บทที่ 1

บทนำ

ที่มาและความสำคัญของปัญหา

การประกันภัยทุกประเภทมีความเสี่ยงภัยที่ก่อให้เกิดความเสียหายแตกต่างกัน ในบางครั้งภัยที่เกิดขึ้นอาจก่อให้เกิดความเสียหายมาก และภัยที่เสี่ยงต่อการเกิดความเสียหายขนาดใหญ่ที่เกินกว่าความสามารถที่บริษัทประกันภัยจะรับประกันภัยไว้ได้ทั้งหมด ทำให้บริษัทประกันภัยบางบริษัทจะรับประกันภัยความเสียหายไว้เพียงบางส่วนตามความสามารถของบริษัทที่จะรับได้ ซึ่งเรียกว่า ค่าความรับผิดชอบสูงสุด(Limit) หรือบางบริษัทอาจจะรับประกันภัยนั้น โดยที่ส่วนหนึ่งบริษัทจะรับประกันภัยไว้เองตามความสามารถของบริษัทที่จะรับไว้ได้ที่เรียกว่า ค่าความรับผิดชอบส่วนแรก (Retention) ของบริษัทรับประกันภัย และความเสี่ยงภัยที่เหลือบริษัทประกันภัยก็จะไปประกันภัยต่อไว้กับบริษัทรับประกันภัยต่อ

ความเสี่ยงภัยและความเสียหายของภัยต่างๆ เป็นสิ่งสำคัญมากที่บริษัทประกันภัยและบริษัทรับประกันภัยต่อจะต้องคำนึงถึงในการที่จะปรับเบี้ยประกันภัย หรือคำนวณเบี้ยประกันภัย จำนวนเงินสำรอง การวางแผนและการตัดสินใจของบริษัทประกันภัย ดังนั้นนักคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องศึกษารูปแบบการแจกแจงของความเสียหาย(Loss Distributions) และวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงของความเสียหาย เพื่อจะทราบถึงขนาดความเสี่ยงที่มีความเสียหายเกิดขึ้นจริงซึ่งจะทำให้การคำนวณเบี้ยประกันภัย จำนวนเงินสำรอง การวางแผนและการตัดสินใจ ของบริษัทประกันภัยมีความถูกต้องมากขึ้น

ในการศึกษารูปแบบการแจกแจงความเสียหาย และวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความเสียหายนั้นต้องพิจารณาถึงลักษณะข้อมูลที่จัดเก็บของบริษัทประกันภัยด้วย ซึ่งลักษณะการจัดเก็บข้อมูลความเสียหายของการประกันภัยของบริษัทประกันภัยจะแตกต่างกัน แต่สามารถแยกลักษณะการจัดเก็บข้อมูลความเสียหายได้ 2 แบบใหญ่ ๆ ดังนี้ การจัดเก็บข้อมูลความเสียหายแบบกลุ่ม(Group Data) และการจัดเก็บข้อมูลความเสียหายแบบรายกรมธรรม์ (Individual Data) ในส่วนการวิจัยนี้จะศึกษาโดยใช้ข้อมูลที่มีการจัดเก็บข้อมูลความเสียหายเป็นแบบรายกรมธรรม์ ในข้อมูลรายกรมธรรม์นี้ยังมีการบันทึกข้อมูลค่าความเสียหายแตกต่างกันในแต่ละแบบ หรือประเภทของการทำประกันภัย ในบางประเภทของการประกันภัยมีลักษณะให้ความคุ้มครองความเสียหายในส่วนที่มากกว่าค่าความรับผิดส่วนแรก(Deductible) แต่ไม่เกินค่าสูงสุดที่บริษัทประกันภัยรับไว้(Limit) ซึ่งค่าความรับผิดส่วนแรกนี้เป็นส่วนที่ผู้เอาประกันภัย

ต้องการที่จะรับผิดชอบค่าเสียหายไว้เอง โดยข้อมูลความเสียหายที่บริษัทประกันภัยเริ่มบันทึกจะเป็นส่วนความเสียหายที่เกิดขึ้นจริงที่มากกว่าค่าความรับผิดส่วนแรก บันทึกในส่วนความเสียหายจนถึงค่าความเสียหายสูงสุดที่บริษัทรับประกันภัยไว้เท่านั้น ดังนั้นลักษณะข้อมูลที่เก็บบันทึกจึงเป็นข้อมูลที่มีการตัดปลาย(Truncated Data) ทั้งตัดปลายทางซ้าย(Left-Truncated Data) และตัดปลายทางขวา(Right-Truncated Data) จากลักษณะข้อมูลที่เก็บบันทึกนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความเสียหายที่ให้ค่าใกล้เคียงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความเสียหายที่แท้จริง ซึ่งข้อมูลความเสียหายมีรูปแบบการแจกแจงแบบสมมาตร การแจกแจงแบบเบ้ และการแจกแจงแบบหางยาว

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความเสียหายสำหรับข้อมูลแบบตัดปลายทั้งสองข้างที่ให้ค่าประมาณพารามิเตอร์ใกล้เคียงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความเสียหายที่แท้จริง โดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด(Maximum Likelihood : ML) วิธีระยะห่างต่ำสุด(Minimum Distance : MD) และวิธีระยะห่างต่ำสุดแบบถ่วงน้ำหนัก (Minimum Weighted Distance : MWD) กับรูปแบบการแจกแจงความเสียหายแบบต่าง ๆ คือ การแจกแจงความเสียหายแบบสมมาตร การแจกแจงแบบเบ้ และการแจกแจงแบบหางยาว

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. การวิจัยจะศึกษาโดยใช้ลักษณะข้อมูลที่เก็บบันทึกความเสียหายที่เกิดขึ้นจริงในส่วนความเสียหายที่มากกว่าค่าความรับผิดชอบส่วนแรกถึงค่าความรับผิดชอบสูงสุดของบริษัท ซึ่งแสดงได้ด้วยสัญลักษณ์ดังนี้

$$Y = \begin{cases} X & ; \quad d < X \le m \\ m & ; \quad X > m \end{cases}$$

โดยที่ Y แทนค่าความเสียหายที่มีการเก็บบันทึก

X แทนค่าความเสียหายที่เกิดขึ้นจริง

d แทนค่าความรับผิดชอบส่วนแรก(Deductible)

m แทนค่าความรับผิดชอบสูงสุด(Limit)

จำนวนข้อมูลความเสียหายที่ถูกตัดปลายทางขวา ในการวิจัยจำนวนข้อมูลที่ถูกตัดนั้น ค่าของข้อมูลนี้จะไม่ถูกตัดทิ้งไปเลย ค่าของข้อมูลแต่ละจำนวนจะเป็นค่าความเสียหายสูงสุดที่บริษัทประกันภัยรับผิดชอบ

2. รูปแบบการแจกแจงความเสียหายเป็นแบบต่อเนื่อง ในการวิจัยจะใช้รูปแบบการแจกแจงที่มีลักษณะต่าง ๆ ดังนี้ การแจกแจงแบบปกติ(Normal Distribution) การแจกแจงลอกนอร์มอล(Lognormal Distribution) และการแจกแจงโลจิสติค(Logistic Distribution)

สมมติฐานของการวิจัย

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความเสียหาย สำหรับข้อมูลที่มีลักษณะถูกตัดปลายทั้งทางซ้ายและทางขวา วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เป็นวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงที่เหมาะสมที่สุด ที่มีค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองต่ำสุด

ขอบเขตการวิจัย

1. ศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความเสียหายที่ข้อมูลถูกตัดปลายทั้งทางซ้ายและทางขวาด้วยวิธีต่อไปนี้

1.1. วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

1.2. วิธีระยะห่างต่ำสุด

1.3. วิธีระยะห่างต่ำสุดแบบถ่วงน้ำหนัก

2. ศึกษาลักษณะการแจกแจงความเสียหายเป็นแบบต่อเนื่องที่มีรูปแบบต่าง ๆ ดังนี้

2.1. การแจกแจงแบบสมมาตร จะใช้การแจกแจงปกติ

มีฟังก์ชันความหนาแน่นคือ

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right), \quad -\infty < x < \infty, \quad \sigma > 0, \quad -\infty < \mu < \infty$$

และฟังก์ชันการแจกแจงสะสม คือ

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

โดยที่ X เป็นตัวแปรสุ่มความเสียหายที่เกิดขึ้นจริงที่มีการแจกแจงปกติ

μ เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงค่าเฉลี่ยของการแจกแจง

σ^2 เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงค่าความแปรปรวนของการแจกแจง

ในการวิจัยค่า x เป็นค่าความเสียหายซึ่งมีค่ามากกว่า 0 ดังนั้นการแจกแจงนี้จะพิจารณาในส่วนที่ค่า x มากกว่า 0

2.2. การแจกแจงแบบเบ้ จะใช้การแจกแจงลอกนอร์มอลที่เบ้ทางขวา มีฟังก์ชันความหนาแน่นคือ

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2}(\ln x - \mu)^2\right),\ x>0, \sigma > 0,\ -\infty < \mu < \infty$$

และฟังก์ชันการแจกแจงสะสมคือ

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)$$

ค่าเฉลี่ย $E(X) = e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$ และความแปรปรวน $V(X) = e^{2\mu+2\sigma^2} - e^{2\mu+\sigma^2}$

โดยที่ X เป็นตัวแปรสุ่มความเสียหายที่เกิดขึ้นจริงที่มีการแจกแจงลอกนอร์มอล

μ เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงค่าเฉลี่ยของ ln X

σ^2 เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงค่าความแปรปรวนของ ln X

2.3. การแจกแจงแบบหางยาว จะใช้การแจกแจงโลจิสติค มีฟังก์ชันความหนาแน่นคือ

$$f(x) = \frac{e^{-(x-\alpha)/\beta}}{\beta\left(1+e^{-(x-\alpha)/\beta}\right)^2},\ -\infty < x < \infty,\ -\infty < \alpha < \infty,\ \beta > 0$$

และฟังก์ชันการแจกแจงสะสมคือ

$$F(x) = \frac{1}{1+e^{-(x-\alpha)/\beta}}$$

ค่าเฉลี่ย $E(X) = \alpha$ และความแปรปรวน $V(X) = \frac{\beta^2\pi^2}{3}$

โดยที่ X เป็นตัวแปรสุ่มความเสียหายที่เกิดขึ้นจริงที่มีการแจกแจงโลจิสติค

α เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงตำแหน่งของการแจกแจง

β เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงสเกลของการแจกแจง

ในการวิจัยค่า x เป็นค่าความเสียหายซึ่งมีค่ามากกว่า 0 ดังนั้นการแจกแจงนี้จะพิจารณาในส่วนที่ค่า x มากกว่า 0

การแจกแจงทั้ง 3 ลักษณะจะใช้ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงเท่ากับ 100,000 จากการที่ผู้วิจัยได้ทดลองเปลี่ยนค่าเฉลี่ยเป็นค่าอื่น ๆ ซึ่งจะไม่ทำให้ผลการวิจัยแตกต่างกัน

3. ลักษณะข้อมูลที่ใช้ศึกษาเป็นแบบตัดปลายทางซ้ายและตัดปลายทางขวา

จุดตัดปลายทางซ้าย เป็นค่าความรับผิดส่วนแรก(Deductible) ที่ผู้เอาประกันภัยรับผิดชอบไว้เอง ในการวิจัยจะศึกษา 3 ระดับคือ 1,000, 2,000, 3,000

จุดตัดปลายทางขวา เป็นค่าความรับผิดชอบสูงสุด(Limit) ที่บริษัทประกันภัยรับผิดชอบ ปกติค่าความรับผิดชอบสูงสุดของบริษัทประกันภัยจะมีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ยความเสียหาย ในการวิจัยศึกษา 3 ระดับที่มากกว่าค่าเฉลี่ยที่มีระยะห่างเป็น 30%, 40% และ 50% ของค่าเฉลี่ยของการแจกแจงคือ 130,000, 140,000, 150,000 ตามลำดับ

4. ขนาดตัวอย่างที่ศึกษามี 4 ระดับคือ 10, 30, 50, 70

5. เปอร์เซ็นต์จำนวนข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวามี 3 ระดับคือ 10%, 20%, 30% ของขนาดตัวอย่าง

การวิจัยครั้งนี้ได้จำลองข้อมูลให้มีสถานการณ์ที่ต้องการศึกษา โดยใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล(Monte-Carlo Simulation Technique) ซึ่งเขียนโปรแกรมด้วยภาษาฟอร์แทรน(Fortran Language) ทำการจำลองข้อมูลซ้ำๆ กัน 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

เกณฑ์การตัดสินใจ

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความเสียหายจะพิจารณาจากค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสอง(Root Mean Square Error) ของพารามิเตอร์ของการแจกแจงความเสียหายที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนจากค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความเสียหายที่เกิดขึ้น โดยที่วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์วิธีใดที่มีค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของพารามิเตอร์ของการแจกแจงความเสียหายต่ำสุดจะเป็นวิธีที่เหมาะสม สำหรับรูปแบบการแจกแจงความเสียหายและสถานการณ์ต่าง ๆ

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อทราบถึงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความเสียหายที่เหมาะสมสำหรับรูปแบบการแจกแจงแบบสมมาตร การแจกแจงแบบเบ้ และการแจกแจงแบบหางยาว ภายใต้ลักษณะข้อมูลที่มีการตัดปลายทั้งทางซ้ายและทางขวา

2. เพื่อที่จะได้นำผลที่สรุปได้นี้ไปใช้ประโยชน์ในการคำนวณเบี้ยประกันภัย จำนวนเงินสำรอง การวางแผนและการตัดสินใจของบริษัทประกันภัยให้มีความถูกต้องมากขึ้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย