

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 7 (พ.ศ. 2535-2539). กรุงเทพมหานคร: สำนักนายกรัฐมนตรี, 2535.

ทิตนา แชมมณี. การแก้ปัญหาและพัฒนาตนเองด้วยระบบคู่มือ. วารสารศาสตร์ ปีที่ 11 ฉบับที่ 4 (เมษายน - มิถุนายน 2526): 55 - 67.

บุญชม ศรีสะอาด. พัฒนาหลักสูตรและการสอน. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม, 2528.

ประเทือง ภูมิภัทราคม. การปรับปรุงพฤติกรรม: ทฤษฎีและการประยุกต์. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์, 2540.

ผ่องพรรณ เกิดพิทักษ์. การปรับปรุงพฤติกรรมเบื้องต้น. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาการแนะแนว และจิตวิทยาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2536.

พนอ ปานชา. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและพฤติกรรมการเรียนกลุ่มสร้างเสริม ประสิทธิภาพชีวิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้สัญญาการเรียน วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

ไพจิตร ผักเจริญผล. จิตวิทยาการเรียนการสอน. นครปฐม: ภาควิชาจิตวิทยาและการแนะแนว คณะครุศาสตร์ วิทยาลัยครูนครปฐม, 2534. (จัดสำเนา)

พร้อมพรรณ อุดมสิน. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

ยุพิน พิพิธกุล. การเขียนการสอบคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ปพิศการพิมพ์, 2539.

วิชัย วงษ์ใหญ่. ความหมายของหลักสูตรและการสอน. สารพัฒนาหลักสูตร 20 (พฤษภาคม 2526): 12 - 13.

วิชาการ, กรม. ผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ปีการศึกษา 2538. กรุงเทพมหานคร: สำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2538.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. คู่มือการประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2533.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2535.

สมพร สุทัศนีย์. จิตวิทยาการปกครองชั้นเรียน. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2541.

สมโภชน์ เอี่ยมสุภาษิต. การปรับพฤติกรรม. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์, 2526.

สมโภชน์ เอี่ยมสุภาษิต. ทฤษฎีและเทคนิคการปรับพฤติกรรม. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

สมโภชน์ เอี่ยมสุภาษิต และ คณะ. เอกสารประกอบการฝึกอบรม เรื่อง การปรับพฤติกรรม. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาจิตวิทยา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2537.

สมศักดิ์ สินธุระเวชกุล. เอกสารทางวิชาการ การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน. กรุงเทพมหานคร: วัฒนาพานิช ตำราวิทยากร, 2540.

สุนีย์ นัยจรัญ. ผลของการใช้สัญญาณการเรียนในศูนย์การเรียนรู้ที่มีต่อพฤติกรรมการเรียนรู้ของเด็กลงมา. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.

สุปราณี ศรีใสคำ. การเปรียบเทียบความเข้าใจในการอ่านภาษาอังกฤษความรับผิดชอบและความสนใจในการเรียนภาษาอังกฤษ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้สัญญาณการเรียน กับการสอนตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2531.

สุพล บุญทรง. จิตวิทยาพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช, 2523.

สุวัฒนา อุตย์รัตน์. สมรรถภาพของครูคณิตศาสตร์. เอกสารการสนทนาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 หน้าที่ 3. กรุงเทพมหานคร: สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย สุโขทัยธรรมมาธิราช, 2525.

เสรี อินทร์คง. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และความรับผิดชอบในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับสอนโดยใช้สัญญาณการเรียน กับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2535.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักนายกรัฐมนตรี. รายงานผลการจัดระดับคุณภาพการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: พินี พิมพ์กิจ, 2541.

อัญชัน เกียรติบุตร และ อภา จันทรสกุล. การปรับพฤติกรรมทางการศึกษา. เอกสารคำสอน วิชา 166523. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาการศึกษาและการแนะแนว คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2534.

อำไพ เพ็ญฟู. ผลของการใช้สัญญาณเงื่อนไขในการลดพฤติกรรมที่ไม่พึงปรารถนาในชั้นเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2528.

## ภาษาจกฤษ

Barlow, R. M. An experiment with learning contracts. Journal of Higher Education 45 (June 1974): 441-449.

Black, R. C. The effects of a program of student contracting on the self-concepts of intermediate-level educable mentally retarded students. Dissertation Abstracts International 42 (December 1981): 2605 A.

Bootzin, R. R. Behavior modification and therapy. Massachusetts: Winthrop Publish, 1975.

Brueggen, E., and others. Contract-plan school. Instructor 79 (May 1970): 30-32.

Christen, W. Contracting for student learning. Educational Technology 16 (March 1976): 24-28.

Fleming, P. G. Learning contracts. Australian Family Physician 12 (1983): 213-216.

Gagers, W. A. The functional approach to elementary and secondary mathematics. The Mathematics Teacher 50 (January 1957): 31.

Goldman, G. Contract teaching of academic skill. Journal of Counseling Psychology 25 (1978): 320-324.

Kalish, H. Learning: Principles and applications. New York: McGraw-Hill, 1981.

Kazdin, A. E. Behavior modification in applied setting. Homewood, Illinois: The Dorsey Press, 1980.

- Klingstedt, J. L. Contracting for individualization: Let's take a fresh look. Educational Technology 23 (March 1983): 27-30.
- Lux, J. E. Contracting to demonstrate teacher competencies. Journal of Teacher Education 30 (March-April 1979): 9-12.
- Martens, K. H. Self-directed learning: An option for nursing education. Nursing Outlook 29 (August 1981): 472-477.
- Murray, D. Learning contracts: Better than assignments. Instructor 84 (August-September 1974): 74-75.
- Mikulas, W. L. Behavior modification. New York: Harper & Row, 1978.
- Parker, W. H. The effects of contracts grading on motivation and mathematics achievement of under prepare college students. Dissertation Abstracts International. 46 (February 1986): 2221 A.
- Wilson, G. T. On the much discussed nature of the term "Behavior Therapy". Behavior Therapy (1987): 9.
- Wolpe, J. Cognition and causation in human behavior and its therapy. American Psychologist (1978): 78.



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก. รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย







**ภาคผนวก ข. ตารางข้อมูลและตัวอย่างการวิเคราะห์ข้อมูล**

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### ตารางข้อมูล และตัวอย่างการวิเคราะห์ข้อมูล

การหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน" จำนวน 45 ข้อ จากการนำแบบทดสอบไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร จำนวน 41 คน

ตารางที่ 5 ค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (r) สัดส่วนของคนที่ยอมรับ (p) และ สัดส่วนของคนที่ยอมรับ (q) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน" ที่นำไปทดลองใช้ครั้งที่ 1

ข้อที่	$R_U$	$R_L$	P	r	p	q	pq
1	24	1	0.61	0.52	0.61	0.39	0.24
2	32	3	0.85	0.41	0.85	0.15	0.13
3*	16	2	0.44	0.12	0.44	0.56	0.25
4*	35	6	1.00	0.00	1.00	0.00	0.00
5	31	4	0.85	0.22	0.85	0.15	0.13
6	20	1	0.51	0.40	0.51	0.49	0.25
7	26	1	0.66	0.58	0.66	0.34	0.22
8	10	0	0.24	0.29	0.24	0.76	0.18
9	26	3	0.71	0.24	0.71	0.29	0.21
10	18	0	0.44	0.51	0.44	0.56	0.25
11*	32	6	0.93	-0.09	0.93	0.07	0.07
12	27	3	0.73	0.27	0.73	0.27	0.20
13	29	0	0.71	0.83	0.71	0.29	0.21
14	23	0	0.56	0.66	0.56	0.44	0.25
15	19	2	0.51	0.21	0.51	0.49	0.25
16	18	1	0.46	0.35	0.46	0.54	0.25
17	34	2	0.90	0.64	0.90	0.10	0.09

ตารางที่ 6 (ต่อ)

ข้อที่	$R_U$	$R_L$	P	r	p	q	pq
18	35	3	0.93	0.51	0.93	0.07	0.07
19	35	2	0.09	0.67	0.09	0.10	0.09
20	31	4	0.85	0.22	0.85	0.15	0.13
21	31	1	0.78	0.72	0.78	0.22	0.17
22*	15	2	0.41	0.10	0.41	0.59	0.24
23	8	0	0.20	0.23	0.20	0.80	0.16
24	29	1	0.73	0.66	0.73	0.27	0.20
25	22	1	0.56	0.46	0.56	0.44	0.25
26	28	3	0.76	0.30	0.76	0.24	0.18
27	29	3	0.78	0.33	0.78	0.22	0.17
28	22	2	0.59	0.30	0.59	0.41	0.24
29*	17	2	0.46	0.15	0.46	0.54	0.25
30	23	2	0.61	0.32	0.61	0.39	0.24
31	32	4	0.88	0.25	0.88	0.12	0.11
32	25	0	0.61	0.71	0.61	0.39	0.24
33	29	0	0.71	0.83	0.71	0.29	0.21
34	28	1	0.71	0.63	0.71	0.29	0.21
35	16	2	0.44	0.62	0.44	0.56	0.25
36	16	10	0.67	0.20	0.67	0.33	0.22
37*	19	14	0.80	0.13	0.80	0.20	0.16
38	14	2	0.39	0.53	0.39	0.61	0.24
39	13	3	0.39	0.43	0.39	0.61	0.24
40	21	13	0.83	0.27	0.83	0.17	0.14
41	13	6	0.46	0.28	0.46	0.54	0.25
42	16	6	0.54	0.41	0.54	0.46	0.25
43	18	3	0.51	0.66	0.51	0.49	0.25
44	14	7	0.51	0.27	0.51	0.49	0.25
45	19	5	0.59	0.60	0.59	0.41	0.24

$$\sum pq = 8.83$$

จากตารางที่ 5 ข้อที่มีเครื่องหมาย \* เป็นข้อสอบที่ไม่ได้ค่าตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ต้องนำไปปรับปรุง หรือแก้ไขใหม่

การหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน" จำนวน 45 ข้อ จากการนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 1

1. ค่ามัธยฐานเลขคณิต

$$\bar{x} = 28.65$$

2. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$S.D. = 6.51$$

3. ค่าความเที่ยงของแบบสอบโดยวิธีของคูเดอร์- ริชาร์ดสัน

$$\begin{aligned} K-R_{20} : r_x &= \frac{k}{k-1} \left[ \left( 1 - \frac{\sum p_i q_i}{S_i^2} \right) \right] \\ &= \frac{45}{45-1} \left[ \left( 1 - \frac{8.83}{42.38} \right) \right] \\ &= (1.02) (0.79) \\ &= 0.81 \end{aligned}$$

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน" จำนวน 40 ข้อ จากการทำแบบทดสอบไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสมุทรสาครวิทยาลัย จังหวัดสมุทรสาคร จำนวน 40 คน

ตารางที่ 6 ค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (r) สัดส่วนของคนที่ยอมรับ (p) และ สัดส่วนของคนที่ไม่ยอมรับ (q) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน" ที่นำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

ข้อที่	$R_U$	$R_L$	P	r	p	q	pq
1	23	7	0.75	0.31	0.75	0.25	0.19
2	23	7	0.75	0.31	0.75	0.25	0.19
3	25	6	0.77	0.46	0.77	0.23	0.18
4	25	8	0.82	0.31	0.82	0.18	0.15
5	26	6	0.82	0.50	0.82	0.18	0.15
6	24	1	0.63	0.81	0.63	0.37	0.23
7	20	1	0.52	0.66	0.52	0.48	0.25
8	18	2	0.50	0.51	0.50	0.50	0.25
9	16	0	0.40	0.59	0.40	0.60	0.24
10	24	1	0.63	0.81	0.63	0.37	0.23
11	20	1	0.52	0.66	0.52	0.48	0.25
12	26	7	0.82	0.42	0.82	0.18	0.15
13	12	1	0.33	0.37	0.33	0.67	0.22
14	16	2	0.45	0.44	0.45	0.55	0.25
15	29	3	0.80	0.23	0.80	0.20	0.16
16	23	1	0.60	0.46	0.60	0.40	0.24
17	29	2	0.79	0.43	0.79	0.21	0.17
18	30	2	0.80	0.46	0.80	0.20	0.16
19	26	0	0.65	0.74	0.65	0.35	0.23

ตารางที่ 6 (ต่อ)

ข้อที่	$R_U$	$R_L$	P	r	p	q	pq
20	17	0	0.43	0.49	0.43	0.57	0.25
21	24	3	0.68	0.44	0.68	0.32	0.22
22	25	4	0.74	0.36	0.74	0.26	0.19
23	28	3	0.77	0.57	0.77	0.23	0.18
24	30	2	0.80	0.75	0.80	0.20	0.16
25	21	1	0.55	0.57	0.55	0.45	0.25
26	19	0	0.47	0.61	0.47	0.53	0.25
27	22	0	0.55	0.71	0.55	0.45	0.25
28	24	3	0.68	0.44	0.68	0.32	0.22
29	29	4	0.82	0.49	0.82	0.18	0.15
30	27	1	0.72	0.76	0.72	0.28	0.20
31	14	2	0.40	0.40	0.40	0.60	0.24
32	25	10	0.88	0.25	0.88	0.12	0.11
33	20	0	0.50	0.77	0.50	0.50	0.25
34	11	1	0.30	0.35	0.30	0.70	0.21
35	24	10	0.85	0.21	0.85	0.15	0.13
36	17	0	0.43	0.65	0.43	0.57	0.25
37	20	4	0.62	0.48	0.62	0.38	0.24
38	25	4	0.73	0.68	0.73	0.27	0.20
39	24	7	0.77	0.42	0.77	0.23	0.18
40	22	9	0.77	0.20	0.77	0.23	0.18

$$\sum pq = 8.14$$

การหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042  
เรื่อง "ฟังก์ชัน" จำนวน 40 ข้อ จากการนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

1. ค่ามัชฌิมเลขคณิต

$$\bar{x} = 25.72$$

2. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$S.D. = 9.85$$

3. ค่าความเที่ยงของแบบสอบโดยวิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน

$$\begin{aligned} K-R_{20} : r_x &= \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum p_i q_i}{S_i^2} \right] \\ &= \frac{40}{40-1} \left[ 1 - \frac{8.14}{(9.85)^2} \right] \\ &= (1.03) (1-0.08) \\ &= (1.03) (0.92) \\ &= 0.95 \end{aligned}$$

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 7 คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน" ก่อน  
การทดลอง และหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

คนที่	คะแนนก่อนการทดลอง	คะแนนหลังการทดลอง
1	9	17
2	11	18
3	3	22
4	12	29
5	13	24
6	13	21
7	10	23
8	9	22
9	9	21
10	10	18
11	9	17
12	9	18
13	9	23
14	12	23
15	6	20
16	11	24
17	16	29
18	8	17
19	11	18
20	4	21
21	16	24
22	13	21
23	5	19
24	5	22
25	11	21



## ตารางที่ 7 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนการทดลอง	คะแนนหลังการทดลอง
26	13	20
27	12	20
28	6	21
29	11	30
30	9	22
31	9	20
32	11	22
33	10	25
34	8	21
35	13	25
36	14	25
37	5	22
38	11	26
39	8	33
40	9	20
41	6	30
42	11	23
43	8	26
44	5	21
45	10	21

ตารางที่ 8 คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน" ก่อนการทดลอง และหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง

คนที่	คะแนนก่อนการทดลอง	คะแนนหลังการทดลอง
1	12	29
2	8	21
3	13	25
4	11	26
5	8	33
6	6	30
7	11	23

ตารางที่ 9 คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน" ก่อนการทดลอง และหลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ

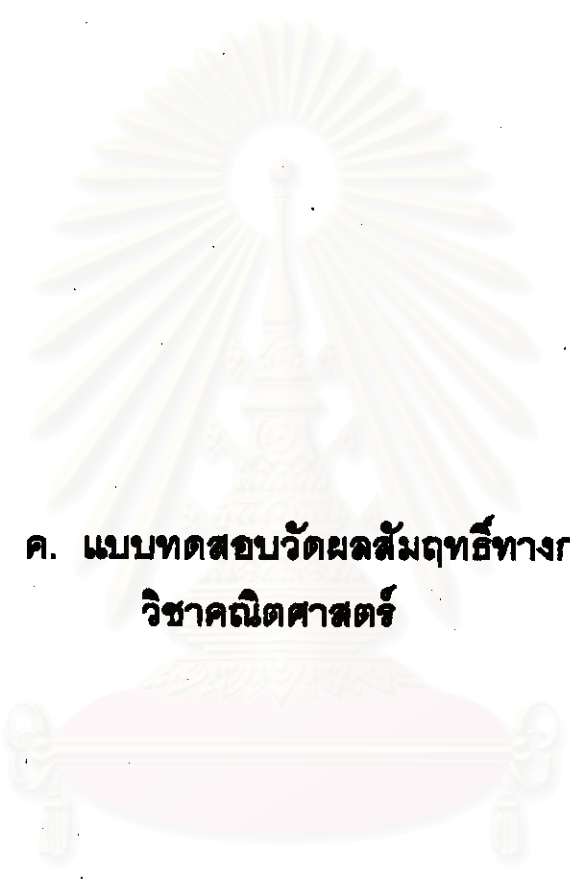
คนที่	คะแนนก่อนการทดลอง	คะแนนหลังการทดลอง
1	9	17
2	11	18
3	3	22
4	13	24
5	13	21
6	9	22
7	9	21
8	10	18
9	12	23
10	8	17
11	5	19

## ตารางที่ 9 (ต่อ)

คนที	คะแนนก่อนการทดลอง	คะแนนหลังการทดลอง
12	6	21
13	9	22
14	5	22
15	9	20
16	5	21
17	10	21



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ค. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
วิชาคณิตศาสตร์

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีทั้งหมด 40 ข้อ เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ใช้เวลาในการทำ 60 นาที
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ให้ตรงกับข้อและตัวเลือกที่ต้องการเพียงตัวเลือกเดียว ลงในกระดาษคำตอบ

ตัวอย่าง

ถ้าคำตอบที่ถูกต้องคือข้อ ค.

ข้อ \ ตัวเลือก	ก	ข	ค	ง
0.			X	

ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ ให้ขีดคำตอบเดิมทิ้งและเลือกคำตอบใหม่

ข้อ \ ตัวเลือก	ก	ข	ค	ง
0.		X	<del>X</del>	

3. ห้ามขีดเขียนสิ่งใดลงในแบบทดสอบ
4. ถ้ามีปัญหาใดๆโปรดซักถามผู้คุมสอบ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. ความสัมพันธ์  $r$  ในข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชัน

ก.  $r_1 = \{ (1,2), (3,4), (1,5), (4,7) \}$

ข.  $r_2 = \{ (5,9), (6,8), (7,4), (6,3) \}$

ค.  $r_3 = \{ (1,7), (2,4), (3,5), (2,4) \}$

ง.  $r_4 = \{ (5,1), (6,2), (4,3), (5,7) \}$

2. ความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชัน

ก.  $r_1 = \{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = 2x + 1 \}$

ข.  $r_2 = \{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / |x+y| = 1 \}$

ค.  $r_3 = \{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / |x| + |y| = 4 \}$

ง.  $r_4 = \{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / x = y^2 + 2y + 1 \}$

3. เมื่อกำหนดให้  $A$  และ  $B$  เป็นเซต ข้อใดต่อไปนี้ เป็นคุณสมบัติของฟังก์ชันจาก  $A$  ไป  $B$

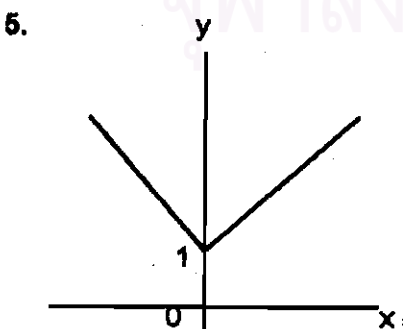
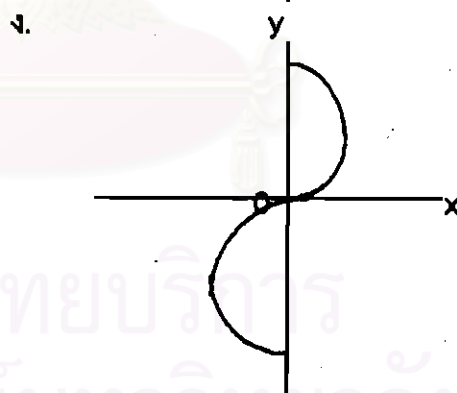
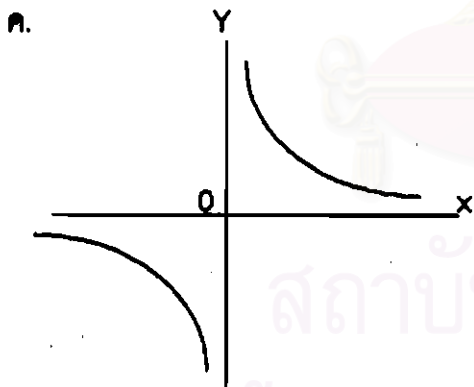
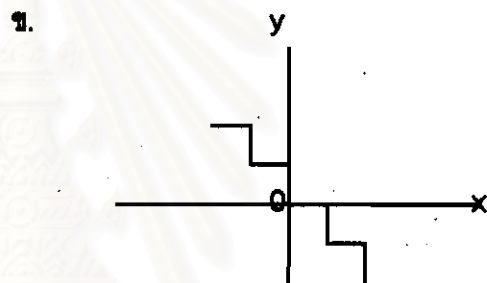
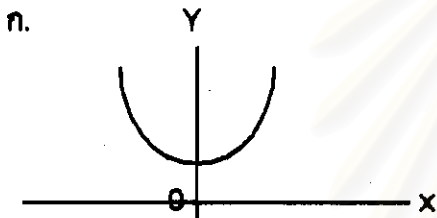
ก. เสนจ์ของ  $f$  เท่ากับ  $B$

ข. เสนจ์ของ  $f$  เป็นสับเซตของ  $B$

ค. โดเมนของ  $f$  เป็นสับเซตของ  $A$

ง. โดเมนของ  $f$  เป็นสับเซตของ  $B$

4. จากกราฟที่กำหนดให้ ข้อใดเป็นกราฟของฟังก์ชัน



จากกราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชัน  
ในข้อใด

ก.  $y = \sqrt{x}$

ข.  $y = 2x + 1$

ค.  $y = x^2 + 1$

ง.  $y = |x| + 1$

6. ถ้า  $f = \{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = x^2 + 1 \}$  ข้อใดต่อไปนี้เป็นโดเมนและเรนจ์ของ  $f$

ก.  $D_f = \mathbb{R}, R_f = [0, \infty)$

ข.  $D_f = [0, \infty), R_f = [0, \infty)$

ค.  $D_f = \mathbb{R}, R_f = [1, \infty)$

ง.  $D_f = [0, \infty), R_f = [1, \infty)$

7. ถ้า  $f = \{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = \frac{x}{x-2} \}$  ข้อใดต่อไปนี้เป็นโดเมนและเรนจ์ของ  $f$

ก.  $D_f = \mathbb{R} - \{2\}, R_f = \mathbb{R} - \{1\}$

ข.  $D_f = \mathbb{R} - \{0\}, R_f = \mathbb{R} - \{1\}$

ค.  $D_f = \mathbb{R} - \{2\}, R_f = \mathbb{R}$

ง.  $D_f = \mathbb{R}, R_f = \mathbb{R} - \{2\}$

8. กำหนด  $A = \{ 1,2,3 \}, B = \{ 4,5,6 \}$  และ  $C = \{ a,b,c,d \}$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชัน

ก.  $f = \{ (1,4), (2,5), (3,6) \}$  เป็นฟังก์ชันจาก  $A$  ไปทั่วถึง  $B$

ข.  $g = \{ (4,a), (5,b), (6,c) \}$  เป็นฟังก์ชันจาก  $B$  ไปทั่วถึง  $C$

ค.  $h = \{ (a,1), (b,2), (c,3), (d,1) \}$  เป็นฟังก์ชันจาก  $C$  ไปทั่วถึง  $A$

ง.  $k = \{ (4,1), (5,2), (6,3) \}$  เป็นฟังก์ชันจาก  $B$  ไปทั่วถึง  $A$

9. ถ้า  $x$  แทนความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า จงหาว่าฟังก์ชัน  $f(x)$  ที่แทนพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมนี้คือข้อใด

ก.  $f(x) = \frac{3}{2} x^2$

ข.  $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$

ค.  $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} x$

ง.  $f(x) = \frac{1}{2} x^2$

10. เมื่อโยนก้อนหินลงไปในสระ ผิวน้ำจะเกิดระลอกเป็นวงกลม ซึ่งมีรัศมี ( $r$ ) มีหน่วยเป็นเซนติเมตร เพิ่มขึ้นตามเวลาที่ผ่านไป ( $t$ ) มีหน่วยเป็นวินาที การเพิ่มของรัศมีเป็นไปตามสมการ  $r = 4t$  จงหาพื้นที่ของวงกลมที่เกิดขึ้นบนผิวน้ำ เมื่อเวลาผ่านไป 2 วินาที

ก.  $16 \pi$

ข.  $32 \pi$

ค.  $64 \pi$

ง.  $72 \pi$

11. กำหนดให้  $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & ; x < 2 \\ 5x & ; x \geq 2 \end{cases}$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก.  $f(-1) = -1$

ข.  $f(1) = 5$

ค.  $f(2) = 8$

ง.  $f(3) = 15$

12. กำหนดให้  $f(x) = x^2 + 1$  และ  $k \in \mathbb{R}$  ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก.  $f(k) = k^2 + 1$

ข.  $f(2x) = 4x^2 + 1$

ค.  $f(x^3) = x^3 + 1$

ง.  $f(x+1) = x^2 + 2x + 2$

13. กำหนด  $f(3x-1) = 2x^2 + 3x$        $f(5)$  มีค่าเท่าไร

ก. 65

ข. 35

ค. 27

ง. 14

14. กำหนด  $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก.  $f(-2) = 20$

ข.  $f(-3) = 38$

ค.  $f(2) = 12$

ง.  $f(3) = 25$

15. กำหนด  $f = \{(1,9),(2,4),(3,8),(4,7),(5,6)\}$

$g = \{(1,3),(6,8),(3,2),(7,6),(5,0)\}$  ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก.  $f + g = \{(1,12),(3,10),(5,6)\}$

ข.  $f - g = \{(1,6),(3,6),(5,6)\}$

ค.  $f \cdot g = \{(1,27),(3,16),(5,0)\}$

ง.  $\frac{f}{g} = \{(1,3),(3,4),(5,0)\}$

16. กำหนด  $f = \{(2,1),(5,4),(7,3),(9,6)\}$

$g = \{(2,5),(6,1),(7,0),(8,3)\}$  ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก.  $D_{f+g} = \{2,5,7,8,9\}$

ข.  $D_{\frac{f}{g}} = \{2,5\}$

ค.  $D_{f \cdot g} = \{2,5,7,9\}$

ง.  $D_{f-g} = \{9\}$

17. กำหนดให้  $f(x) = 2x + 1$  และ  $g(x) = 3x - 4$  ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก.  $(f+g)(x) = 5x - 4$

ข.  $(f-g)(x) = x + 5$

ค.  $(f \cdot g)(x) = 6x^2 + 5x - 4$

ง.  $(\frac{f}{g})(x) = \frac{2x+1}{3x-4}$

18. กำหนดให้  $f(x) = x^2$  และ  $g(x) = \sqrt{x}$  ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก.  $(f+g)(9) = 84$

ข.  $(f-g)(4) = 18$

ค.  $(f \cdot g)(4) = 32$

ง.  $(\frac{f}{g})(16) = 64$

19. กำหนด  $f = \{(1,5),(3,2),(4,6),(5,8)\}$

$g = \{(0,4),(1,0),(3,1),(4,3),(5,2)\}$  ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก.  $R_{f+g} = \{1,3,5,4\}$

ข.  $R_{f-g} = \{1,3,5\}$

ค.  $R_{f \cdot g} = \{5,2,18,16\}$

ง.  $R_{\frac{f}{g}} = \{2,4\}$

20. ถ้า  $f(x) = x^2 + 1$  และ  $x \in \{-1,0,1\}$

$g(x) = 2x - 5$  และ  $x \in \{0,1,2\}$  เรนจ์ของ  $f+g$  คือข้อใด

ก.  $\{-4,-1\}$

ข.  $\{0,1\}$

ค.  $\{-6,-3\}$

ง.  $\{4,7\}$



21. กำหนด  $f = \{(1,a),(3,b),(5,c)\}$   
 $g = \{(a,8),(b,11),(c,13),(d,15)\}$  ข้อใดต่อไปนี้ถูก  
 ก.  $g \circ f = \{(1,8),(3,11),(5,13)\}$  ข.  $f \circ g = \{(1,8),(3,11),(5,13)\}$   
 ค.  $g \circ f = f \circ g$  ง.  $(g \circ f)(1) = a$
22. กำหนด  $f = \{(1,5),(3,7),(2,8),(4,6)\}$   
 $g = \{(5,4),(7,1),(8,6),(3,9)\}$   
 $h = \{(4,7),(1,3),(9,5),(2,1)\}$  ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง  
 ก.  $(g \circ f)(2) = 6$  ข.  $(h \circ g)(3) = 5$   
 ค.  $(h \circ f)(1) = 9$  ง.  $(h \circ (g \circ f))(3) = 3$
23. กำหนด  $f(x) = 2x + 1$  และ  $g(x) = x^2 - 2$   $(g \circ f)(x)$  เท่ากับเท่าใด  
 ก.  $2x - 1$  ข.  $2x^2 - 1$   
 ค.  $4x^2 - 1$  ง.  $4x^2 + 4x - 1$
24. กำหนด  $f(x) = x^2 - 2|x|$  และ  $g(x) = x^2 + 1$   
 $(f \circ g)(-2)$  มีค่าเท่าไร  
 ก.  $-1$  ข.  $1$   
 ค.  $15$  ง.  $35$
25. กำหนด  $f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{เมื่อ } x < -9 \\ x - 4 & \text{เมื่อ } -9 \leq x < 8 \end{cases}$   
 $g(x) = 2x + 1$   
 $(f \circ g)(-6) + (f \circ g)(0)$  มีค่าเท่าไร  
 ก.  $-18$  ข.  $-20$   
 ค.  $14$  ง.  $17$
26. กำหนด  $f = \{(9,3),(2,6),(4,1),(3,5)\}$   
 $g = \{(7,8),(2,9),(4,7),(6,3)\}$   
 $h = \{(1,2),(3,4),(5,6),(7,8)\}$  ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง  
 ก.  $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$  ข.  $g \circ h = \{(1,9),(3,7),(5,3)\}$   
 ค.  $(f \circ g) \circ h = \{(2,4),(6,6)\}$  ง.  $(f \circ g) \circ h = \{(1,3),(5,5)\}$
27. กำหนดให้  $g = \{(1,a),(2,b),(3,c)\}$  ถ้า  $f \circ g = \{(1,5),(2,6),(3,7)\}$  แล้ว  $f$  เท่ากับเซตใด  
 ก.  $\{(5,a),(1,b),(3,c)\}$  ข.  $\{(a,5),(b,6),(c,7)\}$   
 ค.  $\{(5,1),(b,2),(c,3)\}$  ง.  $\{(a,2),(b,5),(3,7)\}$
28. กำหนด  $f(x) = x + 2$ ,  $g(x) = x^2$  และ  $h(x) = x^3$   $((f \circ g) \circ h)(x)$  เท่ากับเท่าใด  
 ก.  $x^5 + 2$  ข.  $x^6 + 2$   
 ค.  $(x+2)^6$  ง.  $(x+2)^3$

29. กำหนด  $f(x) = 3x + 1$  และ  $g(x) = \sqrt{x}$  ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก.  $(g \circ f)(x) = \sqrt{3x+1}$

ข.  $(f \circ g)(x) = 3\sqrt{x} + 1$

ค.  $(g \circ f)(5) = 16$

ง.  $(f \circ g)(4) = 7$

30. กำหนด  $(g \circ f)(x) = 4x - 5$  และ  $g(x) = 2x + 1$   $f(x)$  เท่ากับเท่าใด

ก.  $f(x) = 4x - 6$

ข.  $f(x) = 2x$

ค.  $f(x) = x - 2$

ง.  $f(x) = 2x - 3$

31. กำหนดให้  $f = \{(1,a), (2,b), (3,c)\}$   $f \circ f^{-1}$  เท่ากับเท่าใด

ก.  $\{(1,1), (2,2), (3,3)\}$

ข.  $\{(1,a), (2,b), (3,c)\}$

ค.  $\{(a,1), (b,2), (c,3)\}$

ง.  $\{(a,a), (b,b), (c,c)\}$

32. กำหนด  $f(x) = 2x - 3$   $f^{-1}(x)$  เท่ากับเท่าใด

ก.  $\frac{x+3}{2}$

ข.  $\frac{x-3}{2}$

ค.  $3x - 2$

ง.  $x + 3$

33. กำหนด  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก.  $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{x}$ ,  $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$

ข.  $f^{-1}(x) = \frac{1}{x}$ ,  $D_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{0\}$

ค.  $f^{-1}(x) = \frac{1-x}{x}$ ,  $D_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{0\}$

ง.  $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x}$ ,  $D_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{0\}$

34. กำหนด  $f(x) = \frac{x}{2} + 1$  และ  $g(x) = 5x - 3$  ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก.  $f^{-1}(1) = 0$

ข.  $g^{-1}(2) = 1$

ค.  $(f \circ g^{-1})(7) = 2$

ง.  $(g \circ f^{-1})(2) = 12$

35. ความสัมพันธ์ในข้อใดต่อไปนี้ที่มีอินเวอร์สเป็นฟังก์ชัน

ก.  $\{(1,2), (3,4), (4,2)\}$

ข.  $\{(2,4), (3,7), (4,4)\}$

ค.  $\{(1,2), (3,8), (3,7)\}$

ง.  $\{(7,6), (4,6), (3,7)\}$

36. อินเวอร์สของฟังก์ชันใดไม่เป็นฟังก์ชัน

ก.  $f(x) = |x|$

ข.  $f(x) = \sqrt{x}$  เมื่อ  $x \geq 0$

ค.  $f(x) = x^3$

ง.  $f(x) = 2x + 1$

37. กำหนด  $f(x) = \sqrt{x} + 3$  ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก.  $f^{-1}(x) = x^2 + 3$ ,  $D_{f^{-1}} = [0, \infty)$

ข.  $f^{-1}(x) = x - 3$ ,  $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$

ค.  $f^{-1}(x) = \sqrt{x-3}$ ,  $D_{f^{-1}} = [3, \infty)$

ง.  $f^{-1}(x) = (x-3)^2$ ,  $D_{f^{-1}} = [3, \infty)$

38. กำหนดให้  $f(x) = 3x + 5$  และ  $g(x) = 2x$   $(f^{-1} \circ g^{-1})(8)$  มีค่าเท่าไร

ก. 4

ข. 5

ค. 10

ง. 11

39. กำหนดให้  $g(x) = 3x + 5$   $(g \circ g^{-1})(29)$  มีค่าเท่าไร

ก. 29

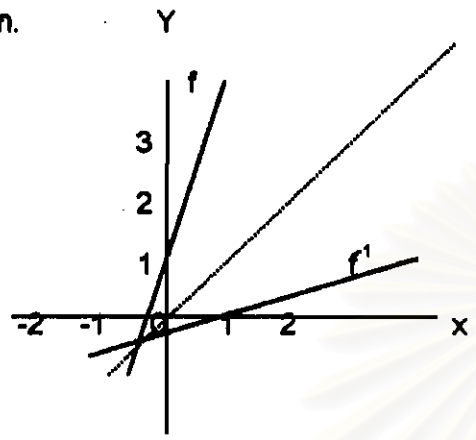
ข. 25

ค. 20

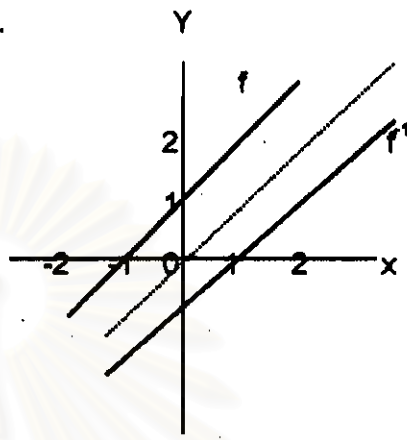
ง. 12

40. ข้อใดเป็นกราฟของ  $f$  และ  $f'$  เมื่อกำหนดให้  $f(x) = 3x + 1$

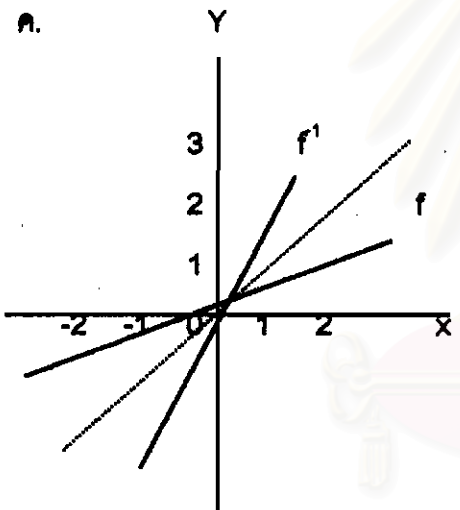
ก.



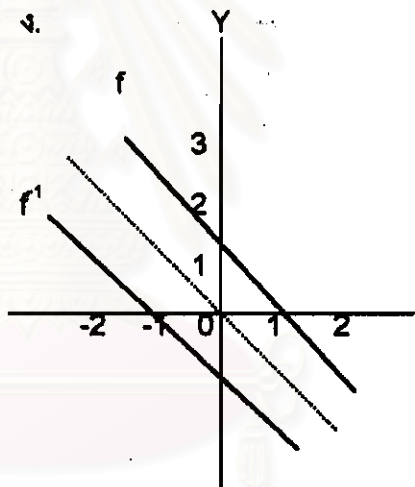
ข.



ค.

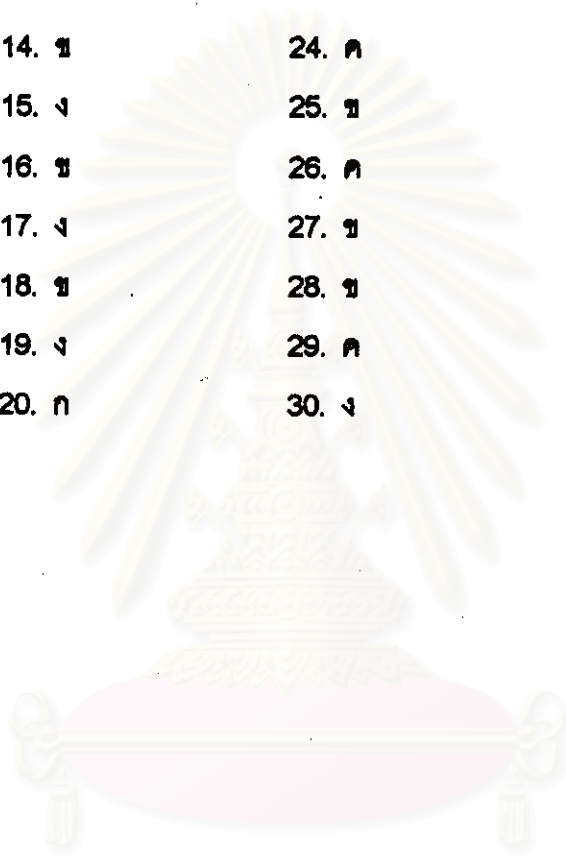


ง.



เฉลยคำตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน"

- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| 1. ค  | 11. ค | 21. ก | 31. ง |
| 2. ก  | 12. ก | 22. ค | 32. ก |
| 3. ข  | 13. ง | 23. ง | 33. ค |
| 4. ค  | 14. ข | 24. ค | 34. ง |
| 5. ง  | 15. ง | 25. ข | 35. ค |
| 6. ค  | 16. ข | 26. ค | 36. ก |
| 7. ก  | 17. ง | 27. ข | 37. ง |
| 8. ข  | 18. ข | 28. ข | 38. ข |
| 9. ข  | 19. ง | 29. ค | 39. ก |
| 10. ค | 20. ก | 30. ง | 40. ก |



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



**ภาคผนวก ง. แผนการสอนรายคาบวิชาคณิตศาสตร์**

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แผนการสอบคาบที่ 1

เรื่อง ฟังก์ชัน

วิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 042

ภาคเรียนที่ 2

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

### 1. จุดประสงค์การเรียนรู้

เพื่อทดสอบความรู้วิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน" ของนักเรียนก่อนเรียน

### 2. เนื้อหา

เรื่องฟังก์ชัน , ตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก , พหุนามของฟังก์ชัน ,

ฟังก์ชันคอมโพสิต และ ฟังก์ชันอินเวอร์ส

### 3. สื่อการเรียนการสอน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน"

### 4. กิจกรรมการเรียนการสอน

4.1 ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน" จำนวน 40 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที

4.2 หลังจากนักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จแล้ว ครูอธิบายถึงการเรียนการสอนว่า ใน การเรียนเรื่องฟังก์ชันนี้ หลังจากที่นักเรียนเรียนจบเนื้อหาในแต่ละสัปดาห์ จะมีการทำแบบ ทดสอบเกี่ยวกับเนื้อหาที่นักเรียนเรียนมาแล้วในสัปดาห์ที่ผ่านมา ซึ่งจะทำการทดสอบทั้งหมด 5 สัปดาห์ แบบทดสอบในแต่ละสัปดาห์จะมีจำนวน 15 ข้อ และนักเรียนแต่ละคนจะต้องทำ สัญญากับครูโดยใช้แบบคู่สัญญา ว่านักเรียนจะทำคะแนนในการทำแบบทดสอบแต่ละครั้งให้ได้ คะแนนตามเป้าหมายที่ตัวเองตั้งไว้ โดยเป้าหมายที่นักเรียนตั้งนี้ ครูจะพิจารณาความเหมาะสม ร่วมกับนักเรียน และนักเรียนจะต้องเลือกพฤติกรรมที่จะทำในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้ นักเรียนประสบความสำเร็จตามสัญญาที่ทำไว้

เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จตามสัญญาที่ทำไว้ในครั้งแรก นักเรียนจะได้เลื่อนระดับ ผลการเรียนให้สูงขึ้น โดยการทำสัญญามับต่อไป ในกรณีที่นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จตาม สัญญาที่ทำไว้ ครูจะให้นักเรียนทบทวนพฤติกรรม และปรับเป้าหมายที่ตัวเองตั้งไว้ให้เหมาะสม กับความสามารถ และเลือกทำพฤติกรรมที่จะทำให้ประสบความสำเร็จในการทำสัญญามับต่อไป

4.3 ครูอธิบายว่า นักเรียนแต่ละคนจะมีการทำสัญญาใหม่ทุกสัปดาห์ รวมทั้งหมด 5 สัปดาห์

4.4 นักเรียนแต่ละคนตกลงร่วมกับครูทำสัญญาก่อนเรียน โดยใช้แบบคู่สัญญา

## 5. การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเขียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน"	นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเขียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 042 เรื่อง "ฟังก์ชัน" ได้คะแนนเฉลี่ย 9.62



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบการสอบคาบที่ 2

เรื่อง ฟังก์ชัน

วิชา คณิตศาสตร์ รัชสิวิชา ค 042

ภาคเรียนที่ 2

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

### 1. จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถบอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่

### 2. เนื้อหา

บทนิยาม ฟังก์ชัน คือความสัมพันธ์ซึ่งในสองคู่อันดับใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเท่ากันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

จากนิยามกล่าวได้ว่า ฟังก์ชัน  $f$  คือความสัมพันธ์ซึ่งถ้ามี  $(x,y) \in f$  และ  $(x,z) \in f$  แล้ว  $y=z$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{a, b, c\}$

$$r_1 = \{(1, a), (1, b), (2, a), (3, c)\}$$

$$r_2 = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$$

$$r_3 = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$$

$r_1$  ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะมีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน ตัวอย่างของคู่อันดับนี้ได้แก่  $(1, a)$  และ  $(1, b)$

$r_2$  และ  $r_3$  เป็นฟังก์ชัน เพราะไม่มีคู่อันดับใดที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันเลย

### การพิจารณาการเป็นฟังก์ชันแบบบอกเงื่อนไข

การพิจารณาว่าความสัมพันธ์  $r$  ซึ่งเขียนแบบบอกเงื่อนไข เป็นฟังก์ชันอาจใช้วิธีการดังนี้

วิธีที่ 1 จาก  $(x, y) \in r$  เขียน  $y$  ในรูปของ  $x$  แล้วพิจารณาค่า  $y$  ถ้าแต่ละค่าของ  $x$  จะหา  $y$  ได้เพียงค่าเดียว สรุปได้ว่า  $r$  เป็นฟังก์ชัน แต่ถ้ามีบางค่าของ  $x$  ที่ทำให้หา  $y$  ได้หลายค่า สรุปได้ว่า  $r$  ไม่เป็นฟังก์ชัน

วิธีที่ 2 จาก  $(x, y) \in r$  และ  $(x, z) \in r$  เขียน  $y$  และ  $z$  ในรูปของ  $x$  ถ้าสรุปได้ว่า  $y$  และ  $z$  ต้องเท่ากันเสมอ แสดงว่า  $r$  เป็นฟังก์ชัน ถ้ามีกรณีที่  $y$  และ  $z$  ไม่เท่ากันได้ แสดงว่า  $r$  ไม่เป็นฟังก์ชัน

วิธีที่ 3 ใช้วิธียกตัวอย่างว่ามีคู่อันดับในความสัมพันธ์สองคู่ ที่มีสมาชิกตัวหน้าเป็นตัวเดียวกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน



**ตัวอย่างที่ 2** จงแสดงว่า  $f = \{(x,y)/y = x^2 + 1\}$  เป็นฟังก์ชัน

**วิธีที่ 1** จาก  $y = x^2 + 1$

สำหรับแต่ละค่าของ  $x$  จะหาค่า  $x^2 + 1$  ได้เพียงค่าเดียว

ดังนั้น  $f$  เป็นฟังก์ชัน

**วิธีที่ 2** ให้  $(x,y) \in f$  และ  $(x,z) \in f$  จะได้ว่า

$$y = x^2 + 1 \quad \text{และ} \quad z = x^2 + 1$$

จะสรุปได้ว่า  $y = z$  เสมอ

ดังนั้น  $f$  เป็นฟังก์ชัน

**ตัวอย่างที่ 3** จงพิจารณาว่า  $g = \{(x,y)/y^2 = x\}$  เป็นฟังก์ชันหรือไม่

**วิธีที่ 1** จาก  $y^2 = x$  ดังนั้น  $y$  เป็นรากที่สองของ  $x$

$$\text{จะได้ } y = \sqrt{x} \quad \text{หรือ} \quad y = -\sqrt{x}$$

จึงมี  $x$  ที่ทำให้ได้ค่า  $y$  สองค่า เช่น  $x = 1$  จะได้  $y = 1$  หรือ  $y = -1$

ดังนั้น  $g$  ไม่เป็นฟังก์ชัน

**วิธีที่ 2** ให้  $(x,y) \in g$  และ  $(x,z) \in g$  จะได้ว่า

$$y^2 = x \quad \text{และ} \quad z^2 = x$$

$$\text{ดังนั้น } y^2 = z^2$$

แต่จาก  $y^2 = z^2$  จะเห็นได้ชัดเจนว่า มีกรณีที่  $y \neq z$

ดังนั้น  $g$  ไม่เป็นฟังก์ชัน

**วิธีที่ 3** เนื่องจาก  $(1, 1) \in g$  และ  $(1, -1) \in g$

ดังนั้น  $g$  ไม่เป็นฟังก์ชัน

**โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง**

1. จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

1.1  $r = \{(x,y)/y = x^3\}$

1.2  $r = \{(x,y)/x = |y|\}$

1.3  $r = \{(x,y)/y = 1 \text{ ถ้า } x \geq 0 \text{ และ } y = x \text{ ถ้า } x < 0\}$

**3. สื่อการเรียนการสอน**

3.1 แผนภูมิตารางแสดงการเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน

3.2 แผนภาพแสดงการจับคู่ระหว่างโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันสำหรับตัวอย่างที่ 1

#### 4. กิจกรรมการเขียนการสอบ

4.1 ครูทบทวนนิยามของความสัมพันธ์ โดยใช้การถามตอบและยกตัวอย่างประกอบ

เช่น กำหนดให้  $A = \{1, 2, 3\}$  ,  $B = \{0, 2, 4\}$

$$r_1 = \{(1, 0), (1, 2), (2, 4)\}$$

$$r_2 = \{(1, 2), (2, 4), (3, 0)\}$$

$$r_3 = \{(2, 0), (2, 2), (2, 4)\}$$

เรียก  $r_1$  ,  $r_2$  และ  $r_3$  ว่าเป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

4.2 ครูให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์จากแผนภูมิตารางแสดงการเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน

4.3 ครูให้นักเรียนพิจารณาสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังของความสัมพันธ์ในตาราง ซึ่งการพิจารณาสมาชิกตัวหน้ามี 2 ลักษณะคือ สมาชิกตัวหน้าต่างกันทั้งหมด และสมาชิกตัวหน้าซ้ำกัน

ในกรณีสมาชิกตัวหน้าซ้ำกัน ครูให้นักเรียนพิจารณาว่า สมาชิกตัวหลังเหมือนหรือต่างกัน

ในกรณีสมาชิกตัวหน้าต่างกันหมด หรือกรณีสมาชิกตัวหน้าซ้ำกัน และสมาชิกตัวหลังไม่ต่างกันเรียกว่า ฟังก์ชัน

4.4 ครูให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ในตาราง และทำไปทีละข้อว่าความสัมพันธ์ใดบ้างเป็นฟังก์ชัน

4.5 ครูให้นักเรียนสรุปนิยามของฟังก์ชัน

4.6 ครูยกตัวอย่างที่ 1 และใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย และติดแผนภาพแสดงการจับคู่ระหว่างโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

4.7 ครูอธิบายวิธีการพิจารณาความสัมพันธ์แบบเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้นิยามของฟังก์ชัน

4.8 ครูยกตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบาย

4.9 ครูยกตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบาย

4.10 ครูให้นักเรียนสรุปนิยามของฟังก์ชัน และทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ

## 5.การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง	2. นักเรียนทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมงได้ถูกต้องประมาณ 90 %
3. ทำแบบฝึกหัดจากหนังสือแบบเรียน ค042 หน้า 43 ข้อ 1(1-10)	3. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องประมาณ 90 %



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**คาบที่ 2**  
**แผนภูมิตารางแสดงการเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน**

ความสัมพันธ์	สมาชิกตัวหน้า		สมาชิกตัวหลัง		เป็นฟังก์ชัน	ไม่เป็นฟังก์ชัน
	เหมือนกัน	ต่างกัน	เหมือนกัน	ต่างกัน		
1. $r_1 = \{ (1, 2), (2, 4) \}$						
2. $r_2 = \{ (1, 3), (1, 4) \}$						
3. $r_3 = \{ (1, 2), (2, 2) \}$						
4. $r_4 = \{ (1, 2), (1, 2) \}$						
5. $r_5 = \{ (1, a), (2, a), (3, a), (4, a) \}$						
6. $r_6 = \{ (1, a), (2, b), (3, c), (4, d) \}$						

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

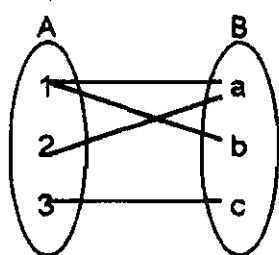
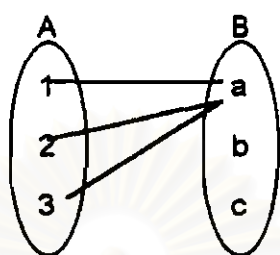
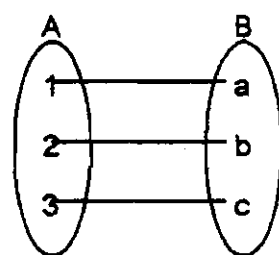
## คาบที่ 2

## แผนภูมิตารางแสดงการเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน (เฉลย)

ความสัมพันธ์	สมาชิกตัวหน้า		สมาชิกตัวหลัง		เป็นฟังก์ชัน	ไม่เป็นฟังก์ชัน
	เหมือนกัน	ต่างกัน	เหมือนกัน	ต่างกัน		
1. $r_1 = \{(1, 2), (2, 4)\}$		✓		✓	✓	
2. $r_2 = \{(1, 3), (1, 4)\}$	✓			✓		✓
3. $r_3 = \{(1, 2), (2, 2)\}$		✓	✓		✓	
4. $r_4 = \{(1, 2), (1, 2)\}$	✓		✓		✓	
5. $r_5 = \{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$		✓	✓		✓	
6. $r_6 = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$		✓		✓	✓	

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่ 2 ตัวอย่างที่ 1  
แผนภาพแสดงการจับคู่ระหว่างโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

 $f_1$  $f_2$  $f_3$ 

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



**ภาคผนวก จ. แบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์**

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 1

เรื่อง ฟังก์ชัน

- จุดประสงค์การเรียนรู้
1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่
  2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้ เป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่
  3. นักเรียนสามารถหาค่าของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
  4. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วกาเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ

1. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

- |  |                                   |
|--|-----------------------------------|
| ก. $\{(1,a),(2,b),(3,c),(4,c),(1,d)\}$ | ข. $\{(1,a),(2,b),(4,c),(5,d)\}$  |
| ค. $\{(1,2),(1,-2),(-1,2),(-1,-2)\}$   | ง. $\{(4,1),(4,4),(4,9),(4,16)\}$ |

2. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

- |   |   |
|---|---|
| ก. $\{(x,y) \in R \times R / x =  y \}$ | ข. $\{(x,y) \in R \times R / x = y^2\}$     |
| ค. $\{(x,y) \in R \times R / y = x^3\}$ | ง. $\{(x,y) \in R \times R / y^2 = x + 3\}$ |

3. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

- |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| ก. $\{(x,y) / x = 5\}$         | ข. $\{(x,y) / y = -3\}$        |
| ค. $\{(x,y) /  x  +  y  = 1\}$ | ง. $\{(x,y) / x^2 - y^2 = 0\}$ |

4. กำหนดให้  $A = \{1,2\}$  ,  $B = \{1, 0, -1\}$  ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

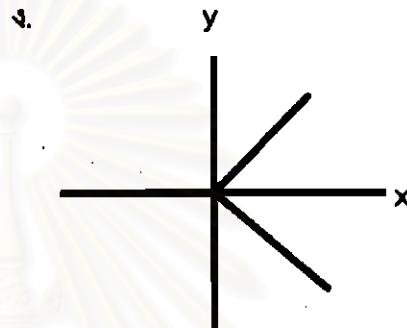
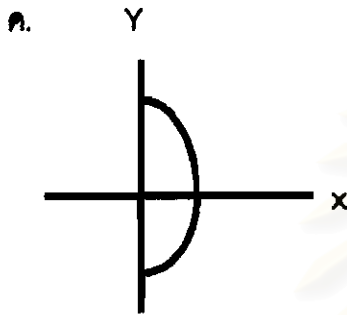
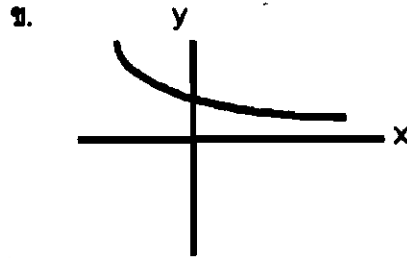
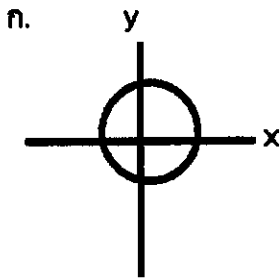
- |                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| ก. $\{(x,y) \in A \times B / x > y\}$ | ข. $\{(x,y) \in A \times B / x = y^2\}$ |
| ค. $\{(x,y) \in A \times B / x = 2\}$ | ง. $\{(x,y) \in A \times B / y = 0\}$   |

5. ความสัมพันธ์ในข้อใดไม่เป็นฟังก์ชัน

- |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| ก. $\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)\}$ | ข. $\{(1,7),(2,7),(3,7),(4,8)\}$ |
| ค. $\{(1,1),(1,2),(1,3),(3,4)\}$ | ง. $\{(1,0),(0,1),(2,3),(3,2)\}$ |



6. จากกราฟที่กำหนดให้ข้อใดเป็นกราฟของฟังก์ชัน



7. กำหนดให้  $f(x) = 5x^2 - 3$  จงหาว่า  $f(-2)$  เท่ากับข้อใด

ก. 17

ข. -23

ค. 20

ง. 7

8. กำหนดให้  $f(x) = \begin{cases} 1; & x \geq 0 \\ -1; & x < 0 \end{cases}$  ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก.  $f(-1) = 1$

ข.  $f(0) = -1$

ค.  $f(-3) = f(3)$

ง.  $f(1) = f(2)$

9. กำหนดให้  $f(x) = |x| + 2$  ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก.  $f(-1) = 3$

ข.  $f(3) = 5$

ค.  $f(-4) = -2$

ง.  $f(0) = 2$

10. กำหนดให้  $f(x) = \begin{cases} -x; & x \leq -1 \\ 3x + 4; & x > -1 \end{cases}$  ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก.  $f(-1) = -1$

ข.  $f(2) = 10$

ค.  $f(0) = -0$

ง.  $f(1) = 6$

11. กำหนดให้  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 4, 9\}$  ข้อใดเป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

ก.  $\{(1,1), (2,4), (3,9)\}$

ข.  $\{(1,1), (4,2), (9,3)\}$

ค.  $\{(1,1), (2,9), (4,3)\}$

ง.  $\{(1,3), (2,2), (3,2)\}$

12. ข้อใดเป็นฟังก์ชันจาก  $R$  ไป  $R$

ก.  $f(x) = \sqrt{x} + 1$

ข.  $f(x) = 2x + 7$

ค.  $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$

ง.  $f(x) = \frac{1}{x}$

13. กำหนดให้  $A = \{a,b,c\}$  ,  $B = \{b,c,d\}$  ข้อใดเป็นฟังก์ชันจาก  $A$  ไปทั่วถึง  $B$

ก.  $\{(a,b),(b,c),(c,b)\}$

ข.  $\{(a,d),(b,b),(c,b)\}$

ค.  $\{(b,a),(c,b),(d,c)\}$

ง.  $\{(a,d),(c,c),(b,b)\}$

14. ข้อใดไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

ก.  $\{(x,y) \in R \times R / y = 5x + 2\}$

ข.  $\{(x,y) \in R \times R / y = x^2 + 1\}$

ค.  $\{(x,y) \in R \times R / y = 2x\}$

ง.  $\{(x,y) \in R \times R / y = x^3\}$

15. กำหนด  $A = \{1,2,3\}$  ,  $B = \{3,4,5,6\}$  และ  $C = \{a,b,c\}$  ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก.  $\{(1,3),(2,5),(3,4)\}$  เป็นฟังก์ชันจาก  $A$  ไป  $B$

ข.  $\{(1,3),(2,5),(3,4)\}$  เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก  $A$  ไป  $B$

ค.  $\{(3,a),(4,b),(5,c)\}$  เป็นฟังก์ชันจาก  $B$  ไป  $C$

ง.  $\{(1,a),(2,c),(3,b)\}$  เป็นฟังก์ชันทั่วถึงจาก  $A$  ไป  $C$

\*\*\*\*\*

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก จ. แบบคู่สัญญา

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบคู่สัญญา

วันที่ทำสัญญา..... สัญญาครั้งที่.....

ชื่อผู้ทำสัญญา.....

1. เป้าหมายในการทำสัญญา: ข้าพเจ้าจะตั้งใจทำคะแนนในการทำแบบทดสอบย่อยวิชา  
คณิตศาสตร์ให้ได้ตามเป้าหมายที่ข้าพเจ้าตั้งใจไว้

เป้าหมาย.....

2. เพื่อให้การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดำเนินไปด้วยดี ข้าพเจ้าขอทำสัญญากับครูตามรายการที่  
เลือกดังต่อไปนี้

- 1. ข้าพเจ้าจะเข้าเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทุกครั้งที่มีคาบเรียน
- 2. ข้าพเจ้าจะส่งการบ้านให้ครบทุกครั้ง
- 3. ข้าพเจ้าจะไม่คุยกับเพื่อนขณะที่ครูกำลังสอน
- 4. ข้าพเจ้าจะไม่เล่นกับเพื่อนขณะที่ครูกำลังสอน
- 5. ข้าพเจ้าจะยกมือถามเมื่อฟังครูอธิบายแล้วไม่เข้าใจ
- 6. เมื่อทำแบบฝึกหัดผิด ข้าพเจ้าจะทำการแก้ไขใหม่
- 7. ข้าพเจ้าจะนำอุปกรณ์การเรียนคณิตศาสตร์มาให้ครบทุกครั้ง
- 8. ข้าพเจ้าจะจดงานทุกครั้ง
- 9. ข้าพเจ้าจะตั้งใจพิเศษทุกครั้งที่ครูมอบหมาย
- 10. ข้าพเจ้าจะไม่ลอกการบ้านเพื่อน
- 11. อื่นๆ(ระบุ).....

.....

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ลงชื่อ..... ผู้ให้สัญญา

ลงชื่อ..... ครู

ลงชื่อ..... พยาน

วันที่..... เดือน..... พ.ศ. ....

## ประวัติผู้วิจัย

นางสาวจุฑารัตน์ มังกะโรทัย เกิดวันที่ 25 มกราคม พ.ศ. 2513 ที่อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีครุศาสตร์บัณฑิต สาขา มัธยมศึกษา ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2535 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชา มัธยมศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ. 2540 ปัจจุบันรับราชการที่โรงเรียนห้วยแถลงพิทยาคม อำเภอห้วยแถลง จังหวัดนครราชสีมา



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย