

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้การสอนตนเองกับ การเรียนการสอนแบบรายบุคคล และแบบกลุ่ม สำหรับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยข้อมูล เอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องเป็นพื้นฐาน ดังจะเสนอตามลำดับดังนี้

1. กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของกิล กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ระดับขั้นการแก้ปัญหา ของกรีน กระบวนการแก้ปัญหาของครูถิค ขั้นตอนการแก้ปัญหาของทอลตัน ลำดับขั้นในการแก้ปัญหาของไฮติสและไฮสติคกา สรุปตารางแสดงผลการวิเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาของนักการศึกษา จำแนกตามลำดับขั้นตอนพฤติกรรม และกลุ่มผู้ศึกษากระบวนการแก้ปัญหา

2. ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์
3. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
4. แนวคิดการเรียนรู้แบบรายบุคคล
5. แนวคิดการเรียนรู้แบบกลุ่ม
6. การสอนตนเอง
7. การเรียนการสอนแบบกลุ่ม
8. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
9. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## 10. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

- 10.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 10.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์
- 10.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
- 10.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนตนเอง
- 10.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบกลุ่ม

## 11. กรอบแนวคิดในการวิจัย

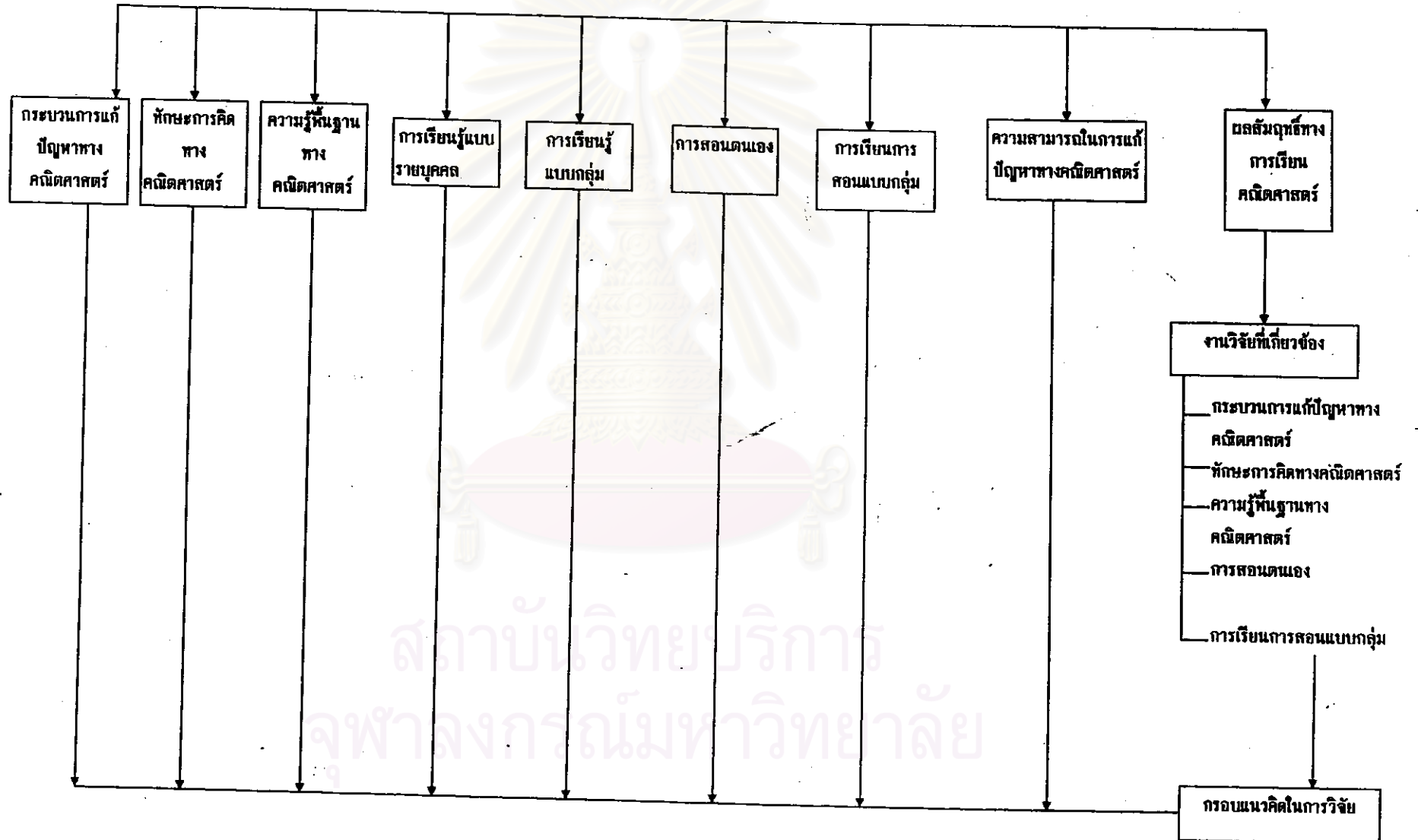
ขั้นตอนการนำเสนอเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องแสดงในแผนภูมิที่ 1 ดังนี้



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนภูมิที่ 1 ขั้นตอนการนำเสนอเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

รูปแบบการเรียนการสอนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้การสอนตนเองกับ การเรียนการสอนแบบรายบุคคล และแบบกลุ่ม



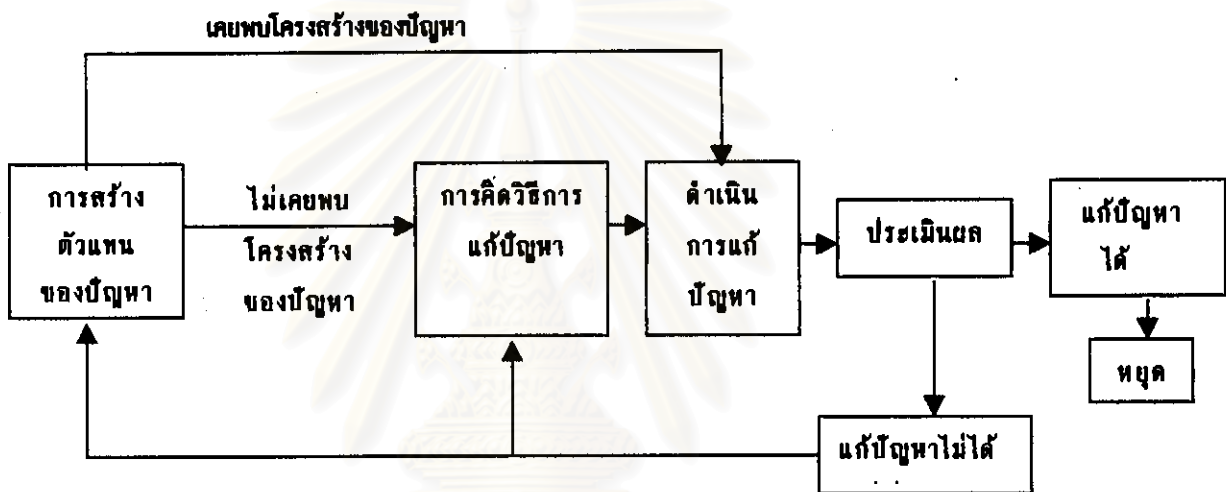
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## 1. กระบวนการแก้ปัญหาเชิงจิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของกิก (Gick)

กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของGick (1988: 101) มีรูปแบบและกระบวนการดังนี้

แผนภูมิที่ 2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาแนวคิดของGick (1988: 101)



จากแผนภูมิอธิบายได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาเริ่มจากการสร้างตัวแทนของปัญหาเพื่อทำความเข้าใจปัญหา ในกรณีที่อยู่แก้ปัญหาเคยพบโครงสร้างปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ก็จะดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีการที่เคยใช้มา และจะทำการประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหา ถ้าผู้แก้ปัญหาังไม่ได้คำตอบตามปัญหาที่ต้องการ จำเป็นต้องมองย้อนกลับไปพิจารณาที่วิธีการและตัวแทนของปัญหาอีกครั้งหนึ่ง ว่ามีข้อบกพร่องตรงไหนเพื่อจะได้แก้ไขให้ถูกต้องต่อไป เมื่อได้คำตอบตามที่โจทย์ต้องการ ก็ถือว่าประสบความสำเร็จดังนั้นการแก้ปัญหาจึงสิ้นสุดลง ในทางกลับกันถ้าผู้แก้ปัญหาไม่เคยพบโครงสร้างของปัญหาเช่นนี้มาก่อน หลังจากการสร้างตัวแทนของปัญหาแล้ว ผู้แก้ปัญหาจะทำการคิดวิธีการเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา จากนั้นจะดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีการที่เลือกไว้และประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหาเช่นเดียวกับที่กล่าวไปแล้ว

จากแนวคิดดังกล่าว กระบวนการแก้ปัญหาประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญ 2 ประการคือ

1. การสร้างตัวแทนของปัญหา ผู้แก้ปัญหาพยายามทำความเข้าใจปัญหา โดยเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิมที่มีอยู่ และสร้างเป็นตัวแทนของปัญหาขึ้น
2. กระบวนการแก้ปัญหา เป็นการค้นหาแนวทางแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการใช้ความเข้าใจ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กำหนดมาให้ในปัญหานั้น และการสร้างรูปแบบในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา ประเมินผลกระบวนการและผลลัพธ์

ดังนั้นกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของGick อาจสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1. การสร้างตัวแทนปัญหา โดยใช้การสร้างสัญลักษณ์ วาดรูป ทำแผนผัง หรือแผนภูมิ เพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น
2. การคิดวิธีการแก้ปัญหา เป็นการรวบรวมวิธีการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อนำไปสู่คำตอบ รวมไปถึงการวางแผน และจัดลำดับขั้นตอนในการดำเนินการแก้ปัญหา
3. การดำเนินการแก้ปัญหา เป็นการปฏิบัติตามแผน และขั้นตอนที่กำหนดไว้
4. การประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา ว่ามุ่งไปสู่คำตอบ หรือเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่ ถ้าไม่อาจหทวนวิธีการคิดตั้งแต่ต้นใหม่ ว่าผิดพลาดหรือบกพร่องในจุดใด เพื่อจะได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาให้บรรลุเป้าหมาย

#### กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya)

(Polya) นักคณิตศาสตร์ ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา มีลำดับขั้นตอนหรือกระบวนการเช่นเดียวกับกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของGick : กระบวนการแก้ปัญหาของ Polya มี 4 ขั้นตอนดังนี้ (Polya, 1971: 191-223)

1. การเข้าใจปัญหา ต้องทำความเข้าใจว่า สิ่งที่เราต้องค้นหา สิ่งใดคือข้อมูล สิ่งใดคือเงื่อนไขและเงื่อนไขนั้นจะเป็นตัวนำไปสู่สิ่งที่เราค้นหาหรือไม่ จากนั้นเป็นการวาดแผนผัง เพื่อแสดงให้เห็นถึงจุดที่สำคัญได้ และแยกเงื่อนไขออกเป็นตอน ๆ
2. การคิดวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล กับสิ่งที่ต้องการค้นหา แต่หากไม่สามารถหาพบได้ในทันทีทันใด ต้องรู้จักพิจารณาปัญหาข้างเคียงประกอบการวางแผน ในการคิดวางแผนนี้ต้องพิจารณาว่า เคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ ทราบข้อมูลที่เกี่ยวข้องหรือทฤษฎีที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่

สามารถแก้ปัญหาทั้งหมดได้ ก็พยายามแก้ปัญหาบางส่วนก่อน และพิจารณาว่าปัญหานั้นเป็น ปัญหาทั่ว ๆ ไป หรือเป็นปัญหาที่เฉพาะเจาะจง

3. การดำเนินการตามแผน ในการลงมือแก้ปัญหา นั้น ต้องมีการทบทวนขั้นตอน แต่ละขั้นตอน ดูว่าเป็นขั้นตอนที่ถูกต้องหรือไม่ สามารถทดสอบได้หรือไม่ว่าถูกต้อง

4. การตรวจสอบการดำเนินการ เป็นการทบทวนผลลัพธ์ จากการดำเนินการ แก้ปัญหาและพิจารณาว่าสามารถใช้วิธีการนี้กับปัญหาอื่น ๆ ได้หรือไม่

### ระดับขั้นในการแก้ปัญหาของกรีน (Green)

Green (1975: 18) ได้แบ่งระดับขั้นในการแก้ปัญหาออกเป็น 8 ระดับ คือ

1. รู้ถึงปัญหา
2. รู้จักกฎเกณฑ์ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
3. พบคำตอบที่ถูกต้องระหว่างการทำงาน
4. เลือกและประเมินการกระทำสำหรับในการแก้ปัญหา
5. จัดปัญหาใหม่ หรือสร้างวิธีการในการแก้ปัญหาขึ้นใหม่
6. ตระหนักว่า มีปัญหาอยู่ทั่วไป

### กระบวนการแก้ปัญหาของครูลิก (Krulik)

Krulik (1987: 45-48) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหา แบบตรงจุด (heuristic) โดย แบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ

1. การอ่านโจทย์ ประกอบด้วย การบันทึกคำสำคัญจากโจทย์ การอธิบายปัญหา การทวนปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง บอกว่าโจทย์ถามอะไร และบอกว่าโจทย์กำหนดข้อมูลใด มาให้บ้าง

2. การสำรวจรายละเอียดของปัญหา ประกอบด้วย การจัดระบบข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ การวาดรูป หรือไดอะแกรม และการเขียนแผนภูมิหรือตาราง

3. การเลือกวิธี ประกอบด้วย การระลึกรูปแบบ การทำงานย้อนกลับ การคาดคะเน และการตรวจสอบ การสร้างสถานการณ์ หรือการทดลอง การเขียนโครงสร้างในการจัดระบบ หรือรายการที่จะช่วยในการแก้ปัญหา การอนุมานทางตรรกศาสตร์ และการแบ่ง ปัญหาออกเป็นตอน ๆ เพื่อเตรียมการแก้ปัญหา

4. การลงมือแก้ปัญหา ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผน การใช้ทักษะการคำนวณ การใช้ทักษะทางด้านการคำนวณทางคณิตศาสตร์และการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

5. การพิจารณาคำตอบ และการขยายผล ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ การใช้คำถาม ถ้า.....แล้ว และการอภิปรายการแก้ปัญหา

#### ขั้นตอนการแก้ปัญหาของทอลตัน (Talton)

Talton (1988: 40) ได้ศึกษายถงานวิจัยของโพลยา และคนอื่น ๆ ได้ข้อสรุปในการแก้ปัญหา มีการส่งเสริมให้ผู้เรียนเพิ่มทักษะการวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนดังนี้

1. อ่านโจทย์
2. วางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งอาจสร้างตาราง คิดย้อนกลับโดยใช้ตรรกศาสตร์เขียนแผนภาพ แปลงปัญหา ให้ง่ายขึ้น เลือกวิธีการเดาและทดสอบหรืออื่น ๆ
3. ดำเนินการแก้ปัญหา
4. ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

#### ลำดับขั้นในการแก้ปัญหาของโยติส และโฮสติกกา (Yotis and Hosticka)

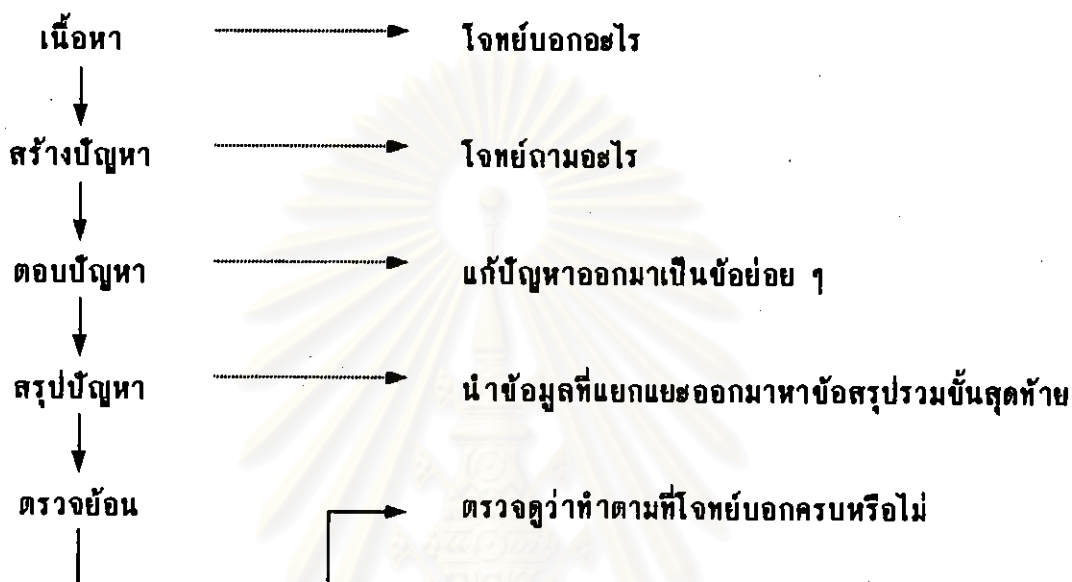
Yotis and Hosticka (1980: 581) ได้เสนอลำดับขั้นในการแก้ปัญหาดังนี้

1. เลือกข้อมูลที่ได้ออกมาจากปัญหา
2. จัดจำแนกข้อมูลออกเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องสำหรับการแก้ปัญหา
3. เรียงลำดับข้อมูลตามความจำเป็นในการใช้หาคำตอบของปัญหา
4. พิจารณาว่าข้อมูลที่จำเป็นข้อมูลใดที่ได้มาแล้ว และข้อมูลใดที่ยังต้องการเก็บรวบรวมอีก
5. พิจารณาว่าจะเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการด้วยวิธีใด
6. เก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการ
7. ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องทั้งหมด ในการแก้ปัญหา
8. ตรวจสอบความเชื่อถือได้ของคำตอบ

## ขั้นตอนการแก้ปัญหาของ มุฮิน พิพิธกุล

มุฮิน พิพิธกุล (2530: 138) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา ดังแผนภูมิดังนี้

### แผนภูมิที่ 3 แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์



จากแนวคิดของนักการศึกษาข้างต้น จะเห็นได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหามีขั้นตอนใกล้เคียงกันมาก คือ เริ่มต้นจากการทำความเข้าใจปัญหา การสร้างตัวแทนปัญหา การคิดวิธีการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และสุดท้ายก็เป็นการประเมินผลดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งก็คือการตรวจสอบการแก้ปัญหา

และจากข้อมูลดังกล่าวมา สามารถสรุปตารางจำแนกลำดับขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา พฤติกรรมของกระบวนการแก้ปัญหา และกลุ่มผู้ที่ศึกษากระบวนการแก้ปัญหาดังนี้



ตารางที่ 1 แสดงผลการวิเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาของนักการศึกษาต่าง ๆ จำแนกตามลำดับขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา พฤติกรรมของกระบวนการแก้ปัญหา และกลุ่มผู้ศึกษากระบวนการแก้ปัญหา

ลำดับขั้นตอน	พฤติกรรม	กลุ่มผู้ศึกษา
การทำความเข้าใจปัญหา	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ทบทวนปัญหา</li> <li>- รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับปัญหา และสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับสถานการณ์ของปัญหา</li> <li>- ระบุหัวใจหลักของปัญหา และให้ข้อมูลโดยมาบ้าง</li> <li>- บอกข้อความสำคัญในโจทย์</li> <li>- ให้นิยามข้อความสำคัญ</li> <li>- ระบุข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องกับปัญหา</li> <li>- ระบุคำที่ยากแก่การเข้าใจ</li> <li>- รู้สึกว่าเคยพบปัญหาประเภทนี้มาก่อนหรือไม่</li> <li>- สร้างตัวแทนความคิดในรูปแบบต่าง ๆ</li> <li>- เลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์</li> <li>- ใช้สัญลักษณ์ วาดรูป เขียนตาราง เขียนแผนภูมิ</li> <li>- เขียนเป็นโครงสร้าง</li> <li>- จัดระบบข้อมูลใหม่</li> </ul>	<p>Polya 1971</p> <p>Green 1975</p> <p>Greeno 1980</p> <p>Yotis and Hosticka 1980</p> <p>Simon 1981</p> <p>Gick 1988</p> <p>Krulick 1987</p> <p>Talton 1988</p> <p>มุพิน พิพิธกุล 2530</p>
การสร้างตัวแทนปัญหา	<ul style="list-style-type: none"> <li>- สร้างตัวแทนความคิดในรูปแบบต่าง ๆ</li> <li>- เลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์</li> <li>- ใช้สัญลักษณ์ วาดรูป เขียนตาราง เขียนแผนภูมิ</li> <li>- เขียนเป็นโครงสร้าง</li> <li>- จัดระบบข้อมูลใหม่</li> </ul>	<p>Greeno 1980</p> <p>Simon 1981</p> <p>Gick 1988</p> <p>Krulick 1987</p> <p>Tolton 1988</p> <p>มุพิน พิพิธกุล 2530</p>

## ตารางที่ 1 (ต่อ)

ลำดับขั้นตอน	พฤติกรรม	กลุ่มผู้ที่ศึกษา
การคิดวิธีการแก้ปัญห	<ul style="list-style-type: none"> <li>- สร้างรูปแบบในการแก้ปัญหา</li> <li>- หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับสิ่งที่ต้องการหา</li> <li>- พิจารณาปัญหาข้างเคียงประกอบ</li> <li>- พิจารณาว่าเหมาะสมเป็นปัญหาทั่วไปหรือปัญหาเฉพาะ</li> <li>- แบ่งขั้นตอนและจัดลำดับขั้นตอนของปัญหา</li> <li>- เลือกแนวทางในการแก้ปัญหาว่าแก้ปัญหตามลำดับหรือย้อนกลับ</li> <li>- เลือกทฤษฎีสูตรหลักการที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา</li> <li>- ตั้งสมมติฐานคาดคะเนคำตอบ</li> </ul>	<p>Polya 1971</p> <p>Yotis and Hosticka 1980</p> <p>Greeno 1980</p> <p>Simon 1981</p> <p>Gick 1988</p> <p>Krulick 1987</p> <p>Tolton 1988</p> <p>ยุพิน พิพิธกุล 2530</p>
การดำเนินการแก้ปัญห	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ลงมือแก้ปัญหตามขั้นตอนที่กำหนดไว้</li> <li>- ใช้ทักษะในการดำเนินงาน</li> <li>- ใช้ทักษะพื้นฐานในการคิดคำนวณ</li> <li>- ใช้ทักษะทางด้านการคำนวณทางคณิตศาสตร์</li> <li>- บอกเหตุผลในการดำเนินการ</li> <li>- บอกเหตุผลในการทดสอบขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่</li> <li>- ใช้กฎเกณฑ์ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ</li> </ul>	<p>Polya 1971</p> <p>Yotis and Hosticka 1980</p> <p>Greeno 1980</p> <p>Simon 1981</p> <p>Gick 1988</p> <p>Krulick 1987</p> <p>Tolton 1988</p> <p>ยุพิน พิพิธกุล 2530</p>

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ลำดับขั้นตอน	พฤติกรรม	กลุ่มผู้ที่ศึกษา
การประเมินผล ดำเนินการแก้ปัญหา	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ทบทวนขั้นตอนในการแก้ปัญหา</li> <li>- ทบทวนการดำเนินการตามขั้นตอน</li> <li>- ทบทวนคำตอบโดยพิจารณาจากคำถาม</li> <li>- ตรวจสอบคำตอบว่าตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือไม่</li> <li>- ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ</li> <li>- ตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหากับวิธีการอื่นเช่นการประมาณค่า</li> </ul>	Polya 1971 Yotis and Hosticka 1980 Greeno 1980 Simon 1981 Gick 1988 Krulick 1987 Tolton 1988 ยุพิน พิพิธกุล 2530

จากตารางแสดงให้เห็นว่ากลุ่มผู้ศึกษาส่วนใหญ่มีลำดับขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนคือการทำความเข้าใจปัญหา การคิดวิธีการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการประเมินผลดำเนินการแก้ปัญหา แต่มีกลุ่มนักการศึกษาอีกกลุ่มหนึ่ง คือ ยุพิน พิพิธกุล, Greeno, Simon, Gick, Krulick, Tolton ศึกษาขั้นตอนการสร้างตัวแทนปัญหา แยกจากขั้นตอนการทำความเข้าใจปัญหาทำให้ลำดับขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหามี 5 ขั้นตอนคือ การทำความเข้าใจปัญหา การสร้างตัวแทนปัญหา การคิดวิธีการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหาและการประเมินผลดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งแต่ละลำดับขั้นตอน แสดงพฤติกรรมในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันอย่างเด่นชัด

จากแนวคิดกระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าว ผู้วิจัยสนใจนำกระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวตามแนวคิดของGick(1988) มาใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้การสอนตนเองกับ การเรียนการสอนแบบรายบุคคล และแบบกลุ่ม สำหรับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ด้วยเหตุผลที่ว่าแนวคิดของGickครอบคลุมทุกขั้นตอนของการแก้ปัญหาลำดับ 5 ขั้นตอน และแสดงกระบวนการแก้ปัญหาย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้เห็นชัดดังแผนภาพที่ 2 ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาของผู้เรียน ประกอบกับผลการวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานของนักศึกษาสถาบันเทคโนโลยี

ราชมงคล นักศึกษาส่วนใหญ่ข้ามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาด้านการสร้างตัวแทนปัญหา และการประเมินผลดำเนินการแก้ปัญหา ด้วยประเด็นนี้การนำแนวคิดของ Gick มาใช้สามารถช่วยเสริมสร้าง ผู้เรียนในการพัฒนากระบวนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

## 2. ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์

ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์เป็นพฤติกรรมที่แสดงออกอันเป็นผลจากการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยศึกษาวิเคราะห์จากตารางที่ 1 ที่แสดงผลการวิเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาของนักการศึกษาต่างๆ จำแนกตามลำดับขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา พฤติกรรมของกระบวนการแก้ปัญหา และกลุ่มผู้ที่ศึกษากระบวนการแก้ปัญหา โดยผู้วิจัยศึกษาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นทักษะย่อยๆที่จำเป็นในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ในแต่ละขั้นดังนี้

### 1. การสร้างตัวแทนปัญหา

1.1 ทักษะการทำความเข้าใจปัญหา โดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ บอกเป้าหมายของการแก้ปัญหา บอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และบอกคำยากต่อการเข้าใจ

1.2 ทักษะการเชื่อมโยงปัญหา โดยเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิมที่มีอยู่

1.3 ทักษะการสร้างตัวแทนของปัญหา โดยสร้างตัวแทนความคิดในรูปแบบต่าง ๆ คือ ใช้การวาดรูป สร้างแผนภูมิ แผนภาพ แทนสิ่งต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนด การเขียนสัญลักษณ์ต่าง ๆ แทนข้อความในโจทย์และการจัดระบบข้อมูลใหม่

### 2. การคิดวิธีการแก้ปัญหา

2.1 ทักษะการระบุเงื่อนไข โดยการระลึกรูปแบบ พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ ข้อมูลข้างเคียง และสิ่งที่ต้องการหา แล้วระบุเงื่อนไขที่สอดคล้องกับโจทย์

2.2 ทักษะการสร้างขั้นตอนของการแก้ปัญหา โดยการเลือกขั้นตอนแบ่งขั้นตอน และจัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

2.3 ทักษะเลือกแนวทางการแก้ปัญหา โดยเลือกวิธีการ หลักการที่เป็นไปได้มากที่สุดในการแก้ปัญหา

2.4 ทักษะการประมาณค่าคำตอบ โดยการตั้งสมมติฐาน และคาดคะเนคำตอบ

### 3. การดำเนินการแก้ปัญหา

3.1 ทักษะการดำเนินงาน โดยการลงมือแก้ปัญหาตามขั้นตอนที่กำหนดไว้

3.2 ทักษะด้านการคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยคิดคำนวณตามความรู้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

3.3 ทักษะการระบุเหตุผลในการดำเนินการ โดยระบุความถูกต้องในการคำนวณ จากการใช้กฎเกณฑ์ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

### 4. การประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา

4.1 ทักษะการตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยตรวจสอบการดำเนินการแต่ละขั้นตอนว่าตรงกับสิ่งที่ต้องการ

4.2 ทักษะการทบทวนคำตอบ พิจารณาจากการคิดคำนวณ และการประมาณค่า

จากทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นและสำคัญสำหรับผู้เรียนในการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทั้งระดับเบื้องต้นและระดับที่ซับซ้อนขึ้น สมควรที่ผู้เรียนจะพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ให้ชำนาญเพื่อที่จะทำให้ผู้เรียนดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงเลือกทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแปรคัดสรรตัวแปรหนึ่งที่น่าสนใจนำมาใช้ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนการสอน

### 3. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแปรหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนวิชาได้ดีหรือไม่ดีได้เพราะ ความรู้พื้นฐานเป็นความรู้ ทักษะและความสามารถที่จำเป็นต่อการเรียนเรื่องนั้น ๆ การมีพื้นฐานความรู้อยู่มากจะเป็นรากฐานสำคัญที่ช่วยให้เรียนรู้สิ่งใหม่ได้เร็วขึ้นและมั่นคง Bloom(1978:83-89) เป็นผู้หนึ่งให้ความสำคัญกับความรู้พื้นฐานมาก จึงได้จัดไว้เป็นองค์ประกอบหนึ่งในรูปแบบการเรียนรู้ของบลูม และสำหรับในวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้พื้นฐานจำเป็นมากสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เนื้อหาส่วนใหญ่มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกันไป ความรู้พื้นฐานจะถูกนำมาเชื่อมโยงกับ

เนื้อหาที่กำลังเรียนอยู่ ทำให้เกิดเป็นความรู้ใหม่ขึ้น ดังที่ Gager(1975) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์นั้นต้องให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจแจ่มแจ้งในทฤษฎี และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่อาศัยหลักหรือกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวโยงกันเป็นขั้น ๆ ทำให้เกิดความรู้ในเรื่องใหม่เพิ่มขึ้น การมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้มากขึ้น รวดเร็วขึ้นและมีความเข้าใจแจ่มชัดขึ้น

ซึ่งจากหลักการและเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยคาดว่าความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแปรหนึ่งที่คัดสรรมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้ประสิทธิภาพของการแก้ปัญหาของผู้เรียนดีขึ้นจากเดิมนอกเหนือจากตัวแปรอื่น ๆ ที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

#### 4. แนวคิดการเรียนรู้แบบรายบุคคล

การเรียนรู้แบบรายบุคคล หมายถึง การที่ผู้เรียนแต่ละคนรับรู้สิ่งที่ปัญหาและเข้าใจสถานการณ์ได้อย่างถูกต้องจนสามารถที่จะศึกษาด้วยตนเองได้ ซึ่งการเรียนรู้รายบุคคลจะช่วยให้ผู้เรียนสร้างบรรยากาศการเรียนตามความสนใจของผู้เรียน ส่งเสริมให้ผู้เรียนแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง และส่งเสริมเสรีภาพของผู้เรียนในการแสดงความคิดเห็น รวมทั้งทำให้ผู้สอนตื่นตัวและแสวงหาความรู้ที่จะนำมาถ่ายทอดให้ผู้เรียนอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งหลักการการเรียนรู้แบบรายบุคคลที่มีประสิทธิภาพเกิดจากการเรียนรู้ที่อยู่ในสภาพเอื้อต่อการเรียนรู้ คือ ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมได้รับรู้ผลย้อนกลับทันที ผู้เรียนได้เกิดความรู้สึกภูมิใจในความสำเร็จของตน และผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้ไปทีละน้อยตามลำดับขั้น และมีโอกาสได้ตรงอย่างรอบคอบ (มหาวิทยาลัย สุโขทัยธรรมาธิราช, 2523 ; จันทร์ฉาย เตมียาการ, 2528 ; เพ็ญสุข ภู่อรรถกุล, 2528) สอดคล้องกับหลักการที่ วิชัย วงษ์ใหญ่ (2521) ; ลักขณา หมิ่นจักร์ (ม.ป.ป.) ; ขม ภูมิภาค, (ม.ป.ป.) นำมาใช้ในการเรียนการสอน ซึ่งเน้นหลักการให้ผู้เรียนเรียนรู้ตามจุดมุ่งหมายของการศึกษา สามารถยืดหยุ่นผู้เรียนในการเรียนรู้ ได้ตามความพร้อม ความสามารถของแต่ละบุคคล และส่งเสริมสนับสนุนผู้เรียนให้มีอิสระมีทางเลือกที่สามารถปรับได้ตามความเหมาะสมของผู้เรียน จัดการเรียนการสอนให้มีการจูงใจที่ดี และวัดประเมินอย่างสม่ำเสมอ มีหลักเกณฑ์

ด้วยเหตุผลดังกล่าว แนวคิดการเรียนรู้แบบรายบุคคล จึงเป็นแนวคิดที่ต้องคำนึงถึงสิ่งที่จะเป็นแนวทางในการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ อันได้แก่ จุดมุ่งหมายของการศึกษา จิตวิทยาการเรียนรู้ การออกแบบและจัดการเรียนรู้และประเมินผลอย่างเป็นระบบ ซึ่งผู้วิจัยคาดว่า การนำแนวคิดนี้มาพัฒนาการจัดการเรียน กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแบบรายบุคคล จะช่วยให้ความสามารถ

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น จากการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพของผู้เรียน

### 5. แนวคิดการเรียนรู้แบบกลุ่ม

การเรียนรู้แบบกลุ่ม หมายถึง การที่ผู้เรียนเข้ามาทำกิจกรรมร่วมกัน และได้มีโอกาสรับรู้ แลกเปลี่ยนข้อมูลความคิดเห็นและประสบการณ์ซึ่งกันและกัน จนค้นพบเป้าหมายที่ต้องการ และสามารถนำไปใช้ได้ ดังที่ Gale (1974: 8-7) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการเรียนรู้แบบกลุ่ม ดังนี้

1. เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความร่วมมือในการเรียนมากกว่าเกิดการแข่งขัน
2. เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นร่วมกัน และมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมภายในกลุ่ม
3. เพื่อให้กลุ่มมีการอภิปราย ผู้เรียนที่เป็นสมาชิกทุกคนในกลุ่มได้มีโอกาสปรับปรุงทักษะการพูดและการฟัง
4. เพื่อให้เกิดแหล่งรวมของความคิดอย่างหลากหลายและโครงการต่างๆ ซึ่งเกิดจากการร่วมมือกันของสมาชิกในกลุ่ม
5. เพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มได้เรียนรู้ความคิดเห็นของสมาชิกคนอื่น และเป็นการฝึกการยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น เป็นคนใจกว้าง มีเหตุผล และสมาชิกทุกคนในกลุ่มสามารถได้รับประสบการณ์ของการเป็นทั้งผู้นำและผู้ตามที่ดี
6. เพื่อให้ผู้สอนได้กระตุ้นผู้เรียนทุกคนได้ช่วยกันคิด ช่วยกันทำกิจกรรม และแสดงความคิดเห็นได้สะดวกกว่าการเรียนเป็นห้องใหญ่ห้องหนึ่ง

#### หลักการเรียนรู้แบบกลุ่ม

การเรียนรู้แบบกลุ่มมีหลักการพื้นฐานดังนี้ (ทศนา แคมมณี, 2537: 148)

1. การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ควรเป็นไปอย่างมีชีวิตชีวา ดังนั้นผู้เรียนจึงควรมีบทบาทรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตน และมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน
2. การเรียนรู้เกิดขึ้นจากแหล่งต่างๆ กัน มิใช่จากแหล่งใดแหล่งหนึ่งเพียงแหล่งเดียว ประสบการณ์ความรู้สึกนึกคิดของแต่ละบุคคล ถือเป็นแหล่งการเรียนรู้ที่สำคัญ
3. การเรียนรู้ที่ดีจะต้องเป็นการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจากความเข้าใจ จึงจะช่วยให้ผู้เรียนจดจำ และสามารถใช้การเรียนรู้นั้นให้เป็นประโยชน์ได้ การเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นผู้ค้นพบด้วยตนเอง จะมีส่วนช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจลึกซึ้งและจดจำได้ดี

4. กระบวนการเรียนรู้ที่มีความสำคัญ หากผู้เรียนเข้าใจและมีทักษะในเรื่องนี้แล้ว จะสามารถใช้เป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้ และคำตอบต่างๆ ที่ตนต้องการ

5. การเรียนรู้ที่มีความหมายแก่ผู้เรียนคือ การเรียนรู้ที่สามารถนำไปใช้ได้ จะช่วยให้ผู้เรียนได้ใช้ความรู้ จนเกิดความเข้าใจในสิ่งนั้นมากขึ้น และเกิดการเรียนรู้เพิ่มขึ้น

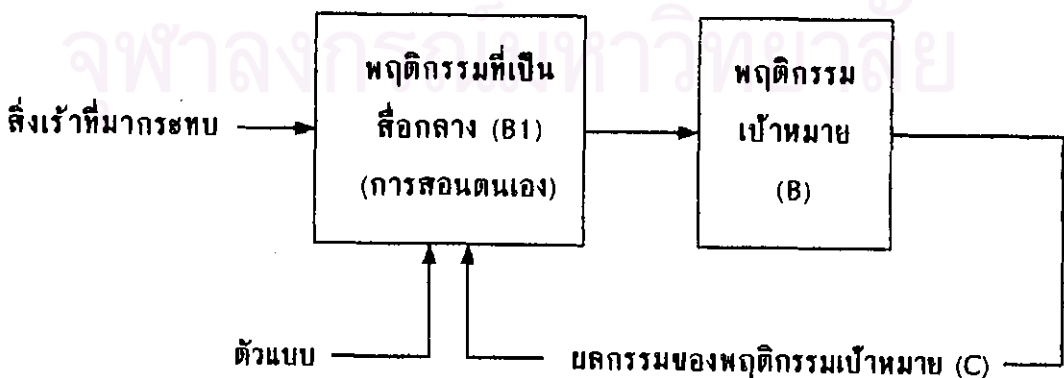
แนวคิดการเรียนรู้แบบกลุ่มช่วยให้ผู้เรียนเกิดความร่วมมือในการเรียน สนใจการทำงาน ของตัวเองเท่ากับการทำงานของสมาชิกกลุ่ม ผู้เรียนมีการให้คำแนะนำ ชมเชยเสนอแนะกันและกัน และสมาชิกทุกคนใช้ความสามารถเต็มที่ในการทำงานกลุ่ม ด้วยเหตุผลดังกล่าวการเรียนรู้แบบกลุ่ม จึงเป็นแนวคิดหนึ่งที่มีผู้วิจัยสนใจต้องการนำมาใช้ในการฝึกให้ผู้เรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม เพื่อให้ได้ผลตามที่ยุ่สอนต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนอย่างสมบูรณ์และถูกต้อง

**ธ. การสอนตนเอง**

การสอนตนเองเป็นเทคนิคการปรับพฤติกรรมทางปัญญาที่ทำให้บุคคลควบคุมตนเอง ด้วยการใช้คำพูดภายในใจของตนเอง เป็นตัวนำทาง เพื่อให้เกิดพฤติกรรมเป้าหมาย ที่ต้องการ โดยวิธีการสร้างเงื่อนไขและผลกระทบ ที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทางปัญญา เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการทางปัญญาแล้ว จะเป็นผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของ พฤติกรรมภายนอก วิธีการเหล่านี้มีความสำคัญอย่างมาก ต่อการปรับพฤติกรรมภายใน (Meichenbaum, 1975: 357; Martin, 1968: 400) ซึ่งกระบวนการฝึกการสอนตนเองนั้น อาจจะทำได้โดยการเสนอตัวแบบ การชี้แนะ การฝึกซ้อมการสอนตนเอง และการวางเงื่อนไข ผลกรรม (อรพินทร์ อนงค์คุณสรยุทธ, 2528: 12; Meichenbaum, 1975: 357; Wilson and O'Leary, 1980: 257, 261)

ซึ่งกระบวนการทั้งหมดนี้สามารถอธิบายได้ตามภาพดังนี้

แบบภูมิที่ 4 กระบวนการสอนตนเอง





กระบวนการสอนตนเอง เริ่มจากการเสนอตัวแบบที่แสดงการสอนตนเอง (B) ในขณะที่แสดงพฤติกรรมเป้าหมาย (B) ไปด้วย และให้การเสริมแรง (C) ต่อพฤติกรรมเป้าหมายที่เกิดขึ้น มีผลให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างการสอนตนเอง พฤติกรรมเป้าหมาย และการเสริมแรง การสอนตนเองก็จะกลายเป็นสิ่งเร้าที่จะนำไปสู่การเสริมแรงที่บุคคลให้ความสนใจ และทำตาม มีผลให้บุคคลมีพฤติกรรมเป้าหมายเพิ่มขึ้น

การสอนตนเองนี้ ได้รับการพัฒนาโดย Meichenbaum ซึ่งได้รับอิทธิพลความคิดมาจากทฤษฎีการเรียนรู้การวางเงื่อนไขแบบการกระทำ และงานของนักจิตวิทยาชาวรัสเซีย 2 คน คือ Luria (1961) และ Vygotsky (1982) ที่ศึกษาถึงพัฒนาการของความสัมพันธ์ระหว่างภาษา ความคิด และพฤติกรรม โดยที่มีการเสนอว่าพัฒนาการของการควบคุมพฤติกรรมของบุคคลนั้น จะเริ่มจากการได้รับกฎเกณฑ์จากบุคคลที่สำคัญ เช่น ผู้ปกครองหรือผู้สอน เป็นต้น จากนั้นจึงนำมาสู่การกำกับตนเอง ซึ่งเป็นการบอกกับตนเองภายในใจ (สมโภชน์ เอี่ยมสุภาษิต, 2536: 317; Finch, Nelson, Michael, and Ott, 1983: 5-8) Luria (1961, 1968, cited by Meichenbaum 1977: 18-19) ได้เสนอขั้นตอนที่ได้จากการศึกษาการใช้คำพูดกำกับพฤติกรรมที่อยู่ภายใต้อำนาจจิตใจของผู้เรียนว่า ในขั้นตอนแรก คำพูดของผู้อื่นจะเป็นตัวควบคุม และชี้แนะพฤติกรรมที่อยู่ภายใต้อำนาจจิตใจของผู้เรียน ขั้นตอนต่อมา คำพูดของผู้เรียนที่พูดด้วยเสียงอันดัง จะเป็นตัวควบคุมและชี้แนะพฤติกรรมของตัวผู้เรียนเอง และขั้นตอนสุดท้าย คำพูดของผู้เรียนที่เกิดภายในใจ จะเป็นตัวควบคุมและชี้แนะพฤติกรรมของตนเอง ส่วน Vygotsky (1982: 110-153) ได้ศึกษาการใช้ความคิดด้วยภาษาในการกำกับพฤติกรรมของตนเองว่า ในเด็กเล็กนั้นความคิดจะออกมาเป็นคำพูดที่เรียกว่า External Speech หรือตรงกับที่ Piaget กล่าวไว้ในทฤษฎีว่าเป็น Egocentric Speech ซึ่งเป็นคำพูดเสียงดัง ในขณะที่เด็กทำกิจกรรมหรือแสดงพฤติกรรมทั้งในขณะที่อยู่คนเดียวหรืออยู่ร่วมกับผู้อื่น ต่อมาเมื่อเด็กโตขึ้น คำพูดถูกเปลี่ยนไปเป็นความคิด โดยสังเกตได้จากคำพูดที่แสดงออกมาภายนอก จะกลายเป็นคำพูดภายในใจกับตนเองในขณะที่กระทำกิจกรรมหรือแสดงพฤติกรรมที่เรียกว่า Internal Speech

จากแนวคิดดังกล่าว Meichenbaum and Goodman (1971: 116-117) จึงได้พัฒนาโปรแกรมการสอนตนเอง โดยใช้ทั้งตัวแบบและการเสริมแรงคือผู้ที่ได้รับการฝึกการสอนตนเองสังเกตตัวแบบ และดำเนินการตามตัวแบบตามขั้นตอนในลักษณะดังต่อไปนี้

1. ตัวแบบพูดขั้นตอนในการทำงานด้วยเสียงอันดัง ในขณะที่แสดงพฤติกรรม ในการทำงานไปพร้อมกับคำพูดด้วย ส่วนผู้ที่ได้รับการฝึกการสอนตนเองนั้นสังเกตอยู่
2. ตัวแบบพูดขั้นตอนในการทำงานด้วยเสียงอันดัง ในขณะที่ผู้รับการฝึกการสอนตนเอง แสดงพฤติกรรมในการทำงานไปพร้อมกับคำพูดที่ตัวแบบบอก
3. ผู้รับการฝึกการสอนตนเอง พูดขั้นตอนในการทำงานด้วยเสียงอันดัง ในขณะที่แสดงพฤติกรรมในการทำงานตามคำพูดไปด้วย
4. ผู้รับการฝึกการสอนตนเอง พูดขั้นตอนในการทำงานด้วยเสียงเบา ในขณะที่แสดงพฤติกรรมในการทำงานตามคำพูดไปด้วย
5. ผู้รับการฝึกการสอนตนเอง พูดขั้นตอนในการทำงานภายในใจ ในขณะที่แสดงพฤติกรรมในการทำงานตามคำพูดไปด้วย

จากขั้นตอนดังกล่าว จะเห็นถึงการใช้คำพูด เพื่อให้เป็นตัวควบคุมพฤติกรรมซึ่งในตอนแรกจะต้องอาศัยคำพูดของผู้อื่นหรือตัวแบบเป็นตัวควบคุม และนำทางพฤติกรรมต่อมา คำพูดด้วยเสียงดังของผู้สังเกตจะเป็นตัวควบคุมพฤติกรรมของตนเอง และสุดท้ายคำพูดภายในใจของผู้สังเกต จะเป็นตัวควบคุมพฤติกรรมของตนเอง ตัวแบบแสดงการสอนตนเอง และบุคคลฝึกซ้อมการสอนตนเอง จนกระทั่งสามารถใช้การสอนตนเอง ชี้นำความคิดและพฤติกรรมเป้าหมายของตนได้ ซึ่งการชี้นำที่มีประสิทธิภาพควรทำเป็นขั้นตอนอย่างรวบรัด และได้รับการเสริมแรงทันที (สมโภชน์ เอี่ยมสุภามิต, 2535)

การชี้นำโดยใช้การพูดกับตนเองในการฝึกการสอนตนเองนั้น ควรจัดเป็นรูปแบบของคำพูดซึ่งมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ถามคำถามที่ตรงกับลักษณะของงานที่จะต้องทำหรือกำหนดปัญหา
2. ตอบคำถามเหล่านั้นในรูปแบบของการทบทวนความจำในความคิดให้ชัดเจน และวางแผนการปฏิบัติงานหรือวิธีการแก้ไขปัญหา
3. ใช้การใช้การสอนตนเองในรูปแบบของการชี้นำตนเอง ตามแผนการที่กำหนดไว้ขณะที่ทำงานหรือการเลือกคำตอบและลงมือปฏิบัติ
4. ตรวจสอบคำตอบและประเมินผลการทำงาน แล้วพูดชมเชยตนเอง หรือให้การเสริมแรงตนเอง หรือพูดประโยค เมื่อทำผิดพลาดพร้อมเสนอวิธีแก้ไขใหม่ (สมโภชน์ เอี่ยมสุภามิต, 2535, 2538; อรพินทร์ อนงค์คณะตระกูล, 2528; Bootzin and Acocella, 1988; Kendall and Brawswell, 1985; Lewinsohn et al., 1978)

นอกจากการใช้คำพูดขึ้นนสนแล้ว การเสริมแรงตนเอง เป็นเทคนิคสำคัญประการหนึ่งในกระบวนการฝึกการสอนตนเอง ที่จะทำให้พฤติกรรมเป้าหมายที่เกิดขึ้นนั้นมีประสิทธิภาพ ซึ่งหลักการทั่วไปของการเสริมแรงตนเองมีดังนี้

1. การเสริมแรงจะต้องให้หลังเกิดพฤติกรรมเป้าหมายเท่านั้น
2. การเสริมแรงจะต้องกระทำทันทีที่พฤติกรรมเป้าหมายเกิดขึ้น
3. การเสริมแรงควรจะให้อย่างสม่ำเสมอ
4. ควรมีการบอกถึงเงื่อนไขการให้การเสริมแรง ซึ่งเงื่อนไขนั้นไม่ควรสูงเกินไปจนทำให้ผู้ถูกปรับพฤติกรรมทำสำเร็จได้ยาก
5. ตัวเสริมแรงนั้น ควรมีปริมาณพอเหมาะที่จะเสริมแรงพฤติกรรมโดยไม่ก่อให้เกิดการหมดสภาพการเป็นตัวเสริมแรง
6. ตัวเสริมแรงนั้น จะต้องเลือกให้เหมาะกับแต่ละบุคคล
7. ถ้าเป็นไปได้ควรใช้ตัวเสริมแรงที่มีอยู่ในสภาพแวดล้อมนั้น
8. ควรมีการใช้ตัวแบบหรือการขึ้นนสนควบคู่ไปกับการเสริมแรงด้วย
9. ควรมีการวางแผนการใช้ตารางการเสริมแรง หรือยึดเวลาการเสริมแรง (สมโภชน์ เข็มมสุภาษิต, 2538: 192-193)

ในเรื่องเครื่องมือที่ใช้ในการสอนตนเองนั้น จะต้องเลือกให้เหมาะสมกับอายุ ความสนใจและกระบวนการทางปัญญาของผู้เรียนด้วย นอกจากนี้สถานที่ใช้ในการสอนตนเองก็ควรจัดให้เป็นสถานที่เงียบ ปราศจากสิ่งรบกวนทั้งตัวผู้ฝึกและผู้รับการฝึก (Finch et al., 1993) สำหรับจำนวนครั้งของการฝึกสอนตนเองที่จะทำให้เกิดพฤติกรรมหรือทักษะนั้นสามารถยึดหยุ่นได้ตามความเหมาะสมโดยพิจารณาประสบการณ์ ทักษะก่อนฝึก ระดับสติปัญญา ความชำนาญในกิจกรรม ความสามารถในการให้เหตุผลถึงความคิด ความเข้าใจ และการพูดสอนตนเองของแต่ละบุคคล รวมทั้งเป้าหมายของการฝึกอีกด้วย (Finch et al., 1993; Meichenbaum, 1975) และในด้านประสิทธิภาพของการสอนตนเอง ในแง่ความคงอยู่ของผลการฝึกนั้น พบว่าจะคงอยู่ในระยะเวลาตั้งแต่ 3 วัน ถึง 1 ปี (Asarnow and Meichenbaum, 1978; Bronstein and Quevillon, 1976; Meichenbaum, 1977; Pratt and Bates, 1982)

จะเห็นได้ว่า การสอนตนเอง เป็นเทคนิคการปรับพฤติกรรมที่ให้ผู้คนรับผิดชอบในการปรับพฤติกรรมของตนเอง ซึ่งจะช่วยให้การปรับพฤติกรรมได้ผลมากกว่าการปรับ

พฤติกรรมโดยบุคคลอื่น มีผู้นำเทคนิคนี้ไปใช้เพื่อเพิ่มพฤติกรรมที่พึงประสงค์ได้แก่ พฤติกรรมตั้งใจเรียน (Bornstein and Quevillon, 1978) พฤติกรรมกล้าแสดงออก (Kazdin and Mascitelle, 1982) พฤติกรรมการควบคุมตนเอง (Kendall and Wilcox, 1980) การทำแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ และการรับรู้ความสามารถของตนเอง (Mendola, 1980) และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และการรับรู้ความสามารถของตนเอง (จิตติมา จุมทอง, 2538) ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำการสอนตนเองมาใช้ในการเรียนการสอนแบบรายบุคคลสำหรับงานวิจัยนี้เพื่อให้ผู้เรียนเตือนตนเองให้เกิดพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ

## 7. การเรียนการสอนแบบกลุ่ม

การเรียนการสอนแบบกลุ่ม เป็นกิจกรรมที่ใช้กลุ่มเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างทั่วถึง และได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและประสบการณ์เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่กว้างขวางขึ้น จนผู้เรียนสามารถค้นหาคำตอบหรือการเรียนรู้ตามเป้าหมาย รวมทั้งเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการต่างๆและแนวทางในการนำความรู้ไปใช้จริงได้ด้วย ดังที่ ทิศนา ขมมณี (2537: 147-148) ได้สรุปหลักการสอนตามหลักการเรียนรู้แบบกลุ่มและกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้หลักการสอนแบบกลุ่ม สรุปได้ดังนี้

หลักการสอนตามหลักการเรียนรู้แบบกลุ่ม มีลักษณะดังนี้

1. หลักการที่ยึดผู้เรียนเป็นจุดศูนย์กลาง คือการเน้นให้ผู้เรียนมีโอกาสเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนให้ทั่วถึงกันมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความพร้อม ความกระตือรือร้นที่จะเรียน และเรียนอย่างมีชีวิตชีวา
2. หลักการสอนที่ยึดกลุ่มเป็นแหล่งความรู้ที่สำคัญ คือการจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนมีโอกาสได้มีปฏิสัมพันธ์กันในกลุ่ม ได้พูดคุย ปรัชญาหรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ข้อมูลต่างๆ เหล่านี้จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เกี่ยวกับพฤติกรรมของตนเองและผู้อื่น และเรียนรู้ที่จะปรับตัวให้สามารถอยู่และทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ดี รวมทั้งช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ข้อมูลและทักษะที่กว้างและหลากหลาย
3. หลักการสอนที่ยึดการค้นพบด้วยตนเอง เป็นวิธีการสำคัญในการเรียนรู้ โดยผู้สอนพยายามจัดประสบการณ์เรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ค้นหา และค้นหาคำตอบด้วยตนเอง ทั้งนี้เพราะการค้นพบความจริงใดๆ จากประสบการณ์ด้วยตนเองนั้น ผู้เรียนมักจะจดจำได้ดี และมีความหมายโดยตรงต่อผู้เรียน และมีผลก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม

4. หลักการสอนที่ยึดความสำคัญของกระบวนการเรียนรู้ ควบคู่ไปกับผลงาน โดย การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์ถึงกระบวนการกลุ่มและกระบวนการต่างๆ ที่ทำให้เกิดผลงาน ทั้งนี้ เพราะประสิทธิภาพของผลงานขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพของกระบวนการด้วย

5. หลักการสอนที่ยึดความสำคัญของการนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน โดยให้ ผู้เรียนมีโอกาสคิดหาแนวทางที่จะนำความรู้ความเข้าใจไปใช้ในชีวิตประจำวัน ผู้สอนพยายาม ส่งเสริมให้เกิดการปฏิบัติจริง และเกิดการเรียนรู้เพิ่มขึ้น

เนื่องจากหลักการสอนดังกล่าว กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้หลักการสอนตาม การเรียนรู้แบบกลุ่มจึงมีลักษณะที่สำคัญดังนี้

1. มีกิจกรรมให้ผู้เรียนกระทำ เพื่อให้เกิดประสบการณ์การเรียนรู้ กิจกรรมจะมี ลักษณะที่เอื้ออำนวยให้ผู้เรียนมีบทบาทในการเรียนรู้อย่างทั่วถึง และมากที่สุดเท่าที่จะทำได้

2. กิจกรรมมักจะมีลักษณะเป็นกิจกรรมกลุ่มย่อย ทั้งนี้เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาส เข้าร่วมกิจกรรมอย่างทั่วถึงและสามารถแลกเปลี่ยนข้อมูลความคิดเห็น และประสบการณ์ซึ่งกัน และกันได้

3. กิจกรรมมักจะมีลักษณะที่ผู้เรียนจะต้องค้นหาคำตอบด้วยตัวเอง ผู้สอนจะ ทำหน้าที่เป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้มากกว่า ทำหน้าที่เป็นผู้ถ่ายทอดความรู้หรือข้อมูล

4. กิจกรรมจะประกอบไปด้วยขั้นตอนของการวิเคราะห์และอภิปรายเกี่ยวกับ กระบวนการต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น กระบวนการทำงาน กระบวนการสื่อสาร กระบวนการ แก้ปัญหา กระบวนการตัดสินใจ เป็นต้น ทั้งนี้ เพราะกระบวนการต่างๆ เหล่านั้น มีผลต่อ การทำงานและผลงาน

5. กิจกรรมจะประกอบไปด้วยการอภิปรายหาวิธีการ และแนวทางในการนำ การเรียนรู้ที่ได้รับไปใช้จริงในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะช่วยให้การเรียนรู้นั้นมีความหมายและเป็น ประโยชน์ต่อผู้เรียน

#### ลำดับขั้นการสอนตามหลักการเรียนรู้แบบกลุ่ม

การจัดลำดับขั้นตอนการสอนโดยใช้การเรียนการสอนแบบกลุ่มให้มีประสิทธิภาพ ตามความมุ่งหมายของศิคา ขมมณี และเขาวหา เตชะคุปต์ (2522) ได้จัดลำดับไว้ 5 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. การวางแผน โดยมีการจัดตั้งจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ตรงตาม ความต้องการทางการศึกษา

2. การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ หรือกิจกรรมควรเป็นประสบการณ์ที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจด้วยตนเองได้อย่างถ่องแท้ โดยผู้เรียนเป็นผู้ลงมือคิดค้นเสาะแสวงหาสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ด้วยตนเอง

3. การวิเคราะห์และประสบการณ์การเรียนรู้ เพื่อให้การเรียนรู้กว้างขวางยิ่งขึ้น และมีการรับรู้ที่ตรงกันจึงต้องมีการอภิปราย เพื่อวิเคราะห์ประสบการณ์การเรียนรู้ จากการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ตนได้พบในระหว่างการทำงานเป็นกลุ่ม

4. การสรุปและนำหลักการไปประยุกต์ใช้ ควรให้ผู้เรียนร่วมกันสรุปโดยคิดแบบสังเคราะห์เชื่อมโยงแนวคิดของแต่ละคนให้ผสมผสานกัน ช่วยกันหาแนวทางในการนำหลักการที่ได้ประยุกต์ใช้ให้เข้ากับตนเอง ให้เข้ากับคนอื่น เพื่อแก้ปัญหาหรือสร้างสรรค์สิ่งใหม่ๆ ต่อไปในอนาคต

5. การประเมินผล จะช่วยให้ทราบถึงพัฒนาการของผู้เรียน ความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหา และวิธีการเรียนรู้ตลอดจนช่วยให้ผู้สอนสามารถประเมินผลการสอนของตนเองว่าได้ประสบความสำเร็จ ตรงตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้หรือไม่เพียงใด

### หน้าที่และบทบาทของผู้สอน และผู้เรียน

ยุพิน พิพิธกุล (2523: 284) และคณะอนุกรรมการพัฒนาการสอน (2524: 241) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนและผู้เรียนในการเรียนการสอนแบบกลุ่ม สรุปได้ดังนี้

#### หน้าที่และบทบาทของผู้สอน

1. เป็นผู้ดำเนินการจัดกลุ่ม ซึ่งพิจารณาตามความเหมาะสมของเนื้อหา และอธิบายชี้แจงให้ผู้เรียนได้ทราบถึงวิธีการจัดกลุ่มและเข้าใจถึงวิธีการเรียนเป็นกลุ่ม

2. เตรียมบทเรียนให้ผู้เรียนและเลือกกิจกรรมที่เหมาะสมที่จะจัดให้ผู้เรียนร่วมกันปฏิบัติในกลุ่มได้เป็นอย่างดี

3. ผู้สอนจะต้องเป็นผู้ที่มีภาวะทางอารมณ์สูง คือสามารถควบคุมอารมณ์ให้เหมาะสมกับทุกสถานการณ์มีความเข้าใจ และเห็นใจสมาชิกทุกคนในกลุ่มเป็นอย่างดี

4. ผู้สอนจะต้องคอยให้กำลังใจ และกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นอยู่เสมอ โดยคอยให้คำปรึกษาแนะนำผู้เรียน คอยสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียน และผู้สอนไม่ควรยกย่องกลุ่มหนึ่งกลุ่มใดจนเกินไป เพราะอาจทำให้กลุ่มอื่นหมดกำลังใจได้

5. ผู้สอนควรรู้หลักจิตวิทยาเป็นอย่างดี มีมนุษยสัมพันธ์ดี ทำตัวเป็นกลางไม่เห็นด้วย หรือคล้อยตามไปกับกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เป็นคนใจกว้าง ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้เรียนเสมอ

8. ผู้สอนจะต้องติดตามวัดผลประเมินผล และให้รางวัลกลุ่ม ตลอดจนรายงานความก้าวหน้าในการเรียนของผู้เรียนด้วย

### หน้าที่และบทบาทของผู้เรียน

1. เข้าเรียนเป็นกลุ่มตามที่ผู้สอนได้จัดไว้ ทำความเข้าใจในการทำงานเป็นกลุ่ม และพยายามร่วมกิจกรรมกับสมาชิกในกลุ่มทุกครั้ง ยินดีปฏิบัติกิจกรรมด้วยความสมัครใจ รู้จักเป็นผู้ให้และผู้รับที่ดี

2. ต้องเตรียมตัวก่อนเข้าเรียนทุกครั้ง และแบ่งความรับผิดชอบให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มได้รับอย่างเต็มที่ เพื่อช่วยเหลือกันและกันในกลุ่ม ช่วยกันคิดและเสนอแนะการทำงาน

3. รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น พยายามใช้เหตุผลในการตัดสินปัญหาใดๆ ไม่ควรตัดสินด้วยอารมณ์

4. ผู้เรียนที่เรียนเก่งซึ่งอยู่ร่วมในกลุ่ม ควรจะได้ช่วยอธิบายให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มที่เรียนไม่เข้าใจได้เข้าใจอย่างกระจ่างชัดขึ้น

5. เมื่อมีข้อสงสัยหรือปัญหาซึ่งสมาชิกในกลุ่มไม่สามารถแก้ไขได้ ต้องนำมาซักถามผู้สอน หรือนำเสนอให้มีการอภิปรายในชั้นเรียน

8. แสวงหาความรู้เพิ่มเติม และพยายามนำสิ่งที่เรียนรู้ไปแล้ว ใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเองและผู้อื่นโดยส่วนรวม

จากข้อมูลการเรียนการสอนแบบกลุ่มดังกล่าว ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงจัดการเรียนการสอนแบบกลุ่มโดยมีจำนวนสมาชิกในกลุ่ม กลุ่มละ 4 คนที่มีความสามารถแตกต่างกัน ร่วมกันกำหนดหน้าที่รับผิดชอบ แสดงความคิดเห็น และช่วยเหลือระหว่างกันในการเรียนการทำงาน รวมทั้งให้ผู้เรียนสอนกันเอง เท่ากับถ่ายทอดความรู้ที่ใช้การสื่อสารของระดับวัยเดียวกัน ซึ่งจะก่อให้เกิดความเข้าใจต่อกันได้ดี นอกจากนี้มีการประเมินผลรายกลุ่ม ผู้วิจัยมีความเห็นว่าสามารถสนองความต้องการและความจำเป็นที่หลากหลายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาอยู่ในปัจจุบัน

### 8. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถเฉพาะบุคคล ขึ้นอยู่กับความรู้ มโนคติ ประสบการณ์ และทักษะต่าง ๆ ที่เป็นองค์ประกอบ ซึ่ง Cagne and Briggs (1974);

Morgan (1978: 154-155) สรุปความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดังนี้ ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นทักษะทางปัญญาที่สามารถสอนได้ และสามารถถ่ายโยงไปใช้ในสถานการณ์อื่นได้ ซึ่งความสามารถของแต่ละบุคคลจะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับองค์ประกอบ สติปัญญา แรงจูงใจ ความพร้อมในการที่จะแก้ปัญหาใหม่ ๆ และการเลือกวิธีแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม ขณะที่ชม ภูมิภาค (2528: 59); จำเนียร ช่วงโชติ และคณะ (2525: 125) ได้อธิบายถึงความสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหา สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นพฤติกรรมของมนุษย์ที่มีขบวนการซับซ้อนที่สุดในการแก้ปัญหาคืออาศัยปัจจัยหลายอย่าง เช่น ความรู้ อารมณ์ ประสบการณ์ การจูงใจ ที่จะสามารถใช้ความคิดในสถานการณ์ต่าง ๆ และตีความตามทัศนคติของตนเองได้ ความสามารถในการแก้ปัญหามีความสำคัญ และจำเป็นสำหรับทุกคน เพราะต้องนำไปใช้ในชีวิตประจำวันที่เป็นสถานการณ์จริง ดังนั้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาจึงเป็นสิ่งที่ช่วยส่งเสริมให้บุคคลได้ใช้วิธีการแก้ปัญหาอย่างฉลาดถูกต้องเหมาะสม และรวดเร็ว

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถถ่ายโยงไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เป็นสถานการณ์จริงได้ และความสามารถในการแก้ปัญหาของบุคคลนั้นแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับบุคลิกภาพทางสมอง ประสบการณ์ ความสนใจ สติปัญญา ความพร้อม แรงจูงใจ อารมณ์และสภาพแวดล้อม

## ๘. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

### ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

กู๊ด (Good 1959: 7) กล่าวถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า “หมายถึงความสามารถในการแสดงออกซึ่งความรู้ และทักษะที่ได้เรียนไป” ขณะที่ ฮูเซน และเนวิลล์ (Husen and Neville 1985: 35) ได้ให้ความคิดเห็นว่า “ผลสัมฤทธิ์เป็นคำที่มีความหมายกว้าง ซึ่งพอจะประมาณได้ว่า เป็นผลสะท้อนของความรอบรู้ และการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในระหว่างที่ทักษะและความรู้กำลังพัฒนา” และไพศาล หวังพานิช (2528: 76) กล่าวว่า “ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คุณลักษณะและความสามารถของบุคคลอันเกิดจากการเรียนการสอน เป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและประสบการณ์การเรียนรู้ที่เกิดจากการฝึกอบรมหรือจากการสอน การวัดผลสัมฤทธิ์เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถหรือสัมฤทธิ์ผลของบุคคลภายหลังจากได้รับการฝึกอบรม” ดังนั้นผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน



คณิตศาสตร์จึงหมายถึงความสามารถในการแสดงออกซึ่งทักษะความรู้ทางคณิตศาสตร์  
ที่ได้เรียนไป อันจะวัดได้จากแบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

### พฤติกรรมกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทางด้านพุทธิพิสัย

วิลสัน (Wilson, 1971) ได้นำเอาการจำแนกจุดประสงค์ทางการศึกษาของ บลูม  
และคณะ (Bloom et al.) มาแบ่งพฤติกรรมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทางด้านพุทธิพิสัย  
(Cognitive Domain) ออกเป็น 4 ระดับ ได้ดังนี้

1) ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้  
ถือว่าเป็นระดับที่ต่ำสุดแบ่งออกได้เป็น 3 ชั้น คือ

1.1) ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts)  
ความรู้ความจำเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาในรูปหรือแบบเดียวกับที่ผู้เรียนได้รับจากการเรียนการสอน  
มาแล้ว นอกจากนี้ยังรวมถึง ความรู้พื้นฐาน ซึ่งผู้เรียนต้องนำมาใช้เสมอ

1.2) ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology)  
เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์ และบอกความหมายของคำศัพท์ นิยามต่างๆ  
ตามที่ได้เคยเรียนมาแล้ว โดยไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณแต่อย่างใด และไม่ต้องการหา  
ความรู้อื่นมาช่วย

1.3) ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to carry  
out algorithms) หมายถึง ความสามารถที่จะนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาดำเนินการตาม  
กระบวนการของการคิดคำนวณ ในขั้นนี้มิได้มุ่งหมายให้ผู้เรียนคิดหากระบวนการคิดคำนวณ  
แบบใหม่ด้วยตนเอง

2) ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึงความสามารถในการนำความรู้  
ที่รู้แล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์ หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความสรุปความ  
และขยายความได้ การวัดพฤติกรรมระดับนี้แบ่งเป็น 6 ชั้น คือ

2.1) ความรู้เกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of concepts) หมายถึงความ  
สามารถในการสรุปความหมาย ของสิ่งที่ได้เรียนมาตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำ  
ข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่เรียนรู้อาสัมพันธ์กันโดยการนำมาสรุปความหมายของสิ่งนั้น  
อีกครั้งหนึ่ง หรืออาจจะกล่าวได้ว่ามโนคติเป็นเขตของสิ่งที่เกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง

2.2) ความรู้เกี่ยวกับหลักการ กฎ และการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Knowledge  
of principles, rules and generalization) เป็นความสัมพันธ์ระหว่างมโนคติและตัวปัญหา

ซึ่งผู้เรียนควรจรรยาหลังจากที่เรียนเรื่องนั้นจบไปแล้ว คำถามในระดับนี้บางครั้งอาจเป็นการวัดพฤติกรรมในขั้นการวิเคราะห์ก็ได้ ถ้าหากคำถามนั้นเป็นคำถาม เกี่ยวกับหลักและกฎที่ผู้เรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก

2.3) ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical structure) หมายถึงการถามเพื่อวัดความสามารถในการมองเห็นส่วนประกอบย่อยของข้อความทางด้านคณิตศาสตร์ตามลักษณะที่มุ่งหวัง ส่วนใหญ่จะเป็นคำถามเกี่ยวกับศัพท์ และนิยามในคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2.4) ความสามารถในการแปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง (Ability of transform problem elements from one mode to another) หมายถึงความสามารถในการเปลี่ยนข้อความให้เป็นสัญลักษณ์ หรือสมการในขั้นนี้มิได้รวมถึงการคิดคำนวณหาคำตอบจากสมการนั้น

2.5) ความสามารถในการดำเนินตามเหตุผล (Ability of follow a line of reasoning) คณิตศาสตร์ส่วนมากอยู่ในรูปของการอนุมาน (Deductive format) ดังนั้น การที่จะเข้าใจบทความหรือผลงานทางคณิตศาสตร์ จึงต้องอาศัยความสามารถในการดำเนินตามแนวเหตุผลที่อ่าน

2.6) ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a mathematics problem) หมายถึงความสามารถในการอ่านและตีความจากโจทย์ ความสามารถระดับนี้รวมทั้ง การแปลความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ ตลอดจนการแปลสมการ หรือตัวเลขให้เป็นรูปภาพ

3) การนำไปใช้ (Appliciation) เป็นการนำความรู้ กฎหลักการ ข้อเท็จจริง ทฤษฎี ฯลฯ ที่ได้เรียนรู้อย่างสิ้นไปแก้ปัญหาใหม่ให้เป็นผลสำเร็จ ทั้งนี้โจทย์ปัญหาที่ใช้วัดในระดับนี้จะต้องไม่ใช่โจทย์ข้อเดิมที่อยู่ในแบบฝึกหัด หรือเคยทำมาแล้ว การวัดพฤติกรรมระดับนี้แบ่งเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

3.1) ความสามารถในการแก้ปัญหาธรรมดา (Ability to solve routine problem) ปัญหาธรรมดาหมายถึงปัญหาคล้ายกับปัญหาที่เคยเรียนมาแล้วในห้องเรียน โดยที่ผู้เรียนจะต้องจัดรูปของพฤติกรรมขั้นความเข้าใจ และการใช้กระบวนการเพื่อที่จะแก้ปัญหา

3.2) ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparisons) หมายถึง การถามที่คาดหวังให้ผู้เรียนนึกถึงรายละเอียดที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ เช่น มโนคติ

กฎ ศัพท์ นิยามของข้อมูล 2 ชุด เพื่อค้นพบความสัมพันธ์เปรียบเทียบ และนำมาสรุปในการตัดสินใจ

3.3) ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการแยกแยะ จำแนก ปัญหาใจหายออกเป็นส่วนย่อย ว่ามีความจำเป็นหรือไม่ในการนำไปใช้แก่ปัญหาใจหาย

3.4) ความสามารถในการมองเห็นรูปแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to recognize patterns isomorphisms and symmetrics) พฤติกรรมในขั้นนี้จะเกี่ยวกับการระลึกถึงข้อมูล แปลงปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล ระลึกถึงความสัมพันธ์ จะเป็นการถามคำถามให้ผู้เรียนหาสิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้ หรือจากปัญหาที่กำหนดขึ้น

4) การวิเคราะห์ (Analysis) พฤติกรรมในขั้นนี้ถือว่าพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในด้านหุทธิพิสัย ผู้เรียนที่ตอบปัญหาที่วัดพฤติกรรมขั้นนี้ได้ต้องมีความสามารถในระดับสูง จะเป็นการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา หรือใจหายปัญหาที่ไม่คุ้นเคยกับที่รู้มาก่อน โดยไม่เคยฝึกทำมาก่อน แต่ทั้งนี้มิได้หมายความว่าใจหายปัญหานั้นจะอยู่นอกขอบข่ายเนื้อหาวิชาที่เคยเรียนมา ดังนั้นการแก้ปัญหาจึงครอบคลุมความรู้ความสามารถในสามขั้นที่กล่าวมา รวมทั้งมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เพื่อสามารถค้นพบวิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหาใจหายนั้น ๆ ได้ พฤติกรรมในขั้นนี้แบ่งออกเป็น 5 ขั้นย่อยคือ

4.1) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา (Ability to solve nonroutine problem) หมายถึงความสามารถในการถ่ายโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว ไปสู่เนื้อหาใหม่ ซึ่งผู้เรียนต้องแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ สำรวจว่ารู้อะไรบ้างในแต่ละตอน รวมทั้งการเรียนรู้สัญลักษณ์ใหม่เพื่อนำไปสู่คำตอบ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ส่วนมากเป็นปัญหาสถานการณ์ด้วย จะนำกระบวนการคิดคำนวณมาใช้โดยตรงไม่ได้ ต้องพยายามหาวิธีการใหม่

4.2) ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) หมายถึง ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ใหม่ หรือนำสัญลักษณ์จากสิ่งที่กำหนดให้ มาสร้างสูตรใหม่ด้วยตนเอง หรือเพื่อนำมาใช้ประโยชน์ในการหาคำตอบ

4.3) ความสามารถในการแสดงพิสูจน์ (Ability to construct proofs) หมายถึงความสามารถในการพิสูจน์ด้วยตนเอง ซึ่งไม่เหมือนกับความสามารถในการพิสูจน์ขั้นนำไปใช้โดยผู้ตอบจะต้องอาศัยนิยามและทฤษฎีต่าง ๆ เข้ามาช่วยแก้ปัญหา

4.4) ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ (Ability to criticize proofs) สามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ การพิสูจน์ เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์แต่เป็นความสามารถที่ยู่ยากซับซ้อนกว่าการเขียนการพิสูจน์ เพราะจะต้องใช้เหตุผลว่าการพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดบ้าง

4.5) ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to formulate and validate generalization) หมายถึงความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และเขียนการพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่ค้นพบ ข้อคำถามจะให้แสดงความสมเหตุสมผล

จากการวิเคราะห์พฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางด้านพุทธิพิสัยในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งเสนอโดยวิลสันข้างต้นนี้ นำมาใช้ในการสร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ให้เป็นไปตามจุดมุ่งหมายวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ฉบับปรับปรุง, 2538) ที่กำหนดไว้ดังนี้

1. เพื่อให้มีความรู้และเข้าใจทฤษฎีทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น
  2. เพื่อให้รู้หลักวิชาสถิติซึ่งใช้เป็นพื้นฐานทางวิชาชีพ
  3. เพื่อให้สามารถคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของสถิติได้อย่างถูกต้อง
  4. เพื่อนำไปใช้ในวิชาชีพและเป็นพื้นฐานการศึกษาต่อระดับสูง
  5. เพื่อปลูกฝังส่งเสริมให้เป็นคนมีเหตุผล ละเอียดรอบคอบ มีระเบียบในการคิดคำนวณแบบวิธีการทางวิทยาศาสตร์ อันจะเป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ
๘. เพื่อฝึกให้ผู้เรียนเกิดทักษะและกิจนิสัยในการวิเคราะห์ตัวเลข เข้าใจถึงความหมายที่แท้จริงและนำตัวเลขที่คำนวณไว้ ไปประยุกต์ใช้กับงานในธุรกิจประจำวัน

## 10. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 10.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทั้งในประเทศและต่างประเทศ วิเคราะห์และสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2 แสดงผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ การแก้ปัญหาจากต่างประเทศ

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
Webb 1975	การสำรวจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง
Hall 1977	ความสัมพันธ์ระหว่างผลของการสอน การวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5	- ผู้เรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์สูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ต่ำ
Sherman 1979	ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเตรียมพร้อมในการแก้ปัญหา ความสามารถในการเสนอวิธีการแก้ปัญหา และความสามารถในการประเมินผลการแก้ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	- ความสามารถทั้งสามอย่างต่างมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
Sandra, Pryor and Clarkson 1979	ความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นปีที่หนึ่ง	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. การแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ มีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา</li> <li>2. คนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกันมีความสามารถในการแก้ปัญหต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ</li> </ol>

## ตารางที่ 2 (ต่อ)

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
Putt 1979	ปัจจัยที่มีผลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เมื่อใช้วิธีสอนด้วยวิธีการแก้ปัญหากับการแก้ปัญหด้วยตนเอง ของนักเรียนชั้นปีที่ห้า	ผลสัมฤทธิ์ในด้านการแก้ปัญหามีความแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ
French 1990	การใช้แบบทดสอบวัด MWPS T (Mathematical World Problem solving Test) ในการศึกษาการแก้ปัญหาด้านความรู้ความคิดรวบยอด การดำเนินการ และกลวิธีในการแก้ปัญห ของนักเรียนระดับ 4, 5 และ 6	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ความสามารถในการแก้ปัญหาลงขึ้น ตามระดับของความรู้ ด้านความคิดรวบยอด</li> <li>2. ผู้เรียนประสบความสำเร็จยาก กับ ปัญหาที่ต้องใช้การคิดคำนวณเกิน 1 ชั้น</li> <li>3. กลวิธีการแก้ปัญหของผู้เรียนส่วนใหญ่จะมีการดำเนินการ 4 ด้าน คือ การตรวจสอบคำถาม การเลือกแผน การสร้างตัวแทนปัญหา และการดำเนินการตามแผน และผู้เรียนเก่ง จะมีการให้ความกระจ่างในเป้าหมาย</li> </ol>
Pressley 1988	ผลการใช้ Good Strategy User Model ในการฝึกเพื่อพัฒนาการคิดของนักเรียนระดับประถม	- ผู้ที่ประสบความสำเร็จในการเรียนต้องมีข้อมูลหรือความรู้ที่จัดเป็นระบบ มีความรู้ในเรื่องกลวิธีการคิด และมีโปรแกรมในการตรวจสอบกลวิธีการคิดที่จะทำให้บรรลุเป้าหมาย

## ตารางที่ 2 (ต่อ)

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
Guernon 1989	ผลการสอนการแก้ปัญหาลักษณะตรงจุดภายใต้ระบบการควบคุมด้านเมตาคognition ต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับ 8 แบ่งเป็น 3 กลุ่มคือ 1. การสอนแก้ปัญหาลักษณะตรงจุด 2. การสอนแก้ปัญหาลักษณะอื่น ๆ อย่างแต่ไม่ได้รับการสอนแบบตรงจุด 3. การสอนตามปกติ	- ผู้เรียนในกลุ่มที่ 2 มีความสามารถในการแก้ปัญหาลักษณะสูงกว่ากลุ่มที่ 3 และกลุ่ม 1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาลักษณะสูงที่สุด นั่นคือการฝึกให้ผู้เรียนแก้ปัญหาลักษณะโดยเน้นการควบคุมการคิดของตนเอง ฝึกการคิดแบบตรงจุดมีผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาลักษณะ
Gage 1990	ผลของการรู้ความหมายคำต่อความสามารถในการแก้ปัญหาลักษณะของนักเรียนระดับหก	- ผู้เรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงหรือต่ำที่ผ่านการฝึกทักษะการเข้าใจหรือการเข้าใจความหมายคำมีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาลักษณะสูงกว่าผู้เรียนที่ไม่ได้รับการฝึกฝนอย่างมีนัยสำคัญ
Potempa 1990	ความสัมพันธ์ทักษะการคิดคำนวณกับความสามารถในการแก้ปัญหาลักษณะ	ทักษะการคิดคำนวณมีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหาลักษณะ

สรุปงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาลักษณะต่างประเทศดังนี้

1. ระดับการศึกษาที่เกี่ยวข้องในการศึกษาดังแต่ประถมศึกษาขึ้นไป
2. ความสามารถในการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กับความสามารถทางด้านอื่น ๆ ของผู้เรียน เช่น ความสามารถในการวิเคราะห์ ความสามารถในการคำนวณ ความสามารถในการแปลความหมายใจหัย รวมทั้งส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
3. ผู้สอนควรคำนึงถึงวิธีสอน กลวิธีการคิด ความแตกต่างของผู้เรียน ปัญหาที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน เช่นใช้วิธีการสอนแก้ปัญหาลักษณะตรงจุด และใช้ Good Strategy User Model ในการฝึกการคิด รวมทั้งศึกษาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาลักษณะดีขึ้น

ตารางที่ 3 แสดงผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาในประเทศ

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
อนันต์ จันทรกี 2521	แนวทางการแก้ปัญหากับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	<p>1. นักเรียนชายเลือกใช้แนวทางการแก้ปัญหาด้านการวิเคราะห์สูงที่สุดส่วนนักเรียนหญิงเลือกใช้ด้านความรู้ ความจำสูงที่สุด และทั้งสองเพศเลือกใช้แนวทางการแก้ปัญหาด้านการนำไปใช้ต่ำสุด</p> <p>2. นักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีแนวทางการแก้ปัญหาด้านความรู้ ความจำ ความเข้าใจการนำไปใช้ไม่แตกต่างกันส่วนด้านการวิเคราะห์นั้น นักเรียนชายเลือกใช้มากกว่านักเรียนหญิง</p>
สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ 2521	การเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนตามหลักสูตร สสวท.	<p>- นักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ของ สสวท. เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาทางด้านความรู้ ความจำ เกี่ยวกับการคิดคำนวณสูงสุดรองลงมาคือด้านความเข้าใจ และด้านการนำไปใช้ตามลำดับ</p>
จรรยา ภูอุดม 2524	ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	<p>1. ความสามารถในการแก้ปัญหา มีความสัมพันธ์ในทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน</p> <p>2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้สูงและต่ำ มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01</p>



## ตารางที่ 3 (ต่อ)

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
<p>แนนน้อย ทองธวัช 2526</p>	<p>ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำและความสามารถในการใช้นิยาม และทฤษฎีบทกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4</p>	<p>- ความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำ และความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีบทมีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา</p>
<p>ทัศนี โรจนรวิวงศ์ 2530</p>	<p>การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เขตการศึกษา 2</p>	<p>- ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำมาก โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 43.53 ผู้เรียนในโรงเรียนรัฐบาลมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าโรงเรียนเอกชนสอนศาสนาอิสลาม</p>
<p>บุรวัฒน์ คล้ายมงคล 2533</p>	<p>การศึกษากระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 8 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง</p>	<p>1. ผู้เรียนส่วนใหญ่มีกระบวนการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนคือการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา การวางแผนแก้ปัญหาคำแนะนำตามแผนแก้ปัญหาลำดับขั้นตอน 2. ผู้เรียนมีวิธีการเปรียบเทียบวิธีการทางเลือกที่มากที่สุดคือการเขียนรายงาน การลองผิดลองถูก แต่ผู้เรียนที่มีวิธีการคิดย้อนหลังมีจำนวนน้อยและผู้เรียนยังขาดวิธีการสร้างตาราง</p>

## ตารางที่ 3 (ต่อ)

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
สิริมาศ สิทธิหล่อ 2535	การพัฒนาวิธีการวัดกระบวนการ แก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์โดยใช้ วิธีการคิดออกเสียงของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. วิธีการวัดกระบวนการแก้ ปัญหา โดยวิธีการคิดออกเสียง มีความตรงเชิงเกณฑ์</li> <li>2. ผู้เรียนกลุ่มเก่งจะแสดง พฤติกรรมแก้ปัญหาก็อบ ทุกขั้นตอน ในขณะที่กลุ่ม ปานกลาง และกลุ่มอ่อน แสดงพฤติกรรมไม่ครบทุกขั้น ตอนและกลุ่มเก่งแสดง พฤติกรรมการคิดออกเสียงที่ ให้ข้อมูลมากกว่า</li> </ol>
สุพิศ ก้าวสุวรรณ 2535	การเปรียบเทียบกระบวนการแก้ ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ช่วงอุตสาหกรรมระดับ ประกาศนียบัตรวิชาชีพที่มี ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์แตกต่างกัน	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ผู้เรียนกลุ่มเก่งมีคะแนน กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่ม ปานกลาง และกลุ่มอ่อนทุก ขั้นตอน</li> <li>2. ผู้เรียนกลุ่มปานกลาง มี คะแนนกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มอ่อน ในชั้นวางแผนแก้ปัญหานั้น ดำเนินการตามแผน ชั้นตรวจ สอบวิธีการและคำตอบ</li> <li>3. ผู้เรียนกลุ่มอ่อนมีคะแนน กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่า กลุ่มปานกลางในชั้นทำความเข้าใจปัญหา</li> </ol>

สรุปงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาในประเทศดังนี้

1. ระดับการศึกษาที่เกี่ยวข้องในการศึกษาวิจัยตั้งแต่มัธยมศึกษาขึ้นไป
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำ ความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีบท มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา
3. องค์ประกอบของตัวแปรต่าง ๆ มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา เช่น ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สถานศึกษาที่สอน ขั้นตอนกระบวนการในการแก้ปัญหา ความชำนาญในการแก้ปัญหา เป็นต้น
4. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้เรียนส่วนใหญ่ ใช้วิธีการแก้ปัญหาด้านความรู้ ความจำ มาก รองลงมาคือ ด้านความเข้าใจ และการนำไปใช้ นอกจากนี้ในขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ผู้เรียนมีกระบวนการไม่ครบทุกขั้นตอนซึ่งแต่ละขั้นตอนมีความสัมพันธ์และส่งผลกระทบต่อความสามารถแก้ปัญหาอย่างมากคือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน และแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## 10.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ วิเคราะห์และสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4 แสดงผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
Huggins 1966	การศึกษาอิทธิพลของการฝึกทักษะการคิดที่เฉพาะเจาะจงต่อการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนตามปกติกับการสอนโดยฝึกทักษะการคิดที่เฉพาะเจาะจง	การฝึกทักษะการคิดที่เฉพาะเจาะจงมีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาวาง
Battiste 19611	การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการสอนทักษะการคิดโดยตรงกับพัฒนาการทางสติปัญญา	การสอนทักษะการคิดมีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาวาง
เจ็ดศักดิ์ ไชวาสินธุ์ 2530	การฝึกสมรรถภาพทางสมองพื้นฐานเพื่อพัฒนาคุณภาพการคิดในระดับประถมศึกษา	1. การสอนเพื่อพัฒนาคุณภาพการคิดระดับสูงกว่าความสามารถสอนได้ทั้งวิธีการสอนปกติและวิธีฝึกสมรรถภาพทางสมอง 2. การฝึกสมรรถภาพทางสมองช่วยส่งเสริมการเรียนรู้หรือคุณภาพการคิดของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพดีขึ้นได้

สรุปงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์

1. ระดับการศึกษาที่เกี่ยวข้องในการศึกษาวิจัยตั้งแต่ระดับประถมศึกษาขึ้นไป
2. ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์

๑. ผู้เรียนที่ฝึกสมรรถภาพสมองอย่างสม่ำเสมอจะช่วยส่งเสริมคุณภาพการคิด  
ของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น

### 10.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่าง  
ประเทศสรุปได้ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 5 แสดงผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
Tewari 1980	อิทธิพลของตัวแปรต่าง ๆ ที่มีต่อ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์	ภูมิหลังทางคณิตศาสตร์มีอิทธิพล โดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์
บูรวัฒน์ คล้ายมงคล 2534	การศึกษากระบวนการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ ๖ ที่มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนสูง	ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มี ผลต่อความสามารถในการแก้ ปัญหาคณิตศาสตร์
สุนันทา ประไพทรชกุล 2535	การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิง สาเหตุระหว่างตัวแปรคิดสรร ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยม ศึกษาปีที่ ๑	ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นตัวแปรที่มีอิทธิพลทางตรง ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์
อุษา คงทอง 2538	ผลของสำนักทางด้านจำนวนและ ตัวแปรคิดสรรที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น	ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ส่งผลทางอ้อมผ่านความสามารถ ในการแก้ปัญหาและมาสู่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์

สรุปงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ระดับการศึกษาที่เกี่ยวข้องในการศึกษาวิจัยตั้งแต่มัธยมศึกษาขึ้นไป
2. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา  
คณิตศาสตร์และส่งผลทางอ้อมต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและมาสู่  
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

### 10.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนตนเอง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนตนเอง ทั้งในประเทศและต่างประเทศ วิเคราะห์และสรุปได้ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 8 แสดงผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนตนเอง

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
Bryant and Budd 1982	ผลของการใช้วิธีการฝึกการสอนตนเองเพื่อสร้างพฤติกรรมการตั้งใจทำงาน กลุ่มตัวอย่าง: นักเรียนอายุ 4-5 ปี	- ผู้เรียนมีพฤติกรรมตั้งใจทำงานเพิ่มขึ้นและทำงานได้ถูกต้องมากขึ้นทั้งในสภาพการณ์ทดลองและในชั้นเรียน
Kazdin and Mascitelli 1982	- การเปรียบเทียบผลการฝึกการสอนตนเองและผลการให้ฝึกซ้อมพฤติกรรมโดยไม่ได้ฝึกการสอนตนเองเพื่อเพิ่มพฤติกรรมกล้าแสดงออก กลุ่มตัวอย่าง: บุคคลอายุ 17-57 ปี	- หลังการทดลอง และในระยะติดตามผล 8 เดือน มีเพียงกลุ่มที่ฝึกเป็นการบ้านที่มีพฤติกรรมกล้าแสดงออกมากกว่าก่อนทดลอง
Kendall and Wilcox 1980	- ประสิทธิภาพของการสอนตนเองแบบรูปแบบเปรียบเทียบกับการสอนตนเองแบบความคิดรวบยอดเพื่อเพิ่มพฤติกรรมการควบคุมตนเอง กลุ่มตัวอย่าง ผู้เรียนอายุ 8-12 ปี	1. กลุ่มที่ได้รับการสอนตนเองแบบรูปแบบธรรมและกลุ่มที่ได้รับการสอนตนเองแบบความคิดรวบยอด มีการควบคุมตนเองมากขึ้น 2. กลุ่มที่ฝึกการสอนตนเองแบบความคิดรวบยอดมีการควบคุมตนเองในระยะติดตามผลมากกว่าการสอนตนเองแบบรูปแบบธรรม

## ตารางที่ ๒ (ต่อ)

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
Relich, Debus and Walker 1988	ผลของการใช้กลวิธีฝึกการสอน ตนเอง และการปรับเปลี่ยนการ อนุมานสาเหตุ ด้วยการให้ข้อมูล ย้อนกลับต่อผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียน และการรับรู้ความสามารถ ของตนเองของนักเรียนที่ ช่วยเหลือตนเองไม่ได้	- กลุ่มที่ได้รับการฝึกการสอน ตนเอง ผ่านกระบวนการของ ตัวแบบ และกลุ่มที่ได้รับการฝึก การปรับเปลี่ยนการอนุมาน สาเหตุมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และการรับรู้ความสามารถของ ตนเองเพิ่มขึ้น
Mendola 1990	การศึกษาเปรียบเทียบผลของการ ฝึกการสอนตนเองโดยเพื่อน และ ผู้สอนต่อความถูกต้องในการทำ แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ และ การรับรู้ความสามารถของตนเอง ของนักเรียนวัยรุ่น	ผู้เรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนจาก ผู้สอนโดยตรงสามารถทำแบบ ฝึกหัดได้ถูกต้องและมีการรับรู้ ความสามารถของตนเองสูงกว่า ผู้เรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนจาก เพื่อนโดยตรง
จิตติมา กุมทอง 2538	ผลการสอนตนเองต่อการรับรู้ ความสามารถตนเอง และ ผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	ผู้เรียนที่ได้รับการสอนตนเองมี การรับรู้ความสามารถตนเอง และ ผลสัมฤทธิ์ ในวิชาคณิตศาสตร์ เพิ่มขึ้น

### สรุปงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนตนเอง

1. ระดับการศึกษาที่เกี่ยวข้องในการศึกษาวิจัยอยู่ในระดับใดก็ได้
2. การสอนตนเองช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และปรับความคิดของตนให้ถูกต้องและเหมาะสม แล้วใช้คำพูดตนเองกำกับความคิด และพฤติกรรมที่พึงประสงค์ให้เกิดขึ้นได้ เช่น พฤติกรรมตั้งใจเรียน พฤติกรรมกล้าแสดงออก การควบคุมตนเอง การรับรู้ความสามารถของตนเอง การทำแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

### 10.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบกลุ่ม

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบกลุ่มทั้งในประเทศและต่างประเทศ วิเคราะห์และสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ 7 แสดงผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบกลุ่ม

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
Webb 1977	ผลการเรียนรู้ของนักศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่เรียนรู้แบบรายบุคคล เรียนเป็นกลุ่มตามความสามารถแบบเหมือน และเรียนเป็นกลุ่มตามความสามารถแบบคล้อยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนระดับความสามารถสูงในกลุ่มตามความสามารถแบบคล้อยและที่เรียนรู้แบบรายบุคคลมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงพอๆ กัน แต่ในความสามารถแบบเหมือนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่า</li> <li>2. นักเรียนระดับความสามารถปานกลางในกลุ่มตามความสามารถแบบเหมือนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนรู้แบบรายบุคคล และกลุ่มที่เรียนรู้แบบรายบุคคลมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มตามความสามารถแบบคล้อย</li> <li>3. นักเรียนระดับความสามารถต่ำในกลุ่มตามความสามารถแบบคล้อยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนรู้แบบรายบุคคล และกลุ่มที่เรียนรู้แบบรายบุคคลมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มตามความสามารถแบบเหมือน</li> </ol>
Peterson and Janicki 1979	การศึกษาความถนัดทางการเรียนและปฏิสัมพันธ์ของนักเรียนระดับ 4, 5 และ 8 ที่เรียนเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น และเรียนเป็นกลุ่มเล็ก	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนที่มีความสามารถสูงและต่ำที่เรียนเป็นกลุ่มเล็ก มีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ดีกว่า นักเรียนที่เรียนเป็นกลุ่มใหญ่</li> </ol>

## ตารางที่ 7 (ต่อ)

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
<p>Webb and Cullian 1983</p> <p>สุรพล ประยงค์พันธ์ 2529</p>	<p>ศึกษาลักษณะของกลุ่มปฏิสัมพันธ์ของกลุ่มและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มเล็กของนักเรียนระดับ 7, 8 และ 9 โรงเรียนในลอสแอนเจลิส</p> <p>การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนเป็นกลุ่มใหญ่ ทั้งชั้นเป็นกลุ่มตามความสามารถและเรียนด้วยตนเอง</p>	<p>2. นักเรียนที่มีความสามารถสูงที่เรียนเป็นกลุ่มเล็กมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนเป็นกลุ่มใหญ่</p> <p>- นักเรียนในกลุ่มตามความสามารถแบบคลอมีแนวโน้มทำคะแนนสอบได้สูงกว่านักเรียนที่เรียนในกลุ่มตามความสามารถแบบเหมือน</p> <p>1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยตนเองสูงกว่าเรียนเป็นกลุ่มตามความสามารถและเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05</p> <p>2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนเป็นกลุ่มตามความสามารถ และเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05</p>
<p>ฉันทนา ยัญญลักษณ์ 2530</p>	<p>ผลการสอนโดยการใช้บทเรียนโปรแกรมเรียนเป็นคณะ กับบทเรียนโปรแกรมเรียนเป็นรายบุคคลที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความภูมิใจในตนเอง และความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2</p>	<p>- ผลสัมฤทธิ์ทางเรียนคณิตศาสตร์ที่เรียนจากการสอนโดยบทเรียนโปรแกรมเรียนเป็นคณะ สูงกว่าการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเรียนเป็นรายบุคคลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05</p>

## ตารางที่ 7 (ต่อ)

ผู้วิจัย	เรื่องที่ศึกษา	ข้อค้นพบ
บึงอร ขาวน้ำ 2533	การเปรียบเทียบปฏิสัมพันธ์ กลุ่มเล็ก และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มที่มี ความสามารถแบบเหมือนและแบบคล้อย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	1. นักเรียนมีความสามารถสูงที่เรียน ด้วยการจัดกลุ่มเล็กแบบเหมือน และแบบคล้อยมีผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ 0.05 2. นักเรียนที่มีความสามารถ ปานกลาง ต่ำ เรียนด้วย การจัดกลุ่มเล็กแบบเหมือน และคล้อยมีผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ 0.05

## สรุปงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบกลุ่ม

1. ระดับการศึกษาที่เกี่ยวข้องในการศึกษาวิจัยตั้งแต่ระดับ 4 ขึ้นไป
2. การเรียนการสอนแบบกลุ่มเล็ก ให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน โดยส่วนใหญ่พบว่าการเรียนการสอนแบบกลุ่มเล็กให้ผลสูงกว่าการเรียนการสอนแบบกลุ่มใหญ่ ทั้งชั้นในชั้นเรียนแบบปกติ
3. การเรียนการสอนแบบกลุ่มตามความสามารถแบบเหมือนและแบบคล้อย ให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่างกัน โดยส่วนใหญ่พบว่าการเรียนการสอนแบบกลุ่มตามความสามารถแบบคล้อยให้ผลสูงกว่ากลุ่มตามความสามารถแบบเหมือน

## 11. กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากการศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทำวิจัยในครั้งนี้พบว่าตัวแปรอิสระในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การสอนตนเองในการเรียนการสอนแบบรายบุคคล และการเรียนการสอนแบบกลุ่มมีความสัมพันธ์และเกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ รวมทั้งเมื่อนำมาศึกษาร่วมกับทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ควรส่งผลให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ดีขึ้น ดังนั้นผู้วิจัยได้นำข้อมูลทั้งหมดมาสร้างกรอบแนวคิดในการวิจัย เพื่อที่ผู้วิจัยได้พัฒนาเป็นรูปแบบการจัดการเรียนการสอนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้การสอนตนเอง กับการเรียนการสอนแบบรายบุคคล และแบบกลุ่ม ดังแผนภูมิที่ 5 ดังนี้



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### แผนภูมิที่ 5 แสดงกรอบแนวคิดในการวิจัย

