บทที่ 3

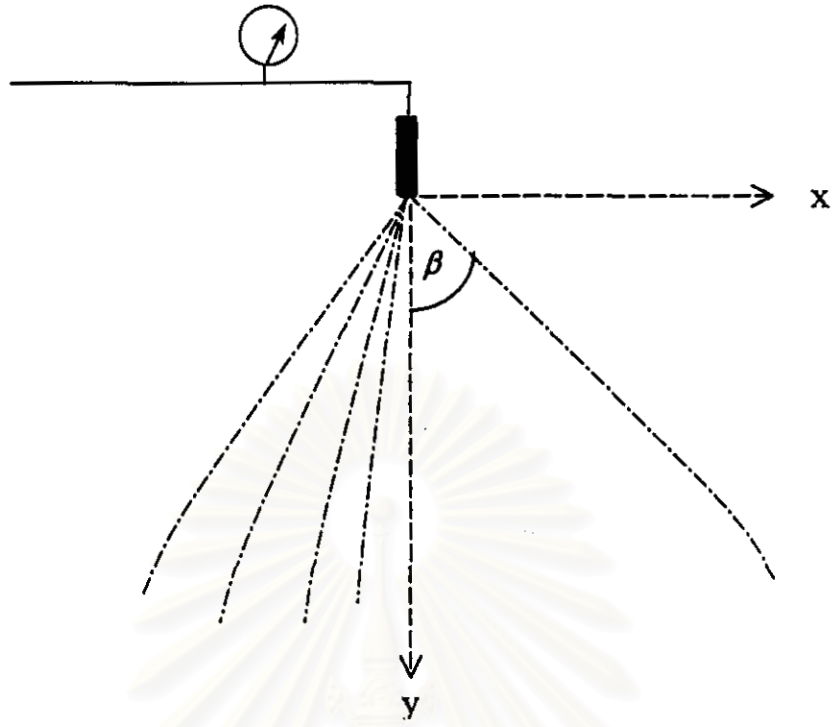
แบบจำลองคณิตศาสตร์คำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำ

(Mathematical model of Trajectory Calculation)

แบบจำลองคณิตศาสตร์(Mathematical Model) หมายถึง การศึกษาระบบหรือการจำลองรูปแบบปัญหาโดยใช้ใช้คณิตศาสตร์ช่วยในการพิจารณา ซึ่งประโยชน์ของแบบจำลองคณิตศาสตร์มีอยู่หลายประการ ไม่ว่าจะเป็นการช่วยให้การศึกษาระบบที่กำลังสนใจสามารถกระทำได้อย่างรวดเร็ว เป็นการประหยัดทั้งเวลาและค่าใช้จ่ายเมื่อเทียบกับการศึกษาระบบจริง ยิ่งไปกว่านั้นในบางครั้งการศึกษาระบบจริงบางสภาวะอาจก่อให้เกิดอันตรายต่อผู้ทำการศึกษา ดังนั้นถ้าแบบจำลองคณิตศาสตร์มีความเหมาะสมเพียงพอผู้ทำการศึกษาก็อาจไม่ต้องเสี่ยงต่ออันตรายที่จะเกิดขึ้นขณะทำการศึกษาระบบจริงอีกต่อไป

สำหรับการคำนวณหาประสิทธิภาพการจับฝุ่นด้วยการฉีดพ่นหยดละอองน้ำ ข้อมูลพื้นที่ที่หัวฉีดซึ่งฉีดพ่นหยดละอองน้ำสามารถครอบคลุมบริเวณแหล่งกำเนิดฝุ่นได้เป็นข้อมูลที่สำคัญอย่างยิ่ง ในกรณีที่มีการติดตั้งหัวฉีดที่ระดับความสูงวัดจากพื้นที่กำเนิดฝุ่นเป็นระยะ L_w และใช้สมมติฐานว่าพื้นที่ที่หยดละอองน้ำที่ถูกฉีดพ่นออกจากหัวฉีดสามารถครอบคลุมได้มีลักษณะเป็นวงกลม โดยพื้นที่ดังกล่าวมีขนาดเท่ากับ A_w ซึ่งสามารถคำนวณได้จากรัศมีของพื้นที่ที่หัวฉีดสามารถครอบคลุมได้ (R_w)

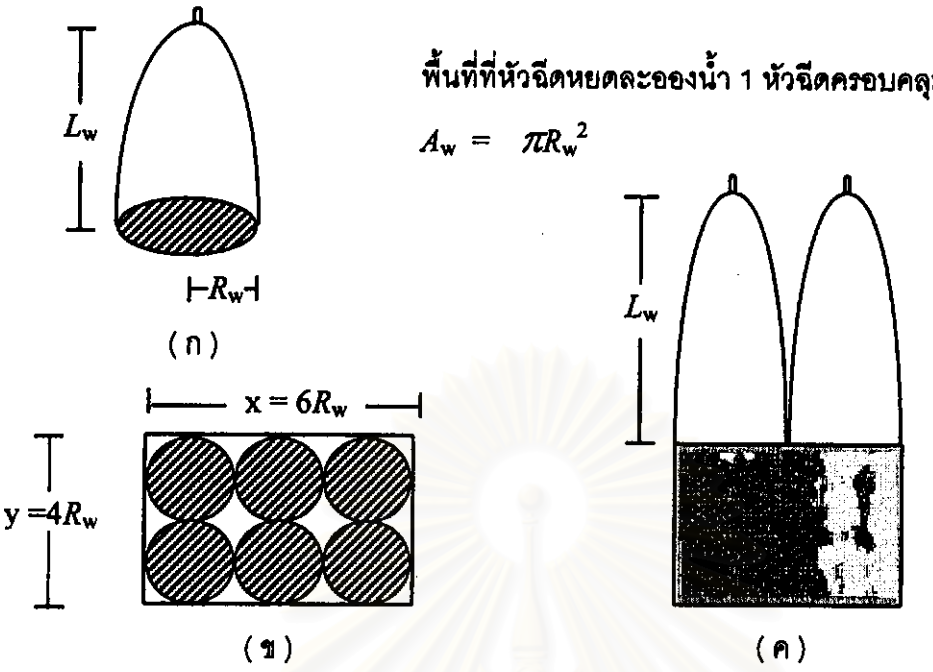
ในที่นี้รัศมีของพื้นที่ที่หัวฉีดสามารถครอบคลุมได้ (R_w) จะสามารถคำนวณได้จากการหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำซึ่งโปรแกรมคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดันจะช่วยให้สามารถคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำ โดยอาศัยสมการการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำที่ถูกฉีดพ่นออกจากหัวฉีดด้วยมุมที่กว้างที่สุดที่วัดจากจุดกึ่งกลางหัวฉีด (β) แสดงดังรูปที่ 3.1



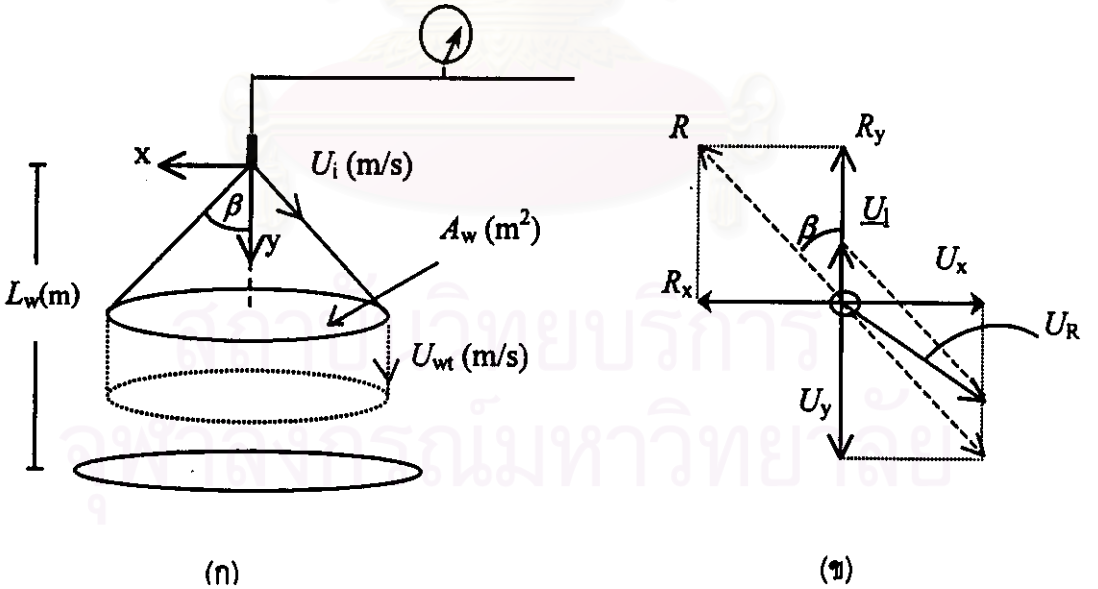
รูปที่ 3.1 แสดงลักษณะของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดัน โดย β คือ มุมที่กว้างที่สุดที่วัดจากจุดกึ่งกลางหัวฉีด

การทราบพื้นที่ที่หยดละอองน้ำซึ่งถูกฉีดพ่นออกจากหัวฉีด 1 หัวสามารถครอบคลุมได้จะทำให้ทราบพื้นที่ที่ใช้ในการคำนวณหาประสิทธิภาพการจับฝุ่นด้วยการฉีดหยดละอองน้ำ และปริมาณหัวฉีดที่จำเป็นสำหรับการฉีดหยดละอองน้ำให้ครอบคลุมพื้นที่ของแหล่งกำเนิดฝุ่นทั้งหมด แสดงดังรูปที่ 3.2

ในที่นี้จะขอกล่าวถึงแบบจำลองที่ใช้คำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำซึ่งถูกฉีดพ่นออกจากหัวฉีดที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้



รูปที่ 3.2 (ก) ภาพแสดงเส้นโคจรของหยดละอองน้ำ (ข) ภาพมุมสูง (top view) เหนือแหล่งกำเนิดฝุ่นเมื่อติดตั้งหัวฉีด (ค) ภาพด้านข้าง (side view) ของแหล่งกำเนิดฝุ่นเมื่อติดตั้งหัวฉีด



รูปที่ 3.3 (ก) ลักษณะของสเปรย์ที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีด (ข) โมเดลสำหรับเส้นโคจรของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดัน

3.1 สมมติฐานของแบบจำลอง (Model Assumptions)

เนื่องจากปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในระหว่างการฉีดพ่นหยดละอองน้ำมีความซับซ้อนมาก เพื่อให้การจำลองสามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ไม่ซับซ้อนจนเกินไป ในงานวิทยานิพนธ์นี้จึงได้ทำการคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดันโดยอาศัยถึงสมมติฐานดังต่อไปนี้

- หยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดซึ่งนำมาพิจารณามีเพียงขนาดเดียว
- การกระจายตัวของหยดละอองน้ำสม่ำเสมอ
- ไม่มีความเร็วของอากาศจากสิ่งแวดล้อมเข้ามาเกี่ยวข้อง
- หยดละอองน้ำมีความเร็วแรกเริ่มเมื่อถูกพ่นออกจากหัวฉีด (U_i) เท่ากัน
- หยดละอองน้ำมีลักษณะเป็นทรงกลม และการเคลื่อนที่เป็นอิสระต่อกัน
- หยดละอองน้ำมีการระเหยน้อยมากและการระเหยสมดุลกับการรวมตัวของหยดละอองน้ำ

3.2 สมการแบบจำลองคณิตศาสตร์สำหรับคำนวณหาพื้นที่ที่หัวฉีดหยดละอองน้ำ 1 หัวสามารถครอบคลุมบริเวณแหล่งกำเนิดฝุ่น

การคำนวณหาพื้นที่ที่หัวฉีดหยดละอองน้ำ 1 หัวสามารถครอบคลุมบริเวณกำเนิดฝุ่นได้สามารถคำนวณได้โดยใช้กฎข้อที่สองของนิวตัน และสมการสมดุลโมเมนตัม ซึ่งรายละเอียดแสดงในหัวข้อ 3.2.1 นอกจากนี้ในหัวข้อ 3.2 ยังได้กล่าวถึงสมการหาความเร็วบั้นปลายของหยดละอองน้ำ (Terminal velocity) เพิ่มเติมอีกสมการ สมการนี้จะมีประโยชน์สำหรับทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดในหัวข้อ 3.4.2

3.2.1 สมการการหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำ

ดังแสดงในรูปที่ 3.3 (a) ตั้งแกน x ให้ชี้ในแนวระนาบออกจากทางออกของออริฟิส ตั้งแกน y ให้ชี้ในแนวดิ่งลง β คือ มุมฉีดออกของหัวฉีดจากแนวกึ่งกลาง และให้กระแสลมพัดเอาอนุภาคฝุ่นฟุ้งขึ้นมาในทิศทางตรงกันข้ามกับการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำด้วยความเร็ว U_i (m/s) ในทิศ y

หากกำหนดให้ U เป็นความเร็วของหยดละอองน้ำ และ U_x, U_y เป็นองค์ประกอบของความเร็วของหยดละอองน้ำในแนวแกน x และ y ตามลำดับ ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างหยดละอองน้ำกับกระแสลม (U_r) จะสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.3 (ข)

$$U_r = \sqrt{U_x^2 + (U_y + U_l)^2} \tag{3.1}$$

จากสมการคำนวณหาแรงต้านการเคลื่อนที่ของอนุภาคในของไหล

$$F_D = \frac{C_D A_p \rho U^2}{2} \tag{3.2}$$

เมื่อ F_D คือ แรงต้านทานการไหล (drag force)

C_D คือ สัมประสิทธิ์ความต้านทานการไหล (drag coefficient)

A_p คือ พื้นที่หน้าตัดของอนุภาค ในทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่

ρ คือ ความหนาแน่นของของไหลรอบอนุภาค

U คือ ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างอนุภาคกับของไหล

จากสมการ (3.2) ดังนั้นแรงต้านทานการเคลื่อนของหยดละอองน้ำในตัวกลางที่เป็นอากาศสามารถคำนวณได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$F_D = C_D(\frac{\pi}{4}\overline{D}_w^2)(\rho_a U_r^2/2) \tag{3.3}$$

ค่าสัมประสิทธิ์ความต้านทานการไหล(C_D) เป็นค่าขึ้นกับตัวเลขเรย์โนลด์ของการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำ ($Re_w = \overline{D}_w \rho_a U_r / \mu_a$)

ถ้าหาก $Re_w < 2$ จะได้ $C_D = 24/Re_d$

$2 < Re_w < 500$ จะได้ $C_D = 24/Re_d^{0.5}$ (3.4)

$Re_w > 500$ จะได้ $C_D = 0.44$

ในที่นี้ $\overline{D}_w$ คือ เส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของหยดละอองน้ำ ρ_a และ μ_a คือ ความหนาแน่นและความหนืดของอากาศตามลำดับ

เมื่อพิจารณาแรงต้านทานดังกล่าว โดยกระจายเป็นแรงในแนวระดับ (แกน x) และแนวดิ่ง (แกน y) เป็น F_{Dx} , F_{Dy} ตามลำดับ จะได้

$$F_{Dx} = F_D \sin\beta = \frac{\pi}{4}\overline{D}_w^{\,2} C_D \frac{U_r^2}{2}\rho_a\left(\frac{U_x}{U_R}\right)$$

$$= \frac{\pi}{8}\overline{D}_w^{\,2} C_D \rho_a U_r U_x \qquad (3.5)$$

$$F_{Dy} = F_D \cos\beta = \frac{\pi}{8}\overline{D}_w^{\,2} C_D \frac{U_r^2}{2}\rho_a\left(\frac{U_y - U_l}{U_R}\right)$$

$$= \frac{\pi}{8}\overline{D}_w^{\,2} C_D \rho_a U_r (U_y - U_l) \qquad (3.6)$$

จากกฎข้อที่สองของนิวตัน (Newton's second law) ซึ่งกล่าวว่าแรงนั้นแปรผันกับมวลและความเร่ง และสมดุลโมเมนตัม

$$\sum F = ma \qquad (3.7)$$

เมื่อ F คือ แรงที่กระทำต่อระบบ

ซึ่งหากแยกพิจารณาแรงในแนวระดับ(แกน x) และแนวดิ่ง(แกน y) โดยให้แนวดิ่งลงสู่แหล่งกำเนิดฝุ่น และแนวระดับที่พุ่งออกจากหัวฉีดเป็นบวก จะได้

แกน x ; แรงสุทธิ = แรงต้านทานการเคลื่อนที่ในแนวแกน x

$$ma = -F_{Dx} \qquad (3.8)$$

แกน y; แรงสุทธิ = แรงเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก – แรงลอยตัว

- แรงต้านทานการเคลื่อนที่ในแนวแกน y

$$ma = \frac{\pi}{6}D_w^2\rho_w g - \frac{\pi}{6}D_w^2\rho_a g - F_{Dy} \qquad (3.9)$$

เมื่อแทนค่าแรงต้านทานการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำในอากาศจากสมการ (3.5) และ (3.6) ลงในสมการ (3.8) และ (3.9) แต่เนื่องจากความเร่ง คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วกับเวลา ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำจะได้

$$\left(\frac{\pi}{6}\rho_w \overline{D}_w^{\,3}\right)\frac{du_x}{dt} = -\frac{\pi}{8}\overline{D}_w^{\,2} C_D \rho_a U_r U_x \qquad (3.10)$$

$$\left(\frac{\pi}{6}\rho_w \overline{D}_w^{\,3}\right)\frac{du_y}{dt} = \frac{\pi}{6}\overline{D}_w^{3}(\rho_w - \rho_a)g/\rho_w - \frac{\pi}{8}\overline{D}_w^{\,2} C_D \rho_a U_r (U_y - U_l) \qquad (3.11)$$

เมื่อจัดรูปใหม่ จะได้

$$\frac{dU_x}{dt} = -\frac{3}{4}C_D \frac{\rho_a}{\overline{D}_w \rho_w} U_r U_x \qquad (3.12)$$

$$\frac{dU_y}{dt} = \frac{(\rho_w - \rho_a)g}{\rho_w} - \frac{3}{4}C_D \frac{\rho_a}{\overline{D}_w \rho_w} U_r (U_y - U_l) \qquad (3.13)$$

$$\frac{dx}{dt} = U_x \qquad (3.14)$$

$$\frac{dy}{dt} = U_y \qquad (3.15)$$

โดยที่ t คือ เวลา (sec) และค่าเริ่มต้น เมื่อเวลา t = 0 คือ

$$U_{x0} = U_i \sin(\beta) \qquad (3.16)$$

$$U_{y0} = U_i \cos(\beta) \qquad (3.17)$$

โดยที่ U_i คือ ความเร็วเริ่มต้นของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกมาจากหัวฉีด ซึ่งเป็นค่าที่ได้จากการทดลองวัดจริง หรือเป็นข้อมูลที่ผู้ผลิตหัวฉีดชี้แจง

จากสมการ (3.1 – 3.17) ดังกล่าวข้างต้นจะทำให้ทราบเส้นโคจรของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดัน และค่าความเร็วของหยดละอองน้ำทั้งในแนวแกน x (U_x) และ แกน y (U_y) ที่ระยะเวลาต่างๆ

3.2.2 สมการความเร็วบั้นปลายของหยดละอองน้ำ (Terminal velocity ; U_{wt})

หยดละอองน้ำที่ถูกฉีดพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดันมีความเร็วเริ่มต้น คือ U_i เมื่อถึงเวลาหนึ่งจะเริ่มตกลงมาด้วยความเร็วคงที่เนื่องจากอิทธิพลของแรงโน้มถ่วง เรียกความเร็วขณะนั้นว่า ความเร็วบั้นปลายของหยดละอองน้ำ (Terminal velocity; U_{wt}) ซึ่งสมการที่ใช้ในการคำนวณขึ้นอยู่กับตัวเลขเรย์โนลด์ของการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำ สามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้

เมื่อ $\mathrm{Re} < 2$; $U_{wt} = g\bar{D}_w^2(\rho_w - \rho_a)/18\mu_a$ (3.18)

$2 < \mathrm{Re} < 500$; $U_{wt} = \bar{D}_w\left[(4/225)(\rho_w - \rho_a)^2 g^2/\mu_a\rho_a\right]^{1/3}$ (3.19)

$\mathrm{Re} > 500$; $U_{wt} = \left[3g\bar{D}_w(\rho_w - \rho_a)/\rho_a\right]^{1/2}$ (3.20)

การทราบค่าความเร็วบั้นปลายของหยดละอองน้ำ จะทำให้เราทราบค่าความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างหยดละอองน้ำและอนุภาคฝุ่น ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีความสำคัญสำหรับคำนวณหาประสิทธิภาพการจับฝุ่นด้วยหยดละอองน้ำซึ่งจะกล่าวต่อไปในบทที่ 4

3.3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

โปรแกรมคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำเป็นโปรแกรมที่เขียนขึ้นโดยใช้ภาษาซี ซึ่งขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมคำนวณหาเส้นโคจรของหยดน้ำ จะแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้คือ

- ขั้นตอนการใส่ข้อมูล (Input Data)
- ขั้นตอนการประมวลผล (Process)
- ขั้นตอนการแสดงข้อมูล (Output data)

ซึ่งแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

3.3.1 ขั้นตอนการใส่ข้อมูล (Input Data)

ข้อมูลที่ต้องป้อนให้กับโปรแกรมเพื่อใช้ในการคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดันมีดังต่อไปนี้

ข้อมูลคุณสมบัติของหยดละอองน้ำที่ถูกฉีดพ่นออกจากหัวฉีด ได้แก่

- ค่าความเร็วเริ่มต้นของหยดละอองน้ำที่ถูกฉีดพ่นออกมาจากหัวฉีด (U_i, m/s)
- ขนาดโดยเฉลี่ยของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดัน ($\overline{D}_w$, μm)
- มุมมุมฉีดออกของหัวฉีดจากแนวกึ่งกลาง (β, องศา)
- ความหนาแน่นของหยดละอองน้ำ (ρ_w, kg/m^3)

ข้อมูลสภาวะแวดล้อม

- ความเร็วของลมที่พัดเอาอนุภาคฝุ่นฟุ้งขึ้นมาในทิศทางตรงกันข้ามกับการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำ (U_l, m/s)
- ความหนาแน่นของอากาศ (ρ_a, kg/m^3)
- ความหนืดของอากาศ (μ_a, kg/m.s)

3.3.2 ขั้นตอนการประมวลผลของโปรแกรม (Process)

เมื่อใส่ข้อมูลคุณสมบัติของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดและข้อมูลสภาวะแวดล้อมเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปโปรแกรมจะเริ่มทำการประมวลผลเพื่อหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดันซึ่งมีขั้นตอนต่างๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณค่าความเร็วบั้นปลายของหยดละอองน้ำที่ออกจากหัวฉีด (U_{wt})

การคำนวณค่าความเร็วบั้นปลายของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีด จะอาศัยการแก้สมการ (3.18), (3.19) หรือ (3.20) ซึ่งทั้งนี้ขึ้นกับค่า Re ของหยดละอองน้ำขณะนั้น ผลที่ได้จากการคำนวณจะนำไปเปรียบเทียบกับค่าความเร็วของหยดละอองน้ำในแนวแกน y ที่ได้จากการคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำซึ่งจะกล่าวต่อไปในขั้นตอนที่ 3 การเปรียบเทียบข้อมูลทั้งสองนี้เป็นวิธีหนึ่งในการทดสอบความถูกต้องของโปรแกรม (ดูรายละเอียดหัวข้อ 3.4)

ขั้นตอนที่ 2 การคำนวณหาค่าความเร็วเริ่มต้นของหยดละอองน้ำที่ออกจากหัวฉีดในแนวแกน x (U_{x0}) และแกน y (U_{y0})

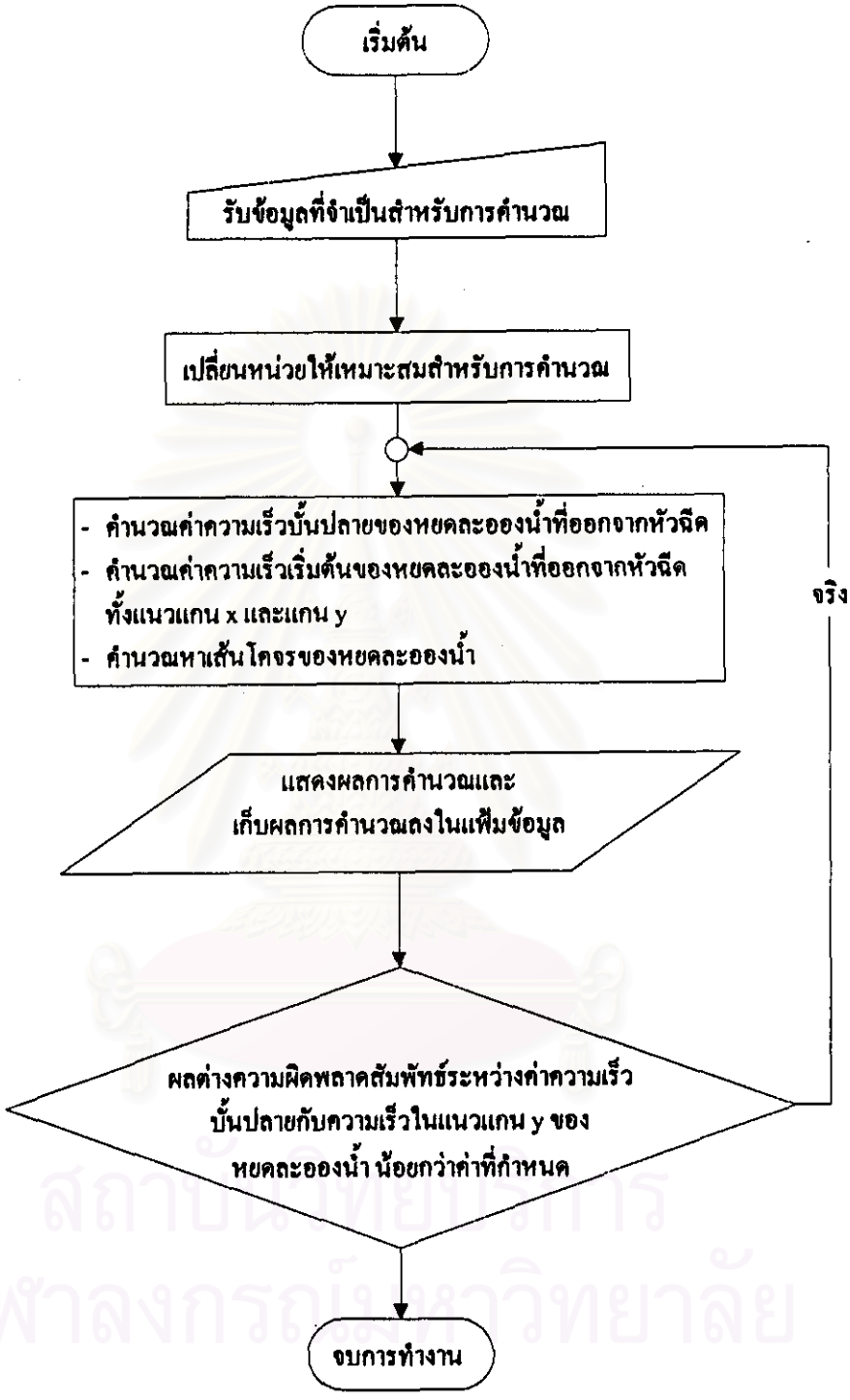
เนื่องจากการคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำที่ถูกฉีดพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดัน ได้พิจารณาการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำทั้งในแนวแกน x และแกน y ดังนั้นจึงต้องมีการคำนวณหาค่าความเร็วเริ่มต้นของหยดละอองน้ำที่ออกจากหัวฉีดทั้ง 2 แกน โดยอาศัยการแก้สมการ (3.16) และสมการ (3.17) ทั้งนี้ในการแก้สมการจะต้องมีการเปลี่ยนหน่วยของมุมฉีดออกของหัวฉีดจากแนวกึ่งกลาง(β) จาก องศา เป็นเรเดียน(radian) เสียก่อน

ขั้นตอนที่ 3 การคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำ

การคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำจะคำนวณได้จากการแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียลหลัก 4 สมการ คือ สมการ (3.12), (3.13), (3.14) และ(3.15) ซึ่งการคำนวณจะทำพร้อมๆ กัน โดยใช้วิธีรุงเง-คุตตา อันดับที่สี่ (The forth-order Runge-kutta) โดยกำหนดให้ค่าความกว้างช่วงที่ใช้ในการคำนวณ (Step size of Integration; h) เท่ากับ 0.001 ซึ่งสาเหตุที่ใช้ค่า h = 0.001 จะนำเสนอต่อไปในหัวข้อที่ 3.4.1

การคำนวณสมการหลักทั้ง 4 สมการจำเป็นต้องใช้คุณสมบัติต่างๆของหยดละอองน้ำ และอากาศเป็นข้อมูลในการคำนวณ ดังนั้นค่าความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างหยดละอองน้ำที่เคลื่อนที่อยู่ในอากาศ(U_R) และค่าสัมประสิทธิ์การต้านทานการไหลของอากาศ(C_D)จะทำการคำนวณใหม่ทุกครั้งขึ้นกับสภาวะขณะนั้นๆ ดังนั้นในการแก้สมการจึงต้องคำนึงถึงสมการ (3.1) และสมการ (3.4) ควบคู่ไปด้วย

เมื่อเริ่มการคำนวณ(เวลา ; t =0) จะใช้ค่าความเร็วเริ่มต้นของหยดละอองน้ำที่ออกจากหัวฉีด U_{x0} และ U_{y0} ในการคำนวณ จากนั้นนำข้อมูลที่ได้จากช่วงเวลาแรกไปใช้ในการคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำในช่วงเวลาถัดไป และจะทำการคำนวณเช่นนี้เรื่อยไปจนกว่าการคำนวณจะเสร็จสมบูรณ์ โดยพิจารณาจากค่าผิดพลาดสัมพัทธ์ระหว่างค่าความเร็วปั้นปลายที่คำนวณได้ กับความเร็วในแนวแกน y ของหยดละอองน้ำในขณะนั้นต้องมีค่าน้อยกว่าค่าที่กำหนดซึ่งกำหนดไว้ คือ .00001 ซึ่งรูปที่ 3.4 แสดงวิธีการคำนวณอย่างง่ายของโปรแกรมคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำ



รูปที่ 3.4 ผังแสดงวิธีการคำนวณอย่างง่ายของโปรแกรมคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำ

3.3.3 ขั้นตอนการแสดงข้อมูล (Output Data)

เมื่อขั้นตอนการประมวลผลเสร็จสิ้นโปรแกรมจะแสดงข้อมูลทั้งหมด ซึ่งประกอบด้วยข้อมูลคุณสมบัติของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีด คุณสมบัติของสภาวะแวดล้อม ผลการคำนวณหาระยะทางการเคลื่อนที่ และความเร็วของหยดละอองน้ำในแนวแกน x แกน y ที่เวลาใดๆ

เมื่อนำค่าระยะทางในการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำในแนวแกน x และแกน y มาพิจารณาหรือเขียนกราฟ ก็จะทำให้ทราบเส้นโคจรของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดันในสภาวะที่กำหนด นอกจากนี้ยังสามารถบันทึกผลการคำนวณทั้งหมดลงในแฟ้มข้อมูลเพื่อความสะดวกในการตรวจสอบข้อมูลของผู้ใช้

3.4 การทดสอบความถูกต้องของโปรแกรม และผลที่ได้รับ

จากที่กล่าวมาแล้วว่ารัศมีของพื้นที่ที่หัวฉีด 1 หัวสามารถครอบคลุมแหล่งกำเนิดได้(R_w) เป็นข้อมูลที่สำคัญอย่างยิ่งสำหรับการคำนวณหาประสิทธิภาพการจับฝุ่นด้วยการฉีดพ่นหยดละอองน้ำ เพราะถ้าข้อมูล R_w ผิดพลาดก็จะส่งผลให้ผลการคำนวณประสิทธิภาพการจับฝุ่นด้วยการฉีดพ่นหยดละอองน้ำมีข้อผิดพลาดด้วย ดังนั้นการทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำจึงมีความจำเป็นอย่างมาก

จากหัวข้อที่ 3.2 และ 3.3 ซึ่งได้นำเสนอไปแล้วพบว่าการแก้สมการหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำต้องอาศัยวิธีรุงเง-คุตตาอันดับที่สี่ ดังนั้นจึงต้องมีการทดสอบอิทธิพลของความกว้างช่วงที่ใช้ในการคำนวณ (step size of integration; h) และการพิจารณาเปรียบค่าความเร็วบั้นปลายของหยดละอองน้ำที่คำนวณได้จากสมการ (3.18), (3.19) หรือ (3.20) กับผลที่ได้จากการประมวลผลโดยใช้โปรแกรม ก็เป็นการทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมอีกแนวทางหนึ่ง ส่วนการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการประมวลผลโดยใช้โปรแกรมกับข้อมูลจากการทดลองจริงไม่สามารถกระทำได้เนื่องจากมีข้อจำกัดหลายด้าน อาทิเช่น การควบคุมความเร็วของลมจากสิ่งแวดล้อมทำได้ยาก อุปกรณ์ที่ใช้สำหรับทำการทดลองมีราคาแพง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องเปรียบเทียบผลที่ได้จากการประมวลผลโดยใช้โปรแกรมกับข้อมูลจากเอกสารอ้างอิง ซึ่งรายละเอียดการทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมดังกล่าวข้างต้นสามารถอธิบายได้ดังนี้

3.4.1 อิทธิพลของความกว้างช่วงที่ใช้ในการคำนวณ (Step size of Integration)

จากที่ได้กล่าวมาแล้วว่าสมการหลักที่ใช้คำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกมาจากหัวฉีดด้วยความดันเป็นสมการดิฟเฟอเรนเทียลซึ่งใช้วิธีรุงเง-คุตตาอันดับสี่ในการแก้สมการ ดังนั้นการกำหนดค่าความกว้างช่วงที่ใช้ในการคำนวณ (h) หรือเวลาที่เพิ่มขึ้นในแต่ละครั้งของการคำนวณที่เหมาะสมเพื่อนำไปใช้สำหรับการประมวลผลของโปรแกรมจึงมีความสำคัญ และส่งผลต่อข้อมูลการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำที่ได้จากการประมวลผลอย่างมาก กล่าวคือถ้า ค่า h มีค่าน้อยเกินไป(ความละเอียดในการคำนวณสูง) แม้ว่าค่าที่คำนวณได้จะใกล้เคียงกับค่าที่ควรจะเป็น แต่จะใช้เวลาในการคำนวณนานมากโดยไม่มีความจำเป็น แต่ถ้าค่า h มีค่ามากเกินไปผลการคำนวณที่ได้จะมีข้อผิดพลาดมาก ดังนั้นจึงต้องมีการทดสอบเพื่อหาค่า h ที่เหมาะสมและให้ผลการคำนวณมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ควรจะเป็นมากที่สุด

วิธีการทดสอบหาค่า h ที่เหมาะสม กระทำโดยการหา %ค่าผิดพลาดสัมพัทธ์ของค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณโดยใช้ค่า h_1 กับค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณโดยใช้ค่า h_2

$$\%err = \left(\frac{X_{h_1} - X_{h_2}}{X_{h_1}}\right)\times 100 \qquad (3.21)$$

เมื่อ h_1 คือ ค่าความกว้างช่วงในการคำนวณที่สนใจ

X คือ พารามิเตอร์สำคัญ

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้ค่า h = 0.001 วินาที ซึ่งเป็นค่าที่เหมาะสมเนื่องจาก %ค่าผิดพลาดสัมพัทธ์เมื่อเทียบกับ h ค่าอื่นๆ มีค่าสูงสุด 1.05% ซึ่งเป็นค่าผิดพลาดที่ยอมรับได้

พร้อมนี้ได้แสดงตารางเปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์สำคัญ ได้แก่ ความเร็วของหยดละอองน้ำในแนวแกน x (U_x), ความเร็วของหยดละอองน้ำในแนวแกน y (U_y), ระยะทางในการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำในแนวแกน x (X) และระยะทางในการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำในแนวแกน y (Y) ที่เวลาต่างๆ โดยหยดละอองน้ำมีขนาดเฉลี่ย ($\overline{D}_w$) = 100 ไมครอน ความเร็วเริ่มต้นของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีด (U_i) = 140 เมตร/วินาที และ มุม β มีขนาด 45° ดังแสดงในตารางที่ 3.1 – 3.4 โดยกำหนดให้ค่าตัวแปรและพารามิเตอร์ทุกค่าคงที่ดังแสดงในตารางที่ 3.5 ยกเว้นเฉพาะค่า h ที่แตกต่างกันคือ h เท่ากับ 0.004, 0.002, 0.001, 0.0008 และ 0.0004 วินาที

ตารางที่ 3.1 แสดงความเร็วของหยดละอองน้ำในแนวแกน x ที่เวลาต่างๆ

t (sec)	U_x (m/s)				
	h = 0.004	h = 0.002	h = 0.001	h = 0.0008	h = 0.0004
0.04	9.8246188e-01	9.169586e-01	9.880669e-01	1.001232e+00	1.027340e+00
0.16	3.492481e-02	3.402182e-02	3.557460e-02	3.585944e-02	3.642066e-02
0.28	2.100166e-03	2.045570e-03	2.138125e-03	2.155088e-03	2.188498e-03
0.40	1.266323e-04	1.233394e-04	1.289195e-04	1.299421e-04	1.319563e-04
0.52	7.635583e-06	7.437015e-06	7.773476e-06	7.835140e-06	7.956589e-06
0.64	4.604049e-07	4.484310e-07	4.687186e-07	4.724367e-07	4.797597e-07
0.76	2.776116e-08	2.703912e-08	2.826240e-08	2.848659e-08	2.892815e-08

ตารางที่ 3.2 แสดงความเร็วของหยดละอองน้ำในแนวแกน y ที่เวลาต่างๆ

t (sec)	U_y (m/s)				
	h = 0.004	h = 0.002	h = 0.001	h = 0.0008	h = 0.0004
0.04	7.732694e-01	4.321087e-01	4.082910e-01	4.048579e-01	3.991743e-01
0.16	8.039724e-01	4.605402e-01	4.379504e-01	4.347294e-01	4.294564e-01
0.28	8.054419e-01	4.619374e-01	4.393934e-01	4.361803e-01	4.309228e-01
0.40	8.055304e-01	4.620216e-01	4.394803e-01	4.362677e-01	4.310111e-01
0.52	8.055357e-01	4.620267e-01	4.394855e-01	4.362730e-01	4.310164e-01
0.64	8.055360e-01	4.620270e-01	4.394858e-01	4.362733e-01	4.310168e-01
0.76	8.055360e-01	4.620270e-01	4.394859e-01	4.362733e-01	4.310168e-01

ตารางที่ 3.3 แสดงระยะทางในการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำในแนวแกน x ที่เวลาต่างๆ

t (sec)	X (m)				
	h = 0.004	h = 0.002	h = 0.001	h = 0.0008	h = 0.0004
0.04	1.121672e+00	1.066479e+00	1.134717e+00	1.147421e+00	1.172656e+00
0.16	4.209752e-01	4.212901e-01	4.217511e-01	4.218425e-01	4.220272e-01
0.28	4.184734e-01	4.184810e-01	4.184874e-01	4.184888e-01	4.184915e-01
0.40	4.184571e-01	4.184572e-01	4.184573e-01	4.184574e-01	4.184574e-01
0.52	4.184570e-01	4.184570e-01	4.184570e-01	4.184570e-01	4.184570e-01
0.64	4.184570e-01	4.184570e-01	4.184570e-01	4.184570e-01	4.184570e-01
0.76	4.184570e-01	4.184570e-01	4.184570e-01	4.184570e-01	4.184570e-01

ตารางที่ 3.4 แสดงระยะทางในการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำในแนวแกน y ที่เวลาต่างๆ

t (sec)	Y (m)				
	h = 0.004	h = 0.002	h = 0.001	h = 0.0008	h = 0.0004
0.04	7.752605e-01	4.349476e-01	4.111709e-01	4.077461e-01	4.020788e-01
0.16	8.405268e-01	4.987572e-01	4.760140e-01	4.727716e-01	4.674595e-01
0.28	8.909056e-01	5.490940e-01	5.263371e-01	5.230918e-01	5.177742e-01
0.40	9.412215e-01	5.993597e-01	5.765778e-01	5.733276e-01	5.680000e-01
0.52	9.915369e-01	6.496248e-01	6.268178e-01	6.235626e-01	6.182249e-01
0.64	1.041852e+00	6.998899e-01	6.770577e-01	6.737975e-01	6.684498e-01
0.76	1.092168e+00	7.501550e-01	7.272977e-01	7.240324e-01	7.1867470e-01

ตารางที่ 3.5 ค่าตัวแปรและพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ในการจำลองการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำ

ข้อมูลคุณสมบัติของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีด ได้แก่

ค่าความเร็วเริ่มต้นของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกมาจากหัวฉีด (U_i)	100	m/s
ขนาดโดยเฉลี่ยของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดัน ($\overline{D}_w$)	140	μm
มุมฉีดออกของหัวฉีดจากแนวกึ่งกลาง (β)	45	องศา
ความหนาแน่นของหยดละอองน้ำ (ρ_w)	1000	kg/m^3

ข้อมูลสภาวะแวดล้อม

ความเร็วของลมที่พัดเอาอนุภาคฝุ่นฟุ้งขึ้นมาในทิศทางตรงกันข้ามกับการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำ (U_l)	0	m/s
ความหนาแน่น ของอากาศ (ρ_a)	1.2928	kg/m^3
ความหนืดของอากาศ (μ_a)	1.80 x 10^{-5}	kg/m.s

3.4.2 เปรียบเทียบค่าความเร็วบั้นปลายของหยดละอองน้ำ (U_{wt})

ผลที่ได้จากการคำนวณหาค่าความเร็วบั้นปลายของหยดละอองน้ำ(U_{wt}) โดยใช้สมการ (3.14), (3.15) หรือ(3.16) เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับผลจากการประมวลผลโดยใช้โปรแกรมคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำที่ถูกพ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดัน โดยพิจารณาจากค่าความเร็วการเคลื่อนที่ของหยดละอองน้ำในแนวแกน y (U_y) เมื่อหยดละอองน้ำตกลงมาด้วยความเร็วคงที่

ผลปรากฏว่าค่าความเร็วบั้นปลายของหยดละอองน้ำที่ได้จากการประมวลผลโดยใช้โปรแกรมมีค่าตรงกันกับผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการหาค่า U_{wt}

3.4.3 เปรียบเทียบผลที่ได้จากการประมวลผลโดยใช้โปรแกรมกับข้อมูลจากเอกสารอ้างอิง

การเปรียบเทียบผลที่ได้จากการประมวลผลโดยใช้โปรแกรมกับข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงดังแสดงในรูปที่ 3.5 พร้อมกันนี้ได้แสดงตัวอย่างการเปรียบเทียบข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงกับผลที่ได้จากการประมวลผลดังแสดงในตารางที่ 3.6 โดยใช้โปรแกรม

โดยกำหนดให้ $\overline{D}_w$ = 100 ไมครอน U_i = 70 เมตร/วินาที และมุม β มีขนาด 45°, 35° และ 25° ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่3.6 และตาราง 3.6 ซึ่งผลปรากฏว่ามีค่าใกล้เคียงกันมาก คือ มีผลต่างอยู่ในช่วง ± 3.45 %

ตารางที่ 3.6 แสดงข้อมูลจากการประมวลผลโดยใช้โปรแกรมคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำที่พ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดันกับข้อมูลจากเอกสารอ้างอิง โดยกำหนดให้ $\overline{D}_w$ = 100 ไมครอน U_i = 70 เมตร/วินาที และ มุม β มีขนาด 45°, 35° และ 25°

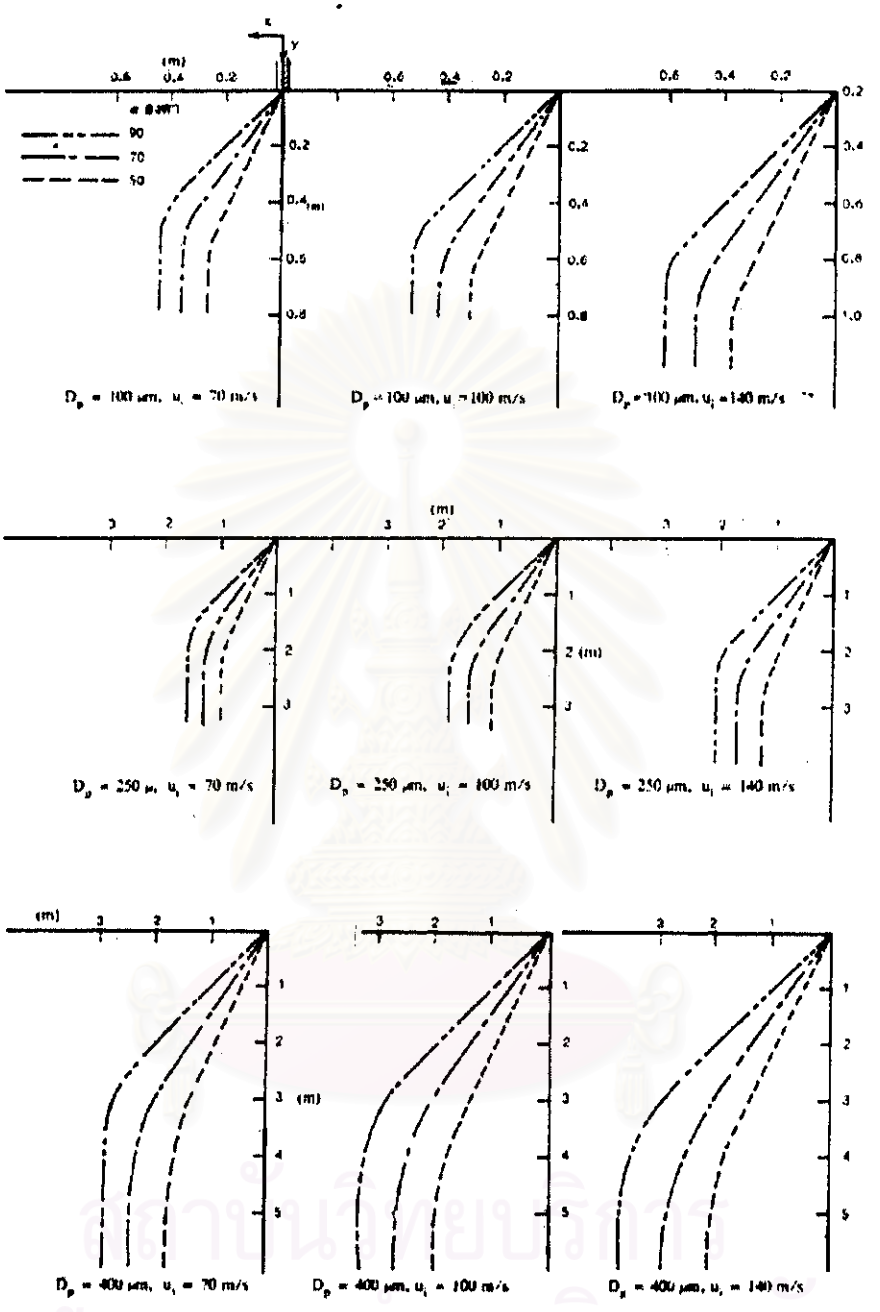
y	$\beta = 25^\circ$			$\beta = 35^\circ$			$\beta = 45^\circ$		
(m)	(A)	(B)	(C)	(A)	(B)	(C)	(A)	(B)	(C)
0.2	0.0917	0.0914	0.31	0.1375	0.1379	0.31	0.2000	0.2000	0.00
0.3	0.1333	0.1379	3.45	0.2125	0.2079	2.15	0.3025	0.3000	0.83
0.4	0.1817	0.1834	0.98	0.2792	0.2766	0.94	0.3933	0.3897	0.93
0.5	0.2275	0.2306	1.36	0.3442	0.3390	1.51	0.4350	0.4253	2.23
0.6	0.2598	0.2537	2.36	0.3483	0.3448	1.01	0.4350	0.4254	2.21

หมายเหตุ (A) คือ ข้อมูลจากเอกสารอ้างอิง

(B) คือ ข้อมูลจากการประมวลผลโดยใช้โปรแกรมคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำ

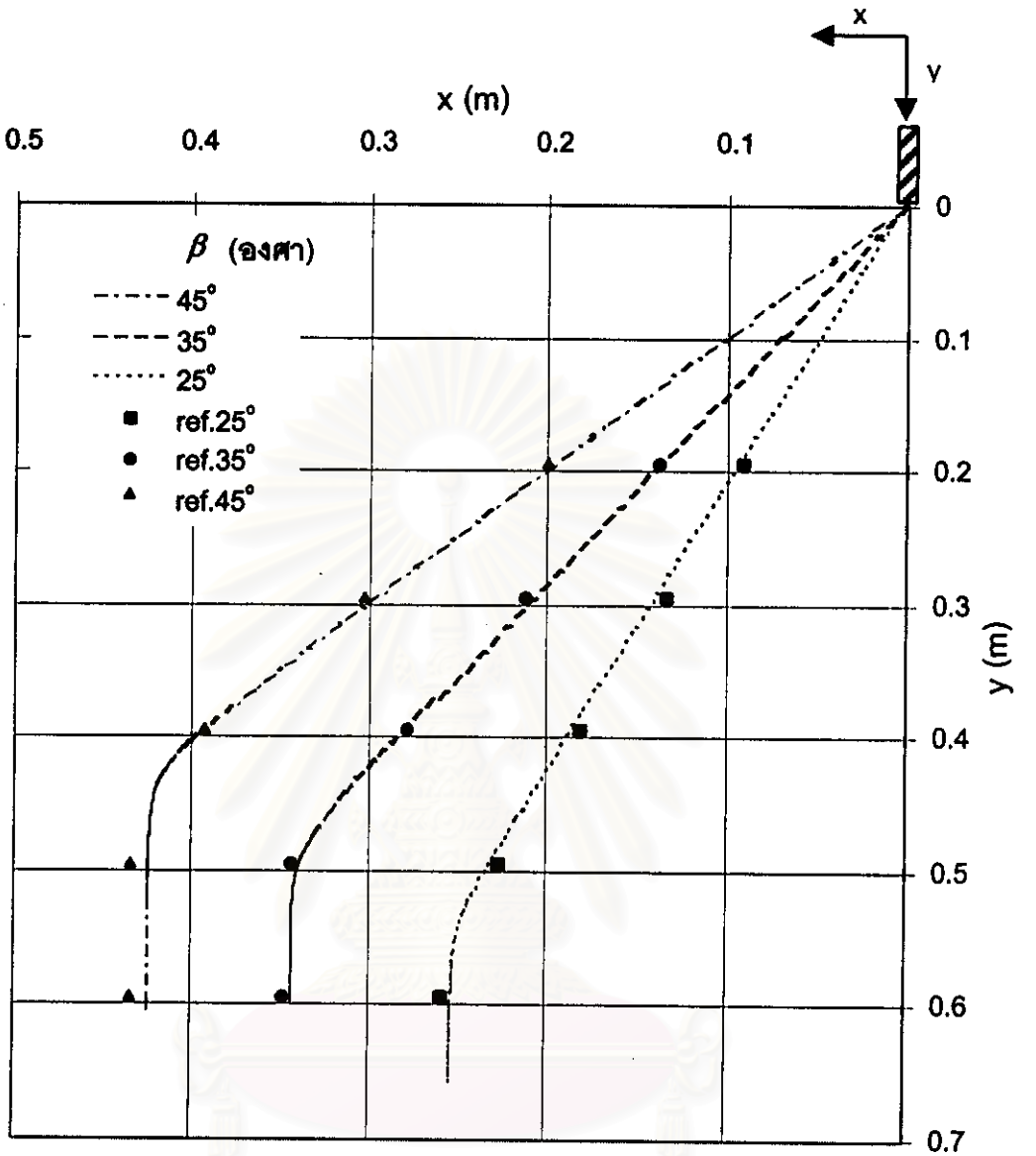
(C) คือ % ค่าผิดพลาดสัมพัทธ์ระหว่าง (A) และ (B)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



<u>รูปที่ 3.5</u> แสดงข้อมูลจากเอกสารอ้างอิง (เรียวโซ โทเอ, 2539: 118)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.6 แสดงการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการประมวลผลโดยใช้โปรแกรมการคำนวณหาเส้นโคจรของหยดละอองน้ำที่พ่นออกจากหัวฉีดด้วยความดันกับข้อมูลจากเอกสารอ้างอิง โดยกำหนดให้ $\overline{D}_w$ = 100 ไมครอน U_i = 70 เมตร/วินาที และ มุม β มีขนาด 45°, 35° และ 25°