

## บทที่ 4

### โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลความเร็วสูงแบบอัดตัวได้

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้จากบทที่ 3 ถูกนำมาประดิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกันอย่างเป็นขั้นเป็นตอนเพื่อแก้ปัญหาการไหลความเร็วสูงแบบอัดตัวได้ โปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ถูกประดิษฐ์ขึ้นโดยใช้ภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) ซึ่งสามารถทำความเข้าใจได้ง่ายและสะดวกในการตรวจสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยให้ชื่อโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ว่า FINITE โดยรายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ได้ถูกอธิบายเป็นหัวข้อต่างๆดังต่อไปนี้

#### 4.1 ขั้นตอนการคำนวณ

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ประกอบด้วยโปรแกรมย่อย 4 โปรแกรม มีรายละเอียดและขั้นตอนการคำนวณดังนี้

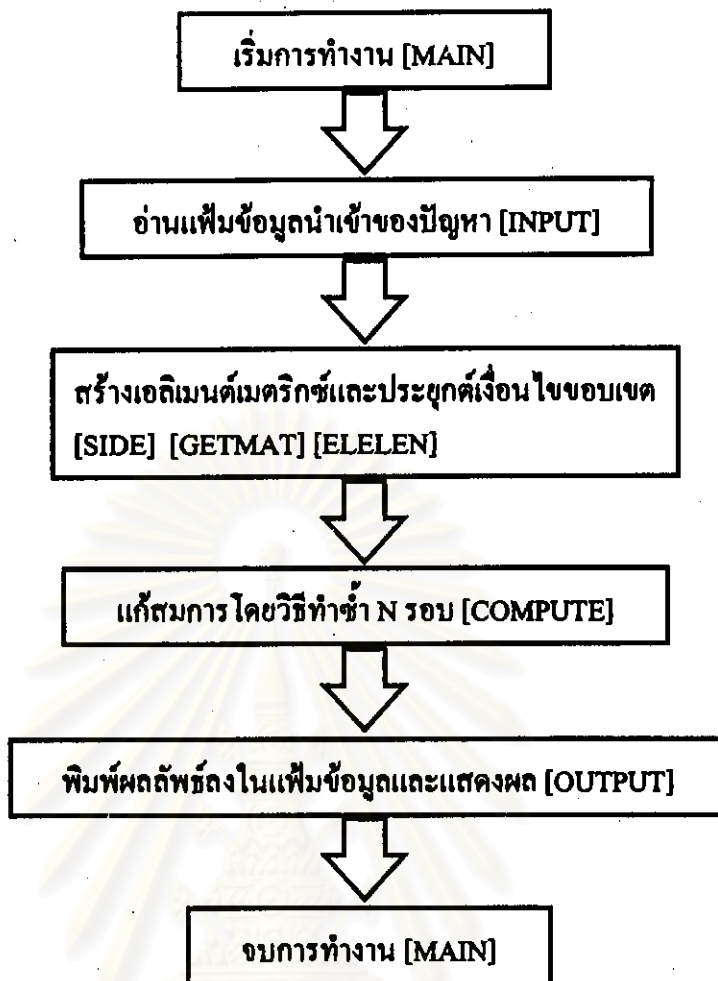
4.1.1 อ่านเพิ่มข้อมูลนำเข้า (Input file) ของปัญหาการไหล ซึ่งประกอบด้วยจำนวนจุดต่อทั้งหมด จำนวนเอลิเมนต์ทั้งหมด จำนวนขอบทั้งหมด ค่าคุณสมบัติของการไหล จำนวนรอบในการคำนวณ หมายเลขของจุดต่อในแต่ละเอลิเมนต์ พิกัดของจุดต่อ เงื่อนไขเริ่มต้นของการไหล ประกอบด้วย ค่าความหนาแน่น ค่าความเร็ว  $u$  ในแกนแนว  $x$  ค่าความเร็ว  $v$  ในแนวแกน  $y$  และค่าพลังงานรวม และเงื่อนไขขอบเขตของปัญหา โดยเรียกโปรแกรมย่อย [INPUT]

4.1.2 สร้างเมตริกซ์ของไฟไนต์เอลิเมนต์และประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตต่างๆ เพื่อใช้ในการคำนวณ โดยเรียกโปรแกรมย่อย [SIDE] [GETMAT] และ [ELELEN]

4.1.3 แก้สมการหาค่าผลลัพธ์ด้วยวิธีการทำซ้ำ (Iteration method) โดยเรียกโปรแกรมย่อย [COMPUTE]

4.1.4 เก็บผลลัพธ์ที่ได้ในเพิ่มข้อมูลผลลัพธ์ (Output file) เพื่อนำไปแสดงการกระจายของผลลัพธ์ต่างๆของปัญหาการไหล โดยเรียกโปรแกรมย่อย [OUTPUT]

ขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรมคอมพิวเตอร์สามารถสรุปโดยใช้แผนภูมิการทำงาน (Flow chart) ดังแสดงในรูป 4.1



รูป 4.1 แผนภูมิการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE

#### 4.2 รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งหมดแสดงอยู่ในภาคผนวก ก ตอนท้ายเล่มของวิทยานิพนธ์นี้

#### 4.3 เพิ่มข้อมูลนำเข้าและเพิ่มข้อมูลผลลัพธ์

ลักษณะเพิ่มข้อมูลนำเข้าที่ใช้กับ โปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ประกอบด้วย 6 ส่วน ดังต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 ขนาดของรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์

บรรทัดแรก คำอธิบายจำนวนเอลิเมนต์ จำนวนจุดต่อและจำนวนขอบของปัญหา

บรรทัดที่สอง จำนวนเอลิเมนต์ จำนวนจุดต่อและจำนวนขอบของปัญหา

ตัวอย่าง	NELEM	NPOIN	NBOUN
	900	496	90

### ส่วนที่ 2 ค่าคุณสมบัติของการไหลและค่าที่ใช้ในการคำนวณ

บรรทัดแรก คำอธิบายค่าสัดส่วนของค่าความร้อนจำเพาะ ค่ากำหนดสำหรับการตรวจสอบค่าเจาะจง จำนวนรอบในการคำนวณ

บรรทัดที่สอง ค่าสัดส่วนของค่าความร้อนจำเพาะ ค่ากำหนดสำหรับการตรวจสอบค่าเจาะจง จำนวนรอบในการคำนวณ

ตัวอย่าง	GAMMA	EPSLAM	NTIME
	1.4	0.01	2000

### ส่วนที่ 3 การจัดเรียงจุดต่อภายในเอลิเมนต์

บรรทัดแรก คำอธิบายรายละเอียดพร้อมจำนวนเอลิเมนต์ทั้งหมด

บรรทัดต่อมา หมายเลขเอลิเมนต์ หมายเลขจุดต่อ 3 จุดต่อ

ตัวอย่าง	ELEMENT NODAL CONNECTION [ 900] :			
	1	1	33	32

### ส่วนที่ 4 ตำแหน่งพิกัดของจุดต่อ

บรรทัดแรก คำอธิบายรายละเอียดพร้อมจำนวนจุดต่อทั้งหมด

บรรทัดต่อมา หมายเลขจุดต่อ พิกัดในแนวแกน x พิกัดในแนวแกน y

ตัวอย่าง	NODAL COORDINATES [ 496] :		
	1	0.0	0.0

### ส่วนที่ 5 เงื่อนไขเริ่มต้นของการไหล

บรรทัดแรก คำอธิบายรายละเอียดพร้อมจำนวนจุดต่อทั้งหมด

บรรทัดต่อมา หมายเลขจุดต่อ ค่าความหนาแน่น ค่าความเร็ว  $u$  ในแนวแกน x  
ค่าความเร็ว  $v$  ในแนวแกน y ค่าพลังงานทั้งหมด

ตัวอย่าง	NODAL INITIAL CONDITIONS [ 496] :			
	1	1.0	0.0	0.698412

### ส่วนที่ 6 เงื่อนไขขอบเขตที่ขอบของปัญหา

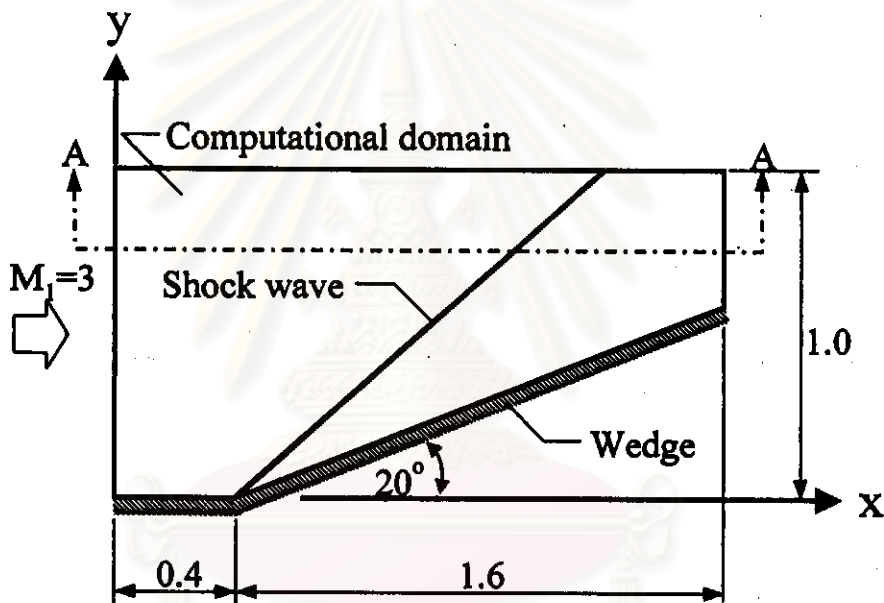
บรรทัดแรก คำอธิบายรายละเอียดพร้อมจำนวนขอบทั้งหมด

บรรทัดต่อมา หมายเลขจุดต่อ หมายเลขจุดต่อ หมายเลขเอลิเมนต์ เงื่อนไขขอบเขต

ตัวอย่าง	BOUNDARY CONDITIONS [ 90] :			
	32	1	1	1

#### 4.4 ตัวอย่างสำหรับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

เพื่อแสดงการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์และตรวจสอบความถูกต้องของสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ประดิษฐ์ขึ้นในบทที่ 3 โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะถูกนำมาใช้วิเคราะห์ปัญหาการไหลผ่านลิ้ม (Zienkiewicz, 1991) ซึ่งสามารถหาการกระจายของผลเฉลยแม่นยำได้ รายละเอียดของปัญหาการไหล ได้แสดงในรูป 4.2 โดยมีอากาศไหลด้วยความเร็วมากกว่าความเร็วเสียง 3 เท่า ( $M_1=3$ ) ในแนวระดับผ่านลิ้มซึ่งเอียง  $20^\circ$  เทียบกับแนวระดับ โดยแนวตัด A-A ที่แสดงในรูป จะใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ



รูป 4.2 ปัญหาการไหลผ่านลิ้มพร้อมเงื่อนไขขอบเขต

สำหรับผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหาการไหลผ่านลิ้มสามารถหาได้จากความสัมพันธ์ระหว่าง  $\theta - \Phi - M$  (Anderson, 1990) คือ

$$\tan \theta = 2 \cot \Phi \left[ \frac{M_1^2 \sin^2 \Phi - 1}{M_1^2 (\gamma + \cos 2\Phi) + 2} \right] \quad (4.1)$$

โดย  $\Phi$  แทนมุมที่กระทำระหว่างแนวคลื่นช็อคกับแนวระดับ  
 $\theta$  แทนมุมที่กระทำระหว่างแนวพื้นเอียงกับแนวระดับ

$M_1$  แทนค่ามัค (Mach number) ของการไหลเข้า

$\gamma$  แทนค่าสัดส่วนของค่าความร้อนจำเพาะ

สมการความสัมพันธ์ของค่ามัคในแนวตั้งฉากกับแนวซีก คือ

$$M_{N1} = M_1 \sin \Phi \quad (4.2)$$

โดยตัวห้อย N1 แทนทิศทางในแนวตั้งฉากกับแนวซีกในบริเวณการไหลเข้า

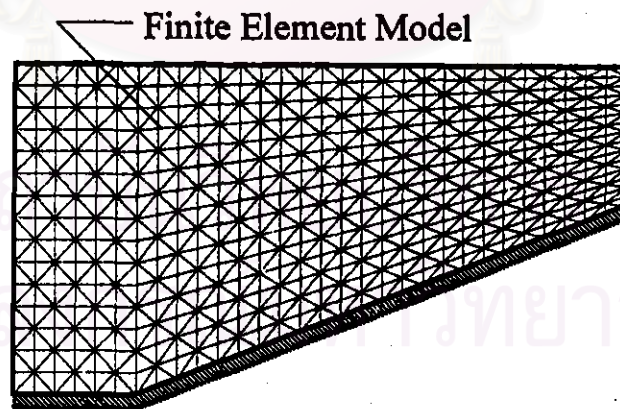
สมการความสัมพันธ์ของค่าความหนาแน่นที่บริเวณการไหลเข้ากับบริเวณการไหลออก คือ

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)M_{N1}^2}{(\gamma - 1)M_{N1}^2 + 2} \quad (4.3)$$

สำหรับตัวอย่างปัญหาการไหลผ่านลิ้นี่ กำหนดให้  $M_1 = 3.0$   $\theta = 20^\circ$  และ  $\gamma = 1.4$  เมื่อแทนค่าต่างๆลงในสมการ (4.1) จะได้  $\Phi \approx 37.8^\circ$  และเมื่อแทนค่า  $\Phi$  ลงในสมการ (4.2)-(4.3) จะได้

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 2.42$$

เพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลดังกล่าว จึงทำการจำลองรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีการจัดเรียงเอลิเมนต์อย่างเป็นระเบียบแสดงในรูป 4.3 ประกอบด้วย 496 จุดต่อ 900 เอลิเมนต์



รูป 4.3 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เรียงตัวอย่างเป็นระเบียบของปัญหาการไหลผ่านลิ้นี่

รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ในรูป 4.3 มีเพิ่มข้อมูลนำเข้าสำหรับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE ให้ชื่อว่า WEDG.IN0 มีรายละเอียดดังนี้

```

NELEM, NPOIN, NBOUN
900 496 90
INPUT GAMMA, EPSLAM, NTIME
1.40 0.01 2000
ELEMENT NODAL CONNECTIONS [900]:
1 1 33 32
2 1 2 33
3 2 3 33
:
:
898 463 464 495
899 464 465 495
900 465 496 495
NODAL COORDINATES [496]:
1 0.00000000 0.00000000
2 0.06666700 0.00000000
3 0.13333300 0.00000000
:
:
494 1.86667000 1.00000000
495 1.93333000 1.00000000
496 2.00000000 1.00000000
NODAL INITIAL CONDITIONS [496]:
1 1.000000 1.000000 0.000000 0.698412
2 1.000000 1.000000 0.000000 0.698412
3 1.000000 1.000000 0.000000 0.698412
:
:
494 1.000000 1.000000 0.000000 0.698412
495 1.000000 1.000000 0.000000 0.698412
496 1.000000 1.000000 0.000000 0.698412
BOUNDARY CONDITIONS [90]:
32 1 1 1
63 32 61 1
94 63 121 1
:
:
28 29 55 3
29 30 58 3
30 31 59 3

```

เมื่อทำการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ FINITE หน้าจอคอมพิวเตอร์จะปรากฏข้อความดังนี้

```

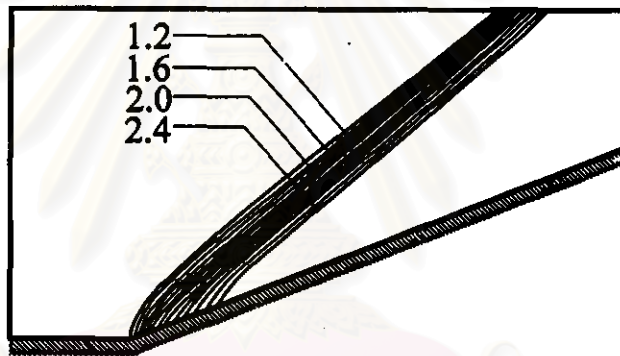
PLEASE TYPE INPUT FILE NAME : WEDG
PLEASE TYPE CURRENT VERSION : 0
SUB. INPUT COMPLETED
SUB. SIDE COMPLETED
SUB. GETMAT COMPLETED
SUB. ELELEN COMPLETED
1 .11257E+01 .85282E+00 .74977E+00 .87556E+00
2 .96069E+00 .80481E+00 .53177E+00 .77233E+00
3 .83689E+00 .66982E+00 .45975E+00 .65251E+00
:
:
1998 .65654E-14 .71865E-14 .28419E-14 .60270E-14
1999 .64756E-14 .68574E-14 .27092E-14 .59124E-14
2000 .68041E-14 .68358E-14 .29229E-14 .59736E-14
SUB. OUTPUT COMPLETED
PROGRAM COMPLETED
Stop - Program terminated

```

หลังจากทำการคำนวณเสร็จสมบูรณ์ ได้เพิ่มข้อมูลผลลัพธ์ประกอบด้วยหมายเลขจุดต่อ ค่าความหนาแน่น ค่าความเร็ว  $u$  ในแนวแกน  $x$  ค่าความเร็ว  $v$  ในแนวแกน  $y$  และค่าพลังงานรวมของจุดต่อทั้งหมดบนขอบเขตของปัญหาการไหล เพิ่มข้อมูลผลลัพธ์ดังกล่าวให้ชื่อว่า WEDG.S00 มีรายละเอียดดังนี้

NODE	RHO	U	V	E
1	.10000000E+01	.10000000E+01	.00000000E+00	.69841200E+00
2	.10000000E+01	.10000000E+01	.21472201E-16	.69841200E+00
3	.10000000E+01	.10000000E+01	.27313168E-16	.69841200E+00
494	.24567550E+01	.78298632E+00	.28068687E+00	.65532703E+00
495	.24512113E+01	.78151609E+00	.28017414E+00	.65483220E+00
496	.24491653E+01	.78092671E+00	.27997412E+00	.65463355E+00

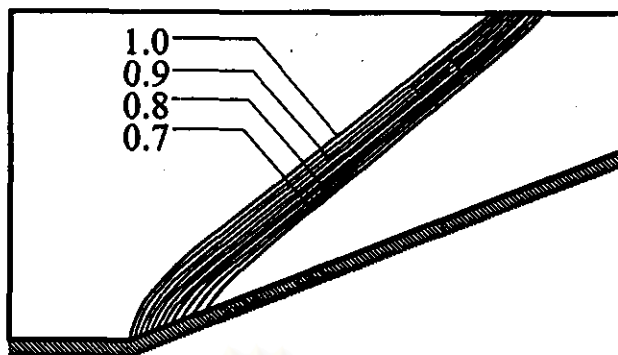
ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นของปัญหาการไหลผ่านลิ้น สามารถแสดงการกระจายของผลลัพธ์ในรูป 4.4- 4.7 พบว่า



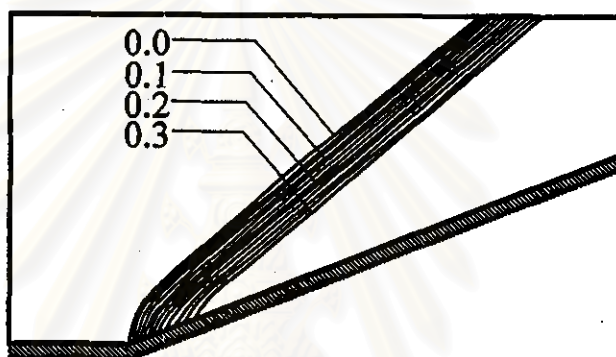
รูป 4.4 การกระจายของความหนาแน่นที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านลิ้น

เมื่ออากาศไหลผ่านระนาบเอียงเกิดการเปลี่ยนทิศทางการไหลไปตามแนวของระนาบเอียง ก่อให้เกิดการอัดตัวของอากาศและเกิดการเปลี่ยนแปลงสถานะของการไหลอย่างฉับพลัน ปรากฏเป็นคลื่นช็อกเอียง (Oblique shock wave) โดยมีจุดเริ่มต้นอยู่ที่มุมของระนาบที่มีการเปลี่ยนแนว ค่าความหนาแน่นมีค่าเพิ่มขึ้นหลังจากผ่านแนวคลื่นช็อก ดังแสดงในรูป 4.4 เช่นเดียวกับกับค่าความเร็ว  $v$  ในแนวแกน  $y$  ดังแสดงในรูป 4.6 ส่วนค่าความเร็ว  $u$  ในแนวแกน  $x$  และค่าพลังงานรวมมีค่าลดลงหลังจากผ่านแนวคลื่นช็อก ดังแสดงในรูป 4.5 และรูป 4.7 ตามลำดับ โดยแนวคลื่นช็อกเกิดขึ้นเป็นบริเวณกว้างเนื่องจากขนาดเอลิเมนต์ที่ใช้ในการจำลองรูปแบบของปัญหาการไหลมีขนาดใหญ่เกินไป

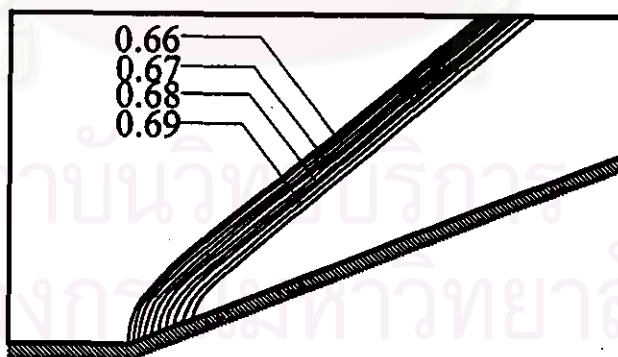




รูป 4.5 การกระจายของความเร็ว  $u$  ในแนวแกน  $x$  ที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านท่ิม



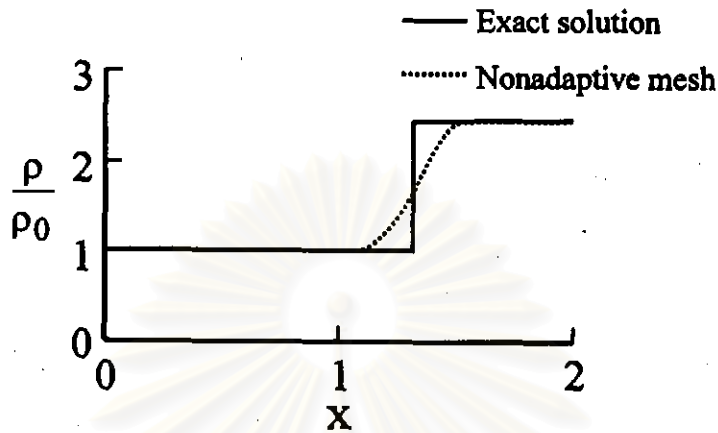
รูป 4.6 การกระจายของความเร็ว  $v$  ในแนวแกน  $y$  ที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านท่ิม



รูป 4.7 การกระจายของพลังงานรวมที่คำนวณได้ของปัญหาการไหลผ่านท่ิม



ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้น ทำได้โดยการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นที่ได้จากการคำนวณ ณ ตำแหน่ง  $y = 0.7$  ตามแนว A - A ในรูป 4.2 กับผลเฉลยแม่นยำตรง ดังแสดงในรูป 4.8



รูป 4.8 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นที่คำนวณได้กับผลเฉลยแม่นยำตรงตามแนว A - A ของปัญหาการไหลผ่านลิ้ม

เห็นได้ว่าค่าความหนาแน่นมีค่าเพิ่มขึ้นหลังจากผ่านแนวคลื่นช็อคสอดคล้องกับผลเฉลยแม่นยำตรง โดยในบริเวณที่เกิดคลื่นช็อคนั้น ผลลัพธ์ที่ได้มีความคลาดเคลื่อนพอสมควร ทั้งนี้เนื่องจากขนาดเอลิเมนต์ที่วางตัวอยู่ในแนวคลื่นช็อคนั้นมีขนาดใหญ่ ดังนั้นหากใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กวางตัวอยู่ในแนวคลื่นช็อคจะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความคลาดเคลื่อนน้อยลง หรือก็คือมีความแม่นยำมากขึ้นนั่นเอง การใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กวางตัวอยู่ในแนวคลื่นช็อคจะอาศัยระเบียบวิธีปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติซึ่งจะกล่าวถึงต่อไปในบทที่ 5

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย