บทที่ 1

บทนำ

<u>ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา</u>

การดำเนินงานทางด้านการประกันชีวิต เป็นเรื่องเกี่ยวกับการจัดการความเสี่ยงภัย (Risk Management) ตามข้อตกลงในสัญญาประกันภัย ซึ่งเป็นความเสี่ยงต่อการให้ความคุ้มครองการเสียชีวิตของกลุ่มผู้เอาประกันภัยก่อนวัยอันสมควร โดยกลุ่มผู้เอาประกันภัยเหล่านี้จะมีอัตราการเสียชีวิตในแต่ละช่วงอายุไม่แน่นอน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องกำหนดหลักเกณฑ์ขึ้น เพื่อใช้จัดการกับความเสี่ยงนี้นั่นคือการกำหนดอัตรามรณะที่แสดงถึงอัตราการเสียชีวิตที่แต่ละอายุของผู้เอาประกันภัย ซึ่งทางด้านคณิตศาสตร์ประกันภัย (Actuarial Mathematics) จะหมายถึงค่าความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปีจะเสียชีวิตภายใน 1 ปีข้างหน้า แทนด้วยสัญลักษณ์ q_x

ในการวิเคราะห์ทางด้านคณิตศาสตร์ประกันภัย ค่า q_x เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งในการกำหนดค่าต่าง ๆ ได้แก่ อัตราเบี้ยประกันชีวิต (Premium Rate) มูลค่ากรมธรรม์หรือมูลค่าที่ริบไม่ได้ (Nonforfeifure Value) และเงินสำรองประกันภัยของบริษัทประกันชีวิต (Reserve)เป็นต้น ถ้าค่าq_xนี้ใกล้เคียงกับค่าความเป็นจริงจะมีผลให้การกำหนดอัตราเบี้ยประกันชีวิตและมูลค่ากรมธรรม์มีความเหมาะสมเกิดความเป็นธรรมแก่ผู้เอาประกันชีวิต(Insured) นอกจากนี้ยังทำให้สามารถกำหนดเงินสำรองประกันภัยของบริษัทประกันชีวิต ที่ต้องดำรงไว้ตามกฎหมายในจำนวนที่เพียงพอต่อภาระผูกพัน ซึ่งบริษัทมีต่อผู้เอาประกันชีวิตทั้งหมดได้ ด้วยเหตุนี้จึงจำเป็นที่จะต้องหาค่า q_x ให้ใกล้เคียงกับค่าความเป็นจริงมากที่สุด เพื่อที่จะนำไปใช้ในการกำหนดค่าต่าง ๆ ตามที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น ให้มีความถูกต้องเหมาะสมมากยิ่งขึ้น

การหาค่า q_x นั้นสามารถทำได้โดยใช้วิธีการทางสถิติและคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้ค่าประมาณของค่า q_x ที่ใกล้เคียงกับค่าความเป็นจริง ซึ่งค่าประมาณนี้ยังไม่สามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์ทางด้านคณิตศาสตร์ประกันชีวิตได้ เนื่องจากยังมีค่าประมาณบางค่าไม่ได้มีการแปรผันไปตามอายุที่มากขึ้นทำให้ขาดลักษณะความเป็นไปได้ของข้อมูล ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีขั้นตอนการปรับค่า (Revision) ซึ่งเป็นวิธีการปรับค่าประมาณของค่า q_x ที่ได้ในขั้นต้น โดยใช้หลักการเพิ่ม

และลดส่วนที่มีค่าผิดไปจากปกติซึ่งอาจมีค่าสูงหรือต่ำเกินไป เพื่อให้ได้ค่า q_x ที่ปรับแล้วมีลักษณะที่ราบเรียบและมีความสมจริง กล่าวคือมีค่าแปรผันไปตามอายุที่มากขึ้น เหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการคำนวณค่าต่าง ๆ ได้ การปรับค่าที่ใช้ทางด้านคณิตศาสตร์ประกันชีวิตมีการนำเสนอหลายวิธี เช่น การปรับค่าโดยใช้ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักเคลื่อนที่ การปรับค่าแบบวิทแทคเกอร์ การปรับค่าโดยใช้รูปแบบฟังก์ชัน เป็นต้น ซึ่งแต่ละวิธีการจะมีรูปแบบการนำไปใช้และความเหมาะสมต่อข้อมูลแตกต่างกัน ดังนั้นจึงควรทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการเหล่านี้ เพื่อเลือกวิธีที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ อันนำไปสู่การหาค่า q_x ที่มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น

จากความสำคัญของปัญหาดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาวิธีการปรับค่าประมาณของค่า q_x ที่ได้ในขั้นต้น ซึ่งการหาค่าประมาณของค่า q_x จะทำการศึกษาในลักษณะของระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต (Future Lifetimes : T) ภายใต้ 1. การแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull Distribution) 2.การแจกแจงแบบกอมเพิรตซ์ (Gompertz Distribution) และระยะเวลาที่จะเกิดการถอนตัว (Withdrawal Times : W) ภายใต้ 1. การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) 2. การแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) โดยทำการสังเกตข้อมูลภายในช่วงระยะเวลา 1 ปี จึงมีผลทำให้ข้อมูลที่ได้ในช่วงเวลาที่สนใจศึกษานี้ มีลักษณะเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลาย (Truncated Data) จากนั้นจะทำการประมาณค่า q_x ด้วยวิธีการประมาณแบบคณิตศาสตร์ประกันภัย (Actuarial Estimation Method) แล้วจึงทำการปรับค่าประมาณของค่า q_x ด้วยวิธีการดังต่อไปนี้

1. การปรับค่าโดยใช้ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักเคลื่อนที่ (Moving Weighted Average Graduation)
2. การปรับค่าโดยใช้รูปแบบฟังก์ชัน (Functional Forms Graduation)
3. การปรับค่าโดยใช้ส่วนโค้งพหุนามองศาสาม (Cubic Splines Graduation)

<u>วัตถุประสงค์ของการวิจัย</u>

เพื่อศึกษาวิธีการปรับค่าประมาณความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปี จะเสียชีวิตภายใน 1 ปี ข้างหน้าสำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลาย โดยทำการเปรียบเทียบวิธีการปรับค่าทั้ง 3 วิธีที่แต่ละอายุด้วยวิธีการตามที่ได้กล่าวไว้แล้วข้างต้น เพื่อหาวิธีการปรับค่าที่มีประสิทธิภาพและเหมาะสมมากที่สุด

สมมติฐานของการวิจัย

ภายใต้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายนี้การปรับค่าโดยใช้ส่วนโค้งพหุนามองศาสาม จะให้ค่าที่ปรับแล้วใกล้เคียงกับค่าจริงมากกว่าการปรับค่าโดยใช้ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักเคลื่อนที่ และการปรับค่าโดยใช้รูปแบบฟังก์ชัน

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. การแจกแจงของระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต มี 2 รูปแบบ ดังนี้

1.1 การแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull Distribution) ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นคือ

$$f(t) = \begin{cases} kt^{n}\exp\left[-\dfrac{k}{n+1}t^{n+1}\right] & , t \geq 0,\ k > 0,\ n > 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases}$$

1.2 การแจกแจงแบบกอมเพริตซ์ (Gompertz Distribution) ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นคือ

$$f(t) = \begin{cases} Bc^{t}\exp\left[-\dfrac{B}{\ln c}\left(c^{t}-1\right)\right] & , t \geq 0,\ B > 0,\ c > 1 \\ 0 & , t < 0 \end{cases}$$

2. การแจกแจงของระยะเวลาที่จะเกิดการถอนตัวมี 2 รูปแบบ ดังนี้

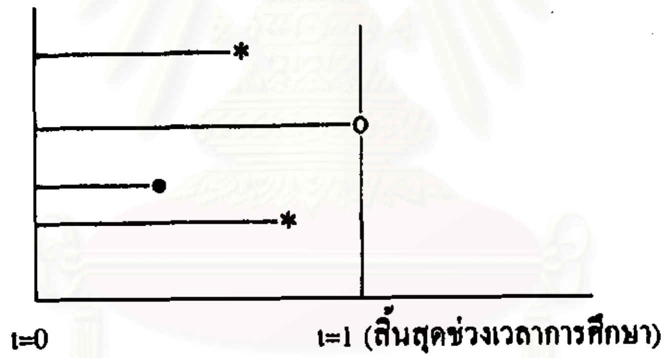
2.1 การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) ในช่วง $(0,1)$ ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นคือ

$$f(w) = \begin{cases} 1 & , 0 < w < 1 \\ 0 & , \text{อื่น ๆ} \end{cases}$$

2.2 การแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นคือ

$$
f(w) = \begin{cases} \dfrac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} w^{\alpha-1}\exp(-\beta w) & , w > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \\ 0 & , \text{อื่น ๆ} \end{cases}
$$

3. การศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต จะเป็นลักษณะแบบไม่สมบูรณ์ซึ่งเป็นข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งทางขวา โดยมีการกำหนดเวลาสิ้นสุดการเก็บข้อมูลไว้ล่วงหน้าคือเป็นข้อมูลที่มีค่าถูกตัดทิ้งประเภทที่ 1 (Type I censoring) โดยกำหนดให้ผู้ที่เข้ามาในช่วงเวลาที่สนใจศึกษามีจุดเริ่มต้นที่เวลาเดียวกันคือ ณ เวลา $t=0$ และทำการสังเกตข้อมูลภายในช่วงระยะเวลา 1 ปี จนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งในเหตุการณ์ทั้งสามนี้คือ 1. การเสียชีวิตในช่วงเวลาการศึกษา (Death) 2.การถอนตัวออกจากช่วงเวลาการศึกษา (Withdrawal) 3. การสิ้นสุดช่วงเวลาการศึกษา (Ending)



* ผู้ที่เสียชีวิตในช่วงเวลาการศึกษา (Observed Deaths)

• ผู้ที่ถอนตัวออกจากช่วงเวลาการศึกษา (Observed Withdrawals)

o ผู้ที่มีชีวิตอยู่จนกระทั่งสิ้นสุดช่วงเวลาการศึกษา (Observed Enders)

4. การจำลองข้อมูลจะใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique)

5. ภายใต้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายนี้ จะทำการหาค่าประมาณของค่า q_x ด้วยวิธีการประมาณแบบคณิตศาสตร์ประกันภัย (Actuarial Estimation Method)

<u>ขอบเขตของการวิจัย</u>

1. การแจกแจงของระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคตมี 2 รูปแบบคือ

1.1 การแจกแจงแบบไวบูลล์ ซึ่งมีพารามิเตอร์คือ k และ n

โดยกำหนดค่า n=1 (การเปลี่ยนแปลงค่า n ใด ๆไม่มีผลต่อวิธีการปรับค่า) และสามารถหาค่า k ได้ดังนี้

จาก

$$\begin{aligned} q_x &= P(T \le 1) \\ &= \int_0^1 f(t)dt \\ &= -\exp\left(-\frac{k}{n+1}t^{n+1}\right)\Big|_0^1 \\ k &= -(n+1)\ln(1-q_x) \end{aligned}$$

เมื่อ q_x คือค่าจริง[1]

1.2 การแจกแจงแบบกอมเพริตซ์ ซึ่งมีพารามิเตอร์คือ B และ c

โดยกำหนดค่า c=5.5 (การเปลี่ยนแปลงค่า c ใด ๆไม่มีผลต่อวิธีการปรับค่า) และสามารถหาค่า B ได้ดังนี้

จาก

$$\begin{aligned} q_x &= P(T \le 1) \\ &= \int_0^1 f(t)dt \\ &= -\exp\left(-\frac{B}{\ln c}(c-1)\right)\Big|_0^1 \\ B &= \frac{-\ln c.\ln(1-q_x)}{(c-1)} \end{aligned}$$

เมื่อ q_x คือค่าจริง[1]

2. การแจกแจงของระยะเวลาที่จะเกิดการถอนตัว มี 2 รูปแบบคือ

2.1 การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ ในช่วง (0,1)

2.2 การแจกแจงแบบแกมมา ซึ่งมีพารามิเตอร์ คือ α และ β

3. การหาค่าประมาณของค่า q_x กระทำภายใต้ข้อมูลที่ถูกตัดปลาย โดยทำการศึกษาข้อมูลภายในช่วงระยะเวลา 1 ปี

---

[1] Newton L. Bowers "Illustrative Life Table : Basic Function" Actuarial Mathematics,1986, p 560

4. การหาค่าประมาณของค่า q_x และการปรับค่าประมาณที่ได้นี้ ศึกษาภายในช่วงอายุ 0-99 ปี

5. ขนาดตัวอย่างข้อมูลที่นำมาศึกษามีทั้งหมด 5 ระดับคือ 100, 300, 500, 700 และ 1,000 ตามลำดับ (ขนาดตัวอย่าง 100 ถือเป็นขนาดตัวอย่างขนาดเล็กที่สามารถใช้เริ่มต้นในการจำลองข้อมูลได้)

6. การหาค่าประมาณของค่า q_x จะทำการศึกษาสัดส่วนการถอนตัวออกจากช่วงเวลาการศึกษาที่ระดับร้อยละ 5, 10, 20, 30, 35, และ 40 ของขนาดตัวอย่างข้อมูล จากการทดลองพบว่าสัดส่วนการถอนตัวที่แต่ละระดับไม่มีผลต่อประสิทธิภาพในการปรับค่าประมาณ ดังนั้นจึงนำเสนอผลการวิจัยที่ระดับค่ากลางคือสัดส่วนร้อยละ 30

เกณฑ์การตัดสินใจ

เกณฑ์การตัดสินใจว่าวิธีการปรับค่าประมาณของค่า q_x วิธีใดให้ค่าที่ปรับแล้วใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุด จะพิจารณาโดยการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าจริง[1] กับค่าประมาณที่ปรับแล้ว ในรูปของเปอร์เซ็นต์ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percentage Error : MAPE วิธีการใดให้ค่า MAPE ที่ต่ำกว่า จะเป็นวิธีการปรับค่าที่ดีกว่า

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเป็นแนวทางในการตัดสินใจเลือกวิธีการปรับค่าประมาณของค่า q_x ที่มีประสิทธิภาพและเหมาะสมที่สุด เพื่อนำไปใช้ในการวิเคราะห์ทางด้านคณิตศาสตร์ประกันชีวิต

2. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและเปรียบเทียบกับวิธีการปรับค่าประมาณของค่า q_x วิธีอื่นต่อไป

---

[1] Newton L. Bowers "Illustrative Life Table : Basic Function" Actuarial Mathematics, 1986, p 560