ คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงกล้องเทียบกับแกนอ้างอิงของปลายแขนหุ่นยนต์ ซึ่งมีค่าคงที่

$\mathbf{O_i}$ คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงวัตถุเทียบกับแกนอ้างอิงกล้อง ณ ตำแหน่งที่ i ซึ่งก็คือพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องนั่นเอง

เมื่อทำการย้ายข้างสมการเพื่อจัดรูปใหม่จะได้เป็น

$$\left(\mathbf{T_2^{-1}T_1}\right)\mathbf{X} = \mathbf{X}\left(\mathbf{O_2O_1^{-1}}\right)$$

กำหนดให้ $\mathbf{A = T_2^{-1}T_1}$ และ $\mathbf{B = O_2O_1^{-1}}$

ทำให้เกิดระบบสมการการแปลงเอกพันธุ์ (Homogeneous Transform Equation)

$$\mathbf{AX = XB} \tag{4.3}$$

มีความพยายามของบุคคลหลายกลุ่มในการคำนวณหาผลเฉลยของระบบสมการนี้ รวมถึงการใช้วิธีการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ของการมีอยู่คำตอบเดียวของระบบสมการ โดยภาพรวมจะมีแนวทางในการแก้ปัญหาอยู่ 2 ลักษณะ ได้แก่

- แยกพิจารณาออกเป็นส่วนที่เกี่ยวกับการเลื่อนที่และส่วนที่เกี่ยวกับการหมุน แล้วทำการหาผลเฉลยแยกจากกัน [8], [9]
- หาผลเฉลยโดยพิจาณาส่วนที่เกี่ยวกับการเลื่อนที่และส่วนที่เกี่ยวกับการหมุนพร้อมกัน [10]

ผู้วิจัยได้ตัดสินใจเลือกใช้วิธีแรกเนื่องจากง่ายต่อการเข้าใจและการนำไปใช้ และจะขอยกมาใช้เลยโดยไม่พิสูจน์รายละเอียดซึ่งสามารถศึกษาได้จาก [9] จากสมการที่ (4.3) ให้เขียนกระจายเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ออกเป็นส่วนของการหมุนและการเลื่อนที่ ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_A & \mathbf{t}_A \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{R}_X & \mathbf{t}_X \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_X & \mathbf{t}_X \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{R}_B & \mathbf{t}_B \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า

$$\mathbf{R}_A\mathbf{R}_X = \mathbf{R}_X\mathbf{R}_B \tag{4.4}$$

$$\mathbf{R}_A\mathbf{t}_X + \mathbf{t}_A = \mathbf{R}_X\mathbf{t}_B + \mathbf{t}_X \tag{4.5}$$

สำหรับเมทริกซ์การหมุนที่ไม่เท่ากับเมทริกซ์เอกลักษณ์ จะสามารถเขียนแทนได้ด้วยเวกเตอร์แกนหมุนซึ่งผ่านจุดกำเนิดและมุมหมุนรอบแกนนั้น (angle–axis representation)

นั่นคือ

$$\mathbf{R} = Rot(\mathbf{k},\theta) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

โดยที่ $\mathbf{k}$ คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยแสดงถึงทิศทางของแกนหมุนและให้ $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_x & k_y & k_z \end{bmatrix}^T$

θ คือมุมการหมุนรอบเวกเตอร์ $\mathbf{k}$

เมื่อทราบเมทริกซ์การหมุนจะสามารถคำนวณหา $\mathbf{k},\theta$ ได้จากสมการที่ (4.7) และ (4.8)

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{r_{11}+r_{22}+r_{33}-1}{2}\right) \tag{4.7}$$

$$\mathbf{k} = \frac{1}{2\sin\theta}\begin{bmatrix} r_{32}-r_{23} \\ r_{13}-r_{31} \\ r_{21}-r_{12} \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

และเมื่อทราบ $\mathbf{k},\theta$ ก็สามารถคำนวณกลับเพื่อหาเมทริกซ์การหมุนด้วยสมการที่ (4.9)

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} k_x k_x vers\theta + \cos\theta & k_y k_x vers\theta - k_z \sin\theta & k_z k_x vers\theta + k_y \sin\theta \\ k_x k_y vers\theta + k_z \sin\theta & k_y k_y vers\theta + \cos\theta & k_z k_y vers\theta - k_x \sin\theta \\ k_x k_z vers\theta - k_y \sin\theta & k_y k_z vers\theta + k_x \sin\theta & k_z k_z vers\theta + \cos\theta \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

โดยที่ $vers\theta$ คือ สัญลักษณ์แทนปริมาณ $1-\cos\theta$

การแก้สมการที่ (4.4) และ (4.5) จะทำการนิยามเวกเตอร์ตัวใหม่

$$\mathbf{p} = 2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\mathbf{k} \tag{4.10}$$

ซึ่งเป็นอีกรูปแบบของการแสดงถึงการหมุนเช่นเดียวกับเมทริกซ์การหมุนและนิยามฟังก์ชัน

$$Skew(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} 0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{bmatrix}$$

ทำให้สมการที่ (4.4) และ (4.5) สามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$Skew(\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B)\mathbf{p}_X = \mathbf{p}_B - \mathbf{p}_A \tag{4.11}$$

$$(\mathbf{R}_A - \mathbf{I})\mathbf{t}_X = \mathbf{R}_X\mathbf{t}_B - \mathbf{t}_A \tag{4.12}$$

โดยที่ $\mathbf{p}_A = 2\sin\left(\frac{\theta_A}{2}\right)\mathbf{k}_A$ และ $\mathbf{p}_B = 2\sin\left(\frac{\theta_B}{2}\right)\mathbf{k}_B$ ซึ่งคำนวณจากสมการที่ (4.7) และ (4.8)

เนื่องจากเมทริกซ์ $Skew(\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B)$ และ $(\mathbf{R}_A - \mathbf{I})$ มีค่าลำดับชั้นเท่ากับ 2 ดังนั้นสำหรับแต่ละกล้องจะต้องทำการสร้างชุดสมการ $AX = XB$ อย่างน้อย 2 ชุดเพื่อจะสามารถคำนวณหาคำตอบที่มีค่าผิดพลาดกำลังสองน้อยสุดได้

เนื่องจากในงานวิทยานิพนธ์นี้ใช้กล้องจำนวน 2 ตัว จึงจะต้องทำการคำนวณหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงของกล้องซ้ายและขวาเทียบกับแกนอ้างอิงที่ 2 ของหุ่นยนต์ จากการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ทำให้กล้องเคลื่อนที่ไปหลายตำแหน่งทำให้สามารถสร้างชุดสมการ

สำหรับกล้องซ้าย $\mathbf{A}_i\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_1\mathbf{B}_i$, i = 1,2,..., n

และสำหรับกล้องขวา $\mathbf{A}_i\mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_2\mathbf{B}_i$, i = 1,2,..., n

โดยที่ n คือจำนวนตำแหน่งที่หุ่นยนต์เคลื่อนที่ไปพร้อมกับกล้อง

$\mathbf{X}_1$ และ $\mathbf{X}_2$ คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงกล้องเทียบกับแกนอ้างอิงของปลายแขนหุ่นยนต์

และจากชุดสมการที่ (4.11) และ (4.12) ก่อให้เกิดระบบสมการเชิงเส้น

$$\begin{bmatrix} Skew(\mathbf{p}_{A_1}+\mathbf{p}_{B_1}) \\ Skew(\mathbf{p}_{A_2}+\mathbf{p}_{B_2}) \\ \cdots \\ Skew(\mathbf{p}_{A_n}+\mathbf{p}_{B_n}) \end{bmatrix}\mathbf{p}_X = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{B_1}-\mathbf{p}_{A_1} \\ \mathbf{p}_{B_2}-\mathbf{p}_{A_2} \\ \cdots \\ \mathbf{p}_{B_n}-\mathbf{p}_{A_n} \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

และ

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{R}_{A_1}-\mathbf{I}) \\ (\mathbf{R}_{A_2}-\mathbf{I}) \\ \cdots \\ (\mathbf{R}_{A_n}-\mathbf{I}) \end{bmatrix}\mathbf{t}_X = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_X\mathbf{t}_{B_1}-\mathbf{t}_{A_1} \\ \mathbf{R}_X\mathbf{t}_{B_2}-\mathbf{t}_{A_2} \\ \cdots \\ \mathbf{R}_X\mathbf{t}_{B_n}-\mathbf{t}_{A_n} \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

จากระบบสมการที่ (4.13) จะสามารถแก้หาค่า $\mathbf{p}_X$ ซึ่งสามารถแปลงกลับเป็น $\mathbf{R}_X$ ได้แล้วแทนลงในระบบสมการ (4.14) เพื่อหาค่าเวกเตอร์ $\mathbf{t}_X$ ได้ ทำให้สามารถหาคำตอบได้ดังนี้

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{X1} & \mathbf{t}_{X1} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{X2} & \mathbf{t}_{X2} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

4.4 การแปลงพิกัด 3 มิติจากระบบกล้องให้อยู่ในแกนอ้างอิงโลก

จากการสอบเทียบโดยใช้วัตถุสอบเทียบ 2 มิติ วัตถุสอบเทียบจะมีการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุสอบเทียบไปหลายตำแหน่ง ผู้วิจัยจะเลือกใช้แกนอ้างอิงวัตถุสอบเทียบจากสอบเทียบในจังหวะที่ 1 เป็นตำแหน่งของแกนอ้างอิงโลก ในงานวิทยานิพนธ์นี้กล้องจะมีการเคลื่อนที่ไปพร้อมกับปลายแขนหุ่นยนต์ซึ่งอยู่ในตำแหน่งที่แตกต่างไปจากขั้นตอนการสอบเทียบ

กล้อง จุดพิกัด 3 มิติที่คำนวณจากระบบกล้องอย่างเดียวนั้นจะอ้างอิงเทียบกับแกนอ้างอิงโลกเสมือน $\{W'\}$ แทนที่จะเป็นแกนอ้างอิงโลก $\{W\}$ ขณะทำการสอบเทียบกล้อง ดังนั้นจะต้องทำการแปลงพิกัดของจุดที่ได้เป็นค่าพิกัด 3 มิติเมื่อเทียบกับแกนอ้างอิงโลก $\{W\}$ ที่ต้องการ

กำหนดให้ ${}^{W'}\mathbf{p}$ คือพิกัดของจุดซึ่งเขียนแสดงบนแกนอ้างอิงโลกเสมือน

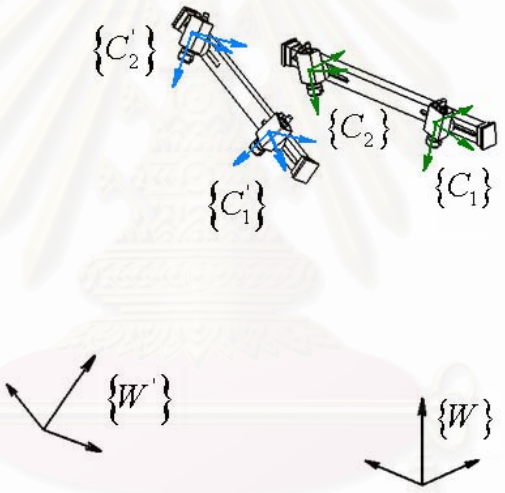
${}^{W}\mathbf{p}$ คือพิกัดของจุดซึ่งเขียนแสดงบนแกนอ้างอิงโลก

พิจารณาเฉพาะกรณีกล้องซ้ายมือ

แกนอ้างอิงกล้องมีการเปลี่ยนตำแหน่งจาก $\{C_1\}$ ไปเป็น $\{C_1'\}$ และจากความจริงที่ว่าตำแหน่งสัมพัทธ์ระหว่างแกนอ้างอิงโลกกับแกนอ้างอิงกล้องจะมีค่าเท่าเดิมดังแสดงในรูปที่ 4.5 หรือกล่าวอีกอย่างได้ว่า

$$ {}^{C_1}_{W}\mathbf{T} = {}^{C_1'}_{W'}\mathbf{T} = \mathbf{G}_1 \tag{4.17}$$

$$ {}^{C_2}_{W}\mathbf{T} = {}^{C_2'}_{W'}\mathbf{T} = \mathbf{G}_2 \tag{4.18}$$



รูปที่ 4.5 การแปลงพิกัด 3 มิติจากแกนอ้างอิงโลกเสมือนไปอยู่ในแกนอ้างอิงโลก

ทำให้สามารถเขียนสมการการแปลงเอกพันธุ์ได้เป็น

$$ {}^{W}\mathbf{p} = \left({}^{W}_{0}\mathbf{T}\right)\left({}^{0}_{W'}\mathbf{T}\right){}^{W'}\mathbf{p} \tag{4.19}$$

$$ {}^{W}\mathbf{p} = \left({}^{0}_{2}\mathbf{T}.\mathbf{X}_1\,{}^{C_1}_{W}\mathbf{T}\right)^{-1}\left({}^{0}_{2}\mathbf{T}'.\mathbf{X}_1\,{}^{C_1'}_{W'}\mathbf{T}\right){}^{W'}\mathbf{p}$$

$$ {}^{W}\mathbf{p} = \left({}^{0}_{2}\mathbf{T}.\mathbf{X}_1.\mathbf{G}_1\right)^{-1}\left({}^{0}_{2}\mathbf{T}'.\mathbf{X}_1.\mathbf{G}_1\right){}^{W'}\mathbf{p} \tag{4.20}$$

เช่นเดียวกันสำหรับกล้องขวามือจะได้

$$ {}^{W}\mathbf{p} = \left({}^{0}_{2}\mathbf{T}.\mathbf{X}_2.\mathbf{G}_2\right)^{-1}\left({}^{0}_{2}\mathbf{T}'.\mathbf{X}_2.\mathbf{G}_2\right){}^{W'}\mathbf{p} \tag{4.21}$$

เมื่อ ${}^{0}_{2}\mathbf{T}'$ และ ${}^{0}_{2}\mathbf{T}$ คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0

ของหุ่นยนต์ขณะเวลาใดๆ และขณะทำการสอบเทียบ ตามลำดับ

$\mathbf{X}_1$ และ $\mathbf{X}_2$ คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงกล้องซ้ายและกล้องขวาเทียบกับแกนอ้างอิงที่ 2 ของหุ่นยนต์ ตามลำดับ

$\mathbf{G}_1$ และ $\mathbf{G}_2$ คือเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงโลกเทียบกับแกนอ้างอิงกล้องซ้ายและกล้องขวาขณะทำการสอบเทียบตามลำดับ

โดยที่ $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{G}_1$ และ $\mathbf{G}_2$ จะมีค่าคงที่ตลอดระยะเวลาทำงานของหุ่นยนต์

4.5 การสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน

แม้ว่าการสอบเทียบกล้องทั้งสองตัวจะให้ผลการสอบเทียบที่ดี หากนำกล้องไปติดบนหุ่นยนต์โดยที่ไม่ได้มีการสอบเทียบหุ่นยนต์ก่อน ความผิดพลาดของพารามิเตอร์หุ่นยนต์เพียงเล็กน้อย จะก่อให้เกิดความผิดพลาดของค่าพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้อย่างมาก

ในหัวข้อที่ 4.3 ได้กล่าวถึงการสอบเทียบหาเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ระหว่างกล้องเทียบกับปลายแขนหุ่นยนต์ จากสมการที่ (4.3) การคำนวณเมทริกซ์ $\mathbf{X}$ จะต้องทราบค่าเมทริกซ์ $\mathbf{A}$ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ระหว่างแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 ของหุ่นยนต์ ($^0_2\mathbf{T}$ และ $^0_2\mathbf{T}'$) แต่เนื่องจากหุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้ได้ถูกสร้างขึ้นใหม่โดยปราศจากเครื่องมือที่มีความละเอียดสูงย่อมมีความผิดพลาดในการสร้าง ทำให้ขนาดจริงไม่ตรงกับขนาดที่กำหนดในแบบวิศวกรรม ทำให้การคำนวณฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์ตามสมการที่ (4.2) เพื่อหาค่า $^0_2\mathbf{T}$ และ $^0_2\mathbf{T}'$ ให้ค่าไม่ถูกต้อง ค่าผิดพลาดจากพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์จะมีผลต่อความถูกต้องของการคำนวณเมทริกซ์ $\mathbf{X}$ และค่าพิกัดใน 3 มิติที่คำนวณได้ตามสมการที่ (4.20) หรือ (4.21) ดังนั้นจะต้องมีวิธีคำนวณหาพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ที่มีความเหมาะสมมากที่สุด เช่นเดียวกับในหัวข้อที่ผ่านมา ผู้วิจัยจะทำการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดโดยการทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้น ผู้วิจัยได้แบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นขั้นกลางและขั้นรวมที่ทำให้ฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติยกกำลังสองมีค่าน้อยที่สุด ดังจะได้อธิบายในหัวข้อย่อยถัดไป

4.5.1 การหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นขั้นกลาง

เนื่องจากการทดลองคำนวณพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องทั้งสองตัวตามหัวข้อ 3.17 เรื่องการสอบเทียบระบบกล้อง 2 ตัว ให้ผลลัพธ์ที่มีความสมเหตุสมผล ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานว่าพารามิเตอร์เหล่านั้นมีความถูกต้องในขั้นตอนนี้และจะกำหนดให้มีค่าคงที่ และจะทำการประมาณค่าเมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ของแกนอ้างอิงกล้องซ้ายและกล้องขวาเทียบกับแกนอ้างอิงที่ 2 ของหุ่นยนต์ $(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$ รวมถึงค่าพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์จากแบบวิศวกรรมที่ได้ออกแบบไว้เพื่อทำให้ฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติกำลังสอง

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left\|\mathbf{w}_j - \mathbf{W}(\mathbf{X_1}, \mathbf{X}_2, a_0, \gamma, \mathbf{w}_j)\right\|^2 \quad (4.22)$$

มีค่าน้อยที่สุด

โดยที่ $\mathbf{w}_j$ คือจุดพิกัด 3 มิติบนกระดานสอบเทียบ

$\mathbf{W}$ คือจุดพิกัด 3 มิติที่ได้การคำนวณจากภาพจากทั้งสองกล้องตามหัวข้อ 3.16 และทำการแปลงพิกัดตามหัวข้อ 4.4 ด้วยพารามิเตอร์หุ่นยนต์ที่กำลังคำนวณอยู่

4.5.2 การหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นขั้นรวม

หลังจากการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นขั้นกลางแล้วจะได้ค่าพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ที่ให้ค่าผิดพลาดน้อยแล้ว ขั้นตอนนี้จะเป็นการรวมเอาพารามิเตอร์ทุกตัวของทั้งกล้อง 2 ตัวและของหุ่นยนต์มาร่วมในการคำนวณด้วยซึ่งถือเป็นขั้นตอนสุดท้าย โดยใช้พารามิเตอร์ที่ได้จากการคำนวณขั้นกลางเป็นค่าเริ่มต้นในการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นของฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติกำลังสอง

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left\|\begin{array}{c}\mathbf{w}_j - \mathbf{W}(\mathbf{K}_{left}, k_{1left}, k_{2left}, \mathbf{K}_{right}, k_{1right}, k_{2right}, \mathbf{R}_{lefti}, \mathbf{t}_{lefti}, \mathbf{R}_{righti}, \mathbf{t}_{righti}, \\ \mathbf{X_1}, \mathbf{X}_2, {}^{w}_{0}\mathbf{T}, a_0, \gamma, \Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \mathbf{w}_j)\end{array}\right\|^2 \quad (4.23)$$

โดยที่ $\mathbf{w}_j$ คือจุดพิกัด 3 มิติบนกระดานสอบเทียบ

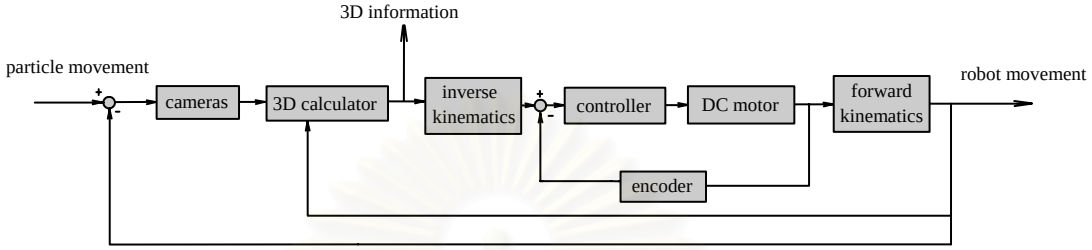
$\mathbf{W}$ คือจุดพิกัด 3 มิติที่ได้จากการคำนวณภาพทั้งสองตามหัวข้อ 3.16 และทำการแปลงพิกัดตามหัวข้อ 4.4 ด้วยพารามิเตอร์ของกล้องและหุ่นยนต์ที่กำลังคำนวณ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

การติดตามอนุภาคใน 3 มิติ

5.1 การติดตามอนุภาค



รูปที่ 5.1 แผนภาพแสดงขั้นตอนการติดตามอนุภาค

การทำงานของระบบติดตามอนุภาค จะมีการทำงานซ้ำเป็นวงรอบโดยแบ่งออกเป็น 2 วงรอบ ดังแสดงในรูปที่ 5.1 วงรอบนอกสุดจะเป็นวงรอบที่ทำการถ่ายภาพ แล้วทำการประมวลผลภาพเพื่อหาตำแหน่งของอนุภาคบนภาพจากทั้งสองกล้อง แล้วทำการคำนวณพิกัดตำแหน่งของอนุภาคใน 3 มิติโดยอาศัยพารามิเตอร์ของกล้องทั้งสองและหุ่นยนต์ที่คำนวณได้จากขั้นตอนการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน จากข้อมูลพิกัด 3 มิติที่ได้จะนำมาคำนวณเป็นคำสั่งให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ติดตามอนุภาคนั้นได้โดยการทำอินเวอร์สคิเนแมติกส์ และต่อไปผู้วิจัยจะขอเรียกอัตราการสุ่มของวงรอบนอกนี้ว่า “อัตราการติดตาม” ซึ่งจะมีค่าจำกัดอันเนื่องมาจากอัตราเฟรมสูงสุดของกล้อง สำหรับวงรอบในจะเป็นวงรอบการควบคุมที่รับสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งมุมจากวงรอบนอก โดยมีตัวควบคุมทำหน้าที่กำเนิดสัญญาณควบคุมเพื่อควบคุมตำแหน่งของมอเตอร์กระแสตรงทั้งสองตัว โดยอาศัยตำแหน่งมุมที่วัดได้จากอุปกรณ์วัดตำแหน่งมุม (encoder) เป็นอุปกรณ์ป้อนกลับ

การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์เป็นอีกสิ่งที่ต้องคำนึงถึง พิจารณาให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ค่าหนึ่ง ถ้าอัตราการติดตามมีค่าน้อยเกินไปจะทำให้ตำแหน่งของวัตถุบนภาพจากการถ่ายสองครั้งที่ต่อเนื่องกันมีความแตกต่างกันมาก ทำให้สัญญาณอ้างอิงที่ป้อนให้แก่วงรอบการควบคุมมีลักษณะไม่ต่อเนื่องทำให้หุ่นยนต์มีการเคลื่อนที่กระตุก หากขนาดของการกระตุกมีมากจะส่งผลทำให้ภาพที่ได้ไม่คมชัด ทำให้ขั้นตอนการประมวลผลภาพในรอบถัดไปล้มเหลวได้

5.2 ตัวกรองคาลมาน (Kalman Filter)

เนื่องจากในผลลัพธ์จากการวัดย่อมมีสัญญาณรบกวนปะปนเข้ามาอยู่เสมอ การวัดตำแหน่งของอนุภาคที่ปรากฏบนภาพก็เช่นกัน การใช้ตัวกรองคาลมานจะทำให้ตำแหน่งของ

อนุภาคที่ปรากฏบนภาพทั้งสองมีความน่าเชื่อถือมากขึ้น โดยจะได้อธิบายพื้นฐานทฤษฎีเกี่ยวกับตัวกรองคาลมานในช่วงแรก หลังจากนั้นจะนำเสนอแบบจำลองการเคลื่อนที่ของอนุภาคบนภาพซึ่งนำมาใช้ในวิทยานิพนธ์นี้

สำหรับการควบคุมที่อาศัยแบบจำลอง (model-based control) ในทางปฏิบัติแล้วการหาแบบจำลองของระบบ (system model) ให้มีความถูกต้องแม่นยำนั้นเป็นเรื่องยาก อีกทั้งการวัดค่าตัวแปรสถานะ (state variable) ด้วยอุปกรณ์รับรู้ย่อมมีสัญญาณรบกวนเข้ามาปะปนอยู่ด้วยเสมอ การศึกษาทฤษฎีการประมาณค่าอย่างเหมาะสม (optimal estimation theory) ของระบบพลวัตคือการประมาณค่าตัวแปรสถานะที่เหมาะสม ภายใต้สมมติฐานที่มีความไม่แน่นอนของแบบจำลองของระบบและความไม่แน่นอนจากการวัด

ตัวกรองคาลมานเป็นตัวประมาณค่า (estimator) ซึ่งพัฒนาจากวิธีการกำลังสองน้อยสุดโดยการลดค่าเฉลี่ยของค่าผิดพลาดยกกำลังสองให้มีค่าน้อยสุด ทำให้ตัวกรองคาลมานเป็นตัวประมาณค่าที่เหมาะสมที่สุดในแง่ของสถิติ ต่อไปจะกล่าวถึงตัวกรองคาลมานแบบไม่ต่อเนื่อง (discrete Kalman filter)

พิจารณาระบบพลวัตในรูปแบบที่ไม่ต่อเนื่อง ซึ่งจะแสดงด้วยระบบสมการผลต่างสืบเนื่อง

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \tag{5.1}$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \tag{5.2}$$

เมทริกซ์ $\mathbf{A}$ ในสมการผลต่างสืบเนื่อง (5.1) เรียกว่าเมทริกซ์การเปลี่ยนตัวแปรสถานะ (state transition matrix) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสถานะขั้นที่ k-1 กับตัวแปรสถานะขั้นที่ k และเมทริกซ์ $\mathbf{B}$ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณควบคุมและตัวแปรสถานะของระบบเมื่อปราศจากสัญญาณรบกวน

เมทริกซ์ $\mathbf{H}$ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสถานะของระบบกับตัวแปรการวัดที่สามารถวัดได้ เมทริกซ์ $\mathbf{A}$ และ $\mathbf{H}$ อาจจะมีค่าเปลี่ยนแปลงได้ตามเวลาหรืออาจจะกำหนดให้มีค่าคงที่ตลอดเวลาได้

เวกเตอร์ $\mathbf{w}_k$ และ $\mathbf{v}_k$ คือสัญญาณรบกวนอันเนื่องมาจากความไม่แน่นอนของแบบจำลอง และสัญญาณรบกวนอันเนื่องมาจากการวัด ตามลำดับ ซึ่งมีเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (covariance matrix) เป็น $\mathbf{Q}_k$ และ $\mathbf{R}_k$ ตามลำดับ โดยที่

$$\mathbf{Q}_k = E\left\{\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^{\mathrm{T}}\right\} \tag{5.3}$$

$$\mathbf{R}_k = E\left\{\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^{\mathrm{T}}\right\} \tag{5.4}$$

ซึ่งอาจมีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลาหรืออาจจะกำหนดให้มีค่าคงที่ตลอดเวลาได้เช่นกัน
โดยที่ $E\{\ \}$ แทนการคำนวณหาค่าคาดหวัง (expected value)

ต่อไปจะขอนิยาม ค่าผิดพลาดการประมาณก่อน (priori estimate error)

$$\mathbf{e}_{\mathbf{k}}^{-} = \mathbf{x}_{\mathbf{k}} - \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^{-} \tag{5.5}$$

และค่าผิดพลาดการประมาณหลัง (posteriori esimate error)

$$\mathbf{e}_{\mathbf{k}} = \mathbf{x}_{\mathbf{k}} - \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} \tag{5.6}$$

ทำให้สามารถเขียนเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยวของค่าผิดพลาดการประมาณก่อน (priori estimate error covariance)

$$\mathbf{P}_{\mathbf{k}}^{-} = E\left\{\mathbf{e}_{\mathbf{k}}^{-}\mathbf{e}_{\mathbf{k}}^{-\mathbf{T}}\right\} \tag{5.7}$$

และเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยวของค่าผิดพลาดการประมาณหลัง (posteriori estimate error covariance)

$$\mathbf{P}_{\mathbf{k}} = E\left\{\mathbf{e}_{\mathbf{k}}\mathbf{e}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{T}}\right\} \tag{5.8}$$

ในการพิสูจน์สมการของตัวกรองคาลมาน เริ่มจากการหาสมการที่คำนวณค่าตัวแปรสถานะหลัง $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}$ จากผลรวมเชิงเส้นระหว่างตัวแปรสถานะก่อน $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^{-}$ กับผลต่างระหว่างค่าที่วัดได้ $\mathbf{z}_{\mathbf{k}}$ กับค่าวัดจากการทำนายล่วงหน้า $\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^{-}$ ดังแสดงในสมการ (5.9)

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^{-} + \mathbf{K}_{\mathbf{k}}(\mathbf{z}_{\mathbf{k}} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^{-}) \tag{5.9}$$

เมทริกซ์ $\mathbf{K}_{\mathbf{k}}$ ถูกเรียกว่า อัตราขยายคาลมาน (Kalman gain) ซึ่งถูกเลือกเป็นค่าที่ทำให้เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยวของค่าผิดพลาดการประมาณหลัง ตามสมการ (5.8) มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งมีคำตอบรูปแบบหนึ่งคือ

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_{\mathbf{k}} &= \mathbf{P}_{\mathbf{k}}^{-}\mathbf{H}^{\mathbf{T}}(\mathbf{H}\mathbf{P}_{\mathbf{k}}^{-}\mathbf{H}^{\mathbf{T}} + \mathbf{R})^{-1} \\ &= \frac{\mathbf{P}_{\mathbf{k}}^{-}\mathbf{H}^{\mathbf{T}}}{\mathbf{H}\mathbf{P}_{\mathbf{k}}^{-}\mathbf{H}^{\mathbf{T}} + \mathbf{R}}\end{aligned} \tag{5.10}$$

ขั้นตอนการคำนวณเพื่อประมาณค่าตัวแปรสถานะที่เหมาะสม จะเริ่มจากค่าเริ่มต้นของ $\mathbf{x}_{\mathbf{k-1}}$ และ $\mathbf{P}_{\mathbf{k-1}}$ และในแต่ละรอบการคำนวณจะแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอนได้แก่

1. ช่วงทำนาย จะทำนายค่าตัวแปรสถานะล่วงหน้าจากค่าตัวแปรสถานะปัจจุบัน ชุดของสมการประกอบด้วย

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^{-} = \mathbf{A}_{\mathbf{k-1}}\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k-1}} + \mathbf{B}_{\mathbf{k-1}}\mathbf{u}_{\mathbf{k-1}} \tag{5.11}$$

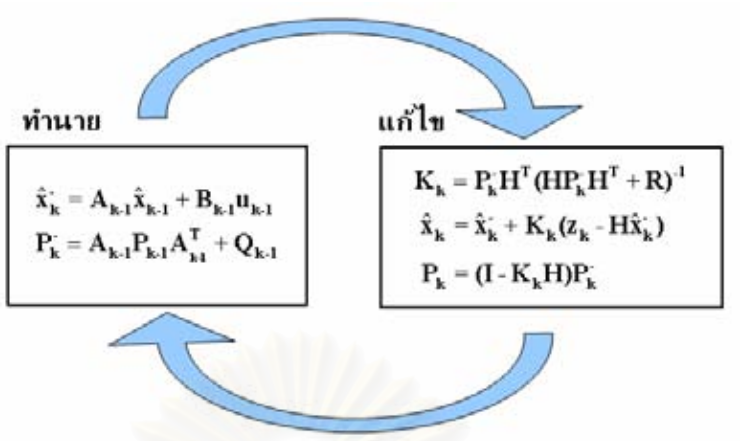
$$\mathbf{P}_{\mathbf{k}}^{-} = \mathbf{A}_{\mathbf{k-1}}\mathbf{P}_{\mathbf{k-1}}\mathbf{A}_{\mathbf{k-1}}^{\mathbf{T}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{k-1}} \tag{5.12}$$

2. ช่วงแก้ไข จะทำหน้าที่คำนวณตัวแปรสถานะที่เหมาะสม โดยป้อนกลับค่าที่วัดได้ใหม่ร่วมกับค่าตัวแปรสถานะล่วงหน้าที่คำนวณได้จากช่วงทำนาย ชุดของสมการประกอบด้วยการคำนวณอัตราขยายคาลมานตามสมการที่ (5.10) และ

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^{-} + \mathbf{K}_{\mathbf{k}}(\mathbf{z}_{\mathbf{k}} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^{-}) \tag{5.13}$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{k}} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\mathbf{k}}\mathbf{H})\mathbf{P}_{\mathbf{k}}^{-} \tag{5.14}$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.2 ขั้นตอนการคำนวณตัวกรองของคาลมาน

เนื่องจากว่าหุ่นยนต์ควรทำการติดตามอนุภาคใน 3 มิติ ได้โดยไม่จำเป็นต้องทราบการเคลื่อนที่ของอนุภาคล่วงหน้า ทำให้ไม่สามารถหาแบบจำลองการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่ปรากฏบนภาพได้อย่างแม่นตรง แต่เพื่อความง่ายในการคำนวณ ผู้วิจัยจะขอตั้งข้อสันนิษฐานว่าอัตราการติดตามมีค่ามากเพียงพอเมื่อเทียบกับอัตราเร็วของวัตถุที่ไม่มากนัก จึงสามารถจะสมมติได้ว่าอนุภาคมีอัตราเร็วคงที่ในช่วงเวลาแคบๆ ระหว่างการสุ่ม 2 ครั้ง ทำให้ได้แบบจำลองแบบตัวแปรสถานะอันดับ 4 ดังต่อไปนี้ [11]

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ \dot{x}_{k+1} \\ \dot{y}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & dt & 0 \\ 0 & 1 & 0 & dt \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \dot{x}_k \\ \dot{y}_k \end{bmatrix} + \mathbf{w_{k-1}}$$

$$\mathbf{z_k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \dot{x}_k \\ \dot{y}_k \end{bmatrix} + \mathbf{v_k}$$

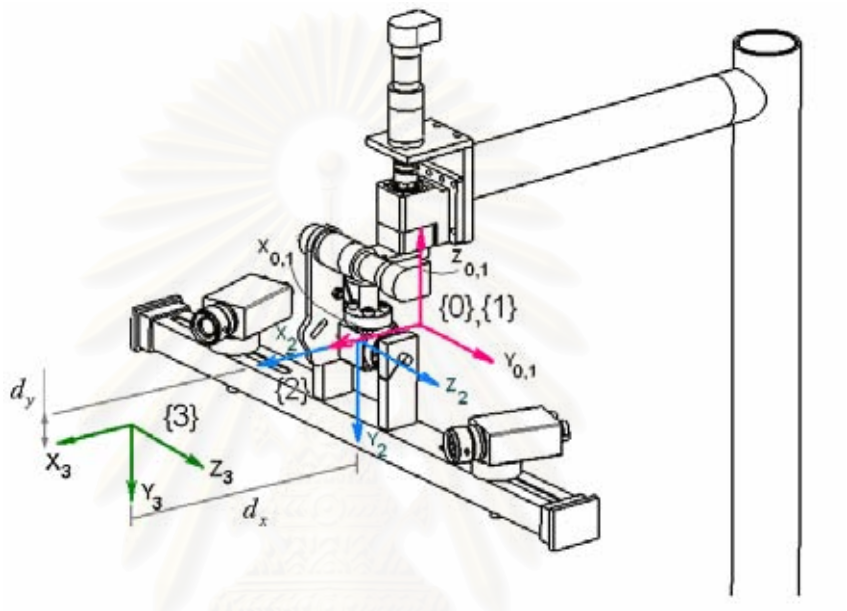
โดยที่ x_k และ y_k คือตำแหน่งของจุดภาพของอนุภาคที่ปรากฏบนภาพตามแนวแกนนอนและแกนตั้ง ตามลำดับ

$\dot{x}_k$ และ $\dot{y}_k$ คืออัตราเร็วของจุดภาพของอนุภาคที่ปรากฏบนภาพตามแนวแกนนอนและแกนตั้ง ตามลำดับ

และ $\mathbf{z_k}$ คือจุดภาพที่ได้หลังจากการกรอง จุดนี้จะถือว่าเป็นตำแหน่งของอนุภาคบนภาพที่เหมาะสมซึ่งจะถูกนำไปใช้ในการคำนวณเพื่อหาตำแหน่งของอนุภาคใน 3 มิติต่อไป

5.3 การวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ (inverse kinematics)

ในการควบคุมให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่หันตามวัตถุ ตัวควบคุมจะต้องคำนวณหามุมหมุนของแต่ละข้อต่อจากตำแหน่งพิกัดของวัตถุจากการวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ เนื่องจากหุ่นยนต์ที่ทำงานด้วยกล้องจะไม่มีปลายแขน (tip) แท้จริงทางกายภาพ ดังนั้นการวิเคราะห์จะไม่ตรงไปตรงมาเหมือนแขนหุ่นยนต์ปกติทั่วไป



รูปที่ 5.3 แกนอ้างอิงที่ 3 ที่เพิ่มขึ้นเพื่อใช้วิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์

จากแบบจำลองของหุ่นยนต์ที่กล่าวในบทที่ 4 เมทริกซ์การแปลงระหว่างแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 คือ

$$ {}^{0}_{2}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\Delta_1 c\Delta_2 - s\Delta_1 s\Delta_2 c_\gamma & -c\Delta_1 s\Delta_2 - s\Delta_1 c\Delta_2 c_\gamma & s\Delta_1 s_\gamma & a_0 c\Delta_1 \\ s\Delta_1 c\Delta_2 + c\Delta_1 s\Delta_2 c_\gamma & -s\Delta_1 s\Delta_2 + c\Delta_1 c\Delta_2 c_\gamma & -c\Delta_1 s_\gamma & a_0 s\Delta_1 \\ s\Delta_2 s_\gamma & c\Delta_2 s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5.15) $$

เพื่อความง่ายในการวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์ จะขอกำหนดค่ามุม $\gamma = -\frac{\pi}{2}$ ซึ่งเป็นค่ามุมที่กำหนดในแบบวิศวกรรม จะได้เมทริกซ์การแปลงระหว่างแกนอ้างอิงที่ 2 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 ของหุ่นยนต์เป็น

$$ {}^{0}_{2}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\Delta_1 c\Delta_2 & -c\Delta_1 s\Delta_2 & -s\Delta_1 & a_0 c\Delta_1 \\ s\Delta_1 c\Delta_2 & -s\Delta_1 s\Delta_2 & c\Delta_1 & a_0 s\Delta_1 \\ -s\Delta_2 & -c\Delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

ทำการสมมติข้อต่อที่ 3 ของหุ่นยนต์ซึ่งเป็นข้อต่อเลื่อนที่ดังแสดงในรูปที่ 5.3 แล้วทำการติดแกนอ้างอิงที่ 3 เข้าที่ข้อต่อตัวใหม่นี้โดยให้จุดกำเนิดทับกับตำแหน่งของอนุภาคที่กำลังติดตาม ทำให้สามารถเขียนเมทริกซ์การแปลงของแกนอ้างอิงที่ 3 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 2 ได้เป็น

$$ {}^{2}_{3}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

ดังนั้นจะได้เมทริกซ์การแปลงของแกนอ้างอิงที่ 3 เทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 เป็น

$$ {}^{0}_{3}\mathbf{T} = {}^{0}_{2}\mathbf{T}\,{}^{2}_{3}\mathbf{T} $$

$$ {}^{0}_{3}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\Delta_1 c\Delta_2 & -c\Delta_1 s\Delta_2 & -s\Delta_1 & a_0 c\Delta_1 \\ s\Delta_1 c\Delta_2 & -s\Delta_1 s\Delta_2 & c\Delta_1 & a_0 s\Delta_1 \\ -s\Delta_2 & -c\Delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{0}_{3}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\Delta_1 c\Delta_2 & -c\Delta_1 s\Delta_2 & -s\Delta_1 & c\Delta_1\left(c\Delta_2 d_x - s\Delta_2 d_y + a_0\right) \\ s\Delta_1 c\Delta_2 & -s\Delta_1 s\Delta_2 & c\Delta_1 & s\Delta_1\left(c\Delta_2 d_x - s\Delta_2 d_y + a_0\right) \\ -s\Delta_2 & -c\Delta_2 & 0 & -s\Delta_2 d_x - c\Delta_2 d_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.16) $$

กำหนดให้จุดที่ต้องการติดตามมีพิกัดเทียบกับแกนอ้างอิงที่ 0 เป็น $\left(X_t, Y_t, Z_t\right)$ แล้วทำการเปรียบเทียบกับส่วนของการเลื่อนที่ของเมทริกซ์การแปลงตามสมการที่ (5.16)

$$ c\Delta_1\left(c\Delta_2 d_x - s\Delta_2 d_y + a_0\right) = X_t \quad (5.17) $$

$$ s\Delta_1\left(c\Delta_2 d_x - s\Delta_2 d_y + a_0\right) = Y_t \quad (5.18) $$

$$ -s\Delta_2 d_x - c\Delta_2 d_y = Z_t \quad (5.19) $$

คำนวณหามุมของข้อต่อที่ 1 $\left(\theta_1\right)$ โดยนำสมการที่ (5.18) หารด้วยสมการที่ (5.17)

$$ \theta_1 = a\tan 2\left(Y_t, X_t\right) - \Delta\theta_1 \quad (5.20) $$

คำนวณหามุมของข้อต่อที่ 2 $\left(\theta_2\right)$ จากสมการที่ (5.18) จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$ c\Delta_2 d_x - s\Delta_2 d_y = \frac{Y_t}{s\Delta_1} - a_0 \quad (5.21) $$

$$ s\Delta_2 d_x + c\Delta_2 d_y = -Z_t \quad (5.22) $$

แทนค่าคงที่ด้านขวามือของสมการที่ (5.21) และ (5.22) ด้วยค่าคงที่ A และ B ตามลำดับ

$$c\Delta_2 d_x - s\Delta_2 d_y = A \tag{5.23}$$

$$s\Delta_2 d_x + c\Delta_2 d_y = B \tag{5.24}$$

นำสมการที่ (5.23) และ (5.24) ยกกำลังสอง

$$c\Delta_2{}^2 d_x{}^2 + s\Delta_2{}^2 d_y{}^2 - 2s\Delta_2 c\Delta_2 d_x d_y = A^2 \tag{5.25}$$

$$s\Delta_2{}^2 d_x{}^2 + c\Delta_2{}^2 d_y{}^2 + 2s\Delta_2 c\Delta_2 d_x d_y = B^2 \tag{5.26}$$

นำสมการที่ (5.25) และ (5.26) มารวมกัน

$$d_x{}^2 + d_y{}^2 = A^2 + B^2 \tag{5.27}$$

เมื่อกำหนดค่า d_y ล่วงหน้าเพื่อให้วัตถุปรากฏอยู่ในระดับเดียวกับกล้อง จะสามารถคำนวณหาระยะ d_x ของข้อต่อเลื่อนสมมติจาก

$$d_x = \sqrt{A^2 + B^2 - d_y{}^2} \tag{5.28}$$

เมื่อทราบระยะ d_x แล้วสมการที่ (5.23) และ (5.24) สามารถเขียนในรูปแบบเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} d_x & -d_y \\ d_y & d_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\Delta_2 \\ s\Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \tag{5.29}$$

ซึ่งสามารถหาคำตอบได้เป็น

$$\begin{bmatrix} c\Delta_2 \\ s\Delta_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{d_x^2 + d_y^2} \begin{bmatrix} d_x & d_y \\ -d_y & d_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \tag{5.30}$$

และสามารถหาคำตอบ θ_2 ได้จาก

$$\theta_2 = a\tan 2(s\Delta_2, c\Delta_2) - \Delta\theta_2 \tag{5.31}$$

ผลการคำนวณค่ามุมข้อต่อ θ_1 และ θ_2 จะใช้เป็นคำสั่งสำหรับตัวควบคุมหุ่นยนต์เพื่อสั่งงานให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ติดตามวัตถุได้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 6

ผลการทดลอง

6.1 นำเรื่อง

ตามทฤษฎีเกี่ยวกับกล้องและหุ่นยนต์ที่ได้อธิบายในบทข้างต้น ผู้วิจัยจะทำการเขียนโปรแกรมทำการทดสอบกับหุ่นยนต์สองแกนดังแสดงในรูปที่ 4.1 เพราะว่าวิทยานิพนธ์นี้เป็นงานที่เกี่ยวกับภาพ ทำให้มีความเหมาะสมที่จะเขียนโปรแกรมบนระบบปฏิบัติการที่สามารถแสดงผลแบบกราฟิกได้ซึ่งแสดงผลการคำนวณบนส่วนติดต่อผู้ใช้ที่ง่ายต่อการเข้าใจ

อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

1) เครื่องคอมพิวเตอร์เวิร์กสเตชันยี่ห้อ HP รุ่น XW4200 ใช้หน่วยประมวลผลกลาง Pentium 4 ความเร็ว 3.40 GHz มีหน่วยความจำขนาด 1 GB 1 เครื่อง
2) กล้องวีดีโอโปรเกรซีฟสแกนชนิดสีเทายี่ห้อ JAI รุ่น CV-A11 พร้อมเลนส์ อัตราเฟรม 30 Hz ขนาดความละเอียด 648×492 จุดภาพ จำนวน 2 ชุด
3) แผ่นวงจรจับภาพรุ่น PC2-Vision ของบริษัท Coreco Imaging Inc. พร้อมสายเคเบิล 1 ชุด
4) แผ่นวงจรแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัลและสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อก ยี่ห้อ Sensoray รุ่น 626 จำนวน 2 ชุด
5) มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ยี่ห้อ Faulhabor พร้อมเฟืองทดและอุปกรณ์วัดมุม จำนวน 2 ชุด
6) ชุดขยายกระแสไฟฟ้าขับมอเตอร์กระแสตรง ยี่ห้อ Copley รุ่น 4122P
7) โปรแกรม Visual C++ 6.0 ของบริษัท Microsoft Corporation
8) ซอฟต์แวร์ OpenCV v5.0 beta ของบริษัท Intel Corporation

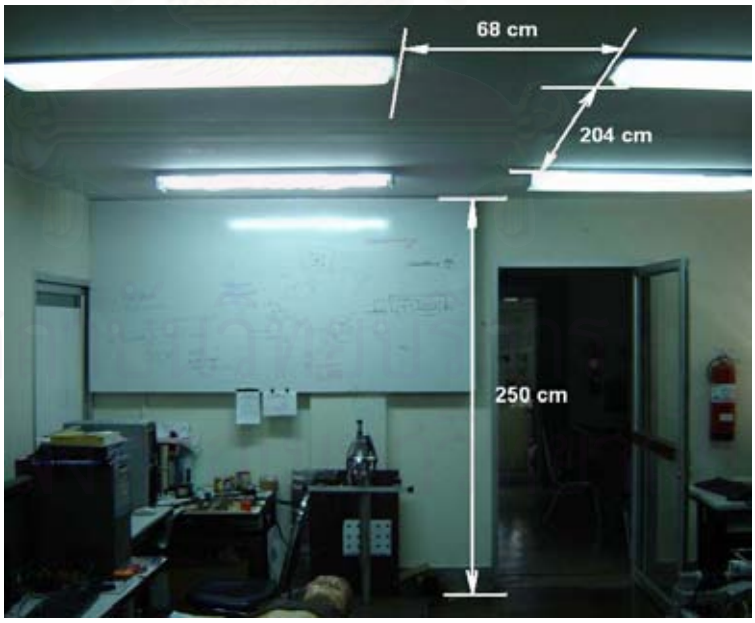
โดยสามารถดูภาพอุปกรณ์ทั้งหมดได้จากภาคผนวก ก

ผลการทดลองที่กล่าวถึงจะแบ่งเป็น 2 ส่วนหลัก ได้แก่ ผลการทดลองการสอบเทียบกล้องโดยจะแบ่งเป็นผลการสอบเทียบกล้องตัวเดียว การสอบเทียบระบบกล้องสองตัวและการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน ก่อนทำการสอบเทียบผู้ใช้จะต้องทำการปรับระยะห่างและทิศทางระหว่างกล้องทั้งสอง รวมถึงระยะโฟกัสของเลนส์ให้อยู่ในตำแหน่งที่ได้ภาพกระดานสอบเทียบอย่างชัดเจน ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างขึ้นโดยการพิมพ์ลายตารางหมากรุกจำนวน 8×12 ช่อง แต่ละตาเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 20×20 มิลลิเมตร ด้วยเครื่องพิมพ์เลเซอร์ มีลักษณะดังในรูปที่ 3.5(a) นอกจากนี้ผู้วิจัยได้สร้างโปรแกรมประยุกต์ซึ่งถูกออกแบบมาให้ผู้ใช้สามารถทำการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้องได้ง่ายและมีลำดับขั้นตอนที่แน่นอน วิธีการใช้และรายละเอียดเกี่ยวกับโปรแกรมประยุกต์จะกล่าวในภาคผนวก ข เมื่อเข้าสู่โปรแกรมในส่วนของการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้อง ผู้ใช้จะต้องทำการปรับตำแหน่งข้อต่อของหุ่นยนต์ผ่านทางส่วนติดต่อผู้ใช้ เพื่อให้ภาพของกระดานสอบเทียบมีลักษณะตามที่โปรแกรมได้แสดง

ภาพตัวอย่างประกอบไว้ในแต่ละขั้นตอน โปรแกรมได้กำหนดให้มีการถ่ายภาพทั้งหมด 7 จังหวะด้วยกัน โดย 4 จังหวะแรกเป็นการเคลื่อนชุดกล้องและให้กระดานสอบเทียบอยู่กับที่ และอีก 3 ขั้นตอนหลังให้ชุดกล้องอยู่กับที่แต่ให้มีการเคลื่อนที่กระดานสอบเทียบแทน ในแต่ละจังหวะจะถ่ายภาพ และคำนวณหาตำแหน่งลักษณะมุมทั้งหมดบนภาพกระดานสอบเทียบทั้งสองภาพ รวมถึงบันทึกมุมข้อต่อของหุ่นยนต์ทั้งสองแกน เมื่อครบทั้ง 7 จังหวะแล้ว โปรแกรมจะเริ่มทำการคำนวณค่าพารามิเตอร์ตามลำดับข้างต้น

ในการทดลองนี้จะใช้ค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์หุ่นยนต์สำหรับการหาค่าต่ำสุดไม่เชิงเส้นเป็น $a_0 = 38.0$ มิลลิเมตร, $\gamma = -\pi/2$ เรเดียน, $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = 0.0$ เรเดียน โดยทำการวางกระดานสอบเทียบที่ระยะ 85 เซนติเมตรจากกล้องโดยประมาณ การสอบเทียบจะเป็นการคำนวณค่าพารามิเตอร์ของกล้องและหุ่นยนต์ที่มีความเหมาะสมกับข้อมูลที่วัดได้จากขั้นตอนการสอบเทียบทั้ง 7 จังหวะมากที่สุด และจะกระทำทั้งหมด 8 ครั้ง แต่จะขอยกผลของพารามิเตอร์ที่คำนวณได้มาแสดงเพียงครั้งแรกเท่านั้น

ผลการทดลองในส่วนที่สอง คือผลการทดลองการติดตามอนุภาค 3 มิติ โดยจะเป็นผลการคำนวณพิกัด 3 มิติที่ได้จากการติดตามเป้าหมายสังเคราะห์ (ดูหัวข้อ 6.5) โดยการทดลองทั้งหมดทำภายใต้แสงสว่างของห้องปกติซึ่งประกอบด้วยแสงจากหลอดฟลูออเรสเซนต์ 36 วัตต์ คู่ จำนวน 4 ชุดบนเพดานซึ่งสูงจากพื้น 250 เซนติเมตร ดังแสดงในรูปที่ 6.1

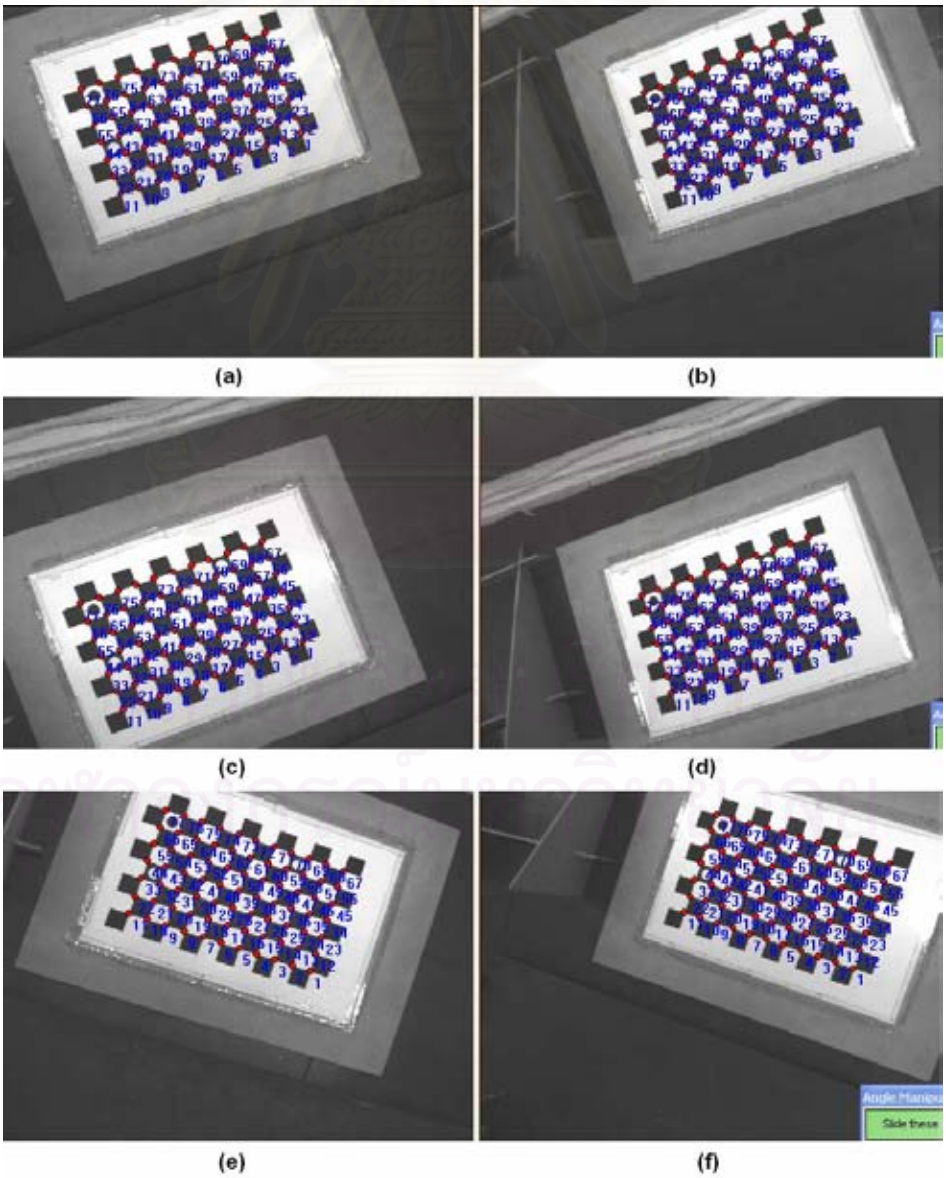


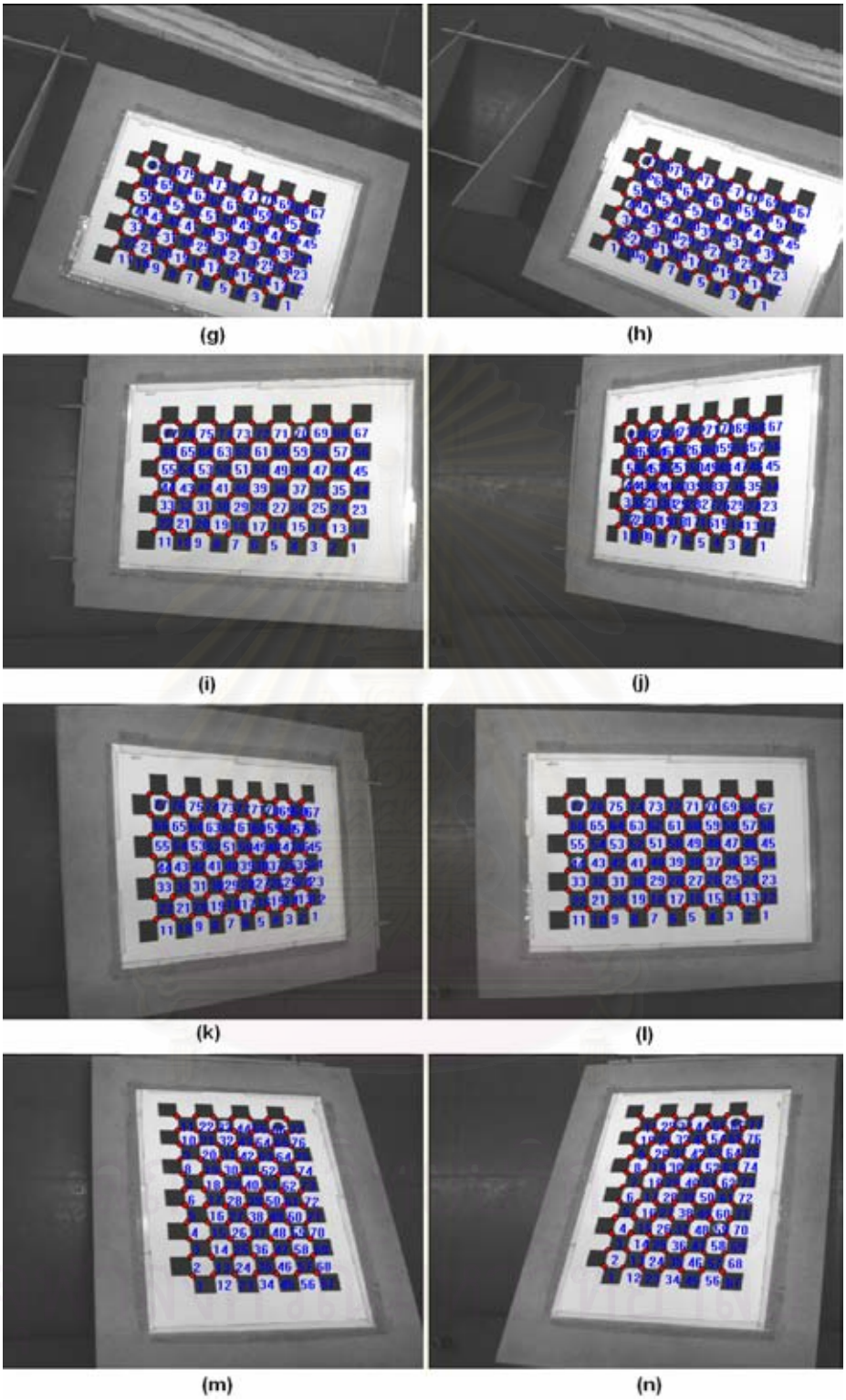
รูปที่ 6.1 สภาพแวดล้อมในการทดลอง

ค่าผิดพลาดที่จะพิจารณาในการทดลองนี้จะแบ่งเป็น 2 แบบ โดยแบบแรกคือค่าผิดพลาด 2 มิติซึ่งเป็นค่าผิดพลาดบนภาพดิจิทัล โดยจะเปรียบเทียบตำแหน่งลักษณะมุมบน

ภาพกระดานสอบเทียบที่ได้จากการวัดซึ่งมีลักษณะเป็นตาหมากรุก และจุดภาพที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยสมการการฉาย (3.9) ประกอบกับพารามิเตอร์ของกล้อง จากตำแหน่งจุดมุมทั้ง 77 จุดของตาหมากรุกจะสามารถคำนวณหาผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติที่ได้จากการสอบเทียบทั้ง 7 จังหวะได้

ค่าผิดพลาดแบบที่สองคือ ค่าผิดพลาด 3 มิติ โดยจะทำการเปรียบเทียบค่าพิกัด 3 มิติของจุดมุมบนกระดานสอบเทียบซึ่งทราบพิกัดที่แน่นอนจากการสร้าง ภายใต้ข้อสันนิษฐานที่ว่ากระดานสอบเทียบมีความเรียบมาก ค่าพิกัด z ของจุดมุมบนกระดานสอบเทียบมีค่าเป็นศูนย์ (ตามสมมติฐานในหัวข้อที่ 3.7 เรื่องการสอบเทียบโดยใช้วัตถุสอบเทียบ 2 มิติ) และจุด 3 มิติที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์จากกล้องทั้งสอง ค่าผิดพลาดที่ได้จะเป็นค่าผิดพลาดสัมพัทธ์กับกระดานสอบเทียบ





รูปที่ 6.2 (a)-(n) ภาพกระดานสอบเทียบที่ถ่ายได้ในการสอบเทียบจังหวะที่ 1 ถึง 7 ตามลำดับพร้อมตำแหน่งลักษณะมุมที่วัดได้จากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน (โดยตัวเลขที่กำกับเกิดจากการเขียนโปรแกรมโดยกำหนดให้อยู่ในตำแหน่งมุมขวาด้านล่างของจุดนั้น ๆ)

6.2 ผลการทดลองการสอบเทียบกล้องตัวเดียว

จะเป็นการนำข้อมูลภาพที่ถ่ายได้เฉพาะของแต่ละกล้อง มาคำนวณพารามิเตอร์ของกล้องนั้นโดยอาศัยสมการในหัวข้อ 3.7, 3.8 และ 3.9 ผู้วิจัยจะยกผลการทดลองจากกล้องซ้ายมาแสดงเท่านั้น โดยแบ่งเป็น 2 ขั้นตอนคือ ก่อนและหลังการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้น

6.2.1 ก่อนทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้น

เมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง

$$\mathbf{K}_{\mathbf{left}} = \begin{bmatrix} 1137.7638 & 6.9404 & 357.4465 \\ 0.0000 & 1088.7021 & 224.9191 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

สัมประสิทธิ์ความบิดเบี้ยวเชิงรัศมี $k_1 = 0.2518$ $k_2 = -4.9989$

เมทริกซ์พารามิเตอร์ภายนอก

จังหวะที่ 1
$$\begin{bmatrix} 0.3252 & 0.9312 & 0.1647 & -183.0570 \\ 0.9447 & -0.3273 & -0.0149 & -84.8231 \\ 0.0399 & 0.1605 & -0.9862 & 840.2430 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 2
$$\begin{bmatrix} 0.3531 & 0.9223 & 0.1569 & -183.7349 \\ 0.9352 & -0.3434 & -0.0862 & 48.8166 \\ -0.0256 & 0.1772 & -0.9838 & 835.7475 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 3
$$\begin{bmatrix} -0.3064 & 0.9333 & 0.1873 & -97.6957 \\ 0.9458 & 0.3207 & -0.0507 & -153.9131 \\ -0.1074 & 0.1616 & -0.9809 & 851.1255 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 4
$$\begin{bmatrix} -0.2805 & 0.9402 & 0.1933 & -101.5751 \\ 0.9411 & 0.3089 & -0.1367 & 7.3515 \\ -0.1882 & 0.1436 & -0.9716 & 863.3528 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 5
$$\begin{bmatrix} -0.0447 & 0.9610 & -0.2729 & -77.5325 \\ 0.9959 & 0.0215 & -0.0874 & -83.2591 \\ -0.0781 & -0.2756 & -0.9581 & 779.8132 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 6
$$\begin{bmatrix} 0.0469 & 0.7495 & 0.6603 & -75.0921 \\ 0.9982 & -0.0109 & -0.0585 & -52.9116 \\ -0.0366 & 0.6619 & -0.7486 & 668.7200 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 7
$$\begin{bmatrix} -0.9753 & 0.1122 & 0.1902 & 56.9238 \\ -0.0109 & 0.8359 & -0.5488 & -93.1619 \\ -0.2206 & -0.5373 & -0.8139 & 811.1518 \end{bmatrix}$$

ผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติยกกำลังสองเท่ากับ 652.9849 จุดภาพ^2

และสำหรับกล้องขวา

ผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติยกกำลังสองเท่ากับ 892.4727 จุดภาพ^2

6.2.2 หลังทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้น

เมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง

$$\mathbf{K_{left}} = \begin{bmatrix} 1128.4027 & 2.5322 & 342.2045 \\ 0.0000 & 1076.0558 & 227.4709 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

สัมประสิทธิ์ความบิดเบี้ยวเชิงรัศมี $k_1 = -0.2258$ $k_2 = 0.3651$

เมทริกซ์พารามิเตอร์ภายนอก

จังหวะที่ 1
$$\begin{bmatrix} 0.3215 & 0.9278 & 0.1892 & -170.8903 \\ 0.9427 & -0.3324 & 0.0279 & -86.4440 \\ 0.0888 & 0.1693 & -0.9815 & 819.4517 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 2
$$\begin{bmatrix} 0.3572 & 0.9146 & 0.1892 & -171.3133 \\ 0.9327 & -0.3384 & -0.1246 & 46.6166 \\ -0.0499 & 0.2210 & -0.9739 & 817.2705 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 3
$$\begin{bmatrix} -0.3065 & 0.9301 & 0.2025 & -86.8702 \\ 0.9486 & 0.3159 & -0.0150 & -156.3289 \\ -0.0779 & 0.1875 & -0.9791 & 836.842 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 4
$$\begin{bmatrix} -0.2728 & 0.9407 & 0.2016 & -88.6472 \\ 0.9297 & 0.3117 & -0.1962 & 5.2971 \\ -0.2474 & 0.1338 & -0.9596 & 844.1846 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 5
$$\begin{bmatrix} -0.0414 & 0.9569 & -0.2872 & -67.3846 \\ 0.9974 & 0.0226 & -0.0683 & -85.1748 \\ -0.0589 & -0.2892 & -0.9554 & 770.2800 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 6
$$\begin{bmatrix} 0.0510 & 0.7554 & 0.6533 & -66.1301 \\ 0.9978 & -0.0111 & -0.0650 & -54.4664 \\ -0.0418 & 0.6552 & -0.7543 & 659.5958 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 7
$$\begin{bmatrix} -0.9788 & 0.1043 & 0.1761 & 67.4463 \\ -0.0071 & 0.8425 & -0.5387 & -95.4782 \\ -0.2046 & -0.5285 & -0.8239 & 801.8735 \end{bmatrix}$$

ผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติยกกำลังสองเท่ากับ 7.9209 จุดภาพ^2

และสำหรับกล้องขวา

ผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติยกกำลังสองเท่ากับ 8.5025 จุดภาพ^2

6.3 ผลการทดลองการสอบเทียบระบบกล้องสองตัว

ผลการคำนวณจากการสอบเทียบกล้องตัวเดียวจะถูกใช้เป็นค่าเริ่มต้นในการทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นในขั้นตอนนี้ โดยผู้วิจัยได้แบ่งเป็น 2 แบบคือการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นของฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติบนระนาบรับภาพทั้งสอง และฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 3 มิติของจุดพิกัดบนกระดานสอบเทียบ ตามที่กล่าวในหัวข้อที่ 3.16 โดยในที่นี้จะขอแสดงค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นของฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติเท่านั้น (ผลการคำนวณทั้งสองแบบในครั้งที่ 1 แสดงในภาคผนวก ง)

6.3.1 พารามิเตอร์กล้องซ้าย

เมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง

$$\mathbf{K}_{\mathbf{left}} = \begin{bmatrix} 1141.8261 & 1.7781 & 341.8293 \\ 0.0000 & 1087.7383 & 226.5671 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

สัมประสิทธิ์ความบิดเบี้ยวเชิงรัศมี $k_1 = -0.2236$ $k_2 = 0.6625$

เมทริกซ์พารามิเตอร์ภายนอก

จังหวะที่ 1
$$\begin{bmatrix} 0.3223 & 0.9243 & 0.2045 & -170.1804 \\ 0.9426 & -0.3331 & 0.0201 & -85.6411 \\ 0.0867 & 0.1862 & -0.9787 & 826.5523 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 2
$$\begin{bmatrix} 0.3571 & 0.9114 & 0.2047 & -170.4456 \\ 0.9329 & -0.3371 & -0.1265 & 47.0812 \\ -0.0462 & 0.2362 & -0.9706 & 824.2107 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 3
$$\begin{bmatrix} -0.3080 & 0.9293 & 0.2038 & -86.4297 \\ 0.9487 & 0.3160 & -0.0071 & -155.6279 \\ -0.0709 & 0.1911 & -0.9790 & 845.9283 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 4
$$\begin{bmatrix} -0.2729 & 0.9411 & 0.1994 & -88.3550 \\ 0.9314 & 0.3104 & -0.1902 & 6.1544 \\ -0.2409 & 0.1338 & -0.9613 & 853.8926 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 5
$$\begin{bmatrix} -0.0412 & 0.9563 & -0.2893 & -67.1072 \\ 0.9974 & 0.0224 & -0.0679 & -84.5467 \\ -0.0584 & -0.2914 & -0.9548 & 778.7176 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 6
$$\begin{bmatrix} 0.0524 & 0.7545 & 0.6541 & -65.8788 \\ 0.9977 & -0.0110 & -0.0673 & -53.8663 \\ -0.0436 & 0.6562 & -0.7533 & 667.3802 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 7
$$\begin{bmatrix} -0.9782 & 0.1044 & 0.1795 & 67.6132 \\ -0.0095 & 0.8410 & -0.5409 & -94.4697 \\ -0.2075 & -0.5309 & -0.8217 & 809.1849 \end{bmatrix}$$

ผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติยกกำลังสองเท่ากับ 16.6768 จุดภาพ^2(กล้องซ้าย)

6.3.2 พารามิเตอร์กล้องขวา

เมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง

$$\mathbf{K}_{\mathbf{right}} = \begin{bmatrix} 1146.1527 & 1.7247 & 357.1956 \\ 0.0000 & 1092.0053 & 239.4443 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

สัมประสิทธิ์ความบิดเบี้ยวเชิงรัศมี $k_1 = -0.2103$ $k_2 = -0.3426$

เมทริกซ์พารามิเตอร์ภายนอก

จังหวะที่ 1
$$\begin{bmatrix} 0.3208 & 0.8975 & -0.3027 & -104.6664 \\ 0.9448 & -0.3259 & 0.0351 & -101.2614 \\ -0.0671 & -0.2973 & -0.9524 & 925.9317 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 2
$$\begin{bmatrix} 0.2858 & 0.9107 & -0.2982 & -106.4047 \\ 0.9372 & -0.3306 & -0.1116 & 31.4702 \\ -0.2002 & -0.2476 & -0.9480 & 926.2295 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 3
$$\begin{bmatrix} -0.3057 & 0.9025 & -0.3034 & -22.0127 \\ 0.9463 & 0.3232 & 0.0079 & -170.6130 \\ 0.1053 & -0.2847 & -0.9528 & 900.5058 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 4
$$\begin{bmatrix} -0.3585 & 0.8846 & -0.2980 & -20.2119 \\ 0.9315 & 0.3185 & -0.1755 & -8.9787 \\ -0.0603 & -0.3406 & -0.9383 & 911.0777 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 5
$$\begin{bmatrix} -0.0673 & 0.6898 & -0.7209 & -38.3937 \\ 0.9976 & 0.0363 & -0.0584 & -98.4541 \\ -0.0141 & -0.7231 & -0.6906 & 833.6631 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 6
$$\begin{bmatrix} 0.0215 & 0.9795 & 0.1999 & -92.1047 \\ 0.9987 & -0.0117 & -0.0505 & -66.2998 \\ -0.0471 & 0.2007 & -0.9785 & 736.6063 \end{bmatrix}$$

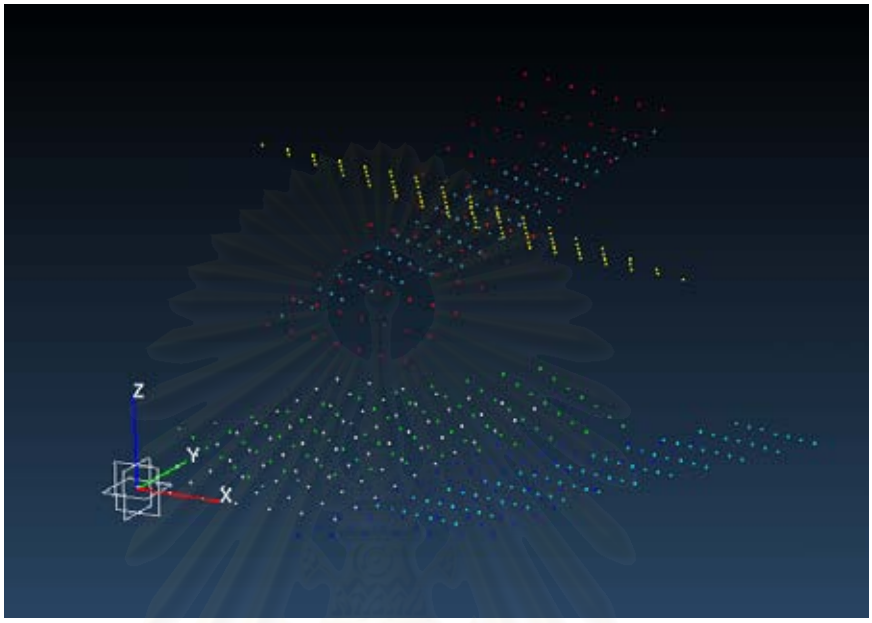
จังหวะที่ 7
$$\begin{bmatrix} -0.9539 & -0.1721 & -0.2458 & 93.9418 \\ -0.0171 & 0.8490 & -0.5282 & -107.3607 \\ 0.2996 & -0.4996 & -0.8128 & 793.8599 \end{bmatrix}$$

ผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติยกกำลังสองเท่ากับ 12.4241 จุดภาพ^2(กล้องขวา)

เมทริกซ์การแปลงเอกพันธุ์ระหว่างกล้องทั้งสอง

$$\overset{\mathbf{C}_1}{\mathbf{C}_2}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0.8710 & 0.0105 & -0.4912 & 376.8474 \\ -0.0027 & 0.9999 & 0.0166 & -0.0715 \\ 0.4913 & -0.0131 & 0.8709 & 70.2476 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

จากพารามิเตอร์ของกล้องทั้งสองที่คำนวณได้ในขั้นตอนนี้ จะสามารถทำการฉายกลับเพื่อหาพิกัด 3 มิติของตำแหน่งลักษณะมุมบนกระดานสอบเทียบทั้ง 7 จังหวะได้ดังกล่าวในหัวข้อ 3.16 เรื่องการคำนวณหาพิกัด 3 มิติจากภาพทั้งสอง นอกจากนี้สามารถดูผลการคำนวณได้ที่ภาคผนวก ง



รูปที่ 6.3 ผลลัพธ์จากการคำนวณพิกัด 3 มิติในการสอบเทียบระบบกล้องสองตัว

6.4 ผลการทดลองการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน

ดังกล่าวในหัวข้อ 4.4 เรื่องการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน ขั้นตอนการสอบเทียบจะแบ่งออกเป็นการทำการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้น 2 ขั้นตอน คือ การหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นขั้นกลาง การหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นขั้นรวม

6.4.1 การหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นขั้นกลาง

พารามิเตอร์กล้องซ้าย (ขั้นกลาง)

เมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง

$$\mathbf{K}_{\mathbf{left}} = \begin{bmatrix} 1141.8261 & 1.7781 & 341.8293 \\ 0.0000 & 1087.7384 & 226.5671 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

สัมประสิทธิ์ความบิดเบี้ยวเชิงรัศมี $k_1 = -0.2236$ $k_2 = 0.6625$

เมทริกซ์พารามิเตอร์ภายนอก

จังหวะที่ 1
$$\begin{bmatrix} 0.3223 & 0.9243 & 0.2045 & -170.1804 \\ 0.9427 & -0.3332 & 0.0201 & -85.6411 \\ 0.0867 & 0.1863 & -0.9787 & 826.5523 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 2
$$\begin{bmatrix} 0.3571 & 0.9114 & 0.2047 & -170.4456 \\ 0.9329 & -0.3371 & -0.1264 & 47.0812 \\ -0.0462 & 0.2362 & -0.9706 & 824.2106 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 3
$$\begin{bmatrix} -0.3080 & 0.9292 & 0.2037 & -86.4296 \\ 0.9487 & 0.3160 & -0.0070 & -155.6279 \\ -0.0710 & 0.1911 & -0.9789 & 845.9283 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 4
$$\begin{bmatrix} -0.2729 & 0.9411 & 0.1994 & -88.3550 \\ 0.9313 & 0.3104 & -0.1902 & 6.1543 \\ -0.2409 & 0.1338 & -0.9613 & 853.8926 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 5
$$\begin{bmatrix} -0.0412 & 0.9563 & -0.2893 & -67.1071 \\ 0.9974 & 0.0225 & -0.0679 & -84.5467 \\ -0.0584 & -0.2913 & -0.9548 & 778.7175 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 6
$$\begin{bmatrix} 0.0524 & 0.7545 & 0.6542 & -65.8788 \\ 0.9977 & -0.0109 & -0.0672 & -53.8662 \\ -0.0436 & 0.6561 & -0.7533 & 667.3802 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 7
$$\begin{bmatrix} -0.9782 & 0.1044 & 0.1795 & 67.6132 \\ -0.0095 & 0.8410 & -0.5409 & -94.4697 \\ -0.2074 & -0.5308 & -0.8216 & 809.1848 \end{bmatrix}$$

พารามิเตอร์กล้องขวา (ขั้นกลาง)

เมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง

$$\mathbf{K}_{\mathbf{right}} = \begin{bmatrix} 1146.1526 & 1.7246 & 357.1956 \\ 0.0000 & 1092.0053 & 239.4443 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

สัมประสิทธิ์ความบิดเบี้ยวเชิงรัศมี $k_1 = -0.2103$ $k_2 = -0.3426$

เมทริกซ์พารามิเตอร์ภายนอก

จังหวะที่ 1
$$\begin{bmatrix} 0.3207 & 0.8974 & -0.3027 & -104.6664 \\ 0.9448 & -0.3258 & 0.0351 & -101.2613 \\ -0.0671 & -0.2973 & -0.9524 & 925.9317 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 2
$$\begin{bmatrix} 0.2857 & 0.9107 & -0.2981 & -106.4047 \\ 0.9372 & -0.3306 & -0.1115 & 31.4702 \\ -0.2002 & -0.2476 & -0.9480 & 926.2294 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 3
$$\begin{bmatrix} -0.3057 & 0.9025 & -0.3035 & -22.0126 \\ 0.9462 & 0.3232 & 0.0079 & -170.612 \\ 0.1053 & -0.2847 & -0.9528 & 900.5058 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 4
$$\begin{bmatrix} -0.3585 & 0.8846 & -0.2980 & -20.2119 \\ 0.9315 & 0.3184 & -0.1754 & -8.9786 \\ -0.0602 & -0.3405 & -0.9382 & 911.0776 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 5
$$\begin{bmatrix} -0.0673 & 0.6897 & -0.7209 & -38.3937 \\ 0.9976 & 0.0363 & -0.0584 & -98.4542 \\ -0.0141 & -0.7231 & -0.6905 & 833.6631 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 6
$$\begin{bmatrix} 0.0216 & 0.9796 & 0.1999 & -92.1047 \\ 0.9987 & -0.0117 & -0.0505 & -66.2998 \\ -0.0471 & 0.2007 & -0.9785 & 736.6063 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 7
$$\begin{bmatrix} -0.9539 & -0.1721 & -0.2459 & 93.9419 \\ -0.0171 & 0.8490 & -0.5281 & -107.3607 \\ 0.2996 & -0.4996 & -0.8127 & 793.8599 \end{bmatrix}$$

พารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ (ขั้นกลาง)

$a_0 = 37.9242$ mm
$\gamma = $ -1.5733 rad
$\Delta\theta_1 = 0.0000000$ rad
$\Delta\theta_2 = 0.0000000$ rad

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} -0.1862 & 0.0520 & 0.9811 & 24.0823 \\ 0.0118 & 0.9986 & -0.0507 & 29.0457 \\ -0.9824 & 0.0022 & -0.1865 & 186.7691 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 0.3197 & 0.0371 & 0.9467 & 22.8489 \\ -0.0173 & 0.9993 & -0.0330 & 29.8805 \\ -0.9473 & -0.0056 & 0.3201 & -196.5669 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$ {}^{C_1}_{C_2}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0.8710 & 0.0105 & -0.4912 & 376.8474 \\ -0.0027 & 0.9999 & 0.0166 & -0.0715 \\ 0.4913 & -0.0131 & 0.8709 & 70.2476 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} $$

6.4.2 การหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นขั้นรวม

พารามิเตอร์กล้องซ้าย (ขั้นรวม)

เมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง

$$ \mathbf{K}_{\mathbf{left}} = \begin{bmatrix} 1141.9277 & 1.0036 & 341.8224 \\ 0.0000 & 1089.2594 & 226.5626 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} $$

สัมประสิทธิ์ความบิดเบี้ยวเชิงรัศมี $k_1 = -0.2289$ $k_2 = 0.3376$

เมทริกซ์พารามิเตอร์ภายนอก

จังหวะที่ 1
$$ \begin{bmatrix} 0.3217 & 0.9245 & 0.2046 & -170.2509 \\ 0.9429 & -0.3325 & 0.0202 & -85.8944 \\ 0.0866 & 0.1864 & -0.9786 & 826.5267 \end{bmatrix} $$

จังหวะที่ 2
$$ \begin{bmatrix} 0.3562 & 0.9122 & 0.2027 & -170.2397 \\ 0.9330 & -0.3351 & -0.1313 & 47.4209 \\ -0.0519 & 0.2359 & -0.9704 & 824.7349 \end{bmatrix} $$

จังหวะที่ 3
$$ \begin{bmatrix} -0.3048 & 0.9304 & 0.2036 & -86.9730 \\ 0.9495 & 0.3136 & -0.0115 & -154.9461 \\ -0.0745 & 0.1898 & -0.9790 & 846.1201 \end{bmatrix} $$

จังหวะที่ 4
$$ \begin{bmatrix} -0.2727 & 0.9412 & 0.1997 & -88.1444 \\ 0.9307 & 0.3106 & -0.1933 & 5.4772 \\ -0.2439 & 0.1331 & -0.9606 & 854.1754 \end{bmatrix} $$

จังหวะที่ 5
$$ \begin{bmatrix} -0.0413 & 0.9564 & -0.2893 & -67.1177 \\ 0.9974 & 0.0225 & -0.0681 & -84.4389 \\ -0.0586 & -0.2913 & -0.9548 & 778.7196 \end{bmatrix} $$

จังหวะที่ 6
$$ \begin{bmatrix} 0.05219 & 0.7545 & 0.6542 & -65.8907 \\ 0.9977 & -0.0107 & -0.0672 & -53.8143 \\ -0.0437 & 0.6562 & -0.7533 & 667.4316 \end{bmatrix} $$

จังหวะที่ 7
$$ \begin{bmatrix} -0.9782 & 0.1043 & 0.1797 & 67.6142 \\ -0.0097 & 0.8410 & -0.5410 & -94.4179 \\ -0.2075 & -0.5309 & -0.8216 & 809.1859 \end{bmatrix} $$

พารามิเตอร์กล้องขวา (ขั้นรวม)

เมทริกซ์การสอบเทียบกล้อง

$$\mathbf{K}_{\mathbf{right}} = \begin{bmatrix} 1146.0262 & 1.3915 & 357.1891 \\ 0.0000 & 1093.6433 & 239.4186 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

สัมประสิทธิ์ความบิดเบี้ยวเชิงรัศมี $k_1 =$ -0.2065 $k_2 =$ -0.2401

เมทริกซ์พารามิเตอร์ภายนอก

จังหวะที่ 1
$$\begin{bmatrix} 0.3201 & 0.8977 & -0.3026 & -104.7437 \\ 0.9450 & -0.3251 & 0.0352 & -101.6188 \\ -0.0667 & -0.2972 & -0.9525 & 925.9241 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 2
$$\begin{bmatrix} 0.2821 & 0.9113 & -0.2998 & -105.9867 \\ 0.9373 & -0.3285 & -0.1164 & 31.7012 \\ -0.2046 & -0.2482 & -0.9469 & 926.5860 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 3
$$\begin{bmatrix} -0.3047 & 0.9027 & -0.3036 & -22.3901 \\ 0.9471 & 0.3209 & 0.0036 & -170.0325 \\ 0.1007 & -0.2865 & -0.9528 & 900.9302 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 4
$$\begin{bmatrix} -0.3599 & 0.8843 & -0.2975 & -19.9013 \\ 0.9309 & 0.3188 & -0.1784 & -9.7509 \\ -0.0629 & -0.3411 & -0.9379 & 911.2018 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 5
$$\begin{bmatrix} -0.0676 & 0.6898 & -0.7208 & -38.4058 \\ 0.9976 & 0.0365 & -0.0586 & -98.4356 \\ -0.0141 & -0.7231 & -0.6906 & 833.6568 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 6
$$\begin{bmatrix} 0.0212 & 0.9796 & 0.1999 & -92.0962 \\ 0.9987 & -0.0113 & -0.0503 & -66.3352 \\ -0.0470 & 0.2007 & -0.9785 & 736.6451 \end{bmatrix}$$

จังหวะที่ 7
$$\begin{bmatrix} -0.9539 & -0.1724 & -0.2456 & 93.9406 \\ -0.0174 & 0.8490 & -0.5281 & -107.3808 \\ 0.2996 & -0.4995 & -0.8129 & 793.8465 \end{bmatrix}$$

พารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ (ขั้นรวม)

$a_0 = 37.9202$ mm
$\gamma =$ -1.5734 rad
$\Delta\theta_1 = 0.0000073$ rad
$\Delta\theta_2 = 0.0002088$ rad

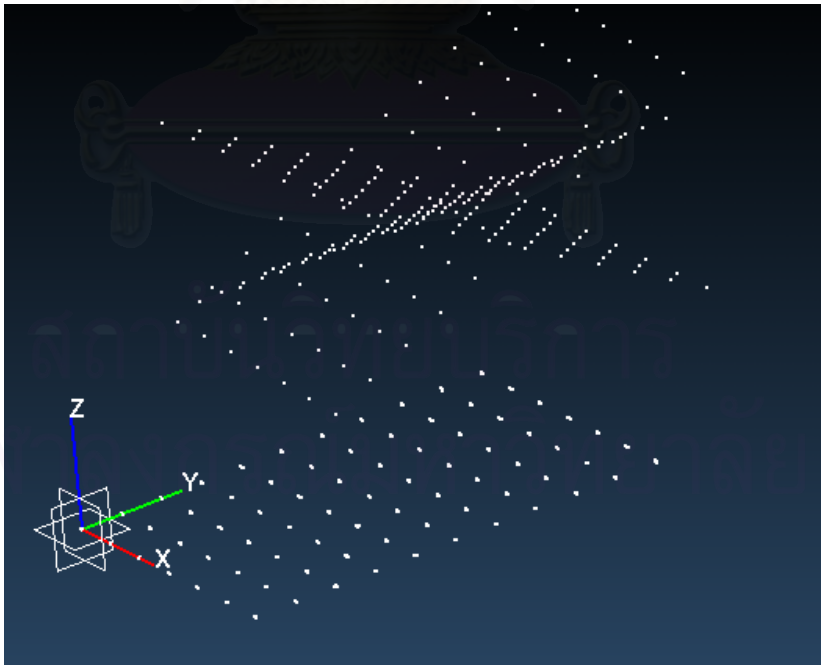
$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} -0.1862 & 0.0520 & 0.9811 & 24.0908 \\ 0.0119 & 0.9986 & -0.0507 & 29.0511 \\ -0.9824 & 0.0022 & -0.1866 & 186.7108 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 0.3197 & 0.0371 & 0.9468 & 22.8387 \\ -0.0173 & 0.9992 & -0.0332 & 29.9026 \\ -0.9474 & -0.0058 & 0.3201 & -196.6306 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$${}^{C_1}_{C_2}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0.8710 & 0.0106 & -0.4912 & 376.8512 \\ -0.0028 & 0.9999 & 0.0167 & -0.0563 \\ 0.4913 & -0.0132 & 0.8709 & 70.2568 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$${}^{W}_{0}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -0.9998 & -0.0145 & -0.0017 & 132.4141 \\ 0.0145 & -0.9997 & -0.0161 & 148.1946 \\ -0.0015 & -0.0161 & 0.9999 & 870.6516 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

จากพารามิเตอร์ของกล้องทั้งสองและพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ที่คำนวณได้ จะสามารถทำการฉายกลับเพื่อหาพิกัด 3 มิติของตำแหน่งลักษณะมุมบนกระดานสอบเทียบทั้ง 7 จังหวะบนแกนอ้างอิงโลกเสมือน แล้วทำการแปลงพิกัดมาแสดงบนแกนอ้างอิงโลก ดังแสดงในรูปที่ 6.4 (ดูผลการคำนวณได้ที่ภาคผนวก จ)



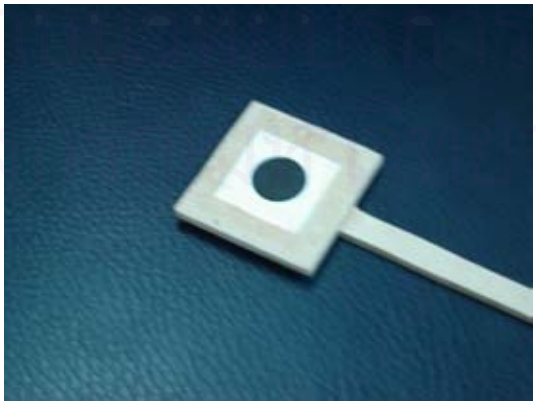
รูปที่ 6.4 ผลลัพธ์จากการคำนวณค่าพิกัด 3 มิติในการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน

ตารางที่ 6.1 ผลการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันที่กระทำทั้ง 8 ครั้ง

ครั้งที่	ค่าผิดพลาด 3 มิติสูงสุด (มิลลิเมตร)	ค่าผิดพลาด 3 มิติเฉลี่ย (มิลลิเมตร)
1	0.983	0.531
2	0.978	0.415
3	0.902	0.436
4	0.659	0.264
5	0.658	0.238
6	0.746	0.379
7	0.851	0.420

6.5 ผลการทดลองการติดตามอนุภาคใน 3 มิติ

เนื่องจากอัตราเฟรมสูงสุดของกล้องที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้มีค่าประมาณ 30 Hz และแผ่นวงจรจับภาพสามารถถ่ายภาพและโอนถ่ายจากกล้องทั้งสองได้พร้อมกัน หมายความว่าจะต้องใช้เวลาในการได้ข้อมูลภาพ 33.33 มิลลิวินาที เมื่อรวมกับเวลาในการประมวลผลภาพจะทำให้อัตราการติดตามที่เป็นไปได้มีค่าน้อยกว่า 30 Hz เช่น สมมติว่าถ้าต้องการอัตราการติดตาม 10 Hz ตามแผนภาพในรูปที่ 5.1 งานที่ต้องทำในวงรอบนอกจะต้องเสร็จภายในเวลา 0.1 วินาที หรือ 100 มิลลิวินาที นั่นคือจะเหลือเวลาในการประมวลผลภาพ แสดงผลภาพและคำนวณต่างๆ ประมาณ 66.67 มิลลิวินาที ดังกล่าวในหัวข้อ 5.1 การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ควรจะเป็นไปอย่างราบเรียบ ซึ่งจะสัมพันธ์กับอัตราการติดตามที่สามารถทำได้ แนวทางหนึ่งในการเพิ่มอัตราการติดตามคือการลดเวลาประมวลผลภาพซึ่งเป็นส่วนที่ใช้เวลามากที่สุด เพื่อให้ได้อัตราการติดตามที่มากพอ การคำนวณตำแหน่งอนุภาคบนภาพจะต้องใช้เวลาในการประมวลผลน้อย และเนื่องจากผู้วิจัยต้องการให้ระบบสามารถทำการติดตามอนุภาคได้แม้เคลื่อนที่ในสภาวะแวดล้อมที่ไม่ได้จัดไว้ล่วงหน้า ซึ่งจะเกิดปัญหาในเรื่องการประมวลผลภาพที่ต้องรับมือกับการ



รูปที่ 6.5 ลักษณะของเป้าหมายที่ใช้ในการติดตามอนุภาค มีลักษณะเป็นรูปวงกลม ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 มิลลิเมตร

เปลี่ยนแปลงของฉากหลัง ผู้วิจัยจึงเลือกใช้เป้าหมายที่มีลักษณะเป็นรูปวงกลมดังในรูปที่ 6.5 เพราะสามารถประมวลผลภาพได้ง่ายและโดยทั่วไปมีความเป็นเอกลักษณ์เมื่อเทียบกับฉากหลัง จากการทดลองเขียนโปรแกรมทดสอบ ระบบสามารถทำงานที่อัตราการติดตาม 10 Hz โดยเลือกใช้อัตราการสุ่มของวงรอบการควบคุมที่ 200 Hz

ขั้นตอนการติดตามจะประกอบด้วยขั้นตอนย่อยดังนี้

6.5.1 ถ่ายภาพ

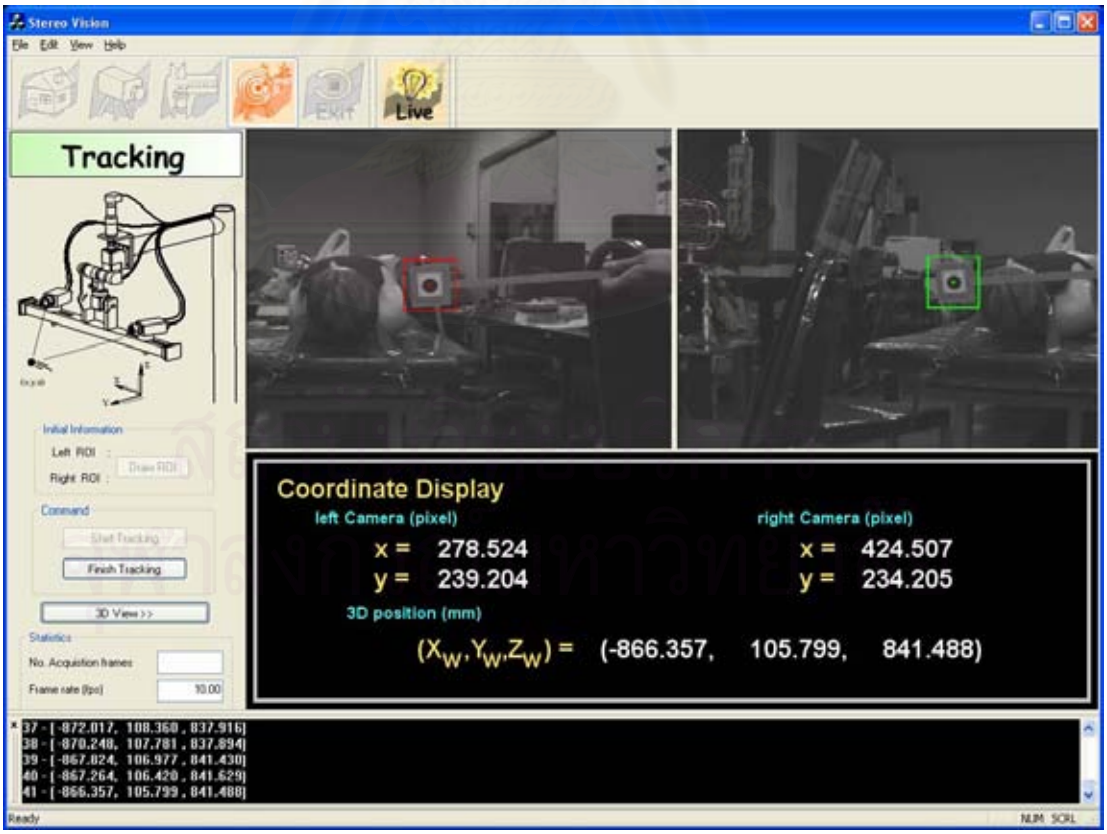
6.5.2 ประมวลผลภาพโดยพิจารณาเฉพาะส่วนของภาพที่มีวัตถุปรากฏอยู่ เพื่อลดเวลาในการประมวลผลภาพลง โดยอาจจะให้โปรแกรมประยุกต์ทำการค้นหาจุดเริ่มต้นโดยอัตโนมัติหรือให้ผู้ใช้เป็นผู้กำหนดหน้าต่างค้นหาเริ่มต้นเอง เพื่อคำนวณหาตำแหน่งของอนุภาคบนภาพโดยการปรับค่าขีดแบ่งและการวิเคราะห์รอยเปื้อน

6.5.3 คำนวณตำแหน่งจุดศูนย์กลางของรูปวงกลมบนเป้าหมาย โดยจะประมาณด้วยจุดศูนย์กลางของรูปสี่เหลี่ยมที่เล็กที่สุดที่ล้อมรอบรอยเปื้อนรูปวงกลมนั้น

6.5.4 คำนวณตำแหน่งจุดภาพของอนุภาคบนภาพที่เหมาะสมโดยใช้ตัวกรองคาลมาน

6.5.5 คำนวณพิกัด 3 มิติของอนุภาค

6.5.6 คำนวณหามุมข้อต่อของหุ่นยนต์จากการวิเคราะห์อินเวอร์สคิเนแมติกส์

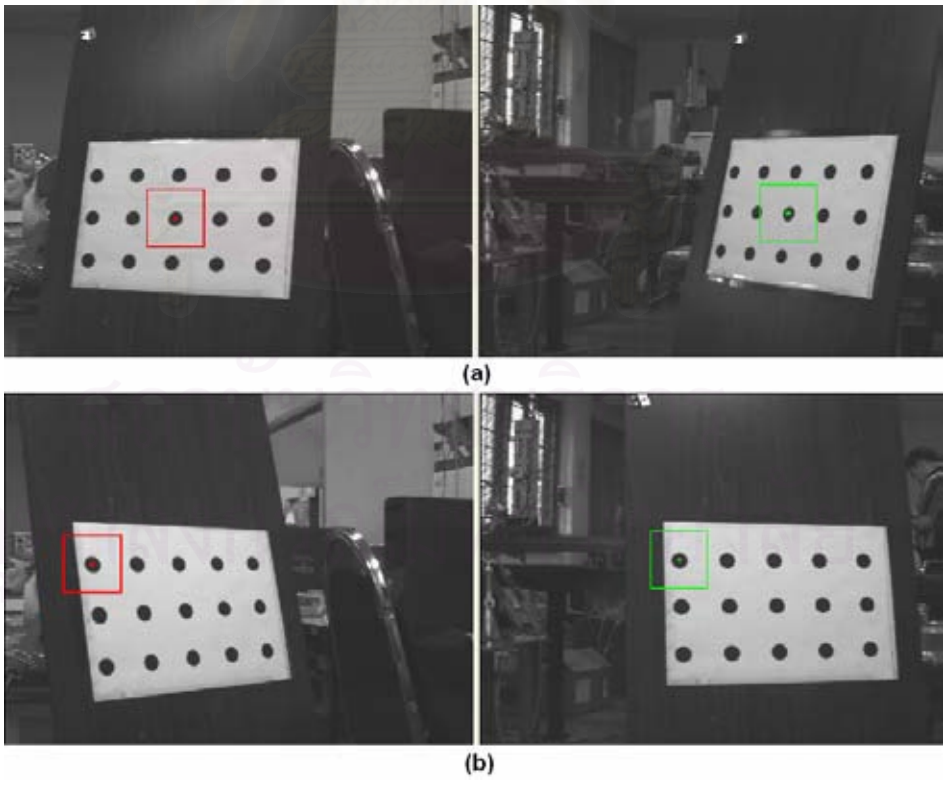


รูปที่ 6.6 การทดลองทำการติดตามอนุภาค

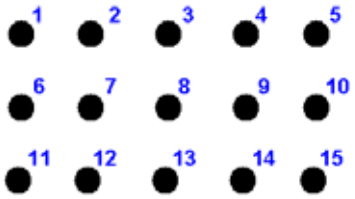
6.6 ผลการทดลองความผิดพลาดสัมพัทธ์แบบสถิต

เพื่อทดสอบความผิดพลาดสัมพัทธ์แบบสถิต ผู้วิจัยได้สร้างเป้าหมายสังเคราะห์โดยการพิมพ์รูปวงกลมขนาดเดียวกับเป้าหมายในรูปที่ 6.5 ซึ่งเป็นวงกลมมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 มิลลิเมตร จำนวน 3×5 รูป พิมพ์บนกระดาษขนาด A4 ด้วยเครื่องพิมพ์เลเซอร์ โดยกำหนดให้จุดศูนย์กลางของแต่ละวงกลมที่ใกล้กันที่สุดห่างกัน 60 มิลลิเมตร แล้วนำมาติดบนกระดานเรียบดังแสดงในรูปที่ 6.7

หลังจากนั้นวางกระดานเป้าหมายสังเคราะห์นี้ให้ปรากฏบนภาพทั้งสองกล้อง แล้วทำการเปิดโปรแกรมประยุกต์เพื่อเข้าสู่ส่วนของการติดตามเพื่อทำการคำนวณพิกัด 3 มิติของจุดศูนย์กลางของแต่ละรูปวงกลม เนื่องจากบนกระดานมีเป้าหมายจำนวนมาก ถ้าหากให้โปรแกรมทำการค้นหาเองจะเกิดความผิดพลาดในการค้นหา ดังนั้นจึงต้องกำหนดหน้าต่างค้นหาเริ่มต้นบนภาพทั้งสองก่อนโดยล้อมรอบเป้าหมายทีละตำแหน่ง แล้วทำการบันทึกผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจนครบทั้ง 15 จุด ผู้วิจัยได้เปลี่ยนตำแหน่งของกระดานเป้าหมายสังเคราะห์รวม 2 ตำแหน่ง แล้วคำนวณหาระยะทางยูคลิเดียน (Euclidean distance) ระหว่างรูปวงกลมสองรูปที่ใกล้กันที่สุดซึ่งมีทั้งหมด 22 คู่ ระยะทางยูคลิเดียนที่ได้ควรจะมีค่าเท่ากับ 60 มิลลิเมตร ผลการวัดและคำนวณได้แสดงไว้ในตารางที่ 6.2 และ 6.3



รูปที่ 6.7 การทดลองทำการติดตามอนุภาคโดยใช้กระดานเป้าหมายสังเคราะห์
(a) ครั้งที่ 1 (b) ครั้งที่ 2



รูปที่ 6.8 ตำแหน่งอ้างอิงของเป้าหมายบนกระดานเป้าหมายสังเคราะห์

ตารางที่ 6.2 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติของจุดศูนย์กลางของรูปวงกลมทั้ง 15 รูป บนกระดานเป้าหมายสังเคราะห์ ตำแหน่งที่ 1 และตำแหน่งที่ 2

จุดที่	กระดานเป้าหมายสังเคราะห์					
	ตำแหน่งที่ 1			ตำแหน่งที่ 2		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	-1054.641	-8.026	849.079	-858.581	-24.364	844.760
2	-1023.868	43.084	847.755	-888.815	27.906	844.651
3	-992.298	94.696	846.646	-916.274	80.733	844.945
4	-961.607	146.127	845.786	-945.342	133.489	845.052
5	-930.689	197.780	844.894	-973.526	186.420	845.187
6	-1044.520	-15.536	789.653	-849.169	-18.887	785.489
7	-1012.343	35.467	789.008	-877.319	33.786	785.748
8	-981.057	87.003	788.100	-905.861	86.539	785.880
9	-951.159	138.326	787.181	-934.817	139.605	785.760
10	-920.090	189.826	785.848	-962.888	191.969	785.952
11	-1032.181	-22.800	731.349	-839.644	-13.083	726.233
12	-1001.595	27.841	730.312	-867.706	39.499	726.680
13	-971.824	79.117	729.285	-896.125	92.173	726.960
14	-940.425	130.688	728.240	-923.775	144.950	727.151
15	-910.193	181.800	727.412	-951.721	197.233	727.168

ตารางที่ 6.3 ผลการคำนวณระยะทางยูคลิเดียนระหว่างจุดศูนย์กลางของรูปวงกลมสองรูปที่ใกล้กันที่สุด

จุดต้น	จุดปลาย	ระยะทางยูคลิเดียน (มิลลิเมตร)		ค่าผิดพลาด (มิลลิเมตร)	
		ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2	ตำแหน่งที่ 1	ตำแหน่งที่ 2
1	2	59.674	60.384	0.326	0.384
2	3	60.512	59.538	0.512	0.462
3	4	59.899	60.234	0.102	0.234
4	5	60.206	59.967	0.206	0.033
6	7	60.308	59.724	0.308	0.276
7	8	60.296	59.980	0.296	0.020
8	9	59.404	60.452	0.596	0.452
9	10	60.161	59.414	0.161	0.586
11	12	59.170	59.603	0.830	0.397
12	13	59.301	59.852	0.699	0.148
13	14	60.387	59.582	0.387	0.418
14	15	59.389	59.283	0.611	0.717
1	6	60.748	60.263	0.748	0.263
2	7	60.349	60.302	0.349	0.302
3	8	60.110	60.256	0.110	0.256
4	9	60.038	60.529	0.038	0.529
5	10	60.515	60.438	0.515	0.438
6	11	60.036	60.297	0.036	0.297
7	12	60.157	60.117	0.157	0.117
8	13	60.055	59.984	0.055	0.016
9	14	60.395	59.879	0.395	0.121
10	15	59.809	60.066	0.191	0.066
			ค่าผิดพลาดเฉลี่ย	0.347	0.297
			ค่าผิดพลาดสูงสุด	0.830	0.717

บทที่ 7

บทสรุป

7.1 สรุปผลการวิจัย

จากผลการทดลองการสอบเทียบกล้องตัวเดียวของกล้องซ้ายและกล้องขวาแยกอิสระจากกัน จะได้ค่าผิดพลาดน้อยมาก กล่าวคือเมื่อทำการฉายจุดจากกระดานสอบเทียบทั้ง 77 จุดจนเกิดเป็นจุดบนภาพโดยอาศัยพารามิเตอร์กล้องที่คำนวณได้ในขั้นตอนแรกนี้ จะมีผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติบนระนาบรับภาพยกกำลังสองของกล้องซ้ายเป็น 7.9209 จุดภาพ^2 และของกล้องขวา 8.5025 จุดภาพ^2 แต่เมื่อพิจารณาเงื่อนไขการที่กล้องยึดติดอยู่กับฐานกล้องอย่างมั่นคง แล้วทำการสอบเทียบระบบกล้องสองตัว กลับให้ผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติบนระนาบรับภาพยกกำลังสองของกล้องซ้ายและกล้องขวาเป็น 16.6768 จุดภาพ^2 และ 12.4241 จุดภาพ^2 ตามลำดับ การที่มีค่าผิดพลาดมากขึ้น เกิดจากการคำนวณจะต้องคำนึงถึงเงื่อนไขบังคับข้างต้นทำให้ค่าพารามิเตอร์ไม่สามารถปรับตัวให้เหมาะสมกับข้อมูลที่ได้จากกล้องตัวใดตัวหนึ่งได้มากที่สุด เมื่อพิจารณาเมทริกซ์การแปลงระหว่างแกนอ้างอิงกล้องทั้งสองที่คำนวณได้ในขั้นตอนนี้

$$ {}^{C_1}_{C_2}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0.8710 & 0.0105 & -0.4912 & 376.8474 \\ -0.0027 & 0.9999 & 0.0166 & -0.0715 \\ 0.4913 & -0.0131 & 0.8709 & 70.2476 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix} $$

เมทริกซ์ที่คำนวณได้นี้มีความสมเหตุสมผล เพราะว่ากล้องทั้งสองถูกยึดติดบนฐานกล้องในระดับเดียวกันโดยพิจารณารูปที่ 3.2 และรูปที่ 4.5 ค่าการเลื่อนในแนวแกน y ของกล้องทั้งสองจะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ รวมทั้งการเปรียบเทียบวัดระยะจริงระหว่างกล้องทั้งสองก็เป็นข้อพิสูจน์ว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้อง

ตารางที่ 7.1 บทสรุปผลการทดลองการสอบเทียบระบบกล้องสองตัว

การสอบเทียบระบบกล้องสองตัว	minimize 2D error	minimize 3D error
ค่าผิดพลาดสูงสุด (มิลลิเมตร)	1.046	0.965
ค่าผิดพลาดเฉลี่ย (มิลลิเมตร)	0.183	0.239

ตารางที่ 7.2 บทสรุปผลการทดลองการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจากตารางที่ 6.1

การสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน	minimize 3D error
ค่าผิดพลาดสูงสุด (มิลลิเมตร)	0.983
ค่าผิดพลาดเฉลี่ย (มิลลิเมตร)	0.531

นอกจากนี้ในขั้นตอนการสอบเทียบระบบกล้องสองตัว ยังได้แบ่งการทดสอบออกเป็น 2 แบบคือ การหาค่าพารามิเตอร์โดยการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้นของฟังก์ชันผลรวมค่าผิดพลาด 2 มิติและ 3 มิติ ผลลัพธ์โดยรวมการทดลองครั้งที่ 1 ซึ่งเป็นครั้งที่มีค่าผิดพลาดมากที่สุดจะแสดงในตารางที่ 7.1 และผลการคำนวณแสดงในภาคผนวก ง พบว่าในกรณีทั้งสองให้ผลลัพธ์ที่ไม่แตกต่างกันมากนัก โดยที่ค่าผิดพลาด 3 มิติสูงสุดเท่ากับ 1.046 และ 0.965 มิลลิเมตรตามลำดับ และค่าผิดพลาดเฉลี่ยประมาณ 0.183 และ 0.239 มิลลิเมตรตามลำดับ จากค่าผิดพลาดสูงสุดทำให้ดูเหมือนว่ามีค่าผิดพลาดมาก แต่จะเห็นว่าค่าเฉลี่ยมีค่าน้อย หมายความว่าค่าผิดพลาดที่แต่ละจุดบนกระดานสอบเทียบส่วนใหญ่มีค่าน้อย มีเพียงบางจุดเท่านั้นที่เกิดค่าผิดพลาดสูงมากซึ่งจะอยู่บริเวณขอบของภาพ เนื่องมาจากแบบจำลองการบิดเบี้ยวเชิงรัศมีไม่สามารถจำลองพฤติกรรมการบิดเบี้ยวได้อย่างสมบูรณ์แบบ ค่าผิดพลาดที่คำนวณได้ในขั้นตอนนี้ คือค่าผิดพลาดที่เทียบเท่ากับการนำเอาชุดกล้องไปใช้งานเป็นเครื่องสแกน 3 มิติ เป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากพารามิเตอร์ของระบบกล้องเท่านั้น

เมื่อทำการทดลองการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้องพร้อมกัน ได้ผลการคำนวณหาพิกัด 3 มิติแสดงผลแบบกราฟิกในรูปที่ 6.4 จะเห็นว่าตำแหน่งของกระดานสอบเทียบใน 4 จังหวะแรกเกือบจะทับกันสนิท เนื่องมาจากการสอบเทียบ 4 จังหวะแรกไม่ได้ทำการเคลื่อนย้ายกระดานสอบเทียบ ส่วนกลุ่มของจุดที่ลอยอยู่ด้านบนคือตำแหน่งจุดมุมบนกระดานสอบเทียบในจังหวะที่ 5, 6 และ 7 และเมื่อพิจารณาข้อมูลตัวเลขจากการทดลองสอบเทียบ 7 ครั้งดังแสดงในตารางที่ 6.1 ซึ่งมีบทสรุปในตารางที่ 7.2 ได้ค่าผิดพลาด 3 มิติสูงสุดได้ 0.983 มิลลิเมตร (1.046 และ 0.965 มิลลิเมตร) และค่าผิดพลาดเฉลี่ย 0.531 มิลลิเมตร (0.183 และ 0.239 มิลลิเมตร) ตัวเลขในวงเล็บคือค่าผิดพลาดจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัว (ตารางที่ 7.1) ค่าผิดพลาดเฉลี่ยที่เพิ่มขึ้นอันเนื่องมาจากค่าผิดพลาดที่มีการสะสมเพิ่มขึ้นมาจากการหาแบบจำลองหุ่นยนต์ที่ผิดพลาด ทำให้การแปลงพิกัดจากแกนอ้างอิงโลกเสมือนมาอยู่ในแกนอ้างอิงโลกมีค่าผิดพลาดมากขึ้น โดยที่มีค่าผิดพลาด 3 มิติสูงสุดทั้ง 3 กรณีมีค่าใกล้เคียงกันมากที่ประมาณ 1 มิลลิเมตร หมายเหตุค่าผิดพลาด 3 มิติที่กล่าวถึงทั้งหมดเป็นค่าผิดพลาดที่สัมพัทธ์กับกระดานสอบเทียบโดยสันนิษฐานว่ากระดานสอบเทียบมีความถูกต้อง

สำหรับในส่วนของการติดตามสามารถทำอัตราการติดตามได้ 10 Hz และผลการทดสอบค่าผิดพลาดสถิตในการใช้กระดานเป้าหมายสังเคราะห์แสดงในตารางที่ 6.2 และ 6.3 จะเห็นว่าค่าผิดพลาดสูงสุดมีค่า 0.830 และ 0.717 มิลลิเมตรตามลำดับโดยทำการวัดที่ช่วงระยะประมาณ 0.85 -1.00 เมตร (อ้างอิงจากตารางที่ 6.2) การทดลองส่วนนี้เป็นการทดสอบความถูกต้องในการคำนวณหาพิกัด 3 มิติ นอกเหนือจากบริเวณที่ทำการสอบเทียบ

จากผลการทดลองทั้งหมดสามารถสรุปได้ว่าระบบหุ่นยนต์และกล้อง 2 ตัวนี้มีค่าผิดพลาดในการหาพิกัด 3 มิติของอนุภาคสูงสุดประมาณ 1 มิลลิเมตร ภายใต้สภาพแวดล้อมในห้องที่มีการให้แสงสว่างของหลอดฟลูออเรสเซนต์ดังแสดงในรูปที่ 6.1 โดยทำการวัดที่ช่วง

ระยะ 0.85 ถึง 1.00 เมตร และสามารถทำการติดตามอนุภาคดังแสดงในรูปที่ 6.5 ได้ด้วยอัตราการติดตาม 10 Hz

7.2 ข้อเสนอแนะ

ข้อจำกัดของงานวิทยานิพนธ์นี้มีหลายประการ เช่นภาระงานส่วนใหญ่ที่ต้องทำจะตกอยู่กับหน่วยประมวลผลกลางของคอมพิวเตอร์ โดยเฉพาะขณะทำการติดตามอนุภาค หน่วยประมวลผลกลางของคอมพิวเตอร์จะมีภาระงานมาก เพราะจะต้องทำการควบคุมการถ่ายภาพ การแสดงผลบนจอภาพ การประมวลผลภาพ การคำนวณพิกัด 3 มิติ การคำนวณเพื่อทำการควบคุมหุ่นยนต์ทั้ง 2 แกน นอกจากนี้ยังมีภาระเบื้องต้นจากการจัดแสดงผลแบบกราฟิกและการจัดการอุปกรณ์ในระดับสูง (overhead) และเนื่องจากระบบปฏิบัติการวินโดวส์เอ็กซ์พีที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้เป็นระบบปฏิบัติการที่ไม่มีความแน่นอนในเรื่องของเวลาการคำนวณ หากเป็นการนำไปใช้งานซึ่งเรื่องของตำแหน่งของเวลาเป็นสิ่งที่จำเป็น อาจจะต้องมีการเปลี่ยนไปใช้ระบบปฏิบัติการที่มีคุณสมบัติด้านการจัดการเวลาจริง (realtime OS)

สำหรับหุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้ถูกออกแบบให้สามารถปรับระยะความสูงของตัวหุ่นยนต์เพื่อความยืดหยุ่นในการใช้งานที่ระยะความสูงต่างๆ นอกจากนี้เพื่อที่จะให้ได้ความถูกต้องของการวัดมากขึ้นสามารถนำระบบกล้องนี้ไปใช้กับหุ่นยนต์ที่ผลิตเพื่อการพาณิชย์ หุ่นยนต์เหล่านี้จะผ่านกระบวนการผลิตที่มีการควบคุมคุณภาพและผ่านการสอบเทียบมาแล้วทำให้คาดได้ว่าผลลัพธ์จากการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้องพร้อมกัน จะทำให้ได้ค่าผิดพลาดลดลง อีกวิธีคือการเลือกใช้กล้องที่มีความละเอียดสูงมากขึ้น ซึ่งทำให้สามารถหาตำแหน่งของวัตถุในภาพได้ละเอียดยิ่งขึ้น และสำหรับงานที่ไม่ต้องการความละเอียดของการวัดที่สูงมากสามารถเลือกใช้กล้องที่มีคุณภาพต่ำกว่านี้ ทฤษฎีและขั้นตอนวิธีที่ระบุไว้ในงานวิทยานิพนธ์นี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ทันที นอกจากนี้การพัฒนาซอฟต์แวร์ก็มีส่วนสำคัญ โดยเฉพาะส่วนที่ทำหน้าที่ค้นหาคู่จุดสอดคล้องหรือลักษณะเฉพาะอื่น ให้มีความทนทานต่อการเปลี่ยนแปลงของฉากหลังบนภาพมากขึ้น เช่นการผนวกเอาศาสตร์ทางด้านปัญญาประดิษฐ์เข้ามาผสมผสาน

นอกจากนี้จะมีปัญหาเรื่องค่าหน่วงเวลาซึ่งเป็นเรื่องปกติในการใช้งานระบบการมองเห็น เพราะตำแหน่งเวลาที่ทำการถ่ายภาพกับตำแหน่งเวลาที่ได้ผลลัพธ์จากภาพเป็นคนละเวลากันซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ไม่ได้คำนึงถึงค่าหน่วงเวลานี้ และถ้าต้องการให้ได้อัตราการติดตามมากขึ้น อาจจะต้องเลือกใช้กล้องที่มีความรวดเร็วในการถ่ายโอนข้อมูลภาพที่สูงขึ้น เช่นกล้องที่มีอัตราเฟรม 60 Hz หรือมากกว่า โดยเฉพาะสำหรับการใช้งานที่มีข้อบังคับเรื่องเวลาจริง (realtime) จะต้องพยายามลดเวลาการประมวลผลภาพให้น้อยที่สุด โดยอาจจะใช้แผ่นวงจรประมวลผลภาพ ซึ่งในปัจจุบันยังคงมีราคาแพงแต่หวังว่าในอนาคตจะมีราคาถูกลงอยู่ในระดับที่สามารถนำมาใช้งานได้ ซึ่งการประมวลผลภาพที่เร็วจะช่วยลดค่าหน่วงเวลาที่กล่าวข้างต้นได้

รายการอ้างอิง

[1] Trucco, E., and Verri, A. Introductory Techniques for 3-D computer vision (n.p.) : Prentice Hall, 1998.

[2] Gonzalez, R.C., and Woods, R.E. Digital Image Processing (n.p.): Addison-Wesley, 1992.

[3] Forsyth, D.A., Ponce, J. Computer Vision: A Modern Approach (n.p.): Prentice Hall, 2003.

[4] Zhang, Z. A Flexible New Technique for Camera Calibration. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 22,11 (n.d.): 1330-1334.

[5] Hartley, R., and Zisserman, A. Multiple View Geometry in computer vision. Second edition : Cambridge University Press, 2003.

[6] Tsai, R.Y. A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology using off-the-shelf TV Cameras ans Lenses. IEEE Journal of Robotics and Automation, 3, 4 (August 1987) : 323-344.

[7] Craig, J.J. Introduction to Robotics Mechanics and Control. Third edition. USA : Pearson Prentice Hall, 2005.

[8] Shiu, Y.C., and Ahmad, S., Calibration of Wrist-Mount Robotics Sensors by Solving Homogeneous Transform Equations of the Form AX =XB. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 5, 1 (February 1989) : 16-29.

[9] Tsai, R.Y., and Lenz, R.K. A New Technique for Fully Autonomous and Efficient 3D Robotics Hand/Eye Calibration. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 5, 3 (June 1989) : 345-358.

[10] Daniilidis, K. Hand-Eye Calibration Using Dual Quaternions. International Journal Robotics Research, 18 (1999) : 286-298.

[11] Cuevas, E., Zaldivar, D., and Rojas, R. Kalman filter for vision tracking [Online]. (n.d.) Available from: http://page.mi.fu-berlin.de/~zaldivar/files/tr-b-05-12.pdf [2005, January 14]

[12] วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ. การควบคุมระบบพลศาสตร์.พิมพ์ครั้งที่ 2.กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.

[13] รัชทิน จันทร์เจริญ. การควบคุมแขนกลแบบผสมระหว่างภาพและแรง. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์

มหาวิทยาลัย, 2542.

[14] Rousseau, P., Desrochers, A., and Krouglicof, N. Machine Vision System for the Automatic Identification of Robot Kinematic Parameters. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 17, 6 (December 2001) : 972-978.

[15] Ravi, K., and Basu, A. An Active Technique for Piecewise Calibration of Robot Manipulators. Proceedings of the 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System : 501-506.

[16] Jain, R., Kasturi, R., and Schunck B.G. Machine Vision. Singapore : McGRAW-HILL, 1995.

[17] Intel Corporation. Open Source Computer Vision Library (Reference Manual) : December 2001

[18] Baker, H. Computer Graphics with OpenGL. Third Edition. USA : Pearson Prentice Hall, 2004.

[19] Glosh, B.K., Xi, N., Tarn, and T.J. Control in Robotics and Automation Sensor-Based Integration. Series in Engineering. : Academic Press, 1999.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

อุปกรณ์ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์

อุปกรณ์ที่ใช้ประกอบด้วยอุปกรณ์หลักๆ ดังต่อไปนี้

1. กล้องวีดีโอโปรเกรซีฟสแกนชนิดสีเทายี่ห้อ JAI รุ่น CV-A11 พร้อมเลนส์ อัตราเฟรม 30 Hz ขนาดความละเอียด 648×492 จุดภาพ

รูปที่ ก.1 กล้องวีดีโอโปรเกรซีฟสแกนชนิดสีเทายี่ห้อ JAI รุ่น CV-A11

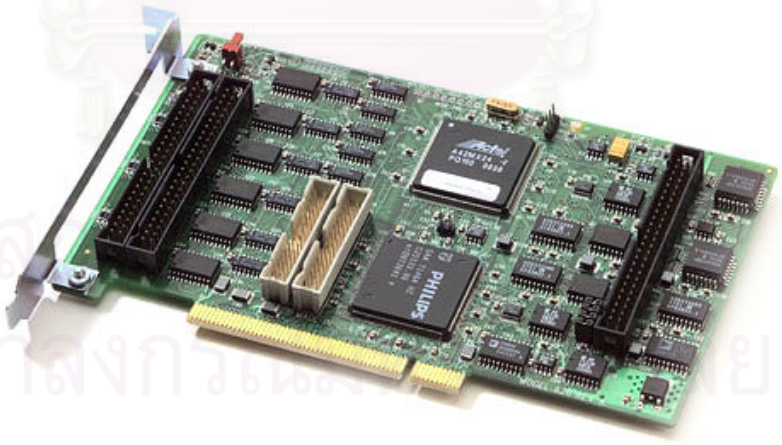
2. สายเคเบิลควบคุมกล้องผ่านทางพอร์ตอนุกรม RS-232-M-10 จำนวน 2 เส้นและสายเคเบิลเชื่อมสัญญาณแผ่นวงจรจับภาพและกล้องวีดีโอรุ่น OC-PC2C-V3H02 จำนวน 1 ชุด

รูปที่ ก.2 สายเคเบิลเชื่อมสัญญาณระหว่างแผ่นวงจรจับภาพ กล้องวีดีโอและคอมพิวเตอร์

3. แผ่นวงจรจับภาพรุ่น PC2-Vision ของบริษัท Coreco Imaging Inc. มีทั้งหมด 2 พอร์ต แต่ละพอร์ตสามารถรับภาพจากกล้องวีดีโอสีหรือกล้องวีดีโอขาวดำจำนวน 3 ตัว จำนวน 1 ชุด

รูปที่ ก.3 แผ่นวงจรจับภาพรุ่น PC2-Vision

4. แผ่นวงจรแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัล และสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อกรวมทั้งตัวนับ (counter) ยี่ห้อ Sensoray รุ่น 626 จำนวน 2 ชุด

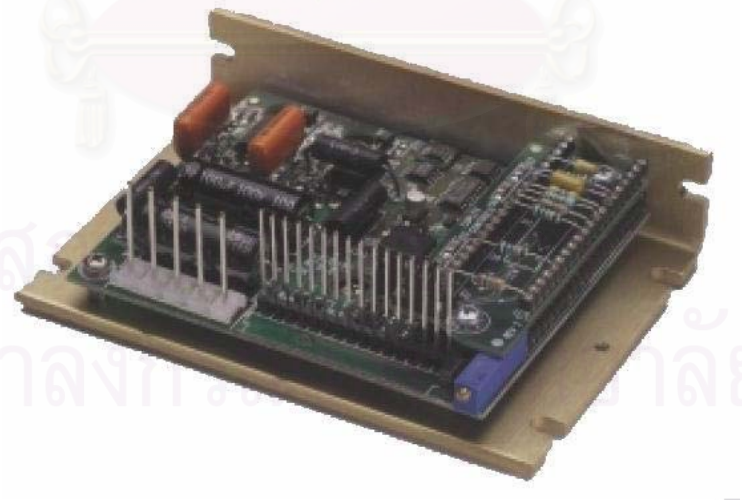


รูปที่ ก.4 แผ่นวงจรแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัลและสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อก

5. มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ยี่ห้อ Faulhabor พร้อมเฟืองทดอัตราส่วน 1 ต่อ 246 พร้อมอุปกรณ์วัดมุมยี่ห้อ HP รุ่น HEDL-5540 A14 ความละเอียด 500 พัลส์ต่อรอบ จำนวน 2 ชุด

รูปที่ ก.5 มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

6. ชุดขยายกระแสไฟฟ้าขับมอเตอร์กระแสตรง (DC Servo Motor Amplifier) ยี่ห้อ Copley รุ่น 4122P สามารถจ่ายกระแสไฟฟ้าต่อเนื่องได้สูงสุด 10 แอมแปร์ จำนวน 2 ชุด



รูปที่ ก.6 ชุดขยายกระแสไฟฟ้าขับมอเตอร์กระแสตรง

ภาคผนวก ข

โปรแกรมประยุกต์ที่พัฒนาขึ้น

ข.1 การโปรแกรมแบบหลายเธรด (multithreaded programming)

ในระบบปฏิบัติวินโดวส์ตระกูลเอ็นทีซึ่งรวมถึงระบบปฏิบัติการวินโดวส์เอ็กซ์พี (Windows® XP) เป็นระบบปฏิบัติการ 32 บิต มีลักษณะการทำงานแบบหลายงาน (multitasking) กล่าวคือ สามารถทำให้โปรแกรมหลายโปรแกรมทำงานได้พร้อมกัน ระบบปฏิบัติการจะทำการแบ่งเวลาการประมวลผลของหน่วยประมวลผลกลาง (Central Processing Unit, CPU) ให้กับโปรแกรมต่างๆ อย่างเหมาะสม จนดูเสมือนว่าโปรแกรมเหล่านั้นทำงานได้พร้อมกัน

โดยทั่วไปโปรแกรมประยุกต์ที่ทำงานบนระบบปฏิบัติการวินโดวส์ จะถือเป็น 1 โปรเซส (process) โดยที่แต่ละโปรเซสยังสามารถแบ่งการทำงานออกเป็นส่วนย่อยได้อีกคือเธรด ทุกโปรเซสจะมีเธรดการทำงานอยู่อย่างน้อย 1 เธรด ซึ่งก็คือเธรดหลัก (primary thread)

โปรแกรมประยุกต์แบบหลายเธรด (multithreaded application) คือ โปรแกรมประยุกต์ที่มีการทำงานตั้งแต่ 2 เธรดขึ้นไป เมื่อทำการสร้างเธรดใหม่แล้วเริ่มทำงาน โปรแกรมจะมีลักษณะการทำงานแบบขนาน คือ มีหลายเส้นทางการทำงานเสมือนว่าทำงานพร้อมกัน แต่ที่จริงแล้วจะมีเพียงเธรดเดียวเท่านั้นที่กำลังถูกประมวลผล ณ ขณะเวลาหนึ่ง ยกเว้นกรณีที่คอมพิวเตอร์ที่ใช้เป็นชนิดไฮเพอร์เธรดดิ้ง (hyper-threading) หรือมีหลายหน่วยประมวลกลางซึ่งอาจจะมีเธรด 2 เธรดที่สามารถทำงานพร้อมกันได้จริง ในบางงานการที่โปรแกรมมีหลายเธรดทำให้ประสิทธิภาพโดยรวมดีกว่ากรณีที่มีเธรดเดียว โปรแกรมประยุกต์โดยทั่วไปไม่จำเป็นต้องมีหลายเธรดขึ้นอยู่กับลักษณะของงานที่ต้องการจากโปรแกรม การเขียนโปรแกรมแบบหลายเธรดโดยใช้เอ็มเอฟซีไลบรารี (MFC library) จะแบ่งเธรดออกเป็น 2 ชนิด ได้แก่

1. เธรดส่วนติดต่อกับผู้ใช้ (user interface thread) จะเป็นเธรดที่จัดการเกี่ยวกับส่วนติดต่อกับผู้ใช้จำพวกหน้าต่าง ปุ่มกด กล่องข้อความ เป็นต้น ซึ่งจะมีลูปเมสเสจ (message loop) จัดการเกี่ยวกับเมสเสจที่เกี่ยวข้องกับวินโดวส์เหล่านี้แยกต่างหาก
2. เธรดทำงาน (worker thread) จะเป็นเธรดที่ทำงานอยู่เบื้องหลัง ส่วนใหญ่จะเกี่ยวกับงานด้านการคำนวณ เธรดชนิดนี้จะไม่มีลูปเมสเสจ

ข.2 การประสานเวลาเธรด (Thread Synchronization)

ในเอ็มเอฟซีไลบรารีมีการนำเสนอวัตถุประสานเวลา (synchronization object) ด้วยกัน 4 ชนิด ได้แก่ คริติคอลเซคชัน (Critical Section), มิวเทค (Mutex), อีเวนต์ (Event), เซมาฟอร์ (Semaphore) ซึ่งอยู่ในรูปแบบของคลาสในภาษาซีพลัสพลัส CCriticalSection, CMutex, CEvent, CSemaphore ตามลำดับ การใช้งานวัตถุประสานเวลาเหล่านี้จะทำให้เธรดหลายเธรด

สามารถทำงานได้สอดคล้องกัน รายละเอียดของการโปรแกรมสามารถศึกษาต่อได้จากคู่มือการเขียนโปรแกรมด้วย Microsoft Visual C++® ทั่วไป

ข.3 โอเพนซีวี (OpenCV)

เป็นผลิตภัณฑ์ซอฟต์แวร์ของบริษัทอินเทล คอร์เปอเรชัน ประเภทเปิดเผยรหัส (open source) ซึ่งเป็นซอฟต์แวร์ที่ไม่เสียค่าใช้จ่ายเมื่อนำมาใช้ในการวิจัย ถูกพัฒนาขึ้นโดยมีจุดประสงค์เพื่อเป็นซอฟต์แวร์พื้นฐาน สำหรับให้นักพัฒนาซอฟต์แวร์ใช้การพัฒนาซอฟต์แวร์ที่เกี่ยวกับการประมวลผลภาพและงานเกี่ยวกับทางด้านระบบการมองเห็น รุ่นปัจจุบันคือรุ่น 5.0 เบต้า สามารถเข้าไปดูรายละเอียดผ่านทางเครือข่ายอินเทอร์เน็ตและดาวน์โหลดซอฟต์แวร์ได้ที่ที่อยู่ดังต่อไปนี้ http://www.intel.com/technology/computing/opencv/

ข.4 โปรแกรมประยุกต์ที่พัฒนาขึ้น

โปรแกรมหลักนี้ถูกพัฒนาขึ้นด้วย Microsoft® Visual C++ รุ่น 6.0 ผู้วิจัยเริ่มจากการออกแบบส่วนติดต่อกับผู้ใช้ (user interface) ให้มีความง่ายต่อการใช้งาน โดยจะมีปุ่มคำสั่งด้านบนแสดงขั้นตอนการทำงานตามลำดับ หน้าต่างด้านขวามือจะแสดงรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนให้ผู้ใช้ทำการสั่งงานหรือเลือกตัวเลือก ทางด้านซ้ายของหน้าต่างหลักจะถูกแบ่งเป็นส่วนบนและส่วนล่าง โดยที่ส่วนบนจะแบ่งเป็นหน้าต่างย่อย 2 ส่วนจะทำหน้าที่แสดงภาพเคลื่อนไหวและภาพนิ่งจากกล้องทั้งสองตัวขึ้นกับว่าผู้ใช้กำลังทำงานอยู่ในขั้นตอนใด ส่วนล่างจะทำหน้าที่แสดงข้อมูลและรายละเอียดเพิ่มเติมในขั้นตอนนั้น

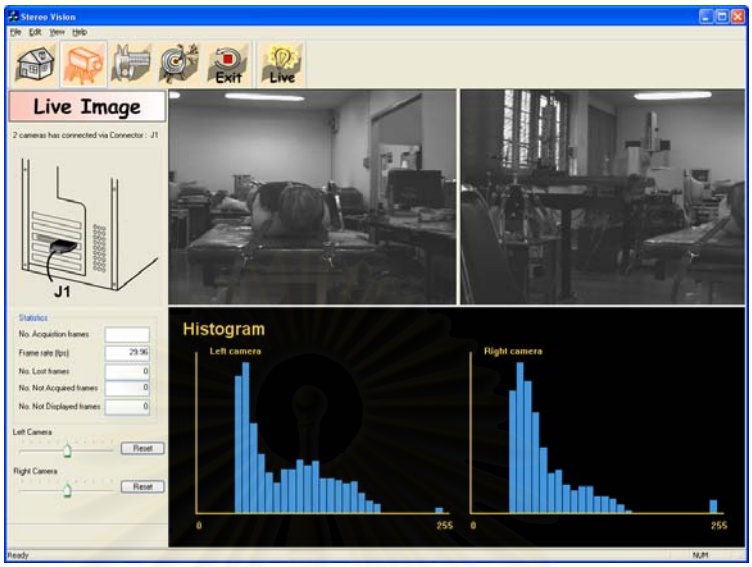
ข.4.1 ส่วนการต้อนรับ

เป็นส่วนแรกที่ผู้ใช้จะได้พบเมื่อเริ่มทำงานกับโปรแกรมจะเป็นส่วนที่แนะนำการใช้งานโปรแกรมอย่างคร่าวๆ รวมถึงทำการตรวจสอบความพร้อมของทรัพยากรของเครื่องก่อนทำงานในขั้นตอนถัดไป

ข.4.2 ส่วนการแสดงภาพสด

ส่วนการแสดงภาพสด (live) เป็นการแสดงภาพเมื่อกล้องทั้งสองทำงานโดยอิสระ ในส่วนนี้จะมีการรายงานอัตราเฟรมที่ถ่ายได้ โดยจะมีการแสดงผลฮิสโทแกรมของภาพจากกล้องทั้งสองเพื่อดูรายละเอียดของภาพ ในส่วนนี้เป็นส่วนที่ผู้ใช้จะทำการปรับตำแหน่งและทิศทางของกล้องทั้งสองให้ได้ภาพที่ครอบคลุมในช่วงใช้งานและได้ภาพที่เหมาะสม เช่น ความสว่างของภาพจะต้องปรับให้ไม่มืดหรือจ้าเกินไป โดยการควบคุมปริมาณแสงที่เข้าสู่กล้องโดยปรับขนาดรูกล้อง (aperture) หรือปรับเพิ่ม / ลดแสงสว่างที่ให้แก่สภาวะแวดล้อม ปรับความคมชัดของภาพโดยการปรับความยาวโฟกัสหรือเปลี่ยนเลนส์กล้อง เป็นต้น รวมถึงในขั้นตอน

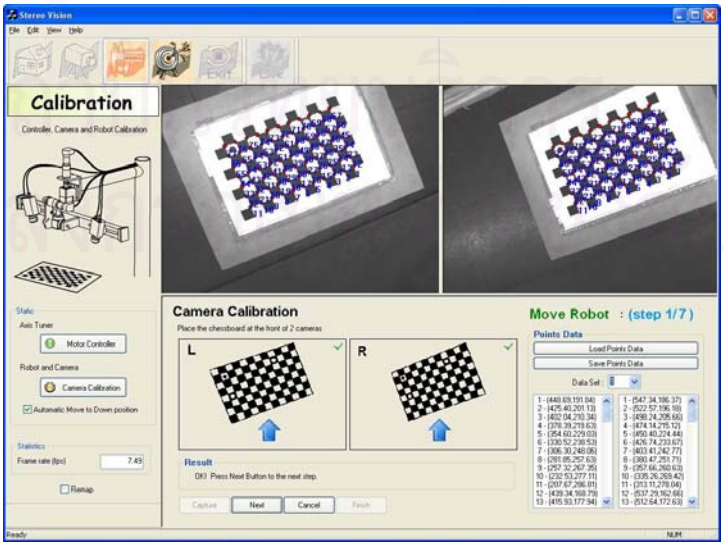
การสอบเทียบกล้องที่ต้องการให้กระดานสอบเทียบปรากฏอยู่บนภาพจากกล้องทั้งสองพร้อมกัน การแสดงผลภาพสดทำให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของภาพผลลัพธ์ที่จะได้ทันที



รูปที่ ข.1 โปรแกรมประยุกต์ในส่วนการแสดงภาพสด

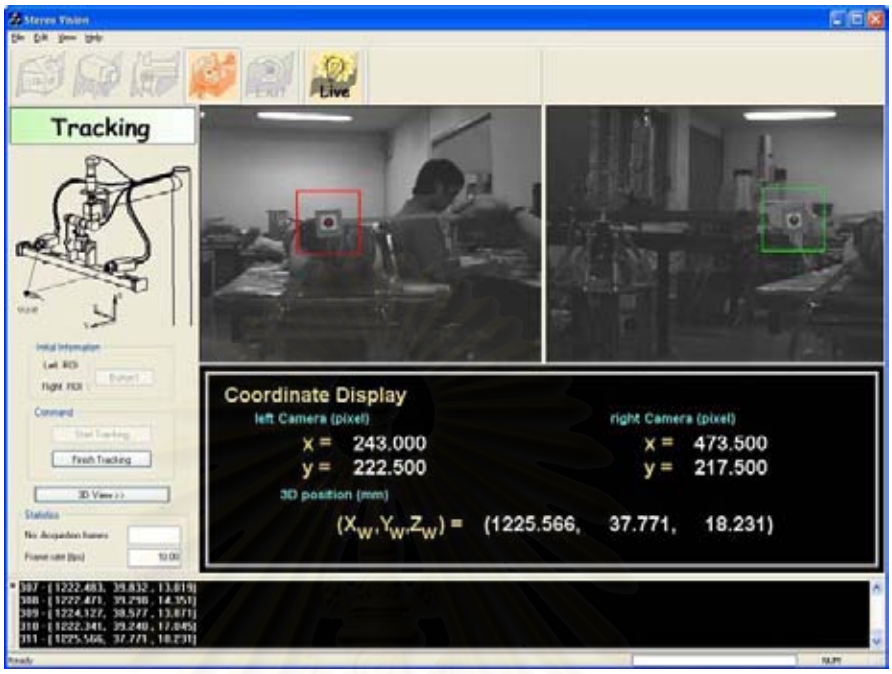
ข.4.3 ส่วนของการสอบเทียบกล้องและหุ่นยนต์

เมื่อเข้าสู่ส่วนของการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน ให้ผู้ใช้นำกระดานสอบเทียบวางไว้ด้านหน้ากล้อง แล้วทำการปรับรูกล้องเพื่อให้ความสว่างภาพอยู่ในระดับที่เหมาะสมแล้ว จะเข้าสู่ขั้นตอนการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน โดยการทำตามขั้นตอนที่แสดงไว้ในโปรแกรม เมื่อทำการถ่ายภาพเสร็จตามขั้นตอนแล้ว โปรแกรมจะคำนวณหาพารามิเตอร์ของกล้องและหุ่นยนต์พร้อมทั้งแสดงค่าพารามิเตอร์ในหน้าต่างแสดงผลพารามิเตอร์



รูปที่ ข.2 โปรแกรมประยุกต์ในส่วนของการสอบเทียบหุ่นยนต์และกล้องพร้อมกัน

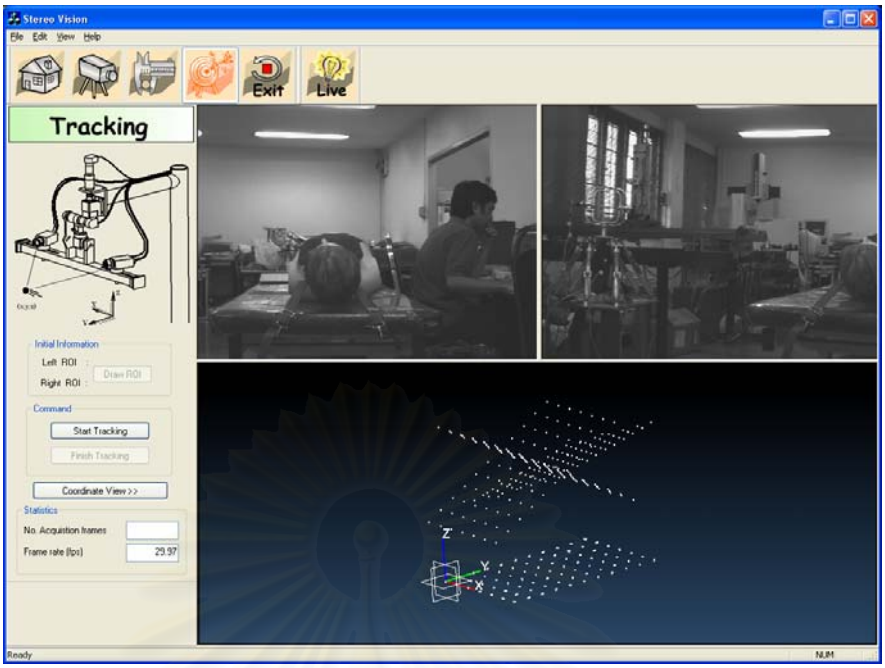
ข.4.4 ส่วนของการติดตามอนุภาคใน 3 มิติ



รูปที่ ข.3 โปรแกรมประยุกต์ในส่วนของการติดตามอนุภาคใน 3 มิติ

ในส่วนของการติดตามอนุภาค 3 มิติ ให้ทำการวางเป้าหมายให้อยู่ในตำแหน่งที่สามารถมองเห็นได้จากกล้องทั้งสองตัว เมื่อต้องการให้เริ่มทำการติดตามให้กดปุ่มคำสั่งเริ่มการติดตาม ซึ่งผู้ใช้อาจจะกำหนดตำแหน่งหน้าต่างค้นหาใหม่เริ่มต้นในการค้นหาเป้าหมายในภาพทั้งสองก่อนเริ่มคำสั่งติดตาม เมื่อโปรแกรมได้รับคำสั่งให้ทำการติดตามอนุภาคแล้วโปรแกรมจะทำการถ่ายภาพและบันทึกตำแหน่งมุมของข้อต่อหุ่นยนต์ ประมวลผลภาพเพื่อหาตำแหน่งของอนุภาค กำหนดหน้าต่างค้นหาใหม่ที่จะใช้ในรอบการคำนวณถัดไป และทำการคำนวณพิกัดตำแหน่งของอนุภาคใน 3 มิติ โดยอาศัยพารามิเตอร์ของกล้องทั้งสองและหุ่นยนต์ที่คำนวณได้ในขั้นตอนก่อนหน้านี้ จากพิกัดตำแหน่ง 3 มิติที่คำนวณจะถูกนำมาแปลงเป็นคำสั่งในการสั่งงานให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ติดตามวัตถุได้ เป็นวงวนเช่นนี้จนกว่าจะได้รับคำสั่งให้หยุดการติดตามจากผู้ใช้ พิกัด 3 มิติที่คำนวณได้จะถูกแสดงผลที่หน้าต่าง 2 ส่วน ส่วนแรกจะเป็นการแสดงตำแหน่งของอนุภาคที่ปรากฏบนภาพบนกล้องทั้งสองและพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้ ส่วนที่สองอยู่ด้านล่างจะแสดงผลเฉพาะพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้ตลอดระยะเวลาการติดตามอนุภาค

นอกจากนี้ยังสามารถให้โปรแกรมแสดงผลการคำนวณพิกัด 3 มิติในลักษณะกราฟิกด้วย โดยเปลี่ยนมุมมองการแสดงผลเป็นแบบ 3 มิติ ดังแสดงในรูปที่ ข.6 โดยจะแสดงผลข้อมูลจากการสอบเทียบและข้อมูลจากการติดตาม



รูปที่ ข.4 โปรแกรมประยุกต์ในส่วนของการแสดงผลการคำนวณพิกัด 3 มิติ ในลักษณะของกราฟิก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค

คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

ค.1 การหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear Minimization)

กำหนดให้มีสมการความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างค่าที่วัดกับค่าพารามิเตอร์

$$\mathbf{X} = \mathbf{f}(\mathbf{P}) \qquad \text{(ค.1.1)}$$

โดย $\mathbf{X}$ คือเวกเตอร์ของค่าวัด (measurement vector) ใน $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{P}$ คือเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ใน $\mathbb{R}^m$

ต้องการหาเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ $\hat{\mathbf{P}}$ ที่สามารถประมาณค่า $\mathbf{X}$ ได้ใกล้เคียงที่สุดหรือกล่าวอีกอย่างว่าต้องการหา $\hat{\mathbf{P}}$ ที่ทำให้ $\mathbf{X} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{P}}) - \boldsymbol{\varepsilon}$ โดย $\|\boldsymbol{\varepsilon}\|$ มีค่าน้อยที่สุด

แต่ก่อนอื่นขอกล่าวถึงการหาค่าเหมาะที่สุด (optimization) ของฟังก์ชันหลายตัวแปร โดยที่ต้องการหาค่าเหมาะที่สุดของฟังก์ชันค่าจริง $g(\mathbf{P})$ และสมมติว่าทราบค่าเริ่มต้นของเวกเตอร์พารามิเตอร์เป็น $\mathbf{P}_0$ เนื่องจากฟังก์ชัน $g(\mathbf{P})$ สามารถเขียนการกระจายอนุกรมของเทย์เลอร์รอบจุด $\mathbf{P}_0$

$$g(\mathbf{P}_0 + \boldsymbol{\Delta}) = g + g_{\mathbf{P}}\boldsymbol{\Delta} + \boldsymbol{\Delta}^{\mathbf{T}} g_{\mathbf{PP}}\boldsymbol{\Delta}/2 + \ldots \qquad \text{(ค.1.2)}$$

สัญลักษณ์ตัวห้อย $\mathbf{P}$ แทนการหาอนุพันธ์และแทนค่าที่จุด $\mathbf{P}_0$

เพื่อหาค่าเหมาะที่สุดของฟังก์ชัน $g(\mathbf{P})$ จะทำการหาอนุพันธ์ของ (ค.1.2) เทียบกับ $\boldsymbol{\Delta}$

$$0 = g_{\mathbf{P}} + g_{\mathbf{PP}}\boldsymbol{\Delta}$$

ทำให้ได้สมการอัพเดตค่าพารามิเตอร์ในแต่ละรอบทำซ้ำเป็น

$$g_{\mathbf{PP}}\boldsymbol{\Delta} = -g_{\mathbf{P}} \qquad \text{(ค.1.3)}$$

โดยที่ $g_{\mathbf{PP}}$ คือ เมทริกซ์ของอนุพันธ์อันดับสองของ g หรือเรียกว่าเฮสเซียน (Hessian) ของ g เมื่อทำการคำนวณหาคำตอบ $\boldsymbol{\Delta}$ แล้ว ทำการปรับค่าเวกเตอร์พารามิเตอร์ $\mathbf{P}$

$$\mathbf{P}_{i+1} = \mathbf{P}_i + \boldsymbol{\Delta}_i \qquad \text{(ค.1.4)}$$

จากค่าพารามิเตอร์ใหม่นี้จะถูกใช้เป็นค่าเริ่มต้นในรอบทำซ้ำต่อไป กระทำซ้ำจนกระทั่งค่า $\boldsymbol{\Delta}$ มีค่าน้อยกว่าค่าขีดแบ่งค่าหนึ่งซึ่งถือว่า $\mathbf{P}$ ในรอบทำซ้ำสุดท้ายเป็นพารามิเตอร์ที่ทำให้ $g(\mathbf{P})$ มีค่าเหมาะที่สุด ผลลัพธ์จากกระบวนการทำซ้ำอาจเป็นไปได้ทั้งการลู่เข้าและลู่ออก ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับค่าเริ่มต้น $\mathbf{P}_0$ โดยที่ถ้าค่าเริ่มต้น $\mathbf{P}_0$ มีค่าใกล้เคียง $\hat{\mathbf{P}}$ จะมีแนวโน้มที่จะลู่เข้ามาก

ต่อไปพิจารณาฟังก์ชันต้นทุนอีกแบบที่พบบ่อยในปัญหาการหาค่าต่ำสุดแบบไม่เชิงเส้น

$$g(\mathbf{P}) = \frac{1}{2}\|\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{P})\|^2 = \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{P})^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{P}) \qquad \text{(ค.1.5)}$$

$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{P})$ เป็นฟังก์ชันค่าเวกเตอร์ของตัวแปรพารามิเตอร์ $\mathbf{P}$ โดยเฉพาะกรณีที่ $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{P}) = \mathbf{f}(\mathbf{P}) - \mathbf{X}$ ดังนั้นสามารถคำนวณหาเวกเตอร์เกรเดียนต์ของฟังก์ชัน g ได้เป็น

$$g_{\mathbf{P}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{P}}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon} \qquad \text{(ค.1.6)}$$

แต่ว่า $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{P}} = \mathbf{f}_{\mathbf{P}} = \mathbf{J}$ โดยที่ $\mathbf{J}$ เป็นเมทริกซ์จาโคเบียนนิยามดังนี้

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial P_1} & \frac{\partial f_1}{\partial P_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial P_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial P_1} & \frac{\partial f_2}{\partial P_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial P_m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial P_1} & \frac{\partial f_n}{\partial P_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial P_m} \end{bmatrix} \qquad \text{(ค.1.7)}$$

นั่นคือจะได้

$$g_{\mathbf{P}} = \mathbf{J}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon} \qquad \text{(ค.1.8)}$$

และสามารถคำนวณเฮสเซียนได้โดยการหาอนุพันธ์ของ (ค.1.6) อีกครั้ง

$$\begin{aligned} g_{\mathbf{PP}} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{P}}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{P}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{PP}}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon} \\ &= \mathbf{J}^{\mathbf{T}}\mathbf{J} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{PP}}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \qquad \text{(ค.1.9)}$$

โดยที่ $g_{\mathbf{PP}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 g}{\partial p_1^{\,2}} & \frac{\partial^2 g}{\partial p_1 \partial p_2} & \cdots & \frac{\partial^2 g}{\partial p_1 \partial p_m} \\ \frac{\partial^2 g}{\partial p_2 \partial p_1} & \frac{\partial^2 g}{\partial p_2^{\,2}} & \cdots & \frac{\partial^2 g}{\partial p_2 \partial p_m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 g}{\partial p_m \partial p_1} & \frac{\partial^2 g}{\partial p_m \partial p_2} & \cdots & \frac{\partial^2 g}{\partial p_m^{\,2}} \end{bmatrix}$

วิธีการคำนวณเฮสเซียนตามสมการ (ค.1.9) แล้วแก้สมการ (ค.1.3) เพื่อปรับค่าพารามิเตอร์ คือ วิธีของนิวตัน สิ่งที่ยากในการคำนวณนี้คือการคำนวณเฮสเซียน $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{PP}}$

และภายใต้สมมติฐาน $\mathbf{f}(\mathbf{P})$ ฟังก์ชันเชิงเส้นอันเนื่องมาจากเมื่อพารามิเตอร์เข้าใกล้ค่าต่ำสุดแล้วเวกเตอร์ $\boldsymbol{\varepsilon}$ จะเกือบมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับเวกเตอร์พารามิเตอร์ $\mathbf{P}$ ซึ่งทำให้เทอม $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{PP}}$ มีค่าประมาณเป็นเมทริกซ์ศูนย์ได้ ดังนั้นจะได้ค่า

$$g_{\mathbf{PP}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{P}}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{P}} = \mathbf{J}^{\mathbf{T}}\mathbf{J} \qquad \text{(ค.1.10)}$$

วิธีนี้คือวิธีของเกาส์-นิวตันซึ่งเป็นการประมาณเฮสเซียนด้วยค่า $\mathbf{J}^{\mathbf{T}}\mathbf{J}$

สำหรับวิธีการลดลงตามวิถีที่ชันที่สุด จะทำการปรับค่าพารามิเตอร์ไปในทิศตรงข้ามกับทิศทางของเกรเดียนต์ซึ่งเป็นทิศทางที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าฟังก์ชันที่เร็วที่สุด ซึ่งจะได้

$$\lambda\boldsymbol{\Delta} = -g_{\mathbf{P}}$$

หรือเขียนอีกแบบได้เป็น $$\lambda\boldsymbol{\Delta} = -\mathbf{J}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon} \qquad \text{(ค.1.11)}$$

λ เป็นค่าที่บ่งบอกถึงขนาดของแต่ละรอบทำซ้ำว่าจะให้มีการปรับค่าไปมากหรือน้อยเพียงใด

โดยสรุปแล้วสามารถสรุป 3 วิธีในการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันค่าจริงได้ดังนี้

วิธีของนิวตัน : สมการการอัพเดต

$$\left(\mathbf{J}^{\mathbf{T}}\mathbf{J} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{PP}}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon}\right)\boldsymbol{\Delta} = -\mathbf{J}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon}$$

วิธีของเกาส์-นิวตัน : สมการการอัพเดต

$$\left(\mathbf{J}^{\mathbf{T}}\mathbf{J}\right)\boldsymbol{\Delta} = -\mathbf{J}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon}$$

วิธีการลดลงตามวิถีที่ชันที่สุด : สมการการอัพเดต

$$\lambda\boldsymbol{\Delta} = -\mathbf{J}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon}$$

ค.2 ขั้นตอนวิธีของเลเวนเบิร์ก-มาร์ควอด (Levenberg-Marquardt algorithm)

เป็นเทคนิคการคำนวณแบบทำซ้ำที่ใช้สำหรับหาค่าต่ำสุดเฉพาะที่ของฟังก์ชันที่สามารถเขียนในรูปของผลรวมของฟังก์ชันไม่เชิงเส้น และอาจมองว่าเป็นวิธีผสมระหว่างวิธีการลดลงตามวิถีที่ชันที่สุด (steepest descent) และวิธีของเกาส์ -นิวตัน (Gauss-Newton method) เมื่อคำตอบที่ได้ขณะนั้นอยู่ห่างจากคำตอบจริงแล้วขั้นตอนวิธีจะมีพฤติกรรมเหมือนวิธีการลดลงตามวิถีที่ชันที่สุด และเมื่อคำตอบที่ได้ขณะนั้นอยู่ใกล้คำตอบจริงขั้นตอนวิธีจะเปลี่ยนพฤติกรรมเป็นวิธีของเกาส์ -นิวตัน สมการการอัพเดตจะเป็น

$$\left(\mathbf{J}^{\mathbf{T}}\mathbf{J} + \lambda\mathbf{I}\right)\boldsymbol{\Delta} = -\mathbf{J}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\varepsilon} \qquad \text{(ค.2.1)}$$

โดยที่ค่า λ มีค่าเปลี่ยนแปลงไปแต่ละรอบทำซ้ำ โดยทั่วไปค่าเริ่มต้นจะมีค่า 0.001 เท่าของค่าเฉลี่ยของ $\mathbf{N} = \mathbf{J}^{\mathbf{T}}\mathbf{J}$ ค่า $\boldsymbol{\Delta}$ ที่คำนวณได้จะถูกนำไปปรับค่าพารามิเตอร์ใหม่

$$\mathbf{P}_{i+1} = \mathbf{P}_i + \boldsymbol{\Delta}_i \qquad \text{(ค.2.2)}$$

ถ้าค่าของ $\boldsymbol{\Delta}$ ที่คำนวณได้นำไปสู่การลดค่าผิดพลาด $\boldsymbol{\Delta}$ ที่คำนวณได้จะนำไปปรับค่าพารามิเตอร์ดังสมการที่ (ค.2.2) แล้วทำการหาร λ ด้วยค่าคงตัวค่าหนึ่งเช่น 10 เพื่อใช้ในการคำนวณรอบถัดไป แต่ถ้าค่าของ $\boldsymbol{\Delta}$ นำไปสู่การเพิ่มค่าผิดพลาด จะทำการคูณ λ ด้วย 10 แล้วจึงทำการแก้สมการ (ค.1.3) อีกครั้ง การที่ λ มีค่าน้อยๆ สมการ (ค.1.3) จะมีพฤติกรรมคล้ายวิธีของเกาส์-นิวตัน แต่เมื่อ λ มีค่ามาก สมการ (ค.1.3) จะมีพฤติกรรมคล้ายวิธีการลดลงตามวิถีที่ชันที่สุด

ค.3 การแยกค่าซิงกูลาร์ (singular value decomposition)

เมทริกซ์ $\mathbf{A}$ ขนาด $m \times n$ ที่มีสมาชิกเป็นจำนวนจริง สามารถทำการแยกค่าซิงกูลาร์เป็น

$$\mathbf{A} = \mathbf{UDV}^{\mathbf{T}} \qquad \text{(ค.3.1)}$$

โดย $\mathbf{U}$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $m \times m$

$\mathbf{D}$ เป็นเมทริกซ์ทแยงมุมขนาด $m \times n$ ซึ่งสมาชิกในแนวทแยงมุมเป็นค่าซิงกูลาร์ต่างๆ $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq ... \geq \sigma_n \geq 0$ ค่าลำดับชั้นของเมทริกซ์ $\mathbf{A}$ คือจำนวนค่าซิงกูลาร์ที่ไม่เป็นศูนย์

$\mathbf{V}$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $n \times n$

ค.3.1 การกำหนดเงื่อนไขบังคับเกี่ยวกับค่าลำดับชั้น

ตัวอย่างเช่น กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{bmatrix}$ เมื่อทำการแยกค่าซิงกูลาร์จะได้เป็น

$$A=\begin{bmatrix}-0.2148 & 0.8872 & 0.4082\\ -0.5206 & 0.2496 & -0.8165\\ -0.8263 & -0.3879 & 0.4082\end{bmatrix}\begin{bmatrix}16.8481 & 0 & 0\\ 0 & 1.0684 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-0.4797 & -0.7767 & -0.4082\\ -0.5724 & -0.0757 & 0.8165\\ -0.665 & 0.6253 & -0.4082\end{bmatrix}^T$$

หมายความว่าเมทริกซ์ $\mathbf{A}$ มีค่าลำดับชั้นเป็น 2 เพราะค่าซิงกูลาร์ที่ไม่เป็นศูนย์มีจำนวน 2 ตัว คือ 16.8481 และ 1.0684 ในทางกลับกันก็สามารถปรับเมทริกซ์ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของค่าลำดับชั้น ตัวอย่างเช่นเมทริกซ์มูลฐานจะต้องมีค่าลำดับชั้นน้อยกว่า 3 แต่จากความผิดพลาดเชิงตัวเลขในการคำนวณ จะทำให้เมทริกซ์มูลฐานที่ได้มีแนวโน้มจะมีค่าลำดับชั้นเท่ากับ 3 ซึ่งเมื่อทำการแยกค่าซิงกูลาร์ของเมทริกซ์นี้จะพบว่าค่าซิงกูลาร์ตัวสุดท้ายจะมีค่าใกล้เคียงศูนย์มาก ซึ่งจะสามารถทำการปรับให้เมทริกซ์นี้มีค่าลำดับชั้นเท่ากับ 2 ตามที่ควรจะเป็น ก็ให้ทำการแทนค่าซิงกูลาร์ตัวสุดท้ายด้วยศูนย์ แล้วทำการคูณกลับเพื่อให้ได้เมทริกซ์ที่มีความเหมาะสม

ค.3.2 แก้ระบบสมการเอกพันธุ์เชิงเส้น

สมมติว่าต้องการแก้ปัญหาระบบสมการเอกพันธุ์เชิงเส้น จำนวน m สมการซึ่งประกอบด้วยตัวแปรไม่รู้ค่าจำนวน n ตัว

$$\mathbf{Ax}=\mathbf{0} \qquad \text{(ค.3.2)}$$

โดยที่ $m\geq n-1$ เมื่อไม่สนใจคำตอบ $\mathbf{x}=\mathbf{0}$ แล้ว ค่าลำดับชั้นของเมทริกซ์ $\mathbf{A}$ จะต้องมีค่าน้อยกว่าหรือ $n-1$ ซึ่งคำตอบที่ได้จะมีค่าขึ้นอยู่กับสเกล และเมื่อค่าลำดับชั้นเท่ากับ $n-1$ จึงจะมีคำตอบ $\mathbf{x}$ เพียงคำตอบเดียว (ยังคงมีค่าขึ้นอยู่กับสเกล) แต่เนื่องจากผลของสัญญาณรบกวนและความผิดพลาดในการคำนวณเชิงตัวเลขและจากการวัดทำให้ในทางปฏิบัติเมทริกซ์ $\mathbf{A}$ มีแนวโน้มที่จะมีค่าลำดับชั้นเท่ากับ n ในกรณีนี้จะเป็นการแก้หาคำตอบที่ให้ค่าผิดพลาดกำลังสองน้อยสุด ซึ่งคำตอบของปัญหานี้จะมีค่าเป็นสัดส่วนกับเวกเตอร์เจาะจงของเมทริกซ์ $\mathbf{A^TA}$ ที่สอดคล้องกับค่าเจาะจงที่มีค่าเท่ากับน้อยที่สุด การหาคำตอบด้วยวิธีนี้จะมีความผิดพลาดจากการปัดเศษ เนื่องจากจะต้องคำนวณ $\mathbf{A^TA}$ ก่อนแล้วทำการแยกค่าเจาะจงอีกครั้ง อีกวิธีที่เทียบเท่ากันคือ คำตอบที่ได้จากการแยกค่าซิงกูลาร์ ซึ่งคำตอบจะตรงกับเวกเตอร์สดมภ์สุดท้ายของเมทริกซ์ $\mathbf{V}$ ที่ได้จากการแยกค่าซิงกูลาร์ของเมทริกซ์ $\mathbf{A}=\mathbf{UDV}^T$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ที่สอดคล้องกับค่าซิงกูลาร์ตัวที่มีค่าน้อยที่สุด คำตอบที่ได้ตามวิธีนี้จะเป็นคำตอบของการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน $\|\mathbf{Ax}\|$ ภายใต้ข้อบังคับ $\|\mathbf{x}\|=1$ และเป็นการหาคำตอบจากเมทริกซ์ $\mathbf{A}$ โดยตรงทำให้ลดปัญหาการปัดเศษนี้ได้

ภาคผนวก ง

ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวครั้งที่ 1

ตารางที่ ง.1 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 1

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 2 มิติ (มิลลิเมตร)			จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 3 มิติ (มิลลิเมตร)			ค่าผิดพลาด 3 มิติ ในกรณีที่ 1 (มิลลิเมตร)	ค่าผิดพลาด 3 มิติ ในกรณีที่ 2 (มิลลิเมตร)
กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z	X	Y	Z		
(411.59, 177.78)	(507.85, 172.13)	119.96	200.17	0.19	119.80	200.08	0.03	0.252	0.217
(387.54, 185.99)	(483.20, 180.81)	120.01	180.04	0.06	119.88	180.00	-0.02	0.074	0.124
(363.34, 194.20)	(458.82, 189.32)	120.00	159.98	0.05	119.90	159.98	0.04	0.052	0.105
(338.99, 202.39)	(434.72, 197.70)	119.96	139.97	0.14	119.89	140.01	0.20	0.146	0.229
(314.43, 210.72)	(411.08, 206.04)	119.99	120.00	-0.09	119.94	120.08	0.04	0.086	0.105
(289.64, 219.18)	(387.56, 214.24)	119.99	99.97	-0.07	119.98	100.08	0.10	0.075	0.126
(264.52, 227.61)	(364.28, 222.37)	119.94	79.86	-0.21	119.96	79.99	-0.02	0.257	0.045
(239.54, 236.08)	(341.47, 230.33)	119.92	59.96	-0.13	119.97	60.10	0.06	0.158	0.116
(214.23, 244.68)	(318.82, 238.29)	119.93	39.92	-0.09	120.01	40.04	0.08	0.138	0.093
(188.84, 253.36)	(296.57, 246.06)	119.93	19.93	-0.09	120.04	20.02	0.03	0.134	0.051
(163.36, 261.98)	(274.65, 253.71)	119.89	-0.01	-0.04	120.03	0.01	0.00	0.113	0.035
(403.34, 154.14)	(499.08, 148.29)	99.92	200.24	0.25	99.78	200.16	0.08	0.356	0.280
(379.12, 162.30)	(474.43, 157.12)	99.97	180.04	0.13	99.87	180.00	0.03	0.140	0.136
(354.83, 170.32)	(450.23, 165.67)	99.91	160.03	-0.04	99.83	160.02	-0.08	0.104	0.189
(330.37, 178.53)	(426.26, 174.27)	99.95	139.99	-0.04	99.90	140.02	-0.01	0.069	0.107
(305.72, 186.73)	(402.62, 182.64)	99.90	120.01	-0.13	99.87	120.07	-0.04	0.160	0.151
(280.87, 195.09)	(379.25, 191.03)	99.93	99.99	-0.20	99.93	100.08	-0.07	0.208	0.130
(255.76, 203.43)	(356.04, 199.26)	99.87	79.93	-0.15	99.90	80.04	-0.01	0.209	0.109
(230.62, 211.83)	(333.36, 207.39)	99.86	59.98	-0.28	99.90	60.09	-0.15	0.319	0.196
(205.31, 220.40)	(310.73, 215.46)	99.87	39.96	0.04	99.94	40.06	0.15	0.137	0.167
(179.76, 229.02)	(288.54, 223.41)	99.88	19.92	-0.06	99.97	19.98	-0.01	0.157	0.039
(154.24, 237.56)	(266.69, 231.22)	99.84	0.00	0.10	99.95	-0.01	0.06	0.187	0.075
(394.85, 130.54)	(490.24, 124.62)	79.89	200.20	0.09	79.78	200.12	-0.10	0.247	0.271
(370.61, 138.52)	(465.64, 133.57)	79.93	180.01	0.15	79.84	179.97	0.02	0.165	0.165
(346.30, 146.50)	(441.57, 142.34)	79.94	160.00	0.05	79.87	160.00	-0.02	0.078	0.128
(321.79, 154.59)	(417.67, 150.92)	79.92	139.99	0.11	79.88	140.02	0.10	0.136	0.161
(297.14, 162.69)	(394.27, 159.51)	79.92	120.07	-0.09	79.90	120.13	-0.05	0.139	0.168
(272.19, 170.89)	(370.97, 167.95)	79.88	100.06	-0.16	79.89	100.13	-0.09	0.203	0.195
(246.95, 179.31)	(347.80, 176.40)	79.91	79.92	-0.09	79.93	80.01	-0.01	0.154	0.070
(221.74, 187.60)	(325.23, 184.59)	79.85	59.99	-0.27	79.89	60.07	-0.19	0.306	0.236
(196.32, 196.14)	(302.70, 192.84)	79.90	39.94	-0.02	79.95	40.01	0.02	0.118	0.052
(170.75, 204.59)	(280.62, 200.88)	79.85	19.95	-0.03	79.92	19.97	-0.06	0.157	0.108
(145.17, 213.23)	(258.88, 208.86)	79.90	0.01	0.11	79.97	-0.04	-0.03	0.151	0.057
(386.44, 106.94)	(481.42, 101.21)	59.95	200.19	0.11	59.85	200.11	-0.10	0.224	0.213
(362.21, 114.85)	(456.95, 110.28)	60.04	180.02	0.29	59.95	179.98	0.13	0.296	0.144
(337.81, 122.71)	(433.05, 119.08)	60.00	160.05	0.00	59.93	160.04	-0.10	0.048	0.132
(313.20, 130.68)	(409.27, 127.84)	59.98	140.02	-0.01	59.94	140.04	-0.06	0.027	0.098
(288.47, 138.74)	(385.84, 136.53)	60.00	120.05	0.01	59.97	120.10	-0.01	0.049	0.100
(263.42, 146.92)	(362.64, 145.13)	59.98	100.01	-0.11	59.98	100.07	-0.10	0.111	0.125
(238.23, 155.18)	(339.63, 153.64)	59.99	79.96	0.05	60.00	80.03	0.06	0.064	0.065
(212.92, 163.44)	(317.13, 162.00)	59.95	60.00	-0.12	59.97	60.06	-0.13	0.133	0.148
(187.43, 171.82)	(294.77, 170.38)	59.97	39.97	-0.01	59.99	40.00	-0.06	0.046	0.065
(161.77, 180.32)	(272.72, 178.57)	59.96	19.94	0.07	59.99	19.92	-0.07	0.099	0.105
(136.11, 188.75)	(251.08, 186.66)	59.95	0.03	0.20	59.97	-0.07	-0.06	0.211	0.096
(377.94, 83.40)	(472.58, 77.89)	40.01	200.14	0.08	39.91	200.06	-0.15	0.156	0.186
(353.65, 91.15)	(448.35, 87.06)	40.07	180.03	0.06	39.98	179.99	-0.14	0.095	0.140
(329.32, 98.96)	(424.42, 96.01)	40.11	160.03	0.24	40.04	160.03	0.08	0.263	0.097
(304.58, 106.77)	(400.77, 104.85)	40.04	140.00	0.08	39.99	140.02	-0.03	0.091	0.041
(279.78, 114.76)	(377.51, 113.66)	40.06	120.04	-0.04	40.02	120.08	-0.13	0.085	0.151
(254.74, 122.82)	(354.41, 122.42)	40.08	100.03	0.00	40.05	100.08	-0.07	0.082	0.115
(229.41, 130.99)	(331.51, 131.03)	40.04	79.95	-0.01	40.02	80.00	-0.08	0.066	0.083
(204.14, 139.23)	(309.07, 139.53)	40.06	60.03	0.10	40.05	60.06	-0.01	0.121	0.075
(178.52, 147.55)	(286.76, 148.04)	40.07	39.96	0.19	40.05	39.95	0.03	0.211	0.076
(152.88, 155.89)	(264.93, 156.38)	40.07	20.00	0.18	40.03	19.93	-0.08	0.190	0.110
(127.13, 164.38)	(243.35, 164.63)	40.11	0.06	0.38	40.06	-0.10	-0.02	0.402	0.118
(369.54, 59.73)	(463.73, 54.67)	20.05	200.12	0.30	19.94	200.05	0.06	0.328	0.098
(345.23, 67.42)	(439.60, 63.90)	20.13	180.03	0.36	20.03	179.99	0.13	0.383	0.129
(320.73, 75.08)	(415.88, 73.00)	20.12	160.04	0.21	20.03	160.03	0.00	0.243	0.047
(296.01, 82.82)	(392.33, 82.00)	20.11	140.02	0.22	20.03	140.03	0.04	0.244	0.057
(271.18, 90.67)	(369.20, 90.87)	20.10	120.10	0.10	20.03	120.13	-0.06	0.173	0.141
(246.06, 98.63)	(346.16, 99.72)	20.10	100.07	0.20	20.03	100.10	0.04	0.230	0.110
(220.59, 106.72)	(323.34, 108.50)	20.07	79.94	0.13	20.00	79.96	-0.05	0.158	0.067
(195.31, 114.91)	(301.08, 117.19)	20.13	60.04	0.18	20.06	60.04	-0.04	0.227	0.085
(169.62, 123.18)	(278.91, 125.74)	20.12	39.98	0.20	20.03	39.93	-0.10	0.238	0.126
(143.88, 131.47)	(257.14, 134.28)	20.15	19.99	0.23	20.04	19.86	-0.18	0.277	0.228
(118.12, 139.82)	(235.58, 142.65)	20.19	0.08	0.67	20.05	-0.15	0.09	0.698	0.181
(361.04, 36.06)	(454.91, 31.60)	0.06	200.10	0.38	-0.07	200.03	0.11	0.393	0.135
(336.59, 43.53)	(430.90, 40.90)	0.05	179.99	0.31	-0.07	179.96	0.03	0.312	0.088
(312.17, 51.14)	(407.29, 50.11)	0.13	160.04	0.42	0.00	160.03	0.14	0.436	0.146
(287.37, 58.76)	(383.86, 59.21)	0.09	140.01	0.36	-0.03	140.03	0.09	0.368	0.098
(262.48, 66.55)	(360.77, 68.23)	0.12	120.06	0.39	0.00	120.08	0.13	0.411	0.149
(237.31, 74.46)	(337.91, 77.17)	0.12	100.05	0.37	0.00	100.07	0.10	0.394	0.116
(211.78, 82.46)	(315.26, 86.11)	0.10	79.93	0.20	-0.03	79.92	-0.11	0.236	0.139
(186.42, 90.49)	(293.02, 94.76)	0.08	60.03	0.37	-0.07	59.99	0.00	0.380	0.068
(160.70, 98.67)	(270.93, 103.56)	0.13	39.97	0.50	-0.05	39.87	0.03	0.517	0.141
(134.92, 106.91)	(249.31, 112.22)	0.18	20.00	0.51	-0.04	19.81	-0.10	0.538	0.215
(109.03, 115.31)	(227.85, 120.71)	0.27	0.08	1.01	-0.01	-0.26	0.07	1.046	0.275

ตารางที่ ง.2 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 2

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 2 มิติ (มิลลิเมตร)			จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 3 มิติ (มิลลิเมตร)			ค่าผิดพลาด 3 มิติในกรณีที่ 1 (มิลลิเมตร)	ค่าผิดพลาด 3 มิติในกรณีที่ 2 (มิลลิเมตร)
กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z	X	Y	Z		
(414.26, 341.25)	(504.57, 338.38)	119.99	200.18	0.47	119.99	200.12	0.16	0.505	0.198
(390.32, 350.48)	(479.46, 346.43)	120.03	180.00	0.29	120.04	179.99	0.06	0.289	0.068
(366.24, 359.66)	(454.65, 354.26)	120.01	159.93	0.22	120.03	159.96	0.07	0.230	0.085
(342.03, 368.93)	(430.20, 361.88)	119.99	139.95	0.13	120.02	140.02	0.06	0.143	0.068
(317.53, 378.35)	(405.93, 369.50)	120.03	119.91	0.12	120.08	120.00	0.11	0.159	0.138
(292.77, 387.66)	(382.01, 376.93)	119.98	99.91	-0.09	120.05	100.02	-0.06	0.126	0.079
(267.75, 397.14)	(358.25, 384.30)	119.98	79.84	-0.14	120.08	79.94	-0.10	0.217	0.137
(242.73, 406.51)	(334.95, 391.44)	119.92	59.95	-0.15	120.05	60.03	-0.12	0.178	0.132
(217.46, 416.09)	(311.74, 398.58)	119.94	39.98	0.11	120.10	40.01	0.10	0.131	0.139
(191.95, 425.59)	(288.93, 405.55)	119.89	20.03	0.18	120.09	19.98	0.07	0.213	0.112
(166.37, 435.13)	(266.48, 412.41)	119.86	0.19	0.37	120.10	0.01	0.10	0.440	0.139
(404.65, 317.75)	(496.41, 314.17)	99.90	200.16	0.17	99.90	200.11	-0.14	0.254	0.202
(380.70, 326.91)	(471.39, 322.34)	99.97	179.96	0.10	99.98	179.96	-0.12	0.110	0.124
(356.69, 335.96)	(446.77, 330.20)	99.95	159.96	0.13	99.96	160.00	0.00	0.144	0.037
(332.39, 345.20)	(422.41, 338.03)	99.99	139.93	0.04	100.02	140.01	0.00	0.086	0.020
(307.88, 354.34)	(398.35, 345.65)	99.95	119.95	-0.06	99.98	120.06	-0.04	0.092	0.072
(283.13, 363.60)	(374.50, 353.29)	99.96	99.94	-0.07	100.01	100.06	-0.01	0.102	0.065
(258.11, 372.92)	(350.85, 360.65)	99.90	79.91	-0.03	99.98	80.03	0.04	0.139	0.058
(232.98, 382.24)	(327.63, 367.96)	99.87	59.96	-0.10	99.97	60.06	-0.03	0.168	0.077
(207.59, 391.64)	(304.60, 375.28)	99.88	39.95	-0.07	100.00	40.00	-0.05	0.146	0.049
(182.12, 401.16)	(281.89, 382.39)	99.90	20.02	0.13	100.04	19.99	0.06	0.168	0.071
(156.46, 410.54)	(259.57, 389.32)	99.83	0.16	0.21	100.00	0.00	-0.02	0.311	0.023
(395.28, 294.42)	(488.29, 290.23)	79.94	200.18	0.22	79.97	200.14	-0.07	0.290	0.155
(371.32, 303.39)	(463.42, 298.39)	79.97	180.02	0.20	79.99	180.03	0.02	0.207	0.033
(347.23, 312.37)	(438.93, 306.39)	79.98	159.99	0.17	80.01	160.04	0.08	0.175	0.088
(322.76, 321.36)	(414.66, 314.29)	79.94	139.92	-0.04	79.97	140.00	-0.06	0.114	0.070
(298.29, 330.47)	(390.75, 322.10)	79.97	119.96	-0.04	80.01	120.08	0.00	0.065	0.078
(273.49, 339.60)	(367.07, 329.71)	79.93	99.97	-0.15	79.98	100.11	-0.07	0.167	0.128
(248.39, 348.83)	(343.54, 337.32)	79.93	79.89	-0.18	79.99	80.03	-0.08	0.219	0.084
(223.31, 358.05)	(320.46, 344.74)	79.92	59.99	-0.13	79.99	60.10	-0.04	0.151	0.108
(197.83, 367.41)	(297.54, 352.15)	79.93	39.93	-0.17	80.02	40.00	-0.13	0.198	0.135
(172.31, 376.72)	(274.98, 359.36)	79.90	20.01	-0.06	80.00	19.99	-0.11	0.116	0.114
(146.59, 386.09)	(252.65, 366.47)	79.88	0.08	0.18	80.00	-0.05	-0.02	0.232	0.058
(385.78, 271.09)	(480.20, 266.45)	59.96	200.16	0.10	60.00	200.13	-0.17	0.191	0.211
(361.77, 279.93)	(455.39, 274.71)	59.99	179.97	0.19	60.03	179.98	0.02	0.192	0.042
(337.67, 288.72)	(431.13, 282.80)	59.98	159.99	0.04	60.02	160.05	-0.03	0.047	0.063
(313.23, 297.66)	(406.96, 290.78)	59.98	139.92	-0.01	60.02	140.02	-0.01	0.087	0.025
(288.69, 306.60)	(383.27, 298.64)	59.98	119.99	-0.18	60.02	120.11	-0.13	0.187	0.171
(263.81, 315.70)	(359.62, 306.49)	60.00	99.91	-0.20	60.05	100.06	-0.11	0.222	0.132
(238.69, 324.77)	(336.28, 314.19)	59.97	79.86	-0.33	60.02	80.01	-0.22	0.363	0.226
(213.56, 333.87)	(313.33, 321.72)	59.96	59.94	-0.30	60.02	60.07	-0.21	0.308	0.218
(188.20, 343.16)	(290.54, 329.23)	60.02	39.96	-0.12	60.08	40.04	-0.07	0.127	0.114
(162.55, 352.43)	(268.08, 336.59)	60.01	19.95	-0.15	60.07	19.95	-0.19	0.154	0.210
(136.84, 361.60)	(245.89, 343.73)	59.93	0.06	0.12	59.99	-0.06	-0.08	0.152	0.098
(376.35, 247.80)	(472.06, 242.92)	40.03	200.11	0.20	40.09	200.09	-0.05	0.231	0.139
(352.35, 256.49)	(447.57, 251.30)	40.08	180.00	0.07	40.14	180.03	-0.08	0.107	0.160
(328.23, 265.26)	(423.37, 259.46)	40.12	159.99	0.11	40.17	160.06	0.05	0.162	0.190
(303.74, 273.98)	(399.42, 267.54)	40.07	139.95	-0.10	40.12	140.06	-0.08	0.128	0.156
(279.16, 282.82)	(375.72, 275.48)	40.06	119.97	-0.07	40.11	120.11	0.00	0.100	0.153
(254.35, 291.70)	(352.35, 283.41)	40.07	99.99	-0.17	40.12	100.15	-0.07	0.185	0.202
(229.10, 300.73)	(329.08, 291.25)	40.06	79.86	-0.34	40.10	80.02	-0.23	0.372	0.253
(203.98, 309.71)	(306.28, 298.84)	40.03	59.97	-0.31	40.06	60.10	-0.22	0.315	0.253
(178.49, 318.92)	(283.52, 306.48)	40.08	39.90	-0.12	40.11	39.99	-0.08	0.175	0.139
(152.90, 328.07)	(261.25, 313.92)	40.07	19.96	-0.11	40.09	19.96	-0.17	0.140	0.198
(127.26, 337.26)	(239.20, 321.34)	40.13	0.08	0.26	40.14	-0.03	0.05	0.305	0.155
(366.93, 224.46)	(464.02, 219.53)	20.05	200.11	0.25	20.14	200.10	0.02	0.280	0.170
(342.86, 233.07)	(439.61, 227.94)	20.09	179.96	0.17	20.17	180.00	0.03	0.192	0.168
(318.70, 241.62)	(415.65, 236.23)	20.10	159.99	0.01	20.17	160.07	-0.04	0.103	0.187
(294.33, 250.27)	(391.78, 244.42)	20.14	139.97	0.15	20.20	140.09	0.17	0.204	0.275
(269.66, 259.03)	(368.36, 252.45)	20.12	120.00	-0.16	20.17	120.15	-0.09	0.194	0.241
(244.71, 267.76)	(345.02, 260.46)	20.08	99.95	-0.26	20.12	100.11	-0.17	0.278	0.235
(219.56, 276.68)	(321.84, 268.38)	20.10	79.86	-0.15	20.13	80.02	-0.05	0.226	0.139
(194.42, 285.60)	(299.22, 276.11)	20.10	59.97	-0.20	20.11	60.11	-0.13	0.227	0.202
(168.89, 294.63)	(276.61, 283.82)	20.11	39.91	-0.06	20.11	40.00	-0.04	0.156	0.120
(143.27, 303.64)	(254.39, 291.43)	20.11	19.94	0.05	20.09	19.94	-0.03	0.141	0.116
(117.51, 312.77)	(232.49, 298.92)	20.15	0.00	0.22	20.10	-0.11	-0.03	0.262	0.154
(357.43, 201.19)	(456.02, 196.33)	0.04	200.07	0.15	0.14	200.08	-0.08	0.173	0.180
(333.41, 209.55)	(431.76, 204.77)	0.05	179.97	0.21	0.14	180.02	0.08	0.220	0.161
(309.27, 218.02)	(407.92, 213.17)	0.11	159.99	0.16	0.19	160.08	0.11	0.189	0.230
(284.70, 226.53)	(384.25, 221.38)	0.05	139.93	-0.07	0.12	140.06	-0.06	0.111	0.144
(260.19, 235.12)	(360.89, 229.54)	0.09	120.01	0.05	0.15	120.16	0.10	0.104	0.244
(235.22, 243.80)	(337.69, 237.61)	0.07	99.95	-0.06	0.10	100.12	0.02	0.097	0.162
(209.99, 252.60)	(314.64, 245.62)	0.06	79.84	-0.02	0.08	80.00	0.06	0.177	0.100
(184.81, 261.40)	(292.17, 253.47)	0.06	59.93	-0.14	0.06	60.07	-0.09	0.164	0.129
(159.31, 270.33)	(269.69, 261.30)	0.10	39.89	0.09	0.07	39.98	0.07	0.177	0.102
(133.64, 279.31)	(247.62, 268.99)	0.11	19.89	0.13	0.05	19.89	-0.01	0.201	0.118
(107.85, 288.32)	(225.79, 276.60)	0.15	-0.06	0.37	0.04	-0.19	0.07	0.402	0.207

ตารางที่ ง.3 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 3

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 2 มิติ (มิลลิเมตร)			จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 3 มิติ (มิลลิเมตร)			ค่าผิดพลาด 3 มิติในกรณีที่ 1 (มิลลิเมตร)	ค่าผิดพลาด 3 มิติในกรณีที่ 2 (มิลลิเมตร)
กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z	X	Y	Z		
(423.63, 253.32)	(519.58, 249.19)	120.05	200.16	0.65	120.31	200.04	0.04	0.671	0.312
(399.47, 245.54)	(494.59, 240.93)	120.08	180.02	0.54	120.32	179.95	0.03	0.549	0.323
(375.27, 237.62)	(470.03, 232.76)	120.02	160.02	0.50	120.26	159.99	0.08	0.496	0.268
(350.75, 229.68)	(445.73, 224.67)	120.00	139.98	0.29	120.22	140.00	-0.04	0.293	0.225
(326.25, 221.71)	(421.68, 216.77)	120.00	120.05	0.51	120.21	120.11	0.25	0.510	0.350
(301.31, 213.71)	(397.97, 208.98)	120.03	100.06	0.23	120.24	100.15	0.03	0.235	0.280
(276.18, 205.53)	(374.41, 201.20)	120.01	79.98	0.20	120.20	80.10	0.04	0.202	0.233
(251.08, 197.38)	(351.40, 193.55)	119.97	60.09	0.06	120.15	60.22	-0.09	0.114	0.284
(225.60, 189.19)	(328.39, 186.06)	120.02	40.03	0.10	120.19	40.16	-0.05	0.107	0.252
(200.14, 180.82)	(305.84, 178.61)	119.96	20.07	0.14	120.12	20.17	-0.05	0.164	0.207
(174.53, 172.54)	(283.57, 171.28)	119.95	0.13	0.28	120.10	0.17	0.01	0.309	0.193
(431.45, 229.61)	(528.14, 224.98)	99.93	200.18	0.45	100.21	200.05	-0.05	0.487	0.221
(407.36, 221.73)	(502.98, 216.88)	99.98	179.99	0.46	100.25	179.92	0.04	0.456	0.265
(383.24, 213.76)	(478.38, 208.81)	99.94	160.01	0.31	100.19	159.98	-0.01	0.316	0.191
(358.78, 205.72)	(453.92, 200.92)	99.95	139.95	0.17	100.19	139.97	-0.06	0.187	0.200
(334.36, 197.67)	(429.89, 193.15)	99.94	120.06	0.20	100.17	120.12	0.05	0.220	0.209
(309.53, 189.59)	(405.97, 185.43)	99.96	100.03	0.16	100.18	100.12	0.06	0.167	0.225
(284.43, 181.29)	(382.46, 177.70)	99.87	79.96	-0.20	100.07	80.07	-0.25	0.239	0.275
(259.42, 173.06)	(359.22, 170.31)	99.90	60.05	-0.08	100.08	60.18	-0.11	0.138	0.224
(234.14, 164.74)	(336.23, 162.87)	99.86	40.06	-0.04	100.02	40.18	-0.09	0.161	0.200
(208.63, 156.49)	(313.47, 155.58)	99.90	20.03	0.02	100.05	20.12	-0.06	0.107	0.142
(183.15, 148.10)	(291.23, 148.46)	99.88	0.13	0.00	100.00	0.16	-0.14	0.178	0.218
(439.16, 206.13)	(536.51, 200.78)	79.93	200.11	0.43	80.24	199.98	0.04	0.446	0.242
(415.20, 198.14)	(511.38, 192.78)	79.95	180.00	0.31	80.24	179.92	0.00	0.318	0.250
(391.13, 190.08)	(486.57, 184.90)	79.95	159.96	0.32	80.23	159.93	0.10	0.328	0.258
(366.79, 181.94)	(462.13, 177.16)	79.94	139.96	0.06	80.20	139.97	-0.08	0.090	0.222
(342.38, 173.82)	(437.96, 169.46)	79.94	120.01	0.04	80.18	120.06	-0.02	0.077	0.191
(317.67, 165.57)	(414.08, 161.86)	79.90	100.02	-0.13	80.12	100.10	-0.14	0.169	0.212
(292.66, 157.30)	(390.26, 154.37)	79.92	79.92	-0.11	80.12	80.03	-0.07	0.161	0.147
(267.76, 148.98)	(367.07, 146.99)	79.86	60.03	-0.19	80.04	60.15	-0.13	0.235	0.206
(242.49, 140.61)	(343.91, 139.75)	79.87	39.99	-0.14	80.03	40.11	-0.08	0.187	0.140
(217.10, 132.25)	(321.15, 132.63)	79.89	20.00	-0.15	80.02	20.09	-0.13	0.191	0.159
(191.63, 123.75)	(298.66, 125.61)	79.87	0.03	0.02	79.97	0.06	-0.03	0.137	0.075
(446.76, 182.73)	(544.86, 176.61)	59.96	200.05	0.30	60.29	199.91	0.03	0.303	0.309
(422.84, 174.68)	(519.57, 168.73)	60.01	179.89	0.25	60.32	179.81	0.05	0.274	0.379
(398.93, 166.58)	(494.76, 161.01)	60.03	159.91	0.24	60.32	159.88	0.11	0.255	0.362
(374.63, 158.41)	(470.23, 153.35)	60.02	139.89	-0.09	60.30	139.90	-0.14	0.144	0.343
(350.42, 150.19)	(446.05, 145.78)	59.99	120.01	-0.03	60.25	120.06	-0.01	0.035	0.252
(325.74, 141.82)	(421.95, 138.39)	59.99	99.95	-0.08	60.22	100.03	0.00	0.098	0.226
(300.85, 133.45)	(398.19, 131.00)	59.96	79.90	-0.26	60.16	80.00	-0.13	0.280	0.209
(276.04, 125.12)	(374.76, 123.77)	59.96	59.99	-0.06	60.14	60.11	0.09	0.070	0.199
(250.81, 116.68)	(351.61, 116.65)	59.95	39.94	-0.22	60.09	40.05	-0.07	0.230	0.126
(225.54, 108.22)	(328.70, 109.68)	59.96	19.95	-0.08	60.07	20.03	0.03	0.100	0.084
(200.19, 99.68)	(306.25, 102.77)	59.91	0.02	-0.07	59.97	0.03	-0.03	0.120	0.055
(454.33, 159.54)	(553.19, 152.44)	40.03	200.01	0.21	40.40	199.87	0.10	0.215	0.428
(430.59, 151.42)	(527.86, 144.64)	40.08	179.88	0.26	40.41	179.80	0.19	0.298	0.495
(406.70, 143.18)	(503.01, 137.07)	40.07	159.90	0.08	40.38	159.87	0.06	0.145	0.411
(382.59, 134.87)	(478.37, 129.52)	40.04	139.89	-0.04	40.33	139.90	0.02	0.126	0.347
(358.41, 126.57)	(454.06, 122.16)	40.05	119.97	0.01	40.32	120.02	0.13	0.061	0.341
(333.81, 118.26)	(430.00, 114.80)	40.04	99.95	-0.28	40.27	100.03	-0.11	0.290	0.295
(309.08, 109.71)	(406.04, 107.59)	40.01	79.88	-0.12	40.21	79.98	0.10	0.165	0.236
(284.28, 101.36)	(382.58, 100.50)	40.02	59.96	-0.14	40.19	60.07	0.09	0.146	0.220
(259.21, 92.82)	(359.31, 93.55)	40.01	39.93	-0.12	40.14	40.03	0.11	0.140	0.175
(233.96, 84.35)	(336.40, 86.70)	40.02	19.93	-0.21	40.10	19.99	-0.02	0.224	0.103
(208.65, 75.76)	(313.73, 80.02)	40.03	-0.04	-0.01	40.07	-0.04	0.10	0.053	0.129
(461.83, 136.43)	(561.50, 128.15)	20.05	199.96	0.08	20.45	199.81	0.14	0.102	0.509
(438.26, 128.21)	(536.16, 120.51)	20.09	179.88	0.16	20.45	179.80	0.23	0.215	0.547
(414.47, 119.88)	(511.21, 113.05)	20.09	159.88	0.04	20.42	159.85	0.15	0.156	0.472
(390.45, 111.54)	(486.50, 105.61)	20.07	139.87	-0.07	20.37	139.88	0.09	0.165	0.398
(366.34, 103.18)	(462.19, 98.40)	20.07	119.97	-0.21	20.34	120.02	0.00	0.226	0.339
(341.89, 94.68)	(437.88, 91.21)	20.08	99.91	-0.09	20.31	99.99	0.18	0.149	0.357
(317.21, 86.20)	(413.93, 84.06)	20.05	79.85	-0.15	20.24	79.95	0.14	0.219	0.288
(292.50, 77.66)	(390.38, 77.22)	20.06	59.91	-0.14	20.21	60.01	0.18	0.173	0.276
(267.47, 69.19)	(367.07, 70.40)	20.07	39.89	-0.27	20.18	39.97	0.03	0.303	0.185
(242.40, 60.56)	(344.00, 63.63)	20.05	19.89	-0.07	20.10	19.94	0.19	0.137	0.227
(217.14, 52.01)	(321.35, 57.13)	20.08	-0.07	-0.12	20.07	-0.09	0.06	0.160	0.134
(469.31, 113.35)	(569.73, 103.69)	-0.03	199.87	0.06	0.43	199.71	0.35	0.149	0.626
(445.82, 105.04)	(544.36, 96.23)	0.02	179.80	0.07	0.42	179.71	0.33	0.210	0.606
(422.20, 96.62)	(519.42, 88.81)	-0.03	159.84	-0.04	0.33	159.81	0.23	0.167	0.444
(398.36, 88.20)	(494.58, 81.57)	0.01	139.84	0.10	0.33	139.86	0.40	0.186	0.532
(374.27, 79.72)	(470.18, 74.49)	-0.01	119.90	-0.12	0.26	119.95	0.22	0.155	0.345
(349.91, 71.27)	(445.86, 67.46)	0.03	99.87	-0.12	0.26	99.94	0.25	0.181	0.370
(325.34, 62.66)	(421.77, 60.47)	0.01	79.79	-0.04	0.20	79.88	0.35	0.216	0.420
(300.70, 54.14)	(398.29, 53.66)	-0.05	59.87	-0.32	0.09	59.95	0.08	0.352	0.126
(275.81, 45.51)	(374.73, 47.07)	0.04	39.82	-0.06	0.12	39.90	0.33	0.187	0.362
(250.76, 36.87)	(351.66, 40.55)	0.04	19.82	-0.10	0.05	19.85	0.23	0.209	0.283
(225.57, 28.28)	(328.89, 34.11)	0.06	-0.17	-0.10	0.12	-0.08	0.95	0.207	0.965

ตารางที่ ง.4 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 4

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 2 มิติ (มิลลิเมตร)			จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 3 มิติ (มิลลิเมตร)			ค่าผิดพลาด 3 มิติในกรณีที่ 1 (มิลลิเมตร)	ค่าผิดพลาด 3 มิติในกรณีที่ 2 (มิลลิเมตร)
กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z	X	Y	Z		
(431.46, 454.33)	(511.54, 454.48)	120.10	200.12	0.02	120.06	200.25	0.14	0.157	0.290
(406.51, 447.37)	(486.54, 444.95)	120.12	179.95	0.09	120.12	180.13	0.04	0.164	0.183
(381.55, 440.30)	(462.10, 435.46)	120.08	159.94	0.04	120.10	160.18	-0.12	0.104	0.234
(356.47, 433.17)	(437.84, 426.07)	120.06	139.95	0.26	120.10	140.21	0.05	0.276	0.239
(331.19, 425.89)	(414.02, 416.78)	120.01	119.99	0.24	120.08	120.28	-0.02	0.243	0.291
(305.64, 418.65)	(390.49, 407.63)	120.04	100.01	0.07	120.14	100.31	-0.23	0.084	0.410
(279.88, 411.13)	(367.21, 398.46)	119.97	79.95	-0.02	120.10	80.26	-0.37	0.065	0.462
(254.25, 403.57)	(344.35, 389.48)	119.91	60.07	0.17	120.07	60.38	-0.24	0.204	0.452
(228.33, 395.99)	(321.70, 380.53)	119.88	40.08	0.33	120.09	40.38	-0.16	0.359	0.422
(202.21, 388.30)	(299.50, 371.73)	119.84	20.08	0.18	120.10	20.35	-0.42	0.250	0.549
(176.14, 380.44)	(277.64, 363.03)	119.75	0.15	0.30	120.06	0.37	-0.43	0.420	0.570
(438.33, 429.80)	(521.29, 430.35)	100.01	200.16	0.03	99.98	200.23	0.12	0.165	0.261
(413.48, 422.81)	(496.20, 420.91)	100.04	179.95	0.11	100.03	180.08	0.07	0.128	0.108
(388.73, 415.68)	(471.69, 411.60)	100.00	159.98	0.16	100.01	160.15	0.04	0.161	0.158
(363.58, 408.47)	(447.42, 402.42)	100.01	139.93	-0.05	100.03	140.13	-0.21	0.086	0.251
(338.50, 401.21)	(423.58, 393.30)	99.98	120.02	-0.04	100.03	120.25	-0.22	0.045	0.333
(313.19, 393.79)	(399.88, 384.26)	99.95	100.03	0.17	100.02	100.28	-0.04	0.184	0.285
(287.52, 386.26)	(376.58, 375.26)	99.89	79.96	-0.07	99.99	80.23	-0.32	0.138	0.392
(262.01, 378.66)	(353.63, 366.45)	99.84	60.07	0.13	99.97	60.34	-0.17	0.214	0.379
(236.16, 371.06)	(330.98, 357.63)	99.80	40.06	0.07	99.97	40.32	-0.29	0.218	0.433
(210.23, 363.33)	(308.59, 349.04)	99.80	20.06	0.22	100.00	20.31	-0.24	0.304	0.390
(184.25, 355.50)	(286.69, 340.49)	99.72	0.12	0.22	99.97	0.32	-0.36	0.373	0.483
(444.95, 405.62)	(530.83, 406.22)	80.05	200.10	0.00	80.02	200.11	0.08	0.108	0.135
(420.38, 398.52)	(505.75, 396.91)	80.04	179.96	0.20	80.03	180.02	0.17	0.207	0.172
(395.65, 391.38)	(481.25, 387.76)	80.01	159.97	-0.04	80.01	160.08	-0.13	0.048	0.151
(370.76, 384.06)	(456.90, 378.69)	79.97	139.95	0.00	80.00	140.09	-0.11	0.061	0.140
(345.75, 376.71)	(432.97, 369.74)	79.94	119.99	-0.05	79.99	120.16	-0.17	0.078	0.239
(320.52, 369.29)	(409.31, 360.91)	79.94	100.02	-0.12	80.00	100.22	-0.26	0.141	0.337
(295.12, 361.69)	(385.83, 352.12)	79.90	79.99	0.07	79.99	80.21	-0.08	0.124	0.224
(269.61, 354.09)	(362.91, 343.43)	79.84	60.04	-0.10	79.95	60.27	-0.29	0.189	0.397
(243.85, 346.42)	(340.13, 334.83)	79.82	39.98	-0.12	79.96	40.21	-0.37	0.213	0.431
(218.15, 338.61)	(317.78, 326.39)	79.77	20.05	0.03	79.94	20.27	-0.31	0.236	0.412
(192.31, 330.78)	(295.73, 318.01)	79.72	0.08	0.15	79.93	0.27	-0.30	0.327	0.411
(451.57, 381.62)	(540.39, 382.12)	60.07	200.10	-0.04	60.06	200.05	0.03	0.127	0.085
(427.09, 374.49)	(515.25, 373.02)	60.10	179.94	0.07	60.11	179.95	0.06	0.139	0.132
(402.57, 367.25)	(490.67, 364.05)	60.07	159.97	-0.01	60.09	160.02	-0.06	0.077	0.104
(377.81, 359.85)	(466.30, 355.14)	60.02	139.94	-0.01	60.05	140.03	-0.07	0.062	0.095
(352.96, 352.51)	(442.36, 346.40)	60.02	120.03	-0.10	60.07	120.15	-0.17	0.111	0.232
(327.79, 345.01)	(418.56, 337.64)	59.99	99.98	-0.14	60.05	100.12	-0.20	0.139	0.243
(302.50, 337.40)	(395.17, 329.02)	59.93	79.97	-0.24	60.02	80.14	-0.32	0.248	0.346
(277.24, 329.72)	(372.13, 320.50)	59.87	60.05	-0.10	59.98	60.24	-0.21	0.170	0.320
(251.58, 321.97)	(349.30, 312.16)	59.87	39.98	-0.19	60.00	40.18	-0.36	0.231	0.398
(225.90, 314.25)	(326.79, 303.78)	59.85	19.95	-0.07	60.01	20.14	-0.31	0.172	0.345
(200.24, 306.35)	(304.73, 295.61)	59.79	0.02	0.05	59.98	0.19	-0.29	0.214	0.345
(458.16, 357.81)	(549.74, 358.05)	40.15	200.05	0.22	40.16	199.94	0.31	0.270	0.355
(433.75, 350.61)	(524.67, 349.14)	40.16	179.92	0.05	40.18	179.87	0.07	0.185	0.231
(409.42, 343.35)	(500.08, 340.33)	40.14	159.98	0.00	40.17	159.97	-0.01	0.143	0.174
(384.82, 335.89)	(475.64, 331.55)	40.08	139.95	0.06	40.13	139.98	0.05	0.112	0.135
(360.11, 328.50)	(451.65, 322.95)	40.07	120.03	-0.02	40.13	120.10	-0.03	0.084	0.166
(335.14, 320.90)	(427.79, 314.41)	40.05	100.00	0.10	40.12	100.10	0.09	0.106	0.182
(309.86, 313.27)	(404.32, 305.88)	39.97	79.92	-0.19	40.07	80.04	-0.20	0.208	0.218
(284.67, 305.57)	(381.28, 297.60)	39.93	59.99	-0.26	40.04	60.13	-0.30	0.267	0.326
(259.28, 297.78)	(358.36, 289.40)	39.93	39.97	-0.05	40.06	40.13	-0.14	0.094	0.199
(233.71, 290.00)	(335.87, 281.30)	39.91	19.95	-0.12	40.06	20.11	-0.28	0.161	0.305
(208.10, 282.16)	(313.69, 273.25)	39.88	-0.05	-0.02	40.05	0.09	-0.27	0.130	0.293
(464.58, 334.21)	(559.21, 333.93)	20.15	200.05	0.06	20.19	199.88	0.17	0.171	0.284
(440.46, 326.90)	(534.11, 325.23)	20.17	179.97	0.11	20.21	179.86	0.16	0.208	0.302
(416.21, 319.54)	(509.40, 316.51)	20.13	159.96	0.11	20.18	159.90	0.14	0.177	0.251
(391.71, 312.10)	(485.02, 307.94)	20.09	139.96	-0.07	20.15	139.94	-0.04	0.116	0.169
(367.17, 304.58)	(460.94, 299.50)	20.06	120.02	0.00	20.14	120.03	0.04	0.068	0.154
(342.35, 296.97)	(437.08, 291.17)	20.05	100.02	0.02	20.15	100.07	0.07	0.058	0.176
(317.23, 289.30)	(413.50, 282.82)	19.99	79.92	-0.12	20.11	80.00	-0.07	0.143	0.128
(292.22, 281.57)	(390.38, 274.68)	19.96	60.00	-0.06	20.08	60.10	-0.03	0.072	0.134
(266.88, 273.79)	(367.47, 266.64)	19.94	39.94	-0.11	20.08	40.06	-0.12	0.137	0.161
(241.50, 265.98)	(344.96, 258.65)	19.89	19.93	-0.15	20.05	20.06	-0.23	0.196	0.242
(215.96, 258.07)	(322.73, 250.82)	19.86	-0.12	-0.16	20.03	-0.01	-0.33	0.246	0.333
(471.01, 310.63)	(568.51, 309.75)	0.08	200.00	0.21	0.16	199.78	0.36	0.231	0.449
(446.95, 303.37)	(543.40, 301.21)	0.14	179.91	0.10	0.21	179.75	0.17	0.189	0.371
(422.90, 295.86)	(518.69, 292.66)	0.06	159.92	0.15	0.14	159.80	0.21	0.181	0.321
(398.53, 288.39)	(494.24, 284.27)	0.04	139.91	0.01	0.13	139.83	0.08	0.102	0.231
(374.20, 280.79)	(470.20, 276.01)	-0.02	120.02	0.06	0.09	119.98	0.14	0.063	0.167
(349.45, 273.20)	(446.37, 267.78)	-0.06	99.99	-0.16	0.06	99.99	-0.06	0.171	0.087
(324.48, 265.44)	(422.66, 259.65)	-0.09	79.86	-0.11	0.05	79.90	-0.01	0.194	0.115
(299.62, 257.66)	(399.52, 251.68)	-0.14	59.94	-0.07	0.01	60.00	0.00	0.167	0.011
(274.45, 249.86)	(376.53, 243.79)	-0.15	39.89	-0.03	0.01	39.97	0.01	0.188	0.033
(249.20, 242.01)	(353.90, 236.11)	-0.13	19.87	0.05	0.04	19.96	0.03	0.186	0.061
(223.79, 234.16)	(331.65, 228.46)	-0.15	-0.18	-0.07	0.01	-0.13	-0.32	0.245	0.342

ตารางที่ ง.5 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 5

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 2 มิติ (มิลลิเมตร)			จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 3 มิติ (มิลลิเมตร)			ค่าผิดพลาด 3 มิติในกรณีที่ 1 (มิลลิเมตร)	ค่าผิดพลาด 3 มิติในกรณีที่ 2 (มิลลิเมตร)
กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z	X	Y	Z		
(531.71, 286.69)	(509.38, 284.64)	120.03	200.09	-0.08	119.94	200.23	-0.14	0.132	0.275
(499.99, 285.66)	(483.68, 282.69)	120.07	179.94	0.00	119.98	180.01	-0.10	0.096	0.102
(468.98, 284.63)	(459.20, 280.71)	120.07	160.01	0.09	119.99	160.03	-0.03	0.112	0.049
(438.25, 283.54)	(435.60, 278.86)	120.07	139.98	0.09	120.00	139.97	-0.03	0.120	0.042
(407.98, 282.51)	(412.84, 277.17)	120.13	120.03	0.21	120.07	119.99	0.08	0.246	0.109
(378.18, 281.46)	(391.09, 275.41)	120.12	100.07	0.15	120.08	100.00	0.03	0.207	0.085
(348.64, 280.36)	(369.94, 273.60)	120.07	80.01	0.20	120.05	79.92	0.07	0.209	0.120
(319.69, 279.31)	(349.77, 271.95)	120.07	60.01	0.09	120.06	59.88	-0.03	0.116	0.142
(291.25, 278.29)	(330.16, 270.47)	120.12	40.14	0.25	120.13	39.95	0.12	0.315	0.184
(263.18, 277.23)	(311.32, 268.86)	120.09	20.13	0.23	120.12	19.88	0.08	0.281	0.190
(235.64, 276.05)	(293.23, 267.42)	120.05	0.13	0.14	120.11	-0.22	-0.04	0.194	0.245
(532.76, 256.33)	(511.58, 252.94)	99.96	200.11	-0.10	99.88	200.23	-0.13	0.153	0.290
(501.14, 255.50)	(485.84, 251.62)	100.00	180.00	0.04	99.93	180.06	-0.03	0.044	0.099
(470.16, 254.57)	(461.37, 250.32)	100.00	160.06	0.06	99.93	160.07	-0.03	0.086	0.105
(439.39, 253.72)	(437.68, 249.07)	100.01	139.99	0.08	99.96	139.97	-0.02	0.084	0.052
(409.26, 252.86)	(415.03, 247.71)	99.97	120.09	0.12	99.93	120.04	0.02	0.153	0.087
(379.35, 252.11)	(393.11, 246.57)	100.03	100.05	0.11	99.99	99.97	0.01	0.119	0.029
(349.87, 251.21)	(372.01, 245.39)	100.00	79.99	0.07	99.99	79.89	-0.02	0.069	0.116
(321.00, 250.37)	(351.76, 244.31)	100.01	60.07	0.07	100.01	59.92	-0.03	0.095	0.084
(292.46, 249.47)	(332.18, 243.25)	99.99	40.04	0.04	100.01	39.84	-0.07	0.052	0.174
(264.41, 248.63)	(313.29, 242.21)	99.98	20.03	0.03	100.01	19.76	-0.09	0.046	0.252
(236.96, 247.76)	(295.19, 241.20)	99.95	0.08	-0.03	100.00	-0.27	-0.18	0.095	0.325
(533.65, 226.15)	(513.64, 221.43)	79.97	200.06	-0.12	79.91	200.18	-0.12	0.138	0.232
(502.13, 225.47)	(488.02, 220.61)	79.96	179.98	-0.09	79.91	180.03	-0.14	0.103	0.171
(471.17, 224.75)	(463.43, 219.90)	79.96	160.02	0.02	79.91	160.03	-0.04	0.053	0.105
(440.46, 224.19)	(439.78, 219.27)	80.02	139.95	-0.04	79.98	139.93	-0.11	0.060	0.133
(410.39, 223.49)	(417.06, 218.51)	79.98	120.08	0.07	79.95	120.02	0.00	0.112	0.058
(380.51, 222.79)	(395.18, 217.84)	79.94	100.00	-0.03	79.92	99.92	-0.10	0.071	0.155
(351.05, 222.27)	(374.04, 217.32)	80.01	79.94	-0.07	80.01	79.83	-0.14	0.090	0.223
(322.30, 221.53)	(353.75, 216.58)	79.92	60.11	0.05	79.93	59.95	-0.02	0.143	0.088
(293.74, 220.99)	(334.14, 216.10)	79.97	40.03	-0.03	79.99	39.82	-0.11	0.050	0.212
(265.79, 220.44)	(315.23, 215.51)	79.97	20.09	0.02	80.00	19.81	-0.08	0.094	0.202
(238.27, 219.74)	(297.01, 214.91)	79.91	0.09	0.00	79.94	-0.27	-0.13	0.129	0.306
(534.51, 196.07)	(515.63, 189.92)	59.97	200.03	-0.12	59.93	200.15	-0.08	0.124	0.183
(502.99, 195.58)	(490.02, 189.79)	59.97	179.91	-0.14	59.94	179.96	-0.16	0.174	0.178
(472.17, 195.23)	(465.45, 189.62)	60.02	160.01	0.00	59.99	160.02	-0.05	0.026	0.052
(441.53, 194.66)	(441.79, 189.53)	59.99	139.96	-0.05	59.97	139.93	-0.10	0.065	0.126
(411.50, 194.34)	(419.09, 189.46)	60.05	120.07	0.01	60.04	120.01	-0.05	0.089	0.061
(381.60, 193.81)	(397.15, 189.36)	60.01	99.95	-0.10	60.00	99.86	-0.15	0.111	0.205
(352.27, 193.43)	(375.98, 189.27)	60.03	79.97	-0.05	60.03	79.85	-0.10	0.065	0.188
(323.50, 193.05)	(355.65, 189.19)	60.04	60.09	0.03	60.05	59.92	-0.02	0.099	0.097
(295.10, 192.61)	(336.10, 189.05)	59.98	40.09	-0.04	60.00	39.87	-0.11	0.099	0.170
(267.13, 192.36)	(317.14, 188.97)	60.02	20.11	0.00	60.05	19.82	-0.08	0.113	0.200
(239.64, 191.85)	(298.76, 188.84)	59.95	0.18	0.17	59.98	-0.19	0.07	0.258	0.203
(535.31, 166.26)	(517.58, 158.58)	40.04	200.00	-0.13	40.01	200.13	-0.05	0.137	0.143
(503.89, 165.91)	(491.94, 159.18)	40.07	179.91	-0.10	40.05	179.97	-0.08	0.156	0.102
(473.07, 165.59)	(467.36, 159.54)	40.04	159.98	0.01	40.02	159.99	0.00	0.048	0.028
(442.52, 165.41)	(443.70, 160.01)	40.07	139.95	-0.01	40.06	139.92	-0.04	0.089	0.108
(412.55, 165.25)	(421.05, 160.45)	40.10	120.05	-0.03	40.10	119.99	-0.06	0.113	0.113
(382.75, 164.94)	(399.11, 160.80)	40.02	99.96	-0.12	40.03	99.86	-0.15	0.126	0.204
(353.40, 164.71)	(377.90, 161.31)	40.04	79.92	-0.10	40.05	79.79	-0.13	0.130	0.253
(324.70, 164.54)	(357.58, 161.64)	40.02	60.04	-0.03	40.03	59.87	-0.06	0.054	0.152
(296.34, 164.47)	(337.88, 162.11)	40.07	40.10	0.07	40.09	39.87	0.03	0.145	0.163
(268.36, 164.36)	(318.98, 162.48)	40.05	20.03	-0.04	40.07	19.72	-0.11	0.075	0.305
(240.95, 164.29)	(300.66, 162.88)	40.07	0.10	0.06	40.09	-0.30	-0.04	0.138	0.315
(536.01, 136.37)	(519.42, 127.34)	20.02	199.94	-0.14	20.02	200.10	0.00	0.158	0.097
(504.70, 136.37)	(493.74, 128.46)	20.10	179.90	-0.01	20.09	179.98	0.06	0.141	0.108
(473.88, 136.25)	(469.28, 129.47)	20.07	159.89	-0.09	20.06	159.91	-0.07	0.158	0.128
(443.50, 136.26)	(445.58, 130.48)	20.10	139.96	0.04	20.10	139.93	0.04	0.117	0.127
(413.58, 136.20)	(422.99, 131.47)	20.08	120.03	-0.06	20.08	119.96	-0.07	0.104	0.114
(383.83, 136.22)	(401.01, 132.42)	20.07	99.94	-0.13	20.08	99.83	-0.14	0.158	0.232
(354.54, 136.21)	(379.72, 133.35)	20.07	79.93	0.00	20.08	79.78	-0.02	0.100	0.232
(325.87, 136.27)	(359.40, 134.30)	20.09	60.02	0.02	20.10	59.83	0.00	0.091	0.200
(297.53, 136.37)	(339.67, 135.24)	20.12	40.06	0.12	20.13	39.81	0.09	0.181	0.252
(269.64, 136.42)	(320.71, 136.06)	20.08	20.04	0.12	20.09	19.72	0.07	0.146	0.300
(242.32, 136.54)	(302.50, 136.92)	20.07	0.11	0.10	20.08	-0.32	0.01	0.163	0.327
(536.56, 106.60)	(521.13, 96.12)	-0.06	199.81	-0.18	-0.05	200.00	0.06	0.270	0.076
(505.43, 106.69)	(495.57, 97.72)	-0.06	179.83	-0.04	-0.05	179.94	0.09	0.188	0.118
(474.69, 106.82)	(471.12, 99.43)	-0.03	159.83	-0.11	-0.03	159.87	-0.04	0.202	0.135
(444.34, 107.03)	(447.38, 100.96)	0.00	139.89	0.06	0.00	139.87	0.09	0.130	0.158
(414.51, 107.23)	(424.70, 102.49)	0.02	120.00	0.10	0.02	119.94	0.11	0.099	0.129
(384.86, 107.43)	(402.77, 103.98)	0.00	99.93	0.02	0.00	99.83	0.02	0.068	0.174
(355.62, 107.62)	(381.54, 105.46)	-0.02	79.88	0.04	-0.01	79.73	0.04	0.129	0.277
(327.02, 107.87)	(361.29, 106.80)	-0.06	59.94	-0.02	-0.06	59.74	-0.03	0.086	0.273
(298.68, 108.27)	(341.51, 108.29)	0.03	39.94	0.07	0.02	39.66	0.05	0.100	0.340
(270.96, 108.55)	(322.58, 109.56)	-0.01	20.03	0.14	-0.02	19.68	0.09	0.139	0.332
(243.58, 108.94)	(304.34, 110.95)	0.01	-0.03	0.02	-0.06	-0.68	-0.32	0.036	0.755

ตารางที่ ง.6 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 6

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 2 มิติ (มิลลิเมตร)			จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 3 มิติ (มิลลิเมตร)			ค่าผิดพลาด 3 มิติในกรณีที่ 1 (มิลลิเมตร)	ค่าผิดพลาด 3 มิติในกรณีที่ 2 (มิลลิเมตร)
กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z	X	Y	Z		
(472.70, 313.58)	(514.71, 311.58)	120.03	200.12	-0.26	120.45	199.30	-0.15	0.288	0.846
(452.93, 315.49)	(486.45, 312.51)	120.10	180.00	-0.21	120.46	179.28	-0.12	0.234	0.866
(432.54, 317.40)	(457.90, 313.37)	120.13	159.96	-0.13	120.43	159.32	-0.05	0.190	0.802
(411.48, 319.33)	(429.08, 314.15)	120.13	140.01	-0.08	120.37	139.46	-0.01	0.154	0.653
(389.51, 321.36)	(399.86, 314.85)	120.12	120.07	-0.16	120.30	119.60	-0.10	0.208	0.509
(366.80, 323.36)	(370.31, 315.60)	120.10	100.12	-0.17	120.23	99.74	-0.13	0.233	0.375
(343.18, 325.40)	(340.31, 316.44)	120.11	80.08	-0.14	120.19	79.77	-0.11	0.191	0.318
(318.68, 327.51)	(310.17, 317.17)	120.09	60.18	-0.27	120.13	59.95	-0.27	0.339	0.304
(293.34, 329.73)	(279.57, 317.83)	120.06	40.12	-0.15	120.06	39.95	-0.17	0.205	0.187
(266.97, 332.06)	(248.74, 318.53)	120.07	20.10	-0.15	120.03	19.99	-0.20	0.197	0.203
(239.61, 334.37)	(217.67, 319.26)	120.07	0.08	-0.15	119.99	0.01	-0.24	0.181	0.238
(471.25, 286.27)	(513.96, 283.39)	100.00	200.08	-0.08	100.43	199.31	0.02	0.114	0.813
(451.36, 287.60)	(485.64, 284.07)	100.01	179.93	-0.10	100.38	179.26	-0.01	0.120	0.829
(430.92, 288.97)	(457.26, 284.58)	99.97	160.07	-0.22	100.28	159.48	-0.14	0.235	0.602
(409.69, 290.45)	(428.37, 285.35)	100.04	140.09	-0.28	100.29	139.59	-0.21	0.300	0.546
(387.81, 291.81)	(399.21, 285.83)	99.97	120.15	-0.27	100.16	119.74	-0.20	0.307	0.364
(365.08, 293.42)	(369.58, 286.51)	100.02	100.11	-0.18	100.16	99.78	-0.12	0.210	0.297
(341.43, 294.82)	(339.55, 287.13)	99.98	80.04	-0.11	100.06	79.79	-0.07	0.114	0.230
(317.03, 296.48)	(309.47, 287.61)	99.96	60.15	-0.13	100.00	59.97	-0.11	0.199	0.118
(291.49, 298.17)	(278.83, 288.31)	100.01	40.08	-0.17	100.00	39.97	-0.18	0.186	0.179
(265.13, 299.76)	(248.09, 288.79)	99.96	20.11	-0.20	99.89	20.06	-0.24	0.237	0.266
(237.74, 301.49)	(217.06, 289.40)	99.97	0.10	-0.21	99.86	0.09	-0.28	0.234	0.325
(469.53, 258.84)	(513.12, 255.25)	79.93	200.10	-0.19	80.38	199.39	-0.08	0.226	0.723
(449.67, 259.78)	(484.86, 255.62)	79.94	179.98	-0.18	80.32	179.36	-0.08	0.191	0.718
(429.35, 260.68)	(456.41, 256.19)	79.99	159.96	-0.04	80.31	159.43	0.06	0.055	0.650
(408.15, 261.59)	(427.51, 256.51)	79.94	139.94	0.00	80.21	139.50	0.09	0.082	0.551
(386.25, 262.58)	(398.40, 257.07)	80.00	120.04	-0.02	80.20	119.68	0.06	0.041	0.385
(363.45, 263.55)	(368.80, 257.45)	79.98	100.03	-0.01	80.12	99.76	0.05	0.039	0.277
(339.61, 264.52)	(338.82, 257.83)	79.94	80.02	-0.18	80.03	79.83	-0.14	0.193	0.219
(315.27, 265.55)	(308.77, 258.39)	79.98	60.12	-0.13	80.01	60.01	-0.10	0.176	0.102
(289.71, 266.59)	(278.25, 258.72)	79.93	40.13	-0.26	79.91	40.08	-0.25	0.295	0.280
(263.33, 267.66)	(247.37, 259.28)	79.96	20.04	-0.13	79.89	20.04	-0.16	0.144	0.196
(235.84, 268.76)	(216.41, 259.58)	79.90	0.07	-0.28	79.78	0.11	-0.34	0.307	0.424
(467.99, 231.68)	(512.26, 227.25)	59.99	200.04	-0.03	60.46	199.39	0.09	0.047	0.773
(448.13, 232.26)	(484.01, 227.47)	60.05	179.90	0.00	60.45	179.34	0.11	0.110	0.806
(427.61, 232.55)	(455.61, 227.66)	59.98	159.99	-0.13	60.32	159.52	-0.02	0.128	0.576
(406.45, 233.01)	(426.76, 228.06)	60.04	139.97	-0.05	60.33	139.58	0.05	0.075	0.531
(384.53, 233.43)	(397.68, 228.36)	60.05	120.07	-0.08	60.27	119.77	0.01	0.115	0.353
(361.63, 233.79)	(368.12, 228.55)	59.98	100.09	-0.19	60.14	99.88	-0.12	0.213	0.218
(338.02, 234.35)	(338.23, 228.80)	60.00	80.07	-0.13	60.10	79.94	-0.07	0.147	0.138
(313.46, 234.67)	(308.04, 229.17)	59.98	60.08	-0.16	60.01	60.02	-0.13	0.180	0.130
(288.07, 235.33)	(277.55, 229.47)	60.04	40.05	-0.07	60.01	40.05	-0.06	0.093	0.083
(261.59, 235.73)	(246.74, 229.70)	59.97	20.00	-0.09	59.89	20.06	-0.10	0.090	0.163
(234.21, 236.32)	(215.80, 230.09)	60.02	0.00	-0.10	59.88	0.11	-0.15	0.099	0.222
(466.30, 204.57)	(511.25, 199.31)	40.05	199.93	0.06	40.54	199.34	0.20	0.107	0.877
(446.44, 204.59)	(483.14, 199.38)	40.08	179.90	0.00	40.51	179.40	0.13	0.130	0.795
(426.10, 204.48)	(454.72, 199.46)	40.08	159.87	0.16	40.44	159.46	0.28	0.226	0.755
(404.77, 204.46)	(426.01, 199.52)	40.07	140.00	-0.07	40.37	139.68	0.04	0.097	0.489
(382.84, 204.37)	(396.91, 199.61)	40.06	120.05	-0.05	40.30	119.81	0.05	0.095	0.354
(360.13, 204.30)	(367.44, 199.71)	40.07	100.06	0.03	40.24	99.91	0.11	0.100	0.277
(336.31, 204.18)	(337.39, 199.80)	40.04	79.93	0.04	40.15	79.86	0.10	0.091	0.227
(311.88, 204.07)	(307.40, 200.05)	40.07	60.04	0.01	40.10	60.04	0.05	0.078	0.121
(286.31, 203.93)	(276.82, 200.25)	40.06	39.94	0.01	40.03	40.01	0.02	0.085	0.039
(259.86, 203.84)	(246.20, 200.40)	40.04	20.00	-0.12	39.94	20.12	-0.13	0.123	0.184
(232.45, 203.71)	(215.19, 200.53)	40.00	-0.07	-0.07	39.84	0.10	-0.12	0.096	0.222
(464.69, 177.49)	(510.31, 171.34)	20.05	199.89	0.20	20.56	199.35	0.36	0.237	0.928
(444.85, 177.04)	(482.25, 171.31)	20.11	179.86	0.15	20.56	179.42	0.29	0.237	0.853
(424.37, 176.43)	(453.86, 171.20)	20.09	159.86	0.16	20.47	159.52	0.29	0.230	0.733
(403.19, 175.78)	(425.19, 171.17)	20.08	139.95	0.12	20.39	139.69	0.24	0.153	0.553
(381.26, 175.32)	(396.18, 171.06)	20.10	120.04	0.09	20.35	119.87	0.20	0.147	0.422
(358.36, 174.58)	(366.65, 170.99)	20.04	100.02	0.03	20.22	99.93	0.12	0.058	0.259
(334.59, 174.00)	(336.72, 170.95)	20.05	79.93	0.02	20.16	79.92	0.08	0.086	0.193
(310.17, 173.38)	(306.72, 170.96)	20.06	59.99	0.04	20.09	60.05	0.09	0.074	0.140
(284.68, 172.67)	(276.32, 171.00)	20.04	39.99	0.00	20.00	40.11	0.02	0.043	0.113
(258.29, 172.10)	(245.59, 171.10)	20.10	19.91	0.08	19.99	20.09	0.06	0.155	0.111
(230.75, 171.41)	(214.71, 171.16)	20.07	-0.09	-0.09	19.89	0.13	-0.15	0.147	0.227
(463.00, 150.38)	(509.29, 143.42)	-0.02	199.83	0.30	0.51	199.36	0.49	0.349	0.957
(443.22, 149.41)	(481.28, 143.23)	0.05	179.78	0.35	0.50	179.40	0.51	0.414	0.929
(422.66, 148.37)	(452.98, 142.88)	0.00	159.87	0.19	0.39	159.59	0.33	0.233	0.659
(401.50, 147.29)	(424.33, 142.63)	0.00	139.91	0.21	0.32	139.72	0.33	0.224	0.539
(379.53, 146.21)	(395.34, 142.45)	0.02	119.99	0.15	0.26	119.88	0.26	0.148	0.389
(356.72, 145.02)	(365.89, 142.31)	0.02	99.96	0.17	0.19	99.93	0.26	0.176	0.332
(333.01, 143.80)	(336.07, 142.10)	-0.02	79.91	0.16	0.08	79.96	0.23	0.181	0.245
(308.51, 142.62)	(306.06, 141.88)	-0.05	59.94	0.14	-0.02	60.06	0.18	0.159	0.194
(283.02, 141.46)	(275.63, 141.71)	-0.04	39.86	0.16	-0.10	40.04	0.18	0.220	0.206
(256.60, 140.28)	(245.08, 141.66)	-0.02	19.88	0.08	-0.16	20.12	0.05	0.143	0.207
(229.15, 138.95)	(214.16, 141.65)	-0.02	-0.20	0.07	-0.26	0.10	-0.04	0.213	0.279

ตารางที่ ง.7 ผลการคำนวณค่าผิดพลาด 3 มิติจากการสอบเทียบระบบกล้องสองตัวจังหวะที่ 7

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 2 มิติ (มิลลิเมตร)			จุดพิกัด 3 มิติ ที่คำนวณจากพารามิเตอร์ที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของค่าผิดพลาด 3 มิติ (มิลลิเมตร)			ค่าผิดพลาด 3 มิติในกรณีที่ 1 (มิลลิเมตร)	ค่าผิดพลาด 3 มิติในกรณีที่ 2 (มิลลิเมตร)
กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z	X	Y	Z		
(293.63, 343.00)	(271.21, 329.92)	119.96	200.28	0.06	119.83	200.21	0.29	0.294	0.401
(290.70, 314.50)	(277.52, 303.49)	120.03	180.10	0.11	119.89	180.01	0.33	0.155	0.351
(288.11, 287.07)	(283.75, 277.88)	119.98	160.13	0.24	119.84	160.03	0.45	0.274	0.475
(285.45, 260.43)	(289.85, 253.04)	120.00	140.12	0.19	119.85	140.01	0.38	0.222	0.406
(282.90, 234.54)	(295.72, 228.72)	120.02	120.13	0.26	119.88	120.01	0.43	0.292	0.447
(280.48, 209.46)	(301.52, 205.26)	120.02	100.22	0.25	119.88	100.09	0.40	0.333	0.431
(278.24, 185.02)	(307.30, 182.21)	119.94	80.20	0.27	119.80	80.07	0.39	0.337	0.446
(275.97, 161.47)	(312.80, 159.83)	119.94	60.28	0.29	119.81	60.14	0.39	0.408	0.455
(273.69, 138.47)	(318.23, 138.09)	119.98	40.22	0.16	119.85	40.06	0.23	0.275	0.283
(271.61, 116.26)	(323.50, 116.78)	119.96	20.26	0.20	119.83	20.07	0.24	0.334	0.303
(269.54, 94.65)	(328.60, 96.32)	119.98	0.37	0.18	119.85	0.13	0.19	0.411	0.270
(326.68, 342.56)	(300.75, 331.24)	99.88	200.23	0.01	99.77	200.21	0.24	0.255	0.397
(323.37, 314.32)	(306.71, 304.52)	99.93	180.12	0.16	99.81	180.09	0.38	0.207	0.430
(320.23, 287.00)	(312.63, 278.72)	99.91	160.10	0.20	99.79	160.06	0.40	0.237	0.458
(317.12, 260.46)	(318.46, 253.56)	99.92	140.01	0.11	99.80	139.97	0.30	0.141	0.366
(314.15, 234.73)	(324.06, 229.31)	99.93	120.09	0.10	99.80	120.05	0.27	0.154	0.341
(311.25, 209.75)	(329.51, 205.46)	99.94	100.10	0.13	99.82	100.07	0.28	0.176	0.341
(308.50, 185.48)	(334.90, 182.26)	99.92	80.11	0.14	99.79	80.07	0.27	0.199	0.350
(305.82, 162.09)	(340.17, 159.64)	99.90	60.13	0.08	99.77	60.08	0.19	0.185	0.306
(303.23, 139.22)	(345.25, 137.66)	99.88	40.16	0.13	99.76	40.10	0.20	0.237	0.333
(300.63, 117.03)	(350.23, 116.38)	99.91	20.12	0.00	99.79	20.04	0.05	0.155	0.224
(298.22, 95.55)	(355.06, 95.61)	99.88	0.20	0.03	99.76	0.09	0.05	0.240	0.264
(359.27, 342.16)	(330.69, 332.44)	79.87	200.20	0.05	79.78	200.25	0.27	0.245	0.429
(355.40, 314.00)	(336.41, 305.51)	79.93	179.96	-0.01	79.84	179.99	0.20	0.079	0.255
(351.84, 286.82)	(341.99, 279.52)	79.92	159.95	0.04	79.83	159.98	0.24	0.106	0.297
(348.32, 260.51)	(347.37, 254.25)	79.94	140.00	0.07	79.85	140.03	0.26	0.096	0.300
(344.90, 235.02)	(352.61, 229.60)	79.96	120.06	0.10	79.87	120.10	0.27	0.127	0.316
(341.54, 210.22)	(357.77, 205.57)	79.98	100.04	0.04	79.89	100.09	0.18	0.062	0.233
(338.41, 185.93)	(362.86, 182.22)	79.93	80.02	0.08	79.84	80.07	0.20	0.108	0.270
(335.32, 162.59)	(367.81, 159.50)	79.90	60.03	0.02	79.80	60.08	0.12	0.110	0.245
(332.28, 139.80)	(372.50, 137.43)	79.92	40.09	0.07	79.82	40.13	0.15	0.143	0.268
(329.33, 117.77)	(377.24, 115.86)	79.89	20.01	-0.06	79.79	20.03	-0.01	0.124	0.209
(326.40, 96.45)	(381.64, 95.09)	79.95	0.14	-0.07	79.85	0.15	-0.05	0.168	0.214
(391.29, 341.55)	(361.12, 333.60)	59.92	200.06	-0.01	59.86	200.16	0.21	0.094	0.296
(387.07, 313.63)	(366.41, 306.48)	59.98	179.92	0.07	59.92	180.02	0.27	0.104	0.284
(382.98, 286.67)	(371.57, 280.35)	60.02	159.94	0.08	59.97	160.04	0.27	0.099	0.271
(379.08, 260.56)	(376.66, 254.69)	60.01	139.94	0.12	59.96	140.04	0.29	0.136	0.299
(375.25, 235.27)	(381.62, 229.96)	60.01	120.01	0.04	59.95	120.12	0.20	0.045	0.234
(371.48, 210.48)	(386.48, 205.68)	60.01	99.90	-0.03	59.96	100.02	0.11	0.106	0.116
(367.88, 186.42)	(391.18, 182.19)	60.00	79.90	-0.04	59.94	80.03	0.08	0.106	0.100
(364.38, 163.25)	(395.71, 159.39)	59.99	60.01	-0.04	59.93	60.14	0.05	0.040	0.169
(360.95, 140.52)	(400.17, 137.14)	59.98	39.97	-0.08	59.91	40.10	-0.01	0.083	0.134
(357.57, 118.55)	(404.46, 115.44)	60.00	19.94	-0.12	59.93	20.06	-0.08	0.138	0.122
(354.36, 97.33)	(408.61, 94.43)	59.99	0.04	-0.11	59.92	0.15	-0.08	0.114	0.190
(422.81, 340.92)	(391.98, 334.73)	40.01	199.91	-0.06	39.99	200.08	0.16	0.107	0.174
(418.26, 313.38)	(396.86, 307.50)	40.06	179.93	0.10	40.04	180.10	0.29	0.133	0.310
(413.74, 286.54)	(401.74, 281.07)	40.08	159.85	0.02	40.07	160.02	0.20	0.167	0.212
(409.42, 260.54)	(406.49, 255.36)	40.06	139.85	0.00	40.05	140.02	0.16	0.166	0.168
(405.23, 235.41)	(411.02, 230.40)	40.07	119.98	0.05	40.07	120.16	0.19	0.092	0.258
(401.02, 210.73)	(415.49, 205.91)	40.09	99.84	-0.03	40.08	100.04	0.09	0.184	0.129
(397.07, 186.80)	(419.82, 182.22)	40.07	79.89	0.04	40.06	80.09	0.14	0.141	0.178
(393.18, 163.72)	(424.04, 159.27)	40.05	59.96	0.00	40.03	60.17	0.07	0.062	0.191
(389.33, 141.28)	(428.08, 136.70)	40.07	39.94	-0.02	40.04	40.15	0.04	0.092	0.162
(385.57, 119.42)	(432.06, 114.99)	40.07	19.90	-0.14	40.04	20.12	-0.10	0.180	0.159
(381.87, 98.20)	(435.87, 93.79)	40.10	-0.14	-0.22	40.06	0.07	-0.20	0.278	0.220
(454.14, 340.40)	(423.40, 335.88)	20.01	199.91	0.06	20.02	200.15	0.27	0.113	0.308
(449.08, 312.89)	(427.86, 308.45)	20.10	179.85	0.17	20.12	180.09	0.35	0.241	0.382
(444.27, 286.42)	(432.39, 281.69)	20.07	159.84	0.14	20.10	160.07	0.31	0.228	0.331
(439.44, 260.52)	(436.72, 255.76)	20.11	139.77	0.07	20.15	140.01	0.21	0.265	0.255
(434.81, 235.52)	(440.91, 230.62)	20.12	119.83	0.03	20.15	120.09	0.15	0.205	0.233
(430.31, 211.13)	(445.01, 206.19)	20.10	99.87	-0.02	20.14	100.14	0.08	0.170	0.211
(425.90, 187.33)	(449.00, 182.19)	20.09	79.78	-0.05	20.12	80.06	0.03	0.242	0.137
(421.59, 164.36)	(452.76, 159.00)	20.11	59.86	-0.04	20.14	60.15	0.03	0.187	0.202
(417.42, 141.86)	(456.45, 136.46)	20.11	39.86	0.01	20.13	40.17	0.05	0.175	0.215
(413.32, 120.21)	(460.05, 114.51)	20.11	19.87	-0.06	20.11	20.18	-0.03	0.179	0.214
(409.24, 99.05)	(463.49, 93.30)	20.15	-0.15	-0.17	20.15	0.16	-0.15	0.268	0.264
(484.86, 339.60)	(455.36, 337.02)	0.02	199.72	0.00	0.07	200.04	0.21	0.282	0.226
(479.50, 312.49)	(459.52, 309.37)	0.05	179.72	0.06	0.11	180.03	0.24	0.294	0.267
(474.33, 286.21)	(463.58, 282.49)	0.04	159.78	0.13	0.12	160.09	0.29	0.261	0.325
(469.20, 260.49)	(467.53, 256.33)	0.05	139.73	0.11	0.12	140.06	0.24	0.290	0.277
(464.17, 235.57)	(471.31, 230.95)	0.07	119.77	0.10	0.15	120.10	0.21	0.262	0.275
(459.30, 211.42)	(475.06, 206.30)	0.03	99.78	-0.01	0.11	100.13	0.08	0.219	0.189
(454.49, 187.63)	(478.58, 182.18)	0.06	79.70	0.03	0.14	80.06	0.10	0.304	0.182
(449.87, 164.80)	(482.03, 158.77)	0.04	59.75	0.05	0.11	60.12	0.10	0.263	0.193
(445.32, 142.52)	(485.33, 136.12)	0.04	39.79	0.05	0.10	40.17	0.09	0.225	0.222
(440.74, 120.87)	(488.50, 114.08)	0.09	19.70	-0.09	0.15	20.12	-0.05	0.323	0.195
(436.42, 99.89)	(491.61, 92.59)	0.07	-0.30	-0.12	0.12	0.12	-0.10	0.336	0.200

ภาคผนวก จ

ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกัน ครั้งที่ 1

ตารางที่ จ.1 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 1

ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 1 = -0.3222 rad. ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 2 = 1.6467 rad.

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดภาพที่แก้ไขความบิดเบี้ยวแล้ว (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้ (มิลลิเมตร)			ค่าผิดพลาด 3 มิติ (มิลลิเมตร)
กล้องซ้าย	กล้องขวา	กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z	
(411.59, 177.78)	(507.85, 172.13)	(411.68, 177.72)	(508.52, 171.83)	120.20	200.18	0.17	0.314
(387.54, 185.99)	(483.20, 180.81)	(387.57, 185.96)	(483.59, 180.63)	120.25	180.06	0.03	0.262
(363.34, 194.20)	(458.82, 189.32)	(363.35, 194.19)	(459.04, 189.21)	120.26	160.01	0.02	0.257
(338.99, 202.39)	(434.72, 197.70)	(338.99, 202.39)	(434.82, 197.65)	120.22	140.00	0.12	0.248
(314.43, 210.72)	(411.08, 206.04)	(314.42, 210.72)	(411.12, 206.02)	120.25	120.04	-0.10	0.273
(289.64, 219.18)	(387.56, 214.24)	(289.61, 219.18)	(387.57, 214.24)	120.26	100.02	-0.07	0.274
(264.52, 227.61)	(364.28, 222.37)	(264.44, 227.61)	(364.28, 222.37)	120.22	79.92	-0.21	0.315
(239.54, 236.08)	(341.47, 230.33)	(239.36, 236.10)	(341.47, 230.33)	120.21	60.02	-0.13	0.244
(214.23, 244.68)	(318.82, 238.29)	(213.87, 244.73)	(318.81, 238.29)	120.22	39.98	-0.09	0.237
(188.84, 253.36)	(296.57, 246.06)	(188.21, 253.47)	(296.54, 246.06)	120.23	19.99	-0.11	0.253
(163.36, 261.98)	(274.65, 253.71)	(162.36, 262.18)	(274.56, 253.72)	120.20	0.03	-0.10	0.222
(403.34, 154.14)	(499.08, 148.29)	(403.44, 154.02)	(499.75, 147.86)	100.18	200.22	0.22	0.359
(379.12, 162.30)	(474.43, 157.12)	(379.16, 162.23)	(474.83, 156.84)	100.24	180.03	0.10	0.261
(354.83, 170.32)	(450.23, 165.67)	(354.83, 170.28)	(450.45, 165.49)	100.18	160.02	-0.08	0.199
(330.37, 178.53)	(426.26, 174.27)	(330.37, 178.51)	(426.36, 174.18)	100.23	139.99	-0.08	0.241
(305.72, 186.73)	(402.62, 182.64)	(305.70, 186.70)	(402.66, 182.59)	100.19	120.02	-0.15	0.240
(280.87, 195.09)	(379.25, 191.03)	(280.82, 195.07)	(379.26, 191.00)	100.22	100.01	-0.21	0.309
(255.76, 203.43)	(356.04, 199.26)	(255.64, 203.39)	(356.04, 199.24)	100.17	79.95	-0.16	0.241
(230.62, 211.83)	(333.36, 207.39)	(230.38, 211.80)	(333.35, 207.38)	100.16	60.00	-0.29	0.336
(205.31, 220.40)	(310.73, 215.46)	(204.88, 220.38)	(310.70, 215.45)	100.18	39.99	0.02	0.186
(179.76, 229.02)	(288.54, 223.41)	(179.04, 229.03)	(288.49, 223.40)	100.19	19.94	-0.10	0.223
(154.24, 237.56)	(266.69, 231.22)	(153.12, 237.62)	(266.57, 231.21)	100.16	0.01	0.02	0.162
(394.85, 130.54)	(490.24, 124.62)	(394.96, 130.33)	(490.93, 124.03)	80.18	200.15	0.06	0.240
(370.61, 138.52)	(465.64, 133.57)	(370.65, 138.38)	(466.06, 133.16)	80.22	179.96	0.11	0.247
(346.30, 146.50)	(441.57, 142.34)	(346.31, 146.40)	(441.80, 142.07)	80.24	159.97	0.01	0.238
(321.79, 154.59)	(417.67, 150.92)	(321.76, 154.52)	(417.79, 150.75)	80.22	139.95	0.07	0.234
(297.14, 162.69)	(394.27, 159.51)	(297.09, 162.62)	(394.32, 159.40)	80.23	120.05	-0.13	0.269
(272.19, 170.89)	(370.97, 167.95)	(272.09, 170.81)	(370.98, 167.88)	80.20	100.04	-0.19	0.275
(246.95, 179.31)	(347.80, 176.40)	(246.77, 179.22)	(347.79, 176.35)	80.23	79.90	-0.12	0.276
(221.74, 187.60)	(325.23, 184.59)	(221.41, 187.49)	(325.21, 184.55)	80.18	59.98	-0.29	0.344
(196.32, 196.14)	(302.70, 192.84)	(195.77, 196.03)	(302.66, 192.80)	80.23	39.93	-0.06	0.245
(170.75, 204.59)	(280.62, 200.88)	(169.89, 204.48)	(280.53, 200.83)	80.19	19.93	-0.10	0.222
(145.17, 213.23)	(258.88, 208.86)	(143.88, 213.14)	(258.71, 208.81)	80.23	-0.02	-0.01	0.232
(386.44, 106.94)	(481.42, 101.21)	(386.58, 106.57)	(482.16, 100.39)	60.26	200.10	0.07	0.288
(362.21, 114.85)	(456.95, 110.28)	(362.26, 114.58)	(457.40, 109.70)	60.35	179.94	0.24	0.427
(337.81, 122.71)	(433.05, 119.08)	(337.80, 122.50)	(433.31, 118.66)	60.31	159.98	-0.05	0.317
(313.20, 130.68)	(409.27, 127.84)	(313.14, 130.50)	(409.41, 127.55)	60.30	139.95	-0.06	0.314
(288.47, 138.74)	(385.84, 136.53)	(288.36, 138.57)	(385.89, 136.33)	60.32	119.99	-0.04	0.327
(263.42, 146.92)	(362.64, 145.13)	(263.24, 146.74)	(362.65, 144.98)	60.32	99.95	-0.15	0.356
(238.23, 155.18)	(339.63, 153.64)	(237.94, 154.98)	(339.60, 153.53)	60.33	79.91	0.00	0.340
(212.92, 163.44)	(317.13, 162.00)	(212.46, 163.21)	(317.08, 161.90)	60.29	59.95	-0.17	0.343
(187.43, 171.82)	(294.77, 170.38)	(186.71, 171.57)	(294.68, 170.28)	60.31	39.92	-0.08	0.332
(161.77, 180.32)	(272.72, 178.57)	(160.71, 180.05)	(272.57, 178.46)	60.31	19.88	-0.04	0.333
(136.11, 188.75)	(251.08, 186.66)	(134.61, 188.47)	(250.84, 186.54)	60.29	-0.05	0.03	0.296
(377.94, 83.40)	(472.58, 77.89)	(378.09, 82.81)	(473.37, 76.78)	40.34	200.02	0.04	0.339
(353.65, 91.15)	(448.35, 87.06)	(353.70, 90.68)	(448.85, 86.22)	40.40	179.91	0.00	0.411
(329.32, 98.96)	(424.42, 96.01)	(329.28, 98.57)	(424.72, 95.38)	40.44	159.93	0.17	0.483
(304.58, 106.77)	(400.77, 104.85)	(304.47, 106.42)	(400.92, 104.38)	40.38	139.90	0.02	0.393
(279.78, 114.76)	(377.51, 113.66)	(279.59, 114.42)	(377.57, 113.31)	40.40	119.95	-0.11	0.421
(254.74, 122.82)	(354.41, 122.42)	(254.45, 122.47)	(354.40, 122.14)	40.43	99.94	-0.06	0.435
(229.41, 130.99)	(331.51, 131.03)	(228.97, 130.62)	(331.45, 130.79)	40.40	79.86	-0.08	0.427
(204.14, 139.23)	(309.07, 139.53)	(203.50, 138.82)	(308.97, 139.32)	40.42	59.94	0.01	0.426
(178.52, 147.55)	(286.76, 148.04)	(177.59, 147.11)	(286.60, 147.83)	40.43	39.86	0.08	0.457
(152.88, 155.89)	(264.93, 156.38)	(151.57, 155.40)	(264.70, 156.17)	40.42	19.90	0.02	0.431
(127.13, 164.38)	(243.35, 164.63)	(125.35, 163.86)	(243.00, 164.40)	40.45	-0.07	0.14	0.475
(369.54, 59.73)	(463.73, 54.67)	(369.68, 58.84)	(464.58, 53.19)	20.39	199.97	0.26	0.475
(345.23, 67.42)	(439.60, 63.90)	(345.24, 66.67)	(440.15, 62.74)	20.47	179.88	0.30	0.572
(320.73, 75.08)	(415.88, 73.00)	(320.63, 74.42)	(416.21, 72.09)	20.48	159.90	0.13	0.504
(296.01, 82.82)	(392.33, 82.00)	(295.81, 82.21)	(392.49, 81.28)	20.46	139.88	0.14	0.498
(271.18, 90.67)	(369.20, 90.87)	(270.87, 90.09)	(369.25, 90.29)	20.46	119.97	0.02	0.459
(246.06, 98.63)	(346.16, 99.72)	(245.62, 98.04)	(346.12, 99.24)	20.46	99.94	0.10	0.478
(220.59, 106.72)	(323.34, 108.50)	(219.97, 106.11)	(323.23, 108.08)	20.43	79.81	0.02	0.475
(195.31, 114.91)	(301.08, 117.19)	(194.45, 114.24)	(300.90, 116.81)	20.50	59.91	0.05	0.510
(169.62, 123.18)	(278.91, 125.74)	(168.43, 122.47)	(278.65, 125.37)	20.48	39.84	0.03	0.510
(143.88, 131.47)	(257.14, 134.28)	(142.27, 130.69)	(256.78, 133.91)	20.50	19.83	0.00	0.525
(118.12, 139.82)	(235.58, 142.65)	(115.98, 139.00)	(235.09, 142.26)	20.53	-0.12	0.33	0.628
(361.04, 36.06)	(454.91, 31.60)	(361.17, 34.77)	(455.83, 29.64)	0.42	199.91	0.34	0.545
(336.59, 43.53)	(430.90, 40.90)	(336.56, 42.40)	(431.49, 39.31)	0.41	179.81	0.24	0.515
(312.17, 51.14)	(407.29, 50.11)	(312.00, 50.11)	(407.63, 48.82)	0.49	159.86	0.32	0.604
(287.37, 58.76)	(383.86, 59.21)	(287.06, 57.80)	(384.02, 58.15)	0.46	139.85	0.25	0.547
(262.48, 66.55)	(360.77, 68.23)	(262.02, 65.62)	(360.79, 67.34)	0.49	119.89	0.27	0.568
(237.31, 74.46)	(337.91, 77.17)	(236.68, 73.53)	(337.82, 76.41)	0.49	99.89	0.24	0.560
(211.78, 82.46)	(315.26, 86.11)	(210.92, 81.50)	(315.07, 85.43)	0.47	79.76	0.04	0.533
(186.42, 90.49)	(293.02, 94.76)	(185.27, 89.48)	(292.74, 94.13)	0.45	59.86	0.17	0.502
(160.70, 98.67)	(270.93, 103.56)	(159.18, 97.59)	(270.55, 102.95)	0.49	39.78	0.24	0.586
(134.92, 106.91)	(249.31, 112.22)	(132.94, 105.76)	(248.80, 111.62)	0.51	19.78	0.17	0.580
(109.03, 115.31)	(227.85, 120.71)	(106.48, 114.09)	(227.18, 120.09)	0.56	-0.22	0.40	0.719

ตารางที่ จ.2 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 2

ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 1 = -0.3307 rad. ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 2 = 1.4949 rad.

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดภาพที่แก้ไขความบิดเบี้ยวแล้ว (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้ (มิลลิเมตร)			ค่าผิดพลาด 3 มิติ (มิลลิเมตร)
กล้องซ้าย	กล้องขวา	กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z	
(414.26, 341.25)	(504.57, 338.38)	(414.50, 341.64)	(505.34, 338.90)	119.15	200.32	0.38	0.983
(390.32, 350.48)	(479.46, 346.43)	(390.48, 350.89)	(480.00, 346.91)	119.23	180.15	0.19	0.810
(366.24, 359.66)	(454.65, 354.26)	(366.33, 360.12)	(455.02, 354.70)	119.24	160.08	0.12	0.772
(342.03, 368.93)	(430.20, 361.88)	(342.03, 369.48)	(430.46, 362.31)	119.26	140.11	0.04	0.746
(317.53, 378.35)	(405.93, 369.50)	(317.43, 379.02)	(406.09, 369.94)	119.34	120.07	0.04	0.664
(292.77, 387.66)	(382.01, 376.93)	(292.51, 388.50)	(382.10, 377.40)	119.33	100.08	-0.18	0.695
(267.75, 397.14)	(358.25, 384.30)	(267.29, 398.21)	(358.26, 384.84)	119.37	80.01	-0.25	0.675
(242.73, 406.51)	(334.95, 391.44)	(241.98, 407.87)	(334.86, 392.07)	119.36	60.11	-0.29	0.715
(217.46, 416.09)	(311.74, 398.58)	(216.33, 417.80)	(311.52, 399.35)	119.42	40.12	-0.08	0.598
(191.95, 425.59)	(288.93, 405.55)	(190.34, 427.73)	(288.54, 406.49)	119.42	20.13	-0.11	0.605
(166.37, 435.13)	(266.48, 412.41)	(164.16, 437.75)	(265.87, 413.57)	119.45	0.23	-0.08	0.603
(404.65, 317.75)	(496.41, 314.17)	(404.80, 317.96)	(496.98, 314.48)	99.07	200.24	0.14	0.967
(380.70, 326.91)	(471.39, 322.34)	(380.78, 327.13)	(471.76, 322.61)	99.18	180.05	0.08	0.824
(356.69, 335.96)	(446.77, 330.20)	(356.73, 336.22)	(447.02, 330.44)	99.20	160.06	0.11	0.811
(332.39, 345.20)	(422.41, 338.03)	(332.37, 345.52)	(422.57, 338.27)	99.28	140.03	0.04	0.719
(307.88, 354.34)	(398.35, 345.65)	(307.77, 354.76)	(398.44, 345.89)	99.27	120.06	-0.05	0.730
(283.13, 363.60)	(374.50, 353.29)	(282.89, 364.16)	(374.54, 353.55)	99.33	100.05	-0.07	0.678
(258.11, 372.92)	(350.85, 360.65)	(257.68, 373.68)	(350.83, 360.97)	99.31	80.02	-0.04	0.691
(232.98, 382.24)	(327.63, 367.96)	(232.28, 383.24)	(327.54, 368.35)	99.32	60.07	-0.13	0.696
(207.59, 391.64)	(304.60, 375.28)	(206.52, 392.96)	(304.40, 375.78)	99.37	40.04	-0.14	0.646
(182.12, 401.16)	(281.89, 382.39)	(180.58, 402.85)	(281.55, 383.04)	99.43	20.08	-0.03	0.576
(156.46, 410.54)	(259.57, 389.32)	(154.32, 412.67)	(259.03, 390.15)	99.40	0.15	-0.10	0.622
(395.28, 294.42)	(488.29, 290.23)	(395.35, 294.52)	(488.71, 290.39)	79.15	200.20	0.28	0.921
(371.32, 303.39)	(463.42, 298.39)	(371.36, 303.49)	(463.68, 298.53)	79.21	180.05	0.27	0.837
(347.23, 312.37)	(438.93, 306.39)	(347.24, 312.50)	(439.08, 306.51)	79.26	160.02	0.25	0.785
(322.76, 321.36)	(414.66, 314.29)	(322.73, 321.53)	(414.75, 314.40)	79.25	139.96	0.04	0.752
(298.29, 330.47)	(390.75, 322.10)	(298.18, 330.72)	(390.79, 322.21)	79.32	120.00	0.05	0.680
(273.49, 339.60)	(367.07, 329.71)	(273.27, 339.96)	(367.08, 329.84)	79.32	100.02	-0.05	0.681
(248.39, 348.83)	(343.54, 337.32)	(247.99, 349.35)	(343.52, 337.49)	79.35	79.94	-0.08	0.653
(223.31, 358.05)	(320.46, 344.74)	(222.65, 358.79)	(320.38, 344.97)	79.38	60.03	-0.05	0.620
(197.83, 367.41)	(297.54, 352.15)	(196.81, 368.41)	(297.38, 352.47)	79.43	39.97	-0.14	0.583
(172.31, 376.72)	(274.98, 359.36)	(170.81, 378.04)	(274.68, 359.79)	79.44	20.01	-0.10	0.565
(146.59, 386.09)	(252.65, 366.47)	(144.49, 387.81)	(252.17, 367.06)	79.46	0.03	0.01	0.539
(385.78, 271.09)	(480.20, 266.45)	(385.81, 271.12)	(480.51, 266.52)	59.18	200.12	0.24	0.859
(361.77, 279.93)	(455.39, 274.71)	(361.79, 279.96)	(455.56, 274.77)	59.25	179.93	0.34	0.826
(337.67, 288.72)	(431.13, 282.80)	(337.67, 288.76)	(431.22, 282.85)	59.28	159.96	0.21	0.749
(313.23, 297.66)	(406.96, 290.78)	(313.19, 297.74)	(407.01, 290.82)	59.31	139.89	0.17	0.716
(288.69, 306.60)	(383.27, 298.64)	(288.60, 306.74)	(383.29, 298.69)	59.35	119.97	0.00	0.654
(263.81, 315.70)	(359.62, 306.49)	(263.61, 315.92)	(359.62, 306.54)	59.41	99.90	-0.01	0.597
(238.69, 324.77)	(336.28, 314.19)	(238.31, 325.13)	(336.26, 314.26)	59.42	79.85	-0.14	0.614
(213.56, 333.87)	(313.33, 321.72)	(212.93, 334.40)	(313.26, 321.84)	59.45	59.93	-0.12	0.571
(188.20, 343.16)	(290.54, 329.23)	(187.21, 343.92)	(290.40, 329.42)	59.54	39.93	0.02	0.464
(162.55, 352.43)	(268.08, 336.59)	(161.08, 353.47)	(267.82, 336.88)	59.56	19.90	-0.08	0.456
(136.84, 361.60)	(245.89, 343.73)	(134.76, 362.97)	(245.46, 344.14)	59.51	-0.04	0.06	0.492
(376.35, 247.80)	(472.06, 242.92)	(376.36, 247.81)	(472.31, 242.93)	39.28	200.01	0.43	0.841
(352.35, 256.49)	(447.57, 251.30)	(352.35, 256.50)	(447.69, 251.31)	39.36	179.91	0.31	0.718
(328.23, 265.26)	(423.37, 259.46)	(328.23, 265.27)	(423.42, 259.48)	39.44	159.90	0.36	0.679
(303.74, 273.98)	(399.42, 267.54)	(303.72, 274.01)	(399.43, 267.56)	39.42	139.87	0.17	0.615
(279.16, 282.82)	(375.72, 275.48)	(279.08, 282.89)	(375.73, 275.49)	39.46	119.89	0.21	0.595
(254.35, 291.70)	(352.35, 283.41)	(254.16, 291.84)	(352.35, 283.42)	39.50	99.92	0.12	0.518
(229.10, 300.73)	(329.08, 291.25)	(228.74, 300.97)	(329.07, 291.28)	39.52	79.79	-0.05	0.522
(203.98, 309.71)	(306.28, 298.84)	(203.35, 310.08)	(306.23, 298.90)	39.53	59.90	-0.03	0.483
(178.49, 318.92)	(283.52, 306.48)	(177.49, 319.48)	(283.40, 306.59)	39.62	39.82	0.12	0.440
(152.90, 328.07)	(261.25, 313.92)	(151.43, 328.86)	(261.02, 314.10)	39.64	19.85	0.06	0.395
(127.26, 337.26)	(239.20, 321.34)	(125.17, 338.34)	(238.79, 321.62)	39.73	-0.07	0.31	0.421
(366.93, 224.46)	(464.02, 219.53)	(366.93, 224.46)	(464.22, 219.49)	19.32	199.95	0.57	0.891
(342.86, 233.07)	(439.61, 227.94)	(342.86, 233.07)	(439.70, 227.93)	19.39	179.80	0.50	0.811
(318.70, 241.62)	(415.65, 236.23)	(318.70, 241.62)	(415.68, 236.23)	19.44	159.83	0.36	0.684
(294.33, 250.27)	(391.78, 244.42)	(294.30, 250.28)	(391.79, 244.43)	19.52	139.82	0.51	0.725
(269.66, 259.03)	(368.36, 252.45)	(269.58, 259.07)	(368.36, 252.45)	19.53	119.86	0.22	0.537
(244.71, 267.76)	(345.02, 260.46)	(244.52, 267.84)	(345.02, 260.46)	19.53	99.81	0.12	0.521
(219.56, 276.68)	(321.84, 268.38)	(219.19, 276.83)	(321.83, 268.39)	19.58	79.73	0.24	0.551
(194.42, 285.60)	(299.22, 276.11)	(193.77, 285.85)	(299.18, 276.14)	19.62	59.83	0.17	0.451
(168.89, 294.63)	(276.61, 283.82)	(167.87, 295.03)	(276.50, 283.89)	19.66	39.76	0.28	0.495
(143.27, 303.64)	(254.39, 291.43)	(141.75, 304.23)	(254.17, 291.55)	19.70	19.76	0.32	0.498
(117.51, 312.77)	(232.49, 298.92)	(115.36, 313.59)	(232.10, 299.11)	19.75	-0.22	0.36	0.489
(357.43, 201.19)	(456.02, 196.33)	(357.43, 201.19)	(456.20, 196.25)	-0.67	199.85	0.56	0.892
(333.41, 209.55)	(431.76, 204.77)	(333.41, 209.54)	(431.84, 204.73)	-0.63	179.75	0.64	0.932
(309.27, 218.02)	(407.92, 213.17)	(309.26, 218.02)	(407.94, 213.15)	-0.53	159.77	0.60	0.832
(284.70, 226.53)	(384.25, 221.38)	(284.67, 226.53)	(384.25, 221.38)	-0.56	139.72	0.38	0.729
(260.19, 235.12)	(360.89, 229.54)	(260.09, 235.13)	(360.89, 229.54)	-0.47	119.80	0.52	0.726
(235.22, 243.80)	(337.69, 237.61)	(235.00, 243.83)	(337.69, 237.61)	-0.46	99.75	0.42	0.672
(209.99, 252.60)	(314.64, 245.62)	(209.58, 252.68)	(314.63, 245.62)	-0.43	79.64	0.46	0.725
(184.81, 261.40)	(292.17, 253.47)	(184.11, 261.56)	(292.13, 253.48)	-0.40	59.73	0.33	0.579
(159.31, 270.33)	(269.69, 261.30)	(158.22, 270.59)	(269.57, 261.33)	-0.33	39.68	0.52	0.691
(133.64, 279.31)	(247.62, 268.99)	(132.04, 279.72)	(247.39, 269.06)	-0.29	19.66	0.47	0.654
(107.85, 288.32)	(225.79, 276.60)	(105.59, 288.92)	(225.39, 276.71)	-0.24	-0.35	0.59	0.724

ตารางที่ จ.3 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 3

ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 1 = 0.3352 rad. ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 2 = 1.6046 rad.

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดภาพที่แก้ไขความบิดเบี้ยวแล้ว (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้ (มิลลิเมตร)			ค่าผิดพลาด 3 มิติ (มิลลิเมตร)
กล้องซ้าย	กล้องขวา	กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z	
(423.63, 253.32)	(519.58, 249.19)	(423.73, 253.36)	(520.27, 249.23)	119.79	200.13	0.13	0.280
(399.47, 245.54)	(494.59, 240.93)	(399.51, 245.56)	(495.01, 240.94)	119.77	180.00	0.05	0.230
(375.27, 237.62)	(470.03, 232.76)	(375.28, 237.62)	(470.26, 232.75)	119.68	159.99	0.02	0.318
(350.75, 229.68)	(445.73, 224.67)	(350.75, 229.68)	(445.84, 224.65)	119.62	139.95	-0.15	0.414
(326.25, 221.71)	(421.68, 216.77)	(326.25, 221.71)	(421.73, 216.76)	119.58	120.03	0.10	0.435
(301.31, 213.71)	(397.97, 208.98)	(301.30, 213.70)	(397.99, 208.96)	119.57	100.03	-0.15	0.458
(276.18, 205.53)	(374.41, 201.20)	(276.13, 205.51)	(374.41, 201.19)	119.51	79.96	-0.14	0.515
(251.08, 197.38)	(351.40, 193.55)	(250.94, 197.33)	(351.40, 193.53)	119.42	60.07	-0.26	0.635
(225.60, 189.19)	(328.39, 186.06)	(225.30, 189.09)	(328.37, 186.03)	119.43	40.00	-0.19	0.599
(200.14, 180.82)	(305.84, 178.61)	(199.59, 180.65)	(305.79, 178.55)	119.33	20.03	-0.14	0.686
(174.53, 172.54)	(283.57, 171.28)	(173.65, 172.26)	(283.45, 171.17)	119.28	0.07	-0.01	0.725
(431.45, 229.61)	(528.14, 224.98)	(431.58, 229.62)	(528.95, 224.91)	99.70	200.20	0.01	0.358
(407.36, 221.73)	(502.98, 216.88)	(407.41, 221.72)	(503.49, 216.80)	99.71	180.02	0.03	0.293
(383.24, 213.76)	(478.38, 208.81)	(383.26, 213.76)	(478.68, 208.73)	99.62	160.04	-0.09	0.391
(358.78, 205.72)	(453.92, 200.92)	(358.78, 205.72)	(454.09, 200.85)	99.59	139.98	-0.20	0.456
(334.36, 197.67)	(429.89, 193.15)	(334.36, 197.67)	(429.97, 193.09)	99.54	120.09	-0.14	0.486
(309.53, 189.59)	(405.97, 185.43)	(309.52, 189.57)	(406.02, 185.38)	99.53	100.06	-0.15	0.500
(284.43, 181.29)	(382.46, 177.70)	(284.38, 181.25)	(382.48, 177.65)	99.39	79.98	-0.47	0.768
(259.42, 173.06)	(359.22, 170.31)	(259.28, 172.97)	(359.22, 170.25)	99.38	60.07	-0.32	0.704
(234.14, 164.74)	(336.23, 162.87)	(233.85, 164.57)	(336.21, 162.79)	99.30	40.07	-0.26	0.755
(208.63, 156.49)	(313.47, 155.58)	(208.10, 156.21)	(313.40, 155.45)	99.30	20.04	-0.19	0.727
(183.15, 148.10)	(291.23, 148.46)	(182.29, 147.67)	(291.09, 148.26)	99.23	0.12	-0.21	0.805
(439.16, 206.13)	(536.51, 200.78)	(439.33, 206.10)	(537.49, 200.57)	79.73	200.18	0.07	0.331
(415.20, 198.14)	(511.38, 192.78)	(415.28, 198.11)	(512.03, 192.58)	79.70	180.07	-0.03	0.307
(391.13, 190.08)	(486.57, 184.90)	(391.17, 190.06)	(486.99, 184.73)	79.67	160.04	0.00	0.333
(366.79, 181.94)	(462.13, 177.16)	(366.80, 181.91)	(462.39, 177.01)	79.62	140.03	-0.24	0.455
(342.38, 173.82)	(437.96, 169.46)	(342.38, 173.79)	(438.11, 169.33)	79.57	120.08	-0.23	0.496
(317.67, 165.57)	(414.08, 161.86)	(317.65, 165.52)	(414.17, 161.74)	79.49	100.09	-0.37	0.638
(292.66, 157.30)	(390.26, 154.37)	(292.60, 157.21)	(390.31, 154.25)	79.47	79.99	-0.32	0.619
(267.76, 148.98)	(367.07, 146.99)	(267.61, 148.82)	(367.08, 146.86)	79.37	60.10	-0.36	0.734
(242.49, 140.61)	(343.91, 139.75)	(242.18, 140.35)	(343.89, 139.57)	79.34	40.06	-0.29	0.724
(217.10, 132.25)	(321.15, 132.63)	(216.57, 131.84)	(321.07, 132.39)	79.31	20.05	-0.30	0.754
(191.63, 123.75)	(298.66, 125.61)	(190.77, 123.16)	(298.50, 125.29)	79.25	0.07	-0.13	0.766
(446.76, 182.73)	(544.86, 176.61)	(446.99, 182.63)	(546.07, 176.21)	59.79	200.16	0.03	0.267
(422.84, 174.68)	(519.57, 168.73)	(422.98, 174.60)	(520.41, 168.37)	59.80	180.01	-0.02	0.205
(398.93, 166.58)	(494.76, 161.01)	(399.00, 166.50)	(495.33, 160.68)	59.77	160.04	-0.01	0.231
(374.63, 158.41)	(470.23, 153.35)	(374.67, 158.34)	(470.61, 153.06)	59.72	140.01	-0.31	0.419
(350.42, 150.19)	(446.05, 145.78)	(350.43, 150.11)	(446.29, 145.52)	59.65	120.13	-0.23	0.437
(325.74, 141.82)	(421.95, 138.39)	(325.72, 141.70)	(422.10, 138.14)	59.61	100.07	-0.25	0.468
(300.85, 133.45)	(398.19, 131.00)	(300.77, 133.27)	(398.29, 130.75)	59.53	80.01	-0.39	0.610
(276.04, 125.12)	(374.76, 123.77)	(275.86, 124.85)	(374.80, 123.50)	59.50	60.11	-0.17	0.540
(250.81, 116.68)	(351.61, 116.65)	(250.48, 116.28)	(351.59, 116.33)	59.44	40.05	-0.31	0.642
(225.54, 108.22)	(328.70, 109.68)	(224.97, 107.64)	(328.61, 109.28)	59.41	20.05	-0.16	0.613
(200.19, 99.68)	(306.25, 102.77)	(199.29, 98.88)	(306.07, 102.27)	59.31	0.10	-0.17	0.720
(454.33, 159.54)	(553.19, 152.44)	(454.67, 159.33)	(554.69, 151.77)	39.90	200.18	0.04	0.208
(430.59, 151.42)	(527.86, 144.64)	(430.80, 151.24)	(528.94, 144.04)	39.90	180.05	0.09	0.147
(406.70, 143.18)	(503.01, 137.07)	(406.84, 143.01)	(503.78, 136.52)	39.85	160.07	-0.09	0.191
(382.59, 134.87)	(478.37, 129.52)	(382.67, 134.69)	(478.92, 129.03)	39.77	140.06	-0.18	0.294
(358.41, 126.57)	(454.06, 122.16)	(358.44, 126.37)	(454.44, 121.69)	39.74	120.14	-0.11	0.314
(333.81, 118.26)	(430.00, 114.80)	(333.79, 118.02)	(430.26, 114.36)	39.68	100.12	-0.37	0.505
(309.08, 109.71)	(406.04, 107.59)	(308.99, 109.39)	(406.21, 107.13)	39.61	80.05	-0.18	0.429
(284.28, 101.36)	(382.58, 100.50)	(284.08, 100.92)	(382.67, 100.01)	39.58	60.12	-0.18	0.472
(259.21, 92.82)	(359.31, 93.55)	(258.83, 92.21)	(359.32, 93.00)	39.52	40.09	-0.15	0.507
(233.96, 84.35)	(336.40, 86.70)	(233.35, 83.54)	(336.31, 86.06)	39.49	20.07	-0.23	0.569
(208.65, 75.76)	(313.73, 80.02)	(207.70, 74.69)	(313.52, 79.25)	39.45	0.08	-0.05	0.556
(461.83, 136.43)	(561.50, 128.15)	(462.31, 136.07)	(563.36, 127.13)	19.95	200.17	0.02	0.177
(438.26, 128.21)	(536.16, 120.51)	(438.59, 127.88)	(537.56, 119.58)	19.94	180.10	0.09	0.144
(414.47, 119.88)	(511.21, 113.05)	(414.69, 119.55)	(512.24, 112.20)	19.89	160.10	-0.03	0.146
(390.45, 111.54)	(486.50, 105.61)	(390.60, 111.21)	(487.27, 104.81)	19.83	140.09	-0.13	0.232
(366.34, 103.18)	(462.19, 98.40)	(366.41, 102.82)	(462.75, 97.64)	19.79	120.19	-0.25	0.378
(341.89, 94.68)	(437.88, 91.21)	(341.89, 94.25)	(438.28, 90.48)	19.75	100.13	-0.10	0.298
(317.21, 86.20)	(413.93, 84.06)	(317.12, 85.67)	(414.20, 83.32)	19.68	80.06	-0.14	0.360
(292.50, 77.66)	(390.38, 77.22)	(292.28, 76.99)	(390.54, 76.43)	19.64	60.12	-0.11	0.393
(267.47, 69.19)	(367.07, 70.40)	(267.06, 68.32)	(367.12, 69.54)	19.61	40.08	-0.23	0.461
(242.40, 60.56)	(344.00, 63.63)	(241.73, 59.44)	(343.93, 62.66)	19.54	20.07	-0.04	0.470
(217.14, 52.01)	(321.35, 57.13)	(216.13, 50.59)	(321.13, 56.01)	19.52	0.08	-0.11	0.503
(469.31, 113.35)	(569.73, 103.69)	(469.97, 112.77)	(572.04, 102.21)	-0.09	200.12	0.14	0.204
(445.82, 105.04)	(544.36, 96.23)	(446.29, 104.48)	(546.15, 94.87)	-0.09	180.06	0.11	0.157
(422.20, 96.62)	(519.42, 88.81)	(422.54, 96.06)	(520.79, 87.54)	-0.19	160.11	0.00	0.218
(398.36, 88.20)	(494.58, 81.57)	(398.59, 87.63)	(495.63, 80.37)	-0.20	140.11	0.14	0.266
(374.27, 79.72)	(470.18, 74.49)	(374.41, 79.10)	(470.97, 73.34)	-0.26	120.17	-0.06	0.318
(349.91, 71.27)	(445.86, 67.46)	(349.95, 70.57)	(446.44, 66.33)	-0.26	100.13	-0.05	0.299
(325.34, 62.66)	(421.77, 60.47)	(325.26, 61.84)	(422.18, 59.32)	-0.33	80.05	0.05	0.340
(300.70, 54.14)	(398.29, 53.66)	(300.46, 53.15)	(398.55, 52.46)	-0.44	60.12	-0.22	0.505
(275.81, 45.51)	(374.73, 47.07)	(275.36, 44.28)	(374.84, 45.79)	-0.40	40.07	0.05	0.411
(250.76, 36.87)	(351.66, 40.55)	(250.04, 35.36)	(351.62, 39.13)	-0.46	20.04	-0.01	0.460
(225.57, 28.28)	(328.89, 34.11)	(224.49, 26.43)	(328.67, 32.53)	-0.49	0.02	-0.03	0.492

ตารางที่ จ.4 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 4

ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 1 = 0.3352 rad. ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 2 = 1.4216 rad.

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดภาพที่แก้ไขความบิดเบี้ยวแล้ว (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้ (มิลลิเมตร)			ค่าผิดพลาด 3 มิติ (มิลลิเมตร)
กล้องซ้าย	กล้องขวา	กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z	
(431.46, 454.33)	(511.54, 454.48)	(432.41, 456.74)	(513.47, 457.17)	120.60	200.18	0.02	0.627
(406.51, 447.37)	(486.54, 444.95)	(407.12, 449.46)	(487.89, 447.10)	120.64	180.01	-0.01	0.639
(381.55, 440.30)	(462.10, 435.46)	(381.89, 442.13)	(463.01, 437.18)	120.61	160.01	-0.13	0.620
(356.47, 433.17)	(437.84, 426.07)	(356.58, 434.79)	(438.43, 427.44)	120.60	140.01	0.06	0.603
(331.19, 425.89)	(414.02, 416.78)	(331.11, 427.35)	(414.37, 417.87)	120.57	120.06	0.01	0.568
(305.64, 418.65)	(390.49, 407.63)	(305.39, 419.99)	(390.66, 408.51)	120.61	100.08	-0.18	0.641
(279.88, 411.13)	(367.21, 398.46)	(279.45, 412.40)	(367.26, 399.17)	120.56	80.01	-0.29	0.631
(254.25, 403.57)	(344.35, 389.48)	(253.63, 404.81)	(344.30, 390.08)	120.52	60.12	-0.11	0.546
(228.33, 395.99)	(321.70, 380.53)	(227.48, 397.25)	(321.57, 381.05)	120.51	40.13	0.02	0.532
(202.21, 388.30)	(299.50, 371.73)	(201.09, 389.59)	(299.29, 372.21)	120.51	20.11	-0.16	0.541
(176.14, 380.44)	(277.64, 363.03)	(174.67, 381.79)	(277.34, 363.49)	120.44	0.17	-0.08	0.480
(438.33, 429.80)	(521.29, 430.35)	(439.20, 431.63)	(523.12, 432.48)	100.53	200.21	0.03	0.573
(413.48, 422.81)	(496.20, 420.91)	(414.05, 424.35)	(497.47, 422.57)	100.57	180.00	0.03	0.573
(388.73, 415.68)	(471.69, 411.60)	(389.05, 417.00)	(472.55, 412.88)	100.55	160.04	0.02	0.548
(363.58, 408.47)	(447.42, 402.42)	(363.71, 409.59)	(447.97, 403.41)	100.56	139.99	-0.22	0.604
(338.50, 401.21)	(423.58, 393.30)	(338.48, 402.20)	(423.90, 394.06)	100.55	120.07	-0.22	0.601
(313.19, 393.79)	(399.88, 384.26)	(313.04, 394.68)	(400.05, 384.84)	100.54	100.09	-0.02	0.546
(287.52, 386.26)	(376.58, 375.26)	(287.23, 387.10)	(376.64, 375.71)	100.50	80.02	-0.28	0.571
(262.01, 378.66)	(353.63, 366.45)	(261.58, 379.48)	(353.62, 366.81)	100.47	60.12	-0.08	0.492
(236.16, 371.06)	(330.98, 357.63)	(235.55, 371.90)	(330.91, 357.93)	100.45	40.10	-0.14	0.486
(210.23, 363.33)	(308.59, 349.04)	(209.39, 364.20)	(308.47, 349.31)	100.47	20.10	-0.02	0.482
(184.25, 355.50)	(286.69, 340.49)	(183.12, 356.43)	(286.51, 340.75)	100.42	0.14	-0.05	0.443
(444.95, 405.62)	(530.83, 406.22)	(445.74, 406.99)	(532.57, 407.90)	80.59	200.13	0.01	0.601
(420.38, 398.52)	(505.75, 396.91)	(420.89, 399.64)	(506.95, 398.18)	80.59	180.00	0.13	0.603
(395.65, 391.38)	(481.25, 387.76)	(395.95, 392.29)	(482.05, 388.71)	80.57	160.02	-0.15	0.592
(370.76, 384.06)	(456.90, 378.69)	(370.90, 384.81)	(457.41, 379.39)	80.55	139.99	-0.13	0.569
(345.75, 376.71)	(432.97, 369.74)	(345.76, 377.34)	(433.26, 370.25)	80.54	120.04	-0.20	0.575
(320.52, 369.29)	(409.31, 360.91)	(320.43, 369.85)	(409.47, 361.28)	80.55	100.07	-0.27	0.615
(295.12, 361.69)	(385.83, 352.12)	(294.95, 362.21)	(385.90, 352.39)	80.53	80.04	-0.07	0.538
(269.61, 354.09)	(362.91, 343.43)	(269.32, 354.60)	(362.92, 343.63)	80.49	60.08	-0.24	0.552
(243.85, 346.42)	(340.13, 334.83)	(243.42, 346.94)	(340.11, 334.99)	80.49	40.03	-0.26	0.558
(218.15, 338.61)	(317.78, 326.39)	(217.54, 339.17)	(317.71, 326.52)	80.46	20.08	-0.12	0.484
(192.31, 330.78)	(295.73, 318.01)	(191.44, 331.38)	(295.63, 318.14)	80.44	0.11	-0.02	0.449
(451.57, 381.62)	(540.39, 382.12)	(452.28, 382.62)	(542.08, 383.43)	60.63	200.12	-0.03	0.645
(427.09, 374.49)	(515.25, 373.02)	(427.54, 375.27)	(516.40, 374.00)	60.68	179.97	0.03	0.680
(402.57, 367.25)	(490.67, 364.05)	(402.83, 367.86)	(491.43, 364.75)	60.66	160.01	-0.09	0.666
(377.81, 359.85)	(466.30, 355.14)	(377.94, 360.33)	(466.77, 355.64)	60.63	139.98	-0.11	0.638
(352.96, 352.51)	(442.36, 346.40)	(352.99, 352.90)	(442.63, 346.74)	60.64	120.07	-0.21	0.679
(327.79, 345.01)	(418.56, 337.64)	(327.75, 345.33)	(418.70, 337.87)	60.63	100.02	-0.24	0.671
(302.50, 337.40)	(395.17, 329.02)	(302.40, 337.69)	(395.23, 329.16)	60.59	80.01	-0.33	0.677
(277.24, 329.72)	(372.13, 320.50)	(277.07, 330.00)	(372.15, 320.59)	60.55	60.09	-0.19	0.584
(251.58, 321.97)	(349.30, 312.16)	(251.30, 322.27)	(349.29, 312.23)	60.57	40.02	-0.28	0.631
(225.90, 314.25)	(326.79, 303.78)	(225.46, 314.58)	(326.76, 303.84)	60.56	19.99	-0.16	0.587
(200.24, 306.35)	(304.73, 295.61)	(199.58, 306.71)	(304.68, 295.67)	60.53	0.04	-0.04	0.531
(458.16, 357.81)	(549.74, 358.05)	(458.79, 358.52)	(551.41, 359.07)	40.74	200.06	0.26	0.783
(433.75, 350.61)	(524.67, 349.14)	(434.15, 351.14)	(525.79, 349.88)	40.76	179.94	0.03	0.763
(409.42, 343.35)	(500.08, 340.33)	(409.64, 343.75)	(500.81, 340.85)	40.76	160.01	-0.05	0.758
(384.82, 335.89)	(475.64, 331.55)	(384.93, 336.17)	(476.09, 331.90)	40.71	139.98	0.00	0.712
(360.11, 328.50)	(451.65, 322.95)	(360.14, 328.71)	(451.90, 323.17)	40.72	120.06	-0.09	0.727
(335.14, 320.90)	(427.79, 314.41)	(335.13, 321.06)	(427.91, 314.54)	40.71	100.03	0.04	0.711
(309.86, 313.27)	(404.32, 305.88)	(309.81, 313.41)	(404.38, 305.96)	40.65	79.95	-0.24	0.699
(284.67, 305.57)	(381.28, 297.60)	(284.57, 305.71)	(381.30, 297.64)	40.63	60.01	-0.30	0.695
(259.28, 297.78)	(358.36, 289.40)	(259.10, 297.94)	(358.36, 289.42)	40.65	40.00	-0.09	0.652
(233.71, 290.00)	(335.87, 281.30)	(233.41, 290.17)	(335.87, 281.32)	40.65	19.97	-0.15	0.667
(208.10, 282.16)	(313.69, 273.25)	(207.62, 282.36)	(313.67, 273.27)	40.64	-0.03	-0.05	0.644
(464.58, 334.21)	(559.21, 333.93)	(465.16, 334.72)	(560.89, 334.71)	20.77	200.05	0.13	0.782
(440.46, 326.90)	(534.11, 325.23)	(440.81, 327.25)	(535.24, 325.78)	20.80	179.98	0.13	0.809
(416.21, 319.54)	(509.40, 316.51)	(416.40, 319.78)	(510.13, 316.88)	20.77	159.98	0.10	0.778
(391.71, 312.10)	(485.02, 307.94)	(391.81, 312.26)	(485.46, 308.18)	20.74	139.98	-0.09	0.747
(367.17, 304.58)	(460.94, 299.50)	(367.20, 304.68)	(461.18, 299.64)	20.74	120.04	-0.02	0.738
(342.35, 296.97)	(437.08, 291.17)	(342.35, 297.04)	(437.20, 291.25)	20.74	100.04	0.00	0.743
(317.23, 289.30)	(413.50, 282.82)	(317.20, 289.35)	(413.55, 282.85)	20.70	79.94	-0.12	0.716
(292.22, 281.57)	(390.38, 274.68)	(292.17, 281.63)	(390.40, 274.69)	20.68	60.01	-0.05	0.685
(266.88, 273.79)	(367.47, 266.64)	(266.77, 273.86)	(367.47, 266.64)	20.68	39.96	-0.09	0.691
(241.50, 265.98)	(344.96, 258.65)	(241.29, 266.06)	(344.96, 258.66)	20.65	19.95	-0.13	0.669
(215.96, 258.07)	(322.73, 250.82)	(215.59, 258.16)	(322.72, 250.82)	20.64	-0.11	-0.14	0.662
(471.01, 310.63)	(568.51, 309.75)	(471.54, 310.98)	(570.25, 310.33)	0.73	199.99	0.32	0.797
(446.95, 303.37)	(543.40, 301.21)	(447.26, 303.60)	(544.57, 301.61)	0.79	179.91	0.15	0.809
(422.90, 295.86)	(518.69, 292.66)	(423.06, 296.00)	(519.45, 292.91)	0.72	159.93	0.18	0.750
(398.53, 288.39)	(494.24, 284.27)	(398.60, 288.47)	(494.70, 284.43)	0.72	139.91	0.03	0.725
(374.20, 280.79)	(470.20, 276.01)	(374.23, 280.83)	(470.46, 276.09)	0.68	120.02	0.08	0.683
(349.45, 273.20)	(446.37, 267.78)	(349.46, 273.22)	(446.50, 267.82)	0.65	100.00	-0.13	0.665
(324.48, 265.44)	(422.66, 259.65)	(324.48, 265.45)	(422.71, 259.67)	0.65	79.87	-0.07	0.665
(299.62, 257.66)	(399.52, 251.68)	(299.60, 257.68)	(399.53, 251.69)	0.62	59.95	-0.03	0.618
(274.45, 249.86)	(376.53, 243.79)	(274.39, 249.88)	(376.53, 243.79)	0.62	39.90	0.03	0.630
(249.20, 242.01)	(353.90, 236.11)	(249.06, 242.03)	(353.90, 236.11)	0.66	19.88	0.12	0.683
(223.79, 234.16)	(331.65, 228.46)	(223.50, 234.18)	(331.64, 228.46)	0.66	-0.18	0.01	0.684

ตารางที่ จ.5 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 5

ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 1 = 0.0049 rad. ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 2 = 1.5691 rad.

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดภาพที่แก้ไขความบิดเบี้ยวแล้ว (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้ (มิลลิเมตร)		
กล้องซ้าย	กล้องขวา	กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z
(531.71, 286.69)	(509.38, 284.64)	(532.99, 287.10)	(510.00, 284.82)	129.09	225.00	168.05
(499.99, 285.66)	(483.68, 282.69)	(500.76, 285.95)	(484.04, 282.81)	127.98	207.30	158.41
(468.98, 284.63)	(459.20, 280.71)	(469.42, 284.82)	(459.40, 280.79)	126.84	189.80	148.90
(438.25, 283.54)	(435.60, 278.86)	(438.46, 283.67)	(435.70, 278.91)	125.71	172.25	139.30
(407.98, 282.51)	(412.84, 277.17)	(408.07, 282.59)	(412.88, 277.20)	124.63	154.72	129.83
(378.18, 281.46)	(391.09, 275.41)	(378.21, 281.50)	(391.10, 275.42)	123.49	137.26	120.22
(348.64, 280.36)	(369.94, 273.60)	(348.64, 280.39)	(369.94, 273.60)	122.31	119.68	110.65
(319.69, 279.31)	(349.77, 271.95)	(319.67, 279.34)	(349.76, 271.95)	121.17	102.21	100.98
(291.25, 278.29)	(330.16, 270.47)	(291.20, 278.34)	(330.15, 270.48)	120.10	84.73	91.60
(263.18, 277.23)	(311.32, 268.86)	(263.06, 277.31)	(311.30, 268.88)	118.93	67.22	81.99
(235.64, 276.05)	(293.23, 267.42)	(235.38, 276.17)	(293.18, 267.44)	117.77	49.74	72.32
(532.76, 256.33)	(511.58, 252.94)	(533.96, 256.52)	(512.18, 252.99)	109.08	226.27	168.09
(501.14, 255.50)	(485.84, 251.62)	(501.85, 255.63)	(486.18, 251.65)	107.98	208.59	158.52
(470.16, 254.57)	(461.37, 250.32)	(470.54, 254.66)	(461.56, 250.34)	106.84	191.10	148.96
(439.39, 253.72)	(437.68, 249.07)	(439.56, 253.77)	(437.76, 249.08)	105.72	173.52	139.34
(409.26, 252.86)	(415.03, 247.71)	(409.32, 252.88)	(415.06, 247.72)	104.55	156.07	129.84
(379.35, 252.11)	(393.11, 246.57)	(379.37, 252.12)	(393.12, 246.57)	103.47	138.52	120.22
(349.87, 251.21)	(372.01, 245.39)	(349.87, 251.22)	(372.01, 245.39)	102.31	120.98	110.58
(321.00, 250.37)	(351.76, 244.31)	(321.00, 250.38)	(351.76, 244.31)	101.19	103.52	101.03
(292.46, 249.47)	(332.18, 243.25)	(292.43, 249.49)	(332.18, 243.25)	100.04	86.00	91.41
(264.41, 248.63)	(313.29, 242.21)	(264.32, 248.65)	(313.28, 242.21)	98.89	68.47	81.82
(236.96, 247.76)	(295.19, 241.20)	(236.75, 247.80)	(295.16, 241.20)	97.74	51.03	72.20
(533.65, 226.15)	(513.64, 221.43)	(534.84, 226.15)	(514.27, 221.36)	89.16	227.49	168.10
(502.13, 225.47)	(488.02, 220.61)	(502.83, 225.47)	(488.39, 220.56)	88.00	209.88	158.44
(471.17, 224.75)	(463.43, 219.90)	(471.54, 224.74)	(463.62, 219.86)	86.87	192.34	148.96
(440.46, 224.19)	(439.78, 219.27)	(440.63, 224.19)	(439.88, 219.25)	85.79	174.79	139.28
(410.39, 223.49)	(417.06, 218.51)	(410.45, 223.48)	(417.10, 218.50)	84.62	157.33	129.84
(380.51, 222.79)	(395.18, 217.84)	(380.52, 222.79)	(395.19, 217.83)	83.45	139.80	120.13
(351.05, 222.27)	(374.04, 217.32)	(351.05, 222.27)	(374.04, 217.32)	82.39	122.24	110.49
(322.30, 221.53)	(353.75, 216.58)	(322.30, 221.53)	(353.75, 216.58)	81.17	104.82	101.09
(293.74, 220.99)	(334.14, 216.10)	(293.72, 220.99)	(334.13, 216.10)	80.09	87.27	91.40
(265.79, 220.44)	(315.23, 215.51)	(265.71, 220.43)	(315.21, 215.50)	78.96	69.78	81.89
(238.27, 219.74)	(297.01, 214.91)	(238.08, 219.73)	(296.97, 214.89)	77.75	52.27	72.29
(534.51, 196.07)	(515.63, 189.92)	(535.74, 195.88)	(516.34, 189.70)	69.22	228.70	168.15
(502.99, 195.58)	(490.02, 189.79)	(503.74, 195.43)	(490.45, 189.63)	68.08	211.09	158.42
(472.17, 195.23)	(465.45, 189.62)	(472.57, 195.13)	(465.70, 189.51)	67.00	193.59	148.98
(441.53, 194.66)	(441.79, 189.53)	(441.72, 194.60)	(441.93, 189.45)	65.83	176.05	139.32
(411.50, 194.34)	(419.09, 189.46)	(411.57, 194.30)	(419.16, 189.41)	64.76	158.60	129.83
(381.60, 193.81)	(397.15, 189.36)	(381.62, 193.79)	(397.17, 189.32)	63.58	141.03	120.10
(352.27, 193.43)	(375.98, 189.27)	(352.27, 193.43)	(375.99, 189.24)	62.47	123.50	110.57
(323.50, 193.05)	(355.65, 189.19)	(323.50, 193.04)	(355.65, 189.17)	61.35	106.05	101.12
(295.10, 192.61)	(336.10, 189.05)	(295.07, 192.58)	(336.09, 189.02)	60.17	88.57	91.47
(267.13, 192.36)	(317.14, 188.97)	(267.05, 192.32)	(317.11, 188.93)	59.07	71.05	81.94
(239.64, 191.85)	(298.76, 188.84)	(239.43, 191.78)	(298.71, 188.79)	57.87	53.52	72.54
(535.31, 166.26)	(517.58, 158.58)	(536.65, 165.84)	(518.43, 158.15)	49.36	229.93	168.19
(503.89, 165.91)	(491.94, 159.18)	(504.72, 165.60)	(492.48, 158.86)	48.25	212.31	158.53
(473.07, 165.59)	(467.36, 159.54)	(473.55, 165.36)	(467.69, 159.29)	47.08	194.80	149.04
(442.52, 165.41)	(443.70, 160.01)	(442.76, 165.26)	(443.90, 159.83)	45.98	177.26	139.41
(412.55, 165.25)	(421.05, 160.45)	(412.67, 165.15)	(421.16, 160.31)	44.88	159.84	129.85
(382.75, 164.94)	(399.11, 160.80)	(382.79, 164.88)	(399.17, 160.70)	43.67	142.29	120.14
(353.40, 164.71)	(377.90, 161.31)	(353.41, 164.67)	(377.93, 161.22)	42.55	124.73	110.56
(324.70, 164.54)	(357.58, 161.64)	(324.69, 164.49)	(357.58, 161.56)	41.40	107.29	101.10
(296.34, 164.47)	(337.88, 162.11)	(296.29, 164.40)	(337.86, 162.03)	40.32	89.77	91.63
(268.36, 164.36)	(318.98, 162.48)	(268.24, 164.26)	(318.93, 162.39)	39.17	72.24	81.91
(240.95, 164.29)	(300.66, 162.88)	(240.69, 164.13)	(300.57, 162.76)	38.05	54.73	72.44
(536.01, 136.37)	(519.42, 127.34)	(537.52, 135.67)	(520.48, 126.61)	29.41	231.13	168.24
(504.70, 136.37)	(493.74, 128.46)	(505.68, 135.83)	(494.45, 127.88)	28.33	213.50	158.68
(473.88, 136.25)	(469.28, 129.47)	(474.48, 135.84)	(469.74, 129.02)	27.17	196.01	148.98
(443.50, 136.26)	(445.58, 130.48)	(443.84, 135.96)	(445.88, 130.11)	26.07	178.49	139.52
(413.58, 136.20)	(422.99, 131.47)	(413.75, 135.98)	(423.17, 131.17)	24.93	161.08	129.87
(383.83, 136.22)	(401.01, 132.42)	(383.90, 136.05)	(401.11, 132.18)	23.78	143.52	120.18
(354.54, 136.21)	(379.72, 133.35)	(354.56, 136.07)	(379.77, 133.14)	22.64	125.93	110.70
(325.87, 136.27)	(359.40, 134.30)	(325.84, 136.13)	(359.41, 134.10)	21.53	108.48	101.18
(297.53, 136.37)	(339.67, 135.24)	(297.45, 136.20)	(339.64, 135.04)	20.43	90.95	91.70
(269.64, 136.42)	(320.71, 136.06)	(269.46, 136.20)	(320.64, 135.84)	19.25	73.42	82.11
(242.32, 136.54)	(302.50, 136.92)	(242.00, 136.25)	(302.37, 136.68)	18.12	55.97	72.53
(536.56, 106.60)	(521.13, 96.12)	(538.29, 105.54)	(522.46, 94.95)	9.38	232.28	168.25
(505.43, 106.69)	(495.57, 97.72)	(506.59, 105.83)	(496.50, 96.77)	8.25	214.71	158.71
(474.69, 106.82)	(471.12, 99.43)	(475.44, 106.15)	(471.75, 98.64)	7.14	197.23	149.01
(444.34, 107.03)	(447.38, 100.96)	(444.80, 106.49)	(447.80, 100.31)	6.04	179.67	139.57
(414.51, 107.23)	(424.70, 102.49)	(414.77, 106.80)	(424.97, 101.93)	4.92	162.23	130.06
(384.86, 107.43)	(402.77, 103.98)	(384.99, 107.07)	(402.93, 103.50)	3.77	144.70	120.36
(355.62, 107.62)	(381.54, 105.46)	(355.65, 107.29)	(381.62, 105.02)	2.62	127.12	110.77
(327.02, 107.87)	(361.29, 106.80)	(326.98, 107.54)	(361.30, 106.39)	1.44	109.69	101.16
(298.68, 108.27)	(341.51, 108.29)	(298.55, 107.92)	(341.46, 107.89)	0.39	92.12	91.65
(270.96, 108.55)	(322.58, 109.56)	(270.72, 108.14)	(322.47, 109.15)	-0.77	74.65	82.16
(243.58, 108.94)	(304.34, 110.95)	(243.17, 108.44)	(304.17, 110.52)	-1.89	57.13	72.43

ตารางที่ จ.6 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 6

ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 1 = 0.0049 rad. ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 2 = 1.5691 rad.

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดภาพที่แก้ไขความบิดเบี้ยวแล้ว (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้ (มิลลิเมตร)		
กล้องซ้าย	กล้องขวา	กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z
(472.70, 313.58)	(514.71, 311.58)	(473.27, 313.96)	(515.49, 311.94)	148.56	213.73	82.64
(452.93, 315.49)	(486.45, 312.51)	(453.33, 315.81)	(486.91, 312.78)	149.17	196.19	92.45
(432.54, 317.40)	(457.90, 313.37)	(432.81, 317.67)	(458.16, 313.56)	149.74	178.72	102.25
(411.48, 319.33)	(429.08, 314.15)	(411.65, 319.56)	(429.21, 314.29)	150.28	161.33	111.99
(389.51, 321.36)	(399.86, 314.85)	(389.61, 321.56)	(399.92, 314.95)	150.81	143.87	121.63
(366.80, 323.36)	(370.31, 315.60)	(366.84, 323.55)	(370.33, 315.68)	151.33	126.45	131.32
(343.18, 325.40)	(340.31, 316.44)	(343.18, 325.59)	(340.29, 316.53)	151.88	108.96	141.11
(318.68, 327.51)	(310.17, 317.17)	(318.64, 327.71)	(310.10, 317.28)	152.41	91.52	150.67
(293.34, 329.73)	(279.57, 317.83)	(293.22, 329.98)	(279.41, 317.99)	152.92	74.06	160.53
(266.97, 332.06)	(248.74, 318.53)	(266.74, 332.38)	(248.42, 318.77)	153.48	56.58	170.27
(239.61, 334.37)	(217.67, 319.26)	(239.20, 334.79)	(217.08, 319.60)	154.02	39.09	180.00
(471.25, 286.27)	(513.96, 283.39)	(471.71, 286.48)	(514.64, 283.58)	128.56	213.13	82.76
(451.36, 287.60)	(485.64, 284.07)	(451.66, 287.77)	(486.02, 284.20)	129.12	195.53	92.52
(430.92, 288.97)	(457.26, 284.58)	(431.10, 289.10)	(457.46, 284.66)	129.61	178.12	102.07
(409.69, 290.45)	(428.37, 285.35)	(409.79, 290.55)	(428.45, 285.40)	130.23	160.64	111.74
(387.81, 291.81)	(399.21, 285.83)	(387.86, 291.89)	(399.24, 285.86)	130.69	143.24	121.45
(365.08, 293.42)	(369.58, 286.51)	(365.10, 293.48)	(369.59, 286.53)	131.29	125.79	131.28
(341.43, 294.82)	(339.55, 287.13)	(341.43, 294.88)	(339.54, 287.15)	131.79	108.29	141.12
(317.03, 296.48)	(309.47, 287.61)	(317.01, 296.55)	(309.43, 287.65)	132.32	90.90	150.77
(291.49, 298.17)	(278.83, 288.31)	(291.42, 298.27)	(278.72, 288.37)	132.91	73.36	160.51
(265.13, 299.76)	(248.09, 288.79)	(264.97, 299.91)	(247.84, 288.90)	133.40	55.91	170.19
(237.74, 301.49)	(217.06, 289.40)	(237.44, 301.71)	(216.55, 289.58)	133.96	38.43	179.91
(469.53, 258.84)	(513.12, 255.25)	(469.91, 258.94)	(513.74, 255.31)	108.53	212.45	82.60
(449.67, 259.78)	(484.86, 255.62)	(449.91, 259.86)	(485.20, 255.67)	109.08	194.88	92.39
(429.35, 260.68)	(456.41, 256.19)	(429.48, 260.73)	(456.57, 256.22)	109.67	177.47	102.24
(408.15, 261.59)	(427.51, 256.51)	(408.22, 261.63)	(427.57, 256.53)	110.17	160.00	112.01
(386.25, 262.58)	(398.40, 257.07)	(386.28, 262.60)	(398.41, 257.07)	110.76	142.61	121.68
(363.45, 263.55)	(368.80, 257.45)	(363.45, 263.56)	(368.80, 257.45)	111.28	125.14	131.43
(339.61, 264.52)	(338.82, 257.83)	(339.61, 264.53)	(338.81, 257.83)	111.79	107.59	141.02
(315.27, 265.55)	(308.77, 258.39)	(315.26, 265.56)	(308.74, 258.40)	112.37	90.24	150.75
(289.71, 266.59)	(278.25, 258.72)	(289.67, 266.62)	(278.16, 258.74)	112.87	72.71	160.37
(263.33, 267.66)	(247.37, 259.28)	(263.22, 267.71)	(247.15, 259.32)	113.45	55.23	170.25
(235.84, 268.76)	(216.41, 259.58)	(235.60, 268.85)	(215.95, 259.64)	113.93	37.72	179.82
(467.99, 231.68)	(512.26, 227.25)	(468.34, 231.69)	(512.86, 227.20)	88.63	211.83	82.73
(448.13, 232.26)	(484.01, 227.47)	(448.33, 232.27)	(484.33, 227.44)	89.23	194.26	92.54
(427.61, 232.55)	(455.61, 227.66)	(427.72, 232.55)	(455.76, 227.65)	89.70	176.81	102.11
(406.45, 233.01)	(426.76, 228.06)	(406.49, 233.02)	(426.81, 228.05)	90.31	159.36	111.92
(384.53, 233.43)	(397.68, 228.36)	(384.55, 233.43)	(397.69, 228.36)	90.85	141.97	121.58
(361.63, 233.79)	(368.12, 228.55)	(361.63, 233.79)	(368.12, 228.55)	91.33	124.46	131.20
(338.02, 234.35)	(338.23, 228.80)	(338.02, 234.35)	(338.23, 228.80)	91.89	107.01	141.00
(313.46, 234.67)	(308.04, 229.17)	(313.45, 234.67)	(308.02, 229.16)	92.41	89.53	150.71
(288.07, 235.33)	(277.55, 229.47)	(288.04, 235.34)	(277.47, 229.46)	93.01	72.09	160.53
(261.59, 235.73)	(246.74, 229.70)	(261.50, 235.74)	(246.53, 229.68)	93.49	54.57	170.27
(234.21, 236.32)	(215.80, 230.09)	(233.99, 236.34)	(215.34, 230.06)	94.08	37.11	179.98
(466.30, 204.57)	(511.25, 199.31)	(466.64, 204.51)	(511.88, 199.14)	68.72	211.13	82.83
(446.44, 204.59)	(483.14, 199.38)	(446.65, 204.54)	(483.49, 199.27)	69.30	193.61	92.50
(426.10, 204.48)	(454.72, 199.46)	(426.21, 204.45)	(454.90, 199.38)	69.84	176.20	102.38
(404.77, 204.46)	(426.01, 199.52)	(404.82, 204.44)	(426.08, 199.48)	70.37	158.74	111.85
(382.84, 204.37)	(396.91, 199.61)	(382.85, 204.36)	(396.93, 199.59)	70.91	141.32	121.57
(360.13, 204.30)	(367.44, 199.71)	(360.13, 204.29)	(367.44, 199.70)	71.45	123.90	131.37
(336.31, 204.18)	(337.39, 199.80)	(336.31, 204.18)	(337.38, 199.79)	71.97	106.32	141.18
(311.88, 204.07)	(307.40, 200.05)	(311.88, 204.07)	(307.37, 200.03)	72.54	88.94	150.83
(286.31, 203.93)	(276.82, 200.25)	(286.27, 203.92)	(276.71, 200.20)	73.08	71.38	160.62
(259.86, 203.84)	(246.20, 200.40)	(259.76, 203.82)	(245.95, 200.32)	73.60	53.91	170.21
(232.45, 203.71)	(215.19, 200.53)	(232.21, 203.66)	(214.70, 200.39)	74.11	36.41	180.00
(464.69, 177.49)	(510.31, 171.34)	(465.07, 177.34)	(511.01, 171.03)	48.76	210.51	82.93
(444.85, 177.04)	(482.25, 171.31)	(445.08, 176.93)	(482.66, 171.08)	49.37	193.00	92.62
(424.37, 176.43)	(453.86, 171.20)	(424.51, 176.35)	(454.08, 171.04)	49.89	175.54	102.35
(403.19, 175.78)	(425.19, 171.17)	(403.26, 175.72)	(425.29, 171.06)	50.42	158.13	112.00
(381.26, 175.32)	(396.18, 171.06)	(381.30, 175.28)	(396.22, 170.99)	50.98	140.73	121.66
(358.36, 174.58)	(366.65, 170.99)	(358.37, 174.55)	(366.66, 170.93)	51.46	123.22	131.36
(334.59, 174.00)	(336.72, 170.95)	(334.59, 173.97)	(336.70, 170.89)	52.02	105.67	141.12
(310.17, 173.38)	(306.72, 170.96)	(310.14, 173.34)	(306.66, 170.87)	52.57	88.27	150.85
(284.68, 172.67)	(276.32, 171.00)	(284.62, 172.60)	(276.17, 170.87)	53.09	70.77	160.55
(258.29, 172.10)	(245.59, 171.10)	(258.14, 172.01)	(245.28, 170.91)	53.70	53.28	170.38
(230.75, 171.41)	(214.71, 171.16)	(230.45, 171.26)	(214.12, 170.88)	54.21	35.73	179.95
(463.00, 150.38)	(509.29, 143.42)	(463.44, 150.10)	(510.11, 142.91)	28.73	209.86	83.02
(443.22, 149.41)	(481.28, 143.23)	(443.51, 149.19)	(481.79, 142.83)	29.34	192.37	92.80
(422.66, 148.37)	(452.98, 142.88)	(422.84, 148.19)	(453.28, 142.58)	29.83	174.91	102.34
(401.50, 147.29)	(424.33, 142.63)	(401.61, 147.14)	(424.49, 142.40)	30.37	157.49	112.06
(379.53, 146.21)	(395.34, 142.45)	(379.58, 146.10)	(395.41, 142.27)	30.93	140.06	121.70
(356.72, 145.02)	(365.89, 142.31)	(356.74, 144.91)	(365.90, 142.15)	31.47	122.58	131.47
(333.01, 143.80)	(336.07, 142.10)	(333.00, 143.69)	(336.03, 141.93)	31.98	105.06	141.21
(308.51, 142.62)	(306.06, 141.88)	(308.46, 142.49)	(305.95, 141.68)	32.50	87.61	150.92
(283.02, 141.46)	(275.63, 141.71)	(282.90, 141.29)	(275.40, 141.45)	33.05	70.09	160.71
(256.60, 140.28)	(245.08, 141.66)	(256.38, 140.05)	(244.66, 141.30)	33.61	52.60	170.34
(229.15, 138.95)	(214.16, 141.65)	(228.75, 138.64)	(213.45, 141.16)	34.15	35.06	180.09

ตารางที่ จ.7 ผลการคำนวณพิกัด 3 มิติจากการสอบเทียบหุ่นยนต์และระบบกล้องสองตัวพร้อมกันจังหวะที่ 7

ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 1 = 0.0049 rad. ตำแหน่งมุมข้อต่อที่ 2 = 1.5691 rad.

จุดภาพที่วัดได้ (จุดสี)		จุดภาพที่แก้ไขความบิดเบี้ยวแล้ว (จุดสี)		จุดพิกัด 3 มิติที่คำนวณได้ (มิลลิเมตร)		
กล้องซ้าย	กล้องขวา	กล้องซ้าย	กล้องขวา	X	Y	Z
(293.63, 343.00)	(271.21, 329.92)	(293.49, 343.35)	(270.99, 330.16)	160.74	72.38	170.7
(290.70, 314.50)	(277.52, 303.49)	(290.60, 314.67)	(277.38, 303.60)	143.23	72.62	160.72
(288.11, 287.07)	(283.75, 277.88)	(288.04, 287.14)	(283.67, 277.93)	125.86	72.98	150.91
(285.45, 260.43)	(289.85, 253.04)	(285.41, 260.45)	(289.80, 253.05)	108.53	73.27	140.92
(282.90, 234.54)	(295.72, 228.72)	(282.86, 234.54)	(295.68, 228.71)	91.17	73.55	131.05
(280.48, 209.46)	(301.52, 205.26)	(280.43, 209.44)	(301.48, 205.23)	73.92	73.85	121.15
(278.24, 185.02)	(307.30, 182.21)	(278.17, 184.98)	(307.25, 182.15)	56.56	74.24	111.21
(275.97, 161.47)	(312.80, 159.83)	(275.87, 161.37)	(312.74, 159.71)	39.29	74.54	101.33
(273.69, 138.47)	(318.23, 138.09)	(273.54, 138.27)	(318.15, 137.89)	21.96	74.8	91.25
(271.61, 116.26)	(323.50, 116.78)	(271.39, 115.91)	(323.41, 116.43)	4.64	75.13	81.36
(269.54, 94.65)	(328.60, 96.32)	(269.24, 94.10)	(328.49, 95.78)	-12.60	75.41	71.44
(326.68, 342.56)	(300.75, 331.24)	(326.64, 342.86)	(300.64, 331.42)	161.12	92.46	170.56
(323.37, 314.32)	(306.71, 304.52)	(323.34, 314.46)	(306.65, 304.59)	143.62	92.72	160.7
(320.23, 287.00)	(312.63, 278.72)	(320.22, 287.05)	(312.60, 278.74)	126.24	93.04	150.79
(317.12, 260.46)	(318.46, 253.56)	(317.12, 260.47)	(318.45, 253.56)	108.87	93.34	140.73
(314.15, 234.73)	(324.06, 229.31)	(314.14, 234.73)	(324.05, 229.31)	91.61	93.64	130.83
(311.25, 209.75)	(329.51, 205.46)	(311.24, 209.75)	(329.50, 205.44)	74.28	93.93	120.92
(308.50, 185.48)	(334.90, 182.26)	(308.49, 185.46)	(334.89, 182.22)	56.94	94.26	110.99
(305.82, 162.09)	(340.17, 159.64)	(305.78, 162.03)	(340.15, 159.55)	39.66	94.58	101.01
(303.23, 139.22)	(345.25, 137.66)	(303.17, 139.07)	(345.23, 137.47)	22.33	94.9	91.12
(300.63, 117.03)	(350.23, 116.38)	(300.52, 116.74)	(350.21, 116.05)	5.02	95.18	81.05
(298.22, 95.55)	(355.06, 95.61)	(298.07, 95.08)	(355.06, 95.09)	-12.27	95.51	71.18
(359.27, 342.16)	(330.69, 332.44)	(359.31, 342.46)	(330.65, 332.59)	161.48	112.47	170.52
(355.40, 314.00)	(336.41, 305.51)	(355.42, 314.13)	(336.39, 305.57)	143.96	112.71	160.41
(351.84, 286.82)	(341.99, 279.52)	(351.84, 286.87)	(341.99, 279.53)	126.59	113.04	150.51
(348.32, 260.51)	(347.37, 254.25)	(348.32, 260.52)	(347.37, 254.25)	109.28	113.32	140.63
(344.90, 235.02)	(352.61, 229.60)	(344.90, 235.02)	(352.61, 229.60)	91.99	113.6	130.74
(341.54, 210.22)	(357.77, 205.57)	(341.54, 210.22)	(357.77, 205.57)	74.67	113.89	120.74
(338.41, 185.93)	(362.86, 182.22)	(338.41, 185.92)	(362.86, 182.18)	57.29	114.24	110.82
(335.32, 162.59)	(367.81, 159.50)	(335.32, 162.53)	(367.82, 159.41)	40.00	114.58	100.84
(332.28, 139.80)	(372.50, 137.43)	(332.26, 139.67)	(372.53, 137.24)	22.69	114.86	90.98
(329.33, 117.77)	(377.24, 115.86)	(329.30, 117.52)	(377.29, 115.52)	5.35	115.19	80.87
(326.40, 96.45)	(381.64, 95.09)	(326.35, 96.03)	(381.73, 94.55)	-11.87	115.43	70.99
(391.29, 341.55)	(361.12, 333.60)	(391.43, 341.88)	(361.12, 333.75)	161.77	132.41	170.33
(387.07, 313.63)	(366.41, 306.48)	(387.15, 313.79)	(366.42, 306.54)	144.29	132.67	160.4
(382.98, 286.67)	(371.57, 280.35)	(383.02, 286.73)	(371.57, 280.36)	126.96	132.93	150.47
(379.08, 260.56)	(376.66, 254.69)	(379.10, 260.57)	(376.66, 254.69)	109.60	133.24	140.57
(375.25, 235.27)	(381.62, 229.96)	(375.26, 235.27)	(381.62, 229.96)	92.37	133.55	130.59
(371.48, 210.48)	(386.48, 205.68)	(371.49, 210.47)	(386.49, 205.67)	74.97	133.85	120.54
(367.88, 186.42)	(391.18, 182.19)	(367.89, 186.40)	(391.20, 182.15)	57.64	134.17	110.59
(364.38, 163.25)	(395.71, 159.39)	(364.40, 163.19)	(395.76, 159.28)	40.41	134.48	100.71
(360.95, 140.52)	(400.17, 137.14)	(360.98, 140.39)	(400.26, 136.93)	23.05	134.8	90.72
(357.57, 118.55)	(404.46, 115.44)	(357.61, 118.31)	(404.60, 115.07)	5.71	135.09	80.72
(354.36, 97.33)	(408.61, 94.43)	(354.40, 96.91)	(408.82, 93.83)	-11.54	135.4	70.86
(422.81, 340.92)	(391.98, 334.73)	(423.10, 341.33)	(392.05, 334.90)	162.07	152.32	170.16
(418.26, 313.38)	(396.86, 307.50)	(418.45, 313.59)	(396.91, 307.57)	144.67	152.58	160.36
(413.74, 286.54)	(401.74, 281.07)	(413.86, 286.64)	(401.76, 281.10)	127.31	152.87	150.32
(409.42, 260.54)	(406.49, 255.36)	(409.49, 260.57)	(406.51, 255.36)	109.98	153.19	140.35
(405.23, 235.41)	(411.02, 230.40)	(405.27, 235.42)	(411.04, 230.39)	92.73	153.48	130.52
(401.02, 210.73)	(415.49, 205.91)	(401.06, 210.72)	(415.54, 205.89)	75.32	153.77	120.44
(397.07, 186.80)	(419.82, 182.22)	(397.12, 186.76)	(419.89, 182.15)	57.99	154.1	110.59
(393.18, 163.72)	(424.04, 159.27)	(393.25, 163.65)	(424.16, 159.12)	40.74	154.42	100.65
(389.33, 141.28)	(428.08, 136.70)	(389.42, 141.13)	(428.27, 136.43)	23.39	154.71	90.69
(385.57, 119.42)	(432.06, 114.99)	(385.68, 119.15)	(432.33, 114.53)	6.09	155.01	80.64
(381.87, 98.20)	(435.87, 93.79)	(382.01, 97.77)	(436.24, 93.09)	-11.25	155.28	70.61
(454.14, 340.40)	(423.40, 335.88)	(454.65, 340.92)	(423.55, 336.11)	162.41	172.33	170.21
(449.08, 312.89)	(427.86, 308.45)	(449.44, 313.18)	(427.97, 308.56)	144.97	172.54	160.33
(444.27, 286.42)	(432.39, 281.69)	(444.52, 286.57)	(432.48, 281.75)	127.63	172.87	150.35
(439.44, 260.52)	(436.72, 255.76)	(439.62, 260.59)	(436.80, 255.77)	110.28	173.14	140.31
(434.81, 235.52)	(440.91, 230.62)	(434.95, 235.53)	(441.00, 230.61)	93.02	173.44	130.36
(430.31, 211.13)	(445.01, 206.19)	(430.43, 211.10)	(445.13, 206.14)	75.74	173.75	120.4
(425.90, 187.33)	(449.00, 182.19)	(426.03, 187.28)	(449.18, 182.08)	58.34	174.08	110.39
(421.59, 164.36)	(452.76, 159.00)	(421.74, 164.25)	(453.01, 158.79)	41.06	174.36	100.51
(417.42, 141.86)	(456.45, 136.46)	(417.60, 141.66)	(456.80, 136.10)	23.71	174.66	90.61
(413.32, 120.21)	(460.05, 114.51)	(413.53, 119.88)	(460.51, 113.95)	6.42	174.97	80.63
(409.24, 99.05)	(463.49, 93.30)	(409.50, 98.56)	(464.08, 92.48)	-10.88	175.24	70.6
(484.86, 339.60)	(455.36, 337.02)	(485.69, 340.26)	(455.67, 337.34)	162.68	192.32	170.03
(479.50, 312.49)	(459.52, 309.37)	(480.13, 312.88)	(459.78, 309.55)	145.31	192.59	160.12
(474.33, 286.21)	(463.58, 282.49)	(474.82, 286.43)	(463.80, 282.58)	127.99	192.9	150.26
(469.20, 260.49)	(467.53, 256.33)	(469.58, 260.59)	(467.75, 256.36)	110.62	193.2	140.27
(464.17, 235.57)	(471.31, 230.95)	(464.49, 235.59)	(471.54, 230.93)	93.32	193.49	130.34
(459.30, 211.42)	(475.06, 206.30)	(459.59, 211.39)	(475.35, 206.22)	76.05	193.82	120.31
(454.49, 187.63)	(478.58, 182.18)	(454.76, 187.54)	(478.94, 182.02)	58.63	194.1	110.37
(449.87, 164.80)	(482.03, 158.77)	(450.16, 164.63)	(482.48, 158.47)	41.32	194.43	100.48
(445.32, 142.52)	(485.33, 136.12)	(445.65, 142.25)	(485.91, 135.65)	24.02	194.73	90.56
(440.74, 120.87)	(488.50, 114.08)	(441.11, 120.47)	(489.24, 113.37)	6.69	194.98	80.47
(436.42, 99.89)	(491.61, 92.59)	(436.85, 99.32)	(492.53, 91.59)	-10.64	195.31	70.52

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายวันชัย ล่องธารทอง เกิดเมื่อวันที่ 2 พฤศจิกายน พ.ศ.2523 กรุงเทพมหานคร ศึกษาระดับอนุบาลและประถมศึกษาที่โรงเรียนแม่พระประจักษ์ เมื่อจบการศึกษาชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และได้เข้าศึกษาต่อในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและปลายที่โรงเรียนธนบุรีวรเทพีพลารักษ์ กรุงเทพฯ และเมื่อสำเร็จการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้สอบเข้าศึกษาในระดับปริญญาบัณฑิต โดยสำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (เกียรตินิยมอันดับ 1) สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล จากคณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2544 และได้สอบเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์วิทยาลัย ในปีการศึกษา 2545

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย