การประยุกต์ทฤษฎีบทผกผันของแมกซ์เวลล์และเบตตี ร่วมกับทฤษฎีฟังก์ชันบริบูรณ์ในปัญหาระนาบยืดหยุ่นเชิงเส้น

นายณัฐวัฒน์ โมษิตชัยวัฒน์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2542

ISBN 974-334-399-7

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I19083962

APPLICATION OF MAXWELL-BETTI'S RECIPROCAL THEOREM AND COMPLETE FUNCTION THEOREM IN PLANE LINEAR ELASTIC PROBLEMS

MR. NATTAWAT KOSITCHAIWAT

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Civil Engineering
Department of Civil Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 1999

ISBN 974-334-399-7

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประยุกต์ทฤษฎีบทผกผันของแมกซ์เวลล์และเบตตีร่วมกับทฤษฎีฟังก์ชันบริบูรณ์ในปัญหาระนาบยืดหยุ่นเชิงเส้น
โดย	นายณัฐวัฒน์ โมษิตชัยวัฒน์
ภาควิชา	วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.สุธรรม สุริยะมงคล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เริงเดชา รัชตโพธิ์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุธรรม สุริยะมงคล)

..... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์ฒิไชย)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ณัฐวัฒน์ โฆษิตชัยวัฒน์ : การประยุกต์ทฤษฎีบทผกผันของแมกซ์เวลล์และเบตตีร่วมกับทฤษฎีฟังก์ชันบริบูรณ์ในปัญหาระนาบยืดหยุ่นเชิงเส้น(APPLICATION OF MAXWELL-BETTI'S RECIPROCAL THEOREM AND COMPLETE FUNCTION THEOREM IN PLANE LINEAR ELASTIC PROBLEMS) อ. ที่ปรึกษา : รศ. ดร. สุธรรม สุริยะมงคล, 149 หน้า. ISBN 974-334-399-7.

ในงานวิจัยนี้ได้รวบรวมเอาชุดของฟังก์ชันซึ่งเป็นผลเฉลย(solution)ของสมการควบคุม(governing equation) ของปัญหาระนาบยืดหยุ่นเชิงเส้น(plane linear elastic problem) ซึ่งคาดว่าจะมีความบริบูรณ์(complete)เพียงพอที่จะใช้กับปัญหาทั่ว ๆ ไปในทางวิศวกรรม

เนื่องจากผลเฉลยเหล่านี้ให้ความเค้นที่อยู่ในสภาวะสมดุล(stress in equilibrium) และการกระจัดที่สอดคล้อง(compatible displacement) เมื่อนำมารวมกันเชิงเส้นเป็นระบบผลเฉลย(solution system)ก็ยังคงสภาวะสมดุลและการกระจัดที่สอดคล้องอยู่ดี และเมื่อแยกพิจารณาแต่ละพจน์ของระบบผลเฉลยเหล่านี้ว่าเป็นอีกระบบหนึ่งเรียกว่าระบบทดสอบ(trial system) ก็สามารถที่จะใช้ทฤษฎีบทผกผันของแมกซ์เวลล์และเบตตี(Maxwell-Betti's reciprocal theorem)ในการเขียนสมการงานผกผัน(reciprocal work equation)ระหว่างระบบผลเฉลยกับแต่ละระบบทดสอบ ได้เป็นจำนวนสมการเท่ากับจำนวนพจน์ในระบบผลเฉลยพอดี ซึ่งเป็นระบบสมการพีชคณิตเชิงเส้น(linear algebraic equation) จึงสามารถแก้หาค่าสัมประสิทธิ์ของแต่ละพจน์ในระบบผลเฉลยได้

ได้นำเสนอระบบผลเฉลยสำหรับปัญหาระนาบที่มีโดเมนแบบต่าง ๆ อันได้แก่ โดเมนข้างใน(interior domain) โดเมนข้างนอก(exterior domain) โดเมนวงแหวน(ring domain) ตลอดจน โดเมนวงแหวนหลายวง(multiple-ring domain) และได้หาผลเฉลยของตัวอย่างปัญหาถึงเจ็ดตัวอย่างซึ่งได้ครอบคลุมถึงปัญหาที่มีสภาวะโดเมนทุกรูปแบบข้างต้น อันได้แก่ ปัญหาของแผ่นวงกลมหรือทรงกระบอก แผ่นวงแหวนหรือท่อ แผ่นพื้นอนันต์หรือตัวกลางอนันต์(infinite plate or full space domain)ที่มีรูเจาะกลมรับแรงกระทำในทิศตั้งฉากหรือทิศเฉือน คานลึก คานลึกที่มีช่องเปิด และแผ่นรับแรงดึงที่มีรูเจาะกลมสองรู

ผลเฉลยที่ได้ในแต่ละตัวอย่างได้เปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นตรง(exact solution)เท่าที่มีปรากฏอยู่ หรือเปรียบเทียบกับผลเฉลยจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์(Finite Element method) พบว่าผลเฉลยที่ได้สอดคล้องกันเป็นอย่างดี ซึ่งในบางปัญหานั้นชุดฟังก์ชันสามารถให้ผลเฉลยที่เป็นผลเฉลยแม่นตรงได้เลยทีเดียว ในขณะที่บางปัญหาผลเฉลยที่ได้แม้จะเป็นผลเฉลยเชิงตัวเลขแต่ก็มีการลู่เข้า(converge)ของตัวเลข จึงอาจกล่าวได้ว่าชุดฟังก์ชันที่เสนอขึ้นเป็นชุดฟังก์ชันที่มีความบริบูรณ์เพียงพอที่จะนำไปใช้วิเคราะห์ปัญหาระนาบทางวิศวกรรมทั่ว ๆ ไปได้

ภาควิชา .....วิศวกรรมโยธา..... ลายมือชื่อนิสิต .....ณัฐวัฒน์ โฆษิตชัยวัฒน์.....

สาขาวิชา .....วิศวกรรมโยธา..... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....สุธรรม สุริยะมงคล.....

ปีการศึกษา 2542

4070270721 : MAJOR STRUCTURAL ENGINEERING

KEY WORD : COMPLETE / BETTI-MAXWELL / RECIPROCAL THEOREM / PLANE PROBLEM / INTERIOR DOMAIN PROBLEM / EXTERIOR DOMAIN PROBLEM / RING DOMAIN PROBLEM / MULTIPLE-RING DOMAIN PROBLEM

NATTAWAT KOSITCHAIWAT : APPLICATION OF MAXWELL-BETTI'S RECIPROCAL THEOREM AND COMPLETE FUNCTION THEOREM IN PLANE LINEAR ELASTIC PROBLEMS. THESIS ADVISOR : ASSO. PROF. SUTHUM SURIYAMONGKOL, D.Eng. 149 pp. ISBN 974-334-399-7.

In this study, an assortment of functions which are solutions of governing equations of plane linear elastic problems is investigated and collected to form a set expected to be complete enough for general engineering problems.

Since all solutions above provide stresses in equilibrium and compatible displacements, they can be linearly combined to become a solution system which still posses these properties. Each term of a solution system can be considered as another system called "trial system". A reciprocal work equation can be written for the "solution system" and each "trial system" based on Maxwell-Betti's reciprocal theorem thus forming a set of linear algebraic equations. These equations can be solved for the unknown coefficients assumed in the "solution system".

Seven plane problems of different types of domains ,i.e., interior domain, exterior domain, ring domain and multiple-ring domain are solved by this proposed method. Which are : circular plate or cylinder problem, circular ring plate or tube problem, infinite plate or full space domain problem subjected to uniform normal or shear stress in a circular hole, deep beam, deep beam with opening in and tension plate with two circular holes.

In each problem, the solution, when compared with existing exact solution or Finite Element method solution, is found to be in good agreement. In some cases exact solutions are obtained, others are in numerical forms which are convergent. Therefore the function sets that are proposed in this study may be considered as complete "enough" for plane problems in general engineering practice.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา .....วิศวกรรมโยธา..... ลายมือชื่อนิสิต ...ณัฐวัฒน์ โชมิตรัมวัฒน์.....

สาขาวิชา .....วิศวกรรมโยธา..... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ...สุธรรม สุริยมงคล...

ปีการศึกษา 2542

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงต่อ รองศาสตราจารย์ ดร. สุธรรม สุริยะมงคล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ท่านได้กรุณาอุทิศเวลาอันมีค่า เพื่อแนะแนวทาง ให้คำปรึกษา ให้กำลังใจ รวมทั้งได้ตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์อย่างละเอียดถี่ถ้วน จนกระทั่งสำเร็จลุล่วงโดยสมบูรณ์ พร้อมกับขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผศ. ดร. เวิงเดชา รัชตโพธิ์ และ อ.ดร. ธีรพงศ์ เสนจันทร์ฒิไชย ที่ได้กรุณาตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์จนสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ญาติผู้ใหญ่ทั้งหลายที่ให้การสนับสนุนทั้งด้านการเงินและด้านกำลังใจ จนผู้วิจัยสำเร็จการศึกษา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญตาราง ..... ฌ

สารบัญรูป ..... ญ

สัญลักษณ์ ..... ฏ

บทที่

1. บทนำ 1

1.1 บทนำและงานวิจัยที่ผ่านมา 1

2. การวิเคราะห์ทางทฤษฎี 4

2.1 สมการควบคุม(Governing Equations) 4

2.2 ผลเฉลยของสมการควบคุมในรูปของชุดฟังก์ชันที่บริบูรณ์ 11

2.3 การประยุกต์ทฤษฎีบทผกผันของแมกซ์เวลล์และเบตตี 16

3. เปรียบเทียบและสรุปผลวิเคราะห์ 20

3.1 ตัวอย่างที่ 1 20

3.2 ตัวอย่างที่ 2 28

3.3 ตัวอย่างที่ 3 35

3.4 ตัวอย่างที่ 4 41

3.5 ตัวอย่างที่ 5 46

3.6 ตัวอย่างที่ 6 51

3.7 ตัวอย่างที่ 7 55

4. บทสรุป 59

รายการอ้างอิง 61

ตารางและรูปประกอบ 62

ภาคผนวก 140

ภาคผนวก ก เปรียบเทียบผลเฉลยจากงานวิจัยกับผลเฉลยของเฮิร์ทซ์(Hertz's solution) ในตัวอย่างที่ 1 141

ภาคผนวก ข เปรียบเทียบผลเฉลยจากงานวิจัยกับผลเฉลยของทิโมเชงโก(Timoshenko's solution) ในตัวอย่างที่ 3 145

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

ภาคผนวก ค เปรียบเทียบผลเฉลยจากงานวิจัยกับผลเฉลยของทิโมเชงโก(Timoshenko's solution) ในตัวอย่างที่ 4..... 147

ประวัติผู้วิจัย 149

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

1. ค่าความเค้น และการกระจัด ของแต่ละพจน์ในชุดฟังก์ชันความเค้นของแอรี่[6] ตามสมการ(2.2.20).. 63
2. ความเค้นและการกระจัด ในระบบพิกัด (n,t) ที่สอดคล้องกับชุดฟังก์ชันความเค้นของแอรีจาก สมการ(2.2.20)..... 65
3. ค่าสัมประสิทธิ์ A_j และ B_j สำหรับตัวอย่างที่ 5. 68
4. ค่าสัมประสิทธิ์ A_j B_j C_j D_j และ E_j สำหรับตัวอย่างที่ 6. 69
5. ความเค้นหลัก(principal stress) ที่มุมช่องเปิดของคานสำหรับตัวอย่างที่ 6. 71
6. หน่วยแรงลัพธ์ที่แต่ละขอบของโดเมนในตัวอย่างที่ 6. 72
7. ค่าสัมประสิทธิ์ A_j B_j C_j D_j และ E_j สำหรับตัวอย่างที่ 7. 73

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
1.	สภาพสมดุลของชิ้นส่วนน้อยยิ่งในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน	75
2.	ทิศทางที่เป็นบวกของความเค้นและความเครียด ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน	76
3.	สภาพสมดุลของชิ้นส่วนน้อยยิ่งในระบบพิกัดเชิงขั้ว	77
4.	ทิศทางที่เป็นบวกของความเค้นและความเครียด ในระบบพิกัดเชิงขั้ว	78
5.	ความสัมพันธ์ระหว่างระบบพิกัดคาร์ทีเซียน กับระบบพิกัดเชิงขั้ว สำหรับปัญหาระนาบ	79
6.	โดเมนกรณีต่าง ๆ สำหรับปัญหาระนาบ	80
7.	ระบบพิกัด (n,t) สำหรับปัญหาระนาบ	82
8.	แรงกระทำและการกระจัดของระบบผลเฉลยและระบบทดสอบ	83
9.	ตัวอย่างที่ 1. แผ่นยืดหยุ่นรูปวงกลม	84
10.	หน่วยแรงต่าง ๆ บริเวณขอบของโดเมนสำหรับตัวอย่างที่ 1. เมื่อ $\beta=\pi/8$ และ $\alpha=\pi/4$	85
11.	ระบบพิกัดสำหรับผลเฉลยของเฮิร์ทซ์(Hertz's solution) ในตัวอย่างที่ 1	86
12.	ผลการวิเคราะห์ในตัวอย่างที่ 1 เมื่อ β มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ และ $\alpha=\pi/4$	87
13.	ตัวอย่างที่ 2. แผ่นยืดหยุ่นรูปวงแหวน	89
14.	การปรับแก้แรงเดี่ยว P ให้เป็นหน่วยแรงกระจายสม่ำเสมอที่มีแรงลัพธ์เท่ากับ P สำหรับตัวอย่างที่ 2	89
15.	หน่วยแรงต่าง ๆ บริเวณขอบของโดเมนในตัวอย่างที่ 2. เมื่อ $\beta=\pi/8$	90
16.	ผลการวิเคราะห์ในตัวอย่างที่ 2 เมื่อ β มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ และ $b/a=0.5$	91
17.	ระยะการหดตัวตามแนวแรงของวงแหวนปรับเทียบ(proving ring)	92
18.	ตัวอย่างที่ 3. แผ่นยืดหยุ่นมีพื้นที่อนันต์และรับหน่วยแรงตั้งฉากในรูเจาะรูปวงกลม	93
19.	หน่วยแรงต่าง ๆ ที่ขอบของโดเมน ในตัวอย่างที่ 3. เมื่อ $\beta=\pi/8$	94
20.	ระบบพิกัดสำหรับผลเฉลยเฉพาะที่แรงกระทำเป็นแรงเดี่ยว P ของปัญหาในตัวอย่างที่ 3	95
21.	ผลการวิเคราะห์ในตัวอย่างที่ 3. เมื่อ β มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ $\nu=0.25$ และ เป็นปัญหาระนาบทางความเค้น	96
22.	ตัวอย่างที่ 4. แผ่นยืดหยุ่นมีพื้นที่อนันต์และรับหน่วยแรงเฉือนในรูเจาะรูปวงกลม	98
23.	หน่วยแรงต่าง ๆ ที่ขอบของโดเมนในตัวอย่างที่ 4 เมื่อ $\beta=\pi/8$	99
24.	ระบบพิกัดสำหรับผลเฉลยเฉพาะที่แรงกระทำเป็นแรงเดี่ยว P ของปัญหาในตัวอย่างที่ 4	100
25.	ผลการวิเคราะห์ในตัวอย่างที่ 4. เมื่อ β มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ $\nu=0.25$ และ เป็นปัญหาระนาบทางความเค้น	101
26.	ตัวอย่างที่ 5. คานช่วงเดียวรับหน่วยแรงกระจายสม่ำเสมอที่ขอบบน	103

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่		หน้า
27.	แบบจำลองและการแบ่งจำนวนชิ้นส่วนด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์โดยใช้โปรแกรม STADD III ของคานช่วงเดียวสำหรับกรณีที่ $b/a = 1$ และ $d/a = 0.1$ ของตัวอย่างที่ 5	104
28.	ผลการวิเคราะห์ในตัวอย่างที่ 5. เมื่อกำหนดให้ $b/a = 1$ และ $d/a = 0.1$	105
29.	ตัวอย่างที่ 6. คานช่วงเดียวมีช่องเปิดที่กึ่งกลาง และรับหน่วยแรงกระจายสม่ำเสมอที่ขอบบน	112
30.	ทิศทางของระบบพิกัด (n,t) ที่ขอบต่าง ๆ ของโดเมนในตัวอย่างที่ 6	113
31.	แบบจำลองและการแบ่งจำนวนชิ้นส่วนด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์โดยใช้โปรแกรม STADD III ของคานช่วงเดียวมีช่องเปิด สำหรับกรณีที่ $b/a = 1$, $d/a = 0.1$, $e/a = 0.3$ และ $f/a = 0.3$ ของตัวอย่างที่ 6	114
32.	ผลการวิเคราะห์ในตัวอย่างที่ 6. เมื่อกำหนดให้ $b/a = 1$, $e/a = f/a = 0.3$ และ $d/a = 0.1$	115
33.	ตัวอย่างที่ 7. แผ่นยืดหยุ่นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีรูเจาะรูปวงกลมสองรูและรับหน่วยแรงดึงตามแนวแกน	131
34.	ผลการวิเคราะห์ในตัวอย่างที่ 7. เมื่อกำหนดให้ $a/b = 2$, $d/b = 1$ และ $e/b = 0.5$	132
35.	แผ่นยืดหยุ่นพื้นที่อนันต์มีรูเจาะรูปวงกลมอยู่หนึ่งรู รับแรงดึงตามแนวแกนที่ระยะอนันต์	137
36.	ผลการวิเคราะห์ในตัวอย่างที่ 7. เมื่อกำหนดให้ $a/b = 2$, $d/b = 1$ และ $e/b = 0.05$	138
37.	ผลการวิเคราะห์ในตัวอย่างที่ 7. เมื่อกำหนดให้ $a/b = 2$ และ $d/b = 1$	139

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สัญลักษณ์

a = รัศมีของแผ่นยืดหยุ่นรูปวงกลม ของแผ่นยืดหยุ่นรูปวงแหวน และของช่องเปิดในแผ่นยืดหยุ่นพื้นที่อนันต์ ความกว้างของคาน และความยาวของแผ่นยืดหยุ่นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

A_j = สัมประสิทธิ์ของระบบผลเฉลย

b = รัศมีภายในของแผ่นยืดหยุ่นรูปวงแหวน ความลึกของคาน และความกว้างของแผ่นยืดหยุ่นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

B_j = สัมประสิทธิ์ของระบบผลเฉลย

B_r = แรงตัว(body force)ในแนวรัศมี

B_θ = แรงตัว(body force)ในแนวตั้งฉากกับรัศมี

C_j = สัมประสิทธิ์ของระบบผลเฉลย

d = ระยะการกระจายตัวของหน่วยแรงปฏิกิริยาสม่ำเสมอของคาน และระยะระหว่างกึ่งกลางของแผ่นยืดหยุ่นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากับกึ่งกลางช่องเปิด

D_j = สัมประสิทธิ์ของระบบผลเฉลย

e = ความกว้างของช่องเปิดในคาน และรัศมีของช่องเปิดในแผ่นยืดหยุ่นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

E_j = สัมประสิทธิ์ของระบบผลเฉลย

f = ความลึกของช่องเปิดในคาน

H_n = สัญลักษณ์แทนการบังคับ(prescribe)ค่า σ_{nn} หรือ u_n ที่ตำแหน่งใด ๆ ของขอบโดเมน ซึ่งจะมีค่าเท่ากับหนึ่งถ้ามีการบังคับค่า σ_{nn} และ เท่ากับศูนย์ถ้ามีการบังคับค่า u_n

H_t = สัญลักษณ์แทนการบังคับ(prescribe)ค่า σ_{nt} หรือ u_t ที่ตำแหน่งใด ๆ ของขอบโดเมน ซึ่งจะมีค่าเท่ากับหนึ่งถ้ามีการบังคับค่า σ_{nt} และ เท่ากับศูนย์ถ้ามีการบังคับค่า u_t

i = จำนวนเชิงซ้อนเท่ากับ $\sqrt{-1}$ หรือ ดรรชนีสำหรับระบบทดสอบ

j = ดรรชนีสำหรับระบบผลเฉลย

k = ดรรชนีสำหรับแต่ละช่องเปิดในปัญหาโดเมนวงแหวนหลายวง(multiple-ring domain problem)

m = ตัวแปรในสมการ

n = จำนวนเต็ม

N = พจน์สุดท้ายในระบบผลเฉลย

P = ขนาดของแรงเดี่ยวที่กระทำกับแผ่นยืดหยุ่นรูปวงกลม กระทำกับแผ่นยืดหยุ่นรูปวงแหวน และกระทำกับช่องเปิดในแผ่นยืดหยุ่นพื้นที่อนันต์

u = การกระจัดในแนวแกน x

u_n = การกระจัดในแนวแกน n

u_r = การกระจัดในแนวรัศมี

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สัญลักษณ์(ต่อ)

u_θ	=	การกระจัดในแนวตั้งฉากกับรัศมี
u_t	=	การกระจัดในแนวแกน t
v	=	การกระจัดในแนวแกน y
V	=	ฟังก์ชันศักย์
X	=	แรงตัว(body force)ในแนวแกน x
Y	=	แรงตัว(body force)ในแนวแกน y
α	=	มุมแสดงตำแหน่งของแรงเดี่ยวกระทำกับแผ่นยืดหยุ่นรูปวงกลม
$\bar{\alpha}$	=	มุมที่วัดจากแกน $\theta = 0$ ไปยังแกน n ในทิศทางบวก
β	=	มุมแสดงถึงการกระจายของหน่วยแรงในแผ่นยืดหยุ่นรูปวงกลม ในแผ่นยืดหยุ่นรูปวงแหวน และในช่องเปิดของแผ่นยืดหยุ่นพื้นที่อนันต์
Δ	=	ระยะการหดตัวของวงแหวนปรับเทียบ(proving ring)
ϕ	=	ฟังก์ชันความเค้นของแอรี่(Airy's stress function)
Γ	=	สัญลักษณ์แทนเส้นขอบของโดเมน
κ	=	ตัวแปรในสมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด ซึ่งจะมีค่าเป็น $3-4\nu$ สำหรับปัญหาระนาบทางความเครียด(plane strain problem) หรือ $(3-\nu)/(1+\nu)$ สำหรับปัญหาระนาบทางความเค้น(plane stress problem)
μ	=	มอดุลัสแข็งเกร็ง(modulus of rigidity)
ν	=	อัตราส่วนของปัวส์ซอง(Poisson's ratio)
ε_{rr}	=	ความเครียดในแนวรัศมี
$\varepsilon_{r\theta}$	=	ความเครียดเฉือน
$\varepsilon_{\theta\theta}$	=	ความเครียดในแนวตั้งฉากกับรัศมี
ε_{xx}	=	ความเครียดในแนวแกน x
ε_{xy}	=	ความเครียดเฉือน
ε_{yy}	=	ความเครียดในแนวแกน y
σ_0	=	ขนาดของหน่วยแรงตั้งฉากที่กระทำกับคาน
σ_{nn}	=	ความเค้นตั้งฉากในแนวแกน n
σ_{nt}	=	ความเค้นเฉือน
σ_{tt}	=	ความเค้นตั้งฉากในแนวแกน t
σ_{rr}	=	ความเค้นตั้งฉากในแนวรัศมี
$\sigma_{r\theta}$	=	ความเค้นเฉือน
$\sigma_{\theta\theta}$	=	ความเค้นตั้งฉากในแนวตั้งฉากกับรัศมี

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สัญลักษณ์(ต่อ)

σ_{xx}	=	ความเค้นตั้งฉากในแนวแกน x
σ_{xy}	=	ความเค้นเฉือน
σ_{yy}	=	ความเค้นตั้งฉากในแนวแกน y
(n,t)	=	ระบบพิกัดเฉพาะที่ ซึ่งตั้งฉากและสัมผัสกับขอบของโดเมน มีจุดกำเนิดอยู่ ณ จุดต่าง ๆ บนขอบของโดเมน
(r,θ)	=	ระบบพิกัดเชิงขั้ว
(r_1,θ_1)	=	ระบบพิกัดเชิงขั้วเฉพาะที่
(r_2,θ_2)	=	ระบบพิกัดเชิงขั้วเฉพาะที่
(x,y)	=	ระบบพิกัดคาร์ทีเซียน
$\bar{}$	=	สัญลักษณ์แทนตำแหน่งขอบของโดเมน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย