หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

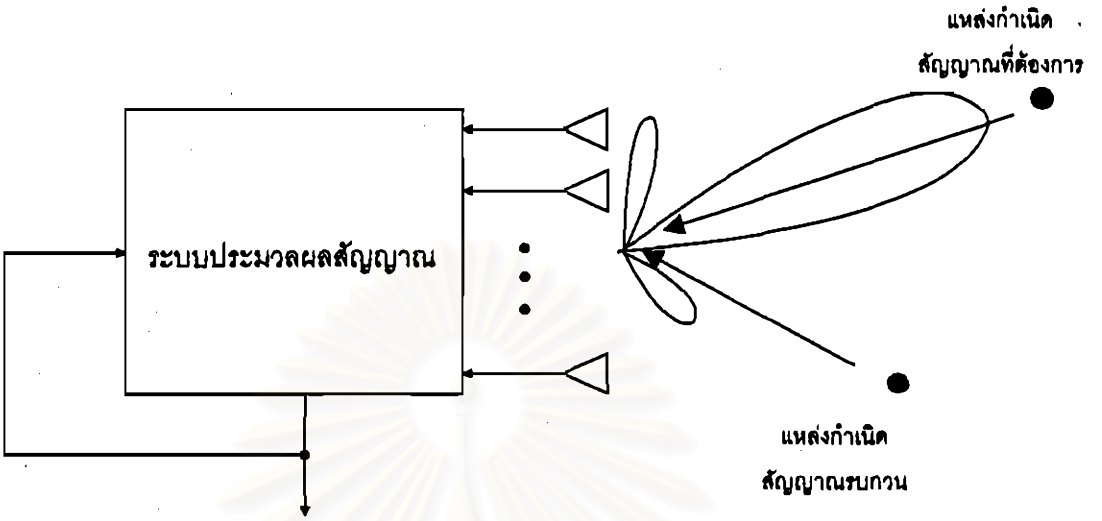
หลักการพื้นฐานของสายอากาศเก่ง

สายอากาศก่อรูปลำคลื่นแบบปรับตัว (adaptive beamforming antenna) หรือที่เรียกกันว่า สายอากาศเก่ง (smart antenna) (Litva and Lo, 1996 : 9) ในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่แบบรังผึ้ง ประกอบด้วย 2 ส่วนใหญ่ๆ คือตัวสายอากาศซึ่งเป็นสายอากาศแถวลำดับ (array antenna) และระบบประมวลผลสัญญาณ (signal processing system) ซึ่งอยู่ในรูปซอฟต์แวร์ เหตุผลที่ทำให้สายอากาศนี้ได้ชื่อว่าสายอากาศเก่งและแตกต่างจากสายอากาศแถวลำดับทั่วไปนั้นก็คือ ความสามารถในการเลือกรับและไม่รับสัญญาณในทิศทางใดๆ ได้ตามความต้องการด้วยการก่อรูปลำคลื่นด้วยซอฟต์แวร์แทนการก่อรูปลำคลื่นด้วยฮาร์ดแวร์ กล่าวคือในขณะที่สัญญาณจากแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการและไม่ต้องการมาตกกระทบสายอากาศเก่ง สัญญาณที่รับได้ทั้งหมดจะถูกนำไปประมวลผลที่ระบบประมวลผลสัญญาณ เพื่อก่อรูปลำคลื่นโดยให้พูหลักหันไปในทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการ และตำแหน่งศูนย์หันไปในทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ไม่ต้องการโดยจะขอเรียกว่าแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวน หรืออาจจะเป็นการลดขนาดของพูรองในทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวนได้เช่นกัน ซึ่งทำให้สัญญาณขาออกของสายอากาศเป็นสัญญาณที่ปราศจากผลกระทบเนื่องจากสัญญาณรบกวน ในกรณีที่แหล่งกำเนิดสัญญาณต่างๆ เคลื่อนที่ไป สายอากาศเก่งก็สามารถปรับเปลี่ยนลำคลื่นตามการเคลื่อนที่ของแหล่งกำเนิดสัญญาณได้ด้วยการชักตัวอย่างสัญญาณ (sampling) ที่สายอากาศรับได้เป็นระยะ และใช้ขั้นตอนวิธีแบบปรับตัว (adaptive algorithm) เพื่อปรับเปลี่ยนน้ำหนักของสัญญาณในองค์ประกอบของสายอากาศแต่ละส่วนให้ทันต่อการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของแหล่งกำเนิดสัญญาณ และทำเช่นนี้ในลักษณะวนซ้ำ ดังนั้นสายอากาศเก่งจึงสามารถก่อรูปลำคลื่นเพื่อตอบสนองการเคลื่อนที่ของแหล่งกำเนิดสัญญาณได้ตลอดเวลา ขั้นตอนวิธีในการก่อรูปลำคลื่นและขั้นตอนวิธีในการปรับตัวกล่าวไว้ในหัวข้อที่ 2.1 และ 2.2 ตามลำดับ ในการใช้ขั้นตอนวิธีในการก่อรูปลำคลื่น (beamforming algorithm) แบบ Howells-Applebaum หัวใจสำคัญคือทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่ต้องการ แต่ในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่

นั้นไม่สามารถทราบค่าดังกล่าวได้เนื่องจากผู้ใช้บริการ หรือแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการเคลื่อนที่อยู่ตลอดเวลา เพราะฉะนั้นจึงต้องใช้วิธีในการประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่ต้องการซึ่งจะกล่าวไว้ในหัวข้อที่ 2.3 ส่วนประสิทธิภาพในการปรับเปลี่ยนพูดลื่นของสายอากาศเก่งนิยามไว้ในรูปของดัชนีความเก่ง (smartness index) ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อที่ 2.4 เนื่องจากสายอากาศแถวลำดับเป็นส่วนประกอบของสายอากาศเก่ง ปรากฏการณ์อย่างหนึ่งที่เกิดขึ้นคือมิวชวลคัปปลิงระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศ และเป็นที่น่าสนใจว่าปรากฏการณ์ดังกล่าวมีผลกระทบต่อความเก่งของสายอากาศเก่ง หรือดัชนีความเก่งหรือไม่อย่างไรซึ่งจะกล่าวไว้ในหัวข้อที่ 2.5

2.1 ขั้นตอนวิธีในการก่อรูปลำคลื่น

สายอากาศเก่งพัฒนามาจากสายอากาศปรับตัวได้ (adaptive antenna) ซึ่งในยุคแรกใช้สายอากาศหลักที่มีอัตราขยายสูง และล้อมรอบด้วยสายอากาศแถวลำดับที่มีอัตราขยายต่ำโดยที่สัญญาณที่สายอากาศหลักได้รับประกอบด้วยสัญญาณที่ต้องการและสัญญาณรบกวน และถือว่าสัญญาณรวมของสายอากาศแถวลำดับที่วางอยู่ล้อมรอบนั้นมีสัญญาณรบกวนเป็นส่วนประกอบหลัก ดังนั้นสัญญาณขาออกที่ได้เนื่องจากผลต่างของสัญญาณที่ได้จากสายอากาศหลักกับสัญญาณจากสายอากาศแถวลำดับจึงมีเพียงสัญญาณที่ต้องการเท่านั้น แต่พบว่าเกิดการสูญเสียเนื่องจากโพลาไรเซชันที่ต่างกัน และทำให้เกิดพูหลักในทิศทางที่ไม่ต้องการขึ้นอีก (grating lobe) (Gabriel, 1992) ต่อมาได้เปลี่ยนมาใช้เป็นสายอากาศแถวลำดับทั้งหมดดังที่แสดงไว้ในรูป 2.1 โดยมีหลักการว่าเมื่อมีสัญญาณจากแหล่งกำเนิดที่ต้องการ และแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวนมาตกกระทบสายอากาศเก่ง สัญญาณที่สายอากาศรับได้จะถูกนำไปประมวลผลด้วยขั้นตอนวิธีในการก่อรูปลำคลื่นที่ระบบประมวลผลสัญญาณเพื่อก่อรูปลำคลื่น โดยให้พูหลักหันไปในทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการ และตำแหน่งศูนย์หันไปในทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวน หรือลดขนาดของพูรองในทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวนด้วยการควบคุมน้ำหนัก (Weight) ของสัญญาณในองค์ประกอบของสายอากาศแต่ละส่วน ดังนั้นสัญญาณขาออกที่ได้จะเป็นสัญญาณที่มาจากแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการ โดยปราศจากผลกระทบเนื่องจากการรบกวนจากแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวน ขั้นตอนวิธีในการก่อรูปลำคลื่นที่จะกล่าวในหัวข้อนี้ คือค่ากำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด (Least Mean Square : LMS) และ Howells-Applebaum ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้



รูป 2.1 ระบบของสายอากาศเก่งในสภาวะที่เกิดสัญญาณรบกวน

2.1.1 <u>ขั้นตอนวิธีแบบค่ากำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด</u>

ขั้นตอนวิธีนี้ตีพิมพ์ครั้งแรกโดย Widrow et al. ในปี ค.ศ. 1967 (Compton, 1988 : 6) โดยมีหลักการ คือการทำให้ค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยระหว่างสัญญาณขาออกของสายอากาศกับสัญญาณอ้างอิงมีค่าน้อยที่สุดเพื่อป้อนกลับไปกำหนดน้ำหนักที่เหมาะสม (optimal weight) ให้กับสัญญาณในองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับแต่ละส่วน จากรูป 2.2 สัญญาณขาออกของสายอากาศคือ

$$y(t)=\sum_{i=1}^{k} w_i x_i(t) \qquad (2.1)$$

โดยที่ w_i คือค่าน้ำหนักขององค์ประกอบหมายเลข i ของสายอากาศแถวลำดับ

x_i คือสัญญาณในองค์ประกอบหมายเลข i ของสายอากาศแถวลำดับ

k คือจำนวนองค์ประกอบทั้งหมดของสายอากาศแถวลำดับ

สัญญาณอ้างอิง (r(t)) ที่กล่าวไว้ในข้างต้นนั้นไม่จำเป็นต้องเป็นสัญญาณที่เหมือนกับสัญญาณที่ต้องการ เพียงแต่มีความสัมพันธ์กับสัญญาณที่ต้องการ และไม่มีความสัมพันธ์กับสัญญาณรบกวนเท่านั้นก็เพียงพอ วิธีในการสร้างสัญญาณอ้างอิงจะกล่าวโดยละเอียดในภาคผนวก ก

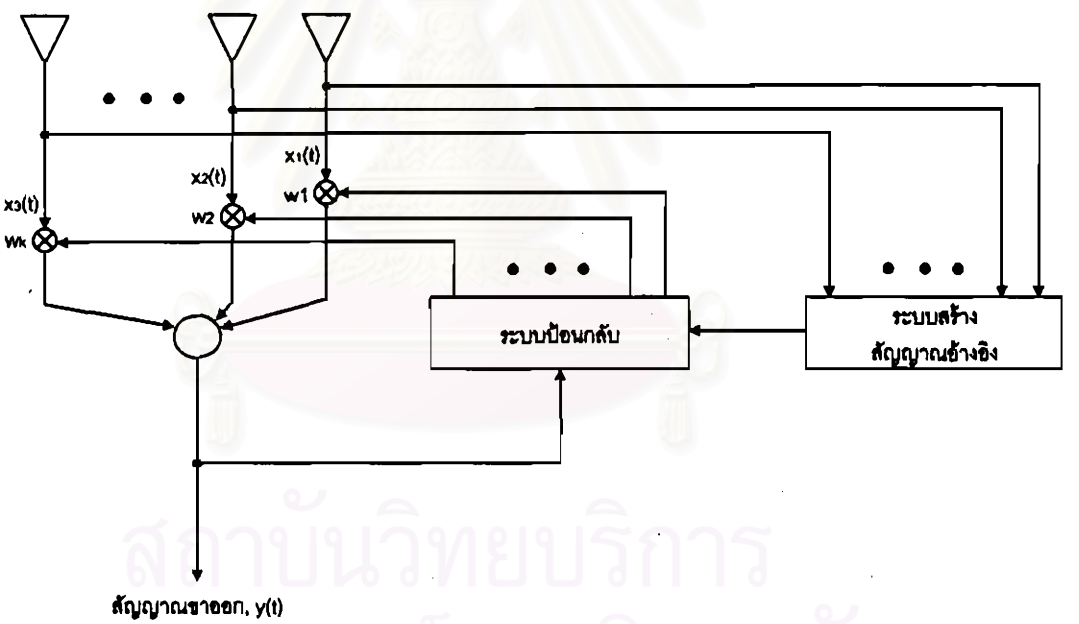
ค่าความผิดพลาดระหว่างสัญญาณขาออกของสายอากาศกับสัญญาณอ้างอิงเป็นดังนี้

$$\varepsilon(t) = r(t) - \sum_{i=1}^{k} w_i x_i(t) \tag{2.2}$$

และค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของสมการ (2.2) มีค่าดังนี้

$$E\left[\varepsilon^2(t)\right] = E\left[r^2(t)\right] - 2\sum_{i=1}^{k} w_i E\left[r(t)x_i(t)\right] + \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} w_i w_j E\left[x_i(t)x_j(t)\right] \tag{2.3ก}$$

$$E\left[\varepsilon^2(t)\right] = E\left[r^2(t)\right] - 2\mathbf{W}^T\mathbf{S} + \mathbf{W}^T\mathbf{C}\mathbf{W} \tag{2.3ข}$$



รูป 2.2 ระบบสายอากาศเก่งที่ใช้ขั้นตอนวิธีในการก่อรูปลำคลื่นแบบ LMS

โดยที่ $E[\ ]$ คือ ค่าคาดคะเน (Expectation)

T คือ สัญลักษณ์การสลับเปลี่ยน (Transpose) ของเมทริกซ์

$\mathbf{X} = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \cdots \quad x_k(t)]^T$

$$\mathbf{W} = [w_1 \quad w_2 \quad \cdots \quad w_k]^T$$

$$\mathbf{S} = E\begin{bmatrix} x_1(t)r(t) \\ x_2(t)r(t) \\ \vdots \\ x_k(t)r(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = E\begin{bmatrix} x_1(t)x_1(t) & x_1(t)x_2(t) & \cdots & x_1(t)x_k(t) \\ x_2(t)x_1(t) & x_2(t)x_2(t) & \cdots & x_2(t)x_k(t) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_k(t)x_1(t) & x_k(t)x_2(t) & \cdots & x_k(t)x_k(t) \end{bmatrix}$$

จากสมการ (2.3ข) เมื่อนำ $E[\varepsilon^2(t)]$ ไปพล็อตเทียบกับค่าน้ำหนักจะได้กราฟรูปถ้วยหงาย แสดงว่าสามารถหาจุดต่ำสุดของสมการได้โดยการทำเกรเดียนต์สมการ (2.3ข) เทียบกับ $\mathbf{W}$ โดยใช้สัญลักษณ์แทนด้วย ∇_w ดังนี้

$$\nabla_w\{E[\varepsilon^2(t)]\} = 0 \qquad (2.4ก)$$

จากสมการ (2.3ข) จะได้

$$\nabla_w\{E[\varepsilon^2(t)]\} = -2\mathbf{S} + 2\mathbf{CW} \qquad (2.4ข)$$

$$\mathbf{W}_{LMS} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{S} \qquad (2.5)$$

โดยที่ $\mathbf{W}_{LMS}$ คือค่าน้ำหนักที่เหมาะสมของสัญญาณในองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับแต่ละส่วน เมื่อใช้ขั้นตอนวิธีแบบค่ากำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด

จากสมการ (2.5) จะเห็นได้ว่าการหาน้ำหนักที่เหมาะสมในการก่อรูปลำคลื่นโดยใช้ขั้นตอนวิธีแบบ LMS มีหัวใจสำคัญอยู่ที่ ความสามารถในการสร้างสัญญาณอ้างอิงให้มีความสัมพันธ์กับสัญญาณที่ต้องการได้มากน้อยเพียงใด โดยไม่ให้มีความสัมพันธ์กับสัญญาณรบกวนนั้นเอง

2.1.1 ขั้นตอนวิธีแบบ Howells-Applebaum

ขั้นตอนวิธีนี้คิดค้นโดย Howells และ Applebaum ในปี ค.ศ. 1950 แต่ได้ตีพิมพ์ในปี ค.ศ. 1966 (Compton, 1988 : 45) โดยมีหลักการคือ การทำให้ค่าอัตราส่วนของสัญญาณที่ต้องการต่อสัญญาณที่ไม่ต้องการหรือสัญญาณรบกวน ที่ขาออกของสายอากาศ มีค่ามากที่สุดเพื่อป้อนกลับไปกำหนดค่าน้ำหนักที่เหมาะสมให้กับสัญญาณในองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับแต่ละส่วน ซึ่งแสดงไว้ในรูป 2.3 เมื่อให้ θ_d คือมุมตกกระทบสายอากาศ หรือทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่ต้องการ และθ_i คือมุมตกกระทบสายอากาศหรือทิศทางการมาถึงของสัญญาณรบกวน เมื่อเทียบกับแนวเส้นปกติที่องค์ประกอบแรกของสายอากาศแถวลำดับดังรูป 2.3 สัญญาณในองค์ประกอบแต่ละส่วนของสายอากาศประกอบไปด้วยสัญญาณที่ต้องการ (x_d), สัญญาณรบกวนจากแหล่งกำเนิดสัญญาณที่มีความถี่เดียวกับสัญญาณที่ต้องการ (x_i) และสัญญาณรบกวนเชิงความร้อน (thermal noise, x_n)ดังนี้

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_d + \mathbf{X}_i + \mathbf{X}_n \tag{2.6}$$

สัญญาณขาออกที่มีเพียงสัญญาณที่ต้องการเท่านั้นเป็นดังนี้

$$y_d(t) = \mathbf{W}^T \mathbf{X}_d = A_d \mathbf{W}^T \mathbf{U}_d \tag{2.6}$$

โดยที่ A_d คือขนาดของสัญญาณที่ต้องการ

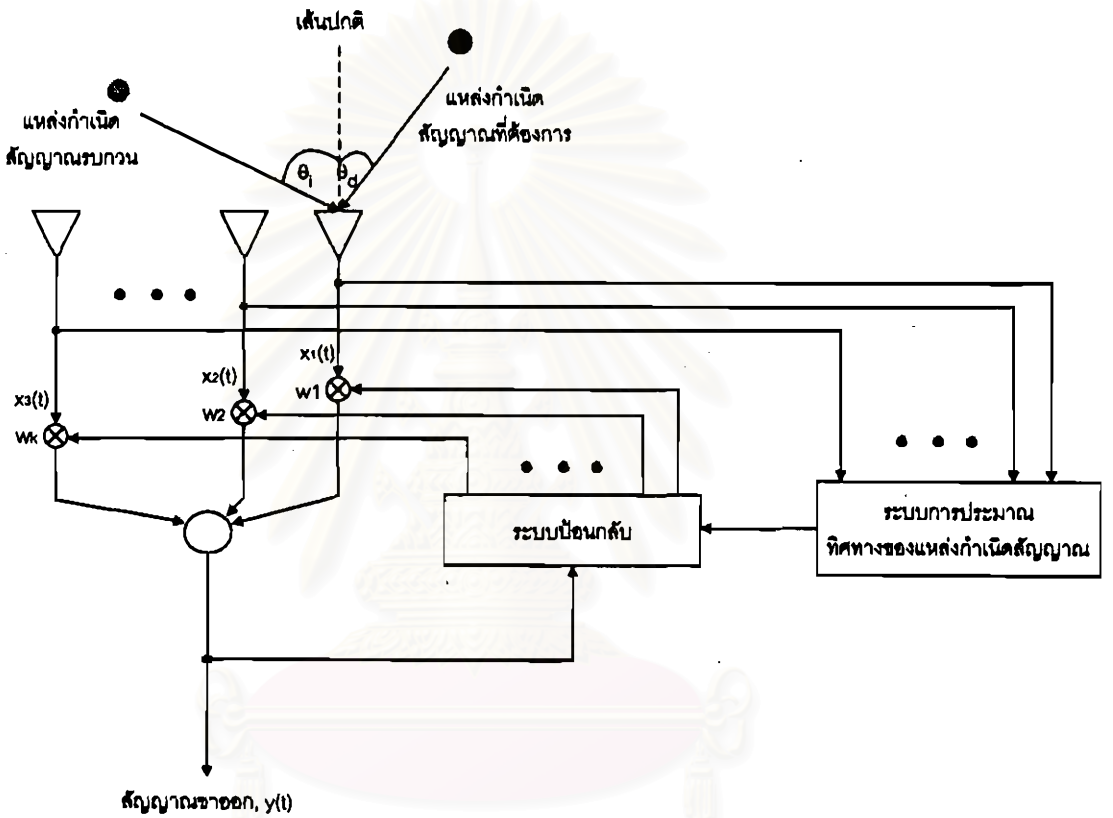
$\mathbf{U}_d$ คือเวกเตอร์ของสัญญาณที่ต้องการซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\mathbf{U}_d = \begin{bmatrix} f_1(\theta_d)e^{j\rho_{d1}} \\ f_2(\theta_d)e^{j\rho_{d2}} \\ f_3(\theta_d)e^{j\rho_{d3}} \\ \vdots \\ f_k(\theta_d)e^{j\rho_{dk}} \end{bmatrix}$$

θ_d คือมุมตกกระทบสายอากาศของสัญญาณที่ต้องการในระนาบอะซิมุทซึ่งจะเรียกว่าทิศทางการมาถึงของสัญญาณ

$f_j(\theta)$ คือผลตอบสนองของแบบรูปการแผ่พลังงานที่องค์ประกอบที่ j ที่มีต่อสัญญาณที่มาตกกระทบสายอากาศจากทิศทาง θ

ρ_{dj} คือเฟสของสัญญาณที่ต้องการในองค์ประกอบที่ j



รูป 2.3 ระบบสายอากาศเก่งที่ใช้ขั้นตอนวิธีในการก่อรูปลำคลื่นแบบ Howells-Applebaum

ค่ากำลังของสัญญาณที่ต้องการที่ขาออกของสายอากาศเก่งคือ

$$P_d = \frac{1}{2} E\left\{\left|y_d(t)\right|^2\right\} \qquad (2.7ก)$$

จากสมการ (2.6) จะได้ $$P_d = \frac{1}{2}E\left\{\left|A_d\right|^2\right\}\left|\mathbf{W}^T\mathbf{U}_d\right|^2 \quad (2.7ข)$$

สัญญาณที่ไม่ต้องการที่ขาออกของสายอากาศซึ่งประกอบไปด้วยสัญญาณรบกวนเชิงความร้อน และสัญญาณรบกวนจากแหล่งกำเนิดภายนอกเป็นดังนี้

$$y_u(t) = y_i(t) + y_n(t) \quad (2.8ก)$$

$$y_u(t) = \mathbf{W}^T(\mathbf{X}_i + \mathbf{X}_n) \quad (2.8ข)$$

$$y_u(t) = (\mathbf{X}_i + \mathbf{X}_n)^T\mathbf{W} \quad (2.8ค)$$

ดังนั้นกำลังของสัญญาณที่ไม่ใช่สัญญาณที่ต้องการที่ขาออกของสายอากาศคือ

$$P_u = \frac{1}{2}E\left\{\left|y_u(t)\right|^2\right\} \quad (2.9)$$

จากสมการ (2.8ค) จะได้ $$P_u = \frac{1}{2}E\left\{\left|\mathbf{W}^T(\mathbf{X}_i + \mathbf{X}_n)\right|^2\right\} \quad (2.10ก)$$

$$P_u = \frac{1}{2}E\left\{\mathbf{W}^H(\mathbf{X}_i^* + \mathbf{X}_n^*)(\mathbf{X}_i^T + \mathbf{X}_n^T)\mathbf{W}\right\} \quad (2.10ข)$$

$$P_u = \frac{1}{2}\mathbf{W}^H\left\{E(\mathbf{X}_i^*\mathbf{X}_i^T) + E(\mathbf{X}_n^*\mathbf{X}_n^T)\right\}\mathbf{W} \quad (2.10ค)$$

$$P_u = \frac{1}{2}\mathbf{W}^H\mathbf{C}_u\mathbf{W} \quad (2.10ง)$$

โดยที่ H คือสัญลักษณ์การสร้างค่าสังยุค (conjugate) แล้วจึงสลับเปลี่ยน

* คือการสร้างค่าสังยุค

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากสมการ (2.7ข) และ (2.10ง) จะได้ค่าอัตราส่วนของสัญญาณที่ต้องการต่อสัญญาณที่ไม่ต้องการ ดังนี้

$$\frac{P_d}{P_u} = \frac{E\left\{\left|A_d\right|^2\right\}\left|\mathbf{W}^T\mathbf{U}_d\right|^2}{\mathbf{W}^H\mathbf{C}_U\mathbf{W}} \tag{2.11}$$

เมื่อทำให้สมการ (2.11) มีค่าสูงสุดจะได้ค่าน้ำหนักที่เหมาะสมดังนี้

$$\mathbf{W}_{HA} = \mu\mathbf{C}_U^{-1}\mathbf{U}_d^* \tag{2.12}$$

โดยที่ μ คือ ค่าคงตัว $0<\mu<1$

$\mathbf{C}_U$ คือ เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของสัญญาณที่ไม่ต้องการ

$$\mathbf{C}_U = E\begin{bmatrix} x_{u1}(t)x_{u1}(t) & x_{u1}(t)x_{u2}(t) & \cdots & x_{u1}(t)x_{uk}(t) \\ x_{u2}(t)x_{u1}(t) & x_{u2}(t)x_{u2}(t) & \cdots & x_{u2}(t)x_{uk}(t) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{uk}(t)x_{u1}(t) & x_{uk}(t)x_{u2}(t) & \cdots & x_{uk}(t)x_{uk}(t) \end{bmatrix}$$

$x_u = x_i + x_n$

จากสมการ (2.12) จะเห็นได้ว่าในการประมวลผลสัญญาณเพื่อป้อนกลับไปกำหนดน้ำหนักที่เหมาะสมให้กับสัญญาณในแต่ละองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับโดยใช้ขั้นตอนวิธีในการก่อรูปลำคลื่นแบบ Howells-Applebaum จำเป็นจะต้องทราบ $\mathbf{C}_U$ ซึ่งในความเป็นจริงไม่สามารถหาค่าได้โดยตรงแต่สามารถใช้เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของสัญญาณสายอากาศรับได้ทั้งหมด ($\mathbf{C}$) แทนได้ (Compton, 1988 : 53)

2.2 <u>ขั้นตอนวิธีในการปรับตัว</u>

ในกรณีที่แหล่งกำเนิดสัญญาณมีการเคลื่อนที่ หรือเปลี่ยนตำแหน่งไป สายอากาศเก่งสามารถปรับเปลี่ยนพูคลื่นไปตามการเคลื่อนที่ของแหล่งกำเนิดสัญญาณได้ด้วยการชักตัวอย่างสัญญาณที่สายอากาศรับได้เป็นระยะๆ เพื่อนำไปคำนวณหาเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของสัญญาณ และจะได้ค่าน้ำหนักของสัญญาณในองค์ประกอบแต่ละส่วนของสายอากาศแถวลำดับและทำเช่นนี้ในลักษณะ

วนซ้ำจนได้ค่าน้ำหนักที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งจะทำให้พูหลักของสายอากาศหันไปในทิศทางของสัญญาณที่ต้องการโดยที่ตำแหน่งศูนย์ของสายอากาศหันไปในทิศทางของสัญญาณรบกวน หรือลดขนาดของพูรองในทิศทางของสัญญาณรบกวน ขั้นตอนวิธีในการปรับตัวที่จะกล่าวในหัวข้อนี้คือขั้นตอนวิธีแบบ SMI (Sample Matrix Inversion) และ RLS (Recursive Least Square) ตามลำดับ แต่ในกรณีที่แหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวนอยู่ในทิศทางเดียวกับแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการ หรืออยู่ในขอบเขตของพูหลักของสายอากาศจะต้องใช้ขั้นตอนวิธีแบบ CMA (Constant Modulus Algorithm) ในการปรับตัวจึงจะได้สัญญาณขาออกที่ปราศจากผลกระทบเนื่องจากสัญญาณรบกวน (Xu and Vu, 1997) และ (Diouris, 1993) ซึ่งนอกเหนือขอบเขตของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

2.2.1 <u>ขั้นตอนวิธีแบบ SMI</u>

ในขณะที่แหล่งกำเนิดสัญญาณเคลื่อนที่นั้นจำเป็นต้องปรับค่าน้ำหนักในองค์ประกอบแต่ละส่วนของสายอากาศเก่ง เพื่อให้สามารถปรับเปลี่ยนการก่อรูปลำคลื่นตามการเคลื่อนที่ของแหล่งกำเนิด ขั้นตอนวิธีที่จะกล่าวต่อไปนี้เป็นขั้นตอนวิธีปรับตัวที่ง่ายที่สุด โดยมีหลักการว่าสัญญาณที่สายอากาศรับได้จะถูกชักตัวอย่างมาเป็นจำนวนครั้งที่กำหนด เพื่อเฉลี่ยและประมาณค่าเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม ณ เวลานั้น และทำเช่นนี้ในลักษณะวนซ้ำอยู่ตลอดเวลาเพื่อปรับตัวให้ทันการเปลี่ยนแปลงของแหล่งกำเนิดสัญญาณ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ (Godara, 1997 : 1212)

$$\mathbf{C}(n) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^{H}(n) \qquad (2.13)$$

โดยที่ $\mathbf{C}(n)$ คือเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมที่เวลา n เมื่อประมาณด้วยการชักตัวอย่างจากสัญญาณที่สายอากาศรับได้ในช่วงเวลา N

จะเห็นได้ว่าขั้นตอนวิธีในการปรับตัวแบบ SMI ในสมการ (2.13) สามารถทำได้ง่ายเพียงแต่ชักตัวอย่างสัญญาณจากสายอากาศเป็นระยะเท่านั้นเอง แต่ข้อเสียที่เกิดขึ้นคือทำให้เกิดความซับซ้อนในการคำนวณ (computational complexity) และต้องใช้เมทริกซ์ที่มีขนาดใหญ่ในการคำนวณ (Litva, 1996 : 45)

2.2.2 ขั้นตอนวิธีแบบ RLS

ขั้นตอนวิธีในการปรับตัวแบบ RLS ไม่จำเป็นต้องเฉลี่ยสัญญาณที่ถูกชักตัวอย่างมาจากสาย-อากาศเหมือนกับขั้นตอนวิธีแบบ SMI แต่ต้องใช้เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมที่เวลาก่อนหน้าเพื่อนำมาหักล้างออกจากเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมที่ถูกชักตัวอย่างมาในเวลาใหม่ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ (Litva, 1996 : 45)

$$\mathbf{C}(n) = \delta_0 \mathbf{C}(n-1) + \mathbf{X}(n)\mathbf{X}^H(n) \qquad (2.14)$$

โดยที่ $0 < \delta_0 < 1$

การใช้ขั้นตอนวิธีแบบ RLS ในการปรับตัวของสายอากาศเก่งทำให้ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนมีค่าสูง และการปรับตัวในทุกๆ ครั้งจะมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

2.3 วิธีประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณ

ในการก่อรูปลำคลื่นด้วยขั้นตอนวิธีแบบ Howells-Applebaum ที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 2.1.2 นั้นหัวใจสำคัญ คือความรู้เกี่ยวกับทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่ต้องการเพื่อก่อรูปลำคลื่นโดยให้พูหลักหันไปในทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการ แต่ในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่เราไม่สามารถทราบได้เลยว่าแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการอยู่ที่ใด จึงมีวิธีประมาณตำแหน่งของแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการโดยการนำสัญญาณที่สายอากาศรับได้เนื่องจากแหล่งกำเนิดใดๆ ณ เวลาหนึ่งมาประมวลผลด้วยวิธีการประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณ ซึ่งจะทำให้ทราบตำแหน่งหรือทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการ ณ เวลานั้น หลักการดังกล่าวอุปมาเหมือนเรานั่งอยู่ในห้องที่ไม่สามารถเห็นสิ่งที่อยู่ภายนอกได้ และ ณ เวลาหนึ่งก็มีเสียงแว่วมาจากภายนอก เราสามารถจะประมาณได้ว่าเสียงนั้นมาจากทิศทางใดด้วยการปิดหูข้างซ้ายและขวาสลับกัน แล้วสังเกตว่าข้างใดได้รับเสียงที่ดังกว่ากัน และสามารถประมาณได้ว่าแหล่งกำเนิดเสียงนั้นอยู่ในทิศทางใด หูของเราเปรียบเสมือนตัวตรวจรู้ (sensor) หรือสายอากาศ สมองเปรียบเสมือนระบบประมวลผล ส่วนขั้นตอนการปิดหูที่ละข้างและการเปรียบเทียบความดังข้างนั้น ก็เปรียบเสมือนขั้นตอนวิธีในการประมาณ

ทิศทางการมาถึงของสัญญาณนั่นเอง วิธีประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่ผู้วิจัยสนใจมีเพียงวิธีที่ไม่จำเป็นต้องทราบตำแหน่งของสัญญาณรบกวน เนื่องจากในสภาวะแวดล้อมของการสื่อสารโทรศัพท์เคลื่อนที่นั้นเราไม่อาจทราบถึงตำแหน่งของสัญญาณรบกวนได้เลย วิธีประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่จะกล่าวต่อไปคือ วิธีของ Bartlett, ตัวประมาณแบบ MVDR (Minimum Variance Distortionless Response) และ ขั้นตอนวิธีแบบ MUSIC (Multiple Signal Classification) ตามลำดับ

2.3.1 วิธีของ Bartlett

วิธีนี้มีหลักการเหมือนกับการก่อรูปลำคลื่นด้วยฮาร์ดแวร์โดยให้พูหลักหันไปในทิศทางที่สนใจในลักษณะการกวาดตรวจ (scanning) และการก่อรูปลำคลื่นในทิศทางใดให้กำลังของสัญญาณขาออกเนื่องจากผลรวมของสัญญาณในองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับมากที่สุด จะถือว่าทิศทางนั้นคือทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการ ค่ากำลังเฉลี่ยในการก่อรูปลำคลื่นโดยให้พูหลักหันไปในทิศทาง θ ใดๆ เป็นดังนี้ (Godara, 1997 : 1220)

$$P_B(\theta) = \frac{\mathbf{U}_\theta^H \mathbf{C} \mathbf{U}_\theta}{k^2} \tag{2.15}$$

โดยที่ k คือจำนวนองค์ประกอบทั้งหมดของสายอากาศแถวลำดับ

$\mathbf{U}_\theta$ คือเวกเตอร์ของสัญญาณ (signal vector) จากแหล่งกำเนิดที่ตำแหน่ง θ ใดๆ

$\mathbf{C}$ คือเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของสัญญาณในองค์ประกอบของสายอากาศ

ในการใช้วิธีประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณด้วยสมการ (2.15) ทำให้สัญญาณขาออกที่ได้ในการก่อรูปลำคลื่นแต่ละครั้งไม่เป็นเพียงสัญญาณที่มาจากแหล่งกำเนิดที่ต้องการเท่านั้น แต่เป็นผลรวมของสัญญาณที่เข้ามาในทิศทางของพูหลักและสัญญาณที่เข้ามาในทิศทางของพูรองของสายอากาศด้วย ดังนั้นค่ากำลังเฉลี่ยในสมการ (2.15) จึงขึ้นอยู่กับพื้นที่ช่องเปิดของสายอากาศและความกว้างลำคลื่นของพูหลักของสายอากาศที่ใช้

2.3.2 ตัวประมาณแบบ MVDR

วิธีประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณวิธีนี้เป็นวิธีหนึ่งที่ใช้เทคนิคในการทำให้เหมาะสมที่สุด (optimization) ในการทำให้ค่ากำลังของสัญญาณขาออกของสายอากาศมีค่าต่ำที่สุด โดยมีเงื่อนไขบังคับ (constraints) คืออัตราขยายในทิศทางที่ต้องการ หรือทิศทางที่พูหลักชี้ไปนั้นมีค่าเท่ากับหนึ่ง คำตอบของการทำให้เหมาะสมที่สุดเป็นดังนี้ (Zoltowski, 1988)

$$\mathbf{C}\mathbf{W}_{opt} = \alpha \mathbf{U}(\theta) \tag{2.16ก}$$

โดยที่

$$\alpha = \frac{1}{\mathbf{U}(\theta)^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{U}(\theta)} \tag{2.16ข}$$

ค่ากำลังของสัญญาณขาออกมีค่าดังนี้

$$P_{MV}(\theta) = \left| \mathbf{W}_{opt}^H \mathbf{X} \right|^2 \tag{2.17}$$

จากสมการ (2.16ก) และ (2.16ข) จะได้

$$P_{MV}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{U}^H(\theta) \mathbf{C}^{-1} \mathbf{U}(\theta)} \tag{2.18}$$

2.3.3 วิธี MUSIC

วิธีประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณวิธีนี้ประมาณทิศทางการโดยใช้ค่าปริภูมิสถานะย่อย (subspace) ของสัญญาณ หรือสัญญาณรบกวน (noise) ที่ได้จากการแยกย่อยค่าเจาะจง (eigenvalue decomposition) ของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของสัญญาณที่สายอากาศรับได้ หลักการของวิธีประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณวิธีนี้ คือเมื่อแยกย่อยค่าเจาะจงจนได้ค่าปริภูมิสถานะย่อยของสัญญาณที่รบกวนแล้วจึงก่อรูปลำคลื่นไปในทิศทางที่สนใจในลักษณะการกวาดตรวจจนพบทิศที่ทำให้เวกเตอร์ของสัญญาณตั้งฉากกับค่าปริภูมิสถานะย่อยที่ได้ในข้างต้น ซึ่งทำ

ให้ค่าในสมการ (2.19) สูงที่สุดจึงจะถือว่าทิศทางนั้นคือทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่ต้องการนั่นเอง (Godara, 1997 : 1223)

$$P_{MU}(\theta) = \frac{1}{\left|\mathbf{U}_{\theta}^{H}\mathbf{E}_{N}\right|^{2}} \tag{2.19}$$

หรือ

$$P_{MU}(\theta) = \left|\mathbf{U}_{\theta}^{H}\mathbf{E}_{S}\right|^{2} \tag{2.20}$$

โดยที่ $\mathbf{E}_N$ คือเมทริกซ์ค่าเวกเตอร์เจาะจง (eigen vectors) สอดคล้องกับค่าเจาะจงที่ต่ำที่สุดของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของสัญญาณที่สายอากาศรับได้

$\mathbf{E}_S$ คือเมทริกซ์ค่าเวกเตอร์เจาะจง (eigen vectors) สอดคล้องกับค่าเจาะจงที่มากที่สุดของเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของสัญญาณที่สายอากาศรับได้

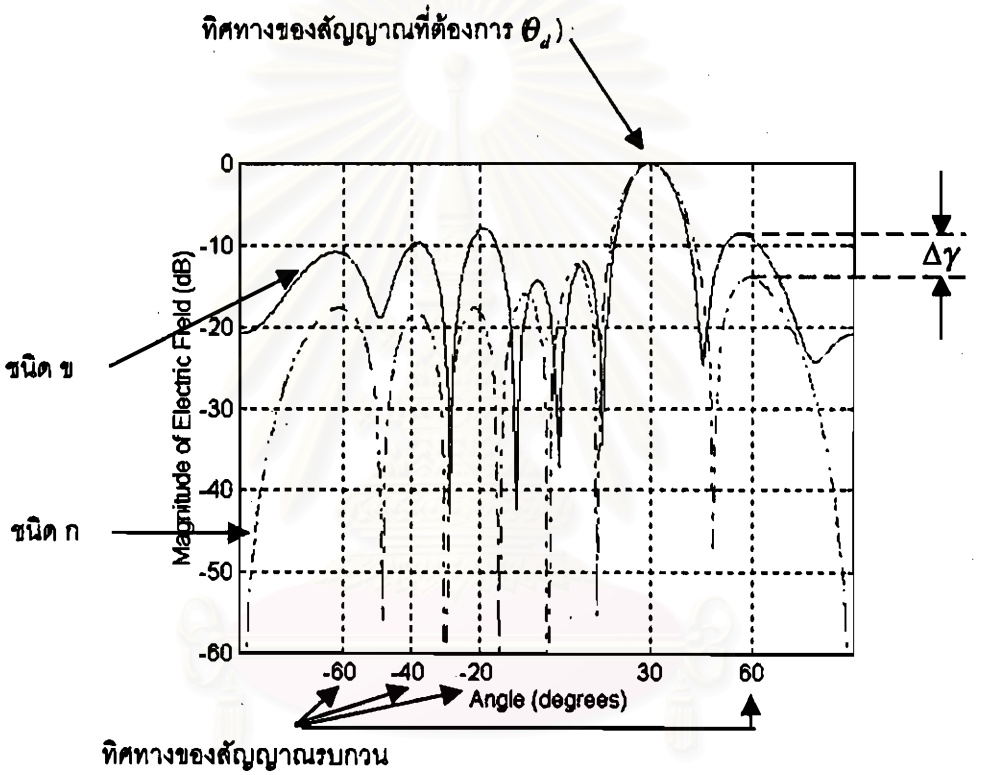
$\mathbf{U}_\theta$ คือเวกเตอร์ของสัญญาณในการก่อรูปลำคลื่นไปในทิศทาง θ

ในกรณีที่ใช้ค่าปริภูมิย่อยของสัญญาณ การประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณนั้นทำได้โดยใช้สมการ (2.19) และ สมการ (2.20) ทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่ต้องการ คือทิศทางในการก่อรูปลำคลื่นที่ทำให้สมการ (2.19) และ สมการ (2.20) มีค่าสูงสุด การประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่ต้องการวิธีนี้ให้ผลที่คลาดเคลื่อนหากไม่กำจัดความสัมพันธ์ของสัญญาณที่สายอากาศรับได้ในองค์ประกอบทุกส่วนของสายอากาศแถวลำดับด้วยวิธีที่เรียกว่า prewhitening ซึ่ง Delfeld, T.P และ Delfeld, F.C ได้กล่าวไว้ในปี ค.ศ. 1989

2.4 ดัชนีความเก่ง

ความเก่งของสายอากาศ คือความสามารถในการลดสัญญาณรบกวนโดยไม่มีผลกระทบกับสัญญาณที่ต้องการ หรือมีผลกระทบน้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ ซึ่งขึ้นอยู่กับส่วนประกอบหลักของสายอากาศเก่งสองส่วน คือสายอากาศ และขั้นตอนวิธีในการก่อรูปลำคลื่น แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศ คือพารามิเตอร์หนึ่งที่ใช้บอกความสามารถดังกล่าว ตัวอย่างเช่น แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศเก่งชนิด ก และสายอากาศเก่งชนิด ข ในสถานการณ์ที่เกิดสัญญาณรบกวนที่แสดงไว้

ในรูป 2.4 เห็นได้ว่าสายอากาศเก่งชนิด ก และชนิด ข สามารถรับสัญญาณได้สูงสุดในทิศทางของสัญญาณที่ต้องการ (30 องศา) แต่สายอากาศเก่งชนิด ก รับสัญญาณในทิศทางของสัญญาณรบกวน (-20, -40, -60 และ 60 องศา) ได้น้อยกว่าสายอากาศชนิด ข จึงกล่าวได้ว่าสายอากาศเก่งชนิด ก เก่งกว่าสายอากาศชนิด ข



รูป 2.4 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศเก่ง (สายอากาศไมโครสตริปแถวลำดับเชิงเส้น 8 องค์ประกอบ) ชนิด ก (เส้นประ) และชนิด ข (เส้นทึบ) ในสภาวะเกิดสัญญาณรบกวนที่มีทิศทางการมาถึงของสัญญาณคือ –60, -40, -20 และ 60 องศา

เพื่อให้สดวกในการพิจารณาความเก่งของสายอากาศเก่ง ผู้วิจัยจึงเสนอพารามิเตอร์ขึ้นมาเพื่อบ่งชี้ความเก่งของสายอากาศเก่งในสถานการณ์หนึ่งๆ ว่าต่างกับความเก่งสูงสุดที่สายอากาศตัวนั้นจะทำได้มากน้อยเพียงใด พารามิเตอร์ดังกล่าว คือดัชนีความเก่งที่แสดงในสมการ (2.21) ค่าความผิดพลาด (ε) ที่เกิดขึ้นเป็นฟังก์ชันของความต่างของระดับพูรองในทิศทางของสัญญาณรบกวนที่สภาวะ

สงบกับสภาวะที่เกิดสัญญาณรบกวน และความผิดพลาดในการหันพูหลักไปในทิศทางของสัญญาณที่ต้องการ ซึ่งก็คือ $\Delta\gamma$ และ $\Delta\theta_d$ ในรูป 2.5

ดัชนีความเก่ง (smartness index) = 1-ε (2.21ก)

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\Delta\theta_d}{\pi}\right)^2 + k_1\left(\frac{\gamma_{q1}-\gamma_1}{\gamma_{q1}}\right)^2 + k_2\left(\frac{\gamma_{q2}-\gamma_2}{\gamma_{q2}}\right)^2 + \cdots + k_M\left(\frac{\gamma_{qM}-\gamma_M}{\gamma_{qm}}\right)^2} \qquad (2.21ข)$$

โดยที่ $\Delta\theta_d$ คือค่าความต่างมุมของพูหลัก (main beam angle) ของสายอากาศเก่งในสภาวะสงบ (quiescent environment) กับสภาวะที่เกิดสัญญาณรบกวน (interference environment) (เรเดียน)

γ_{qM} คืออัตราส่วนของสัญญาณในทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการต่อสัญญาณในทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวนหมายเลข M ในสภาวะสงบ (ไม่มีหน่วย)

γ_M คืออัตราส่วนของสัญญาณในทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการต่อสัญญาณในทิศทางของแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวนหมายเลข M ในสภาวะที่เกิดสัญญาณรบกวน(ไม่มีหน่วย)

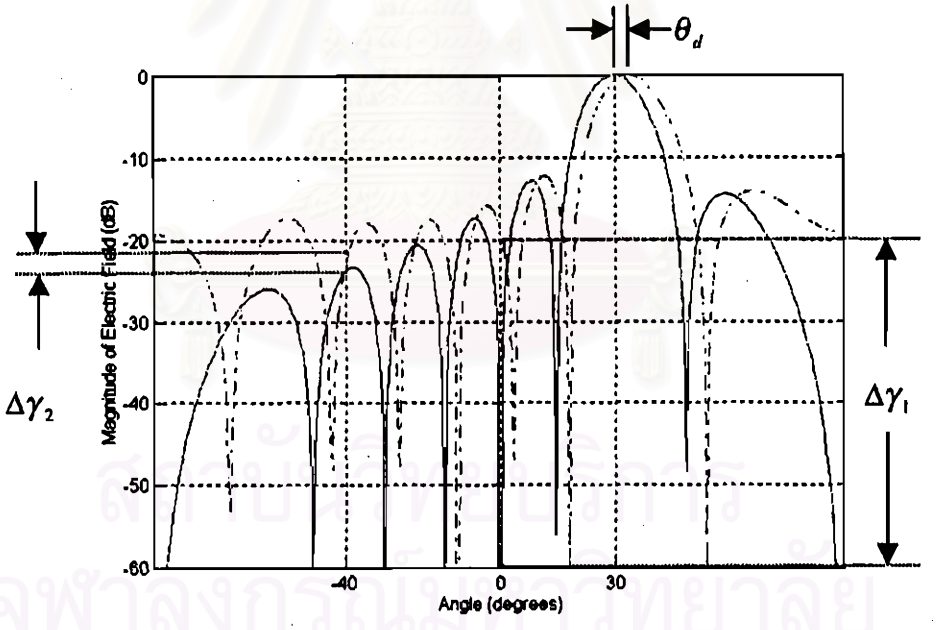
k_M มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อสายอากาศเก่งสามารถปรับตัวให้มีความสามารถในการรับสัญญาณในทิศทางของสัญญาณรบกวนหมายเลข M เท่ากับหรือน้อยกว่าในสภาวะสงบ และ มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อสายอากาศเก่งปรับตัวให้มีความสามารถในการรับสัญญาณในทิศทางของสัญญาณรบกวนหมายเลข M ได้สูงกว่าในสภาวะสงบ

ค่าดัชนีความเก่งในสมการ (2.21) สามารถบ่งชี้ความเก่งของสายอากาศเก่งได้ในสถานการณ์หนึ่งๆ ว่าเก่งมากน้อยเพียงใด ถ้าสายอากาศเก่งเก่งที่สุด ดัชนีความเก่งจะมีค่าเท่ากับ 1 และสายอากาศเก่งจะมีความเก่งน้อยลงเมื่อค่าผิดพลาด (ε) ในสมการ (2.21ข) สูงขึ้น

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เพื่อความเข้าใจในพารามิเตอร์ต่างๆ จากสมการ (2.21) ขอยกตัวอย่างผลตอบสนองของสายอากาศเก่งในสภาวะเกิดสัญญาณรบกวนในสถานะคงตัว (steady state) เพื่อหาดัชนีความเก่ง ซึ่งมีขอบเขตดังนี้

1. ทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่ต้องการคือ 30 องศา
2. ทิศทางการมาถึงของสัญญาณรบกวนที่ 1 คือ 0 องศา
3. ทิศทางการมาถึงของสัญญาณรบกวนที่ 2 คือ –40 องศา
4. สายอากาศที่ใช้เป็นสายอากาศไมโครสตริปแถวลำดับเชิงเส้น 8 องค์ประกอบ
5. ใช้ขั้นตอนวิธีแบบ Howells-Applebaum ในการก่อรูปลำคลื่น



รูป 2.5 แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศเก่ง (สายอากาศไมโครสตริปแถวลำดับเชิงเส้น 8 องค์ประกอบ) ในสภาวะสงบ (เส้นทึบ) และในสภาวะเกิดสัญญาณรบกวนที่มีทิศทางการมาถึงของสัญญาณคือ 0 และ -40 องศาโดยก่อรูปลำคลื่นด้วยขั้นตอนวิธีแบบ Howells-Applebaum (เส้นประ)

จากรูป 2.4 สามารถหาพารามิเตอร์เพื่อแทนค่าในสมการ (2.21) ได้ดังนี้

$$\frac{\Delta\theta_d}{\pi} = \frac{(0.5236 - 0.6109)}{\pi}$$

$$k_1 = 1$$
$$k_2 = 1$$
$$\gamma_{q1} = 60 \qquad (2.22)$$
$$\gamma_{q2} = 24$$
$$\gamma_1 = 18$$
$$\gamma_2 = 21$$

เมื่อนำสมการ (2.22) แทนลงในสมการ (2.21) จะได้ค่าดัชนีความเก่งเท่ากับ 0.2884 ค่าดัชนีความเก่งที่ได้จากตัวอย่างนี้บอกให้ทราบว่า ในสภาวะที่เกิดสัญญาณรบกวน 2 สัญญาณโดยมีทิศทางการมาถึงเป็น 0 และ –40 องศา สายอากาศเก่งที่ทำด้วยสายอากาศไมโครสตริปแถวลำดับเชิงเส้น 8 องค์ประกอบและก่อรูปลำคลื่นด้วยขั้นตอนวิธีแบบ Howells-Applebaum นั้นไม่มีประสิทธิภาพสูงสุดในการลดผลกระทบเนื่องจากสัญญาณรบกวนที่มีต่อสัญญาณที่ต้องการได้ และต่างจากกรณีที่ได้ประสิทธิภาพสูงสุดอยู่ 0.7116 ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่าความต่างดังกล่าวไม่มีความสำคัญมากนัก แต่ในกรณีที่มีการพิจารณาสายอากาศเก่งสองชุดที่ต่างกันในลักษณะทางกายภาพ หรือขั้นตอนวิธีในการประมวลผลสัญญาณ ค่าความต่างดังกล่าวจะเป็นดัชนีที่ใช้ตัดสินว่าสายอากาศเก่งชุดใด ณ สภาวะเดียวกันมีประสิทธิภาพสูงกว่ากัน เพื่อการเลือกใช้ให้เหมาะสมในสภาวะการณ์นั้นๆ

2.5 ผลกระทบเนื่องจากปรากฏการณ์มิวชวลคัปปลิง

เนื่องจากสายอากาศแถวลำดับเป็นส่วนประกอบของสายอากาศเก่ง ปรากฏการณ์หนึ่งที่เกิดขึ้นคือมิวชวลคัปปลิงระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับ โดยมากงานวิจัยที่เกี่ยวกับสายอากาศแถวลำดับมักจะมีสมมติฐานที่ว่าผลกระทบเนื่องจากปรากฏการณ์มิวชวลคัปปลิงระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศนั้นน้อยมากจนสามารถละเลยได้ แต่ในความเป็นจริงผลจากปรากฏการณ์มิวชวลคัปปลิงนั้นทำให้เกิดความผิดเพี้ยนขึ้นหลายอย่างต่อแบบรูปการแผ่พลังงาน กล่าวคือระดับที่เพิ่มขึ้น หรือลดลงในตำแหน่งเชิงมุมใดๆ การเพิ่มระดับของตำแหน่งศูนย์ การเลื่อนตำแหน่งของตำแหน่งศูนย์ และการบานออกของแบบรูปการแผ่พลังงาน (เสกสรร มิตรเกษม, 2539) ดังนั้นในการศึกษาสมรรถนะของสายอากาศเก่งจึงควรที่จะรวมผลเนื่องจากปรากฏการณ์มิวชวลคัปปลิงระหว่าง

องค์ประกอบของสายอากาศด้วย เพื่อให้ทราบถึงสมรรถนะที่แท้จริงของสายอากาศเก่ง ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ผู้วิจัยสนใจผลกระทบจากปรากฏการณ์มิวชวลคัปปลิงที่มีต่อการก่อรูปลำคลื่นของสายอากาศเก่ง ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ในขณะที่มีสัญญาณจากแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการและสัญญาณจากแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวนมาตกกระทบสายอากาศ สัญญาณรวมในองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับเนื่องจากแหล่งกำเนิดภายนอกเป็นดังนี้

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_d + \sum_{k=1}^{M} \mathbf{X}_{ik} \tag{2.23ก}$$

โดยที่

$$\mathbf{X}_d = \mathbf{A}_d e^{j(\omega_0 t + \psi_d)} \mathbf{U}_d \tag{2.23ข}$$

$$\mathbf{X}_{ik} = \mathbf{A}_{ik} e^{j(\omega_0 t + \psi_{ik})} \mathbf{U}_{ik} \tag{2.23ค}$$

A_d คือขนาดของสัญญาณที่ต้องการ

A_{ik} คือขนาดของสัญญาณรบกวนหมายเลข k

ω_0 คือความถี่พาห์ของสัญญาณ

ψ_d คือเฟสของคลื่นพาห์ที่มาจากแหล่งกำเนิดสัญญาณที่ต้องการ

ψ_{ik} คือเฟสของคลื่นพาห์ที่มาจากแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวน

เวกเตอร์ของสัญญาณที่ต้องการเป็นดังนี้ เมื่อพิจารณาเพียงระนาบอะซิมุท (azimuth plane) เท่านั้น

$$U_d = \begin{bmatrix} f_1(\theta_d) e^{j\rho_{d1}} \\ f_2(\theta_d) e^{j\rho_{d2}} \\ \vdots \\ f_N(\theta_d) e^{j\rho_{dN}} \end{bmatrix} \tag{2.23ง}$$

$$U_{ik} = \begin{bmatrix} f_1(\theta_{ik})e^{j\rho_{ik1}} \\ f_2(\theta_{ik})e^{j\rho_{ik2}} \\ \vdots \\ f_N(\theta_{ik})e^{j\rho_{ikN}} \end{bmatrix} \qquad (2.23จ)$$

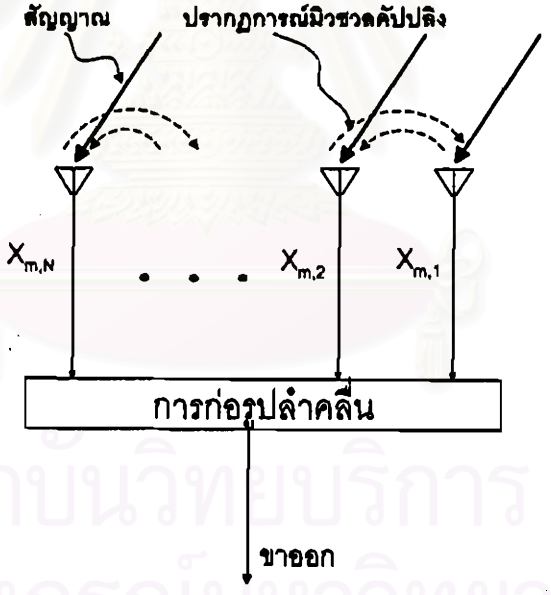
โดยที่ θ_d คือทิศทางของสัญญาณที่ต้องการในระนาบอะซิมุท

θ_{ik} คือทิศทางของสัญญาณรบกวนในระนาบอะซิมุท

$f_j(\theta)$ คือผลตอบสนองของแบบรูปการแผ่พลังงานขององค์ประกอบหมายเลข j ที่มีต่อสัญญาณที่มาตกกระทบจากทิศทาง θ

ρ_{dj} คือเฟสของสัญญาณที่ต้องการในองค์ประกอบหมายเลข j

ρ_{ikj} คือเฟสของสัญญาณรบกวนในองค์ประกอบหมายเลข j



รูป 2.6 ปรากฏการณ์มิวชวลคัปปลิงระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับ

เมื่อพิจารณาผลเนื่องจากปรากฏการณ์มิวชวลคัปปลิงระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับที่แสดงไว้ในรูป 2.6 พบว่าสัญญาณรวมในองค์ประกอบของสายอากาศในสมการ (2.6) เปลี่ยนไปดังนี้ (Gupta and Kslenski, 1983 และ Johnson and Richie, 1990)

$$\mathbf{X}_m = \mathbf{Z}_0^{-1}\left[\mathbf{X}_d + \sum_{k=1}^{M}\mathbf{X}_{ik}\right] + \mathbf{X}_n \qquad (2.24)$$

โดยที่ $\mathbf{Z}_0$ คือเมทริกซ์ของค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศแถวลำดับเนื่องจากผลของมิวชวล-คัปปลิง (mutual impedance) ที่นอร์แมลไลซ์แล้ว

ค่าเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของสัญญาณในองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับเป็นดังนี้

$$\mathbf{C} = E\{\mathbf{X} * \mathbf{X}^T\} \qquad (2.25)$$

แทนสมการ (2.24) ลงในสมการ (2.25) จะได้

$$\mathbf{C} = E\left\{\left[\mathbf{Z}_0^{-1}\left(\mathbf{X}_d + \sum_{k=1}^{M}\mathbf{X}_{ik}\right) + \mathbf{X}_n\right]^*\left[\mathbf{Z}_0^{-1}\left(\mathbf{X}_d + \sum_{k=1}^{M}\mathbf{X}_{ik}\right) + \mathbf{X}_n\right]^T\right\} \qquad (2.26ก)$$

$$\mathbf{C} = (\mathbf{Z}_0^{-1})^* E\left\{\left[\left(\mathbf{X}_d + \sum_{k=1}^{M}\mathbf{X}_{ik}\right) + \mathbf{Z}_0\mathbf{X}_n\right]^*\left[\left(\mathbf{X}_d + \sum_{k=1}^{M}\mathbf{X}_{ik}\right) + \mathbf{Z}_0\mathbf{X}_n\right]^T\right\}(\mathbf{Z}_0^{-1})^T \qquad (2.26ข)$$

สมมติให้สัญญาณรบกวนเชิงความร้อนในองค์ประกอบแต่ละส่วนมีคุณสมบัติดังนี้ (ก) มีการแจกแจงแบบเกาส์ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ (ข) ไม่มีความสัมพันธ์กันในองค์ประกอบแต่ละส่วน และ (ค) ไม่มีความสัมพันธ์กับสัญญาณจากแหล่งกำเนิดสัญญาณภายนอก ดังนั้นเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมในสมการ (2.26ข) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\mathbf{C} = (\mathbf{Z}_0^{-1})^*\left[\sigma^2\mathbf{Z}_0^*\mathbf{Z}_0^T + \sum_{k=1}^{M}A_{ik}^2\mathbf{U}_{ik}^*\mathbf{U}_{ik}^T + A_d^2\mathbf{U}_d^*\mathbf{U}_d^T\right](\mathbf{Z}_0^{-1})^T \qquad (2.26ค)$$

โดยที่ σ^2 คือกำลังของสัญญาณรบกวนเชิงความร้อน

ต่อไปจะพิจารณาถึงผลของปรากฏการณ์มิวชวลคัปปลิงที่มีต่อเมทริกซ์สหสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณในองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับกับสัญญาณอ้างอิง ที่ก่อรูปลำคลื่นด้วยขั้นตอนวิธีแบบ LMS เป็นดังนี้

$$\mathbf{S} = E\{\mathbf{X}r(t)\} \tag{2.27ก}$$

โดยที่

$$r(t) = A_r e^{j(\omega_0 t + \psi_d)} \tag{2.27ข}$$

$r(t)$ คือสัญญาณอ้างอิง

A_r คือขนาดของสัญญาณอ้างอิง

เมื่อแทนสมการ (2.27ข) ลงในสมการ (2.27ก) จะได้

$$\mathbf{S} = \mathbf{A}_r \mathbf{A}_d (\mathbf{Z}_0^{-1})^* \mathbf{U}_d^* \tag{2.27ค}$$

จากสมการ (2.26ค) เมื่อเปรียบเทียบกับสมการ (2.25) จะเห็นได้ว่าปรากฏการณ์มิวชวลคัปปลิงระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับ มีผลทำให้เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมเปลี่ยนแปลงไป และเช่นเดียวกันในสมการ (2.27ค) และสมการ (2.27ก) ซึ่งความเปลี่ยนแปลงดังกล่าวมีผลต่อการก่อรูปลำคลื่นของสายอากาศเก่ง เนื่องจากส่งผลให้ค่าน้ำหนักขององค์ประกอบแต่ละส่วนของสายอากาศแถวลำดับเปลี่ยนไปนั่นเอง

2.6 การชดเชยผลเนื่องจากปรากฏการณ์มิวชวลคัปปลิง

จากหัวข้อ 2.5 เห็นได้ว่าสัญญาณในองค์ประกอบแต่ละส่วนของสายอากาศแถวลำดับผิดเพี้ยนไปจากสัญญาณที่มาจากแหล่งกำเนิด เนื่องจากมิวชวลคัปปลิงที่เกิดขึ้นจากทุกองค์ประกอบกระทำซึ่งกันและกันที่อยู่ในรูปของมิวชวลอิมพีแดนซ์ (Z_0) ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้เสนอค่าน้ำหนักของสัญญาณในองค์ประกอบแต่ละส่วนของสายอากาศแถวลำดับ ที่เป็นตัวแทนของค่ามิวชวลอิมพีแดนซ์เพื่อการ

ปรับปรุงให้สัญญาณในองค์ประกอบแต่ละส่วนมีค่าใกล้เคียงกับสัญญาณที่มาจากแหล่งกำเนิดโดยมีรายละเอียดดังนี้

กำหนดให้เมทริกซ์ของค่าอินเวิร์สมิวชวลอิมพีแดนซ์มีค่าดังนี้

$$\mathbf{Z}_0^{-1} = \mathbf{Y}_0 = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

โดยที่ N คือจำนวนองค์ประกอบทั้งหมดของสายอากาศแถวลำดับ

สัญญาณในองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับแต่ละส่วนเมื่อรวมผลเนื่องจากมิวชวล-คัปปลิงเป็นดังนี้

$$\mathbf{X}_m = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{X} \tag{2.29}$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} x_{m1} &= M_1 x_1 \\ x_{m2} &= M_2 x_2 \\ &\vdots \quad\quad \vdots \\ x_{mN} &= M_N x_N \end{aligned} \tag{2.30ก}$$

ดังนั้นสัญญาณในองค์ประกอบหมายเลข k เมื่อรวมผลเนื่องจากมิวชวลคัปปลิงเป็นดังนี้

$$x_{mk} = M_k x_k \tag{2.30ข}$$

$$x_k = x_{mk}\frac{M_k^*}{|M_k|^2} \tag{2.30ค}$$

โดยที่ M_k คือค่าน้ำหนักเนื่องจากมิวชวลคัปปลิงของสัญญาณในองค์ประกอบหมายเลข k ของสายอากาศแถวลำดับ

เมื่อพิจารณาสถานการณ์ที่ไม่เกิดสัญญาณรบกวนคือมีเพียงสัญญาณที่ต้องการเท่านั้น และแทนทิศทางที่สนใจด้วย θ_l และแทนสมการ (2.30ก) ลงในสมการ (3.29) จะได้ผลดังนี้

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{Y_{11}x_{1l} + Y_{12}x_{2l} + \cdots + Y_{1N}x_{Nl}}{x_1} \\ M_2 &= \frac{Y_{12}x_{1l} + Y_{22}x_{2l} + \cdots + Y_{2N}x_{Nl}}{x_2} \\ &\vdots \qquad\qquad \vdots \\ M_N &= \frac{Y_{N1}x_{1l} + Y_{N2}x_{2l} + \cdots + Y_{NN}x_{Nl}}{x_N} \end{aligned} \tag{2.31}$$

เมื่อพิจารณาองค์ประกอบหมายเลข k และคูณด้วยค่าสังยุคของสัญญาณในองค์ประกอบหมายเลข k ที่ไม่คิดผลเนื่องจากมิวชวลคัปปลิง จะได้ผลดังนี้

$$M_k = \frac{(Y_{k1}x_{1l} + Y_{k2}x_{2l} + \cdots + Y_{kN}x_{Nl})x_k^*}{|x_k|^2} \tag{2.32ก}$$

$$= Y_{k1}e^{j(k-1)\Delta\phi_d} + Y_{k2}e^{j[(k-1)-1]\Delta\phi_d} + \cdots + Y_{kN}e^{j[(k-1)-(N-1)]\Delta\phi_d} \tag{2.32ข}$$

$$= e^{j(k-1)\Delta\phi_d}\left[Y_{k1} + Y_{k2}e^{-j\Delta\phi_d} + \cdots + Y_{kN}e^{-j(N-1)\Delta\phi_d}\right] \tag{2.32ค}$$

โดยที่ $\Delta\phi$ คือค่าการเลื่อนเฟสของสัญญาณที่ต้องการในองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับแต่ละส่วน ซึ่งมีค่าเท่ากับ $kd\sin(\theta_l)$

k คือเลขคลื่น

d คือระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับที่อยู่ติดกัน

θ_l คือมุมตกกระทบสายอากาศของสัญญาณที่สนใจ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากสมการ (2.32ค) เขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$M_k = U_{kl}^{*}\{[Y_{k1} \quad Y_{k2} \quad \cdots \quad Y_{kN}]\mathrm{U}_l\} \tag{2.32ง}$$

โดยที่ U_{kl} คือเวกเตอร์ของสัญญาณในองค์ประกอบหมายเลข k ในทิศทาง θ_l

$\mathbf{U}_l$ คือเมทริกซ์เวกเตอร์ของสัญญาณทุกองค์ประกอบในทิศทาง θ_l

$*$ คือการสร้างค่าสังยุค

จากสมการ (2.32ง) เห็นได้ว่าปรากฏการณ์มิวซวลคัปปลิงเนื่องจากสัญญาณที่มาตกกระทบสายอากาศขึ้นอยู่กับทิศทางการมาถึงของสัญญาณ และค่ามิวซวลอิมพีแดนซ์ที่เกิดขึ้น เมื่อพิจารณาสถานการณ์ที่มีทั้งสัญญาณที่ต้องการในทิศทาง θ_d และสัญญาณรบกวนในทิศทาง θ_i ทำให้ความสัมพันธ์ของสมการ (2.29) และ (2.30ก) เป็นดังนี้

จากสมการ (2.29) $$\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{X} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{X}_d + \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{X}_{i1} + \cdots + \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{X}_{im} \tag{2.33}$$

โดยที่ m คือจำนวนสัญญาณรบกวนจากแหล่งกำเนิดภายนอก

$\mathbf{X}_d$ คือเมทริกซ์ของสัญญาณที่ต้องการ

$\mathbf{X}_i$ คือเมทริกซ์ของสัญญาณรบกวน

ดังนั้นสมการ (2.30ก) ในองค์ประกอบหมายเลข k สำหรับสถานการณ์ที่เกิดสัญญาณรบกวนเป็นดังนี้

$$M_k x_k = M_{kd} x_{kd} + Mk_{ki1} x_{ki1} + \cdots + M_{kim} x_{kim} \tag{2.34}$$

$$M_k = M_{kd}\left[\frac{x_{kd}}{x_k}\right] + M_{ki1}\left[\frac{x_{ki1}}{x_k}\right] + \cdots + M_{kim}\left[\frac{x_{kim}}{x_k}\right] \tag{2.35}$$

จากสมการ (2.35) เห็นได้ว่าค่าน้ำหนักเนื่องจากมิวชวลคัปปลิงในสถานการณ์ที่เกิดสัญญาณรบกวนไม่เพียงแต่ขึ้นอยู่กับทิศทางการมาถึงของสัญญาณเท่านั้น หากยังขึ้นอยู่กับจำนวนสัญญาณรบกวน และอัตราส่วนระหว่างสัญญาณที่ต้องการหรือสัญญาณรบกวนกับสัญญาณรวมทั้งหมดด้วย ซึ่งค่าอัตราส่วนที่มีผลต่อค่าน้ำหนักเนื่องจากมิวชวลคัปปลิงมากที่สุดคืออัตราส่วนของสัญญาณที่ต้องการ ต่อสัญญาณรวมทั้งหมด ดังนั้นผู้วิจัยจึงประมาณค่าน้ำหนักเนื่องจากมิวชวลคัปปลิงในสมการ (2.35) ใหม่ดังนี้

$$M_k = M_{kd}\left[\frac{x_{kd}}{x_k}\right] \tag{2.36}$$

แทนสมการ (2.36) ลงในสมการ (2.32ง) จะได้

$$M_k = U_{kd}^{*}\{[Y_{k1} \quad Y_{k2} \quad \cdots \quad Y_{kN}]\mathbf{U}_d\} \tag{2.37}$$

จากสมการ (2.37) เห็นได้ว่าในการชดเชยผลเนื่องจากมิวชวลคัปปลิงจำเป็นจะต้องทราบทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่ต้องการซึ่งได้จากการประมาณทิศทางด้วยวิธีในหัวข้อ 2.3 แต่ถ้าสัญญาณที่นำมาประมาณทิศทางผิดเพี้ยนไปเนื่องจากปรากฏการณ์มิวชวลคัปปลิงแล้วก็จะทำให้เกิดความผิดพลาดในการชดเชยมิวชวลคัปปลิง และยังส่งผลถึงความผิดพลาดในการก่อรูปลำคลื่นของสายอากาศเก่งด้วย ดังนั้นการประมาณทิศทางของสัญญาณที่ต้องการจึงจำเป็นต้องใช้สัญญาณที่ชดเชยมิวชวลคัปปลิงเสียก่อน ผู้วิจัยจึงชดเชยผลเนื่องจากมิวชวลคัปปลิงด้วยค่าน้ำหนักของสัญญาณในองค์ประกอบของสายอากาศแต่ละส่วนที่สภาวะสงบในทิศแนวเล็งเสียก่อนที่จะนำไปประมาณทิศทางเพื่อการก่อรูปลำคลื่นต่อไป ดังนั้นสมการ (2.37) เปลี่ยนไปดังนี้

$$M_{k0} = U_{k0}^{*}\{[Y_{k1} \quad Y_{k2} \quad \cdots \quad Y_{kN}]\mathbf{U}_0\} \tag{2.38}$$

โดยที่ U_{k0} คือเวกเตอร์ของสัญญาณในทิศแนวเล็งของสายอากาศในองค์ประกอบหมายเลข k

$\mathbf{U}_0$ คือเวกเตอร์ของสัญญาณในทิศแนวเล็งของสายอากาศ

ค่าน้ำหนักของสัญญาณในองค์ประกอบแต่ละส่วนของสายอากาศในการชดเชยมิวชวลคัป-ปลิงในสมการ (2.38) เป็นค่าที่เหมาะสำหรับการทดสอบสมรรถนะของสายอากาศเก่ง เนื่องจากค่าที่ได้ไม่เพียงแต่สามารถช่วยชดเชยผลเนื่องจากมิวชวลคัปปลิงเท่านั้น ยังช่วยชดเชยความไม่สมบูรณ์ของสายอากาศอีกด้วย ซึ่งผลตอบที่ได้จากการคำนวณจำลองแบบ และตัวจำลองแบบจะแสดงไว้ในหัวข้อที่ 3.3 และ 4.4 ตามลำดับ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย