

การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับโครงหลังคาเหล็กแบบโครงถักช่วงยาวที่มีพฤติกรรมไม่เชิงเส้น  
ทางเรขาคณิตโดยมีเงื่อนไขของเสถียรภาพในระนาบ

นาย ธนพล บัวมงคล

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา


คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2544

ISBN 974-03-0908-9

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

OPTIMUM DESIGN OF LONG SPAN STEEL ROOF TRUSSES WITH NONLINEAR GEOMETRIC  
BEHAVIOUR AND IN-PLANE STABILITY CONSTRAINT



Mr.Thanapon Buamongkol

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2001

ISBN 974-03-0908-9

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับโครงหลังคาเหล็กแบบ  
โครงถักช่วงยาวที่มีพฤติกรรมไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตโดยมีเงื่อนไขของ  
เสถียรภาพในระนาบ

โดย

นาย ธนพล บัวมงคล

สาขาวิชา

วิศวกรรมโยธา

อาจารย์ที่ปรึกษา

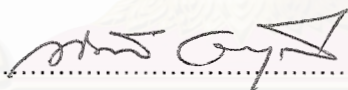
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เจริญเดชา รัชตโพธิ์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารบัณฑิต

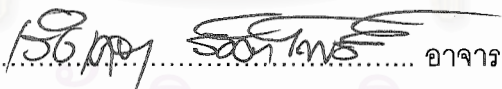


..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร. สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



..... ประธานกรรมการ  
(ศาสตราจารย์ ดร. ทักษิณ เทพชาติตรี)



..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เจริญเดชา รัชตโพธิ์)



..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชีรพงศ์ เสนอจันทร์มิไชย)



..... กรรมการ  
(อาจารย์ ดร. ธัญวัฒน์ โพธิ์ศิริ)

ธนพล บัวมงคล : การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับโครงหลังคาเหล็กแบบ  
โครงถักช่วงยาวที่มีพฤติกรรมไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตโดยมีเงื่อนไขของเสถียรภาพในระนาบ  
(OPTIMUM DESIGN OF LONG SPAN STEEL ROOF TRUSSES WITH NONLINEAR  
GEOMETRIC BEHAVIOUR AND IN-PLANE STABILITY CONSTRAINT)

อ. ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เริงเดชา รัชตโพธิ์, 87 หน้า. ISBN 974-03-0908-9.

งานวิจัยนี้เสนอวิธีการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับโครงหลังคาเหล็กแบบโครงถักซึ่ง  
พิจารณาผลของความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตและเสถียรภาพในระนาบของโครงสร้าง โดยมีหลักการ  
คือหาค่าความหนาแน่นของพลังงานความเครียด (strain energy density) ของแต่ละองค์อาคารซึ่งส่ง  
ผลต่อค่าการกระจัดโดยรวม จากนั้นปรับลดขนาดขององค์อาคารที่มีความหนาแน่นของพลังงาน  
ความเครียดต่ำ และเพิ่มขนาดขององค์อาคารที่มีความหนาแน่นของพลังงานความเครียดสูง ซึ่งชุดค่า  
ตอบที่เหมาะสมที่สุดคือชุดคำตอบที่ให้ค่าความหนาแน่นของพลังงานความเครียดเท่ากันในทุกองค์  
อาคาร แต่ชุดคำตอบที่ได้จากวิธีการนี้ยังมีข้อจำกัดได้ว่าเป็นชุดคำตอบที่ดีที่สุด ทั้งนี้เนื่องจากยัง  
ไม่ได้นำปัจจัยอื่นๆมาพิจารณาจนครบ เช่น หน่วยแรงคดง้าง ความไม่สมบูรณ์ ความน่าเชื่อถือ เป็นต้น

อนึ่งเนื่องจากหลักการของการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดคือการทำให้องค์อาคารมีขนาดเล็ก  
และเบาที่สุดเท่าที่จะทำได้ ซึ่งจะทำให้เสถียรภาพของโครงสร้างมีความสำคัญมากขึ้น จึงต้องตรวจ  
สอบเสถียรภาพนอกระนาบและกำหนดตำแหน่งค้ำยัน เพื่อป้องกันการสูญเสียเสถียรภาพนอกระนาบ  
และเพื่อรักษาคำตอบที่ได้จากการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดที่ได้จากการพิจารณาเสถียรภาพของโครง  
สร้างในระนาบแต่เพียงอย่างเดียวเอาไว้

งานวิจัยนี้มีตัวอย่างที่เป็นโครงซ้อหมุนเดี่ยวซึ่งมีความไม่เชิงเส้นสูง และได้พิจารณาโครงซ้อ  
หมุนที่เป็นโครงหลังคาในช่วง 30 ถึง 80 เมตร โดยมีโครงสร้างซึ่งเป็นโครงหลังคาของหอประชุม  
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ที่มีความยาวช่วง 64 เมตร จากการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดพบว่าต้องใช้  
ปริมาณวัสดุ 30.9 ตัน และต้องการค้ำยันที่บริเวณกลางช่วง ซึ่งโครงสร้างจริงใช้ปริมาณวัสดุ 32.9 ตัน  
แต่ถ้าลองเปรียบเทียบโดยรวมระบบโครงหลังคาของเข้าไปด้วย พบว่าโครงสร้างจริงใช้ปริมาณวัสดุ  
น้อยกว่าคำตอบที่ได้จากการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดประมาณ 4 เปอร์เซ็นต์

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา  
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา  
ปีการศึกษา 2544

ลายมือชื่อนิสิต.....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

## 4370320721 : MAJOR CIVIL ENGINEERING/STRUCTURAL ENGINEERING

KEY WORD: OPTIMUM DESIGN /GEOMETRICALLY NONLINEAR /STABILITY /ROOF TRUSSES /LONG SPAN

THANAPON BUAMONGKOL : OPTIMUM DESIGN OF LONG SPAN STEEL ROOF TRUSSES WITH NONLINEAR GEOMETRIC BEHAVIOUR AND IN-PLANE STABILITY CONSTRAINT. THESIS ADVISOR : ASST.PROF.ROENGDEJA RAJATABHOTHI, 87 pp. ISBN 974-03-0908-9.

This paper presents a method of design optimisation of steel roof trusses with nonlinear geometric and in-plane stability considerations. The strain energy density which is an index showing the contribution of each member to the total displacement can be evaluated. The material should be added to members with high strain energy density and removed from members with low strain energy density. Theoretically, the optimum design is obtained when all members have the same strain energy density. By using this method, however, the solution is not guaranteed to be absolutely optimum because not all variables were included in the optimised function such as residual stress, imperfection, reliability.

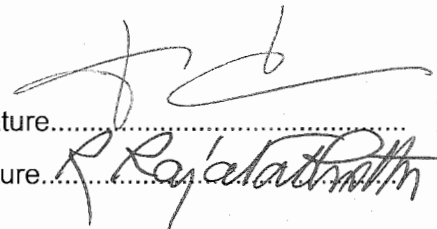
As the solution from the design optimisation tends to reduce the amount of required material, the role of structural stability becomes more important. The solution from in-plane optimisation must be checked for out-of-plane stability and the structure braced accordingly in order to maintain the validity of the in-plane solution.

Examples include a highly nonlinear shallow truss and plane roof trusses with span length ranging from 30 m to 80 m. One of these is a 64-m roof truss for the existing Chiang Mai University convention hall. By design optimisation, the required amount of steel is 30.9 tons excluding close bracing in the middle zone, as against 32.9 tons used in the actual truss. However, by estimated comparison, the actual truss including bracing turned out to be 4 percent lighter than that given by the optimised solution.

Department CIVIL ENGINEERING  
Field of study CIVIL ENGINEERING  
Academic year 2001

Student's signature.....

Advisor's signature.....



The image shows two handwritten signatures. The top signature is in black ink and appears to be 'Thanapon Buamongkol'. The bottom signature is in red ink and appears to be 'R. Rajatathorn'. Both signatures are written over the signature lines of the form.

## กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบพระคุณอย่างสูงต่อ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เริงเดชา รัชตโพธิ์ ซึ่งเป็น อาจารย์ที่ปรึกษา และ ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาติรี ที่กรุณาให้คำปรึกษาและเสนอแนะ แนวทางการวิจัย ตลอดจนตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์ ขอขอบพระคุณมรว.ศักติสาณ ชุมพล ที่ได้ ให้ความรู้เกี่ยวกับการออกแบบอย่างเหมาะสมและเอื้อเพื่อแบบก่อสร้างและรายการคำนวณโครง หลังคาช่วงยาว ขอขอบพระคุณดร.เกียรติศักดิ์ สหะศักดิ์มนตรี ที่ได้ให้ความรู้และคำแนะนำเกี่ยว กับการตรวจสอบเสถียรภาพของโครงสร้าง และขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจินทร์มิไชย อาจารย์ ดร.ธัญวัฒน์ โพธิศิริ ที่ได้กรุณาตรวจสอบ แก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบคุณ คุณณัฐวุฒิ จินตวิวัฒน์ ที่ได้เอื้อเพื่อคอมพิวเตอร์ งานงานวิจัยนี้สำเร็จลงด้วยดี

ธนพล บัวมงคล

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบพระคุณอย่างสูงต่อ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เริงเดชา รัชตโพธิ์ ซึ่งเป็น อาจารย์ที่ปรึกษา และ ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาติวี ที่กรุณาให้คำปรึกษาและเสนอแนะ แนวทางการวิจัย ตลอดจนตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์ ขอขอบพระคุณมรว.ศักดิ์สาณ ชุมพล ที่ได้ ให้ความรู้เกี่ยวกับการออกแบบอย่างเหมาะสมและเอื้อเพื่อแบบก่อสร้างและรายการคำนวณโครง หลังคาช่วงยาว ขอขอบพระคุณดร.เกียรติศักดิ์ สหะศักดิ์มนตรี ที่ได้ให้ความรู้และคำแนะนำเกี่ยว กับการตรวจสอบเสถียรภาพของโครงสร้าง และขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนอจันทร์ฉิไชย อาจารย์ ดร.ธัญวัฒน์ โพธิศิริ ที่ได้กรุณาตรวจสอบ แก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบคุณ คุณณัฐวุฒิ จินตวิวัฒน์ ที่ได้เอื้อเฟื้อคอมพิวเตอร์ ใช้งานวิจัยนี้สำเร็จลงด้วยดี

ธนพล บัวมงคล

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฐ
บทที่ 1.....	1
บทนำ.....	1
คำนำ.....	1
งานวิจัยที่ผ่านมา.....	2
วัตถุประสงค์.....	3
ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงานวิจัย.....	3
ขอบเขตของงานวิจัย.....	4
บทที่ 2.....	6
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและแนวคิด.....	6
คำนำ.....	6
หลักการออกแบบโครงสร้างที่เหมาะสมที่สุด.....	6
สมมุติฐานของงานวิจัย.....	7
การวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต (Geometric Nonlinear Analysis).....	8
น้ำหนักบรรทุกวิกฤต และ ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต (Critical Load and Critical Load Factor).....	9
การโปรแกรมแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear Programming).....	10
หลักการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุด (Optimisation Criterion) ที่เสนอโดย Sedaghati และ Tabarrok [37].....	11
ความสัมพันธ์ของการเรียกซ้ำ (Recurrence Relation).....	13
การปรับสัดส่วนเพื่อการออกแบบ (Scaling Design).....	13
เสถียรภาพของโครงสร้าง (Structural Stability).....	14
การออกแบบโครงสร้างเหล็กตามมาตรฐาน AISC/ASD และ AISC/LRFD.....	15
การตรวจสอบเสถียรภาพนอกระนาบของทั้งโครงสร้างตามมาตรฐาน AISC.....	16



## สารบัญ(ต่อ)

ขั้นตอนการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดและการตรวจสอบเสถียรภาพ .....	17
สรุปขั้นตอนการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดของน้ำหนักบรรทุกในแต่ละกรณี .....	17
การเลือกชุดคำตอบที่เหมาะสมที่สุด .....	19
บทที่ 3 .....	21
เทคนิคการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นและวิธีการปรับเปลี่ยนอัตโนมัติที่ใช้ในงานวิจัย .....	21
เทคนิควิธีการทำซ้ำ (Incremental-Iterative Solution Technique) .....	22
วิธีการปรับเปลี่ยน (Adaptive Scheme) .....	25
การลดตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักบรรทุกอัตโนมัติ (Automatic Time Step Reduction) .....	27
การตรวจสอบการเข้าสู่ชุดคำตอบของการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้น .....	27
การหยุดทำงานของการแก้ระบบสมการ (Solution Termination) .....	28
บทที่ 4 .....	29
ตัวอย่างการคำนวณด้วยวิธีที่นำเสนอ .....	29
ตัวอย่างที่ 1 .....	30
ตัวอย่างที่ 2 .....	36
ตัวอย่างที่ 3 .....	54
ตัวอย่างที่ 4 .....	64
ตัวอย่างที่ 5 .....	70
บทที่ 5 .....	75
สรุปผลการวิจัย .....	75
ปัจจัยที่มีผลกับสมการ (2.21) .....	76
สาเหตุที่ทำให้สมการการทำนายไม่ดีพอในการใช้กับโครงสร้างเหล็กเมื่อน้ำหนักบรรทุก	
วิกฤติโครงสร้างถูกควบคุมด้วยกำลังขององค์อาคาร .....	76
สิ่งที่พัฒนาเพิ่มขึ้นจากงานวิจัยที่ผ่านมา .....	77
ข้อควรสังเกตเมื่อใช้วิธีการที่นำเสนอ .....	77
ประโยชน์ที่ได้รับจากงานวิจัย .....	77
ข้อเสนอแนะ .....	78
ข้อควรปรับปรุงและเพิ่มเติมสำหรับงานวิจัยต่อไป .....	78
รายการอ้างอิง .....	80

## สารบัญ(ต่อ)

ภาคผนวก .....	84
ภาคผนวก ก.....	84
ภาคผนวก ข.....	85
ภาคผนวก ค.....	86
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	87



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่ 4.2.7 โหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อมีการ ค้ำยันทุกๆ 3 เมตรเมื่อการวางคอร์ดเป็นแบบให้แกนแข็งอยู่นอกกระนาบ .....	44
ตารางที่ 4.2.8 เปรียบเทียบการค้ำยันแบบต่างๆในตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร 50	
ตารางที่ 4.2.9 โหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อจำลอง ทั้งระบบโครงหลังคา.....	52
ตารางที่ 4.2.10 โหมดของการโก่งเดาะในตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อใช้แป เป็นค้ำยัน.....	53
ตารางที่ 4.3.1 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร สำหรับกรณีที่ 1 เมื่อ ออกแบบตามข้อกำหนดของ ASD .....	55
ตารางที่ 4.3.2 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 สำหรับกรณีที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อ ออกแบบตามข้อกำหนดของ ASD .....	55
ตารางที่ 4.3.3 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร สำหรับกรณีที่ 3 เมื่อ ออกแบบตามข้อกำหนดของ ASD .....	56
ตารางที่ 4.3.4 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อออกแบบตามข้อ กำหนดของ ASD.....	56
ตารางที่ 4.3.5 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร สำหรับกรณีที่ 1 เมื่อ ออกแบบตามข้อกำหนดของ LRFD .....	58
ตารางที่ 4.3.6 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร สำหรับกรณีที่ 2 เมื่อ ออกแบบตามข้อกำหนดของ LRFD .....	58
ตารางที่ 4.3.7 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร สำหรับกรณีที่ 3 เมื่อ ออกแบบตามข้อกำหนดของ LRFD .....	59
ตารางที่ 4.3.8 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร สำหรับกรณีที่ 4 เมื่อ ออกแบบตามข้อกำหนดของ LRFD .....	59
ตารางที่ 4.3.9 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อออกแบบตามข้อ กำหนดของ LRFD .....	60
ตารางที่ 4.3.10 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อเปลี่ยนชนิดของ ฐานรองรับเป็นจุดหมุนข้างซ้ายและล้อเลื่อนข้างขวา .....	62
ตารางที่ 4.4.1 ชุดคำตอบของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร ในกรณีที่ 1 .....	64
ตารางที่ 4.4.2 ชุดคำตอบของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร ในกรณีที่ 2 .....	66

## สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่ 4.4.3 ชุดคำตอบของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร ในกรณีี่ 3 .....	68
ตารางที่ 4.4.4 เปรียบเทียบปริมาณวัสดุที่ใช้จากกรณีต่างๆ.....	69
ตารางที่ 4.5.1 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 5 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 80 เมตร .....	71



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญภาพ

หน้า

รูปที่ 1.1 ตำแหน่งค้ำยันของโครงหลังคา .....	5
รูปที่ 3.1 วิธีของนิวตัน-ราฟสันที่ดัดแปรแล้ว (modified Newton-Raphson iterations).....	22
รูปที่ 4.1.1 โครงข้อหมุนเดี่ยวในตัวอย่างที่ 1.....	30
รูปที่ 4.2.1 โครงหลังคาช่วง 30 เมตร.....	36
รูปที่ 4.2.2 โหมดที่ 1-4 ในตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อไม่มีการค้ำยัน .....	39
รูปที่ 4.2.3 โหมดที่ 5-8 ในตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อไม่มีการค้ำยัน .....	40
รูปที่ 4.2.4 การค้ำยันทุกแฉงและโหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร.....	42
รูปที่ 4.2.5 การค้ำยันของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อมีการค้ำยันทุกๆ 3 เมตรเมื่อการวางคอร์ดเป็นแบบให้แกนแข็งอยู่นอกกระนาบ .....	44
รูปที่ 4.2.6 โหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อมีการค้ำยันทุกๆ 3 เมตรเมื่อการวางคอร์ดเป็นแบบให้แกนแข็งอยู่นอกกระนาบ.....	45
รูปที่ 4.2.7 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะ ของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อมีการค้ำยันทุกๆ 4.5 เมตร .....	46
รูปที่ 4.2.8 กรณีที่ 1 ระบบค้ำยันอยู่คอร์ดล่าง.....	47
รูปที่ 4.2.9 กรณีที่ 2 ระบบค้ำยันอยู่คอร์ดบน.....	48
รูปที่ 4.2.10 กรณีที่ 3 ไม่มีระบบค้ำยันไขว้.....	49
รูปที่ 4.2.11 การจำลองทั้งระบบโครงหลังคา .....	51
รูปที่ 4.2.12 แสดงการจำลองโดยใช้แปเป็นค้ำยันในตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร .....	52
รูปที่ 4.2.13 โหมดของการโก่งเดาะในตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อใช้แปเป็นค้ำยัน.....	53
รูปที่ 4.3.1 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร .....	61
รูปที่ 4.3.2 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อชนิดของฐานรองรับเป็น จุดหมุนข้างซ้ายและล้อเลื่อนข้างขวา.....	63
รูปที่ 4.4.1 โครงหลังคาของหอประชุมมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร.....	64
รูปที่ 4.4.2 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร ในกรณีที่ 1 โดยค้ำยันที่เฉพาะกลางช่วง .....	65

## สารบัญญภาพ(ต่อ)

รูปที่ 4.4.3 การแบ่งกลุ่มของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตรในกรณีที่ 2 .....	66
รูปที่ 4.4.4 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร ในกรณีที่ 2 โดยค้ำยันที่เฉพาะกลางช่วง .....	67
รูปที่ 4.4.5 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร ในกรณีที่ 3 .....	68
รูปที่ 4.5.1 โครงถักช่วง 80 เมตร .....	70
รูปที่ 4.5.2 การแบ่งกลุ่มของชิ้นส่วนในตัวอย่างที่ 5 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 80 เมตร .....	71
รูปที่ 4.5.3 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของโครงถักช่วง 80 เมตร .....	73
รูปที่ 4.5.4 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของโครงถักช่วง 80 เมตรเมื่อค้ำยันทุกแผงบน ..	74
รูปที่ ก.1 แผนภูมิสายงานการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดและการตรวจสอบเสถียรภาพ .....	84
รูปที่ ข.1 แผนภูมิสายงานการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดของน้ำหนักบรรทุกทุกในแต่ละกรณี .....	85
รูปที่ ค.1 แผนภูมิสายงานการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นและวิธีการปรับเปลี่ยนอัตโนมัติที่ใช้ในงานวิจัย .....	86

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สัญลักษณ์

- [...] คือสัญลักษณ์ของเมตริกซ์
- {...} คือสัญลักษณ์ของเวกเตอร์
- $\|...\|_2$  คือค่าประจำแวลู ( $L_2$  norm) หรือค่าประจำระบบยุคลิด
- A คือพื้นที่หน้าตัดขององค์อาคาร
- $A_i$  คือพื้นที่หน้าตัดขององค์อาคารที่ i
- [B] คือเมตริกซ์ของความเครียด (strain matrix) ที่มีพจน์ของความไม่เชิงเส้น
- E คือค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ
- $\{F_{int}\}$  คือเวกเตอร์ของแรงภายใน
- $\{F_{ext}\}$  คือเวกเตอร์ของแรงภายนอก
- $\{\Delta F_{ext}\}$  คือ เวกเตอร์ของผลต่างของแรงภายนอก
- $F_x$  คือแรงแนวแกนภายในมีเครื่องหมายเป็นบวกเมื่อเป็นแรงดึงและตรงข้ามเมื่อเป็นแรงอัด
- $\{F\}$  คือเวกเตอร์ของแรงภายนอกที่ใช้อ้างอิง (ปกติมักจะใช้แรงภายนอกที่กำหนดเป็นแรงอ้างอิง)
- I คือโมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัด
- $J_d$  คือจำนวนการทำซ้ำเพื่อเข้าสู่สมดุลที่ต้องการ (ปกติตั้งไว้ที่ 4 รอบ)
- $J_{i-1}$  คือจำนวนการทำซ้ำเพื่อเข้าสู่สมดุลที่ใช้จากการทำซ้ำในรอบที่ผ่านมา
- K คือสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผล (effective length)
- $[K_e]$  คือ เมตริกซ์สติฟเนสยืดหยุ่นเชิงเส้น (elastic stiffness matrix)
- $[K_g]$  คือ เมตริกซ์สติฟเนสยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นลำดับที่สอง (geometric stiffness matrix)
- $[K]$  คือสติฟเนสสัมพัทธ์เริ่มต้น
- L คือความยาวขององค์อาคาร
- $l_{oi}$  คือความยาวเดิมขององค์อาคารที่ i
- $l_i$  คือความยาวสุดท้ายขององค์อาคารที่ i
- N คือจำนวนขององค์อาคารทั้งหมดในโครงสร้าง
- $\{P_{cr}\}$  คือ เวกเตอร์ของน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในช่วงยืดหยุ่น (elastic critical load)
- $P_{cr,i}$  คือน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในช่วงยืดหยุ่น ขององค์อาคารที่ i



- $\{P_{ref}\}$  คือ แรงกระทำภายนอกอ้างอิง (reference external load) ซึ่งจะกำหนดเป็นค่าเริ่มต้นของการวิเคราะห์
- $\{R\}$  คือ เวกเตอร์ของแรงภายนอก
- $R_{Critical}$  คือน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในระนาบ
- $R_{Specified}$  คือน้ำหนักบรรทุกที่กระทำโครงสร้าง
- $\{u\}$  คือ เวกเตอร์ของการกระจัด
- $\{\Delta U\}$  คือ เวกเตอร์ของผลต่างของการกระจัด
- $V$  คือ ปริมาตร
- $\beta$  คือ ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต
- $\{\delta\}$  คือ เวกเตอร์การกระจัด (total displacements vector)
- $\{\delta_r\}$  คือ เวกเตอร์การกระจัดสัมพัทธ์
- $\{\Delta\delta\}$  คือ เวกเตอร์การกระจัดส่วนที่เปลี่ยน (incremental displacement vector)
- $\{\Delta\delta_r\}$  คือ เวกเตอร์การกระจัดคงค้าง (residual displacement vector)
- $\varepsilon_i$  คือ ความเครียดในองค์อาคารที่  $i$
- $\lambda$  คือ ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต
- $\theta_x, \theta_y, \theta_z$  คือ มุมที่วัดเทียบกับแกน  $x, y, z$  ของระบบตามลำดับ
- $\rho_i$  คือ ความหนาแน่นของวัสดุขององค์อาคารที่  $i$
- $\omega$  คือ ตัวคูณน้ำหนักบรรทุก ซึ่งก็คือค่าเจาะจง (eigenvalue)
- $\{\Delta\}$  คือ โหมดของการโก่งเดาะ (mode shape) ซึ่งก็คือ เวกเตอร์เจาะจง (eigenvector)
- $\Pi$  คือ พลังงานศักย์ทั้งหมดของโครงสร้าง
- $\bar{\Pi}$  คือ พลังงานศักย์ทั้งหมดของโครงสร้างที่เหมาะสมที่สุด
- $\{\Psi\}$  คือ เวกเตอร์ของแรงคงค้าง
- $\{\sigma\}$  คือ เวกเตอร์ของความเค้น
- $\xi$  คือ ความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้

## ศัพท์วิทยาการ

การวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต	Geometrically nonlinear analysis
การโปรแกรมแบบไม่เชิงเส้น	Nonlinear programming
การเรียกซ้ำ	Recurrence
จุดขีดจำกัด	Limit point
จุดเหมาะที่สุด	Optimum point
น้ำหนักบรรทุกวิกฤต	Critical load
ระดับชั้นความเสรี	Degree of freedom
เสถียรภาพของโครงสร้าง	Structural stability
อัตราส่วนความชะลูด	Slenderness ratio
วิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก	Load control method
วิธีควบคุมส่วนโค้งคงที่	Constant arc-length method



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# บทที่ 1

## บทนำ

### คำนำ

ในการออกแบบโครงสร้างของวิศวกรมีจุดประสงค์คือ ออกแบบโครงสร้างที่มีความประหยัด เช่นมีราคาค่าก่อสร้างและใช้ปริมาณวัสดุที่ประหยัด และโครงสร้างต้องมีความปลอดภัยเพียงพอ สำหรับการออกแบบโครงหลังคาเหล็กระบบโครงข่าย(grid) วิศวกรไทยในปัจจุบันนิยมออกแบบโดยพิจารณาโครงถักในระนาบหลัก ซึ่งวิเคราะห์โครงสร้างแบบเชิงเส้นและออกแบบตามมาตรฐาน AISC ส่วนโครงถักในระนาบรองมักวิเคราะห์โดยให้รับแรงลมที่ปะทะ หรืออาจคิดให้รับแรงอัดตามสูตรที่เคยใช้กันมา เช่น 2% ของแรงอัดในโครงถักในระนาบหลัก และอาจออกแบบระบบค้ำยัน (cross bracing) ตามประสบการณ์ ซึ่งกระบวนการต่างๆเหล่านี้้อาจไม่พบว่ามีปัญหาอะไรถ้าช่วงความยาวของหลังคาไม่มากจนเกินไป นั่นคือระยะหรือขนาดขององค์อาคารที่ออกแบบกันตามปกติอาจให้ความปลอดภัยเพียงพอ แต่การออกแบบในลักษณะนี้อาจไม่ปลอดภัยเพียงพอเมื่อช่วงความยาวของโครงหลังคาเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ และผู้ออกแบบตามวิธีดั้งเดิมก็ไม่อาจทราบได้ถึงพฤติกรรมของโครงสร้างที่ควรพิจารณาเพิ่มขึ้นจากการออกแบบโครงหลังคาที่มีช่วงสั้น เช่น การโก่งตัวที่มากขึ้นเนื่องจากผลของความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต หรือ การโก่งเดาะนอกระนาบที่จะมีนัยสำคัญมากยิ่งขึ้นเมื่อโครงสร้างมีความขรุขระมากขึ้น ซึ่งวิศวกรทั่วไปมักไม่พิจารณา

แนวคิดของการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดโดยพิจารณาความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต ได้มีการพิจารณามานานแล้ว ตั้งแต่ปี1983 และก็พัฒนาต่อกันมา จนถึงปัจจุบัน และบ่อยครั้งที่การออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดนั้นไม่คิดผลของเสถียรภาพของโครงสร้างอย่างเพียงพอ เนื่องจากหลักการของการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดจะพยายามทำให้องค์อาคารมีขนาดเล็กและเบาที่สุดเท่าที่จะทำได้ ซึ่งจะทำให้เสถียรภาพของโครงสร้างยิ่งทวีความสำคัญมากขึ้น การออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดโดยไม่คิดถึงผลของเสถียรภาพของโครงสร้างอย่างเพียงพอจะทำให้โครงสร้างไม่มีความปลอดภัยเพียงพอ

การออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดโดยพิจารณาความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต โดยคำนึงถึงผลของเสถียรภาพของโครงสร้าง จะทำให้ทราบถึงพฤติกรรมของโครงสร้างได้ดีขึ้น ซึ่งเป็นสิ่งที่พึงกระทำเมื่อโครงหลังคาที่พิจารณามีช่วงยาว

หลักการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดที่ใช้ในงานวิจัยนี้เป็นการโปรแกรมแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear programming) ซึ่งโดยทั่วไปการแก้สมการจะทำโดยทำสมการที่มีเงื่อนไขให้เป็นสมการที่ไม่มีเงื่อนไขโดยเขียนสมการจุดมุ่งหมายและสมการเงื่อนไขให้อยู่ในสมการเดียวกัน เรียกว่า

ฟังก์ชันลากรองจ์ แล้วจึงทำการหาจุดต่ำสุดจากสมการลากรองจ์ โดยวิธีเชิงตัวเลขซึ่งมีอยู่หลายวิธี [24] การออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดแบบอื่นที่นอกเหนือจากที่งานวิจัยนี้นำเสนอ อย่างเช่น genetic algorithm หาอ่านได้ในเอกสารอ้างอิง [28],[30] หรือ neural networks ซึ่งหาอ่านได้ในเอกสารอ้างอิง [29]

### งานวิจัยที่ผ่านมา

Khot [5] ได้เสนอวิธีการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดโดยใช้ความเสถียรเป็นเกณฑ์ในการออกแบบซึ่งพิจารณาจากรูปแบบของการกระจัดมากกว่าหนึ่งรูปแบบ โดยคำนึงถึงพฤติกรรมไม่เชิงเส้นด้วยวิธีนิวตันกราฟเส้น

Khot และ Kamat [6] ได้เสนอวิธีการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุด เพื่อให้ได้โครงสร้างที่มีน้ำหนักน้อยที่สุดด้วยการคำนึงถึงพฤติกรรมแบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต โดยหาน้ำหนักวิกฤตแบบไม่เชิงเส้นจากจุดที่มีพลังงานศักย์ของเฮสเซียน ( Hessian potential energy ) มีค่าเป็นลบ การวิเคราะห์ข้ามมีเกณฑ์ว่าที่จุดเหมาะสมที่สุดคือ จุดที่องค์อาคารทุกองค์อาคารมีค่าความหนาแน่นของพลังงานความเครียด ( strain energy density ) เท่ากันในทุกองค์อาคาร

วีระพงษ์ ไชยสถิตวานิช [27] ได้เสนอการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับโครงเหล็กแบบโครงถักระนาบที่มีพฤติกรรมไม่เชิงเส้น โดยใช้วิธีงานสมมุติเพื่อดัชนีความไว ซึ่งใช้เป็นดัชนีบอกบอกว่าองค์อาคารใดควรปรับลด/เพิ่ม ขนาดขององค์อาคารเป็นเท่าใด โดยคำนึงถึงพฤติกรรมการโก่งเดาะเนื่องจากการดัดขององค์อาคารรับแรงอัดและการกระจัดไม่เกินค่าที่ยอมให้ การปรับขนาดขององค์อาคารจะใช้วิธีการปรับค่าดัชนีความไวของทุกองค์อาคารให้มีค่าเท่ากันหรือจนกระทั่งค่าตอบลู่ออกที่สุดที่เหมาะสมที่สุด จากนั้นนำไปตรวจสอบการรับแรงในแนวแกนตามมาตรฐาน AISC

Sedaghati และ Tabarrok [37] ได้เสนอการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับโครงถักในระนาบที่มีพฤติกรรมไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตโดยใช้เงื่อนไขของความมีเสถียรภาพของโครงสร้างซึ่งหาคำตอบของระบบสมการแบบไม่เชิงเส้นด้วยวิธีควบคุมการกระจัด (displacement control) ซึ่งสามารถหาจุดขีดจำกัดได้ (limit point) การวิเคราะห์ข้ามมีเกณฑ์ว่าที่จุดเหมาะสมที่สุดคือ จุดที่องค์อาคารทุกองค์อาคารมีความหนาแน่นของพลังงานความเครียด (strain energy density) เท่ากันในทุกองค์อาคาร ไม่พิจารณาการโก่งเดาะขององค์อาคารและไม่พิจารณาเสถียรภาพนอกระนาบของโครงสร้าง

จากงานวิจัยที่ผ่านมาเป็นที่ทราบกันมานานแล้วว่า การออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดของ โครงสร้างแบบโครงถักนั้นจะต้องทำให้ความหนาแน่นของพลังงานความเครียด (strain energy density) เท่ากันในทุกองค์อาคาร ซึ่งงานวิจัยที่ผ่านมาจะมีได้คำนึงถึงการออกแบบและก่อสร้างจริง เพราะพื้นที่หน้าตัดที่ได้จากการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดตามนั้นขึ้นอยู่กับวัสดุที่ใช้ จึงต้องทำการปรับปรุงวิธีการเพื่อให้สามารถนำมาใช้ในงานออกแบบได้ ดังเช่นงานของ วีระพงษ์ ชาญ สติตวานิช แต่วีระพงษ์ก็ยังมีได้คำนึงถึงเสถียรภาพนอกระนาบของโครงสร้าง งานวิจัยนี้จึงมุ่งที่จะพัฒนาวิธีการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุด โดยเจาะจงที่โครงหลังคาเหล็กเพื่อให้ได้วิธีการออกแบบโครงหลังคาเหล็กแบบโครงถักที่มีน้ำหนักเบาและมีความปลอดภัยเพียงพอ โดยจะใช้สูตรของการทำนายพื้นที่หน้าตัดของการทำซ้ำที่ Sedaghati และ Tabarrok เสนอมาประยุกต์กับโครงหลังคาเหล็ก ซึ่งต้องพิจารณาผลของการโก่งเดาะขององค์อาคาร ต้องคำนึงถึงการจัดกลุ่มขององค์อาคาร ในออกแบบ และพิจารณาผลของเสถียรภาพนอกระนาบของโครงสร้าง เพื่อให้ได้กระบวนการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดที่ดียิ่งขึ้นกว่าที่ผ่านมา แต่ในงานของ Sedaghati และ Tabarrok ซึ่งใช้วิธีควบคุมการกระจัด (displacement control) ซึ่งสามารถหาจุดขีดจำกัดได้ (limit point) แต่ไม่สามารถใช้วิเคราะห์โครงสร้างที่ไม่รู้โหมดของรูปร่างได้ (mode shape) ในงานวิจัยนี้จึงใช้วิธีควบคุมน้ำหนัก (load control) ในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต

### วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาแนวทางการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดของโครงหลังคาเหล็กแบบโครงถักระนาบที่มีพฤติกรรมไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต โดยวิเคราะห์โครงสร้างแบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตด้วยวิธีควบคุมน้ำหนัก ออกแบบองค์อาคารตามมาตรฐาน AISC ซึ่งได้คำนึงถึงการจัดกลุ่มขององค์อาคาร และตรวจสอบเสถียรภาพของโครงหลังคาเหล็กนอกระนาบแบบเชิงเส้น
2. สร้างโปรแกรมสำหรับไมโครคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์และออกแบบโครงหลังคาเหล็ก เพื่อหาความเหมาะสมที่สุดของน้ำหนักของโครงสร้าง ที่สามารถใช้งานออกแบบได้จริง
3. เปรียบเทียบการออกแบบโครงหลังคาเหล็กแบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตและพิจารณาเสถียรภาพนอกระนาบแบบเชิงเส้น กับการออกแบบโดยแบบโครงหลังคาแบบเชิงเส้นทางเรขาคณิต และไม่คำนึงเสถียรภาพนอกระนาบ

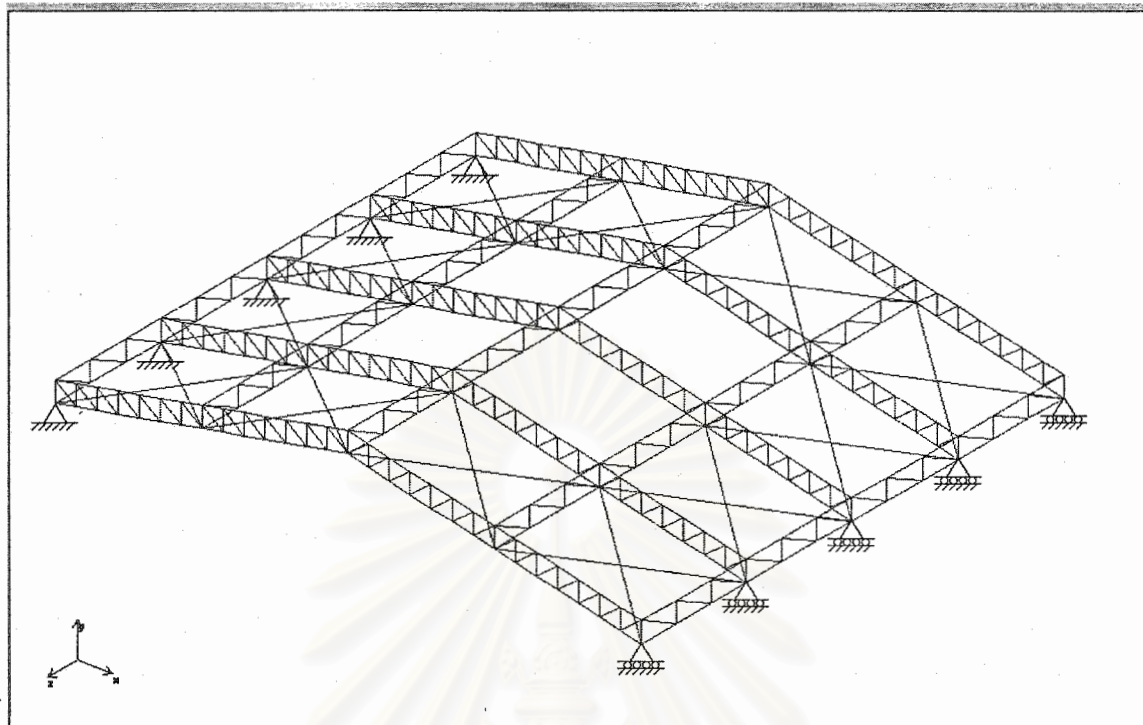
### ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงานวิจัย

1. ศึกษาทฤษฎีของวัสดุ ทฤษฎีเสถียรภาพ และทฤษฎีการวิเคราะห์โครงสร้างแบบไม่เชิงเส้นเชิงเรขาคณิต
2. ศึกษาระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่จะใช้เขียนโปรแกรม

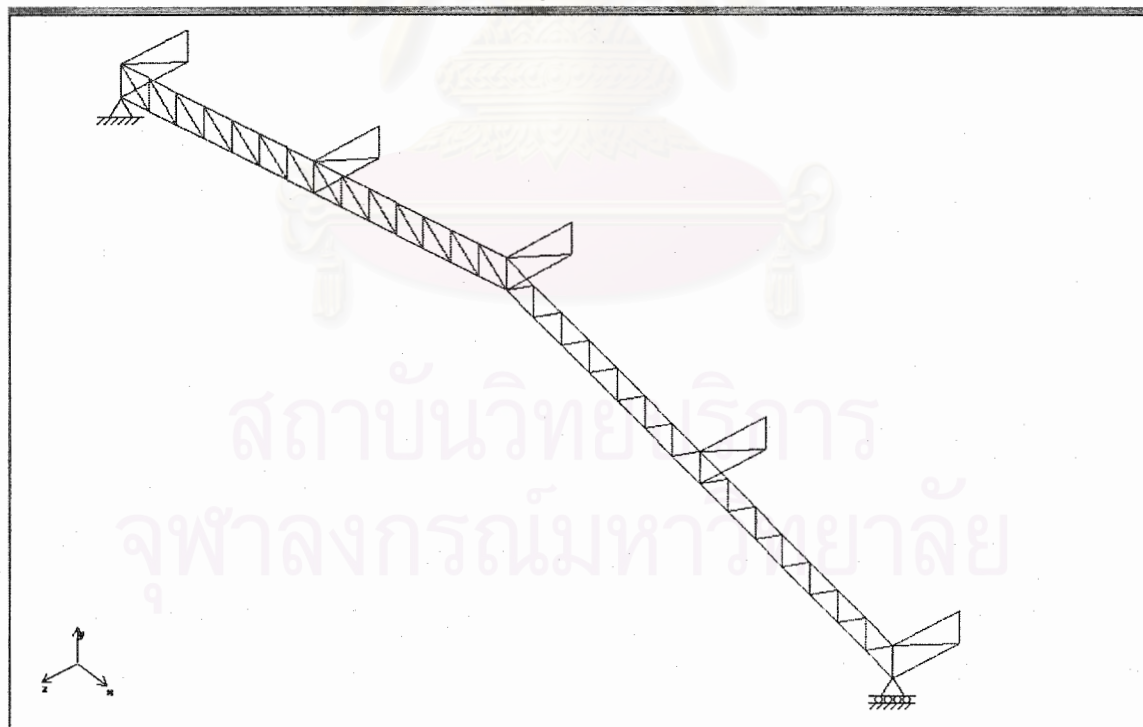
3. ศึกษาเปรียบเทียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
4. ศึกษากระบวนการแก้ปัญหาเสถียรภาพ และการแก้ปัญหาความไม่เชิงเส้นเชิงตัวเลข
5. ศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างเหล็ก และวิธีการออกแบบตามมาตรฐาน AISC
6. ศึกษาการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดจากงานวิจัยที่ผ่านมา
7. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์และเปรียบเทียบผลของการออกแบบโดยวิธีดั้งเดิมและวิธีที่นำเสนอ
8. ตรวจสอบความถูกต้องและแก้ไขหากพบว่ามีผลผิดพลาด
9. สรุปผลการวิจัย

#### ขอบเขตของงานวิจัย

1. โครงสร้างหลังคาเป็นโครงเหล็กในระนาบ มีโครงหลังคารอง (sub-truss) วางตั้งฉากกับโครงหลังคาหลัก (main truss) เป็นระบบโครงสร้างแบบโครงข่าย (grid) และมีการยึดโยงด้วยค้ำยัน (cross bracing) ดังแสดงในรูปที่ 1.1 (ก)
2. ตำแหน่งที่โครงหลังคารองติดอยู่กับโครงหลังคาหลักถือว่าเป็นตำแหน่งที่มีการค้ำยันนอกระนาบ โดยมีสมมติฐานว่าจุดที่ถูกค้ำยันไม่มีการกระจัด ดังแสดงในรูปที่ 1.1 (ข)
3. ระดับขั้นความเสรี (degree of freedom) จะพิจารณาแต่เพียงการเคลื่อนที่ในระนาบเท่านั้น (in-plane translation) ไม่พิจารณาระดับขั้นความเสรีที่เป็นการหมุน (rotational degree of freedom) ไม่พิจารณาระดับขั้นความเสรีที่เป็นการบิดเบี้ยวนอกระนาบ (warping degree of freedom) และแรงภายในขององค์อาคารจะพิจารณาแต่เพียงผลของแรงแนวแกนเท่านั้น
4. การโก่งเดาะจะพิจารณาแต่เพียงการโก่งเดาะเนื่องจากการดัดเท่านั้น (bending buckling) โดยไม่คำนึงถึงการโก่งเดาะที่เกิดขึ้นเฉพาะที่ (local buckling) การโก่งเดาะเนื่องจากการบิด (torsional buckling)
5. ไม่พิจารณาผลของการเยื้องศูนย์ที่จุดต่อ และไม่พิจารณาผลของรูเจาะในองค์อาคาร
6. ในการวิเคราะห์โครงสร้างไม่พิจารณาผลของหน่วยแรงคงค้าง (residual stress) ขององค์อาคาร แต่จะพิจารณาผลของหน่วยแรงคงค้างตามมาตรฐาน AISC ในขั้นตอนการออกแบบ
7. การวิเคราะห์โครงสร้างจะวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตเท่านั้น (geometric nonlinearity) ไม่คิดถึงความไม่เชิงเส้นของวัสดุ (material nonlinearity) ไม่พิจารณาการโก่งเดาะร่วมกันขององค์อาคาร (member buckling)
8. เสถียรภาพนอกระนาบจะพิจารณาด้วยการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้น (linear buckling analysis)
9. การออกแบบขององค์อาคารจะทำตามมาตรฐาน AISC



(ก)



(ข)

รูปที่ 1.1 ตำแหน่งค้ำยันของโครงหลังคา

## บทที่ 2

### ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและแนวคิด

#### คำนำ

การออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุด โดยมากจะต้องการทำให้น้ำหนักของโครงสร้างน้อยที่สุด ซึ่งปกติแล้วโครงสร้างที่เบาจะไวต่อน้ำหนักบรรทุก จึงควรที่จะทำการวิเคราะห์พฤติกรรมจากแบบจำลองที่ไม่ซับซ้อนจนเกินไปและให้ผลลัพธ์ที่ดี ซึ่งในงานวิจัยนี้จะวิเคราะห์เสถียรภาพในระนาบของโครงสร้างแบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต แต่จะวิเคราะห์เสถียรภาพนอกระนาบของโครงสร้างแบบเชิงเส้น เนื่องจากการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไม่เชิงเส้นมีความซับซ้อนมาก และอยู่นอกขอบเขตงานวิจัยนี้ ส่วนการจำลองโครงหลังคาทรงใช้สมมุติฐานว่าโครงสร้างถูกค้ำยันโดยไม่มีการกระจัดที่จุดต่อระหว่างโครงหลังคาหลักและโครงหลังคารอง

#### หลักการออกแบบโครงสร้างที่เหมาะสมที่สุด

การออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุด คือการหาจุดที่เหมาะสมที่สุดที่บรรลุวัตถุประสงค์ที่กำหนด และมีการสิ้นเปลืองของทรัพยากรน้อยที่สุด หรืออีกนัยหนึ่งก็คือค้นหาวิธีการที่มีประสิทธิภาพที่สุด เนื่องชุดคำตอบจากการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดดัง เช่น

1. จุดประสงค์ ซึ่งอาจเป็นน้ำหนักของโครงสร้าง ปริมาตร ราคาค่าก่อสร้าง ราคาการบำรุงรักษา ความน่าเชื่อถือ เวลาการก่อสร้าง ความสะดวกในการก่อสร้าง คุณภาพของการก่อสร้าง ความปลอดภัยในการทำงาน ฯลฯ อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือเป็นการผสมกันของจุดประสงค์แต่ละอย่างก็ได้
2. เงื่อนไขบังคับ (constraints) ซึ่งอาจเป็นกำลังขององค์อาคาร, การกระจัดที่ยอมให้, เสถียรภาพของโครงสร้าง ความคงทนของโครงสร้าง น้ำหนักของโครงสร้าง ปริมาตร ราคาค่าก่อสร้าง ราคาการบำรุงรักษา ความน่าเชื่อถือ เวลาของการก่อสร้าง ความสะดวกในการก่อสร้าง คุณภาพของการก่อสร้าง ความปลอดภัยในการทำงาน ฯลฯ บางเงื่อนไขอาจเป็นในระยะสั้นหรือในระยะยาว และอาจเป็นอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือเป็นการผสมกันของเงื่อนไขแต่ละอย่างก็ได้ โดยชนิดของเงื่อนไขนี้แบ่งได้ 2 ประเภทคือ
  - ตัวแปรออกแบบ (design variables) คือตัวแปรอิสระที่ถูกกำหนดให้มีค่าอยู่ในช่วงที่กำหนด เช่น ความกว้าง ความลึก พื้นที่หน้าตัด รัศมีไจเรชั่น ฯลฯ



- ตัวแปรสถานะ (state variables) คือตัวแปรที่ไม่เป็นอิสระโดยเป็นค่าที่สามารถคำนวณได้จากตัวแปรออกแบบ และถูกกำหนดให้มีค่าอยู่ในช่วงที่กำหนด

ลักษณะของการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดนั้นมีได้มากมายหลายลักษณะเช่น

1. ออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดภายใต้รูปร่างที่กำหนดมาให้
2. ออกแบบเพื่อให้ได้รูปร่างที่เหมาะสมที่สุด
3. ออกแบบเพื่อให้ได้รูปร่างที่เหมาะสมที่สุด และออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดภายใต้รูปร่างที่กำหนดมาให้
4. ออกแบบเพื่อให้ได้รูปร่างเริ่มต้นที่เหมาะสมที่สุด โดยกำหนดรูปร่างหลังการโก่งตัวมาให้
5. ออกแบบเพื่อให้ได้รูปร่างหลังการโก่งตัวที่เหมาะสมที่สุด โดยกำหนดรูปร่างเริ่มต้นมาให้
6. ออกแบบเพื่อให้ได้รูปร่างที่เหมาะสมที่สุดทั้งเริ่มต้นและหลังการโก่งตัว
7. อื่นๆ ขึ้นกับการกำหนดชนิดของปัญหา ซึ่งอาจเป็นการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดโดยผสมแต่ละกรณีที่กล่าวมา หรือไม่ใช้ก็ได้

\* หมายเหตุ ข้อ 4-6 เป็นที่รู้จักในชื่อที่เรียกว่าการคำนวณหารูปร่าง (form finding) [39]

### สมมุติฐานของงานวิจัย

1. จากโครงสร้างเดิมที่เป็นสามมิติจำลองมาวิเคราะห์เป็นสองมิติ จึงต้องแยกพิจารณาเสถียรภาพในระนาบกับเสถียรภาพนอกระนาบ
2. จากข้อ 1. จึงไม่พิจารณาระบบค้ำยันของโครงหลังคาทั้งหมด โดยสมมุติว่าโครงสร้างมีการค้ำยันอย่างดีและไม่เกิดการโก่งเดาะของโครงหลังคา
3. การพิจารณาเสถียรภาพนอกระนาบแบบไม่เชิงเส้นมีความซับซ้อนมาก จึงพิจารณาเสถียรภาพนอกระนาบแบบเชิงเส้นเท่านั้น โดยจะสมมุติว่าคอร์ดบนและล่างเป็นองค์อาคารต่อเนื่องเป็นอย่างน้อย (เฉพาะการวิเคราะห์เสถียรภาพนอกระนาบของโครงสร้างเท่านั้น)
4. สมมุติว่าที่จุดต่อขององค์อาคารไม่มีการกระจัด เมื่อคำนวณหากำลังขององค์อาคาร
5. ในความเป็นจริงองค์อาคารอาจมีความต่อเนื่องกันได้ (เช่น คอร์ดบนอาจยาวต่อเนื่องเป็นชิ้นเดียวกัน) แต่ในงานวิจัยนี้สมมุติว่าทุกองค์อาคารต่อกันแบบหมุน(ในระนาบ) จึงทำให้สามารถเขียนสมการทำนายพื้นที่หน้าตัดได้

6. ในระหว่างที่มีการปรับขนาดของหน้าตัด หากพบว่าน้ำหนักบรรทุกทุกวิกฤตในระนาบของโครงสร้าง มีค่าน้อยกว่าน้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่อโครงสร้าง ต้องใช้สมมุติฐานในการทำนายหน้าตัดล่วงหน้าคือ หน่วยแรงที่ยอมให้ขององค์อาคารที่ต้องการปรับขนาด มีค่าคงที่แม้พื้นที่หน้าตัดที่เลือกใหม่และรัศมีเฉื่อยจะมีค่าแตกต่างไปจากหน้าตัดเดิมก็ตาม

### การวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต (Geometric Nonlinear Analysis)

ความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตเกิดขึ้นได้ถึงแม้ว่าโครงสร้างจะมีความเครียดน้อย (small strain) หรือวัสดุเป็นแบบเชิงเส้นก็ตาม ทั้งนี้เนื่องจากผลของการหมุน (finite rotation) จึงจำเป็นที่จะต้องเขียนสมการสมดุลที่จุดต่อจากเรขาคณิตของโครงสร้างในสภาพสุดท้าย การแก้ระบบสมการแบบไม่เชิงเส้นด้วยการประมาณแบบเชิงเส้น (linear approximation) ทำให้สมดุลของโครงสร้างในแต่ละขั้นตอนไม่แม่นยำ ดังนั้นในแต่ละขั้นตอนต้องทำการทำซ้ำเพื่อให้ได้สมดุลที่ใกล้เคียงกับสมดุลแม่นยำ โดยการปรับปรุงสูตรของลากรางจ์ (updated Lagrangian formulation) สมการสมดุลจะสามารถเขียนในรูปของเมตริกซ์ได้เป็น

$$([K_e] + [K_g]) \{\Delta U\} = \{\Delta F_{ext}\} \quad (2.1)$$

เมื่อ

$[K_e]$  คือ เมตริกซ์สติฟเนสยืดหยุ่นเชิงเส้น (elastic stiffness matrix)

$[K_g]$  คือ เมตริกซ์สติฟเนสยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นลำดับที่สอง (geometric stiffness matrix)

$\{\Delta F_{ext}\}$  คือ เวกเตอร์ของผลต่างของแรงภายนอก

$\{\Delta U\}$  คือ เวกเตอร์ของผลต่างของการกระจัด

โดยที่

$$[K_e] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} [S] & -[S] \\ -[S] & [S] \end{bmatrix}$$

$$[K_g] = \frac{F_x}{L} \begin{bmatrix} [I] & -[I] \\ -[I] & [I] \end{bmatrix}$$

(2.2)

และ

$$[S] = \begin{bmatrix} l^2 & lm & nl \\ lm & m^2 & mn \\ nl & mn & n^2 \end{bmatrix}, \quad l = \cos \theta_x, m = \cos \theta_y, n = \cos \theta_z$$

$$[I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(2.3)

เมื่อ

$F_x$  คือแรงแนวแกนภายในมีเครื่องหมายเป็นบวกเมื่อเป็นแรงดึง และตรงข้ามเมื่อเป็นแรงอัด

$L$  คือความยาวขององค์อาคาร

$A$  คือพื้นที่หน้าตัดขององค์อาคาร

$E$  คือค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ

$\theta_x, \theta_y, \theta_z$  คือมุมที่วัดจากแกน  $x, y, z$  ของระบบพิกัดตามลำดับ

การแก้ระบบสมการแบบไม่เชิงเส้นจะใช้วิธีของนิวตันราฟสัน (Newton-Raphson scheme) โดยการควบคุมน้ำหนักบรรทุก (load control) ซึ่งดูรายละเอียดได้จากเอกสารอ้างอิง [8],[11],[13],[19],[22],[25],[34] และจะกล่าวถึงวิธีการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นที่ใช้ในงานวิจัยนี้โดยละเอียดในบทต่อไป

**น้ำหนักบรรทุกวิกฤต และ ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต (Critical Load and Critical Load Factor)**

เป็นค่าที่มีความสำคัญในงานวิจัยนี้ ค่าเดียวกันนี้อาจมีความหมายต่างกันในงานวิจัยอื่น หรือกล่าวถึงในลักษณะอื่น เช่นการโก่งเดาะนอกระนาบ ก็จะใช้ค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤต จึงต้องอธิบายเพื่อความเข้าใจที่ตรงกัน

น้ำหนักบรรทุกวิกฤต ในงานวิจัยนี้หมายถึง น้ำหนักบรรทุกสูงสุดที่โครงสร้างจะรับได้โดยมีเงื่อนไขสามประการดังนี้

1. โครงสร้างต้องมีเสถียรภาพ เพราะในบางกรณีเช่นในกรณีของโครงข้อหมุนที่ตื้น (shallow truss) โครงสร้างอาจสูญเสียเสถียรภาพก่อนที่แรงในแต่ละองค์อาคารจะเกินกำลังที่รับได้
2. แรงที่เกิดขึ้นในแต่ละองค์อาคารต้องไม่เกินกำลังที่รับได้ ซึ่งคำนวณจากมาตรฐาน AISC อันที่จริงแล้วข้อที่ 2 นี้มีความหมายเดียวกับข้อที่ 1 แต่เนื่องจากการวิเคราะห์ การโก่งเดาะขององค์อาคารไปพร้อมๆกับการวิเคราะห์โครงสร้างทั้งหมด จะเป็นการวิเคราะห์ที่ซับซ้อนมากเพราะมีปัจจัยที่เกี่ยวข้องอยู่มากมาย จึงต้องแยกพิจารณาเป็น สองส่วน นั่นคือ โครงสร้างโดยรวม (ข้อ 1) และแต่ละองค์อาคาร (ข้อ 2)
3. การกระจัดสูงสุดที่เกิดขึ้นต้องไม่เกินการกระจัดที่ยอมให้ในสภาวะใช้งาน

ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต หมายถึง อัตราส่วนระหว่างน้ำหนักบรรทุกวิกฤตกับน้ำหนักบรรทุกที่กระทำกับโครงสร้าง

## การโปรแกรมแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear Programming)

กรณีที่ไม่มีการขอบเขต และมีสมการจุดมุ่งหมายคือ

$$\text{minimize } f(x)$$

สำหรับจุดต่ำสุดเฉพาะที่  $x$ . จะมีเงื่อนไขบังคับคือ

$$f(x_*) \leq f(x) \text{ สำหรับทุก } x \text{ ที่มี } \|x - x_*\| < \epsilon$$

เมื่อ  $\epsilon$  เป็นจำนวนบวกที่อาจมีค่าขึ้นกับค่า  $x$ . และจะเป็นจุดต่ำสุดเฉพาะที่โดยแท้เมื่อ

$$f(x_*) < f(x) \text{ สำหรับทุก } x \text{ ที่มี } 0 < \|x - x_*\| < \epsilon$$

ถ้า  $x$  เป็นจุดต่ำสุดเฉพาะที่ของ  $f$  แล้วจะเขียนอนุกรมของเทย์เลอร์ได้

$$f(x_* + p) = f(x_*) + \nabla f(x_*)^T p + \frac{1}{2} p^T \nabla^2 f(\xi) p$$

เมื่อ  $p$  คือเวกเตอร์ที่ไม่เป็นศูนย์ และ  $\xi$  เป็นจุดระหว่าง  $x$  และ  $x_*$ . ถ้าหาก  $x_*$  เป็นจุดต่ำสุดเฉพาะที่จะไม่มีความเป็นไปได้ที่จะมีทิศทางของการลาดลงที่  $x_*$  ดังนั้น

$$\nabla f(x_*)^T p \geq 0 \text{ สำหรับทุกทิศทางที่เป็นไปได้ } p$$

สำหรับปัญหาที่ไม่มีการขอบเขต ทุกทิศทาง  $p$  เป็นไปได้ ความชันที่  $x_*$  จะเป็นศูนย์ ดังนั้นถ้า  $x_*$  เป็นจุดต่ำสุดเฉพาะที่ของ  $f$  จะได้

$$\nabla f(x_*) = 0$$

จุดที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้างบนนี้คือจุดหยุดนิ่งของฟังก์ชัน  $f$

เงื่อนไข  $\nabla f(x_*) = 0$  เป็นเงื่อนไขที่จำเป็นอันดับแรก คำว่าอันดับแรกหมายถึงอนุพันธ์อันดับแรกของฟังก์ชัน  $f$

สำหรับการคำนวณอย่างเหมาะสมที่สุดที่มีตัวแปร  $N$  ตัวแปรและมีเงื่อนไขบังคับสมภาพ (multiple variable optimisation with equality constraints) ซึ่งมีสมการจุดมุ่งหมายคือ

$$\text{minimize } f(x)$$

และมีเงื่อนไขที่เท่ากันอยู่  $M$  สมการ คือ

$$g_i(x) = b_i, \quad i=1, 2, \dots, M$$

ซึ่งจากฟังก์ชันลากรองจ์จะเขียนได้ เป็น

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^M \lambda_i [g_i(x) - b_i]$$

ซึ่งมีเงื่อนไขที่จำเป็นคือ

$$\nabla L(x, \lambda) = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial x_j} \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} \end{bmatrix} = [0], \quad i=1,2,\dots,M, j=1,2,\dots,N$$

เงื่อนไขนี้อาจเรียกว่าเงื่อนไข Karush-Kuhn-Tucker

หลักการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุด (Optimisation Criterion) ซึ่งเสนอโดย Sedaghati และ Tabarrok [37]

สำหรับปัญหาการคำนวณและออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดของโครงสร้างเหล็กจะนิยามโดยต้องการน้ำหนัก (W) ที่น้อยที่สุดโดยมีสมการจุดมุ่งหมายคือ

$$W = \sum_{i=1}^N \rho_i A_i \quad (2.4)$$

และมีเงื่อนไขของเสถียรภาพของโครงสร้าง (ในที่นี้พิจารณาเพียงเสถียรภาพในระนาบเท่านั้น) คือ

$$g = \Pi - \tilde{\Pi} = 0 \quad (2.5)$$

เมื่อ

- $\rho_i$  คือความหนาแน่นของวัสดุขององค์อาคารที่  $i$  ซึ่งเป็นค่าคงที่
- $A_i$  คือพื้นที่หน้าตัดขององค์อาคารที่  $i$  ซึ่งเป็นตัวแปร
- $I_i$  คือความยาวสุดท้ายขององค์อาคารที่  $i$  ซึ่งมีค่าไม่คงที่ขึ้นกับการกระจัดของโครงสร้าง
- $N$  คือจำนวนขององค์อาคารทั้งหมดในโครงสร้าง ซึ่งเป็นค่าคงที่
- $\Pi$  คือพลังงานศักย์ทั้งหมดของโครงสร้าง
- $\tilde{\Pi}$  คือพลังงานศักย์ทั้งหมดของโครงสร้างที่เหมาะสมที่สุด

ซึ่งตัวแปร (variable) มีเพียงตัวเดียวคือพื้นที่หน้าตัดขององค์อาคาร(A) สำหรับโครงสร้างที่มีองค์อาคาร  $N$  องค์อาคารจะได้

$$\Pi = \sum_{i=1}^N e_i - \{u^T\} \{R\} = U - \{u\}^T \{R\} \quad (2.6)$$

เมื่อ

- $\{u\}$  คือเวกเตอร์ของการกระจัด
- $\{R\}$  คือเวกเตอร์ของแรงภายนอก

และ  $e_i$  คือพลังงานภายในขององค์อาคารที่  $i$  ซึ่งจะได้จาก

$$e_i = \left(\frac{1}{2} E_i A_i l_i\right) \varepsilon_i^2 \quad (2.7)$$

$$\varepsilon_i = \frac{(l_i - l_{oi})}{l_{oi}} \quad (2.8)$$

เมื่อ

- $\varepsilon_i$  คือความเครียดในองค์อาคารที่  $i$
- $l_{oi}$  คือความยาวเดิมขององค์อาคารที่  $i$
- $l_i$  คือความยาวสุดท้ายขององค์อาคารที่  $i$

จากหลักพลังงานศักย์รวมซึ่งหยุดนิ่ง (principle of stationary total potential energy) จะได้

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{u\}} = \frac{\partial U}{\partial \{u\}} - \{R\} = \{0\} \quad (2.9)$$

จากสมการ (2.4) และ (2.5) ลากรองเจียน (Lagrangian) จะเขียนได้เป็น

$$L = \sum_{i=1}^N p_i A_i l_i - \lambda (\Pi - \bar{\Pi}) \quad (2.10)$$

เมื่อ  $\lambda$  คือตัวคูณลากรองจ์ และจากเงื่อนไขของ Kuhn-Tucker จะได้

$$p_i l_i - \lambda \left( \frac{\partial \Pi}{\partial A_i} + \sum_{j=1}^m \frac{\partial \Pi}{\partial u_j} \frac{\partial u_j}{\partial A_i} \right) = 0$$

$$(\Pi - \bar{\Pi}) = 0 \quad (2.11)$$

เมื่อ  $m$  คือจำนวนของการกระจัด

จากสมการ (2.9) จะเป็นจริงสำหรับทุกๆ  $u_j$  เมื่อ  $\frac{\partial \Pi}{\partial u_j}$  เป็นศูนย์หมด จะได้

$$p_i l_i - \lambda \frac{\partial \Pi}{\partial A_i} = 0 \quad (2.12)$$

แต่จากสมการ (2.6) , (2.7) จะได้

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A_i} = \frac{e_i}{A_i} \quad (2.13)$$

แทนสมการ (2.13) ลงใน (2.12) จะได้

$$p_i l_i - \lambda \frac{e_i}{A_i} = 0 \quad (2.14)$$

$$\text{หรือ} \quad 1 = \lambda \frac{e_i}{p_i l_i A_i} = \lambda \hat{e}_i \quad (2.15)$$

$$\text{หรือ} \quad \hat{e}_i = \frac{e_i}{p_i l_i A_i} = \frac{1}{\lambda} \quad (2.16)$$

จากสมการ (2.16) จะเห็นว่าโครงสร้างที่มีความเหมาะสมที่สุดคือโครงสร้างที่มีความหนาแน่นของพลังงานภายในของทุกองค์อาคารมีค่าเท่ากัน

### ความสัมพันธ์ของการเรียกซ้ำ (Recurrence Relation)

เนื่องจากกรอกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดต้องทำการทำซ้ำ จึงต้องหาสมการที่จะใช้ทำนายความสัมพันธ์ Sedaghati และ Tabarrok [37] ได้เสนอสมการดังนี้

จากสมการ (2.16) คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย  $(A_i)^r$  และถอดรากที่  $r$  ทั้งสองข้าง จะได้

$$A_i^{v+1} = A_i^v (\lambda \hat{e}_i)^{1/r} \quad (2.17)$$

เมื่อ  $v+1$  และ  $v$  เป็นจำนวนของการทำซ้ำ และ  $r$  คือสัมประสิทธิ์ที่สามารถปรับค่าได้ จากสมการที่ (2.17) ตัวแปรที่ต้องการทราบก็คือ  $\lambda$  ที่จุดเหมาะสมที่สุดค่าของ  $\lambda$  จะสอดคล้องกับสมการ (2.16) ส่วนที่จุดที่ยังไม่เหมาะสมที่สุดจะมีค่าคงค้างคือ

$$\text{Res}_i = 1 - \lambda \hat{e}_i \quad (2.18)$$

ค่าของ  $\lambda$  จะหาโดยการคำนวณค่าที่น้อยที่สุดของผลรวมของกำลังสองของค่าคงค้าง

$$\frac{d}{d\lambda} \left[ \sum_i^N \text{Res}_i^2 \right] = 0 \quad (2.19)$$

จากสมการที่ (2.19) จะได้

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^N \hat{e}_i}{\sum_{i=1}^N \hat{e}_i^2} \quad (2.20)$$

แทนสมการที่ (2.20) ลงในสมการ (2.17) จะได้

$$A_i^{v+1} = A_i^v \left( \left[ \frac{\sum_{i=1}^N \hat{e}_i}{\sum_{i=1}^N \hat{e}_i^2} \right] \hat{e}_i \right)^{1/r} \quad (2.21)$$

ซึ่งเป็นสมการที่ใช้ทำนายพื้นที่ของหน้าตัดในรอบของการทำซ้ำรอบต่อไป จากพื้นที่หน้าตัดในรอบของการทำซ้ำรอบที่ผ่านมาและพลังงานภายในจากรอบที่ผ่านมา

### การปรับสัดส่วนเพื่อการออกแบบ (Scaling Design)

น้ำหนักบรรทุกที่กระทำกับโครงสร้างควรมีค่าเท่ากับ น้ำหนักบรรทุกวิกฤตในระนาบของโครงสร้าง ถ้าเป็นเช่นนี้จริง จะสามารถเลือกหน้าตัดได้โดยหน้าตัดต้องมีกำลังเพียงพอ เพื่อรับแรงภายในองค์อาคารที่เกิดขึ้นจากการวิเคราะห์ที่ได้เลย แต่ในความเป็นจริงระหว่างการทำซ้ำ น้ำหนักบรรทุกวิกฤตในระนาบของโครงสร้างอาจน้อยกว่า หรือมากกว่าน้ำหนักบรรทุกที่กระทำก็ได้ จึงต้องมีการปรับสัดส่วนในการออกแบบ

สัดส่วนที่กล่าวถึงในที่นี้ก็คือ ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตนั่นเอง เขียนได้เป็น

$$\lambda = \frac{R_{\text{Critical}}}{R_{\text{Specified}}} \quad (2.22)$$

เมื่อ

$\lambda$  คือตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต

$R_{\text{Critical}}$  คือน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในระนาบ

$R_{\text{Specified}}$  คือน้ำหนักบรรทุกที่กระทำโครงสร้าง

เนื่องจากพลังงานความเครียดเป็นฟังก์ชันเส้นตรงกับตัวแปรในการออกแบบ การปรับสัดส่วนของพื้นที่หน้าตัดของทุกองค์อาคาร ด้วยตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต จึงมีความหมายเดียวกันกับการปรับสัดส่วนของน้ำหนักบรรทุกที่กระทำโครงสร้าง ด้วยตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต ซึ่งไม่ทำให้รูปแบบของการกระจัด (displacement pattern) เปลี่ยนแปลงไป ในกรณีของโครงสร้างที่น้ำหนักบรรทุกวิกฤตถูกควบคุมด้วยค่าการกระจัดสูงสุด

แต่ในกรณีที่โครงสร้างที่น้ำหนักวิกฤตถูกควบคุมด้วยกำลังขององค์อาคาร ความสัมพันธ์ที่กล่าวมาจะไม่เป็นจริงในทางทฤษฎี ดังนั้นจึงต้องมีสมมุติฐานในการทำนายล่วงหน้า คือหน่วยแรงที่ยอมให้ขององค์อาคารที่ต้องการปรับขนาด มีค่าคงที่ถึงแม้ว่าพื้นที่หน้าตัดและรัศมีไจเรชัน (ซึ่งมีผลโดยตรงต่อกำลังขององค์อาคาร) ของหน้าตัดที่เลือกใหม่มีค่าไม่เท่ากันกับพื้นที่หน้าตัดเดิมก็ตาม

#### เสถียรภาพของโครงสร้าง (Structural Stability)

เสถียรภาพของโครงสร้างซึ่งในที่นี้จะกล่าวโดยสรุป สามารถอ่านรายละเอียดเพิ่มเติมอ่านได้จากเอกสารอ้างอิง [9],[12],[14],[15]

จากสมการ

$$([K_e] + [K_g]) \{\Delta U\} = \{\Delta F_{\text{ext}}\} \quad (2.23)$$

ที่จุดขีดจำกัด (limit point) หรือจุดที่โครงสร้างสูญเสียเสถียรภาพ ที่สนใจในทางวิศวกรรมโยธาคือจุดที่โครงสร้างไม่มีสติเฟเนส หรือพูดได้ว่า determinant ของ สติเฟเนสเมตริกซ์เป็นศูนย์ นั่นคือ

$$\det([K_e] + [K_g]) = 0 \quad (2.24)$$

สำหรับ  $\{\Delta\} \neq \{0\}$  ผลเฉลยที่มีความหมาย (non-trivial solution) สามารถเขียนได้เป็นปัญหาเจาะจง (eigenvalue problem) คือ

$$([K_e] + \omega[K_g])\{\Delta\} = \{0\} \quad (2.25)$$

เมื่อ



- $\omega$  คือ ตัวคูณนำหน้าบัพทุก ซึ่งก็คือค่าเจาะจง (eigenvalue)
- $\{\Delta\}$  คือ โหมดของการโก่งเดาะ (mode shape) ซึ่งก็คือเวกเตอร์เจาะจง (eigenvector)
- $\{P_{ref}\}$  คือ แรงกระทำภายนอกอ้างอิง (reference external load) ซึ่งจะกำหนดเป็นค่าเริ่มต้นของการวิเคราะห์
- $[K_g]$  คือ เมทริกซ์สติฟเนสยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นลำดับที่สอง (geometric stiffness matrix) ซึ่งคำนวณมาจากแรงกระทำภายนอกอ้างอิง (reference external load)

ดังนั้นจะได้นำหน้าบัพทุกวิกฤตในช่วงยืดหยุ่น (elastic critical load) คือ

$$\{P_{cr}\} = \omega \{P_{ref}\} \quad (2.26)$$

เมื่อ  $\{P_{cr}\}$  คือ เวกเตอร์ของนำหน้าบัพทุกวิกฤตในช่วงยืดหยุ่น (elastic critical load) จากการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้น

การออกแบบโครงสร้างเหล็กตามมาตรฐาน AISC/ASD และ AISC/LRFD

มาตรฐาน AISC/ASD

องค์อาคารรับแรงดึง

$$P_a = F_a A_g = 0.6 F_y A_g \quad (2.27)$$

องค์อาคารรับแรงอัด มีหน่วยแรงอัดที่ยอมให้ขึ้นกับอัตราส่วนความชะลูด

$$P_a = F_a A_g$$

$$\lambda = \frac{KL}{r}$$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}}$$

สำหรับ  $\lambda < \lambda_c$

$$F_a = \frac{F_y}{F.S.} \left[ 1 - \frac{\lambda^2}{2\lambda_c^2} \right] \quad (2.28 \text{ ก})$$

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3\lambda}{8\lambda_c} - \frac{1}{8} \left( \frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^3$$

สำหรับ  $\lambda > \lambda_c$

$$F_a = \frac{12\pi^2 E}{23\lambda^2} \quad (2.28 \text{ ข})$$

## มาตรฐาน AISC/LRFD

องค์อาคารรับแรงดึง

$$P_u = \phi_t P_n = \phi_t F_y A_g, \quad \phi_t = 0.9 \quad (2.29)$$

องค์อาคารรับแรงอัด มีหน่วยแรงอัดที่ยอมให้ขึ้นกับอัตราส่วนความชะลุด

$$P_u = \phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g, \quad \phi_c = 0.85$$

$$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

สำหรับ  $\lambda_c \leq 1.5$

$$F_{cr} = (0.658)^{\lambda_c^2} F_y \quad (2.30 \text{ ก})$$

สำหรับ  $\lambda_c > 1.5$

$$F_{cr} = \frac{0.877 F_y}{\lambda_c^2} \quad (2.30 \text{ ข})$$

โดยที่มีข้อจำกัดคือ

1. ค่าของ  $L/r$  ไม่เกิน 300 ในกรณีที่ยังองค์อาคารรับแรงดึง
2. ค่าของ  $KL/r$  ไม่เกิน 200 ในกรณีที่ยังองค์อาคารรับแรงอัด

## การตรวจสอบเสถียรภาพนอกระนาบของทั้งโครงสร้างตามมาตรฐาน AISC

การวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้น จะได้นำน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในช่วงยืดหยุ่น (elastic critical load) คือ  $\{P_{cr}\}$  ซึ่งในองค์อาคารที่  $i$  ของโครงสร้างจะมีน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในช่วงยืดหยุ่นคือ  $P_{cr,i}$  ซึ่งสอดคล้องกับสมการของออยเลอร์ (Euler buckling load)

$$P_{cr,i} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (2.31)$$

เมื่อ

- $P_{cr,i}$  คือน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในช่วงยืดหยุ่น ขององค์อาคารที่  $i$
- $I$  คือโมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัด
- $K$  คือสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผล (effective length)
- $L$  คือความยาวขององค์อาคาร

จากการแทนค่าลงในสูตรของออยเลอร์เพื่อหาเงื่อนไขที่ขอบ (boundary condition) ทำให้ได้ค่า  $KL$  ขององค์อาคารที่  $i$  แล้วจึงนำไปใช้แทนในสูตรของ AISC เพื่อหาค่าหน่วยแรงสูงสุดของแต่ละองค์อาคาร แล้วจึงทำการวิเคราะห์โครงสร้างอีกครั้งเพื่อให้ได้น้ำหนักบรรทุกสูงสุด ( $\{P_{cr}\}$ ) ที่ทำให้

แรงในแต่ละองค์อาคารไม่เกินค่าที่กำหนดของ AISC แล้วเปรียบเทียบกับน้ำหนักบรรทุกที่กระทำ ( $\{F_{ext}\}$ ) ซึ่งโครงสร้างจะมีเสถียรภาพได้เมื่อ  $\{P_{cr}\} \geq \{F_{ext}\}$  สำหรับทุกระดับชั้นความเสถียร

### ขั้นตอนการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดและการตรวจสอบเสถียรภาพ

มีขั้นตอนดังนี้ (สรุปเป็นผังขั้นตอนในภาคผนวก ก.)

1. ข้อมูลเริ่มต้น
    - 1.1 กำหนดรูปร่างของโครงหลังคาโดยการใส่ข้อมูล จุดต่อ การยึดกันขององค์อาคาร คุณสมบัติของวัสดุ
    - 1.2 ชนิดของหน้าตัดของเหล็กที่จะเลือกใช้ และ กลุ่มขององค์อาคารที่จะให้ใช้หน้าตัดชนิดเดียวกัน
    - 1.3 กำหนดข้อมูลของน้ำหนักบรรทุกทั้งที่เป็นกรณีพื้นฐาน (basic load case) และกรณีผสม (combination load case)
    - 1.4 กำหนดค่าการกระจัดที่ยอมให้ และกำหนดชนิดของการออกแบบว่าเป็น ASD หรือ LRFD
    - 1.5 กำหนดวิธีการวิเคราะห์ว่าเป็นแบบเชิงเส้นหรือไม่เชิงเส้น
    - 1.6 กำหนดค่าตัวแปรต่างๆ ในกรณีของการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้น (รายละเอียดอยู่ในการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้น )
  2. ในแต่ละกรณีของน้ำหนักบรรทุก ให้ทำการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุด (ซึ่งมีรายละเอียดในหัวข้อ สรุปขั้นตอนการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดของน้ำหนักบรรทุกในแต่ละกรณี )
  3. จากชุดคำตอบที่ได้จากน้ำหนักบรรทุกในแต่ละกรณี ให้เลือกชุดคำตอบที่ใช้ปริมาตรวัสดุรวมทั้งโครงสร้างมากที่สุด (หรือมวลรวมทั้งโครงสร้างมากที่สุด) เป็นกรณีวิกฤต
  4. นำชุดคำตอบของกรณีวิกฤตไปตรวจสอบกับน้ำหนักบรรทุกในกรณีที่เหลือทุกกรณี ถ้าองค์อาคารใดมีกำลังไม่เพียงพอให้เพิ่มขนาดขององค์อาคารนั้นแล้ววิเคราะห์ใหม่จนกว่าจะได้หน้าตัดที่เพียงพอ ซึ่งเป็นชุดคำตอบสุดท้าย
- \* หมายเหตุ \*** ขั้นตอนที่ 4 นี้ไม่ใช้การทำการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุด เพราะขั้นตอนนี้อยู่ นอกการทำซ้ำเพื่อออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุด แต่เป็นการนำชุดคำตอบของกรณีวิกฤตมาตรวจสอบกับน้ำหนักบรรทุกกรณีอื่นๆที่เหลือ โดยเพิ่มขนาดหน้าตัดเพียงอย่างเดียว
5. นำชุดคำตอบสุดท้าย ไปตรวจสอบเสถียรภาพนอกระนาบของโครงสร้าง เพื่อหาตำแหน่งค้ำยันที่เหมาะสม เพื่อรักษาชุดคำตอบที่ได้จากการทำการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดในระนาบ โดยกำหนดจุดที่ไม่เคลื่อนที่นอกระนาบ และทำการวิเคราะห์เสถียรภาพนอกระนาบบแบบเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป LUSAS13.3

สรุปขั้นตอนการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดของน้ำหนักบรรทุกในแต่ละกรณี

ชุดหน้าตัดสำหรับน้ำหนักบรรทุกในแต่ละกรณีต้องผ่านการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดก่อนโดยมีขั้นตอนดังนี้ (สรุปเป็นผังขั้นตอนในภาคผนวก ข.)

1. หาพื้นที่หน้าตัดเริ่มแรกจากอัตราส่วนความขะลุดไม่เกินค่าที่กำหนด สำหรับชิ้นส่วนรับแรงดึงได้ค่ารัศมีไจเรชันที่ต้องการ นำไปเปิดตารางเหล็กเพื่อหาค่าพื้นที่หน้าตัดที่มีค่ารัศมีไจเรชันที่มากกว่าหรือเท่ากับรัศมีไจเรชันที่ต้องการ
2. ทำการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น/ไม่เชิงเส้น โดยมีเงื่อนไขของการหาน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในระนาบคือ
  - 2.1. โครงสร้างโดยรวมต้องมีเสถียรภาพ ( structural stability )
  - 2.2. แรงที่เกิดขึ้นในทุกองค์อาคารต้องไม่เกินแรงที่กำหนดในมาตรฐาน AISC วิธี ASD หรือ LRFD
  - 2.3. การกระจัดสูงสุดที่เกิดขึ้น (ภายใต้สภาวะใช้งาน) ต้องไม่เกินค่าการกระจัดที่ยอมให้
3. ในแต่ละรอบของการทำซ้ำจะออกแบบองค์อาคารตามมาตรฐาน AISC โดยสมมุติว่าจุดต่อที่ปลายทั้งสองข้างขององค์อาคารไม่มีการกระจัด และองค์อาคารมีการวางโดยให้เกิดการโก่งเดาะในระนาบ วิธีการทำนายพื้นที่หน้าตัดและวิธีการเลือกเหล็กจกตารางเหล็กมีดังนี้
  - 3.1. กรณีที่เสถียรภาพของโครงสร้างเป็นตัวควบคุมน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในระนาบ หรือ การกระจัดสูงสุดเป็นตัวควบคุมน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในระนาบ ให้เลือกหน้าตัดเหล็กที่มีพื้นที่หน้าตัดไม่น้อยกว่า พื้นที่หน้าตัดที่ได้จากสมการ (2.21) และ ให้เลือกหน้าตัดเหล็กที่กำลังเพียงพอที่จะรับแรงที่ได้จากการวิเคราะห์ในปัจจุบัน หากด้วยตัวคุณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในระนาบ
  - 3.2. ในกรณีที่กำลังขององค์อาคารเป็นตัวควบคุมน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในระนาบ ให้เลือกหน้าตัดเหล็กที่มีกำลังเพียงพอที่จะรับแรงที่ได้จากการวิเคราะห์ในปัจจุบัน หากด้วยตัวคุณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตในระนาบ โดยไม่ต้องใช้สมการ (2.21)
4. หน้าตัดเหล็กที่ได้ในแต่ละองค์อาคารที่เป็นกลุ่มเดียวกันต้องเหมือนกันหมด โดยใช้หน้าตัดที่มีพื้นที่หน้าตัดมากที่สุดเป็นตัวควบคุมในแต่ละกลุ่ม
5. ทำซ้ำขั้นตอนที่ 1-4 จนกว่า
  - 5.1. ไม่มีการเปลี่ยนแปลงของหน้าตัด
  - 5.2. จำนวนการทำซ้ำถึงค่าสูงสุดที่กำหนด ( ปกติตั้งไว้ที่ 20 รอบ )
6. ชุดคำตอบของพื้นที่หน้าตัดที่ได้คือ ชุดคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของน้ำหนักบรรทุกของกรณีนี้ ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด

จากขั้นตอนการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดและการตรวจสอบเสถียรภาพ และ สรุปขั้นตอนการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดของน้ำหนักบรรทุกในแต่ละกรณี ที่กล่าวมาแล้วข้างต้นเมื่อทำครบทุกขั้นตอนแล้วก็จะได้ชุดคำตอบที่เหมาะสมที่สุดภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด ออกมา แต่ในทางปฏิบัติอาจมีปัญหาล็กน้อยเกี่ยวกับคำตอบสุดท้าย เนื่องจากชุดคำตอบที่ดีน่าจะเป็นชุดคำตอบที่ให้ค่าตัวคือน้ำหนักบรรทุกวิกฤตเข้าใกล้ 1.0 มากที่สุด เพราะจะเป็นการใช้วัสดุได้คุ้มค่า แต่อาจมีปัญหากเกิดขึ้นในบางกรณี ตัวอย่างเช่น มีชุดคำตอบสองชุดที่ให้ค่าตัวคือน้ำหนักบรรทุกวิกฤตดังนี้

- ชุดคำตอบแรกให้ค่าตัวคือน้ำหนักบรรทุกวิกฤต 0.9625 ซึ่งมีผลต่างจาก 1.0 คือ  $0.9625 - 1.0 = -0.0375$  ใช้ปริมาตรวัสดุรวมเท่ากับ 205 ซม.<sup>3</sup>
- ชุดคำตอบที่สองให้ค่าตัวคือน้ำหนักบรรทุกวิกฤต 1.05 ซึ่งมีผลต่างจาก 1.0 คือ  $1.05 - 1.0 = 0.05$  ใช้ปริมาตรวัสดุรวมเท่ากับ 230 ซม.<sup>3</sup>

ซึ่งจะพบว่าในกรณีที่สองนี้มีความปลอดภัยมากกว่า ( $1.05 > 1.0$ ) แต่ใช้ปริมาณวัสดุมากกว่า (230 ซม.<sup>3</sup> > 205 ซม.<sup>3</sup>) เพื่อให้เกิดความเหมาะสมทางวิศวกรรม สำหรับงานวิจัยนี้ในกรณีปกติได้กำหนดค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้เมื่อค่าตัวคือน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของชุดคำตอบนั้นมีค่าไม่น้อยกว่า 0.95 (หรือความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 5% ซึ่งอาจกำหนดให้น้อยกว่านี้ได้ตามความต้องการของผู้ใช้งาน) ให้เป็นชุดสุดท้ายคำตอบได้ถ้าชุดคำตอบนี้ใช้ปริมาณวัสดุที่น้อยกว่า ดังนั้นจากตัวอย่างข้างต้นจึงยอมให้ชุดคำตอบแรกเป็นชุดคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ ภายใต้ค่าความคลาดเคลื่อนที่กำหนดไว้ที่ 5%

### การเลือกชุดคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

กำหนดให้

- $\lambda_i$  คือตัวคือน้ำหนักบรรทุกวิกฤตจากการทำซ้ำรอบที่  $i$
- $\lambda$  คือตัวคือน้ำหนักบรรทุกวิกฤตที่เป็นชุดคำตอบจากการทำซ้ำรอบที่  $i-1$
- $w_i$  คือปริมาณวัสดุที่ใช้จากชุดคำตอบจากการทำซ้ำรอบที่  $i$
- $w$  คือปริมาณวัสดุที่ใช้จากชุดคำตอบที่เป็นชุดคำตอบจากการทำซ้ำรอบที่  $i-1$
- $\xi$  คือความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ เช่น 0.05 ดังที่กล่าวข้างต้น

และกำหนดให้

$$\Delta' = \|\lambda - 1\|$$

$$\Delta_i = \|\lambda_i - 1\|$$

สรุปหลักการเลือกชุดคำตอบที่เหมาะสมที่สุดไว้ 5 กรณี โดยจะเลือกชุดคำตอบที่ได้จากการทำซ้ำในรอบปัจจุบันเมื่อกรณีใดกรณีหนึ่งเป็นจริง

1.  $w_i \leq w'$  และ  $\Delta_i \leq \Delta'$
  2.  $w_i < w'$  และ  $\lambda_i \geq 1.0$
  3.  $w_i \leq w'$  และ  $\lambda_i > \lambda'$
  4.  $w_i \geq w'$  และ  $\lambda_i < 1 - \xi$  และ  $\lambda_i \geq 1.0$
  5.  $w_i \geq w'$  และ  $\lambda_i > \lambda'$  และ  $\lambda_i \leq 1.0$
- (2.4)



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### บทที่ 3

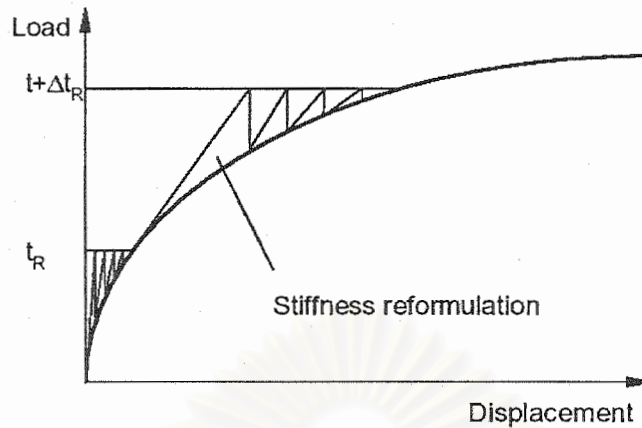
## เทคนิคการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นและวิธีการปรับเปลี่ยนอัตโนมัติที่ใช้ในงานวิจัย

ในปัจจุบันได้มีการพัฒนาวิธีการเชิงตัวเลขสำหรับแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นขึ้นมาหลายวิธี โดยส่วนหนึ่งจากหลายวิธีนั้น สามารถที่จะแก้ระบบสมการทั้งช่วงก่อนและหลังการโก่งคาะของโครงสร้าง ภายใต้น้ำหนักบรรทุกทุกสถิต ซึ่งรวมถึงพฤติกรรมที่อ่อนลง (softening) และแข็งขึ้น (stiffening) ได้ เทคนิคการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นวิธีต่างๆได้รวบรวมไว้ในเอกสารอ้างอิง [11]

วิธีแต่ละวิธีต่างก็มีวิธีการเขียนสมการต่างกันออกไป วิธีที่เป็นพื้นฐานที่สุดได้แก่ วิธีเพิ่มทีละขั้น (incremental หรือ simple Euler integration) ซึ่งวิธีนี้ต้องการการแบ่งช่วง (load increment) ที่เล็กพอ เพื่อไม่ให้คำตอบออกนอกเส้นทางของความสมดุล (equilibrium path) มากเกินไป ซึ่งจะทำให้เสียเวลาการคำนวณมากเมื่อเทียบกับวิธีอื่น อีกวิธีหนึ่งก็คือวิธีทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson iterations) ซึ่งจะต้องมีการทำซ้ำในแต่ละช่วงโดยใช้สตีฟเนสสัมผัส (tangent stiffness) ทุกๆครั้งที่ทำซ้ำ เพื่อให้เข้าสู่เส้นทางของความสมดุล แต่วิธีนี้คำตอบจะลู่เข้าได้ยาก และจะมีเสถียรภาพเชิงตัวเลข (numerical stability) ที่ไม่ดีเมื่อคำตอบเข้าใกล้จุดขีดจำกัด (limit point) จึงได้มีวิธีของนิวตัน-ราฟสันที่ดัดแปรแล้ว (modified Newton-Raphson iterations) ซึ่งใช้สตีฟเนสสัมผัส (tangent stiffness) เฉพาะตอนเริ่มช่วงเท่านั้น วิธีนี้จะมีเสถียรภาพเชิงตัวเลข (numerical stability) ที่ดีกว่าวิธีของนิวตัน-ราฟสันแบบธรรมดา แต่จะใช้จำนวนรอบในการทำซ้ำเพื่อให้ลู่เข้าสู่คำตอบมากกว่าวิธีของนิวตัน-ราฟสันแบบธรรมดา อีกวิธีหนึ่งคือใช้สตีฟเนสเริ่มต้น (initial stiffness) แทนที่จะใช้สตีฟเนสสัมผัส ไปตลอดการทำซ้ำ วิธีนี้มีเสถียรภาพเชิงตัวเลขดีก็จริงแต่ต้องใช้จำนวนรอบของการทำซ้ำจำนวนมาก

ในการวิจัยนี้เลือกใช้วิธีของนิวตัน-ราฟสันที่ดัดแปรแล้ว โดยการควบคุมน้ำหนักบรรทุก (modified Newton-Raphson iterations with load control) ด้วยเหตุผลที่ว่าวิธีนี้มีเสถียรภาพเชิงตัวเลขที่ดีและไม่ใช้เวลาการคำนวณที่มากจนเกินไป ดังแสดงในรูป 3.1 ขั้นตอนต่างๆสรุปเป็นผังในภาคผนวก ค.

เนื่องจากระหว่างการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้น จะมีการแก้ระบบสมการแบบเชิงเส้นในการทำซ้ำแต่ละรอบ ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้วิธี modified Cholesky และเก็บข้อมูลแบบ active column หรือที่เรียกกันว่า sky line ซึ่งจะไม่ขอลำดับถึงในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ อ่านรายละเอียดได้ในเอกสารอ้างอิง [7]



รูปที่ 3.1 วิธีของนิวตัน-ราฟสันที่ดัดแปรแล้ว (modified Newton-Raphson iterations)

### เทคนิควิธีการทำซ้ำ (Incremental-Iterative Solution Technique)

กำหนดให้  $i$  คือดัชนีของจำนวนช่วง และ  $j$  คือดัชนีของจำนวนการทำซ้ำ ในช่วง  $i$  ใดๆ จะมีการทำซ้ำตามขั้นตอนดังนี้

รอบแรกของการทำซ้ำ,  $j=1$

จากสมการ

$$[K_i] \{\delta_i\} = \{F_i\} \quad (3.1)$$

เมื่อ

$[K_i]$  คือสติฟเนสสัมพัทธ์เริ่มต้น

$\{F_i\}$  คือเวกเตอร์ของแรงภายนอกที่ใช้อ้างอิง (ปกติมักจะใช้แรงภายนอกที่กำหนดเป็นแรงอ้างอิง)

$\{\delta_i\}$  คือเวกเตอร์การกระจัดสัมพัทธ์

เมื่อกำหนดให้  $\Delta\lambda_i^1$  คือตัวคูณการเปลี่ยนแปลงของน้ำหนักบรรทุก จะสามารถหาการเปลี่ยนแปลงของเวกเตอร์การกระจัดได้จากการปรับขนาดของเวกเตอร์การกระจัดสัมพัทธ์  $\{\delta_i\}$  ดังนี้

$$\{\Delta\delta_i\}^1 = \Delta\lambda_i^1 \{\delta_i\} \quad (3.2)$$

เวกเตอร์การกระจัดทั้งหมดจะหาได้จาก

$$\{\delta_i\}^1 = \{\delta_i\}_{i-1} + \{\Delta\delta_i\}^1 \quad (3.3)$$



$$\lambda_i^j = \lambda_{i-1} + \Delta\lambda_i^j \quad (3.4)$$

รอบต่อไปของการทำซ้ำ,  $j \geq 2$

ดังที่กล่าวในตอนต้นว่า วิธีนิวตัน-กราฟเส้นแบบธรรมดา หรือ วิธีของนิวตัน-กราฟเส้นที่ดัดแปรแล้ว จะให้คำตอบที่ไม่ดีเมื่อเข้าใกล้จุดขีดจำกัดเนื่องจากการกำหนดการเปลี่ยนแปลงของน้ำหนักบรรทุกที่คงที่ ดังนั้นตัวคูณการเปลี่ยนแปลงของน้ำหนักบรรทุก  $\Delta\lambda_i^j$  จึงต้องมีการเปลี่ยนแปลงไปตามความเหมาะสมที่สุดเพื่อให้คำตอบที่เข้าใกล้จุดขีดจำกัด ซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อวิธีการปรับเปลี่ยน (adaptive scheme) โดยมีขั้นตอนหาการเปลี่ยนแปลงของเวกเตอร์การกระจัดดังนี้

$$[K_i]_i \{\Delta\delta\}_i^j = \Delta\lambda_i^j \{F_i\}_i - \{\psi\}_i^{j-1} \quad (3.5)$$

โดยที่

$$\{\psi\}_i^{j-1} = \{F_{int}\}_i^{j-1} - \{F_{ext}\}_i^{j-1} \quad (3.6)$$

เมื่อ

- $\{\psi\}$  คือเวกเตอร์ของแรงคงค้าง
- $\{F_{int}\}$  คือเวกเตอร์ของแรงภายใน
- $\{F_{ext}\}$  คือเวกเตอร์ของแรงภายนอก
- $\{\Delta\delta\}$  คือเวกเตอร์การกระจัดส่วนที่เปลี่ยนแปลง (incremental displacement vector)

โดยที่  $\{F_{int}\}$  สามารถหาได้จาก

$$\{F_{int}\}_i^{j-1} = \int_V [B]_i^{j-1} \{\sigma\}_i^{j-1} dV \quad (3.7)$$

เมื่อ

- $[B]$  คือเมตริกซ์ของความเครียด (strain matrix) ที่มีพจน์ของความไม่เชิงเส้น
- $\{\sigma\}$  คือเวกเตอร์ของความเค้น
- $V$  คือปริมาตร

และ  $\{F_{ext}\}$  สามารถหาได้จาก

$$\{F_{ext}\}_i^{j-1} = \lambda_i^{j-1} \{F_i\}_i \quad (3.8)$$

จากสมการ (3.5) สามารถเขียนได้เป็น

$$\{\Delta\delta\}_i^j = \Delta\lambda_i^j \{\delta_i\}_i + \{\Delta\delta_r\}_i^j$$

(3.9)

เมื่อ

$\{\Delta\delta_R\}$  คือเวกเตอร์การกระจัดคงค้าง (residual displacement vector)

โดยที่คำนวณ  $\{\Delta\delta_R\}$  ได้จาก

$$[K]_i \{\Delta\delta_R\}_i^j = -\{\psi\}_i^{j-1} \quad (3.10)$$

สำหรับวิธีการคำนวณตัวคูณการเปลี่ยนแปลงของน้ำหนักบรรทุก  $\Delta\lambda_i^j$  จะกล่าวต่อไปในหัวข้อวิธีการปรับเปลี่ยน จากสมการที่ (3.9) จะได้เวกเตอร์การกระจัดส่วนที่เปลี่ยน  $\{\Delta\delta\}$  ดังนั้นจะสามารถหาเวกเตอร์การกระจัดได้จาก

$$\{\delta\}_i^j = \{\delta\}_i^{j-1} + \{\Delta\delta\}_i^j \quad (3.11)$$

เมื่อ

$\{\delta\}$  คือเวกเตอร์การกระจัด (total displacements vector)

และสามารถคำนวณตัวคูณน้ำหนักบรรทุก  $\lambda$  ได้จาก

$$\lambda_i^j = \lambda_i^{j-1} + \Delta\lambda_i^j \quad (3.12)$$

เมื่อ

$\lambda$  คือตัวคูณน้ำหนักบรรทุก

กระบวนการทำซ้ำนี้จะทำจนกว่าจะเข้าสู่ค่าตอบ ซึ่งวิธีการตรวจสอบการเข้าสู่ค่าตอบ จะกล่าวในหัวข้อ การตรวจสอบการเข้าสู่ค่าตอบของการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้น แต่หากพบว่าไม่สามารถเข้าสู่ค่าตอบ จะต้องมีการปรับเปลี่ยนอัตราในมิติซึ่งจะกล่าวในหัวข้อ วิธีการปรับเปลี่ยน (adaptive scheme) และการลดตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักบรรทุกอัตราในมิติ สำหรับกระบวนการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นวิธีต่างๆสามารถอ่านรายละเอียดได้ในเอกสารอ้างอิง [11]

การทำการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นด้วยวิธีที่กล่าวมานั้นโดยลำพัง จะทำให้ตัวแก้สมการ (solver) หยุดการทำงานก่อนได้คำตอบได้ ถ้าการตั้งค่าเริ่มต้นไม่ละเอียดเพียงพอ หรือคำตอบเข้าใกล้จุดซิดจำกัด จะทำให้ คำตอบที่ได้มีความคลาดเคลื่อนมาก จึงต้องมีการทำการปรับเปลี่ยนในระหว่างการทำซ้ำ ซึ่งจะกล่าวต่อไป โดยปกติแล้วจะมีการตั้งค่าเริ่มต้นและค่ากำหนดไว้ดังนี้

- ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกเริ่มต้น  $\lambda_1$  ปกติจะตั้งไว้ที่ 10% ของน้ำหนักบรรทุกที่กระทำกับโครงสร้าง ( $\lambda_1 = 0.10$ )
- ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกสูงสุด  $\lambda_{\max}$  ปกติจะตั้งไว้ที่ 2 เท่าของน้ำหนักบรรทุกที่กระทำกับโครงสร้าง ( $\lambda_{\max} = 2.0$ ) และจากการวิจัยพบว่าไม่มีความจำเป็นที่จะต้องตั้งค่าให้สูงไปกว่านี้ เพราะจะเป็นการสิ้นเปลืองเวลาการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้น
- การเปลี่ยนแปลงตัวคูณน้ำหนักบรรทุกสูงสุด  $\Delta\lambda_{\max}$  เพื่อควบคุมให้คำตอบยังคงอยู่ในเส้นทางความสมดุล จึงต้องมีการกำหนดค่านี้เอาไว้ โดยปกติจะตั้งไว้ที่ 10% ของน้ำหนักบรรทุกที่กระทำกับโครงสร้าง ( $\Delta\lambda_{\max} = 0.10$ )

สาเหตุที่ต้องมีการกำหนดตัวคูณน้ำหนักบรรทุกสูงสุดซึ่งจะมากกว่า 1.0 เสมอ ก็เพราะว่าหลักการทำการออกแบบที่นำเสนอ นั้น ต้องการน้ำหนักบรรทุกวิกฤต โดยมีเงื่อนไขสามประการดังที่เคยกล่าวมาคือ โครงสร้างต้องมีเสถียรภาพ แรงที่เกิดขึ้นในแต่ละองค์อาคารต้องไม่เกินกำลังที่รับได้ และ การกระจัดสูงสุดที่เกิดขึ้นต้องไม่เกินการกระจัดที่ยอมให้ในสภาวะใช้งาน แล้วจึงนำค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตที่ได้ไปใช้ในการปรับสัดส่วนในการออกแบบ รายละเอียดเกี่ยวกับเรื่องนี้อยู่ในบทที่ 2

### วิธีการปรับเปลี่ยน (Adaptive Scheme)

ถึงแม้ว่าใช้วิธีทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสันที่ดัดแปรแล้ว (modified Newton-Raphson iterations) จะมีเสถียรภาพที่ดีกว่าวิธีของนิวตัน-ราฟสัน ก็ตาม แต่ล้าพังวิธีปรับปรุงวิธีของนิวตัน-ราฟสันก็ไม่เพียงพอในงานที่ต้องการคำตอบที่ใกล้กับจุดขีดจำกัดให้มากที่สุดโดยสามารถกำหนดค่าความคลาดเคลื่อนได้ จึงต้องมีวิธีการปรับเปลี่ยนอัตโนมัติระหว่างการทำซ้ำ [11] โดยการนำตัวคูณน้ำหนักบรรทุกมาคูณด้วยตัวคูณดังนี้

$$\left( \frac{J_d}{J_{i-1}} \right) \quad (3.13)$$

เมื่อ

- $J_d$  คือจำนวนการทำซ้ำเพื่อเข้าสู่สมดุลที่ต้องการ (ปกติตั้งไว้ที่ 4 รอบ)
- $J_{i-1}$  คือจำนวนการทำซ้ำเพื่อเข้าสู่สมดุลที่ใช้จากการทำซ้ำในรอบที่ผ่านมา

จากที่กล่าวมาข้างต้น เพื่อให้คำตอบอยู่ในเส้นทางของความสมดุลตลอดการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้น จึงกำหนดให้จำนวนของการทำซ้ำในแต่ละช่วงมีค่าไม่เกิน  $J_0$  ถ้าเกินต้องกลับมาทำช่วงปัจจุบันใหม่



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การลดตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักบรรทุกอัตโนมัติ (Automatic Time Step Reduction)

เมื่อการเพิ่มน้ำหนักบรรทุกที่กำหนดไม่สามารถเข้าสู่คำตอบได้ ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากการตั้งค่าเริ่มต้นที่ไม่เพียงพอ หรือคำตอบเข้าใกล้ขีดจำกัด ในกรณีนี้เพื่อเสถียรภาพเชิงตัวเลขที่ดี ตัวแก้สมการ (solver) จะต้องไม่หยุดทำงานทันทีแต่จะมีการลดตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักบรรทุกและลองทำซ้ำใหม่ หากพบว่ายังไม่สามารถเข้าสู่คำตอบได้ ก็จะทำการลดตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักบรรทุกและลองทำซ้ำ อย่างเป็นไปเรื่อยจนถึงจำนวนของการลดตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักบรรทุกอัตโนมัติสูงสุดที่ได้ตั้งไว้จึงหยุดทำงาน ซึ่งได้มีการกำหนดค่าปกติไว้ดังนี้

- จำนวนครั้งมากที่สุดที่จะทำการลดตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักบรรทุกอัตโนมัติ กำหนดไว้ที่ 5 ครั้ง
- ตัวคูณที่ใช้ในการลด กำหนดไว้ที่ 0.50

ตัวอย่างเช่นถ้าการทำซ้ำในรอบที่  $i$  ด้วยตัวคูณการเปลี่ยนแปลงของน้ำหนักบรรทุก  $\Delta\lambda_i$  ไม่สามารถเข้าสู่คำตอบได้จึงนำตัวคูณการเปลี่ยนแปลงของน้ำหนักบรรทุกมาคูณด้วย ตัวคูณที่ใช้ในการลด (ในที่นี้คือ 0.50) แล้วจึงทำการทำซ้ำต่อไป หากยังไม่สามารถเข้าสู่คำตอบได้อีก ก็จะมีการลดตัวคูณต่อไปอีก ทำเช่นนี้จนกว่าจำนวนครั้งของการลดตัวคูณจะถึงค่าสูงสุดที่กำหนดไว้ (ในที่นี้คือ 5 ครั้ง)

การตรวจสอบการเข้าสู่คำตอบของการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้น

การตรวจสอบการเข้าสู่คำตอบมีหลายวิธีที่สามารถอ่านรายละเอียดได้ในเอกสารอ้างอิง [38] ในงานวิจัยนี้ได้กำหนดการเข้าสู่คำตอบไว้สามข้อ โดยต้องสอดคล้องทั้งสามข้อจึงจะถือว่าเข้าสู่คำตอบ

1. ค่าสัมบูรณ์ของแรงคงค้าง (Euclidian residual norm) มีค่าอยู่ในช่วงที่กำหนด

$$\gamma_{\Psi} = \frac{\|\{\Psi\}\|_2}{\|\Delta\lambda_{\{F_i\}}\|_2} \times 100 \quad (3.14)$$

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ตั้งค่า  $\gamma_{\Psi}$  ไว้ที่ 1% ( $\gamma_{\Psi} = 0.01$ ) แต่ถ้าต้องการคำตอบที่ดียิ่งขึ้น ควรตั้ง  $\gamma_{\Psi}$  ไว้ไม่น้อยกว่า 0.1% ( $\gamma_{\Psi} = 0.001$ ) เพราะน้อยกว่านี้จะเป็นการสิ้นเปลืองการคำนวณ

2. ค่าสัมบูรณ์ของการกระจัดส่วนที่เปลี่ยน (Euclidian incremental displacement norm) มีค่าอยู่ในช่วงที่กำหนด

$$\gamma_{dt} = \frac{\|(\Delta\delta)\|_2}{\|(\delta)\|_2} \times 100 \quad (3.15)$$

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ตั้งค่า  $\gamma_{dt}$  ไว้ที่ 1% ( $\gamma_{dt} = 0.01$ ) แต่ถ้าต้องการคำตอบที่ดียิ่งขึ้น ควรตั้ง  $\gamma_{dt}$  ไว้ไม่น้อยกว่า 0.1% ( $\gamma_{dt} = 0.001$ ) เพราะน้อยกว่านี้จะเป็นการสิ้นเปลืองการคำนวณ

3. ค่าสัมบูรณ์ของความแตกต่างของแรงที่เกิดขึ้นในองค์อาคารกับกำลังขององค์อาคารมีค่าอยู่ในช่วงที่กำหนด

$$\frac{L_i}{R_i} \leq 1.01 \quad (3.16)$$

ปกติตั้งไว้ที่ 1% เหตุที่ตั้งไว้ 1% ก็เพื่อป้องกันการเลือกหน้าตัดที่ไม่สมเหตุผลผลในทางปฏิบัติ อย่างเช่น มีแรงเกิดขึ้น 100 ตัน แต่กำลังมี 99 ตัน ในทางปฏิบัติมักจะยอมให้ใช้ได้

#### การหยุดทำงานของการแก้ระบบสมการ (Solution Termination)

ในงานวิจัยนี้ได้กำหนดเงื่อนไขของการหยุดทำงานของการแก้ระบบสมการไว้ดังนี้

1. เมื่อถึงขีดจำกัดของน้ำหนักบรรทุกทุกที่กระทำกับโครงสร้าง
2. เมื่อถึงขีดจำกัดของกำลังรับน้ำหนักบรรทุกทุกขององค์อาคาร
3. เมื่อถึงขีดจำกัดของการกระจัดสูงสุดที่กำหนดในสภาวะใช้งาน
4. เมื่อถึงขีดจำกัดของน้ำหนักบรรทุกสูงสุดที่กำหนด ( $\lambda_{max}$ )
5. เมื่อจำนวนช่วงของการแก้ระบบสมการมาถึงค่าสูงสุดที่กำหนด (ปกติกำหนดไว้สูงสุดที่ 5000 ช่วง)
6. เมื่อจำนวนการทำซ้ำในแต่ละช่วงของการแก้ระบบสมการมาถึงค่าสูงสุดที่กำหนด (ปกติกำหนดไว้สูงสุดที่ 25 ครั้ง)
7. เมื่อค่าสัมบูรณ์ของแรงคงค้ำมีค่ามากเกินไปที่กำหนด กรณีนี้เกิดขึ้นได้ถ้ากำหนดค่าเริ่มต้นไว้ไม่เหมาะสมอย่างมาก ในกรณีนี้ไม่ควรพึ่งกระบวนการปรับเปลี่ยนอัตโนมัติ เพราะจะทำให้ใช้เวลาในการคำนวณมากเกินไป (ปกติกำหนดไว้ที่  $10^{10}$ )

## บทที่ 4

### ตัวอย่างการคำนวณด้วยวิธีที่นำเสนอ

เพื่อแสดงให้เห็นถึงขั้นตอนและกระบวนการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดที่ได้นำเสนอ ขอใช้ตัวอย่าง 5 ตัวอย่าง ซึ่งได้มีการกำหนดค่าคงที่ เอาไว้ดังนี้

#### 1. สมบัติของวัสดุ

- $E=2 \times 10^6$  ksc
- $F_v=2,500$  ksc
- ความหนาแน่น  $7,800$  kg/m<sup>3</sup>

#### 2. กำหนดค่าคงที่

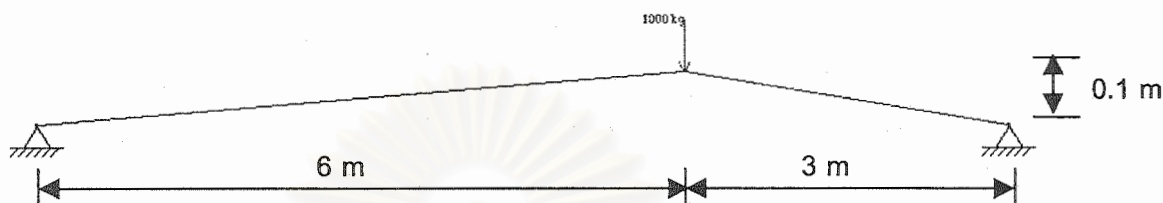
- $\xi=0$
- ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกสูงสุดในแต่ละรอบการทำซ้ำ 2.0

ส่วนค่าคงที่ที่เหลือจะกำหนดไว้แตกต่างกันในแต่ละตัวอย่าง

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ตัวอย่างที่ 1

เป็นตัวอย่างเพื่อแสดงถึงขั้นตอนการทำการออกแบบอย่างเหมาะสมในระนาบที่นำเสนอ  
พิจารณาโครงข้อหมุนที่มี 2 ชั้นส่วน ภายใต้น้ำหนักบรรทุก 1 ตัน ดังรูปที่ 4.1.1



รูปที่ 4.1.1 โครงข้อหมุนเดี่ยวในตัวอย่างที่ 1

โดยกำหนดให้

1. กำหนดค่าคงที่  $r=2.0$
2. ออกแบบด้วยวิธี AISC/ASD
3. กำหนดให้ใช้หน้าตัดคานปีกกว้าง

ก.) วิเคราะห์แบบเชิงเส้น

เริ่มต้นด้วยหน้าตัดที่ขีดจำกัดของแรงดึงดังตารางที่ 4.1.1

ตารางที่ 4.1.1 ชุดหน้าตัดเริ่มต้นของชั้นส่วนต่างๆของตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นโครงข้อหมุนเดี่ยว เมื่อทำ  
การวิเคราะห์แบบเชิงเส้น

ชั้นส่วนที่	หน้าตัด	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
1	W100x100mm(17.2kg/m)	21.90
2	W100x50mm(9.3kg/m)	11.85



### รอบที่ 1

จากการวิเคราะห์โครงสร้างจะได้ผลลัพธ์ดังตาราง เนื่องจากตัวอย่างข้อนี้ไม่ได้กำหนดการกระจัดสูงสุดเอาไว้ ดังนั้นวิธีการเลือกหน้าตัดจึงใช้วิธีการเลือกหน้าตัดโดยตรงจากตารางเหล็ก ได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.1.2

ตารางที่ 4.1.2 ชุดหน้าตัดของชิ้นส่วนต่างๆของตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นโครงข้อหมุนเดี่ยว เมื่อทำการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นในการทำซ้ำรอบที่ 1

ชิ้นส่วนที่	แรงภายใน (ตัน)	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
1	-20.28	W175x175mm(40.2kg/m)	51.21
2	-20.28	W125x125mm(23.8kg/m)	30.31

### รอบที่ 2

ได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.1.3

ตารางที่ 4.1.3 ชุดหน้าตัดของชิ้นส่วนต่างๆของตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นโครงข้อหมุนเดี่ยว เมื่อทำการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นในการทำซ้ำรอบที่ 2

ชิ้นส่วนที่	แรงภายใน (ตัน)	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
1	-20.71	W175x175mm(40.2kg/m)	51.21
2	-20.72	W125x125mm(23.8kg/m)	30.31

จะพบว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงของชุดหน้าตัด ดังนั้นจึงเป็นชุดคำตอบสุดท้าย โดยชุดคำตอบนี้ใช้ปริมาณวัสดุ 311 kg โดยมีการโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 4.76 cm และใช้เวลาการคำนวณประมาณ 1 วินาที

### ข.) วิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้น

เริ่มต้นด้วยหน้าตัดที่ขีดจำกัดของแรงดึง ได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.1.4

ตารางที่ 4.1.4 ชุดหน้าตัดเริ่มต้นของชิ้นส่วนต่างๆของตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นโครงข้อหมุนเดี่ยว เมื่อทำการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้น

ชิ้นส่วนที่	หน้าตัด	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
1	W100x100mm(17.2kg/m)	21.90
2	W100x50mm(9.3kg/m)	11.85

#### รอบที่ 1

ในทางทฤษฎีจะพบว่าค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตเท่ากับ  $\beta=0$  เพราะไม่มีหน้าตัดตัวใดที่รับแรงอัดได้เลยเนื่องจากสัดส่วนความชะลูดเกินกว่า 200 ดังนั้นในรอบนี้จึงเข้าข่ายน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโครงสร้างถูกควบคุมด้วยกำลังขององค์อาคาร ดังนั้นวิธีการเลือกหน้าตัดจึงใช้วิธีการเลือกหน้าตัดโดยตรงจากตารางเหล็ก ได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.1.5

ตารางที่ 4.1.5 ชุดหน้าตัดของชิ้นส่วนต่างๆของตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นโครงข้อหมุนเดี่ยว เมื่อทำการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นในการทำซ้ำรอบที่ 1

ชิ้นส่วนที่	แรงภายใน (ตัน)	พื้นที่หน้าตัดที่ได้ จากการทำนาย ด้วยสมการ (2.21) (ซม. <sup>2</sup> )	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
1	0	-	W175x175mm(40.2kg/m)	51.21
2	0	-	W125x125mm(23.8kg/m)	30.31

#### รอบที่ 2

จากการวิเคราะห์โครงสร้างจะได้ค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตเท่ากับ  $\beta=0.4043$  และแรงภายในผลลัพธ์ดังตาราง ถึงแม้ว่าตัวอย่างข้อนี้ไม่ได้กำหนดการกระจัดสูงสุดเอาไว้ แต่น้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโครงสร้างถูกควบคุมด้วยเสถียรภาพของโครงสร้าง ดังนั้นวิธีการเลือกหน้าตัดจึงใช้สมการ (2.21) ได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.1.6

ตารางที่ 4.1.6 ชุดหน้าตัดของชิ้นส่วนต่างๆของตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นโครงข้อหมุนเดี่ยว เมื่อทำการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นในการทำซ้ำรอบที่ 2

ชิ้นส่วนที่	แรงภายใน (ตัน)	พื้นที่หน้าตัดที่ได้จากการทำนายด้วยสมการ (2.21) (ซม. <sup>2</sup> )	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
1	-16.12	82.20	W400x200mm(66kg/m)	84.12
2	-16.12	82.22	W400x200mm(66kg/m)	84.12

### รอบที่ 3

จากการวิเคราะห์โครงสร้างจะได้ค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตเท่ากับ  $\beta=0.729$  และแรงภายในผลลัพธ์ดังตาราง ถึงแม้ว่าตัวอย่างข้อนี้ไม่ได้กำหนดการกระจัดสูงสุดเอาไว้ แต่น้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโครงสร้างถูกควบคุมด้วยเสถียรภาพของโครงสร้าง ดังนั้นวิธีการเลือกหน้าตัดจึงใช้สมการ (2.21) ได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.1.7

ตารางที่ 4.1.7 ชุดหน้าตัดของชิ้นส่วนต่างๆของตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นโครงข้อหมุนเดี่ยว เมื่อทำการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นในการทำซ้ำรอบที่ 3

ชิ้นส่วนที่	แรงภายใน (ตัน)	พื้นที่หน้าตัดที่ได้จากการทำนายด้วยสมการ (2.21) (ซม. <sup>2</sup> )	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
1	-32.69	115.46	W300x300mm(94kg/m)	119.8
2	-32.70	115.47	W300x300mm(94kg/m)	119.8

### รอบที่ 4

จากการวิเคราะห์โครงสร้างจะได้ค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตเท่ากับ  $\beta=0.946$  และแรงภายในผลลัพธ์ดังตาราง ถึงแม้ว่าตัวอย่างข้อนี้ไม่ได้กำหนดการกระจัดสูงสุดเอาไว้ แต่น้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโครงสร้างถูกควบคุมด้วยเสถียรภาพของโครงสร้าง ดังนั้นวิธีการเลือกหน้าตัดจึงใช้สมการ (2.21) ได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.1.8

ตารางที่ 4.1.8 ชุดหน้าตัดของชิ้นส่วนต่างๆของตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นโครงข้อหมุนเดี่ยว เมื่อทำการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นในการทำซ้ำรอบที่ 4

ชิ้นส่วนที่	แรงภายใน (ตัน)	พื้นที่หน้าตัดที่ได้จากการทำนายด้วยสมการ (2.21) (ซม. <sup>2</sup> )	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
1	-46.56	126.62	W600x200mm(106kg/m)	134.40
2	-46.56	126.64	W600x200mm(106kg/m)	134.40

#### รอบที่ 5

จากการวิเคราะห์โครงสร้างจะได้ค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตเท่ากับ  $\beta=1.024$  และแรงภายในผลลัพธ์ดังตาราง ถึงแม้ว่าตัวอย่างข้อนี้ไม่ได้กำหนดการกระจัดสูงสุดเอาไว้ แต่น้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโครงสร้างถูกควบคุมด้วยเสถียรภาพของโครงสร้าง ดังนั้นวิธีการเลือกหน้าตัดจึงใช้สมการ (2.21) ได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.1.9

ตารางที่ 4.1.9 ชุดหน้าตัดของชิ้นส่วนต่างๆของตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นโครงข้อหมุนเดี่ยว เมื่อทำการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นในการทำซ้ำรอบที่ 5

ชิ้นส่วนที่	แรงภายใน (ตัน)	พื้นที่หน้าตัดที่ได้จากการทำนายด้วยสมการ (2.21) (ซม. <sup>2</sup> )	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
1	-52.23	131.19	W600x200mm(106kg/m)	134.40
2	-52.24	131.21	W600x200mm(106kg/m)	134.40

จะพบว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงของชุดหน้าตัด ดังนั้นจึงเป็นชุดคำตอบสุดท้าย โดยชุดคำตอบนี้ใช้ปริมาณวัสดุ 944 kg โดยมีการโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 3.65 cm และใช้เวลาการคำนวณประมาณ 1 นาที

#### ข้อสังเกต

จากข้อ ก.) และ ข.) จะพบว่าปริมาณวัสดุที่ใช้ถ้าวิเคราะห์แบบเชิงเส้นคือ 311 kg และปริมาณวัสดุที่ใช้ถ้าวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นคือ 944 kg จะเห็นว่าถ้าวิเคราะห์แบบเชิงเส้นจะใช้ปริมาณวัสดุเพียง 34% ของปริมาณวัสดุที่ใช้ถ้าวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้น หรือปริมาณวัสดุที่ได้จา

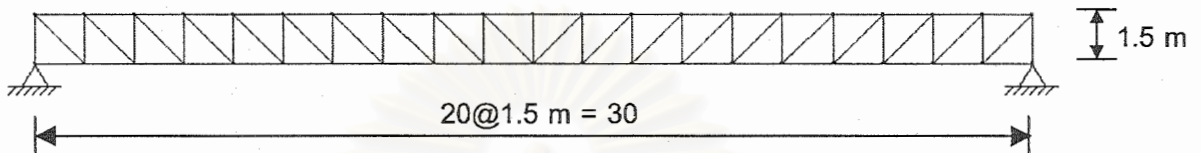
การวิเคราะห์แบบเชิงเส้นมีความคลาดเคลื่อนไปจากปริมาณที่ควรจะเป็นถึง  $(944-311)/311 \times 100 = 204\%$  ตัวอย่างนี้ผู้เขียนเจตนาแสดงให้เห็นว่าความต่างอาจเกิดขึ้นได้มากหากโครงสร้างที่กำลังพิจารณามีความไม่เชิงเส้นสูง (highly nonlinear) ดังนั้นการเลือกใช้วิธีการวิเคราะห์ผู้ใช้จึงควรพิจารณาให้ดี หากปัญหาใดที่สามารถใช้การวิเคราะห์แบบเชิงเส้นได้โดยคำตอบไม่คลาดเคลื่อนมากนัก ก็จะทำให้ประหยัดเวลาการคำนวณ



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ตัวอย่างที่ 2

โครงข้อหมุน โดยมีน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุดกระทำที่จุดต่อทุกจุดบนคอร์ดบน โดยที่น้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกถาวรเท่ากับ 162 kg และเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจรเท่ากับ 450 kg มีรูปร่างดังรูปที่ 4.2.1



รูปที่ 4.2.1 โครงหลังคาช่วง 30 เมตร

โดยกำหนดให้

1. ค่าคงที่  $r=5.0$
2. ระยะโคงที่ยอมให้ 8 ซม.
3. ออกแบบด้วยวิธี AISC/ASD
4. กำหนดให้ใช้หน้าตัดคานปีกกว้าง
5. วิเคราะห์โครงสร้างแบบไม่เชิงเส้น

### รอบที่ 1

ได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.2.1

ตารางที่ 4.2.1 ชุดหน้าตัดของชิ้นส่วนต่างๆของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อทำการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นในการทำซ้ำรอบที่ 1

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
Top Chord	W100x50mm(9.3kg/m)	11.85
Bottom Chord	W100x50mm(9.3kg/m)	11.85
Vertical & Diagonal	W100x50mm(9.3kg/m)	11.85

ค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต 0.2125

ปริมาณวัสดุที่ใช้ 1,238 kg

รอบที่ 2

ได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.2.2

ตารางที่ 4.2.2 ชุดหน้าตัดของชิ้นส่วนต่างๆของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อทำการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นในการทำซ้ำรอบที่ 2

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
Top Chord	W125x125mm(23.8kg/m)	30.31
Bottom Chord	W100x100mm(17.2kg/m)	21.9
Vertical & Diagonal	W125x60mm(13.2kg/m)	16.84

ค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต 1.0625

ปริมาณวัสดุที่ใช้ 2,193 kg

รอบที่ 3

ได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.2.3

ตารางที่ 4.2.3 ชุดหน้าตัดของชิ้นส่วนต่างๆของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อทำการวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นในการทำซ้ำรอบที่ 3

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
Top Chord	W125x125mm(23.8kg/m)	30.31
Bottom Chord	W100x100mm(17.2kg/m)	21.9
Vertical & Diagonal	W125x60mm(13.2kg/m)	16.84

ค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต 1.0625 โดยมีการกระจัดสูงสุดที่กึ่งกลางช่วงเท่ากับ 5.8 cm และปริมาณวัสดุที่ใช้ 2,193 kg และใช้เวลาดำเนินการคำนวณประมาณ 0.5 นาที

จากชุดคำตอบที่ได้นำมาตรวจสอบเสถียรภาพนอกระนาบด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป LUSAS13.3 ถ้าไม่มีการใส่ค้ำยันระหว่างช่วงจะพบว่า คำตอบของปัญหาจะจาง ดังแสดงในตารางที่ตารางที่ 4.2.4

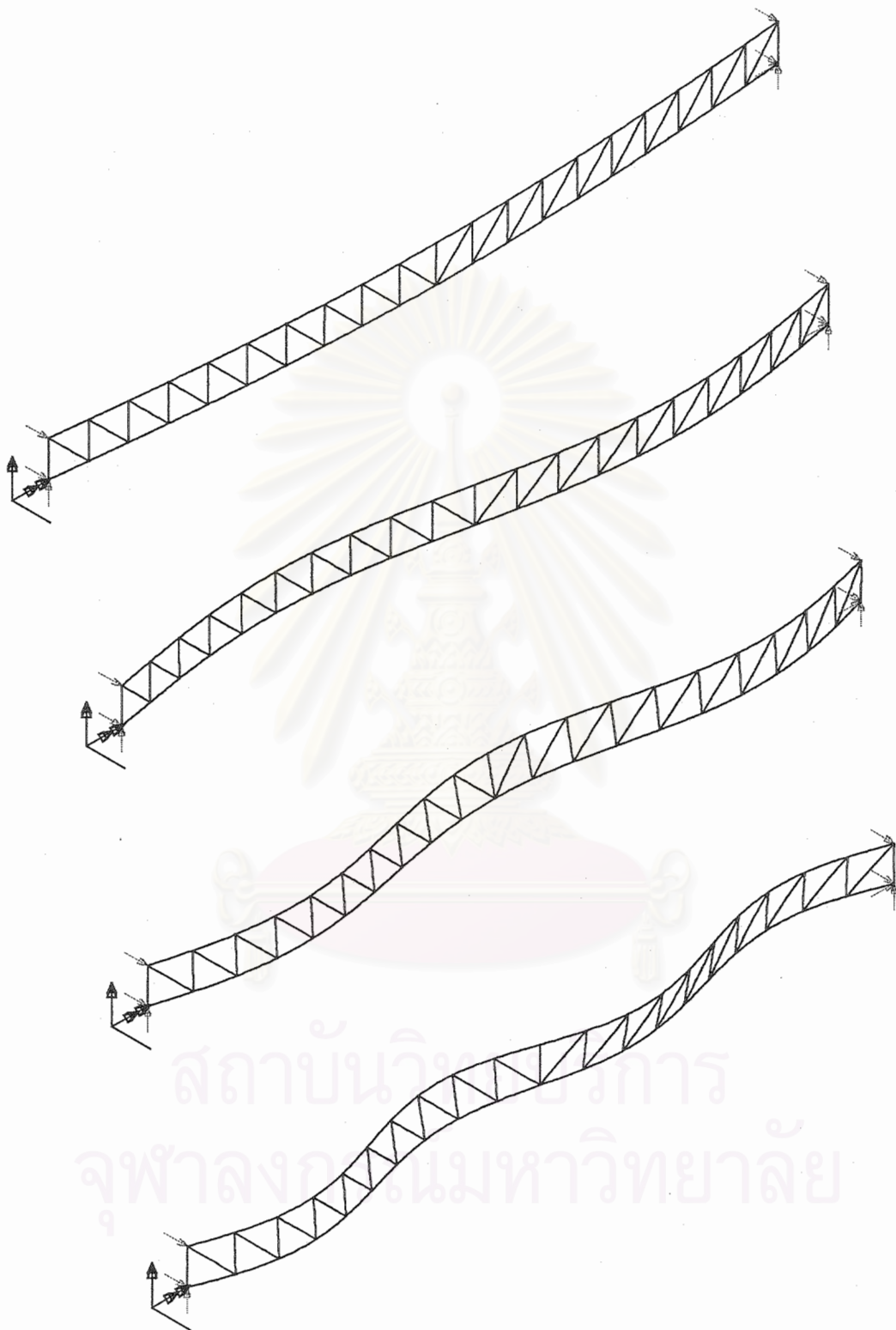
ตารางที่ 4.2.4 โหมดของการโก่งเดาะในตัวอย่างที 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อไม่มีการค้ำยัน

Mode	Critical load factor
1	0.049
2	0.193
3	0.397
4	0.682
5	0.980
6	1.342
7	1.678
8	2.074

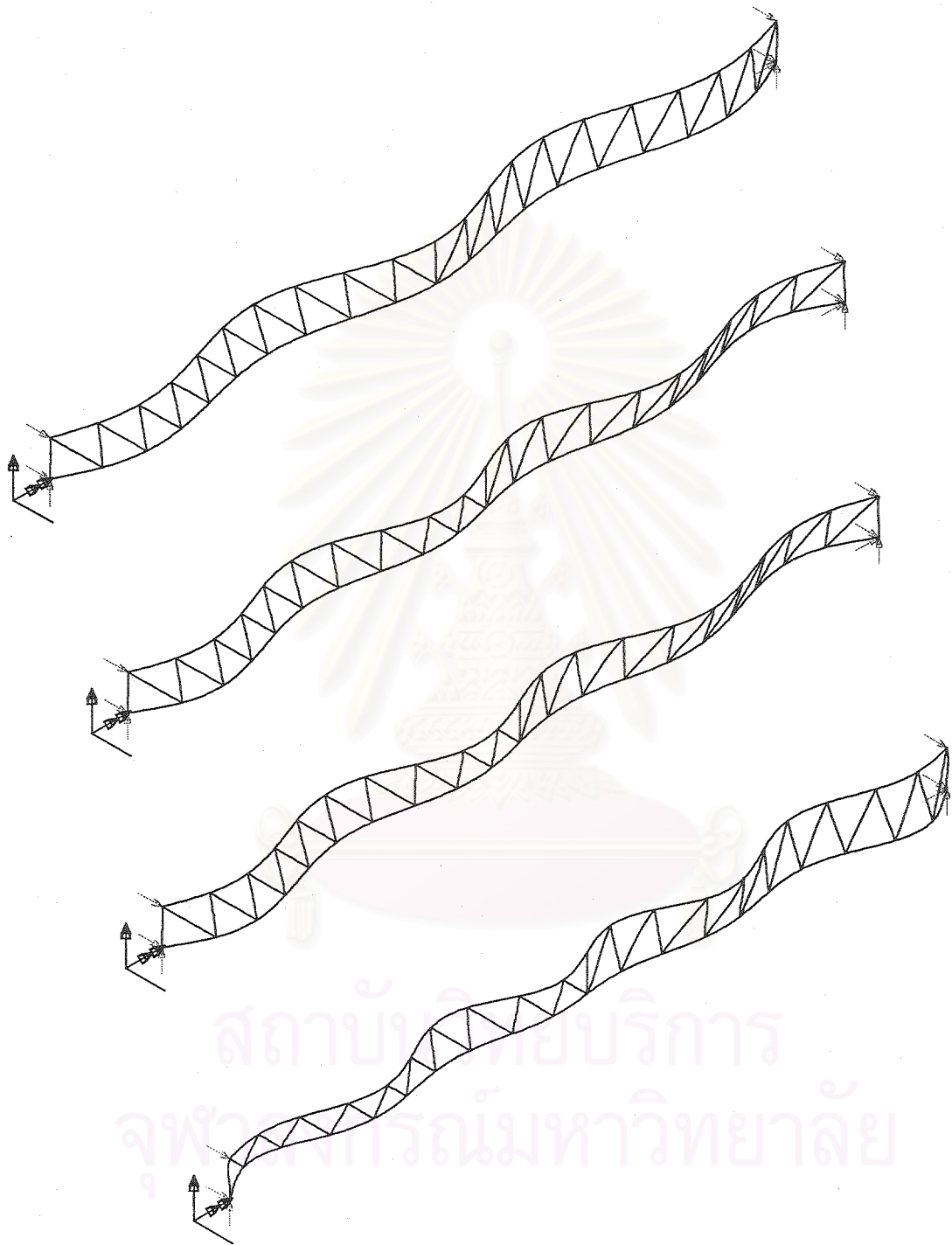
ซึ่งโหมดต่างๆแสดงในรูปที่ 4.2.2 และ 4.2.3

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย





รูปที่ 4.2.2 โหมดที่ 1-4 ในตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อไม่มีการค้ำยัน



รูปที่ 4.2.3 โหมดที่ 5-8 ในตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อไม่มีการค้ำยัน

จากผลการวิเคราะห์โครงสร้างจากชุดคำตอบสุดท้ายที่ได้ ภายใต้น้ำหนักบรรทุกกระทำ จะได้ว่าแรงภายในองค์อาคารสูงสุดคือแรงอัดที่คอร์ดบนบริเวณกึ่งกลางของโครงหลังคา คือ  $P_{max}=35,826 \text{ kg}$  เนื่องจากคอร์ดบนเหมือนกันหมดค่า  $l$  และ  $r$  จึงเท่ากัน ในกรณีนี้จึงพิจารณาชิ้นส่วนกึ่งกลางเพียงอย่างเดียว นำไปคำนวณหาค่าความชะลุดจากสมการ (2.31) จะได้ชุดคำตอบ ดังตารางที่ 4.2.5

ตารางที่ 4.2.5 ชุดคำตอบจากตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด ( $\text{cm}^2$ )	$I$ about strong axis ( $\text{cm}^4$ )	$I$ about weak axis ( $\text{cm}^4$ )
Top Chord	W125x125mm(23.8kg/m)	30.31	847	294
Bottom Chord	W100x100mm(17.2kg/m)	21.9	383	134
Vertical & Diagonal	W125x60mm(13.2kg/m)	16.84	413	29

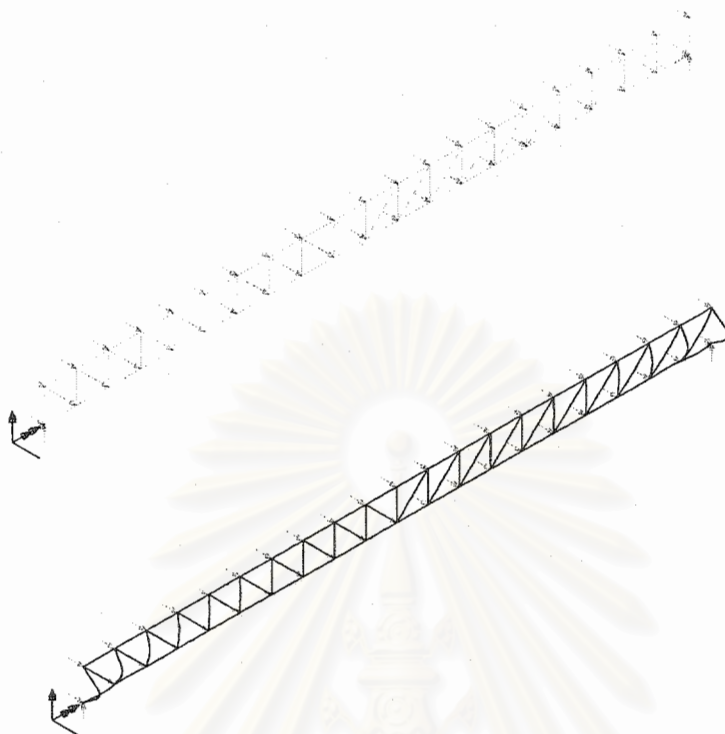
ถ้ามีการวางชิ้นส่วนให้แกนอ่อนอยู่นอกระนาบ (วางให้เกิดการโก่งเดาะนอกระนาบ)

$$P_{cr,i} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

$$K_{\text{out of plane}} < 1.0$$

$$\lambda_{\text{req}} > \frac{\pi^2 EI}{PL^2} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6 \times 294}{35,826 \times 150^2} = 7.2$$

ดังนั้นการที่จะรักษาคำตอบจากการออกแบบอย่างเหมาะสมในระนาบ ก็คือต้องค้ำยันในตำแหน่งต่างๆจนกว่าจะได้ ตัวค้ำยันน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหนดแรกมีค่าไม่น้อยกว่า  $\lambda_{\text{req}}$  แต่ถ้าพิจารณาการค้ำยันในกรณีที่น่าจะดีที่สุดคือกรณีที่ค้ำยันทุกๆจุดของคอร์ดบน จะได้ค่า ตัวค้ำยันน้ำหนักบรรทุกวิกฤตเท่ากับ 9 ซึ่งจะเกิดการโก่งเดาะในชิ้นส่วนตัวตั้งและตัวเอียง ในโหนดแรก (ซึ่งสามารถตรวจสอบได้ว่าโหนดนี้เกิดขึ้นที่น้ำหนักบรรทุกที่กำหนดหรือไม่) มี mode shape ดังรูปที่ 4.2.4



รูปที่ 4.2.4 การค้ำยันทุกแผงและโหนดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร

ถ้าใช้ชุดคำตอบเดิมแต่ลองเปลี่ยนการวางคอร์ดเป็นแบบให้แกนแข็งอยู่นอกระนาบ (ให้เกิดการโก่งเดาะในระนาบ) ถ้าไม่ค้ำยันจะได้โหมดต่างๆดังตารางที่ 4.2.6

ตารางที่ 4.2.6 โหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อการวางคอร์ดเป็นแบบให้แกนแข็งอยู่นอกระนาบ

Mode	Critical load factor
1	0.145
2	0.569
3	1.062
4	1.798
5	2.612
6	3.589
7	4.561
8	5.652

การคำนวณหาตำแหน่งค้ำยันทำได้หลายวิธี หนึ่งในนั้นเขียนสมการได้เป็น

$$P_{cr,i} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_{out\ of\ plane} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{P_{cr,i}}} = \frac{1}{5.29} \sqrt{\frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6 \times 847}{\lambda_{req} \times 35,826}}$$

แต่

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_{in\ plane} = \frac{1 \times 150}{3.11} = 48.23$$

ดังนั้นการที่จะรักษาคำตอบจากการออกแบบอย่างเหมาะสมในระนาบโดยไม่เกิดการโก่งเดาะนอกระนาบ ก็คือต้องหาระยะค้ำยันที่ทำให้สัดส่วนความขะลุยนอกระนาบมีค่าน้อยกว่าสัดส่วนความขะลุยในระนาบ ดังนั้นจากสมการข้างต้นเขียนได้เป็น

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_{out\ of\ plane} < \left(\frac{KL}{r}\right)_{in\ plane}$$

$$\frac{1}{5.29} \sqrt{\frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6 \times 847}{\lambda_{req} \times 35,826}} < 48.23$$

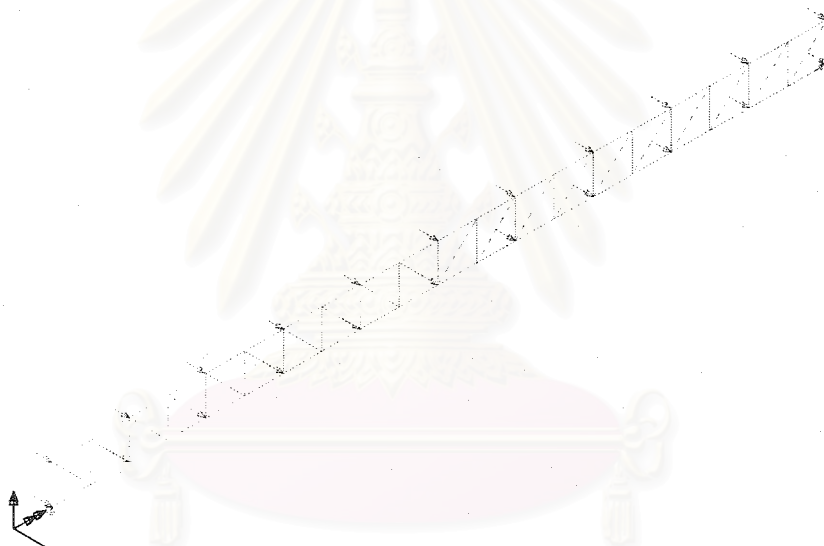
$$\lambda_{req} > \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6 \times 847}{35,826 \times 5.29^2 \times 48.23^2} = 7.17$$

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ลองเพิ่มตำแหน่งค้ำยันในตำแหน่งต่างๆจนกว่าจะได้ ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตของโหนดแรกมีค่าไม่น้อยกว่า  $\lambda_{req}$  จึงลองค้ำยันทุกๆ 3 เมตรดังรูปที่ 4.2.5 และคำตอบของปัญหาจะแสดงดังแสดงในตารางที่ 4.2.7

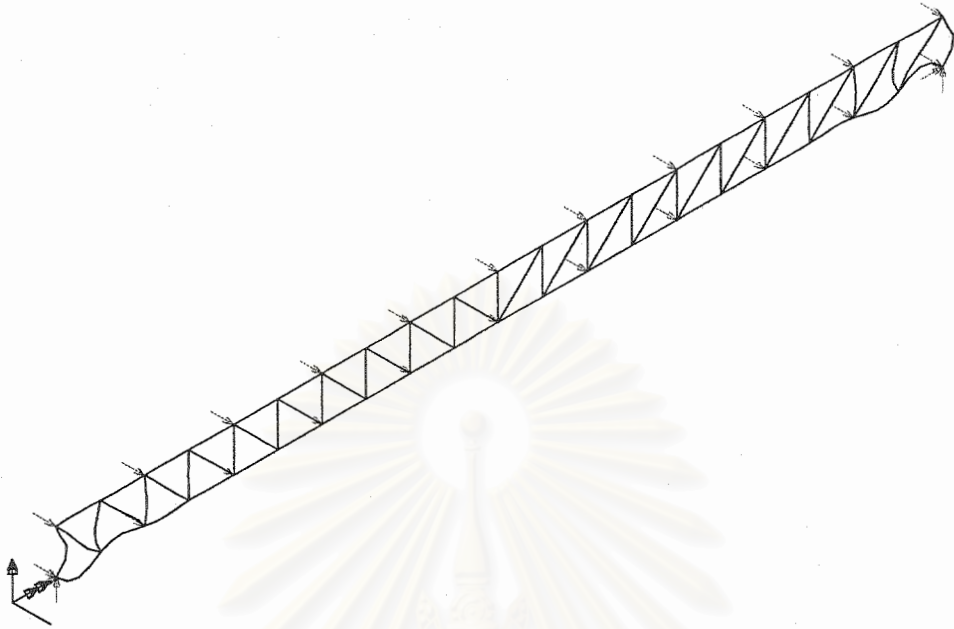
ตารางที่ 4.2.7 โหนดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อมีการค้ำยันทุกๆ 3 เมตรเมื่อการวางคอร์ดเป็นแบบให้แกนแข็งอยู่นอกกระนาบ

Mode	Critical load factor
1	7.66
2	8.35
3	8.88



รูปที่ 4.2.5 การค้ำยันของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อมีการค้ำยันทุกๆ 3 เมตรเมื่อการวางคอร์ดเป็นแบบให้แกนแข็งอยู่นอกกระนาบ

ซึ่งโหนดแรกมีการกระจัดดังรูปที่ 4.2.6 ซึ่งเป็นโหนดที่มีการโก่งเดาะที่คอร์ดล่างบริเวณใกล้ฐานรองรับ



รูปที่ 4.2.6 โหนดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อมีการค้ำยันทุกๆ 3 เมตรเมื่อการวางคอร์ดเป็นแบบให้แกนแข็งอยู่นอกระนาบ

#### วิธีที่เป็นทางเลือก (Alternative)

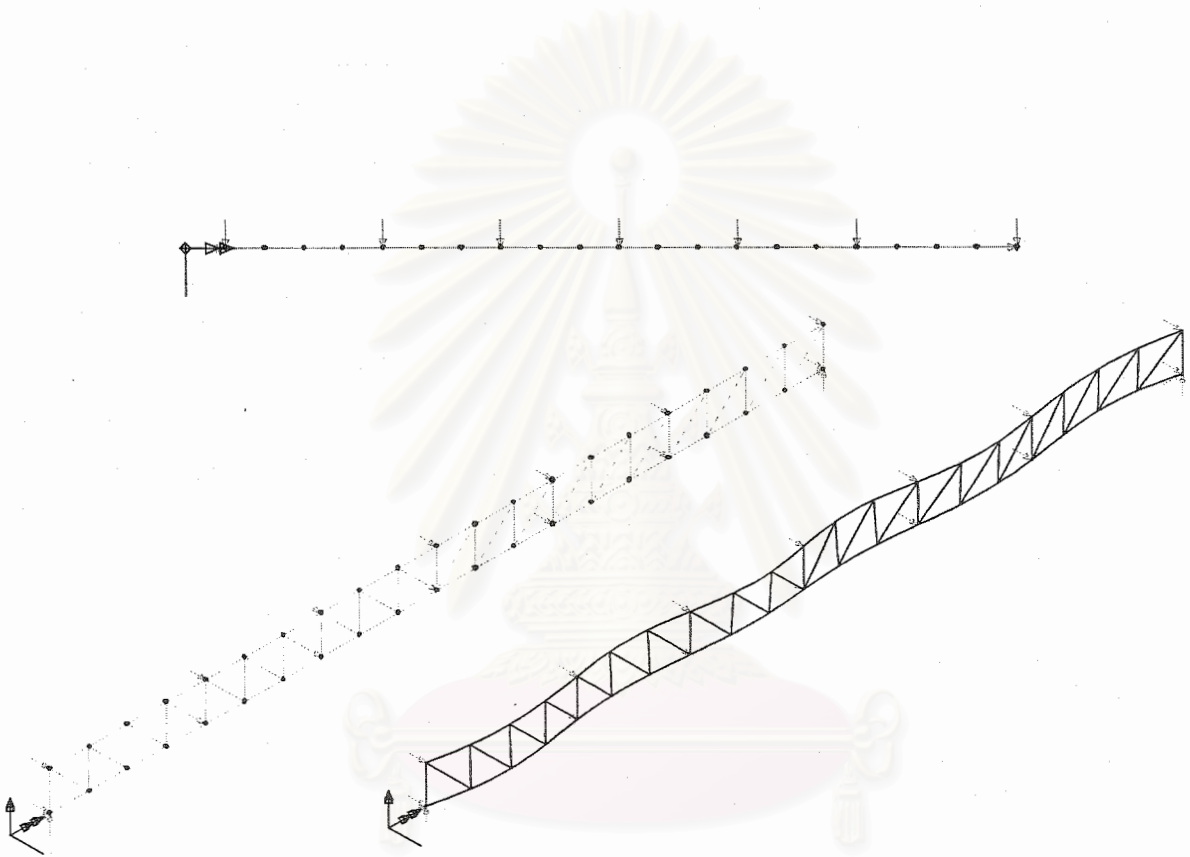
จากที่ผ่านมาเป็นการค้ำยันเพื่อให้เกิดการสูญเสียเสถียรภาพในระนาบก่อนการสูญเสียเสถียรภาพนอกระนาบ อีกวิธีหนึ่งที่สามารถทำได้คือค้ำยันให้กำลังของก่อนการสูญเสียเสถียรภาพนอกระนาบสูงกว่าแรงที่เกิดขึ้นภายใต้น้ำหนักบรรทุกที่กำหนด กล่าวกำลังขององค์อาคารจะต้องมากกว่าแรงภายใน ในตัวอย่างนี้คือ  $P_{max} = 35,826 \text{ kg}$  คำนวณหากำลังที่ต้องการได้โดยวิธี ASD คือ  $F_a = 35,826 / 30.31 = 1,182 \text{ ksc}$  นำค่านี้ไปเปิดตารางของกำลังรับแรงอัดโดยวิธี ASD หรือแก้สมการออกมาจะได้ อัตราส่วนความชะลุดที่ต้องการไม่น้อยกว่า 63 ซึ่งก็คือค่า  $KL$  ไม่น้อยกว่า  $r \times 63 = 5.29 \times 63 = 333.27$  จะได้

$$P_{cr,i} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_{\text{out of plane}} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{\lambda_{\text{req}} P_{\text{max}}}}$$

$$\lambda_{\text{req}} = \frac{\pi^2 EI}{P_{\text{max}} (KL)^2} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6 \times 847}{35,826 \times 333.27^2} = 4.20$$

จะเห็นว่า  $\lambda_{req}$  มีค่าเพียง 4.20 ซึ่งเป็นเพียง 60% ของของเดิมที่ต้องการคือ 7.17 ดังนั้น  
 ลองดูโหมดที่ 4 และลองวางค้ำยันให้ใกล้เคียงโหมดนี้ จึงลองวางค้ำยันที่ระยะ 4.5 เมตร 4 ช่วง  
 กลางดังรูป ซึ่งทำให้ได้ ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต = 4.23 ดังต้องการ และมีโหมดแรกดังรูปที่  
 4.2.7



## สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

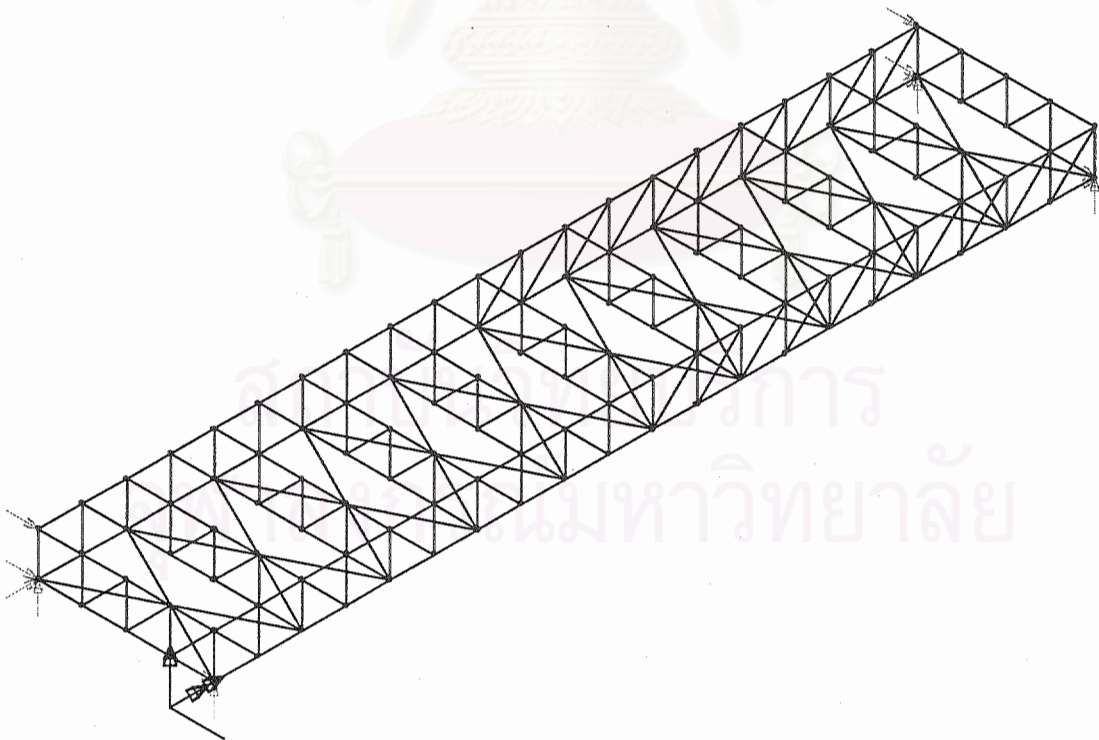
รูปที่ 4.2.7 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะ ของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร  
 เมื่อมีการค้ำยันทุกๆ 4.5 เมตร



### ข้อสังเกต

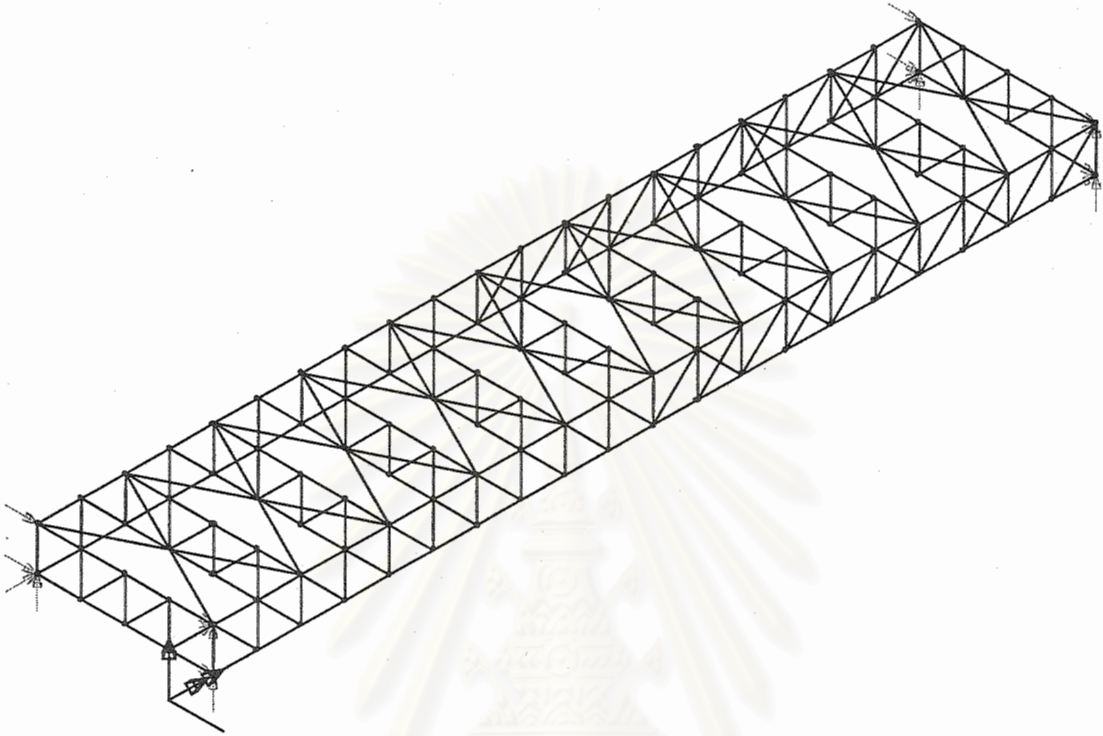
จากที่กล่าวมาตอนแรกในกรณีที่วางชิ้นส่วนให้แกนแข็งอยู่นอกระนาบพบว่า ถ้าใช้การค้ำยันทุกๆระยะ 3 เมตรจะทำให้ไม่เกิดการสูญเสียเสถียรภาพนอกระนาบก่อนการสูญเสียเสถียรภาพในระนาบ ภายใต้เงื่อนไขที่ว่าจุดที่ค้ำยันไม่มีการกระจัดนอกระนาบ แต่ในโครงหลังคาจริงจุดต่างๆ เหล่านี้จะถูกค้ำยันด้วยโครงข้อหมุนรอง (sub truss) และ แท่งค้ำยัน (rod bracing) ถ้าลองจำลองด้วยโครงหลังคาหลัก 2 ตัว มีโครงหลังคารองยาว 6 เมตร โดยใช้ขนาดของตัวเอียงของโครงหลังคาหลัก และ ค้ำยันไขว้ (DB16) แล้วลองคำนวณหาน้ำหนักบรรทุกทุกวิกฤต เพื่อความง่ายต่อการจำลองให้สมมุติว่าให้ค้ำยันไขว้ช่วยรับแรงอัดด้วย ทั้งที่ความเป็นจริงค้ำยันไขว้รับเพียงแรงดึงอย่างเดียว สาเหตุที่ทำเช่นนี้เพราะจากการลองจำลองให้ค้ำยันไขว้รับแรงดึงเพียงอย่างเดียวจะด้วยวิธีลดสตีเฟนส์ของชิ้นส่วนที่เป็นแรงอัดหรือหรือเอาชิ้นส่วนรับแรงอัดออกแล้วทำการวิเคราะห์ใหม่ก็ได้ให้ผลลัพธ์ที่ต่างกันมากนักเมื่อระบบมีการค้ำยันอย่างเพียงพอแล้ว ดังนั้นในตัวอย่างนี้จึงตั้งสมมุติฐานดังกล่าวขึ้นมา (ในตอนนี้ควรมีการศึกษาในรายละเอียดว่า ผลกระทบต่อน้ำหนักบรรทุกทุกวิกฤตเป็นอย่างไร)

**กรณีที่ 1 ระบบค้ำยันอยู่บนคอร์ดล่าง**  
แสดงในรูปที่ 4.2.8



รูปที่ 4.2.8 กรณีที่ 1 ระบบค้ำยันอยู่บนคอร์ดล่าง

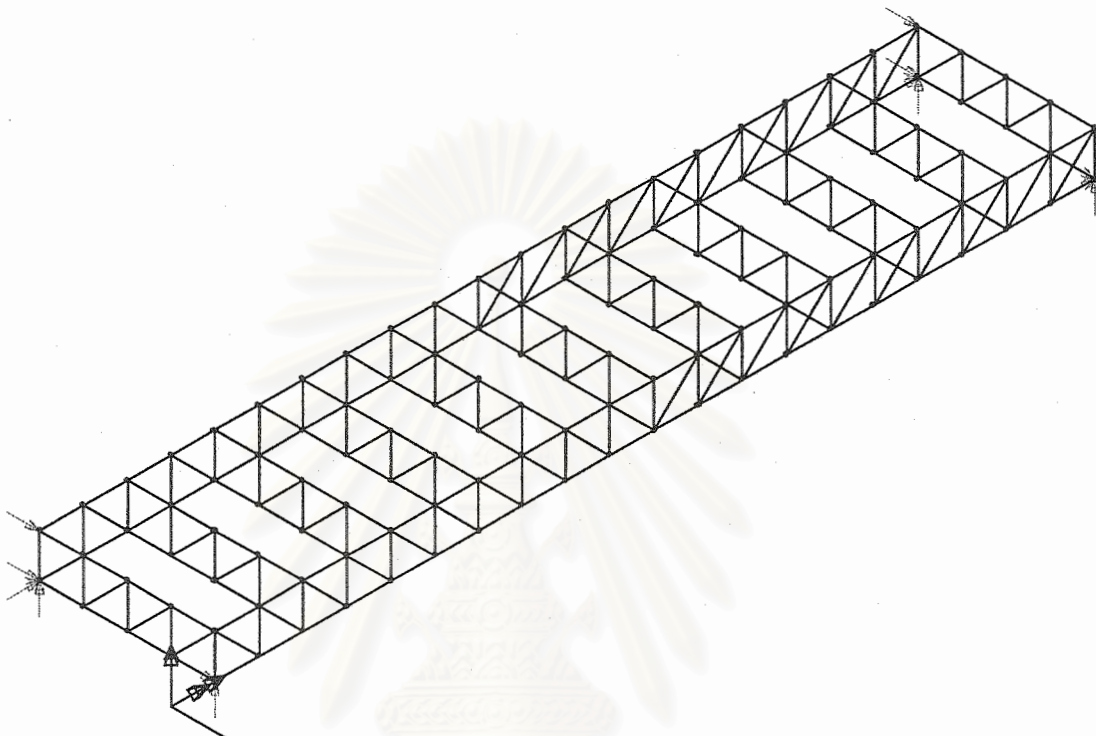
กรณีที่ 2 ระบบค้ำยันอยู่บนคอร์คบน  
แสดงในรูปที่ 4.2.9



รูปที่ 4.2.9 กรณีที่ 2 ระบบค้ำยันอยู่คอร์คบน

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กรณีที่ 3 ไม่มีระบบค้ำยันชั่วคราว  
แสดงในรูปที่ 4.2.10



รูปที่ 4.2.10 กรณีที่ 3 ไม่มีระบบค้ำยันชั่วคราว

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อนำค่า ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตจากทั้ง 2 กรณีมาเปรียบเทียบกับสมมติฐานของงานวิจัยที่ ว่าจุดค้ำยันไม่มีการกระจัดพบว่าได้ผลดังตารางที่ 4.2.8

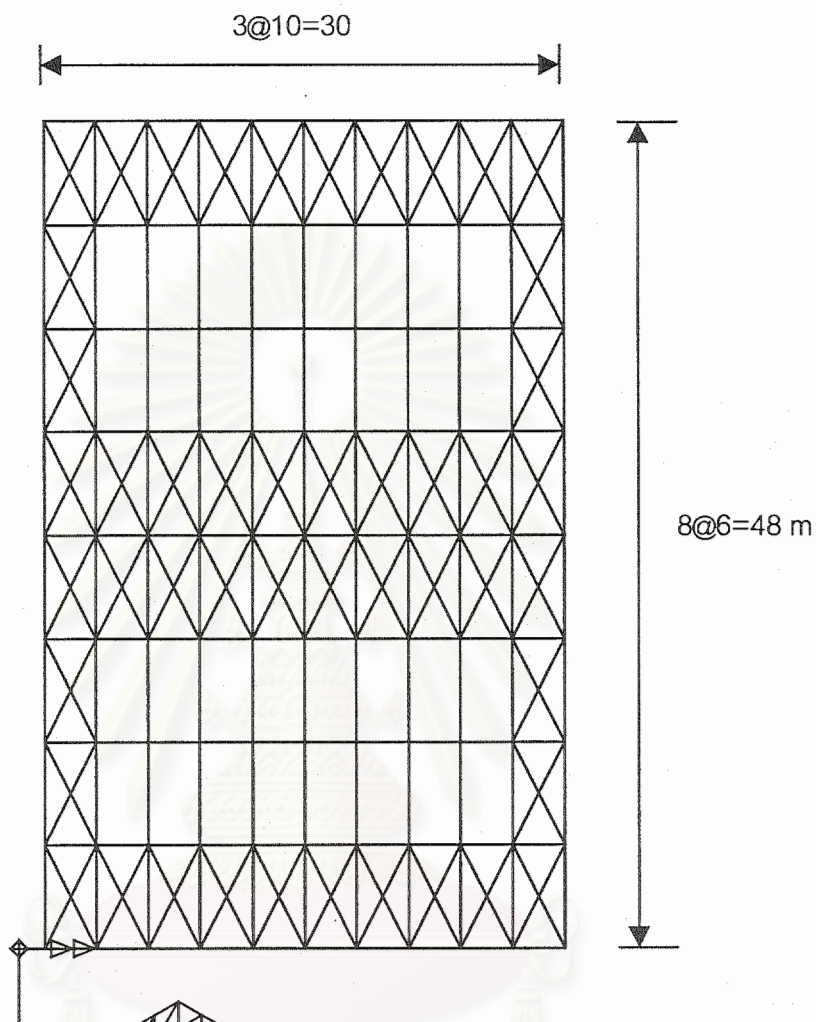
ตารางที่ 4.2.8 เปรียบเทียบการค้ำยันแบบต่างๆในตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร

Mode	Critical load factor (ค้ำยันไม่มีการกระจัด)	Critical load factor (กรณีที่1)	Critical load factor (กรณีที่2)	Critical load factor (กรณีที่3)
1	7.66	8.735	8.952	0.816
2	8.35	9.086	11.266	1.257
3	8.88	11.001	11.984	1.979

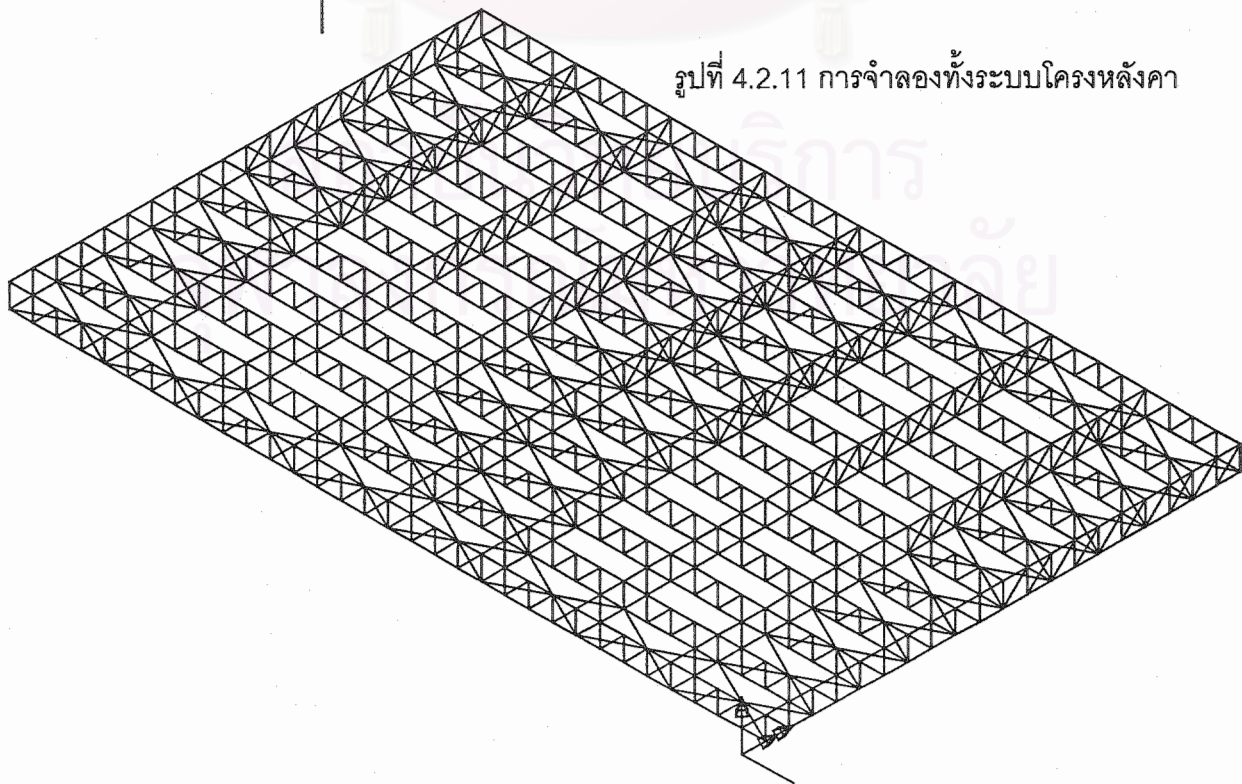
จากตารางพบว่าในกรณีที่ 3 ซึ่งไม่มีระบบค้ำยันเลย ให้ ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตที่ต่ำมาก ส่วนในกรณีอื่นจะเห็นว่าโหมดแรกนั้น การพิจารณาโครงหลังคาที่มีการค้ำยันอย่างดีจะให้ ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต สูงกว่าสมมติฐานของงานวิจัยเล็กน้อย ทั้งนี้เพราะว่าในการจำลองได้ พิจารณาผลของสติเฟเนสของการโก่งนอกระนาบของโครงหลังคาองเข้ามาด้วย และในทางทฤษฎี จะพบว่ากรณีที่มีการค้ำยันที่คอร์ดบนจะดีกว่าค้ำยันที่คอร์ดล่างเล็กน้อย

แบบจำลองที่มีหลาย bay

ถ้าลองจำลองต่อไปโดยให้มีหลายๆช่วง และมีช่วงที่ค้ำยันเป็นระยะๆ ดังรูปที่ 4.2.11



รูปที่ 4.2.11 การจำลองทั้งระบบโครงหลังคา



ค่า ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตดังตารางที่ 4.2.9

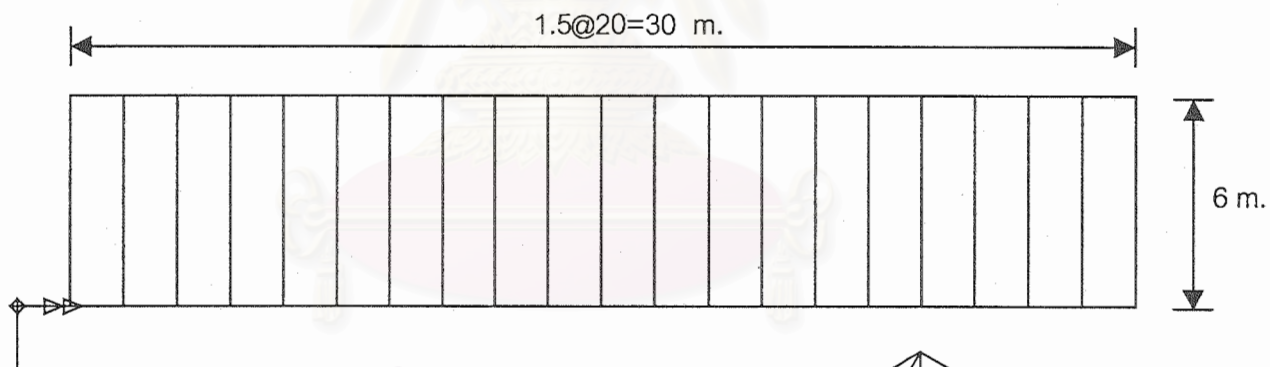
ตารางที่ 4.2.9 โหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อจำลอง  
ทั้งระบบโครงหลังคา

Mode	Critical load factor
1	8.732
2	9.039
3	9.153

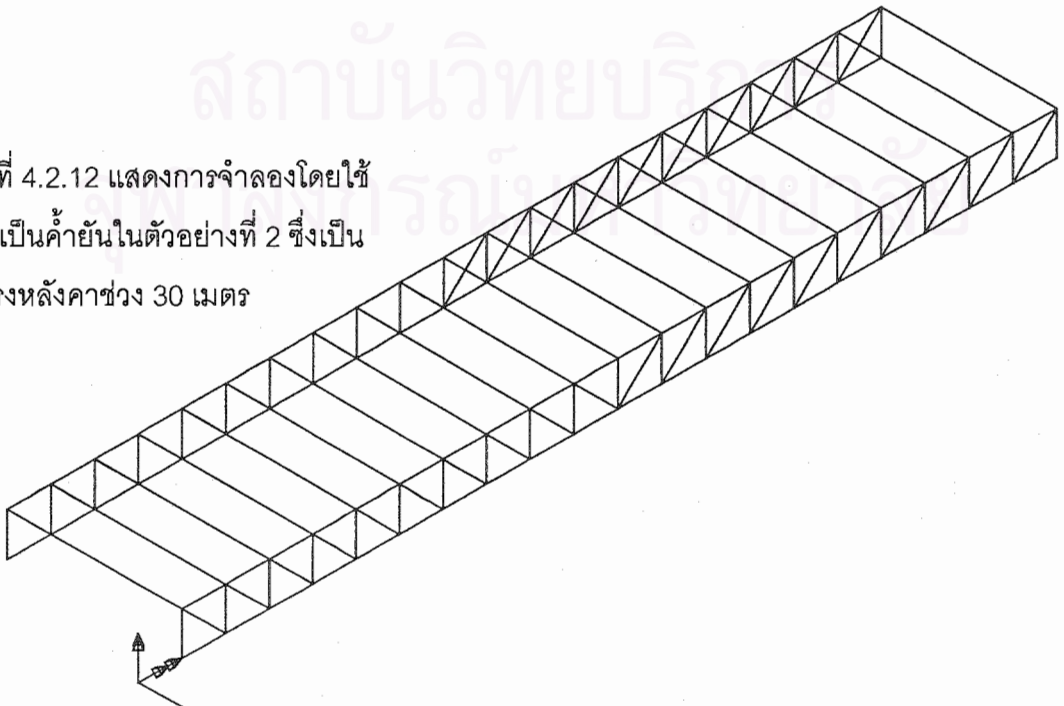
จากผลการคำนวณพบว่าโหมดแรกของการจำลองหลายช่วงกับการจำลองแบบช่วงเดียวมีค่าเท่าๆ  
กัน และถ้าโครงหลังคามีระบบค้ำยันที่ดีแล้ว การจำลองด้วย โครงหลังคาหลักตัวเดียวแล้วสมมุติ  
จุดค้ำยันไม่เคลื่อนที่ก็มิได้ให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างไปจากการจำลองด้วยหลายช่วงมากนักในตัวอย่าง  
นี้

แบบจำลองที่มีแปแต่ไม่มีโครงข้อหมุนรอง

ลองใช้แป light gauge:C-150x50x20x3.2 จำลองดังรูปที่ 4.2.12



รูปที่ 4.2.12 แสดงการจำลองโดยใช้  
แปเป็นค้ำยันในตัวอย่างที่ 2 ซึ่งเป็น  
โครงหลังคาช่วง 30 เมตร



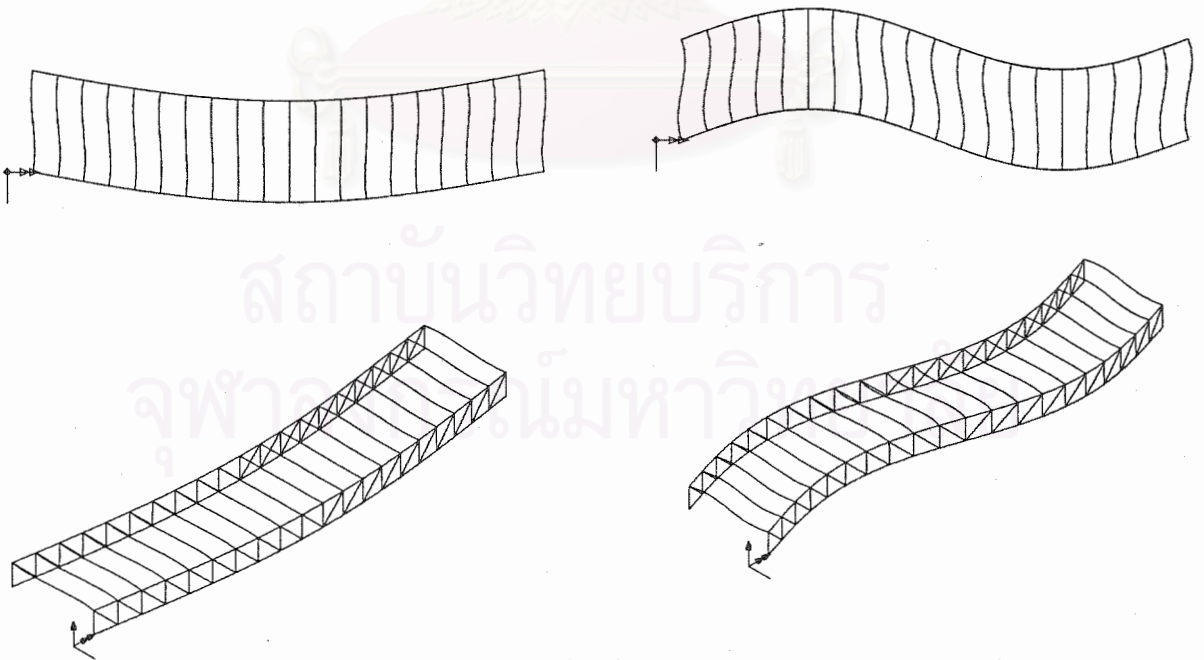
ได้ผลลัพธ์ดังตารางที่ 4.2.10

ตารางที่ 4.2.10 โหมดของการโก่งเดาะในตัวอย่าง 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อใช้แป  
เป็นค้ำยัน

Mode	Critical load factor ( without purlins )	Critical load factor ( with purlins )
1	0.145	0.341
2	0.569	0.780
3	1.062	1.460
4	1.798	2.273
5	2.612	3.244
6	3.589	4.198

จะเห็นว่าแปมีส่วนช่วยในเพิ่ม ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกทุกวิกฤตอยู่บ้าง (และมีนัยสำคัญลดลงในโหมดสูงๆ) ก็จริง แต่นั่นหมายถึงนอกจากต้องออกแบบแปให้รับน้ำหนักบรรทุกตามแรงโน้มถ่วงแล้วยังต้องออกแบบให้รับโมเมนต์ และแรงแนวแกนที่เกิดขึ้นจากการโก่งเดาะอีกด้วย ดังนั้นในการออกแบบถ้าไม่มีการคิดคำนวณและออกแบบอย่างละเอียด จึงไม่ควรนำผลของแปมาคิดในกรณีของเสถียรภาพนอกระนาบ

โหมดแรกและ โหมดที่สองมีรูปร่างดังรูปที่ 4.2.13



รูปที่ 4.2.13 โหมดของการโก่งเดาะในตัวอย่าง 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อใช้แปเป็น  
ค้ำยัน

### ตัวอย่างที่ 3

จากตัวอย่างที่ 2 เปลี่ยนชนิดของหน้าตัดที่ใช้เป็นท่อ (pipe) โดยกำหนดให้มีน้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นจุดที่ทุกๆจุดของคอร์ดบนคือ

$$\text{น้ำหนักบรรทุกถาวร (DL)} = 162 \text{ kg}$$

$$\text{น้ำหนักบรรทุกจร (LL)} = 450 \text{ kg}$$

$$\text{แรงลมซึ่งเป็นแรงดูด (WL)} = 725 \text{ kg}$$

กำหนดให้วิเคราะห์โครงสร้างแบบไม่เชิงเส้น โดยมีน้ำหนักบรรทุกรวมตามคือ

ข้อกำหนดของ ASD คือ

$$\text{กรณีที่ 1} \quad \text{DL+LL}$$

$$\text{กรณีที่ 2} \quad 0.75(\text{DL+LL+WL})$$

$$\text{กรณีที่ 3} \quad 0.75(\text{DL+WL})$$

ข้อกำหนดของ LRFD คือ

$$\text{กรณีที่ 1} \quad 1.4\text{DL}$$

$$\text{กรณีที่ 2} \quad 1.2\text{DL}+1.6\text{LL}$$

$$\text{กรณีที่ 3} \quad 1.2\text{DL}+0.5\text{LL}+1.3\text{WL}$$

$$\text{กรณีที่ 4} \quad 0.9\text{DL}+1.3\text{WL}$$



## การออกแบบตามข้อกำหนดของ ASD

กรณีที่ 1 DL+LL

จากการออกแบบอย่างเหมาะสม ซึ่งมีการทำซ้ำ 4 รอบจะได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.3.1

ตารางที่ 4.3.1 ชุดคำตอบในตัวอย่างที 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร สำหรับกรณีที่ 1 เมื่อ  
ออกแบบตามข้อกำหนดของ ASD

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )	แรงสูงสุด จากน้ำหนัก บรรทุก (ตัน)	กำลังของชิ้น ส่วน(ตัน)
Top Chord	P175,193.7mm(23.27kg/m)	29.64	-35.3	-42.0
Bottom Chord	P125,139.7mm(13.39kg/m)	17.05	-21.2	-23.6
Vertical & Diagonal	P65,76.1mm(5.75kg/m)	7.33	-7.3	-8.96

ซึ่งใช้ปริมาณวัสดุ 1,515 kg และมี ตัวคูลนน้ำหนักบรรทุกวิกฤตคือ 1.113

กรณีที่ 2 0.75(DL+LL+WL)

จากการออกแบบอย่างเหมาะสม ซึ่งมีการทำซ้ำ 3 รอบจะได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.3.2

ตารางที่ 4.3.2 ชุดคำตอบในตัวอย่างที 3 สำหรับกรณีที่ 2 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อ  
ออกแบบตามข้อกำหนดของ ASD

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )	แรงสูงสุด จากน้ำหนัก บรรทุก (ตัน)	กำลังของชิ้น ส่วน(ตัน)
Top Chord	P25,33.7mm(1.99kg/m)	2.54	3.8	3.8
Bottom Chord	P25,33.7mm(1.99kg/m)	2.54	-1.4/2.4	-1.5/3.8
Vertical & Diagonal	P32,42.4mm(2.55kg/m)	3.25	-1.0/0.8	-1.5/4.9

ซึ่งใช้ปริมาณวัสดุ 306 kg และมี ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตคือ 1.075

กรณีที่ 3 0.75(DL+WL)

จากการออกแบบอย่างเหมาะสม ซึ่งมีการทำซ้ำ 20 รอบจะได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.3.3

ตารางที่ 4.3.3 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร สำหรับกรณีที่ 3 เมื่อ  
ออกแบบตามข้อกำหนดของ ASD

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )	แรงสูงสุด จากน้ำหนัก บรรทุก (ตัน)	กำลังของชิ้น ส่วน(ตัน)
Top Chord	P100,114.3mm(9.83kg/m)	12.52	18.8	18.8
Bottom Chord	P80,88.9mm(6.76kg/m)	8.62	11.9/-6.8	12.9/-11
Vertical & Diagonal	P65,76.1mm(5.75kg/m)	7.33	-5.1/4.0	-7.8/11

ซึ่งใช้ปริมาณวัสดุ 917 kg และมี ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตคือ 1.0

จากทั้ง 3 กรณีพบว่ากรณีที่ใช้ปริมาณวัสดุมากที่สุดคือกรณีแรก ดังนั้นชุดคำตอบของ  
กรณีวิกฤตดังตารางที่ 4.3.4

ตารางที่ 4.3.4 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อออกแบบตามข้อ  
กำหนดของ ASD

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
Top Chord	P175,193.7mm(23.27kg/m)	29.64
Bottom Chord	P125,139.7mm(13.39kg/m)	17.05
Vertical & Diagonal	P65,76.1mm(5.75kg/m)	7.33

ซึ่งใช้ปริมาณวัสดุ 1,515 kg โดยมีการโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 6.8 cm

นำชุดคำตอบวิกฤตไปทำการวิเคราะห์หรือออกแบบในกรณีที่เหลือซึ่งก็คือกรณีที่ 2 และ 3 ถ้าพบว่าชิ้นส่วนใดมีกำลังไม่พอ หรือการกระจัดไม่ผ่าน ก็ให้เพิ่มขนาดของชิ้นส่วนจนกว่าจะผ่าน ซึ่งจะได้ชุดคำตอบสุดท้ายก็คือชุดคำตอบวิกฤตเพราะไม่มีการเปลี่ยนแปลงของหน้าตัดจากการตรวจสอบในกรณีที่เหลือซึ่งมีการทำซ้ำกรณีละ 1 รอบ



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## การออกแบบโดยข้อกำหนดของ LRFD

กรณีที่ 1 1.4DL

จากการออกแบบอย่างเหมาะสม ซึ่งมีการทำซ้ำ 5 รอบจะได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.3.5

ตารางที่ 4.3.5 ชุดคำตอบในตัวอย่างที 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร สำหรับกรณีที 1 เมื่อ  
ออกแบบตามข้อกำหนดของ LRFD

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด ( $\text{cm}^2$ )	แรงสูงสุด จากน้ำหนัก บรรทุก (ตัน)	กำลังของชิ้น ส่วน(ตัน)
Top Chord	P80,88.9mm(6.76kg/m)	8.62	-13.6	-16.1
Bottom Chord	P50,60.3mm(4.11kg/m)	5.23	-8.1	-8.3
Vertical & Diagonal	P32,42.4mm(2.55kg/m)	3.25	-2.8	-3.8

ซึ่งใช้ปริมาณวัสดุ 511 kg และมี ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตคือ 1.043

กรณีที่ 2 1.2DL+1.6LL

จากการออกแบบอย่างเหมาะสม ซึ่งมีการทำซ้ำ 4 รอบจะได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.3.6

ตารางที่ 4.3.6 ชุดคำตอบในตัวอย่างที 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร สำหรับกรณีที 2 เมื่อ  
ออกแบบตามข้อกำหนดของ LRFD

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด ( $\text{cm}^2$ )	แรงสูงสุด จากน้ำหนัก บรรทุก (ตัน)	กำลังของชิ้น ส่วน(ตัน)
Top Chord	P175,193.7mm(23.27kg/m)	29.64	-52.4	-61.4
Bottom Chord	P125,139.7mm(13.39kg/m)	17.05	-31.1	-34.4
Vertical & Diagonal	P65,76.1mm(5.75kg/m)	7.33	-10.8	-13.0

ซึ่งใช้ปริมาณวัสดุ 1,515 kg และมี ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตคือ 1.113

กรณี 3 1.2DL+0.5LL+1.3WL

จากการออกแบบอย่างเหมาะสม ซึ่งมีการทำซ้ำ 5 รอบจะได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.3.7

ตารางที่ 4.3.7 ชุดคำตอบในตัวอย่าง 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร สำหรับกรณี 3 เมื่อ  
ออกแบบตามข้อกำหนดของ LRFD

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )	แรงสูงสุด จากน้ำหนัก บรรทุก (ตัน)	กำลังของชิ้น ส่วน(ตัน)
Top Chord	P100,114.3mm(9.83kg/m)	12.52	23.0	28.2
Bottom Chord	P65,76.1mm(5.75kg/m)	7.33	-8.2/14.5	-13/16.5
Vertical & Diagonal	P50,60.3mm(4.11kg/m)	5.23	-6.2/4.9	-8.3/11.8

ซึ่งใช้ปริมาณวัสดุ 766 kg และมี ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตคือ 1.038

กรณี 4 0.9DL+1.3WL

จากการออกแบบอย่างเหมาะสม ซึ่งมีการทำซ้ำ 5 รอบจะได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.3.8

ตารางที่ 4.3.8 ชุดคำตอบในตัวอย่าง 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร สำหรับกรณี 4 เมื่อ  
ออกแบบตามข้อกำหนดของ LRFD

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )	แรงสูงสุด จากน้ำหนัก บรรทุก (ตัน)	กำลังของชิ้น ส่วน(ตัน)
Top Chord	P125,139.7mm(13.39kg/m)	17.05	35.8	38.4
Bottom Chord	P100,114.3mm(9.83kg/m)	12.52	-12.6/22.8	-24.7/28.2
Vertical & Diagonal	P65,76.1mm(5.75kg/m)	7.33	-9.7/7.7	-13/16.5

ซึ่งใช้ปริมาณวัสดุ 1,115 kg และมี ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตคือ 1.081

จากทั้ง 4 กรณีพบว่ากรณีที่ใช้ปริมาณวัสดุมากที่สุดคือกรณีที่ 2 ดังนั้นชุดคำตอบของกรณีวิกฤตดังตารางที่ 4.3.9

ตารางที่ 4.3.9 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อออกแบบตามข้อกำหนดของ LRFD

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
Top Chord	P175,193.7mm(23.27kg/m)	29.64
Bottom Chord	P125,139.7mm(13.39kg/m)	17.05
Vertical & Diagonal	P65,76.1mm(5.75kg/m)	7.33

ซึ่งใช้ปริมาณวัสดุ 1,515 kg โดยมีการโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 6.8 cm นำชุดคำตอบวิกฤตไปทำการวิเคราะห์ห่ออกแบบในกรณีที่เหลือซึ่งก็คือกรณีที่ 2,3 และ 4 ถ้าพบว่าชิ้นส่วนใดมีกำลังไม่พอ หรือการกระจัดไม่ผ่าน ก็ให้เพิ่มขนาดของชิ้นส่วนจนกว่าจะผ่าน ซึ่งจะได้ชุดคำตอบสุดท้ายก็คือชุดคำตอบวิกฤตเพราะไม่มีการเปลี่ยนแปลงของหน้าตัดจากการตรวจสอบในกรณีที่เหลือ

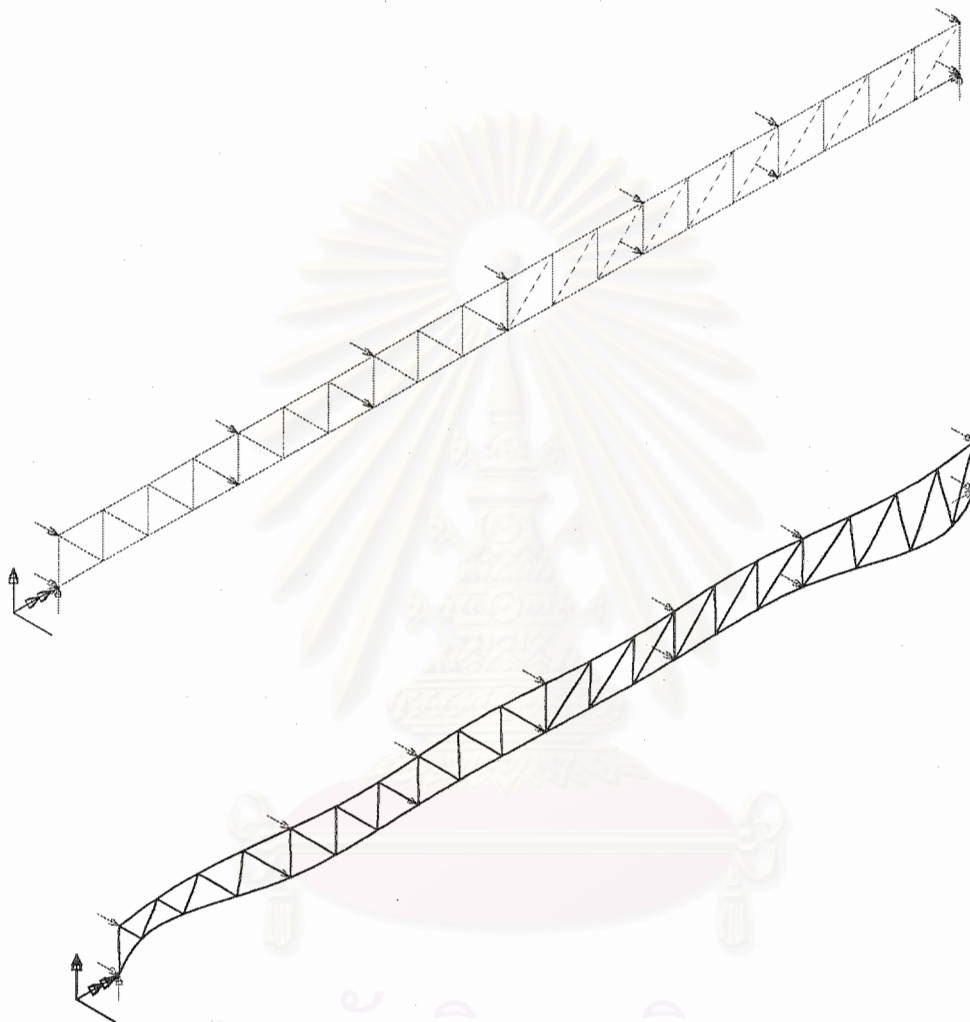
#### กำหนดตำแหน่งค้ำยัน

นำชุดคำตอบที่ได้ไปกำหนดตำแหน่งค้ำยัน เนื่องจากแรงอัดสูงสุดเท่ากับ 35,350 kg คิดเป็นหน่วยแรงเท่ากับ  $35,350/29.64=1,193$  ksc ซึ่งจากการออกแบบโดยวิธี ASD จะได้ อัตราส่วนความชะลุดที่ต้องการคือ 62 ดังนั้นจะได้

$$\lambda_{req} \times f_{cr,i} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

$$\lambda_{req} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6}{(62)^2 \times 1,193} = 4.3$$

ซึ่งค่าที่ต้องการนี้ หากนำไปตรวจสอบด้วยโปรแกรม LUSAS13.3 จะพบว่าต้องค้ำยันทุกดังรูปที่ 4.3.1 ซึ่งจะมีค่า ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตเท่ากับ 4.52 สังเกตได้ว่าการสะบัดที่คอร์ดล่าง บริเวณใกล้ฐานรองรับ



รูปที่ 4.3.1 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร

หากลองเปลี่ยนชนิดของฐานรองรับเป็นจุดหมุนข้างซ้ายและล้อเลื่อนข้างขวา แล้วทำการออกแบบอย่างเหมาะสมใหม่ โดยวิธี ASD จะได้ชุดคำตอบสุดท้ายดังตารางที่ 4.3.10

ตารางที่ 4.3.10 ชุดคำตอบในตัวอย่างที 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อเปลี่ยนชนิดของฐานรองรับเป็นจุดหมุนข้างซ้ายและล้อเลื่อนข้างขวา

ชิ้นส่วน	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (ซม. <sup>2</sup> )
Top Chord	P200,219.1mm(26.4kg/m)	33.63
Bottom Chord	P200,219.1mm(26.4kg/m)	33.63
Vertical & Diagonal	P100,114.3mm(9.83kg/m)	12.52

ซึ่งใช้ปริมาณวัสดุ 2,296 kg ซึ่งใช้ปริมาณวัสดุมากกว่าเดิมเพราะถูกควบคุมด้วยการกระจัดสูงสุด (8 cm) และมีแรงภายในที่คอร์ดบนกลางสูงสุดคือ 36,302 kg คิดเป็นหน่วยแรงเท่ากับ  $36,302/33.63=1,079.5$  ksc จากการออกแบบตาม ASD จะได้ว่า อัตราส่วนความชะลุดที่ ต้องการคือ 78 ดังนั้น จะได้

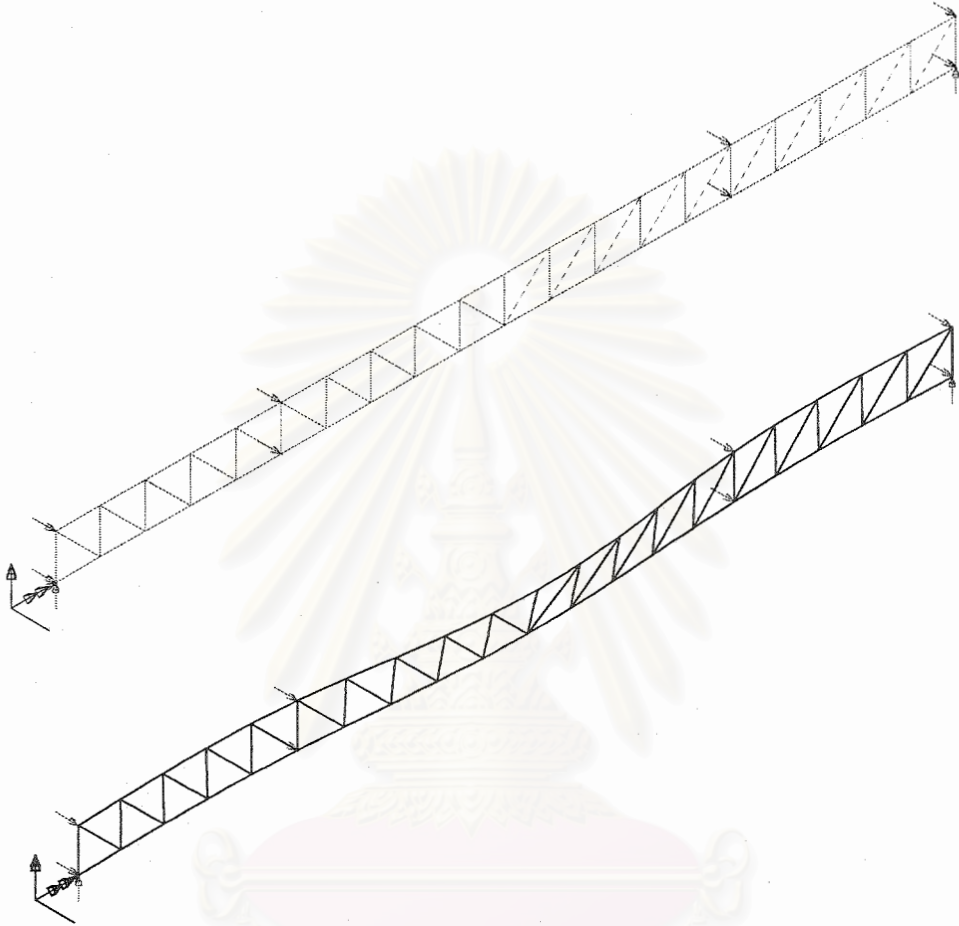
$$\lambda_{req} \times f_{cr,i} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

$$\lambda_{req} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6}{(78)^2 \times 1,079.5} = 3.0$$

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ดังนั้นลองคำนวณดังรูป ซึ่งมีค่า ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต = 4.24 มีโหมดของการโก่งเดาะดังรูปที่ 4.3.2



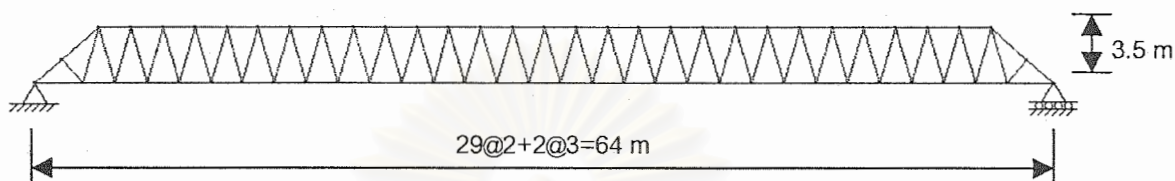
รูปที่ 4.3.2 การคำนวณและโหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่าง ที่ 3 ซึ่งเป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร เมื่อชนิดของฐานรองรับเป็น จุดหมุนข้างซ้ายและล้อเลื่อนข้างขวา

#### ข้อสังเกต

เมื่อเปรียบเทียบผลจากการออกแบบอย่างเหมาะสมเมื่อชนิดของฐานรองรับที่ต่างกันจะพบว่า ในกรณีหลังซึ่งมีฐานรองรับเป็นจุดหมุนข้างซ้ายและล้อเลื่อนข้างขวาจะใช้การคำนวณน้อยกว่ากรณีแรกซึ่งเป็นจุดหมุนทั้งสองด้าน ทั้งนี้เป็นเพราะเหตุผลสองประการคือ หน้าตัดที่ใหญ่ขึ้นทำให้มีกำลังเหลือมากขึ้น และผลกระทบเนื่องจากชนิดของฐานรองรับ

#### ตัวอย่างที่ 4

โครงหลังคาของหอประชุมมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ซึ่งเป็นโครงข้อหมุนซึ่งมีความสูง 3.5 เมตร ความยาวแต่ละช่วงคอร์ดเท่ากับ 2.0 เมตร ช่วงเดียวยาว 64 เมตร ดังรูปที่ 4.4.1 มีน้ำหนักบรรทุกเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกถาวรและน้ำหนักบรรทุกจร กระทำเป็นจุดทุกจุดต่อของคอร์ดบน 1.33 ตัน/เมตร



รูปที่ 4.4.1 โครงหลังคาของหอประชุมมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร

โดยกำหนดให้

1. กำหนดค่าคงที่  $r=5.0$
2. ค่าความคลาดเคลื่อนจากกำลังขององค์อาคารเท่ากับ 1 %
3. ออกแบบด้วยวิธี AISC/ASD
4. กำหนดให้ใช้หน้าตัดชนิด H
5. วิเคราะห์โครงสร้างแบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต

#### กรณีที่ 1

จากการออกแบบอย่างเหมาะสมซึ่งมีการทำซ้ำ 3 รอบจะได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.4.1

ตารางที่ 4.4.1 ชุดคำตอบของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร ในกรณีที่ 1

กลุ่มที่	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด ( $\text{cm}^2$ )	I inplane ( $\text{cm}^4$ )	I out of plane ( $\text{cm}^4$ )	แรงอัดสูงสุด (ตัน)
Top/Bottom Chord	H350x357mm(156kg/m)	198.4	42,800	14,400	265
Web	H200x200mm(49.9kg/m)	63.53	4,720	1,600	51

ใช้ปริมาณวัสดุ 30.9 ตัน โดยมีการกระจัดสูงสุด 17.8 cm โดยใช้เวลาการคำนวณประมาณ 1 นาที

### การกำหนดตำแหน่งค้ำยัน

จากแรงอัดสูงสุด 265 ตัน คิดเป็นหน่วยแรงเท่ากับ  $265,000/198.4=1,341\text{ksc}$  จากการออกแบบด้วย ASD จะได้ว่า อัตราส่วนความชะลุดที่ต้องการคือ 38 เขียนสมการได้เป็น

$$P_{cr,j} = \lambda_{req} \times 1,341 = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6}{38^2}$$

$$\lambda_{req} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6}{38^2 \times 1,341} = 10.2$$

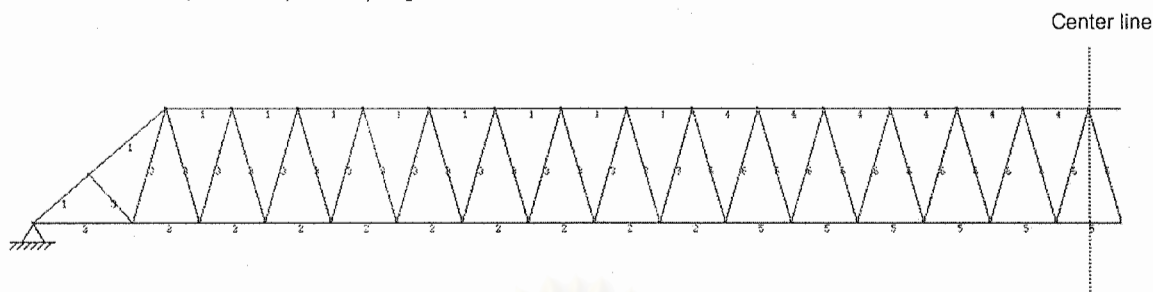
ค้ำยันดังรูปที่ 4.4.2 จะให้ค่า ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต 12.18



รูปที่ 4.4.2 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร ในกรณีที่ 1 โดยค้ำยันที่เฉพาะกลางช่วง

## กรณีที่ 2

ถ้าลองแบ่งกลุ่มเป็นกลุ่มต่างๆดังรูปที่ 4.4.3



รูปที่ 4.4.3 การแบ่งกลุ่มของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตรในกรณีที่ 2

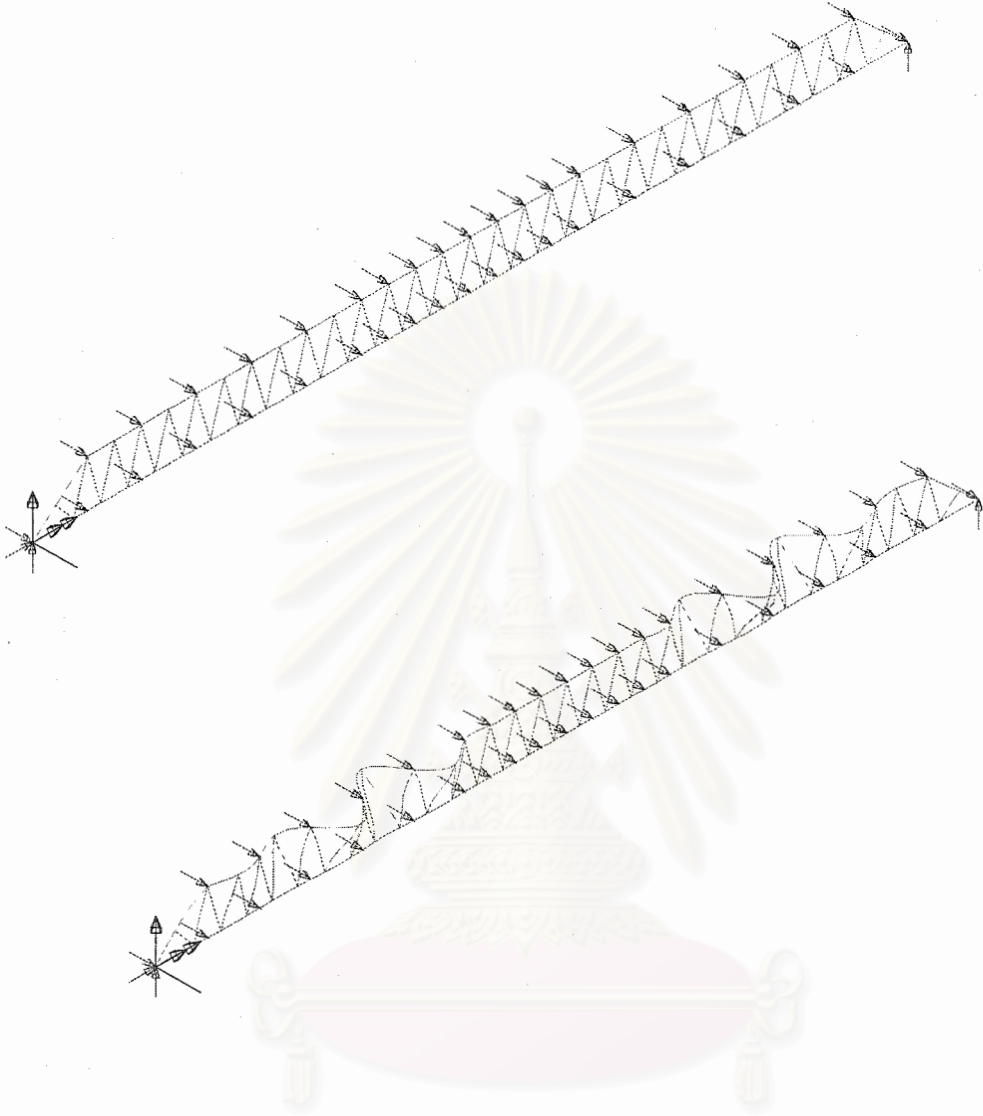
จากการออกแบบอย่างเหมาะสมจะได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.4.2

ตารางที่ 4.4.2 ชุดคำตอบของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร ในกรณีที่ 2

กลุ่มที่	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (cm <sup>2</sup> )	I inplane (cm <sup>4</sup> )	I out of plane (cm <sup>4</sup> )	แรงอัดสูงสุด (ตัน)
1	H344x354mm(131kg/m)	166.5	35,300	11,800	217
2	H344x354mm(131kg/m)	166.5	35,300	11,800	-
3	H200x200mm(49.9kg/m)	63.53	4,720	1,600	50
4	H350x357mm(156kg/m)	198.4	42,800	14,400	260
5	H388x402mm(140kg/m)	178.5	4,900	16,300	-
6	H200x200mm(49.9kg/m)	63.53	4,720	1,600	21

ใช้ปริมาณวัสดุ 28.4 ตัน โดยมีการกระจัดสูงสุด 19 cm และหากค้ำยันเหมือนกับที่ผ่านมามีดังรูปที่ 4.4.4 จะให้ค่า ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต 10.95 โดยใช้เวลาคำนวณประมาณ 1 นาที

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.4.4 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร ในกรณีที่ 2 โดยค้ำยันที่เฉพาะกลางช่วง

### กรณีที่ 3

จากกรณีที่ 1 ถ้าลองเปลี่ยนชุดคำตอบเป็นดังตารางที่ 4.4.3 ซึ่งชุดคำตอบนี้เป็นชุดหน้าตัดที่ใช้ในการก่อสร้างจริงโดยมีการค้ำยันทุก 8 เมตร ปริมาณวัสดุที่ใช้คือ 32.9 ตัน ค่าการกระจัดสูงสุดเท่ากับ 16.6 cm

ตารางที่ 4.4.3 ชุดคำตอบของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร ในกรณีที่ 3

กลุ่มที่	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (cm <sup>2</sup> )	I inplane (cm <sup>4</sup> )	I out of plane (cm <sup>4</sup> )	แรงอัดสูงสุด (ตัน)
Top/Bottom Chord	H400x400mm(172kg/m)	218.7	66,600	22,400	266
Web	H200x200mm(49.9kg/m)	63.53	4,720	1,600	53

ถ้าค้ำยันทุกระยะ 8 เมตร ดังรูปที่ 4.4.5 จะให้ค่า ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต 4.83 ซึ่งถ้านำไปคำนวณหา อัตราส่วนความชะลุดที่แท้จริงของคอร์ดบนในช่วงกลางจะได้เท่ากับ 58 เท่ากับว่ามีกำลังรับแรงอัดตาม ASD เท่ากับ 267 ตัน ซึ่งเพียงพอ



รูปที่ 4.4.5 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 64 เมตร ในกรณีที่ 3

### เปรียบเทียบปริมาณวัสดุที่ใช้โดยประมาณ

จากแบบก่อสร้างโครงหลังคาหลักมีระยะห่าง 4 เมตร แต่ไม่มีรายละเอียดของโครงหลังคารอง จึงสมมติให้ใช้เหล็กฉาก L100x100x7mm(10.7kg/m) มาทำเป็นโครงหลังคารอง ซึ่งหน้าตัดนี้ได้มาจากการเลือกหน้าตัดที่มีอัตราส่วนความขะลุดไม่เกิน 200 และคอร์ดบนและล่างรวมกันรับแรงอัดได้ไม่น้อยกว่า 2% ของแรงอัดในคอร์ดบนของโครงหลังคาหลัก และสมมติว่าคิดเฉลี่ยโครงหลังคารอง 1 ตัวใช้ปริมาณวัสดุ 280 kg ทั้งนี้ไม่รวมระบบการยึดไขว้ (cross bracing) ดังนั้น ปริมาณวัสดุทั้งหมดที่ใช้ในแต่ละกรณี จึงเป็นไปตามที่แสดงในตารางที่ 4.4.4

ตารางที่ 4.4.4 เปรียบเทียบปริมาณวัสดุที่ใช้จากกรณีต่างๆ

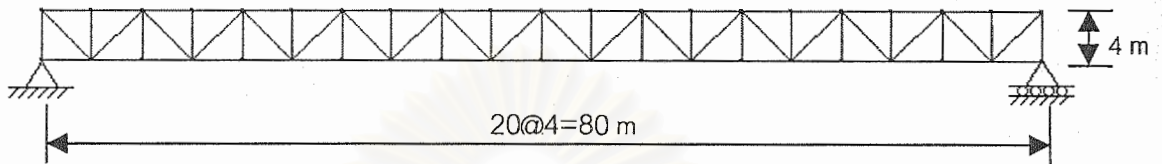
กรณีที่	โครงหลังคาหลัก (ตัน)	โครงหลังคารอง (ตัน)	รวม (ตัน)
1	30.9	5.32	36.22
ค่าทุกแผง	30.9	8.12	39.02
2	28.4	5.32	33.72
ค่าทุกแผง	28.4	8.12	36.52
3	32.9	1.96	34.86

จากการเปรียบเทียบโดยประมาณจะเห็นว่า กรณีที่ 3 ซึ่งเป็นชุดหน้าตัดที่ใช้ในการก่อสร้างจริง แม้ว่าจะใช้ปริมาณวัสดุในโครงหลังคาหลักมากกว่า แต่ปริมาณวัสดุที่ใช้ทำค้ำยันน้อยกว่า ทำให้ปริมาณวัสดุรวมออกมาน้อยกว่ากรณีที่ 1 ซึ่งใช้หน้าตัดของคอร์ดบนคือ H350x357mm (156kg/m) ซึ่งเป็นหน้าตัดที่เล็กรองลงมาจาก H400x400mm(172kg/m) จึงมีโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนอ่อนน้อย และมีกำลังสำรองน้อยกว่า

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### ตัวอย่างที่ 5

โครงข้อหมุนซึ่งมีความสูงและความยาวแต่ละแผงเท่ากันคือ 4.0 เมตรและมีช่วงเดียวยาว 80 เมตร ดังรูปที่ 4.5.1 มีน้ำหนักบรรทุกทุกเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกถาวรและน้ำหนักบรรทุกจรกระทำเป็นจุดทุกจุดต่อของคอร์ดบน 2.2 ตัน/เมตร



รูปที่ 4.5.1 โครงถักช่วง 80 เมตร

กำหนดให้

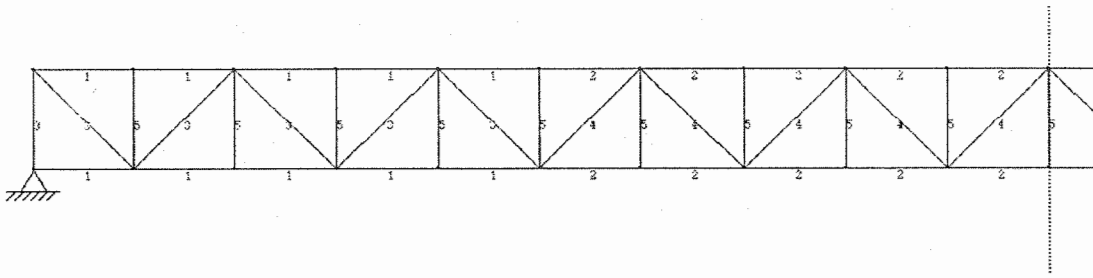
1. กำหนดค่าคงที่ค่า  $r=5.0$
2. ระยะโคงที่ยอมให้ 27 ซม.
3. ความคลาดเคลื่อนจากกำลังขององค์อาคาร 1 %
4. ออกแบบด้วยวิธี AISC/ASD
5. กำหนดให้ใช้หน้าตัดชนิดคานปีกกว้าง
6. วิเคราะห์โครงสร้างแบบไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิต
7. มีการแบ่งกลุ่มของชิ้นส่วน 5 กลุ่ม คือ
  - กลุ่มที่ 1 คือคอร์ดช่วงปลาย
  - กลุ่มที่ 2 คือคอร์ดช่วงกลาง
  - กลุ่มที่ 3 คือตัวเอียงช่วงปลาย
  - กลุ่มที่ 4 คือตัวเอียงช่วงกลาง
  - กลุ่มที่ 5 คือตัวตั้ง

แสดงการแบ่งกลุ่มต่างๆดังรูปที่ 4.5.2

ครึ่งช่วงด้านซ้าย



Center line



รูปที่ 4.5.2 การแบ่งกลุ่มของชิ้นส่วนในตัวอย่างที่ 5 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 80 เมตร

ถ้าใช้คอร์ดบนเป็นคานปีกกว้าง 2 ตัวนำมาเชื่อมปีกติดกันหรือติดกันด้วย lacing หรือ batten และใช้ตัวตั้งและตัวเอียงเป็นคานปีกกว้างธรรมดา จากการออกแบบอย่างเหมาะสมตามวิธีที่นำเสนอซึ่งมีการทำซ้ำ 3 รอบจะได้ชุดคำตอบดังตารางที่ 4.5.1

ตารางที่ 4.5.1 ชุดคำตอบในตัวอย่างที่ 5 ซึ่งเป็นโครงถักช่วง 80 เมตร

กลุ่มที่	หน้าตัดที่เลือก	พื้นที่หน้าตัด (cm <sup>2</sup> )	I inplane (cm <sup>4</sup> )	I out of plane (cm <sup>4</sup> )	แรงอัดสูงสุด (ตัน)
1	2W440x300mm(248kg/m)	314.8	112,200	87,050	446
2	2W400x400mm(344kg/m)	437.4	133,200	219,760	589
3	W390x300mm(107kg/m)	136	38,700	7,210	143
4	W250x250mm(72.4kg/m)	92.18	10,800	3,650	75
5	W125x125mm(23.8kg/m)	30.31	847	294	10

ปริมาณวัสดุที่ใช้ 59.7 ตัน โดยมีการกระจัดสูงสุดที่กลางช่วงเท่ากับ 25.6 cm โดยใช้เวลากการคำนวณประมาณ 1 นาที

หมายเหตุ หน้าตัดชนิด 2W หมายถึง นำเอา คานปีกกว้าง 2 ตัวมาเชื่อมปีกติดกันหรือต่อเชื่อมกันแบบไขว้ (lacing) หรือ แบบระแนง (batten)

## กำหนดตำแหน่งค้ำยัน

จากชุดคำตอบสุดท้าย เนื่องจากมีการแบ่งกลุ่มของหน้าตัดทำให้การตรวจสอบเสถียรภาพมีความยุ่งยากมากขึ้น ซึ่งจะพบว่า

1. สำหรับกลุ่มที่ 1 แรงอัดสูงสุดในคอร์ด 446 ตัน ซึ่งคิดเป็นหน่วยแรงเท่ากับ  $446,000/314.8=1,417$  ksc ซึ่งจากการออกแบบตามวิธี ASD จะได้ อัตราส่วนความชะลุดคือ 23 จะได้

$$\lambda_{req} \times 1,417 = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

$$\lambda_{req} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6}{(23)^2 \times 1,417} = 26.33$$

2. สำหรับกลุ่มที่ 2 แรงอัดสูงสุดในคอร์ด เกิดขึ้นที่คอร์ดบนตรงกลางช่วง 589 ตัน ซึ่งคิดเป็นหน่วยแรงเท่ากับ  $589,000/437.4=1,346.6$  ksc ซึ่งจากการออกแบบตามวิธี ASD จะได้ อัตราส่วนความชะลุดคือ 37 จะได้

$$\lambda_{req} \times 1,346.6 = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

$$\lambda_{req} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6}{(37)^2 \times 1,346.6} = 10.7$$

3. สำหรับกลุ่มที่ 3 แรงอัดสูงสุดเกิดขึ้น 143 ตัน ซึ่งคิดเป็นหน่วยแรงเท่ากับ  $143,000/136=1,051$  ksc ซึ่งจากการออกแบบตามวิธี ASD จะได้ อัตราส่วนความชะลุดคือ 81 จะได้

$$\lambda_{req} \times 1,051 = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

$$\lambda_{req} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6}{(81)^2 \times 1,051} = 2.86$$

4. สำหรับกลุ่มที่ 4 แรงอัดสูงสุดเกิดขึ้น 75 ตัน ซึ่งคิดเป็นหน่วยแรงเท่ากับ  $75,000/95.18=814$  ksc ซึ่งจากการออกแบบตามวิธี ASD จะได้ อัตราส่วนความชะลุดคือ 109 จะได้

$$\lambda_{req} \times 814 = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

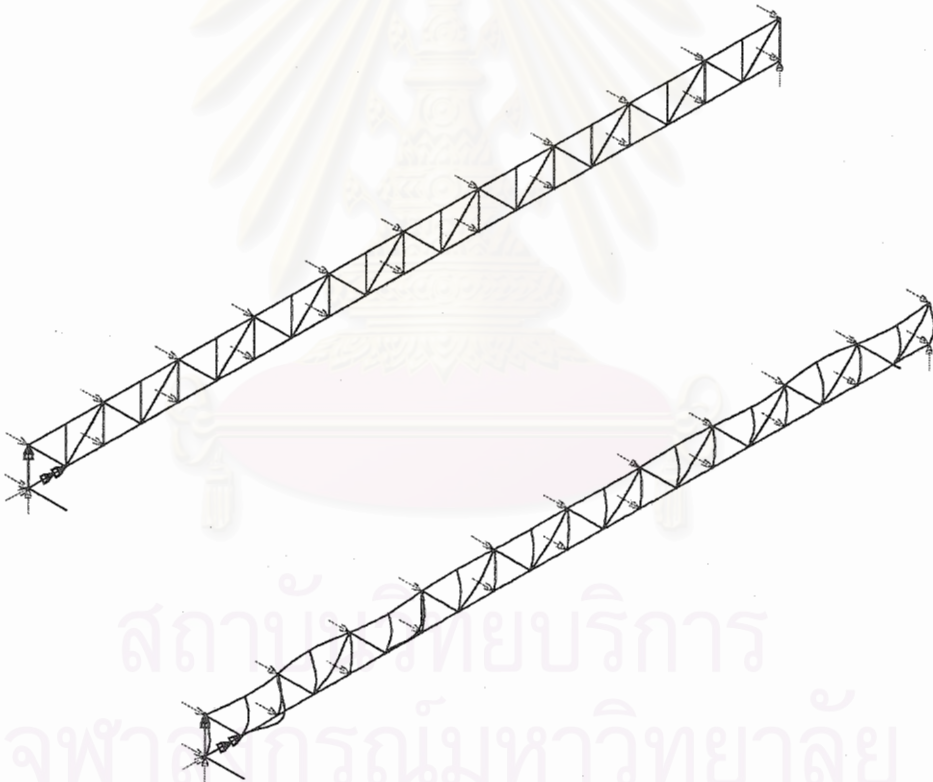
$$\lambda_{req} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6}{(109)^2 \times 814} = 2.04$$

5. สำหรับกลุ่มที่ 5 แรงอัดสูงสุดเกิดขึ้น 10 ตัน ซึ่งคิดเป็นหน่วยแรงเท่ากับ  $10,000/30.31=330$  ksc ซึ่งจากการออกแบบตามวิธี ASD จะได้ อัตราส่วนความชะลุดคือ 176 จะได้

$$\lambda_{\text{req}} \times 330 = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

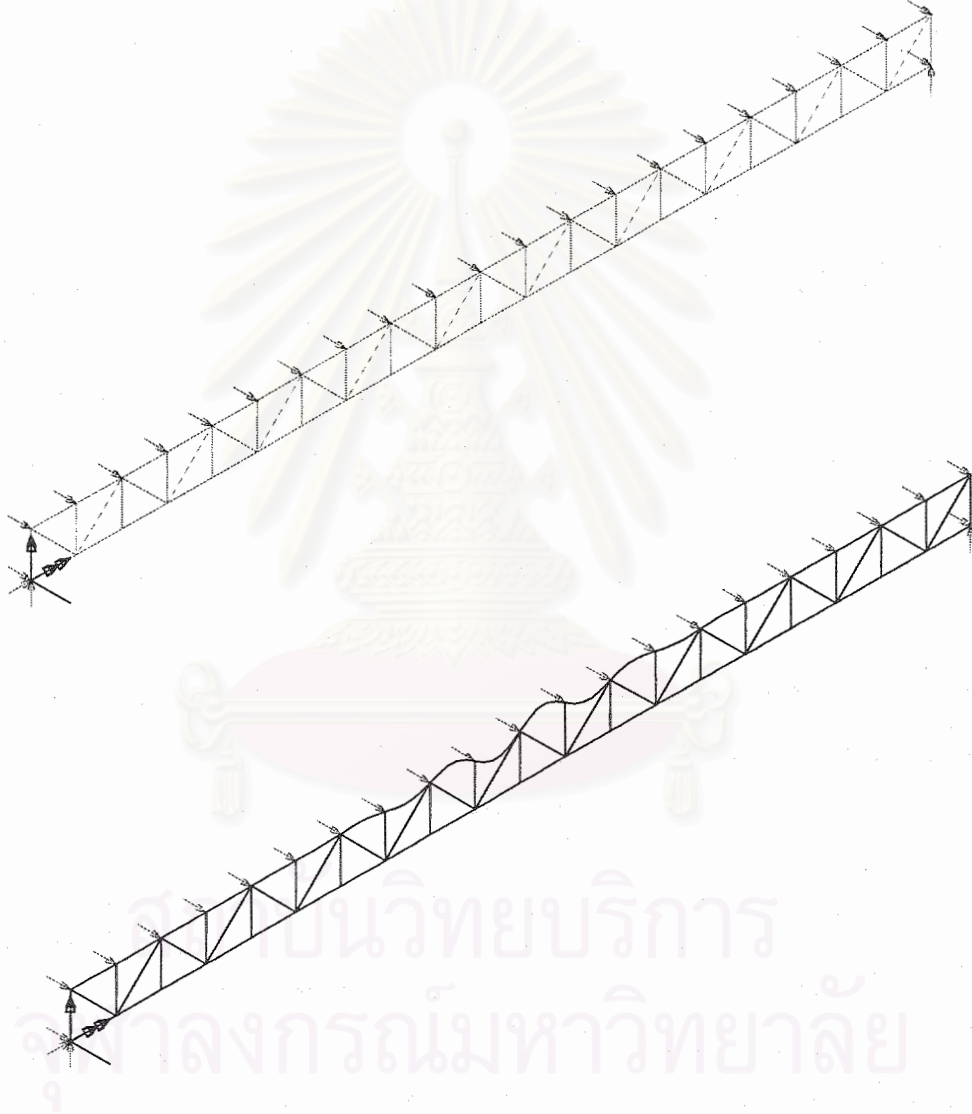
$$\lambda_{\text{req}} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6}{(176)^2 \times 330} = 1.93$$

จากทั้ง 5 ข้อดังกล่าวพบว่า ค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตที่ต้องการคือ 26.33 แต่จากการค้ำยัน ดังรูปที่ 4.5.3 จะให้ค่า ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต 10.52 และจะสังเกตได้ว่าการโก่งเดาะ ใน ตัวตั้งและตัวเอียง ซึ่งการค้ำยันมากกว่านี้จะไม่ช่วยอะไรนอกจากเพิ่มขนาดของตัวตั้งและตัวเอียง



รูปที่ 4.5.3 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของโครงถักช่วง 80 เมตร

จากการทำการวิเคราะห์การโก่งเดาะในสภาพยืดหยุ่น (first-order elastic buckling analysis) พบว่าเกิดการโก่งเดาะใน ตัวตั้งและตัวเอียง ก่อนถึงค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตที่ต้องการเล็กน้อย ซึ่งโหมดนี้สามารถตรวจสอบได้ว่าเกิดขึ้นที่น้ำหนักบรรทุกที่กำหนดหรือไม่ และจากการคำนวณข้างต้นพบว่าไม่เกิด ดังนั้นจึงดูโหมดต่อไปจนกว่าจะเป็นโหมดที่มีการโก่งเดาะของคอร์ดซึ่งพบว่าให้ค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตไม่เพียงพอ จึงต้องเพิ่มการค้ำยันดังรูปที่ 4.5.4 เพื่อให้ค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตเท่ากับ 31.6



รูปที่ 4.5.4 การค้ำยันและโหมดของการโก่งเดาะของโครงถักช่วง 80 เมตรเมื่อค้ำยันทุกแผงบน

## บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาตัวอย่างในบทที่ 4 ทั้ง 5 ตัวอย่างได้ข้อสรุปดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ซึ่งเป็นโครงข้อหมุนเตี้ยโดยมีปริมาณวัสดุที่ใช้เมื่อวิเคราะห์แบบเชิงเส้นคือ 311 kg ในขณะที่ปริมาณวัสดุที่ใช้เมื่อวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้นคือ 944 kg ซึ่งแตกต่างกันถึง 204% ทั้งนี้เป็นเพราะตัวอย่างนี้เป็นโครงสร้างที่มีความไม่เชิงเส้นสูง โดยใช้เวลาการคำนวณประมาณ 1 นาที

ตัวอย่างที่ 2 เป็นโครงข้อหมุน โดยมีน้ำหนักบรรทุกเป็นจุดกระทำที่จุดต่อทุกจุดบนคอร์ดบน โดยที่น้ำหนักบรรทุกเป็นจุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกถาวรเท่ากับ 162 kg และเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจรเท่ากับ 450 kg เป็นโครงหลังคาช่วง 30 เมตร ซึ่งมีฐานรองรับเป็นจุดหมุนทั้งสองข้าง ใช้หน้าตัดชนิดคานปีกกว้าง จากการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดพบว่าต้องใช้ปริมาณวัสดุ 2,193 kg และต้องมีการค้ำยันทุกจุดต่อ (ทุกๆ 1.5 เมตร) แต่ถ้าหันด้านแข็งให้ออกนอกระนาบ พบว่าใช้การค้ำยันทุกๆสามช่วงของคอร์ด (ทุกๆ 4.5 เมตร)

ตัวอย่างที่ 3 ซึ่งเหมือนกับตัวอย่างที่ 2 แต่ใช้หน้าตัดชนิดท่อ พบว่าการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดต้องใช้ปริมาณวัสดุ 1,515 kg และต้องการการค้ำยันทุกๆสามช่วงของคอร์ด (ทุกๆ 4.5 เมตร) แต่หากเปลี่ยนชนิดของฐานรองรับใหม่เป็นจุดหมุนและล้อยหมุนข้างละอย่าง พบว่าต้องใช้ปริมาณวัสดุ 2,296 kg และต้องการค้ำยันไม่น้อยกว่าสองจุด

ตัวอย่างที่ 4 ซึ่งเป็นโครงหลังคาของหอประชุมมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ที่มีความยาวช่วง 64 เมตร จากการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดพบว่าต้องใช้ปริมาณวัสดุ 30.9 ตัน และต้องการค้ำยันที่บริเวณกลางช่วง ซึ่งโครงสร้างจริงใช้ปริมาณวัสดุ 32.9 ตัน แต่ถ้าลองเปรียบเทียบโดยรวมระบบโครงหลังคาองเข้าไปด้วย พบว่าโครงสร้างจริงใช้ปริมาณวัสดุน้อยกว่าคำตอบที่ได้จากการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดประมาณ 4 เปอร์เซ็นต์

ตัวอย่างที่ 5 เป็นโครงข้อหมุนซึ่งมีความสูงและความยาวแต่ละช่วงคอร์ดเท่ากันคือ 4.0 เมตร และมีช่วงเดี่ยวยาว 80 เมตร มีน้ำหนักบรรทุกเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกถาวรและน้ำหนักบรรทุกจรกระทำเป็นจุดทุกจุดต่อของคอร์ดบน 2.2 ตัน/เมตร จากการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดพบว่าต้อง

ใช้ปริมาณวัสดุ 59.7 ตัน และต้องการค้ำยันทุกจุดต่อของคอร์ดบน โดยใช้เวลาการคำนวณ ประมาณ 1 นาที

จากการวิจัยพบว่าสมการ (2.21) ซึ่งเป็นสมการที่นำเสนอโดย Sedaghati และ Tabarrok [37] จะให้ผลของการทำนายไม่ดีพอในการใช้กับโครงสร้างเหล็กเมื่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤติของโครงสร้างถูกควบคุมด้วยกำลังขององค์อาคาร แต่จะให้ผลของการทำนายที่ดีเมื่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤติโครงสร้างถูกควบคุมด้วยเสถียรภาพของโครงสร้าง หรือ การกระจัดสูงสุดที่ยอมให้ (เมื่อใช้ค่าคงที่  $r$  ที่เหมาะสม) โดยสรุปเป็นประเด็นต่างๆ ดังต่อไปนี้

#### ปัจจัยที่มีผลกับสมการ (2.21)

1. เงื่อนไขเริ่มต้น (initial condition) หากเริ่มต้นทำซ้ำด้วยชุดพื้นที่หน้าตัดที่ต่างกัน จะมีผลทำให้สภาพของหน่วยแรงในองค์อาคารต่างกัน ทำให้พื้นที่หน้าตัดที่ทำนายด้วยสมการ (2.21) ต่างกัน เหตุผลเดียวกันนี้ ทำให้ระหว่างการทำซ้ำสภาพของหน่วยแรงในองค์อาคารต่างกันออกไป จึงเป็นเหตุให้พื้นที่หน้าตัดในระหว่างการทำซ้ำและชุดพื้นที่หน้าตัดที่เป็นคำตอบต่างกัน
2. ค่า  $r$  ในสมการ มีผลกับความเหมาะสมของคำตอบและอัตราการลู่เข้าของคำตอบ ซึ่งจะต่างกันไปตามลักษณะของโครงสร้างและน้ำหนักบรรทุก
3. ชนิดของโครงสร้าง เช่น โครงสร้างที่มีองค์อาคารส่วนมากรับแรงดึง หรือรับแรงอัด ซึ่งสมการ (2.21) ไม่มีผลของการโก่งเดาะจึงทำให้การทำนายพื้นที่หน้าตัดขององค์อาคารที่รับแรงอัดคลาดเคลื่อนไป
4. โหมดของโครงสร้างที่จุดขีดจำกัด เช่น ควบคุมด้วยเสถียรภาพของโครงสร้าง หรือควบคุมด้วยกำลังขององค์อาคาร หรือควบคุมด้วยการกระจัดสูงสุดที่ยอมให้ ซึ่งสมการ (2.21) นี้จะให้คำตอบที่ดีในกรณีถูกควบคุมด้วยเสถียรภาพของโครงสร้าง และควบคุมด้วยการกระจัดสูงสุดที่ยอมให้ เพราะว่าไม่มีผลของการโก่งเดาะเข้ามาเกี่ยวข้อง มีเพียงผลของพื้นที่หน้าตัดเท่านั้นซึ่งตรงกับที่มาของสมการ (2.21)

สาเหตุที่ทำให้สมการการทำนายไม่ดีพอในการใช้กับโครงสร้างเหล็กเมื่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤติโครงสร้างถูกควบคุมด้วยกำลังขององค์อาคาร

1. การเขียนสมการความเหมาะสมที่สุดได้ใช้ตัวแปรเพียงตัวเดียวคือ พื้นที่หน้าตัด ซึ่งไม่มีผลของรัศมีเฉื่อยชั้นที่เป็นตัวกำหนดกำลังขององค์อาคารเมื่อรับแรงอัด
2. พฤติกรรมที่ซับซ้อนของโครงสร้างเหล็กเมื่อเกิดการโก่งเดาะ ทำให้ยากแก่การรวมผลเหล่านี้เข้าไปในสมการความเหมาะสมที่สุด เช่น ผลของการโก่งเดาะไม่เชิงเส้น (inelastic buckling)

ผลของหน่วยแรงคงค้าง (residual stress) ผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งแต่แรก (imperfection) ความน่าเชื่อถือ (reliability) ฯลฯ

จากที่กล่าวมาข้างต้นทำให้ในงานวิจัยนี้ไม่ใช้สมการ (2.21) เมื่อนำหนักบรรทุกวิกฤติโครงสร้างถูกควบคุมด้วยกำลังขององค์อาคาร โดยใช้วิธีปกติแทน

สิ่งที่พัฒนาเพิ่มขึ้นจากงานวิจัยที่ผ่านมา

1. การแก้ปัญหาที่มีการสูญเสียเสถียรภาพของทั้งโครงสร้างได้
2. เสถียรภาพที่ดีขึ้นของกระบวนการเชิงตัวเลข และกระบวนการปรับเปลี่ยนอัตโนมัติเพื่อให้ได้คำตอบที่มีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในเกณฑ์ที่กำหนด ดังรายละเอียดในบทที่ 3
3. ได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดยิ่งขึ้นเมื่อใช้วิธีที่นำเสนอ
4. การพิจารณาเสถียรภาพนอกกระนาบเพื่อรักษาคำตอบที่ได้จากการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดในระนาบ

ข้อควรสังเกตเมื่อใช้วิธีการที่นำเสนอ

1. เนื่องจากคำตอบของการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดขึ้นอยู่กับสภาพเริ่มต้นด้วย (initial condition) การให้สภาพเริ่มต้นที่ต่างกันจะให้คำตอบที่ต่างกันออกไป จากการวิจัยพบว่าโครงสร้างลักษณะที่เป็นโครงหลังคาที่มีข้อกำหนดต่างๆในงานวิจัยนี้ จะให้คำตอบที่ใช้ปริมาตรของวัสดุมากถ้าเริ่มต้นด้วยหน้าตัดที่ใหญ่ และ จะให้คำตอบที่ใช้ปริมาตรของวัสดุน้อยกว่าถ้าเริ่มต้นด้วยหน้าตัดที่เล็กกว่า เหตุที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะว่าการเริ่มต้นด้วยหน้าที่ใหญ่กว่าจะทำให้น้ำหนักของตัวเองมาก จึงเสมือนเป็นการเพิ่มน้ำหนักบรรทุกของโครงสร้าง กระบวนการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดที่เสนอจะพยายามเลือกหน้าตัดที่รับน้ำหนักบรรทุกทั้งหมด (ในกรณีนี้คือน้ำหนักตัวเองรวมกับน้ำหนักบรรทุกที่กำหนด) ซึ่งจะทำให้ได้ขนาดหน้าตัดใหญ่กว่ากรณีที่เริ่มต้นด้วยหน้าตัดที่เล็กกว่า ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ใช้สภาพเริ่มต้นคือทุกองค์อาคารให้ใช้หน้าตัดที่มีสัดส่วนความละเอียดไม่เกินข้อกำหนดของแรงดึง
2. คำตอบนอกจากจะขึ้นอยู่กับสภาพเริ่มต้นแล้ว ในสมการ (2.21) จะเห็นว่าคำตอบยังขึ้นอยู่กับตัว  $r$  ซึ่งค่า  $r$  จะให้คำตอบที่ดีไม่เท่ากันในแต่ละลักษณะของโครงสร้าง จากงานวิจัยแนะนำให้ลองใช้ค่า  $r$  ในช่วง 3-6 สำหรับโครงสร้างแบบโครงหลังคา

ประโยชน์ที่ได้รับจากงานวิจัย

1. ด้วยวิธีการที่นำเสนอ ทำให้สามารถทราบถึงความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกของโครงสร้างที่ออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดในระนาบ เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของโครงสร้าง

2. ทำให้ได้พื้นฐานของการออกแบบโครงหลังคาเหล็กที่มีความเหมาะสมที่สุดภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด

### ข้อเสนอแนะ

1. กระบวนการแก้ระบบสมการที่นำเสนอในงานวิจัยนี้เป็นเพียงวิธีการควบคุมน้ำหนักบรรทุก (load control) ซึ่งวิธีนี้ไม่สามารถหาคำตอบที่เสถียรที่สุดได้ ซึ่งปัจจุบันได้มีการพัฒนาวิธีการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นมากมาย [11] จากการศึกษาของผู้เขียนพบว่าวิธีควบคุมส่วนโค้งคงที่ (constant arc-length method) น่าจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการหาคำตอบที่เสถียรที่สุด
2. ตัวแก้ระบบสมการ (solver) เป็นปัจจัยสำคัญ ทั้งการแก้ระบบสมการแบบเชิงเส้น หรือการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้น หรือการแก้ปัญหาเจาะจง (eigenvalue problem) ตัวแก้ระบบสมการที่ดีควรมีทางเลือกในการแก้ระบบสมการ ซึ่งในงานวิจัยนี้มีทางเลือกเดียวสำหรับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นคือ active column solver และมีทางเลือกเดียวสำหรับการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นคือ วิธีนิวตัน-ราฟสันที่ดัดแปรแล้ว ด้วยการควบคุมน้ำหนักบรรทุก (modified Newton-Raphson with load control) ซึ่งพบว่าเป็นวิธีที่ดีที่สุดสำหรับงานวิจัยในภายหน้า
3. เสถียรภาพเชิงตัวเลข (numerical stability) และกระบวนการปรับเปลี่ยน (adaptive scheme) เป็นปัจจัยสำคัญสำหรับตัวแก้สมการ (solver) ซึ่งที่ใช้ในงานวิจัยนี้เป็นเพียงส่วนหนึ่งของวิธีต่างๆ ที่มีอยู่ในปัจจุบันอยู่แล้ว ยังมีวิธีต่างๆ อีกมากมายซึ่งจะมีประโยชน์อย่างมาก หากสามารถรวบรวมวิธีต่างๆ เข้าไว้ในตัวแก้ระบบสมการ เพื่อให้เป็นทางเลือกสำหรับงานวิจัย

จากข้อเสนอแนะสามข้อที่กล่าวมา ผู้เขียนมีความเห็นว่าหากมีการวิจัยในส่วนนี้อย่างจริงจัง จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งสำหรับงานวิจัยในภายหน้า ไม่เฉพาะกับการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดเท่านั้น หากยังเป็นประโยชน์กับงานวิจัยอื่นๆ ที่ยังต้องใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method)

### ข้อควรปรับปรุงและเพิ่มเติมสำหรับงานวิจัยต่อไป

1. ในงานวิจัยนี้ได้สมมุติว่าที่จุดค้ำยันไม่มีการกระจัดและโครงหลังคาองไม่เกิดการโก่งเดาะ ซึ่งสามารถตรวจสอบได้ด้วยการทำการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear buckling analysis)
2. เนื่องจากสมการทำนายพื้นที่หน้าตัดที่ใช้ในงานวิจัยนี้ (สมการ 2.21 ซึ่ง Sedaghati และ Tabarrok เป็นผู้พัฒนา) ไม่ได้พิจารณาผลของแรงชนิดอื่นนอกเหนือจากแรงแนวแกน และผล



ของการโกงเดาะ ซึ่งหากมีการพัฒนาในจุดนี้ก็จะทำให้การออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดมีประสิทธิภาพกว่าวิธีที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ซึ่งพิจารณาผลของแรงแนวแกนเพียงอย่างเดียว

3. ควรขยายผลการศึกษาไปถึงโครงสร้างแบบสามมิติ ซึ่งถ้าพัฒนาตามที่เสนอในข้อ 1. แล้วผนวกกับการพัฒนาตัวแก้สมการและการวางระบบโครงสร้างของโปรแกรมที่ดี ก็จะทำให้ไม่ต้องพึ่งโปรแกรมสำเร็จรูปตัวอื่น



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายการอ้างอิง

1. Bruce R.Mutton, Nicholas, S.Trahair; Stiffness Requirements for Lateral Bracing, ASCE J. Struct. Div., 99, ST10, October, 1973.
2. Kirsch, Uri, Optimum Structural Design, McGraw-Hill, 1981.
3. Imai,K.; Schmit,L.A., Configuration Optimization of Trusses, ASCE J. Struct. Div., 107, ST5 , May,1981.
4. Herome, S.B.; Iffland, F., Preliminary Planning of Steel Roof Space Trusses, ASCE J. Struct. Div. ,108, ST11 ,November, 1982.
5. Khot, N.S.; Nonlinear Analysis of Optimized Structure with Constraints on System Stability, AIAA Journal,21, 8, August 1983:1181-1186.
6. Khot, N.S.; Kamat, M.P.; Minimum Weight Design of Structures with Geometric Non-linear Behavior, AIAA/ASME/ASCE/AHS,24<sup>th</sup>, Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Lake Tahoe, Nevada, 1983:383-391.
7. William Weaver,Jr.; Paul R. Johnston; Finite Elements for Structural Analysis , Prentice-Hall , 1983.
8. Bathe, K.J.; Finite Element Procedures for Solids and Structures-Nonlinear Analysis, MIT video course study guide, 1986.
9. Chen, W.F.; Lui, E.M., Structural Stability, ELSEVIER , 1987.
10. Arora, J.S., Introduction to Optimum Design, McGraw-Hill, 1989.
11. Clarke, Murray J; Hancock, Gregory J., A Study of Incremental-Iterative Strategies for Non-Linear Analyses, J. Numer. Meth. Engng. 29, 1365-1391(1990).
12. EL Naschie,M.S., Stress,Stability and Chaos in Structural Engineering:an Energy Approach, McGraw-Hill 1990.
13. Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L; The Finite Element Method, forth edition, volume 2, McGraw-Hill, 1991.
14. Bazant, Z.P., Stability of Structures , New York, 1991.
15. Chen,W.F.;Lui,E.M., Stability Design of Steel Frames,CRC Press,1991.
16. Edwin H. Gaylord, Jr.;Charles N. Gaylord;James E. Stallmeyer, Steel Structures, McGraw-Hill, 1992.
17. Parke, G.A.R.; Howard, C.M., Space Structures,Volume I-II, Thomas Telford, 1993.

18. AISC, Industrial Buildings , Roofs to Columns Anchorage, Steel Design Guide Series 7, 1993.
19. Fertis, D.G., Nonlinear Mechanics, CRC Press, 1993.
20. Adeli, H., Advances in Design Optimization, CHAPMAN&HALL, 1994.
21. John, F. Abel; John, W.Leonard; Celina, U.Penalba, Spatial Lattice and Tension Structures, Proceedings of the IASS-ASCE International Symposium , April 24-28, 1994.
22. Chen, W.F.; Sohal, I.S., Plastic Design and Second-Order Analysis of Steel Frames, Springer-Verlag New York, 1995.
23. Salmon, C.G.; Johnson, J.E, Steel Structures Design and Behavior, HarperCollins, 1996.
24. Nash, S.G.; Sofer, A. Linear and Nonlinear Programming, McGRAW-HILL, 1996.
25. Klaus-Jurgen Bathe, Finite Element Procedures, Prentice Hall, 1996.
26. Yang, J.; Soh, C.K.,Structural Optimization by Genetic Algorithms with Tournament Selection, Journal of Computing in Civil Engineering, 11, 3, July, 1997.
27. วีระพงษ์ ไชยสถิตวานิช, การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมสำหรับโครงถักระนาบที่มีพฤติกรรมไม่เชิงเส้นโดยใช้วิธีงานสมมุติ, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2539 (1997).
28. Groenwold, A.A.; Stander, N.; Snyman, J.A., :A Regional Genetic Algorithm for the Discrete Optimal Design of Truss Structures, Int. J. Numer. Meth. Engng. 44, 749-766 (1999).
29. Iranmanesh, A.; Kaveh, A. Structural Optimization by Gradient-Based Neural Networks, Int. J. Numer. Meth. Engng. 46, 297-311 (1999).
30. Botello, S.; Marroquin, J.L.; Onate, E.; Horebeek, J.V., Solving Structural Optimization Problems with Genetic Algorithms and Simulated Annealing, Int. J. Numer. Meth. Engng. 45, 1069-1084 (1999).
31. Brockenbrough, Roger L.; Merritt, Frederick S., Structural Steel Designer's Handbook, 3<sup>rd</sup> Edition, McGraw-Hill, 1999.
32. Budynas, R.G., Advanced Strength and Applied Stress Analysis, second edition, McGraw-Hill, 1999.

33. AISC., Load and Resistance Factor Design specifications for structural steel buildings., Chicago, Illinois; American Institute of Steel Construction, December 27, 1999.
34. Ted Belytschko; Wing Kam Liu; Brian Moran, Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures, John Wiley & Sons, 2000.
35. McGuire, W.; Gallagher, Richard H.; Ziemian, Ronald D., Matrix Structural Analysis, 2<sup>nd</sup> Edition, John Wiley & Sons, 2000.
36. Ahmed El-Sheikh, New Space Truss System-from Concept to Implimentation, Engineering Structures 22/2000, 1070-1085.
37. Sedaghati, R.;Tabarrok, B., Optimum Design of Truss Structures Undergoing Large Deflections Subject to a System Stability Constraint, Int. J. Numer. Meth. Engng. 2000;48:421-434.
38. FEA Ltd; LUSAS Theory Manual Version 13,2000.
39. B. Michael; D. Michael, Widespan Roof Structures, ThomasTelford, 2000.

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

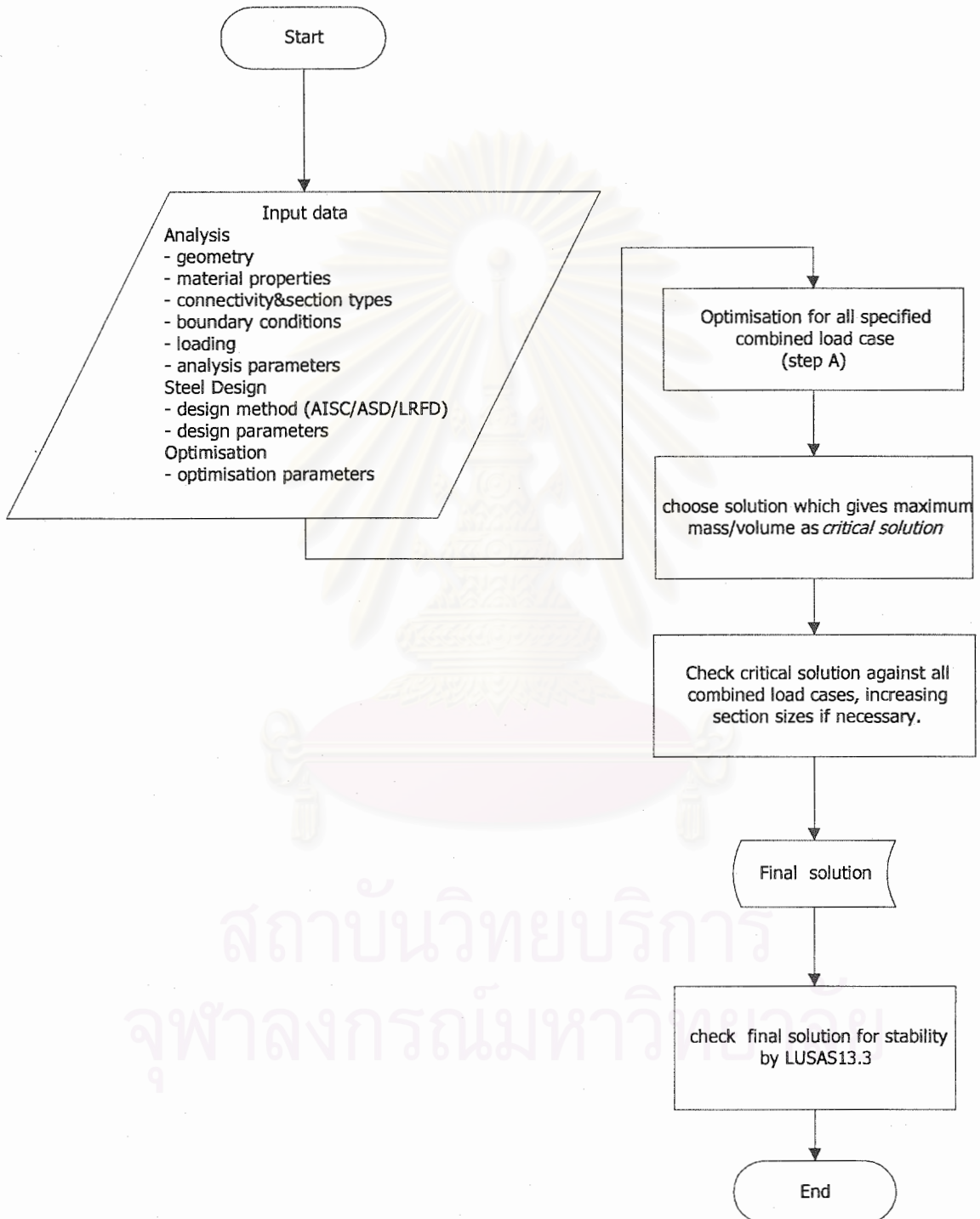


ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ภาคผนวก ก.

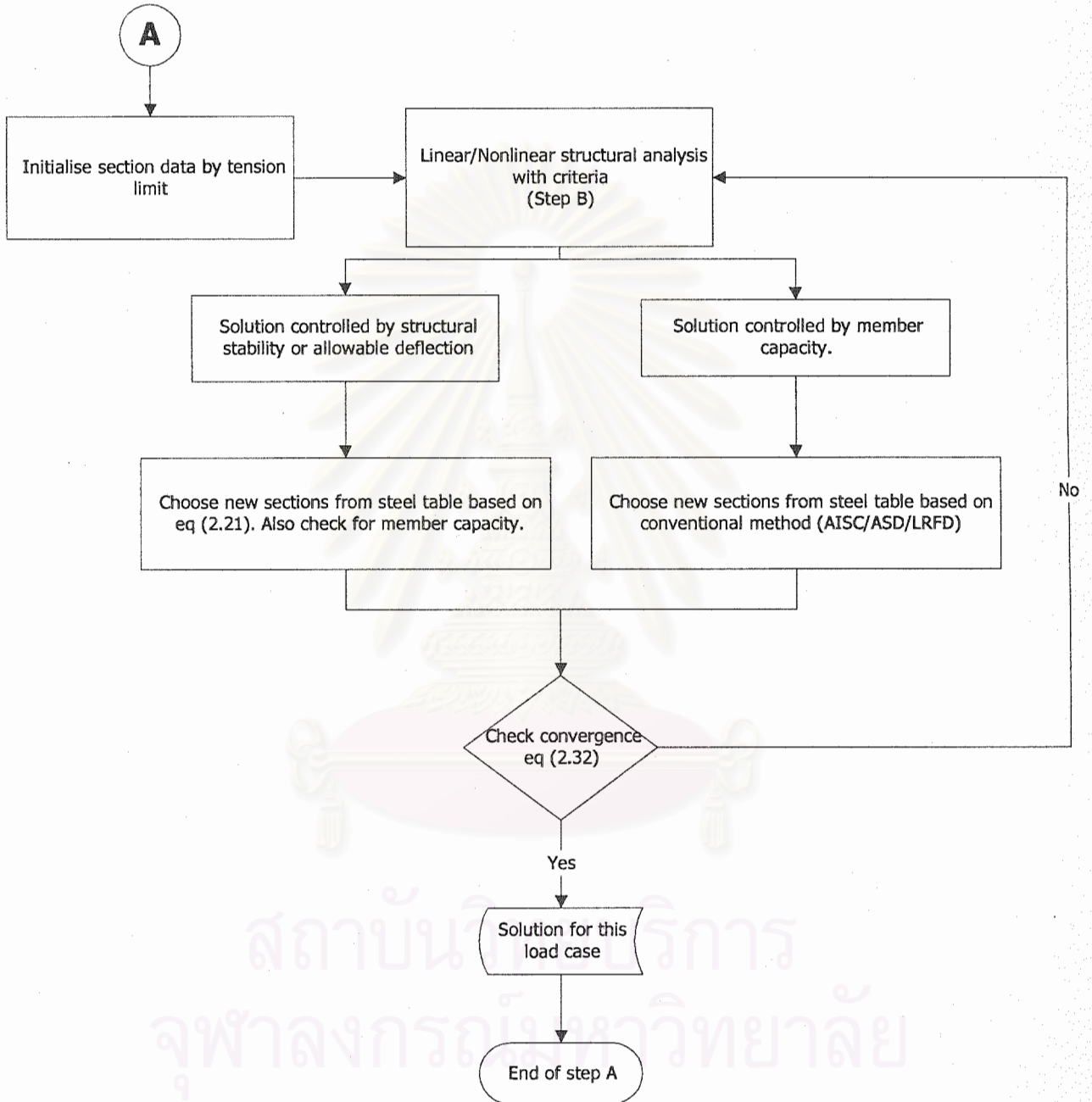
ขั้นตอนการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดและการตรวจสอบเสถียรภาพ



รูปที่ ก.1 แผนภูมิสายงานการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดและการตรวจสอบเสถียรภาพ

## ภาคผนวก ข.

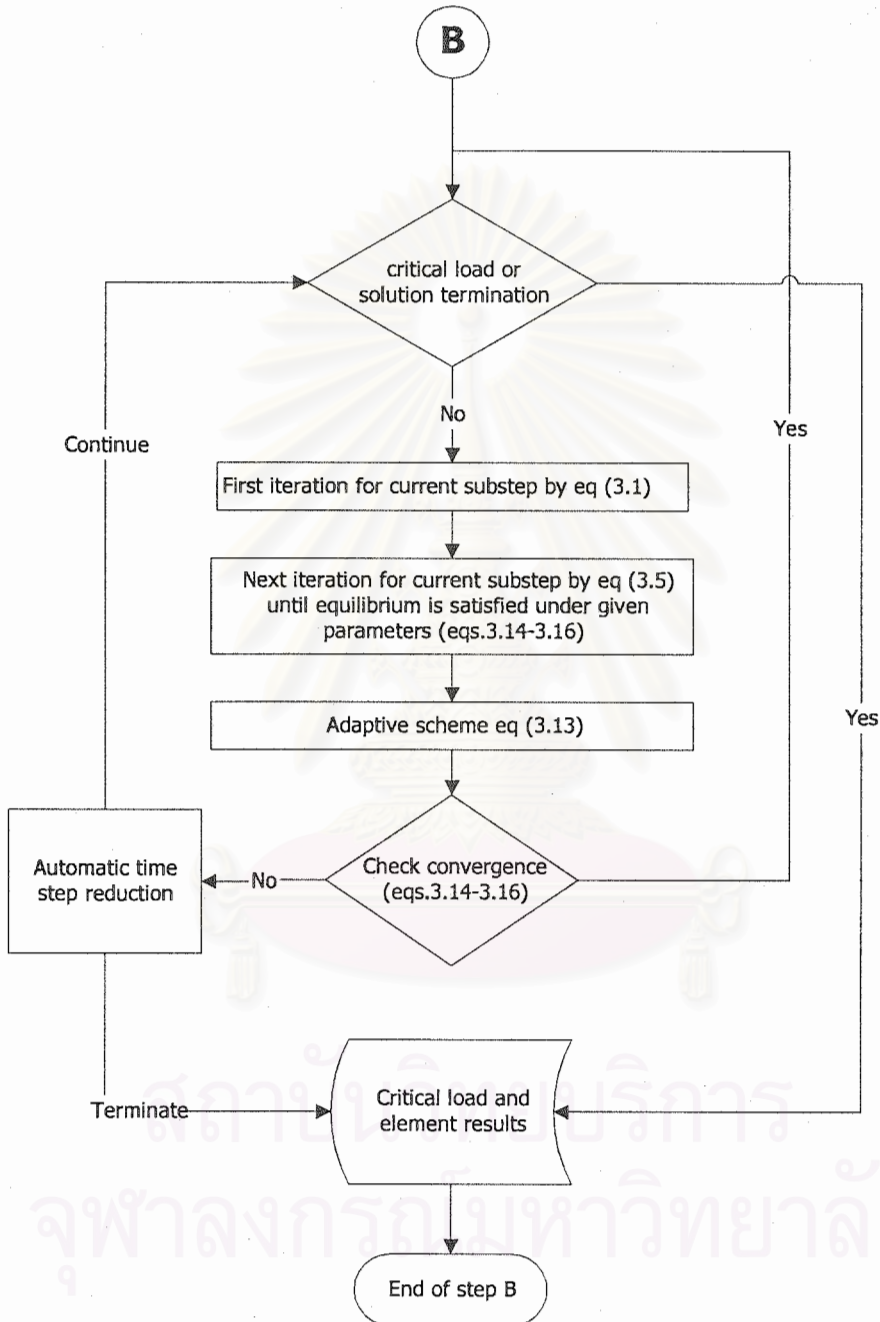
ขั้นตอนการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดของน้ำหนักบรรทุกในแต่ละกรณี



รูปที่ ข.1 แผนภูมิสายงานการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดของน้ำหนักบรรทุกในแต่ละกรณี

## ภาคผนวก ค.

เทคนิคการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นและวิธีการปรับเปลี่ยนอัตราขั้นตอนที่ใช้ในงานวิจัย



รูปที่ ค.1 แผนภูมิสายงานการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นและวิธีการปรับเปลี่ยนอัตราขั้นตอนที่ใช้ในงานวิจัย



## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย ธนพล บัวมงคล เกิดเมื่อวันที่ 23 มกราคม พ.ศ.2521 ที่จังหวัดกรุงเทพฯ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิศวกรรมโยธา จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา พ.ศ. 2542 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิศวกรรมโยธา สาขาวิศวกรรมโครงสร้าง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2543



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย