

การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การถ่ายเทความร้อนในชั้นวัสดุทนไฟ



นายพูนศักดิ์ บุญรอด

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี ภาควิชาวิศวกรรมเคมี

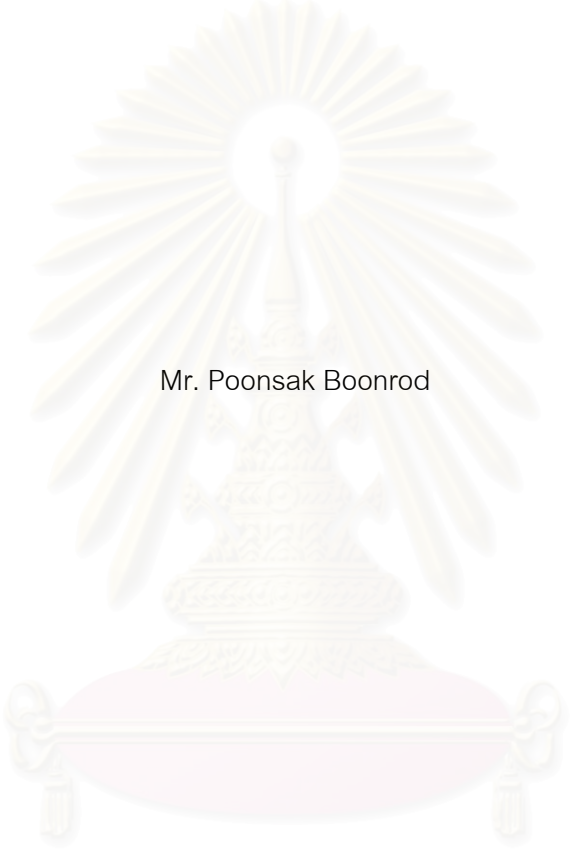
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-2159-5

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL FOR HEAT TRANSFER IN REFRACTORY LINING



Mr. Poonsak Boonrod

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineer in Chemical Engineering

Department of Chemical Engineering

Faculty of Engineer

Chulalongkorn University

Academic Year 2002

ISBN 974-17-2159-5

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การถ่ายเทความร้อนในชั้น วัสดุทนไฟ
โดย	นาย พูนศักดิ์ บุญรอด
สาขาวิชา	วิศวกรรมเคมี
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร. วิทย์ สุนทรนันท์
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	นาง มาลี ธนาเพิ่มพูนผล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร. สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. ชัยฤทธิ์ สัตยาประเสริฐ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(อาจารย์.ดร. วิทย์ สุนทรนันท์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(นาง มาลี ธนาเพิ่มพูนผล)

..... กรรมการ
(อาจารย์.ดร. สมประสงค์ ศรีชัย)

..... กรรมการ
(อาจารย์.ดร. วรงค์ ปวรอาจารย์)

พูนศักดิ์ บุญรอด : การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การถ่ายเทความร้อนในชั้นวัสดุทนไฟ.
(THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL FOR HEAT TRANSFER IN REFRACTORY LINING) อ. ที่ปรึกษา : อ.ดร. วิทย์ สุนทรนันท์, อ. ที่ปรึกษาร่วม : นาง มาลี
ธนาเพิ่มพูนผล 121 หน้า. ISBN 974-17-2159-5.

งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาและพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การถ่ายเทความร้อนในชั้นวัสดุทนไฟโดยทำการศึกษากการกระจายตัวของอุณหภูมิในวัสดุทนไฟ ซึ่งเป็นฟังก์ชันกับสัมประสิทธิ์การนำความร้อน สัมประสิทธิ์การพาความร้อน ค่าการแผ่รังสีและอุณหภูมิสิ่งแวดล้อม แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้ได้พัฒนาขึ้นในระบบพีคัดฉาก 3 มิติ และ 2 มิติ ในระบบพิกัดทรงกระบอก โดยใช้ทฤษฎีเกี่ยวข้องกับการนำความร้อน การพาความร้อน และการแผ่รังสี ทั้งนี้อาศัยการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม MATLAB ทำการศึกษากการกระจายตัวของอุณหภูมิในชั้นวัสดุทนไฟ โดยทำการเปรียบเทียบ ผลการศึกษากับข้อมูลจริงจากการเก็บข้อมูล จากการศึกษาผลการกระจายตัวของอุณหภูมิในชั้นวัสดุทนไฟ ซึ่งเปรียบเทียบกับข้อมูลจริงพบว่า ผลการจำลองมีความแตกต่างระหว่างข้อมูลทดสอบกับข้อมูลจริงแต่สามารถยอมรับได้และมีแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางเดียวกัน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา วิศวกรรมเคมี
สาขาวิชา วิศวกรรมเคมี
ปีการศึกษา 2545

ลายมือชื่อนิสิต
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

4271449121 : MAJOR CHEMICAL ENGINEERING

KEY WORD: HEAT TRANSFER / 3-D CONDUCTION / 2-D CONDUCTION / REFRACTORY / MATLAB

POONSAK BOONROD : THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL FOR HEAT TRANSFER IN REFRACTORY LINING. THESIS ADVISOR : WIT SOONTARANUN Ph.D., THESIS COADVISOR : MALEE THANAPEMPULPOL 121 pp. ISBN 974-17 -2159-5.

The mathematical model is studied and developed for simulating heat transfer in refractory lining. In the simulation, the temperature profile is a function of thermal conductivity, heat convection coefficient, thermal emissivity and surrounding temperature. The mathematical model has been developed in 3-D rectangular coordinate and 2-D cylindrical coordinate from three basic concepts of heat transfer as conduction, convection and radiation.

The matlab program is employed as tools to find out the solution of the mathematical model equation developed. Then the calculation results are compared with the collected data from the master shuttle kiln.

It is found that after comparing the temperature, the model can provide a correct trend for heat transfer.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department Chemical Engineering

Field of study Chemical Engineering

Academic year 2002

Student's signature

Advisor's signature

Co-advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบคุณ อาจารย์ที่ปรึกษา อาจารย์ ดร. วิทย์ สุนทรนันท์ ผู้ที่ให้ความรู้ ให้คำปรึกษา ให้กำลังใจ และที่สำคัญที่สุดให้โอกาส แก่ผู้เขียนในการทำวิทยานิพนธ์นี้ และขอขอบคุณ ที่ปรึกษาร่วม คุณมาลี ธนาเพิ่มพูนผล ที่ได้ให้ข้อมูลต่างๆ เพื่อที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์

ขอขอบคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. ชัยฤทธิ์ สัตยาประเสริฐ ที่ให้เกียรติเป็น ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร. สมประสงค์ ศรีชัย และ อาจารย์ ดร. วรงค์ ปวรอาจารย์ ที่ให้เกียรติเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และอาจารย์ทุกท่านของภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ได้ให้ความรู้ แนวความคิด ตลอดจนความเป็นวิศวกร ให้กับผู้เขียนได้ทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

สุดท้ายนี้ ขอขอบคุณพ่อ แม่ พี่ น้อง และเพื่อนๆ ที่ให้กำลังใจ ให้ความเห็นอกเห็นใจตลอดการศึกษาในหลักสูตรวิศวกรรมเคมีนี้



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ(ภาษาไทย)	ง
บทคัดย่อ(ภาษาอังกฤษ)	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญภาพ	ฌ
สารบัญตาราง.....	ฐ
สัญลักษณ์และอักษรย่อ.....	ฑ
1 บทนำ.....	1
2 การถ่ายเทความร้อน.....	3
2.1 ทฤษฎี.....	3
2.1.1 การนำความร้อน	3
2.1.2 การพาความร้อน	4
2.1.3 การแผ่รังสี	5
2.1.4 ค่าการนำความร้อน	6
2.2 การพิจารณาการถ่ายเทความร้อนภายในชั้นวัสดุทึบไฟ.....	8
2.2.1 การกำหนดสภาวะขอบเขต	9
2.2.2 การพิจารณาการถ่ายเทความร้อนภายในชั้นวัสดุทึบไฟในรูปแบบ พิกัดฉาก	11
2.2.3 การพิจารณาการถ่ายเทความร้อนภายในชั้นวัสดุทึบไฟในรูปแบบ พิกัดทรงกระบอก	69
3 แบบจำลองการถ่ายเทความร้อน	86
3.1 การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	86
3.2 การจำลองสภาวะของการถ่ายเทความร้อน	86
3.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล	86
3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล.....	86

สารบัญ

	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	89
4.1 ผลการจำลองสถานะในระบบพิกัดฉาก	89
4.1.1 กรณีอุณหภูมิภายในเตาคงที่	89
4.1.2 กรณีอุณหภูมิภายในเตาบางตำแหน่งไม่เท่ากัน	92
4.1.3 กรณีความหนาของผนังไม่เท่ากัน	97
4.2 ผลการตรวจวัดอุณหภูมิของเตาเผาพิกัดฉาก	101
4.3 การเปรียบเทียบผลการคำนวณและข้อมูลจากการวัดในระบบพิกัดฉาก	105
4.4 ผลการจำลองสถานะในระบบพิกัดทรงกระบอก	106
4.4.1 กรณีอุณหภูมิภายในเตาคงที่	106
4.4.2 กรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากัน	108
4.4.3 กรณีความหนาของผนังเตาลดลง	111
4.5 ผลการตรวจวัดอุณหภูมิของเตาเผาพิกัดทรงกระบอก	112
4.6 การเปรียบเทียบผลการคำนวณและข้อมูลจากการวัดในระบบพิกัดทรงกระบอก	105
5 สรุปผลการวิจัย	115
5.1 สรุปผลการวิจัย	115
5.2 ข้อเสนอแนะ	115
รายการอ้างอิง	117
ภาคผนวก	118
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	121

สารบัญภาพ

ภาพประกอบ	หน้า
2.1 การพิจารณาค่าการนำความร้อนบริเวณผิวของปริมาตรควบคุม	7
2.2 การนำความร้อนเข้าและออกจากรูปลูกบาศก์ขนาดเล็กเพื่อวิเคราะห์ในระบบ	9
2.3 แสดงการเรียงของชั้นวัสดุทึบไฟแต่ละชนิดในพิกัด x, y, z	12
2.4 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณภายในชั้นวัสดุทึบไฟ	12
2.5 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณรอยต่อระหว่างชั้นวัสดุทึบไฟ	16
2.6 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวด้านล่างของชั้นวัสดุทึบไฟ	18
2.7 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวด้านบนของชั้นวัสดุทึบไฟ	21
2.8 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณขอบด้านล่างในของชั้นวัสดุทึบไฟ	23
2.9 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณขอบด้านบนในของชั้นวัสดุทึบไฟ	26
2.10 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณขอบด้านล่างนอกของชั้นวัสดุทึบไฟ	29
2.11 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณขอบด้านบนนอกของชั้นวัสดุทึบไฟ	32
2.12 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวข้างด้านในของชั้นวัสดุทึบไฟ	34
2.13 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวข้างด้านนอกของชั้นวัสดุทึบไฟ	37
2.14 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและ การแผ่รังสี	40
2.15 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวตรงกลางการถ่ายเทความร้อน โดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี	42
2.16 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบล่างการถ่ายเทความร้อน โดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี	45
2.17 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบบนการถ่ายเทความร้อน โดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี	48
2.18 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบข้างด้านในของการถ่ายเทความร้อน โดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี	51
2.19 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบข้างด้านนอกของการถ่ายเทความร้อน โดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี	54

สารบัญภาพ

ภาพประกอบ	หน้า
2.20 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบมุมล่างด้านในของการถ่ายเทความร้อน โดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี.....	57
2.21 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบมุมบนด้านในของการถ่ายเทความร้อน โดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี.....	60
2.22 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบมุมล่างด้านนอกของการถ่ายเทความร้อน โดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี.....	63
2.23 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบมุมบนด้านนอกของการถ่ายเทความร้อน โดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี.....	66
2.24 แสดงรูปแบบพิกัดทรงกระบอก	69
2.25 การพิจารณาในพิกัดทรงกระบอก.....	70
2.26 แสดงรูปการพิจารณาปริมาตรควบคุมในพิกัดทรงกระบอก	70
3.1 แสดงแผนภาพการคำนวณ.....	72
3.2 แสดงผนังของชั้นวัสดุทนไฟที่ใช้ในการจำลองสภาวะ	73
4.1 ผลการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟเมื่ออุณหภูมิภายในเตา คงที่ที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $5 \text{ W/m}^2\text{K}$	89
4.2 แสดงการเปรียบเทียบผลการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟ เมื่ออุณหภูมิภายในเตาคงที่ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนต่างๆ.....	90
4.3 แสดงตำแหน่งที่บริเวณผนังเตาด้านในที่มีอุณหภูมิสูงกล่าวบริเวณอื่น	92
4.4 ผลจากการจำลองสภาวะเมื่ออุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันที่ตำแหน่ง $y=8$ และ $z=8$ เปรียบเทียบกับตำแหน่ง $y=2$ และ $z=2$	93
4.5 แสดงกรณีอุณหภูมิผนังเตาด้านในไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$	93
4.6 แสดงกรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$ ที่ความหนาอิฐ 5 cm ในชั้นวัสดุทนไฟที่ 1	94
4.7 แสดงกรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$ ที่ความหนาอิฐ 25 cm ในชั้นวัสดุทนไฟที่ 1	95
4.8 แสดงกรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$ ที่ความหนาอิฐ 30 cm ในชั้นวัสดุทนไฟที่ 2	95

สารบัญภาพ

ภาพประกอบ	หน้า
4.9 แสดงอุณหภูมิกรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$ ที่ความหนาอิฐ 35 cm ในชั้นวัสดุทนไฟที่ 3	96
4.10 แสดงอุณหภูมิกรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$ ที่ผิวผนังเหล็กด้านนอก	96
4.11 แสดงบริเวณที่วัสดุทนไฟชั้นที่ 1 หลุดออกเป็นผลให้ความร้อนสามารถเข้าสู่ด้านใน.....	97
4.12 ผลการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟกรณีความหนาของผนัง ไม่เท่ากันเปรียบเทียบระหว่าง ตำแหน่ง $y=2$ และ $z=2$ กับ ตำแหน่ง $y=10$ และ $z=10$	97
4.13 แสดงอุณหภูมิกรณีความหนาของผนังไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$ ที่ความหนาอิฐ 10 cm ของวัสดุทนไฟชั้นที่ 1	98
4.14 แสดงอุณหภูมิกรณีความหนาของผนังไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$ ที่ความหนาอิฐ 25 cm ของวัสดุทนไฟชั้นที่ 1	99
4.15 แสดงอุณหภูมิกรณีความหนาของผนังไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$ ที่ความหนาอิฐ 30 cm ของวัสดุทนไฟชั้นที่ 2	99
4.16 แสดงอุณหภูมิกรณีความหนาของผนังไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$ ที่ความหนาอิฐ 35 cm ของวัสดุทนไฟชั้นที่ 3	100
4.17 แสดงอุณหภูมิกรณีความหนาของผนังเตาไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$ ที่ผิวผนังเหล็กด้านนอก	100
4.18 แสดงลักษณะของเตาที่ใช้ตรวจวัดข้อมูล.....	101
4.19 แสดงผนังของชั้นวัสดุทนไฟที่ใช้ในการจำลองสภาวะ	102
4.20 แสดงตำแหน่งที่วัดอุณหภูมิจากผนังเตา	103
4.21 แสดงตำแหน่งที่วัดอุณหภูมิในแต่ละส่วนของผนังเตาตามรูปที่ 4.20	104
4.22 ผลการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟในพิกัดทรงกระบอก เมื่ออุณหภูมิภายในเตาคงที่ที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $30 \text{ W/m}^2\text{K}$	106
4.23 แสดงการเปรียบเทียบผลการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟ เมื่ออุณหภูมิภายในเตาคงที่ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนต่างๆ.....	107
4.24 แสดงตำแหน่งที่บริเวณผนังด้านในเตาที่มีอุณหภูมิสูงกว่าบริเวณอื่นรอบเส้นรอบวง ของเตาเผาทรงกระบอก	108

สารบัญภาพ

ภาพประกอบ	หน้า
4.25 ผลการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟในพิกัดทรงกระบอก เมื่ออุณหภูมิภายในไม่เท่ากัน ที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $30 \text{ W/m}^2\text{K}$ ที่ $z=2$ และ $z=18$	109
4.26 แสดงอุณหภูมิกรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันในพิกัดทรงกระบอกที่ $r = 22.3 \text{ cm}$ รอบเส้นรอบวง	110
4.27 ผลการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟในพิกัดทรงกระบอก เมื่อความหนาวัสดุทนไฟลดลง 5 cm เปรียบเทียบกับความหนาวัสดุทนไฟเริ่มต้นใช้งาน ที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $30 \text{ W/m}^2\text{K}$	111
4.28 แสดงลักษณะของเตาทรงกระบอก	112
4.29 แสดงผนังของชั้นวัสดุทนไฟที่ใช้จำลองสภาวะ	112
4.30 แสดงตำแหน่งที่วัดอุณหภูมิ	113
ก.1 แสดงค่าการนำความร้อนของอิฐ HI 33	118
ก.2 แสดงค่าการนำความร้อนของอิฐ IF145.....	119
ก.3 แสดงค่าการนำความร้อนของอิฐ SUPER 1100	119
ก.4 แสดงค่าการนำความร้อนของเหล็ก	120
ก.5 แสดงค่าการนำความร้อนของอิฐ KB70	120

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 สัมประสิทธิ์การพาความร้อน.....	5
4.1 แสดงการเปรียบเทียบผลการเปลี่ยนแปลงของค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน.....	90
4.2 แสดงผลการวัดอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆที่ผนังเตาด้านนอก	104
4.3 แสดงผลการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวัดและการคำนวณในพิกัดฉาก.....	105
4.4 แสดงการเปรียบเทียบผลการเปลี่ยนแปลงของค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน.....	107
4.5 แสดงผลที่ได้จากการวัดอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆที่ผิวเปลือกหม้อ	113
4.6 แสดงผลการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวัดและการคำนวณ.ในพิกัดทรงกระบอก.....	114
ก.1 แสดงค่าการนำความร้อนของวัสดุทนไฟ	118



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สัญลักษณ์และอักษรย่อ

Q	อัตราการเคลื่อนที่ของความร้อน
k	สัมประสิทธิ์การนำความร้อน
A	พื้นที่ที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านและตั้งฉากกับทิศทางของความร้อน
$\frac{\partial T}{\partial x}$	การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิกับระยะทาง
h	สัมประสิทธิ์การพาความร้อน
T_h	อุณหภูมิของผิวด้านที่ร้อนกว่า
T_s	อุณหภูมิที่เย็นกว่าของของไหล
σ	ค่าคงที่ของสตีเฟนและโบลซ์แมน
ϵ	ค่าการแผ่รังสี
f_e	ค่าอัตราส่วนระหว่างระยะห่างระหว่างจุด e ถึงจุด i และ e ถึงจุด i+1
T	อุณหภูมิ [K]

ตัวห้อย

i	ตำแหน่งในทิศทาง x
j	ตำแหน่งในทิศทาง y
k	ตำแหน่งในทิศทาง z
W	ตำแหน่งในทิศทาง i -1
E	ตำแหน่งในทิศทาง i+1
B	ตำแหน่งในทิศทาง j-1
T	ตำแหน่งในทิศทาง j+1
N	ตำแหน่งในทิศทาง k-1
S	ตำแหน่งในทิศทาง k+1

ตัวยก

*	ที่ครั้งก่อนหน้า
---	------------------

สัญลักษณ์และอักษรย่อ

Q	อัตราการเคลื่อนที่ของความร้อน
k	สัมประสิทธิ์การนำความร้อน
A	พื้นที่ที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านและตั้งฉากกับทิศทางของความร้อน
$\frac{\partial T}{\partial x}$	การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิกับระยะทาง
h	สัมประสิทธิ์การพาความร้อน
T_h	อุณหภูมิของผิวด้านที่ร้อนกว่า
T_s	อุณหภูมิที่เย็นกว่าของของไหล
σ	ค่าคงที่ของสตีเฟนและโบลซ์แมน
ϵ	ค่าการแผ่รังสี
f_e	ค่าอัตราส่วนระหว่างระยะห่างระหว่างจุด e ถึงจุด i และ e ถึงจุด i+1
T	อุณหภูมิ [K]

ตัวห้อย

i	ตำแหน่งในทิศทาง x
j	ตำแหน่งในทิศทาง y
k	ตำแหน่งในทิศทาง z
W	ตำแหน่งในทิศทาง i -1
E	ตำแหน่งในทิศทาง i+1
B	ตำแหน่งในทิศทาง j-1
T	ตำแหน่งในทิศทาง j+1
N	ตำแหน่งในทิศทาง k-1
S	ตำแหน่งในทิศทาง k+1

ตัวยก

*	ที่ครั้งก่อนหน้า
---	------------------

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

โดยทั่วไปในอุตสาหกรรมที่เกี่ยวข้องกับการใช้อุณหภูมิสูงในกระบวนการผลิตเช่น อุตสาหกรรมปูนซีเมนต์, อุตสาหกรรมเหล็ก, อุตสาหกรรมเตาเผาขยะ, และอุตสาหกรรมแก้ว รวมถึงเตาเผาอุตสาหกรรม จำเป็นต้องมีการใช้วัสดุทนไฟเป็นส่วนประกอบในโครงสร้างของ อุปกรณ์ เพื่อป้องกันและควบคุมการถ่ายเทความร้อนจากภายในอุปกรณ์นั้นสู่ภายนอก ในการ ออกแบบชนิดและลักษณะของวัสดุทนไฟมีปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับสภาวะภายในอุปกรณ์หลายปัจจัย ที่ต้องคำนึงถึง เช่นอุณหภูมิและปฏิกิริยา เป็นต้น ทั้งนี้ผู้ออกแบบต้องมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง เกี่ยวกับปรากฏการณ์การส่งถ่ายความร้อน เพื่อที่จะสามารถกำหนดชนิดและจำนวนชั้นความหนา ของวัสดุทนไฟที่เหมาะสมจะลดการสูญเสียของพลังงานได้มากที่สุด ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการ คำนวณ และออกแบบวัสดุทนไฟที่เหมาะสมนอกเหนือจากคุณสมบัติเฉพาะตัวแล้ว การพัฒนา แบบจำลองเพื่อศึกษาการกระจายตัวของความร้อนเป็นปัจจัยสำคัญประการหนึ่งที่จะสามารถช่วย ให้การออกแบบวัสดุทนไฟเป็นไปโดยง่าย อีกทั้งยังสามารถใช้ในการทำนายความหนาของชั้นวัสดุ ทนไฟที่เหลือหลังจากใช้งานไปในระยะหนึ่ง ซึ่งจะทำให้สามารถวางแผนงานการปรับเปลี่ยนวัสดุ ทนไฟเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ยกตัวอย่างเช่น ในอุตสาหกรรมผลิตปูนซีเมนต์ ในส่วนหม้อ เตาปูนซีเมนต์ วัสดุทนไฟจำเป็นต้องสัมผัสกับวัตถุติดภายในหม้อเผา จึงทำให้เกิดการสึกของวัสดุ ทนไฟเนื่องจากการขัดสี เมื่อมีการสึกของวัสดุทนไฟมากขึ้น จะทำให้ความร้อนส่งผ่านสู่เปลือก หม้อเผามากขึ้น ในการนี้หากเราสามารถวัดอุณหภูมิบริเวณเปลือกหม้อได้จะทำให้สามารถ ทำนายชั้นความหนาของวัสดุทนไฟอย่างแม่นยำ ประโยชน์เหล่านี้จะได้มาจากการพัฒนาแบบ จำลองนี้

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อสร้างและพัฒนาแบบจำลองการกระจายตัวของความร้อนในวัสดุทนไฟที่มีรูป แบบเป็นแผ่นและทรงกระบอกซึ่งเป็นรูปแบบที่พบมากทั่วไปในอุตสาหกรรม

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

พิจารณาการถ่ายเทความร้อนในวัสดุทนไฟที่สภาวะคงตัว (Steady State) ในระนาบ 3 มิติ (Three – Dimension) สำหรับรูปแบบที่เป็นแผ่น (Plate) และในระนาบ 2 มิติ (Two – Dimension) สำหรับรูปแบบที่เป็นทรงกระบอก (Cylindrical) และกำหนดให้ไม่มีช่องว่างบริเวณรอยต่อระหว่างชั้นวัสดุทนไฟ พัฒนาแบบจำลองและใช้โปรแกรม MATLAB ในการคำนวณ

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- (1) สามารถนำโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมา ไปใช้ประโยชน์ในการออกแบบจัดเรียงชั้นของวัสดุทนไฟได้
- (2) ทำให้ทราบการกระจายตัวของความร้อนในชั้นของวัสดุทนไฟเพื่อสะดวกในการวิเคราะห์ปัญหาที่อาจเกิดขึ้นเนื่องจากความร้อน
- (3) ใช้เป็นเครื่องมือประกอบในการประมาณการอายุวัสดุทนไฟได้ว่าความหนาของวัสดุทนไฟเป็นอย่างไรหลังจากการใช้งานผ่านไปในช่วงเวลาหนึ่ง

1.5 วิธีดำเนินการวิจัย

- (1) ศึกษาทฤษฎีและค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการถ่ายเทความร้อน
- (2) พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปรากฏการณ์การถ่ายเทความร้อน
- (3) ทำการจำลองปรากฏการณ์การถ่ายเทความร้อนโดยใช้โปรแกรม MATLAB
- (4) ทำการจำลองสภาวะของการถ่ายเทความร้อนในรูปแบบต่าง ๆ โดยใช้ข้อมูลคุณสมบัติของวัสดุทนไฟที่สามารถรวบรวมได้ (หรือทดลองตามที่จำเป็น)
- (5) เปรียบเทียบผลการคำนวณจากการจำลองเทียบกับสภาวะที่เกิดขึ้นจริงจากการเก็บข้อมูลการวัดอุณหภูมิเตาเผาแบบกะ (Shuttle kiln) ในรูปแบบแผ่นและแบบหมุน (Rotary kiln) ในรูปแบบทรงกระบอก
- (6) ทำการปรับปรุงแบบจำลองเพื่อให้เหมาะสมยิ่งขึ้น
- (7) อภิปรายและสรุปผลการวิจัย

บทที่ 2

การถ่ายเทความร้อน

2.1 ทฤษฎี

ในการศึกษาปรากฏการณ์การถ่ายเทความร้อนของวัสดุทึบไฟไม่ว่าจะเป็นในหม้อเผาปูนซีเมนต์หรือเตาเผาเซรามิคจะมีปัจจัยที่ทำให้ความร้อนเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งได้ 3 วิธีด้วยกันคือ การนำความร้อน, การพาความร้อน และการแผ่รังสีความร้อน การเคลื่อนที่ของความร้อนทั้ง 3 วิธีนี้ จะเกิดขึ้นได้ต่อเมื่อมีความแตกต่างของอุณหภูมิเกิดขึ้น แต่กลไกในการที่จะทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของความร้อนแต่ละวิธีแตกต่างกัน โดยจะกล่าวในรายละเอียดต่อไปนี้

2.1.1 การนำความร้อน[1] (Conduction)

การนำความร้อน คือ การเคลื่อนที่ของความร้อนจากบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงไปสู่บริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำในวัตถุตัวกลาง โดยที่ไม่มีการเคลื่อนที่ของโมเลกุลในวัตถุตัวกลางดังกล่าว ความร้อนจะถูกส่งผ่านในตัวกลางที่เป็นของแข็งได้ดีที่สุด และในตัวกลางที่เป็นของแข็งการถ่ายเทความร้อนจะเกิดขึ้นโดยการนำความร้อนเป็นส่วนใหญ่ เช่นในวัสดุทึบไฟการถ่ายเทความร้อนโดยการนำความร้อนจะเป็นปัจจัยหลักในการพิจารณา ในการนำความร้อน ความร้อนจะถูกถ่ายเทโดยการสั่นสะเทือนของโมเลกุลของของแข็ง ส่วนของของแข็งที่ได้รับความร้อน จะถ่ายเทความร้อนให้กับโมเลกุลในชั้นถัดไปในลักษณะของพลังงานความสั่นสะเทือน (Vibration Energy) พลังงานความร้อนก็จะเคลื่อนที่ลึกเข้าไปในเนื้อของของแข็งเรื่อยๆ นอกจากนี้แล้ว การนำความร้อนยังอาจจะเกิดจากการชนถ่ายอิเล็กตรอนที่มีอยู่ในของแข็ง เมื่ออิเล็กตรอนได้รับความร้อนก็จะมีพลังงานมากขึ้นและเคลื่อนที่ไปในบริเวณที่เย็นกว่า ซึ่งในการนี้ก็จะนำเอาพลังงานความร้อนไปสู่บริเวณที่เย็นกว่าด้วย ในการศึกษาการนำความร้อนพบว่า อัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการนำความร้อนแปรผันตรงกับค่าการนำความร้อน, พื้นที่ที่ตั้งฉากกับการไหลและอัตราการพัฒนาเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิกับระยะทาง (Temperature Gradient) ซึ่งก็คือสมการฟูเรียร์ (Fourier Rate Equation)

$$Q_x = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.1)$$

เมื่อ Q_x คือ อัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนในทิศทาง x
 k คือ ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน

A	คือ พื้นที่ที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านและตั้งฉากกับทิศทางของ x
$\frac{\partial T}{\partial x}$	คือ การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิกับระยะทาง

เครื่องหมายลบแสดงว่าความร้อนจะเคลื่อนที่ไปในทิศทางที่อุณหภูมิลดลงเสมอ

2.1.2 การพาความร้อน[1] (Convection)

การพาความร้อน คือ วิธีการที่ความร้อนเคลื่อนที่ระหว่างผิวของของแข็งและของไหล ของไหลจะเป็นตัวพาความร้อนมาให้ หรือพาความร้อนจากผิวของของแข็ง กลไกที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของความร้อน โดยการพาได้นั้น เกิดจากผลรวมของการนำความร้อน การสะสมพลังงานและการเคลื่อนที่ของของไหล การพายังแบ่งออกได้เป็น 2 ชนิด คือ การพาโดยการบังคับ (forced convection) และการพาตามธรรมชาติ (natural or convection) การพาโดยการบังคับ (forced convection) คือการเคลื่อนที่ของความร้อนระหว่างผิวของของแข็งและของไหล โดยที่ของไหลถูกบังคับให้เคลื่อนที่ไปสัมผัสกับผิวของของแข็ง โดยกลไกภายนอก เช่น พัดลม

การพาตามธรรมชาติ (natural or free convection) คือการเคลื่อนที่ของความร้อนระหว่างผิวของของแข็งและของไหล โดยที่ไม่มีกลไกใด ๆ ที่ทำให้ของไหลเคลื่อนที่ แต่ของไหลที่อยู่ใกล้กับผิวของของแข็งก็อาจเคลื่อนที่ได้โดยแรงลอยตัวของของไหลเอง แรงลอยตัวนี้เกิดจากความแตกต่างของความหนาแน่นของของไหล เมื่อเกิดความแตกต่างของอุณหภูมิในชั้นของของไหลขึ้น

การคำนวณอัตราการเคลื่อนที่ของความร้อน โดยการพานั้นเป็นสิ่งที่ยุ่งยาก เมื่อพิจารณาแล้ว มีหลายสิ่งหลายอย่างที่มีผลต่อการเคลื่อนที่ของความร้อนแบบการพานี้ เป็นต้นว่า คุณสมบัติต่าง ๆ ของของไหล เช่น ความหนาแน่น ความร้อนจำเพาะ ความหนืด ฯลฯ ความเร็วของของไหลความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิของพื้นผิวของของแข็ง และของไหลเป็นต้น นิวตัน (Newton) ได้ตัดปัญหาความยุ่งยากเหล่านี้ โดยเสนอสมการสำหรับคำนวณอัตราการเคลื่อนที่ของความร้อน โดยการพาดังนี้คือ

$$Q_x = hA(T_h - T_s) \quad (2.2)$$

เมื่อ	Q_x	คือ อัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนในทิศทาง x
	h	คือ ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน
	A	คือ พื้นที่ที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านและตั้งฉากกับทิศทางของ x

T_h คือ อุณหภูมิของผิวด้านที่ร้อนกว่า
 T_s คือ อุณหภูมิที่เย็นกว่าของของไหล

ในส่วนของค่า h ซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์การพาความร้อน (Heat Transfer Coefficient) นั้นได้รวมเอาความยุ่งยากทั้งหมดไว้ ถ้ารู้วิธีการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ของการพาความร้อนได้ก็สามารถที่จะคำนวณอัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนโดย การพาได้ สมการสำหรับคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ของการพาความร้อนส่วนใหญ่จะเป็นสมการชนิดเอมไพริคัล (Empirical Equation) ตารางที่ 2.1 สัมประสิทธิ์การพาความร้อน[1]

รูปแบบการไหล	สัมประสิทธิ์การพาความร้อน	
	$Btu/hr \cdot ft^2 \cdot ^\circ F$	$W/m^2 \cdot K$
Still air	0.5 – 4	2.8 – 23
Free convection air	1 – 10	5 – 50
Forced convection air	5 - 50	25 – 250
Forced convection water	50 – 3000	280 – 17000
Boiling water	500 – 5000	2500 - 25000

2.1.3 การแผ่รังสี[1] (Radiation)

ในการแผ่รังสี ความร้อนเคลื่อนที่ได้โดยมีตัวกลางดังเช่นในการนำความร้อนและการพาความร้อนซึ่งในการแผ่รังสี ความร้อนจะเคลื่อนที่ได้ดีที่สุดในสุญญากาศ การคำนวณหาอัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนโดยการแผ่รังสี ในปี 1884 สตีเฟน และ โบลซ์แมน (Stefan and Boltzmann) ได้เสนอสมการในการคำนวณอัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนสูงสุด โดยการแผ่รังสีจากวัตถุที่มีพื้นที่ A และอุณหภูมิ T ดังนี้

$$Q = \sigma AT^4 \quad (2.3)$$

โดยที่ σ คือค่าคงที่ของสตีเฟนและโบลซ์แมน (Stefan-Boltzmann Constant) ซึ่งมีค่า $5.67 \times 10^{-8} W/m^2 K^4$ ในระบบ SI และ $0.1717 \times 10^{-8} Btu/hr ft^2 R^4$ ในระบบอังกฤษ

การแผ่รังสีความร้อนจากวัตถุโดยทั่ว ๆ ไปที่มีอุณหภูมิ T และพื้นที่ A จะเขียนได้ดังนี้คือ

$$Q = \epsilon \sigma A T^4 \quad (2.4)$$

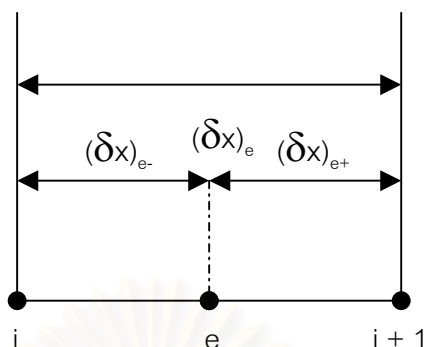
โดยที่ ϵ คือ คุณสมบัติทางการแผ่รังสีความร้อนของวัตถุซึ่งเรียกว่า ค่าการแผ่รังสี (Emissivity) ซึ่งเป็นปริมาณที่แสดงถึงประสิทธิภาพการแผ่รังสีความร้อนของวัตถุ เมื่อเปรียบเทียบกับวัตถุที่สามารถแผ่รังสีความร้อนได้ สูงสุด ϵ จะมีค่าน้อยกว่า 1 เสมอ

2.1.4 ค่าการนำความร้อน (Thermal Conductivity)

ค่าการนำความร้อน (Thermal Conductivity) เป็นคุณสมบัติที่สำคัญในการศึกษาการนำความร้อนโดยใช้สัญลักษณ์ k ซึ่งมีหน่วยเป็น W/mK ในหน่วย SI หรือ $Btu/hft \text{ } ^\circ F$ ในหน่วยอังกฤษ ในวัสดุทนไฟค่าการนำความร้อนจะขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุทนไฟนั้นและอุณหภูมิการใช้งาน ซึ่งส่วนมากเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นค่าการนำความร้อนมักสูงขึ้นตามไปด้วยโดยอาจเขียนอยู่ในรูปสมการเส้นตรงหรือสมการเอ็กโปเนนเชียลก็ได้ขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุทนไฟนั้น วัสดุทนไฟที่มีค่าการนำความร้อนต่ำจะเป็นพวกฉนวน ส่วนพวกที่มีค่าการนำความร้อนสูงเป็นพวกที่สัมผัสกับความร้อนสูงโดยตรงเช่น อิฐ Fireclay, Hi-Alumina และอิฐ Magnesite เป็นต้น

- ค่าการนำความร้อนบริเวณผิวของปริมาตรควบคุมในการคำนวณแบบไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์[2]

จากการที่ค่าการนำความร้อนมีค่าเปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิ โดยสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการเส้นตรงหรือสมการโพลิโนเมียลตามที่ได้กล่าวมานั้น ในที่นี้จะพิจารณาค่าการนำความร้อนบริเวณผิวสัมผัสของปริมาตรควบคุมมาใช้ในการคำนวณแบบไฟไนท์ดิฟเฟอเรนซ์



รูปที่ 2.1 การพิจารณาค่าการนำความร้อนบริเวณผิวของปริมาตรควบคุม

จากรูปที่ 2.1 กำหนดให้ค่า k_e เป็นค่าการนำความร้อนที่จุด e ซึ่งอยู่ระหว่างจุด i และ $i+1$ ซึ่งกำหนดให้ค่าการนำความร้อนเป็นสมการเส้นตรงดังนั้นสามารถเขียนได้ว่า

$$k_e = f_e k_i + (1 - f_e) k_{i+1} \quad (2.5)$$

เมื่อ f_e คือ ค่าอัตราส่วนระหว่างระยะห่างระหว่างจุด e ถึงจุด i และ e ถึงจุด $i+1$ ดังสมการข้างล่าง

$$f_e = \frac{(\delta x)_{e+}}{(\delta x)_e} \quad (2.6)$$

พิจารณาสมการอัตราการถ่ายเทความร้อน

$$q_e = k_e \frac{(T_{i+1} - T_i)}{(\delta x)_e} \quad (2.7)$$

พิจารณาปริมาตรควบคุมรอบจุด i ซึ่งมีค่าการนำความร้อนเท่ากับ k_i และรอบจุด $i+1$ มีค่าการนำความร้อนเท่ากับ k_{i+1} ดังนั้นในกรณีเข้าสู่สภาวะคงตัว (Steady State) สามารถเขียนสมการอัตราการถ่ายเทความร้อนรอบจุด 2 จุดได้ดังนี้

$$q_e = \frac{T_i - T_{i+1}}{(\delta x)_{e-}/k_i + (\delta x)_{e+}/k_{i+1}} \quad (2.8)$$

แทนค่าสมการ 2.6 และ 2.7 ลงในสมการที่ 2.8 จะได้

$$k_e = \left(\frac{1-f_e}{k_i} + \frac{f_e}{k_{i+1}} \right)^{-1} \quad (2.9)$$

ซึ่งถ้ากำหนดให้จุด e อยู่ตรงกลางระหว่าง P และ E จะได้ว่า $f_e = 0.5$ ดังนั้นแทนค่า f_e ลงในสมการที่ 2.9 จะได้ว่า

$$k_e^{-1} = 0.5(k_i^{-1} + k_{i+1}^{-1})$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้ว่า

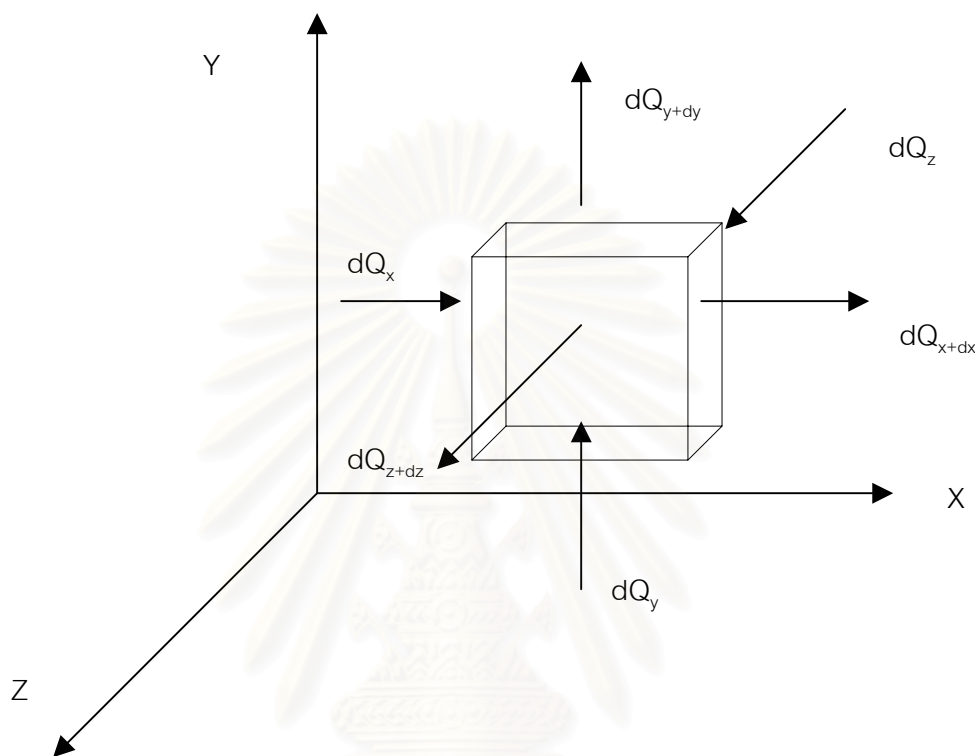
$$k_e = \frac{2k_i k_{i+1}}{k_i + k_{i+1}} \quad (2.10)$$

ซึ่งค่า k_e ที่ได้เรียกว่าค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิกของการนำความร้อน (Harmonic mean of k_p) จากสมการที่ 2.10 จะนำไปใช้ในการคำนวณอัตราการนำความร้อนในหัวข้อต่อไป

2.2 การพิจารณาการถ่ายเทความร้อนภายในชั้นวัสดุทนไฟ

จุดมุ่งหมายที่สำคัญในการวิเคราะห์เกี่ยวกับการนำความร้อนภายในชั้นของวัสดุทนไฟ คือ การหาอุณหภูมิที่จุดต่างๆในแต่ละชั้นของวัสดุทนไฟ หรือการกระจายตัวของอุณหภูมิ (temperature distribution) ซึ่งเมื่อทราบค่า เงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) ของแต่ละด้านของวัสดุทนไฟก็สามารถที่จะคำนวณหาอัตราการถ่ายเทความร้อนของชั้นวัสดุทนไฟได้และสามารถที่จะทำให้ทราบถึงอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆได้เช่นกัน ในการคำนวณหาการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิตามตำแหน่งต่างๆในชั้นวัสดุทนไฟนั้นในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะกรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิเข้าสู่สภาวะคงตัว (steady state) เท่านั้น โดยใช้หลักปริมาตรควบคุม (Control volume approach) อันมีข้อดีคือ สามารถคำนวณสมดุลพลังงานในปริมาตรควบคุมได้โดยเพียงกำหนดสภาวะขอบเขตของปริมาตรควบคุมที่พิจารณา อีกทั้งพลังงานที่พิจารณาจะไม่ขึ้นอยู่กับขนาดของปริมาตรควบคุม อันทำให้สามารถคำนวณได้อย่างรวดเร็วเมื่อใช้ระยะห่างระหว่างจุดที่หยาบ และจะให้ค่าที่แม่นยำมากขึ้นเมื่อใช้ระยะห่างระหว่างจุดที่ละเอียดขึ้น จากกฎการไม่สูญหายของพลังงาน (energy conservations law) ของปริมาตรควบคุมบริเวณจุด i, j, k ตาม

แนวแกน x, y, z ตามลำดับ ซึ่งเคลื่อนที่เข้าและออกจากวัตถุก้อนเล็กๆ ในตัวกลางในทุกทิศทาง ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 การนำความร้อนเข้าและออกจากรูปลูกบาศก์ขนาดเล็กเพื่อวิเคราะห์ในระบบ

[อัตราการเคลื่อนที่ของความร้อน + อัตราการเคลื่อนที่ของความร้อน = 0
 เข้าในปริมาตรควบคุม ออกจากปริมาตรควบคุม]

2.2.1 การกำหนดสภาวะขอบเขต

ก่อนที่จะพิจารณาสมดุลพลังงานของปริมาตรควบคุม ในแต่ละจุดและชั้นของวัสดุทึบไฟ จำเป็นต้องทราบถึงเงื่อนไขขอบเขตของวัสดุทึบไฟซึ่งในที่นี้กำหนดดังนี้

(1) การกำหนดอุณหภูมิผิวด้านในของวัสดุทึบไฟ

ในการกำหนดอุณหภูมิผิวด้านในของวัสดุทึบไฟนั้นจะกำหนดเป็น Uniform Temperature เนื่องจากภายในอุปกรณ์โดยทั่วไปนั้นอุณหภูมิผิวด้านในจะถือว่าเป็นค่าคงที่ในบริเวณที่พิจารณา

$$\text{BC1. } T_{i,j,k} \text{ ที่จุด } i = 0, j \text{ และ } k \text{ ใดๆ} = T_{o,j,k} = T_h$$

อนึ่งตำแหน่งของ i, j, k แทนในด้าน x, y, z ตามลำดับ

(2) การกำหนดอุณหภูมิผิวด้านนอกของวัสดุทึบไฟ

อุณหภูมิผิวด้านนอกจะถูกกำหนดโดยปริมาณความร้อนที่ถ่ายเทผ่านผิว (heat flux) โดยอาศัยกฎการอนุรักษ์พลังงานกล่าวคือ ที่สภาวะคงตัวความร้อนที่นำผ่านชั้นของวัสดุทึบไฟไปถึงผิวด้านนอกจะเท่ากับความร้อนที่ถ่ายเทออกจากผิว ซึ่งในที่นี้เป็นผลรวมระหว่างการพาความร้อน (convection) กับการแผ่รังสี (radiation) ดังนั้นสามารถเขียนสภาวะขอบเขตได้ดังนี้

$$\text{BC2. } \text{ที่จุด } i = L, j \text{ และ } k \text{ ใดๆ} -k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{i=L} = h(T_s - T_{i,j,k})_{i=L} + \varepsilon \sigma (T_{i,j,k}^4)_{i=L}$$

(3) การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตบริเวณผิวด้านอื่น

ในที่นี้จะกำหนดให้ที่บริเวณผิวด้านอื่นของวัสดุทึบไฟไม่มีการถ่ายเทความร้อนเข้าหรือออก ดังนั้นสามารถเขียนสภาวะขอบเขตได้ดังนี้

$$\text{BC3. } \text{ที่จุด } j = 0, i \text{ และ } k \text{ ใดๆ} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{j=0} = 0$$

$$\text{BC4. } \text{ที่จุด } j = W, i \text{ และ } k \text{ ใดๆ} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{j=W} = 0$$

$$\text{BC5. } \text{ที่จุด } k = 0, i \text{ และ } j \text{ ใดๆ} \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{j=0} = 0$$

$$\text{BC6. } \text{ที่จุด } k = H, i \text{ และ } j \text{ ใดๆ} \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{j=H} = 0$$

(4) การกำหนดการถ่ายเทความร้อนระหว่างชั้นของวัสดุทึบไฟ

ในการกำหนดการถ่ายเทความร้อนระหว่างชั้นในแต่ละชนิดของวัสดุทึบไฟในที่นี้ กำหนดให้มีการถ่ายเทความร้อนในทิศทาง x เพียงทิศทางเดียว ดังนั้นสามารถเขียนสภาวะขอบเขตได้ดังนี้

$$-k_a \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{i=\text{int erface}} = -k_b \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{i=\text{int erface}}$$

เมื่อ k_a และ k_b คือ ค่าการนำความร้อนชั้นก่อนหน้ารอยต่อและหลังรอยต่อตามลำดับ

2.2.2 การพิจารณาการถ่ายเทความร้อนภายในชั้นวัสดุทนไฟในรูปแบบพิกัดฉาก

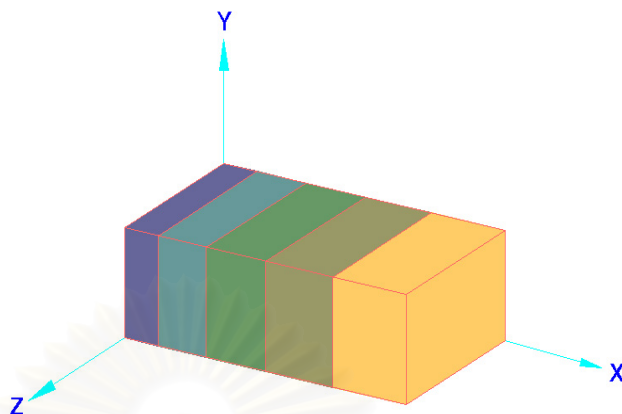
ในการพิจารณาการถ่ายเทความร้อนภายในชั้นวัสดุทนไฟในระบบพิกัดฉากซึ่งพบมากในรูปแบบเตาเผาในอุตสาหกรรมเซรามิกหรือเตาเผาขยะโดยทั่วไปนั้นจะมีวัสดุทนไฟหลายชั้นเป็นองค์ประกอบของผนังภายในเตาเผาซึ่งในแต่ละชั้นของวัสดุทนไฟจะมีคุณสมบัติที่ต่างกักันขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ในการใช้งาน เช่น บริเวณผนังเตาด้านในจะต้องสามารถทนอุณหภูมิสูงได้หรือทนการซัดสีได้ดี ในชั้นถัดไปอาจต้องมีค่าความเป็นฉนวนที่ค่อนข้างสูงเพื่อลดการสูญเสียพลังงานออกสู่ภายนอก เป็นต้น ในที่นี้จะพิจารณาการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในชั้นวัสดุทนไฟโดยวิธีสมดุลพลังงานในจะสามารถพิจารณาได้เป็น 2 กรณีคือ

- บริเวณภายในของวัสดุทนไฟในแต่ละชั้นของวัสดุทนไฟ
- บริเวณขอบเขตด้านนอกของวัสดุทนไฟ

โดยขอบเขตด้านนอกสามารถแบ่งออกเป็น 3 กรณีคือ

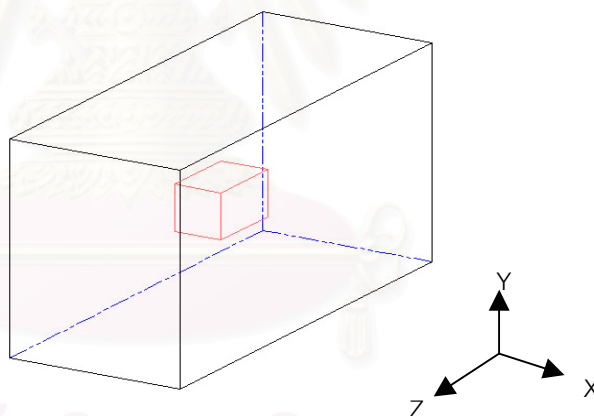
- บริเวณรอยต่อระหว่างชั้นของวัสดุทนไฟ
- บริเวณขอบเขตโดยรอบที่ไม่มีการถ่ายเทความร้อนออกสู่ภายนอก
- บริเวณขอบเขตที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.3 แสดงการเรียงของชั้นวัสดุทึบไฟแต่ละชนิดในพิกัด x, y, z

(1) บริเวณภายในของวัสดุทึบไฟในแต่ละชั้นของวัสดุทึบไฟ



รูปที่ 2.4 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณภายในชั้นวัสดุทึบไฟ

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ภายในชั้นวัสดุทึบไฟที่ 1 ตามรูปที่ 2.4 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่ในวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1W} \Delta y \Delta z \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i+1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1E} \Delta y \Delta z \frac{(T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = k_{1B} \Delta x \Delta z \frac{(T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = k_{1T} \Delta x \Delta z \frac{(T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \Delta y$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = k_{1N} \Delta x \Delta y \frac{(T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \Delta y$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = k_{1S} \Delta x \Delta y \frac{(T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W} \Delta x (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1E} \Delta x (T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1B} \Delta x (T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}) + k_{1T} \Delta x (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) + k_{1N} \Delta x (T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}) + k_{1S} \Delta x (T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}) = 0$$

จัดรูปใหม่

$$\Delta x [k_{1W} T_{i-1,j,k} + k_{1E} T_{i+1,j,k} + k_{1B} T_{i,j-1,k} + k_{1T} T_{i,j+1,k} + k_{1N} T_{i,j,k-1} + k_{1S} T_{i,j,k+1}] - \Delta x (k_{1W} + k_{1E} + k_{1B} + k_{1T} + k_{1N} + k_{1S}) T_{i,j,k} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิภายในวัสดุทึบไฟชั้นที่ 1 ได้ดังนี้ [3]

$$T_{i,j,k} = \frac{(k_{1W} T_{i-1,j,k} + k_{1E} T_{i+1,j,k} + k_{1B} T_{i,j-1,k} + k_{1T} T_{i,j+1,k} + k_{1N} T_{i,j,k-1} + k_{1S} T_{i,j,k+1})}{(k_{1W} + k_{1E} + k_{1B} + k_{1T} + k_{1N} + k_{1S})} \quad (2.11)$$

โดยที่ค่าการนำความร้อนของวัสดุท่อนไฟในชั้นที่ 1 ในสมการที่ 2.11 สามารถเขียนได้ตามที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อก่อนหน้าดังนี้

$$k_{1W} = \frac{2k_{1i,j,k}k_{1i-1,j,k}}{k_{1i,j,k} + k_{1i-1,j,k}}$$

$$k_{1E} = \frac{2k_{1i,j,k}k_{1i+1,j,k}}{k_{1i,j,k} + k_{1i+1,j,k}}$$

$$k_{1B} = \frac{2k_{1i,j,k}k_{1i,j-1,k}}{k_{1i,j,k} + k_{1i,j-1,k}}$$

$$k_{1T} = \frac{2k_{1i,j,k}k_{1i,j+1,k}}{k_{1i,j,k} + k_{1i,j+1,k}}$$

$$k_{1N} = \frac{2k_{1i,j,k}k_{1i,j,k-1}}{k_{1i,j,k} + k_{1i,j,k-1}}$$

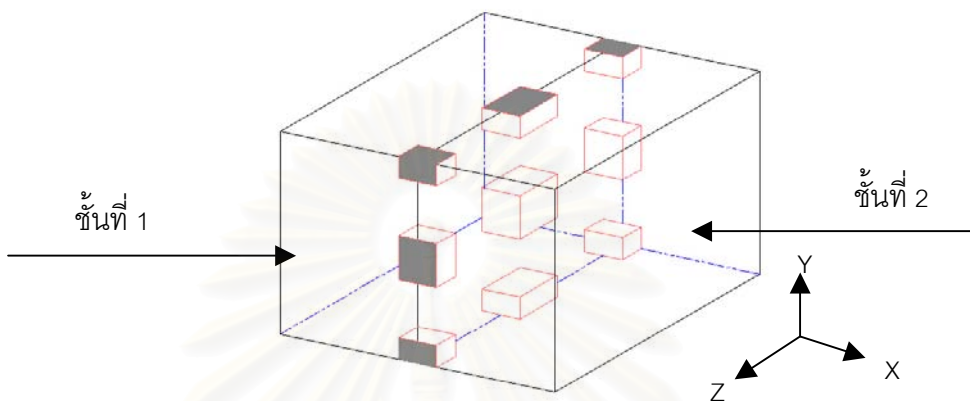
$$k_{1S} = \frac{2k_{1i,j,k}k_{1i,j,k+1}}{k_{1i,j,k} + k_{1i,j,k+1}}$$

อนึ่งสมการในการคำนวณอุณหภูมิภายในในแต่ละชั้นของวัสดุท่อนไฟสามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกันโดยเปลี่ยนค่าการนำความร้อนไปในแต่ละชนิดของวัสดุท่อนไฟชนิดนั้นๆ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(2) บริเวณขอบเขตด้านนอกของวัสดุทึบไฟ

- บริเวณรอยต่อระหว่างชั้นของวัสดุทึบไฟ



รูปที่ 2.5 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณรอยต่อระหว่างชั้นวัสดุทึบไฟ

ในการถ่ายเทความร้อนบริเวณรอยต่อระหว่างวัสดุทึบไฟ 2 ชนิด ตามรูปที่ 2.5 ที่ชั้นต่างๆของวัสดุทึบไฟสามารถพิจารณาได้โดยสมการสมดุลพลังงาน ซึ่งในงานวิจัยนี้จะสมมติให้มีการถ่ายเทความร้อนโดยการนำเฉพาะในแนวแกน x เท่านั้นพิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ระหว่างชั้นวัสดุทึบไฟที่ 1 และ 2 ตามรูปที่ 2.5 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่ระหว่างวัสดุทึบไฟชนิดที่ 1 และ 2 ซึ่งสมมติให้มีการถ่ายเทความร้อนในแนวแกน x เท่านั้น ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงานจะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ ซึ่งอยู่ในวัสดุทึบไฟชนิดที่ 1 ที่มีค่าการนำความร้อนเท่ากับ k_w มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i,j,k = k_{1W} \Delta y \Delta z \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i+1, j, k$ ซึ่งอยู่ในวัสดุท่อนไฟชนิดที่ 2 ที่มีค่าการนำความร้อนเท่ากับ k_{2E} มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j,k} \rightarrow i,j,k = k_{2E} \Delta y \Delta z \frac{(T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^2 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W} \Delta x (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{2E} \Delta x (T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}) = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิระหว่างชั้นของวัสดุท่อนไฟชั้นที่ 1 และ 2 ได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{k_{1W} T_{i-1,j,k} + k_{2E} T_{i+1,j,k}}{k_{1W} + k_{2E}} \quad (2.12)$$

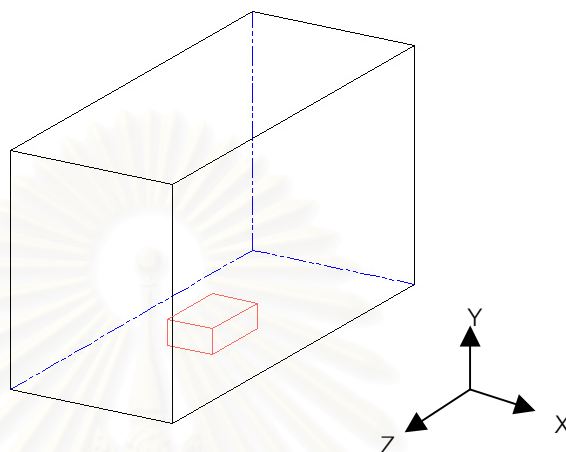
โดยที่ค่าการนำความร้อนของวัสดุท่อนไฟในชั้นที่ 1 ในสมการที่ 2.12 สามารถเขียนได้ตามที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อก่อนหน้านี้ดังนี้

$$k_{1W} = \frac{2k_{1i,j,k} k_{1i-1,j,k}}{k_{1i,j,k} + k_{1i-1,j,k}}$$

$$k_{2E} = \frac{2k_{2i,j,k} k_{2i+1,j,k}}{k_{2i,j,k} + k_{2i+1,j,k}}$$

อึ่งสมการในการคำนวณอุณหภูมิระหว่างชั้นของวัสดุท่อนไฟสามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกันโดยเปลี่ยนค่าการนำความร้อนไปในแต่ละชั้นของวัสดุท่อนไฟชนิดนั้นๆ

- บริเวณขอบเขตโดยรอบที่ไม่มีการถ่ายเทความร้อนออกสู่ภายนอก
- บริเวณผิวด้านล่าง



รูปที่ 2.6 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวด้านล่างของชั้นวัสดุทึบไฟ

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ภายในชั้นวัสดุทึบไฟที่ 1 ตามรูปที่ 2.6 เนื่องจากปริมาตร ควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตด้านล่างของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียงตั้งนั้น จากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตร ควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถ เขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1w} \frac{\Delta y}{2} \Delta z \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

ในการทำงานเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i+1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1E} \frac{\Delta y}{2} \Delta z \frac{(T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = 0$$

ในการทำงานเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = k_{1T} \Delta x \Delta z \frac{(T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = k_{1N} \Delta x \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

ในการทำงานเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = k_{1S} \Delta x \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W} \frac{\Delta x}{2} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1E} \frac{\Delta x}{2} (T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1T} \Delta x (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) + k_{1N} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}) + k_{1S} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}) = 0$$

สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

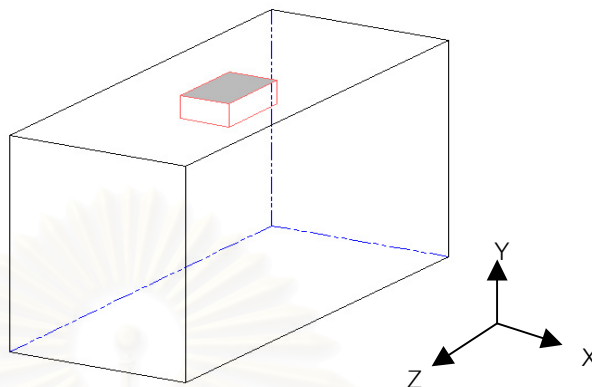
$$\Delta x \left[\frac{k_{1W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{2} T_{i+1,j,k} + k_{1T} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{1N}}{2} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{1S}}{2} T_{i,j,k+1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{1W}}{2} + \frac{k_{1E}}{2} + k_{1T} + \frac{k_{1N}}{2} + \frac{k_{1S}}{2} \right] T_{i,j,k} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวด้านนอกของวัสดุท่อนไฟชั้นที่ 1 ได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[\frac{k_{1W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{2} T_{i+1,j,k} + k_{1T} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{1N}}{2} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{1S}}{2} T_{i,j,k+1} \right]}{\left[\frac{k_{1W}}{2} + \frac{k_{1E}}{2} + k_{1T} + \frac{k_{1N}}{2} + \frac{k_{1S}}{2} \right]} \quad (2.13)$$

หนึ่งสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวด้านล่างของวัสดุท่อนไฟชั้นอื่นสามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกันโดยเปลี่ยนค่าการนำความร้อนไปในแต่ละชนิดของวัสดุท่อนไฟชนิดนั้นๆ

- บริเวณผิวด้านบน

รูปที่ 2.7 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวด้านบนของชั้นวัสดุทึบไฟ

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ภายในชั้นวัสดุทึบไฟที่ 1 ตามรูปที่ 2.7 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตด้านบนของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียงตั้งนั้น จากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1w} \frac{\Delta y}{2} \Delta z \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i+1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1E} \frac{\Delta y}{2} \Delta z \frac{(T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = k_{1B} \Delta x \Delta z \frac{(T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = 0$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = k_{1N} \Delta x \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = k_{1S} \Delta x \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

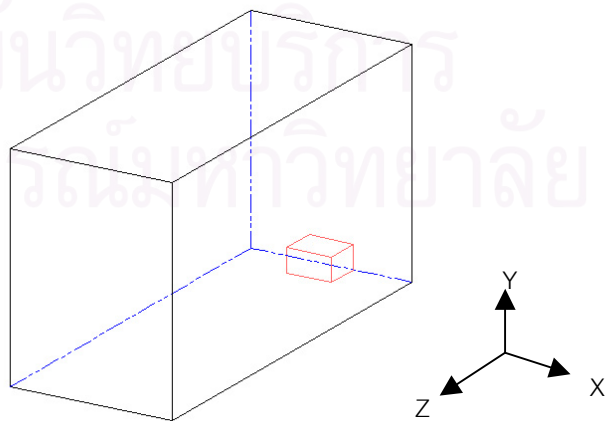
$$\Delta x \left[\frac{k_{1W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{2} T_{i+1,j,k} + k_{1B} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{1N}}{2} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{1S}}{2} T_{i,j,k+1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{1W}}{2} + \frac{k_{1E}}{2} + k_{1T} + \frac{k_{1N}}{2} + \frac{k_{1S}}{2} \right] T_{i,j,k} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวด้านนอกของวัสดุท่อนไฟชั้นที่ 1 ได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[\frac{k_{1W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{2} T_{i+1,j,k} + k_{1B} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{1N}}{2} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{1S}}{2} T_{i,j,k+1} \right]}{\left[\frac{k_{1W}}{2} + \frac{k_{1E}}{2} + k_{1B} + \frac{k_{1N}}{2} + \frac{k_{1S}}{2} \right]} \quad (2.14)$$

อีกหนึ่งสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวด้านบนของวัสดุท่อนไฟชั้นอื่นสามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกันโดยเปลี่ยนค่าการนำความร้อนไปในแต่ละชนิดของวัสดุท่อนไฟชนิดนั้นๆ

- บริเวณขอบด้านล่างใน



รูปที่ 2.8 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณขอบด้านล่างในของชั้นวัสดุท่อนไฟ

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ภายในชั้นวัสดุทนไฟที่ 1 ตามรูปที่ 2.8 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตด้านล่างในของวัสดุทนไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียงตั้งนั้น จากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k1_w \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i+1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j,k} \rightarrow i, j, k = k1_E \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = 0$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = k_{1T} \Delta x \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = 0$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = k_{1S} \Delta x \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W} \frac{\Delta x}{4} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1E} \frac{\Delta x}{4} (T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1T} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) + k_{1S} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}) = 0$$

สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

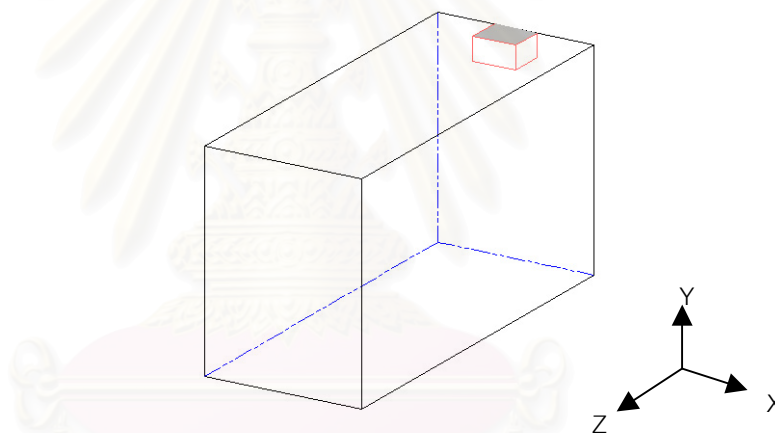
$$\Delta x \left[\frac{k_{1W}}{4} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{4} T_{i+1,j,k} + \frac{k_{1T}}{2} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{1S}}{2} T_{i,j,k+1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{1W}}{4} + \frac{k_{1E}}{4} + \frac{k_{1T}}{2} + \frac{k_{1S}}{2} \right] T_{i,j,k} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณขอบด้านล่างในของวัสดุทึบไฟชั้นที่ 1 ได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[\frac{k_{1W}}{4} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{4} T_{i+1,j,k} + \frac{k_{1T}}{2} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{1S}}{2} T_{i,j,k+1} \right]}{\left[\frac{k_{1W}}{4} + \frac{k_{1E}}{4} + \frac{k_{1T}}{2} + \frac{k_{1S}}{2} \right]} \quad (2.15)$$

อนึ่งสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณขอบด้านล่างในของวัสดุทึบไฟชั้นอื่นสามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกันโดยเปลี่ยนค่าการนำความร้อนไปในแต่ละชนิดของวัสดุทึบไฟชนิดนั้นๆ

- บริเวณขอบด้านบนใน



รูปที่ 2.9 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณขอบด้านบนในของชั้นวัสดุทึบไฟ

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ภายในชั้นวัสดุทึบไฟที่ 1 ตามรูปที่ 2.9 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตด้านบนในของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียงตั้งนั้น จากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1w} \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i+1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1E} \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = k_{1T} \Delta x \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = 0$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = 0$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = k_{1S} \Delta x \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W} \frac{\Delta x}{4} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1E} \frac{\Delta x}{4} (T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1B} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}) + k_{1S} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}) = 0$$

สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

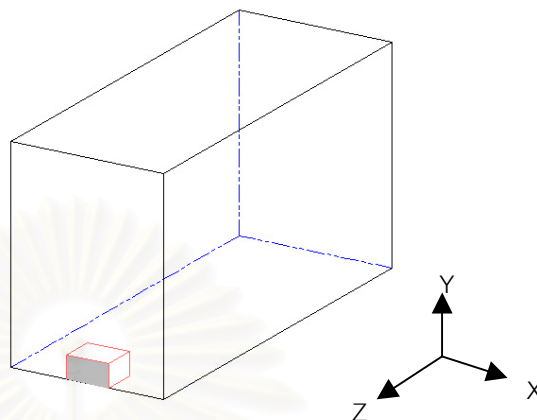
$$\Delta x \left[\frac{k_{1W}}{4} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{4} T_{i+1,j,k} + \frac{k_{1B}}{2} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{1S}}{2} T_{i,j,k+1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{1W}}{4} + \frac{k_{1E}}{4} + \frac{k_{1B}}{2} + \frac{k_{1S}}{2} \right] T_{i,j,k} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณขอบผิวด้านบนในของวัสดุทึบไฟชั้นที่ 1 ได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[\frac{k_{1W}}{4} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{4} T_{i+1,j,k} + \frac{k_{1B}}{2} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{1S}}{2} T_{i,j,k+1} \right]}{\left[\frac{k_{1W}}{4} + \frac{k_{1E}}{4} + \frac{k_{1B}}{2} + \frac{k_{1S}}{2} \right]} \quad (2.16)$$

หนึ่งสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณขอบด้านบนในของวัสดุทึบไฟชั้นอื่นสามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกันโดยเปลี่ยนค่าการนำความร้อนไปในแต่ละชนิดของวัสดุทึบไฟชนิดนั้นๆ

- บริเวณขอบด้านล่างนอก



รูปที่ 2.10 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณขอบด้านล่างนอกของชั้นวัสดุทนไฟ

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ภายในชั้นวัสดุทนไฟที่ 1 ตามรูปที่ 2.10 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตด้านล่างนอกของวัสดุทนไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้น จากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1w} \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i+1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1E} \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = 0$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = k_{1T} \Delta x \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = k_{1N} \Delta x \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = 0$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W} \frac{\Delta x}{4} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1E} \frac{\Delta x}{4} (T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1T} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) + k_{1N} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}) = 0$$

สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta x \left[\frac{k_{1W}}{4} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{4} T_{i+1,j,k} + \frac{k_{1T}}{2} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{1N}}{2} T_{i,j,k-1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{1W}}{4} + \frac{k_{1E}}{4} + \frac{k_{1T}}{2} + \frac{k_{1N}}{2} \right] T_{i,j,k} = 0$$

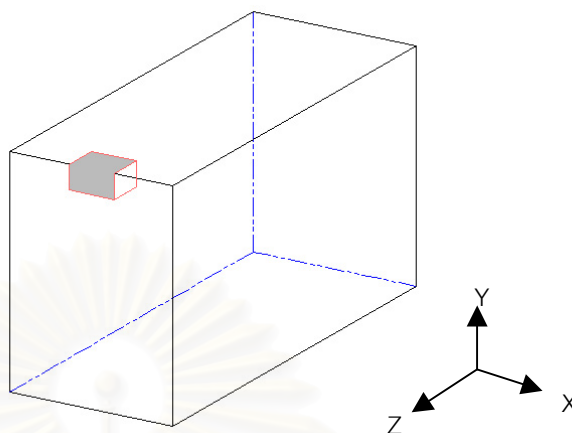
ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณขอบด้านล่างนอกของวัสดุท่อนไฟชั้นที่ 1 ได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[\frac{k_{1W}}{4} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{4} T_{i+1,j,k} + \frac{k_{1T}}{2} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{1N}}{2} T_{i,j,k-1} \right]}{\left[\frac{k_{1W}}{4} + \frac{k_{1E}}{4} + \frac{k_{1T}}{2} + \frac{k_{1N}}{2} \right]} \quad (2.17)$$

อเนงสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณขอบด้านล่างนอกของวัสดุท่อนไฟชั้นอื่นสามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกันโดยเปลี่ยนค่าการนำความร้อนไปในแต่ละชนิดของวัสดุท่อนไฟชนิดนั้นๆ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- บริเวณขอบด้านบนนอก



รูปที่ 2.11 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณขอบด้านบนนอกของชั้นวัสดุทึบไฟ

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ภายในชั้นวัสดุทึบไฟที่ 1 ตามรูปที่ 2.11 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตด้านบนนอกของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1w} \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i+1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1E} \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = k_{1B} \Delta x \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = 0$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = k_{1N} \Delta x \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = 0$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W} \frac{\Delta x}{4} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1E} \frac{\Delta x}{4} (T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1B} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) + k_{1N} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}) = 0$$

สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

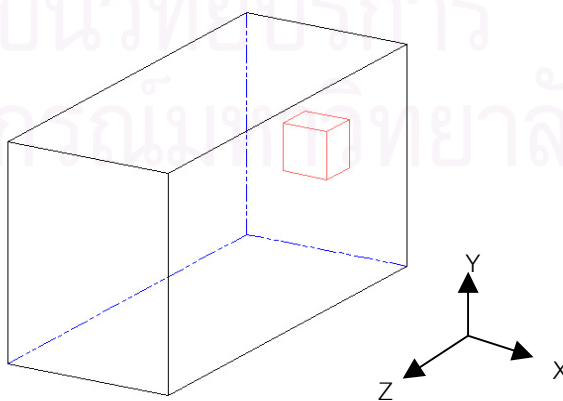
$$\Delta x \left[\frac{k_{1W}}{4} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{4} T_{i+1,j,k} + \frac{k_{1B}}{2} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{1N}}{2} T_{i,j,k-1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{1W}}{4} + \frac{k_{1E}}{4} + \frac{k_{1B}}{2} + \frac{k_{1N}}{2} \right] T_{i,j,k} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณขอบด้านนอกบนของวัสดุทึบไฟชั้นที่ 1 ได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[\frac{k_{1W}}{4} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{4} T_{i+1,j,k} + \frac{k_{1B}}{2} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{1N}}{2} T_{i,j,k-1} \right]}{\left[\frac{k_{1W}}{4} + \frac{k_{1E}}{4} + \frac{k_{1B}}{2} + \frac{k_{1N}}{2} \right]} \quad (2.18)$$

อึ่งสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณขอบด้านนอกบนของวัสดุทึบไฟชั้นอื่นสามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกันโดยเปลี่ยนค่าการนำความร้อนไปในแต่ละชนิดของวัสดุทึบไฟชนิดนั้นๆ

- บริเวณผิวข้างด้านใน



รูปที่ 2.12 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวข้างด้านในของชั้นวัสดุทึบไฟ

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ภายในชั้นวัสดุทึบไฟที่ 1 ตามรูปที่ 2.12 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตผิวข้างด้านในของชั้นวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1W} \Delta y \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i+1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1E} \Delta y \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = k_{1B} \Delta x \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = k_{1T} \Delta x \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = 0$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \Delta y$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = k_{1S} \Delta x \Delta y \frac{(T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W} \frac{\Delta x}{2} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1E} \frac{\Delta x}{2} (T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1B} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}) \\ + k_{1T} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) + k_{1S} \Delta x (T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}) = 0$$

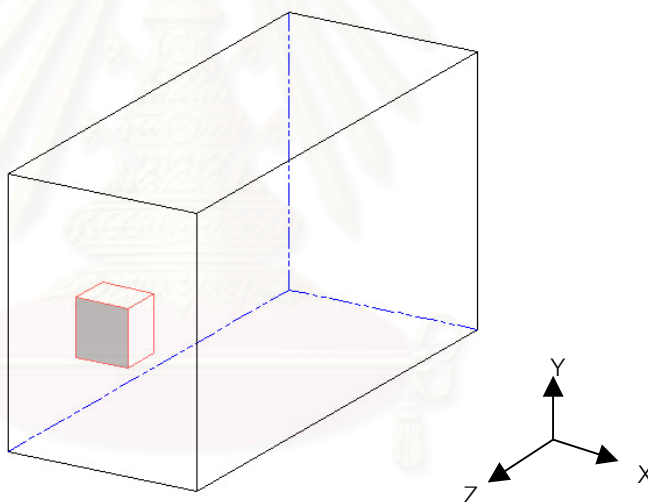
สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta x \left[\frac{k_{1W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{2} T_{i+1,j,k} + \frac{k_{1B}}{2} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{1T}}{2} T_{i,j+1,k} + k_{1S} T_{i,j,k+1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{1W}}{2} + \frac{k_{1E}}{2} + \frac{k_{1B}}{2} + \frac{k_{1T}}{2} + k_S \right] T_{i,j,k} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณขอบผิวด้านนอกของวัสดุท่อนไฟชั้นที่ 1 ได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[\frac{k_{1W}}{4} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{4} T_{i+1,j,k} + \frac{k_{1B}}{2} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{1T}}{2} T_{i,j+1,k} + k_{1S} T_{i,j,k+1} \right]}{\left[\frac{k_{1W}}{4} + \frac{k_{1E}}{4} + \frac{k_{1B}}{2} + \frac{k_{1T}}{2} + k_S \right]} \quad (2.19)$$

- บริเวณผิวข้างด้านนอก



รูปที่ 2.13 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวข้างด้านนอกของชั้นวัสดุท่อนไฟ

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ภายในชั้นวัสดุท่อนไฟที่ 1 ตามรูปที่ 2.13 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตผิวข้างด้านนอกของวัสดุท่อนไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1W} \Delta y \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณการนำความร้อนจากจุด $i+1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{1E} \Delta y \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = k_{1B} \Delta x \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = k_{1T} \Delta x \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta x \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = k_{1N} \Delta x \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = 0$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W} \frac{\Delta x}{2} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1E} \frac{\Delta x}{2} (T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{1B} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}) + k_{1T} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) + k_{1N} \Delta x (T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}) = 0$$

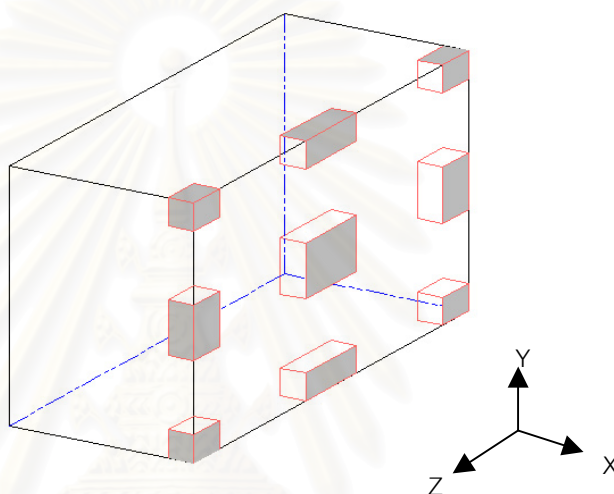
สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta x \left[\frac{k_{1W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{2} T_{i+1,j,k} + \frac{k_{1B}}{2} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{1T}}{2} T_{i,j+1,k} + k_{1N} T_{i,j,k+1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{1W}}{2} + \frac{k_{1E}}{2} + \frac{k_{1B}}{2} + \frac{k_{1T}}{2} + k_N \right] T_{i,j,k} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณขอบผิวด้านนอกของวัสดุทึบไฟชั้นที่ 1 ได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[\frac{k_{1W}}{4} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{1E}}{4} T_{i+1,j,k} + \frac{k_{1B}}{2} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{1T}}{2} T_{i,j+1,k} + k_{1N} T_{i,j,k+1} \right]}{\left[\frac{k_{1W}}{4} + \frac{k_{1E}}{4} + \frac{k_{1B}}{2} + \frac{k_{1T}}{2} + k_N \right]} \quad (2.20)$$

- บริเวณขอบเขตที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี



รูปที่ 2.14 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี

เนื่องจากปริมาตรควบคุมที่จะพิจารณามีการถ่ายเทความร้อนโดยการแผ่รังสีรวมอยู่ด้วย ซึ่งสมการในการคำนวณอัตราการแผ่รังสีนั้นจะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิที่ผิวยกกำลัง 4 ซึ่งไม่เป็นสมการเส้นตรง ดังนั้น ในที่นี้จะพิจารณาสมการดังกล่าวให้อยู่ในรูปของสมการเส้นตรงโดยการประมาณค่าของนิวัตน์ซึ่งใช้หลักการทางเรขาคณิตของเส้นสัมผัส (geometry of tangent line) กับเส้นกราฟของฟังก์ชัน $S_{(i,j,k)}$ ได้ดังนี้

กำหนดให้

$$S_{(i,j,k)} = \varepsilon \sigma (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4)$$

การประมาณค่าของนิวัตน์

$$S_{(i,j,k)} = S_{(i,j,k)}^* + \left(\frac{dS_{(i,j,k)}}{dT} \right)^* (T_{(i,j,k)} - T_{(i,j,k)}^*)$$

ดังนั้น

$$S_{(i,j,k)} = \varepsilon\sigma(\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^{*4}) + 4\varepsilon\sigma(\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^{*3}) (T_{(i,j,k)} - T_{(i,j,k)}^*)$$

$$S_{(i,j,k)} = -3\varepsilon\sigma(\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^{*4}) + 4\varepsilon\sigma(\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^{*3}) T_{(i,j,k)}$$

จัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$S_{(i,j,k)} = S_C + S_P T_{(i,j,k)} \tag{2.21}$$

$$\text{เมื่อ } S_C = -3\varepsilon\sigma(\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^{*4})$$

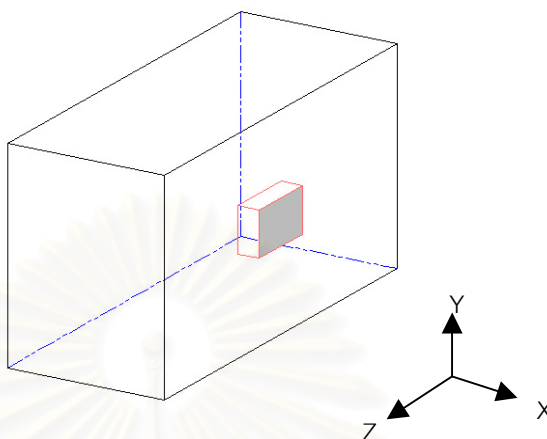
$$S_P = 4\varepsilon\sigma(\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^{*3})$$

จากสมการที่ (2.21) สามารถนำไปแทนค่าได้ในการคำนวณในหัวข้อต่อไป

ในการพิจารณาการถ่ายเทความร้อนบริเวณที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีนั้น สามารถแบ่งการพิจารณาขอบเขตออกเป็นทั้งหมด 9 จุดดังนี้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- บริเวณผิวตรงกลาง



รูปที่ 2.15 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวตรงกลางการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวตรงกลางด้านนอก ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ตามรูปที่ 2.15 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตผิวตรงกลางด้านนอกของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณานำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{4w} \Delta y \Delta z \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

เนื่องจากเป็นบริเวณผิวด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้น พิจารณาการถ่ายเทความร้อนมายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \Delta z$ ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{conv+rad} \rightarrow i, j, k = h \Delta y \Delta z (T_s - T_{i,j,k}) + \epsilon \sigma \Delta y \Delta z (T_s^4 - T_{i,j,k}^4)$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = k_{4B} \frac{\Delta x}{2} \Delta z \frac{(T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = k_{4T} \frac{\Delta x}{2} \Delta z \frac{(T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \Delta y$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = k_{4N} \frac{\Delta x}{2} \Delta y \frac{(T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \Delta y$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i,j,k = k_{4S} \frac{\Delta x}{2} \Delta y \frac{(T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{4W} \Delta x (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{4B} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}) + k_{4T} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) +$$

$$k_{4N} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}) + k_{4S} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}) + h(\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \varepsilon \sigma (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

จัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta x \left[k_{4W} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4B}}{2} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{4T}}{2} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{4N}}{2} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{4S}}{2} T_{i,j,k+1} \right] -$$

$$\Delta x \left(k_{4W} + \frac{k_{4B}}{2} + \frac{k_{4T}}{2} + \frac{k_{4N}}{2} + \frac{k_{4S}}{2} \right) T_{i,j,k} + h(\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \varepsilon \sigma (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

จากสมการ (2.21) แทนค่าของสมการการแผ่รังสีความร้อนได้ดังนี้

$$\Delta x \left[k_{4W} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4B}}{2} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{4T}}{2} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{4N}}{2} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{4S}}{2} T_{i,j,k+1} \right] -$$

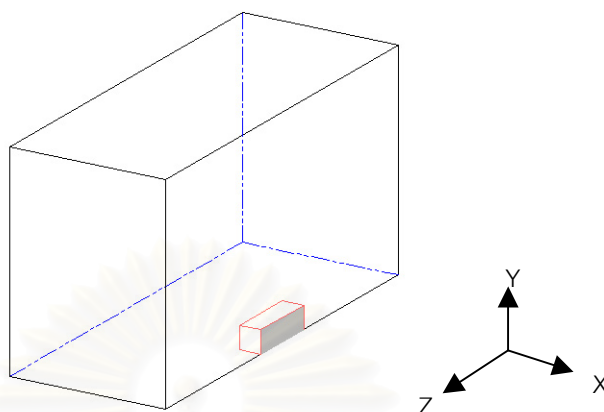
$$\Delta x \left(k_{4W} + \frac{k_{4B}}{2} + \frac{k_{4T}}{2} + \frac{k_{4N}}{2} + \frac{k_{4S}}{2} \right) T_{i,j,k} + h(\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + S_C + S_P T_{(i,j,k)} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวตรงกลางที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[k_{4W} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4B}}{2} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{4T}}{2} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{4N}}{2} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{4S}}{2} T_{i,j,k+1} + h \Delta x T_s + \frac{S_C}{\Delta x} \right]}{\left[k_{4W} + \frac{k_{4B}}{2} + \frac{k_{4T}}{2} + \frac{k_{4N}}{2} + \frac{k_{4S}}{2} + h \Delta x - \frac{S_P}{\Delta x} \right]}$$

(2.22)

- บริเวณผิวขอบล่าง



รูปที่ 2.16 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบล่างการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวขอบล่างซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ตามรูปที่ 2.16 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตผิวด้านล่างของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณากำหนดนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{4w} \frac{\Delta y}{2} \Delta z \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

เนื่องจากเป็นบริเวณผิวด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้น พิจารณาการถ่ายเทความร้อนมายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \Delta z$ ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{conv+rad} \rightarrow i, j, k = h \frac{\Delta y}{2} \Delta z (T_s - T_{i,j,k}) + \epsilon \sigma \frac{\Delta y}{2} \Delta z (T_{i,j,k}^4)$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = 0$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = k_{4T} \frac{\Delta x}{2} \Delta z \frac{(T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = k_{4N} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = k_{4S} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{4W} \frac{\Delta x}{2} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{4T} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) + k_{4N} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}) + k_{4S} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}) + \frac{h}{2} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{2} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

จัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4T}}{2} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{4N}}{4} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{4S}}{4} T_{i,j,k+1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} + \frac{k_{4T}}{2} + \frac{k_{4N}}{4} + \frac{k_{4S}}{4} \right] T_{i,j,k} + \frac{h}{2} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{2} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

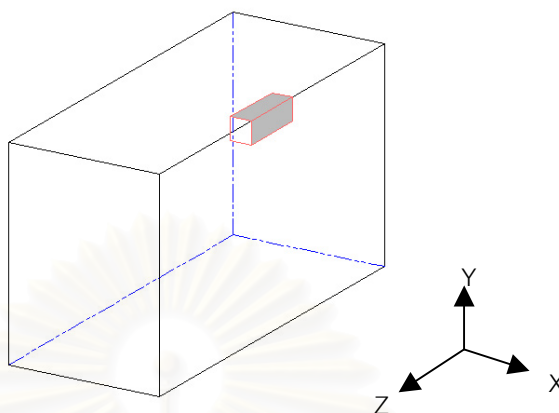
จากสมการ (2.21) แทนค่าของสมการการแผ่รังสีความร้อนได้ดังนี้

$$\Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4T}}{2} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{4N}}{4} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{4S}}{4} T_{i,j,k+1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} + \frac{k_{4T}}{2} + \frac{k_{4N}}{4} + \frac{k_{4S}}{4} \right] T_{i,j,k} + \frac{h}{2} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{S_C}{2} + \frac{S_P}{2} T_{i,j,k} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวขอบล่างที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[\frac{k_{4W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4T}}{2} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{4N}}{4} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{4S}}{4} T_{i,j,k+1} + \frac{h}{2} \Delta x T_s + \frac{S_C}{2 \Delta x} \right]}{\left[\frac{k_{4W}}{2} + \frac{k_{4T}}{2} + \frac{k_{4N}}{4} + \frac{k_{4S}}{4} + \frac{h}{2} \Delta x - \frac{S_P}{2 \Delta x} \right]} \quad (2.23)$$

- บริเวณผิวขอบบน



รูปที่ 2.17 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบบนการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวขอบบนซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ตามรูปที่ 2.17 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตผิวด้านบนของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงานจะสามารถ เขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{4w} \frac{\Delta y}{2} \Delta z \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

เนื่องจากเป็นบริเวณผิวด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้น พิจารณาการถ่ายเทความร้อนมายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \frac{\Delta z}{2}$ ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{conv+rad} \rightarrow i, j, k = h\Delta y \frac{\Delta z}{2} (T_s - T_{i,j,k}) + \epsilon\sigma\Delta y \frac{\Delta z}{2} (T_{i,j,k}^4)$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = k_{4B} \frac{\Delta x}{2} \Delta z \frac{(T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = 0$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = k_{4N} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = k_{4S} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{4W} \frac{\Delta x}{2} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{4B} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}) + k_{4N} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}) + k_{4S} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}) + \frac{h}{2} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{2} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

จัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4B}}{2} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{4N}}{4} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{4S}}{4} T_{i,j,k+1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} + \frac{k_{4B}}{2} + \frac{k_{4N}}{4} + \frac{k_{4S}}{4} \right] T_{i,j,k} + \frac{h}{2} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{2} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

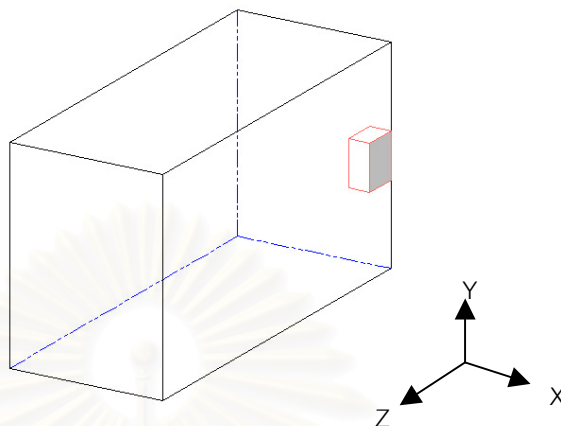
จากสมการ (2.22) แทนค่าของสมการการแผ่รังสีความร้อนได้ดังนี้

$$\Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4B}}{2} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{4N}}{4} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{4S}}{4} T_{i,j,k+1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} + \frac{k_{4B}}{2} + \frac{k_{4N}}{4} + \frac{k_{4S}}{4} \right] T_{i,j,k} + \frac{h}{2} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{S_C}{2} + \frac{S_P}{2} T_{i,j,k} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวขอบบนที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[\frac{k_{4W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4B}}{2} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{4N}}{4} T_{i,j,k-1} + \frac{k_{4S}}{4} T_{i,j,k+1} + \frac{h}{2} \Delta x T_s + \frac{S_C}{2 \Delta x} \right]}{\left[\frac{k_{4W}}{2} + \frac{k_{4B}}{2} + \frac{k_{4N}}{4} + \frac{k_{4S}}{4} + \frac{h}{2} \Delta x - \frac{S_P}{2 \Delta x} \right]} \quad (2.24)$$

- บริเวณผิวขอบข้างด้านใน



รูปที่ 2.18 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบข้างด้านในของการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวขอบข้างด้านในซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ตามรูปที่ 2.18 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตผิวขอบข้างด้านในของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{4W} \Delta y \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

เนื่องจากเป็นบริเวณผิวด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้น พิจารณาการถ่ายเทความร้อนมายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \frac{\Delta z}{2}$ ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{conv+rad} \rightarrow i, j, k = h \Delta y \frac{\Delta z}{2} (T_s - T_{i,j,k}) + \epsilon \sigma \Delta y \frac{\Delta z}{2} (T_{i,j,k}^4)$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x \Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = k_{4B} \frac{\Delta x \Delta z}{2} \frac{(T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x \Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = k_{4T} \frac{\Delta x \Delta z}{2} \frac{(T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = 0$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \Delta y$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = k_{4S} \frac{\Delta x}{2} \Delta y \frac{(T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{4W} \frac{\Delta x}{2} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{4B} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}) + k_{4T} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) \\ + k_{4S} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}) + \frac{h}{2} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{2} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

จัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4B}}{4} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{4T}}{4} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{4S}}{2} T_{i,j,k+1} \right] - \\ \Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} + \frac{k_{4B}}{4} + \frac{k_{4T}}{4} + \frac{k_{4S}}{2} \right] T_{i,j,k} + \frac{h}{2} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{2} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

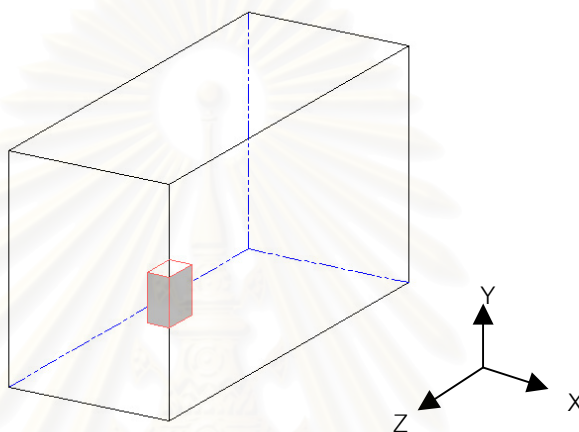
จากสมการ (2.21) แทนค่าของสมการการแผ่รังสีความร้อนได้ดังนี้

$$\Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4B}}{4} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{4T}}{4} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{4S}}{2} T_{i,j,k+1} \right] - \\ \Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} + \frac{k_{4B}}{4} + \frac{k_{4T}}{4} + \frac{k_{4S}}{2} \right] T_{i,j,k} + \frac{h}{2} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{S_C}{2} + \frac{S_P}{2} T_{i,j,k} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวขอบข้างด้านในที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[\frac{k_{4W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4B}}{4} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{4T}}{4} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{4S}}{2} T_{i,j,k+1} + \frac{h}{2} \Delta x T_s + \frac{S_c}{2\Delta x} \right]}{\left[\frac{k_{4w}}{2} + \frac{k_{4B}}{4} + \frac{k_{4T}}{4} + \frac{k_{4S}}{2} + \frac{h}{2} \Delta x - \frac{S_p}{2\Delta x} \right]} \quad (2.25)$$

- บริเวณผิวขอบข้างด้านนอก



รูปที่ 2.19 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบข้างด้านนอกของการถ่ายเทความร้อน โดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวขอบข้างด้านนอก ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ตามรูปที่ 2.19 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตผิวขอบข้างด้านนอกของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{4W} \Delta y \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

เนื่องจากเป็นบริเวณผิวด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้น พิจารณาการถ่ายเทความร้อนมายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\Delta y \frac{\Delta z}{2}$ ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{conv+rad} \rightarrow i, j, k = h \Delta y \frac{\Delta z}{2} (T_s - T_{i,j,k}) + \epsilon \sigma \Delta y \frac{\Delta z}{2} (T_{i,j,k}^4)$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = k_{4B} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = k_{4T} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \Delta y$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = k_{4N} \frac{\Delta x}{2} \Delta y \frac{(T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = 0$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{4W} \frac{\Delta x}{2} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{4B} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}) + k_{4T} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) + k_{4N} \frac{\Delta x}{2} (T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}) + \frac{h}{2} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{2} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

จัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4B}}{4} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{4T}}{4} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{4N}}{2} T_{i,j,k-1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} + \frac{k_{4B}}{4} + \frac{k_{4T}}{4} + \frac{k_{4N}}{2} \right] T_{i,j,k} + \frac{h}{2} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{2} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

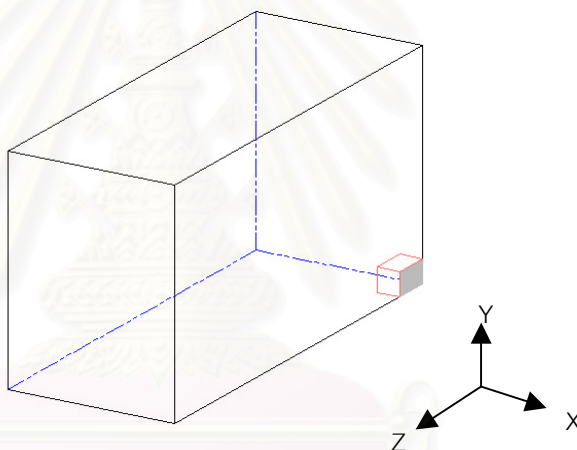
จากสมการ (2.21) แทนค่าของสมการการแผ่รังสีความร้อนได้ดังนี้

$$\Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4B}}{4} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{4T}}{4} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{4N}}{2} T_{i,j,k-1} \right] - \Delta x \left[\frac{k_{4W}}{2} + \frac{k_{4B}}{4} + \frac{k_{4T}}{4} + \frac{k_{4N}}{2} \right] T_{i,j,k} + \frac{h}{2} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{S_C}{2} + \frac{S_P}{2} T_{(i,j,k)} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวขอบข้างด้านนอกที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[\frac{k_{4W}}{2} T_{i-1,j,k} + \frac{k_{4B}}{4} T_{i,j-1,k} + \frac{k_{4T}}{4} T_{i,j+1,k} + \frac{k_{4N}}{2} T_{i,j,k-1} + \frac{h}{2} \Delta x T_s + \frac{S_c}{2\Delta x} \right]}{\left[\frac{k_{4w}}{2} + \frac{k_{4B}}{4} + \frac{k_{4T}}{4} + \frac{k_{4N}}{2} + \frac{h}{2} \Delta x - \frac{S_p}{2\Delta x} \right]} \quad (2.26)$$

- บริเวณผิวขอบมุมล่างด้านใน



รูปที่ 2.20 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบมุมล่างด้านในของการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวขอบมุมล่างด้านใน ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ตามรูปที่ 2.20 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตผิวขอบมุมล่างด้านในของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{4w} \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

เนื่องจากเป็นบริเวณผิวด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้น พิจารณการถ่ายเทความร้อนมายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{conv+rad} \rightarrow i, j, k = h \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} (T_s - T_{i,j,k}) + \epsilon \sigma \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} (T_{i,j,k}^4)$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = 0$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = k_{4T} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณากำหนดนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = 0$$

พิจารณากำหนดนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = k_{4S} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{4W} \frac{\Delta x}{4} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{4T} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) + k_{4S} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}) + \frac{h}{4} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{4} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

จัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{\Delta x}{4} [k_{4W} T_{i-1,j,k} + k_{4T} T_{i,j+1,k} + k_{4S} T_{i,j,k+1}] - \frac{\Delta x}{4} [k_{4W} + k_{4T} + k_{4S}] T_{i,j,k} + \frac{h}{4} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{4} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

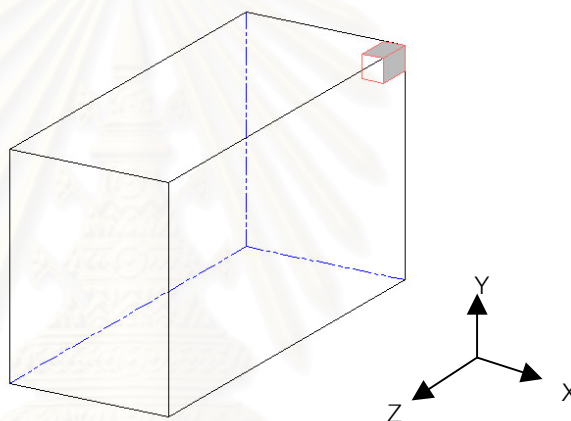
จากสมการ (2.21) แทนค่าของสมการการแผ่รังสีความร้อนได้ดังนี้

$$\frac{\Delta x}{4} [k_{4W} T_{i-1,j,k} + k_{4T} T_{i,j+1,k} + k_{4S} T_{i,j,k+1}] - \frac{\Delta x}{4} [k_{4W} + k_{4T} + k_{4S}] T_{i,j,k} + \frac{h}{4} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{S_C}{4} + \frac{S_P}{4} T_{(i,j,k)} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวขอบมุมล่างด้านในที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[k_{4W}T_{i-1,j,k} + k_{4T}T_{i,j+1,k} + k_{4S}T_{i,j,k+1} + h\Delta xT_s + \frac{S_c}{\Delta x} \right]}{\left[k_{4W} + k_{4T} + k_{4S} + h\Delta x - \frac{S_p}{\Delta x} \right]} \quad (2.27)$$

- บริเวณผิวขอบมุมบนด้านใน



รูปที่ 2.21 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบมุมบนด้านในของการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวขอบมุมบนด้านใน ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ตามรูปที่ 2.21 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตผิวขอบมุมบนด้านในของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y \Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{4w} \frac{\Delta y \Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

เนื่องจากเป็นบริเวณผิวด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้น พิจารณการถ่ายเทความร้อนมายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y \Delta z}{2}$ ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{conv+rad} \rightarrow i, j, k = h \frac{\Delta y \Delta z}{2} (T_s - T_{i,j,k}) + \varepsilon \sigma \frac{\Delta y \Delta z}{2} (T_{i,j,k}^4)$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x \Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = k_{4B} \frac{\Delta x \Delta z}{2} \frac{(T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = 0$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = 0$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = k_{4S} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{4W} \frac{\Delta x}{4} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{4B} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}) + k_{4S} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k}) + \frac{h}{4} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{4} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

จัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{\Delta x}{4} [k_{4W} T_{i-1,j,k} + k_{4B} T_{i,j-1,k} + k_{4S} T_{i,j,k+1}] - \frac{\Delta x}{4} [k_{4W} + k_{4B} + k_{4S}] T_{i,j,k} + \frac{h}{4} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{4} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

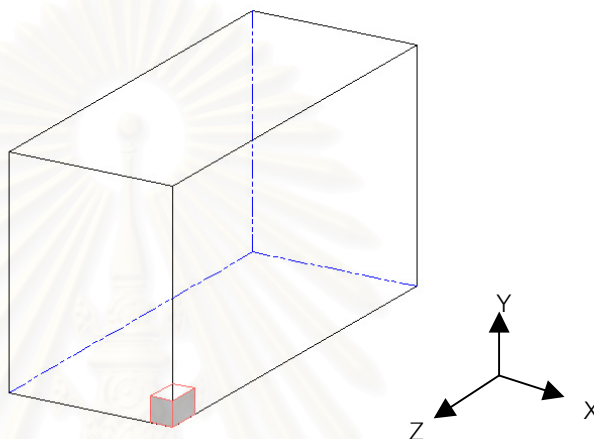
จากสมการ (2.21) แทนค่าของสมการการแผ่รังสีความร้อนได้ดังนี้

$$\frac{\Delta x}{4} [k_{4W} T_{i-1,j,k} + k_{4B} T_{i,j-1,k} + k_{4S} T_{i,j,k+1}] - \frac{\Delta x}{4} [k_{4W} + k_{4B} + k_{4S}] T_{i,j,k} + \frac{h}{4} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{S_C}{4} + \frac{S_P}{4} T_{(i,j,k)} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวขอบมุมบนด้านในที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[k_{4W}T_{i-1,j,k} + k_{4B}T_{i,j-1,k} + k_{4S}T_{i,j,k+1} + h\Delta xT_S + \frac{S_C}{\Delta x} \right]}{\left[k_{4W} + k_{4B} + k_{4S} + h\Delta x - \frac{S_P}{\Delta x} \right]} \quad (2.28)$$

- บริเวณผิวขอบมุมล่างด้านนอก



รูปที่ 2.22 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบมุมล่างด้านนอกของการถ่ายเทความร้อน โดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวขอบมุมล่างด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ตามรูปที่ 2.22 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตผิวขอบมุมล่างด้านนอกของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{4w} \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

เนื่องจากเป็นบริเวณผิวด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้น พิจารณการถ่ายเทความร้อนมายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{conv+rad} \rightarrow i, j, k = h \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} (T_s - T_{i,j,k}) + \varepsilon \sigma \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} (T_{i,j,k}^4)$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = 0$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ ยังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = k_{4T} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i, j, k = k_{4N} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มี การถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i, j, k = 0$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{4W} \frac{\Delta x}{4} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{4T} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}) + k_{4N} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}) + \frac{h}{4} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{4} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

จัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{\Delta x}{4} [k_{4W} T_{i-1,j,k} + k_{4T} T_{i,j+1,k} + k_{4N} T_{i,j,k-1}] - \frac{\Delta x}{4} [k_{4W} + k_{4T} + k_{4N}] T_{i,j,k} + \frac{h}{4} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{4} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

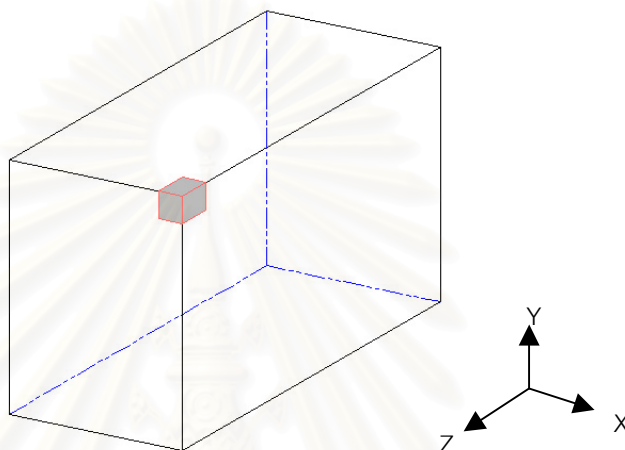
จากสมการ (2.21) แทนค่าของสมการการแผ่รังสีความร้อนได้ดังนี้

$$\frac{\Delta x}{4} [k_{4W} T_{i-1,j,k} + k_{4T} T_{i,j+1,k} + k_{4N} T_{i,j,k-1}] - \frac{\Delta x}{4} [k_{4W} + k_{4T} + k_{4N}] T_{i,j,k} + \frac{h}{4} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{S_C}{4} + \frac{S_P}{4} T_{(i,j,k)} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวขอบมุมล่างด้านนอกที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[k_{4W}T_{i-1,j,k} + k_{4T}T_{i,j+1,k} + k_{4N}T_{i,j,k-1} + h\Delta xT_s + \frac{S_c}{\Delta x} \right]}{\left[k_{4W} + k_{4T} + k_{4N} + h\Delta x - \frac{S_p}{\Delta x} \right]} \quad (2.29)$$

- บริเวณผิวขอบมุมบนด้านนอก



รูปที่ 2.23 แสดงปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณที่มีผิวขอบมุมบนด้านนอกการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j, k บริเวณผิวขอบมุมบนด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ตามรูปที่ 2.23 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j, k อยู่บริเวณขอบเขตผิวขอบมุมบนด้านนอกของวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงาน จะสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j, k ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j, k มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i-1, j, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δx ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j,k} \rightarrow i, j, k = k_{4w} \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k})}{\Delta x}$$

เนื่องจากเป็นบริเวณผิวด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้น พิจารณการถ่ายเทความร้อนมายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2}$ ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{conv+rad} \rightarrow i, j, k = h \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} (T_s - T_{i,j,k}) + \varepsilon \sigma \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} (T_{i,j,k}^4)$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j-1, k$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δy ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1,k} \rightarrow i, j, k = k_{4B} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k})}{\Delta y}$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j+1, k$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j+1,k} \rightarrow i, j, k = 0$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j, k-1$ มายังจุด i, j, k โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $\frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j,k-1} \rightarrow i,j,k = k_{4N} \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \frac{(T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k})}{\Delta z}$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j, k+1$ มายังจุด i, j, k เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มี การถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j,k+1} \rightarrow i,j,k = 0$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta x = \Delta y = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^6 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{4W} \frac{\Delta x}{4} (T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}) + k_{4B} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}) + k_{4N} \frac{\Delta x}{4} (T_{i,j,k-1} - T_{i,j,k}) + \frac{h}{4} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{4} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

จัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{\Delta x}{4} [k_{4W} T_{i-1,j,k} + k_{4B} T_{i,j-1,k} + k_{4N} T_{i,j,k-1}] - \frac{\Delta x}{4} [k_{4W} + k_{4B} + k_{4N}] T_{i,j,k} + \frac{h}{4} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{\varepsilon \sigma}{4} (\Delta x)^2 (T_{i,j,k}^4) = 0$$

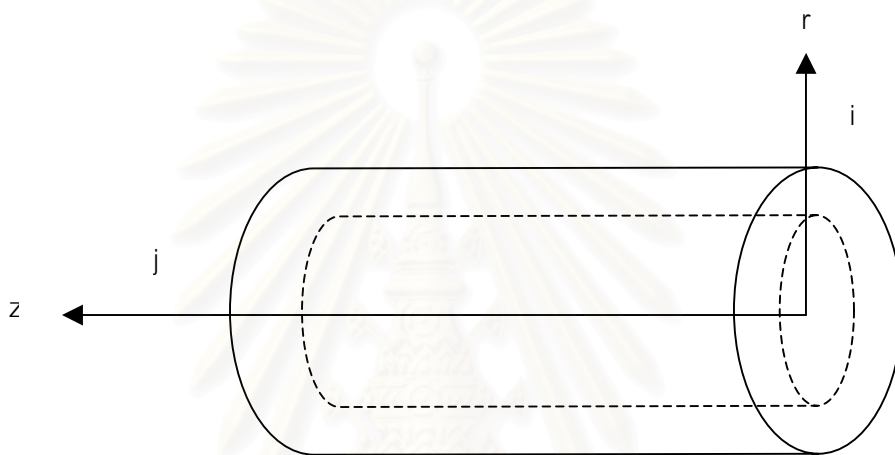
จากสมการ (2.21) แทนค่าของสมการการแผ่รังสีความร้อนได้ดังนี้

$$\frac{\Delta x}{4} [k_{4W} T_{i-1,j,k} + k_{4B} T_{i,j-1,k} + k_{4N} T_{i,j,k-1}] - \frac{\Delta x}{4} [k_{4W} + k_{4B} + k_{4N}] T_{i,j,k} + \frac{h}{4} (\Delta x)^2 (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{S_C}{4} + \frac{S_P}{4} T_{(i,j,k)} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวขอบมุมบนด้านนอกที่มีการถ่ายเทความร้อน โดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[k_{4W}T_{i-1,j,k} + k_{4B}T_{i,j-1,k} + k_{4N}T_{i,j,k-1} + h\Delta xT_s + \frac{S_c}{\Delta x} \right]}{\left[k_{4W} + k_{4B} + k_{4N} + h\Delta x - \frac{S_p}{\Delta x} \right]} \quad (2.30)$$

2.2.3 การพิจารณาการถ่ายเทความร้อนภายในชั้นวัสดุทนไฟในรูปแบบพิกัดทรงกระบอก



รูปที่ 2.24 แสดงรูปแบบพิกัดทรงกระบอก

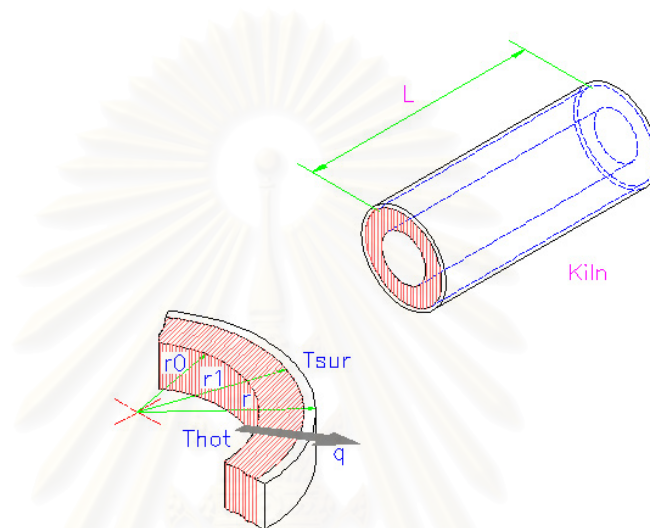
การพิจารณาการถ่ายเทความร้อนภายในชั้นวัสดุทนไฟในระบบพิกัดทรงกระบอก พบมากในเตาเผาซีเมนต์โดยทั่วไปนั้นจะมีวัสดุทนไฟประมาณ 1 ชั้น โดยชั้นนอกสุดจะเป็นเปลือกหม้อเผาซึ่งทำด้วยเหล็กทนอุณหภูมิสูง การพิจารณาการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในชั้นวัสดุทนไฟของหม้อเผาซีเมนต์โดยวิธีสมดุลพลังงานที่สภาวะสม่ำเสมอ ในที่นี้จะพิจารณาใน 2 ทิศทาง คือ ในทิศทางของรัศมี ตามแนวแกน r ที่ตำแหน่ง i ใดๆ และในทิศทางความยาวตามแนวแกน z ที่ตำแหน่ง j ใดๆ โดยกำหนดให้อุณหภูมิตามเส้นรอบวงใดๆ มีค่าไม่เปลี่ยนแปลง หรืออุณหภูมิไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อมุม θ เปลี่ยนไปที่รัศมีเดียวกัน ดังนั้นสามารถพิจารณาการถ่ายเทความร้อนภายในชั้นวัสดุทนไฟในระบบพิกัดทรงกระบอกได้เป็น 2 กรณีคือ

- บริเวณภายในของวัสดุทนไฟ
- บริเวณขอบเขตด้านนอก

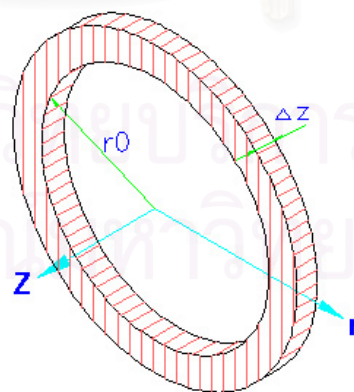
โดยขอบเขตด้านนอกสามารถแบ่งออกเป็น 3 กรณีคือ

- บริเวณรอยต่อระหว่างวัสดุทนไฟกับเปลือกเหล็ก
- บริเวณขอบเขตแนวแกน Z ที่กำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนออกสู่ด้านข้าง
- บริเวณขอบเขตที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี

- บริเวณภายในของวัสดุทนไฟ



รูปที่ 2.25 การพิจารณาในพิกัดทรงกระบอก



รูปที่ 2.26 แสดงรูปการพิจารณาปริมาตรควบคุมในพิกัดทรงกระบอก

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j ภายในชั้นวัสดุทึบไฟโดยตำแหน่ง ตามรูปที่ 2.26 เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j อยู่ในวัสดุทึบไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง จากกฎการไม่สูญหายไปของ พลังงานสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^4 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j มาสู่ปริมาตรควบคุม

กำหนดให้ พื้นที่หน้าตัดในทิศทาง Z เท่ากับ $2\pi r_i \Delta r$ เมื่อ $r_i = (r_0 + (i-1)\Delta r)$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j$ มายังจุด i, j โดยความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δr ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j} \rightarrow i, j = k_{1W} 2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta z \frac{(T_{i-1,j} - T_{i,j})}{\Delta r}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i+1, j$ มายังจุด i, j โดยความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δr ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j} \rightarrow i, j = k_{1E} 2\pi \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta z \frac{(T_{i+1,j} - T_{i,j})}{\Delta r}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1$ มายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi r_i \Delta r$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1} \rightarrow i, j = k_{1B} 2\pi r_i \Delta r \frac{(T_{i,j-1} - T_{i,j})}{\Delta z}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1$ มายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi r_i \Delta r$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1} \rightarrow i, j = k_{1T} 2\pi r_i \Delta r \frac{(T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\Delta z}$$

กำหนดให้ $\Delta r = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^4 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W} 2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) (T_{i-1,j} - T_{i,j}) + k_{1E} 2\pi \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) (T_{i+1,j} - T_{i,j}) + k_{1B} 2\pi r_i (T_{i,j-1} - T_{i,j}) + k_{1T} 2\pi r_i (T_{i,j+1} - T_{i,j}) = 0$$

จัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$k_{1W} 2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{1E} 2\pi \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i+1,j} + k_{1W} 2\pi r_i T_{i,j-1} + k_{1T} 2\pi r_i T_{i,j+1} - \left(k_{1W} 2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{1E} 2\pi \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{1B} 2\pi r_i + k_{1T} 2\pi r_i \right) T_{i,j} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิภายในวัสดุทนไฟได้ดังนี้

$$T_{i,j} = \frac{\left(k_{1W} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{1E} \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i+1,j} + k_{1B} r_i T_{i,j-1} + k_{1T} r_i T_{i,j+1} \right)}{\left(k_{1W} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{1E} \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{1B} r_i + k_{1T} r_i \right)} \quad (2.31)$$

โดยที่ค่าการนำความร้อนของวัสดุทนไฟ ในสมการที่ 2.31 สามารถเขียนได้ตามที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อก่อนหน้าดังนี้

$$k_{1W} = \frac{2k_{1i,j} k_{1i-1,j}}{k_{1i,j} + k_{1i-1,j}}$$

$$k_{1E} = \frac{2k_{1i,j} k_{1i+1,j}}{k_{1i,j} + k_{1i+1,j}}$$

$$k_{1B} = \frac{2k_{1i,j} k_{1i,j-1}}{k_{1i,j} + k_{1i,j-1}}$$

$$k_{1T} = \frac{2k_{1i,j} k_{1i,j+1}}{k_{1i,j} + k_{1i,j+1}}$$

- บริเวณขอบเขตด้านนอก

- บริเวณรอยต่อระหว่างวัสดุทนไฟกับเปลือกเหล็ก

การถ่ายเทความร้อนบริเวณรอยต่อระหว่างวัสดุทนไฟกับเปลือกเหล็กสามารถพิจารณาได้โดยสมการสมดุลพลังงาน ในงานวิจัยนี้สมมุติให้มีการถ่ายเทความร้อนโดยการนำเฉพาะในแนวแกน r เท่านั้น พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j ระหว่างชั้นวัสดุทนไฟกับเปลือกเหล็ก เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j อยู่ระหว่างชั้นวัสดุทนไฟกับเปลือกเหล็กซึ่งสมมุติให้มีการถ่ายเทความร้อนในแนวแกน r เท่านั้น จากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงานสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^2 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณากำหนดการนำความร้อนจากจุด $i-1, j$ ซึ่งอยู่ในวัสดุท่อนไฟที่มีค่าการนำความร้อนเท่ากับ k_{1W} มายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi\left(r_i - \frac{\Delta r}{2}\right)\Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δr ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j} \rightarrow i, j = k_{1W} 2\pi\left(r_i - \frac{\Delta r}{2}\right)\Delta z \frac{(T_{i-1,j} - T_{i,j})}{\Delta r}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณากำหนดการนำความร้อนจากจุด $i+1, j$ ซึ่งอยู่ในเปลือกเหล็กที่มีค่าการนำความร้อนเท่ากับ k_{2E} มายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi\left(r_i + \frac{\Delta r}{2}\right)\Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δr ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j} \rightarrow i, j = k_{2E} 2\pi\left(r_i + \frac{\Delta r}{2}\right)\Delta z \frac{(T_{i+1,j} - T_{i,j})}{\Delta r}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta r = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^2 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W} 2\pi\left(r_i - \frac{\Delta r}{2}\right)(T_{i-1,j} - T_{i,j}) + k_{2E} 2\pi\left(r_i + \frac{\Delta r}{2}\right)(T_{i+1,j} - T_{i,j}) = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิระหว่างชั้นของวัสดุท่อนไฟชั้นที่ 1 และ 2 ได้ดังนี้

$$T_{i,j} = \frac{k_{1W}\left(r_i - \frac{\Delta r}{2}\right)T_{i-1,j} + k_{2E}\left(r_i + \frac{\Delta r}{2}\right)T_{i+1,j}}{k_{1W}\left(r_i - \frac{\Delta r}{2}\right) + k_{2E}\left(r_i + \frac{\Delta r}{2}\right)} \quad (2.32)$$

โดยที่ค่าการนำความร้อนของวัสดุท่อนไฟในชั้นที่ 1 ในสมการที่ 2.33 สามารถเขียนได้ตามที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อก่อนหน้านี้นี้ดังนี้

$$k_{1W} = \frac{2k_{1i,j}k_{1i-1,j}}{k_{1i,j} + k_{1i-1,j}}$$

$$k_{2E} = \frac{2k_{2i,j}k_{2i+1,j}}{k_{2i,j} + k_{2i+1,j}}$$

- บริเวณขอบเขตแนวแกน Z ที่กำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนออกสู่ด้านข้าง
- บริเวณขอบเขตด้านซ้าย

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j ของวัสดุท่อนไฟ เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j อยู่บริเวณด้านข้างของวัสดุท่อนไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงานสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^4 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j$ มายังจุด i, j โดยความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว

$$2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} \text{ และระยะห่างเท่ากับ } \Delta r \text{ ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ } T_{i-1,j} - T_{i,j}$$

ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j} \rightarrow i, j = k_{1W} 2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j} - T_{i,j})}{\Delta r}$$

ในการทำงานเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i+1, j$ มายังจุด i, j โดยความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi\left(r_i + \frac{\Delta r}{2}\right)\frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δr ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i+1,j} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j} \rightarrow i, j = k_{1E} 2\pi\left(r_i + \frac{\Delta r}{2}\right)\frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i+1,j} - T_{i,j})}{\Delta r}$$

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j-1$ มายังจุด i, j เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j-1} \rightarrow i, j = 0$$

ในการทำงานเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i, j+1$ มายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi r_i \Delta r$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1} \rightarrow i, j = k_{1T} 2\pi r_i \Delta r \frac{(T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\Delta z}$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta r = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^4 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W}\pi\left(r_i - \frac{\Delta r}{2}\right)(T_{i-1,j} - T_{i,j}) + k_{1E} 2\pi\left(r_i + \frac{\Delta r}{2}\right)(T_{i+1,j} - T_{i,j}) + k_{1T} 2\pi r_i (T_{i,j+1} - T_{i,j}) = 0$$

จัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\left(k_{1W}\pi\left(r_i - \frac{\Delta r}{2}\right)T_{i-1,j} + k_{1E}\pi\left(r_i + \frac{\Delta r}{2}\right)T_{i+1,j} + 2\pi k_{1T} r_i T_{i,j+1}\right) - \left(k_{1W}\pi\left(r_i - \frac{\Delta r}{2}\right) + k_{1E}\pi\left(r_i + \frac{\Delta r}{2}\right) + 2r_i \pi k_{1T}\right)T_{i,j} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิขอบด้านซ้ายวัสดุท่อนไฟได้ดังนี้

$$T_{i,j} = \frac{\left(k_{1W} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{1E} \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i+1,j} + 2k_{1T} r_i T_{i,j+1} \right)}{\left(k_{1W} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{1E} \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) + 2k_{1T} r_i \right)} \quad (2.33)$$

- บริเวณขอบเขตด้านขวา

พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j ของวัสดุท่อนไฟ เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j อยู่บริเวณด้านข้างของวัสดุท่อนไฟ ซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามายังปริมาตรควบคุมโดยการนำความร้อนจากบริเวณข้างเคียง ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงานสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^4 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j$ มายังจุด i, j โดยความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว

$2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δr ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j} \rightarrow i, j = k_{1W} 2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j} - T_{i,j})}{\Delta r}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i+1, j$ มายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่

ผ่านผิว $2\pi \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δr ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ

$T_{i+1,j} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i+1,j} \rightarrow i,j = k_{E1} 2\pi \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i+1,j} - T_{i,j})}{\Delta r}$$

พิจารณากำหนดนำความร้อนจากจุด $i, j-1$ มายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi r_i \Delta r$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1} \rightarrow i,j = k_{1B} 2\pi r_i \Delta r \frac{(T_{i,j-1} - T_{i,j})}{\Delta z}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณากำหนดนำความร้อนจากจุด $i, j+1$ มายังจุด i, j เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j+1} \rightarrow i,j = 0$$

เนื่องจากกำหนดให้ $\Delta r = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^4 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{1W} \pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) (T_{i-1,j} - T_{i,j}) + k_{1E} 2\pi \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) (T_{i+1,j} - T_{i,j}) + k_{1B} 2\pi r_i (T_{i,j-1} - T_{i,j}) = 0$$

จัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\left(k_{1W} \pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{1E} \pi \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i+1,j} + 2\pi k_{1B} r_i T_{i,j-1} \right) - \left(k_{1W} \pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{1E} \pi \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) + 2r_i \pi k_{1B} \right) T_{i,j} = 0$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิขอบด้านขวาวัสดุท่อนไฟได้ดังนี้

$$T_{i,j} = \frac{\left(k_{1W} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{1E} \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i+1,j} + 2k_{1B} r_i T_{i,j-1} \right)}{\left(k_{1W} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{1E} \left(r_i + \frac{\Delta r}{2} \right) + 2k_{1B} r_i \right)} \quad (2.34)$$

- บริเวณขอบเขตที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสี
- บริเวณผิวตรงกลาง

การถ่ายเทความร้อนบริเวณเปลือกเหล็กออกสู่ภายนอกสามารถพิจารณาได้โดยสมการสมดุลพลังงาน ซึ่งในงานวิจัยนี้จะสมมติให้มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีเฉพาะในแนวแกน r เท่านั้น พิจารณาสมดุลพลังงานรอบปริมาตรควบคุม i, j บริเวณเปลือกเหล็ก เนื่องจากปริมาตรควบคุมรอบจุด i, j อยู่บริเวณเปลือกเหล็ก ซึ่งสมมติให้มีการถ่ายเทความร้อนในแนวแกน r เท่านั้น ดังนั้นจากกฎการไม่สูญหายไปของพลังงานสามารถเขียนสมการรอบปริมาตรควบคุม i, j ได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^4 Q_i = 0$$

โดยที่ Q_i คืออัตราการเคลื่อนที่ของความร้อนจากจุดต่างๆทุกทิศทางรอบจุด i, j มาสู่ปริมาตรควบคุม

พิจารณากำหนดความร้อนจากจุด $i-1, j$ ซึ่งอยู่ในวัสดุท่อนไฟที่มีค่าการนำความร้อนเท่ากับ k_{1W} มายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta z$ และระยะห่างเท่ากับ Δr ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j} \rightarrow i, j = k_{1W} 2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta z \frac{(T_{i-1,j} - T_{i,j})}{\Delta r}$$

เนื่องจากเป็นบริเวณผิวด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้น พิจารณาการถ่ายเทความร้อนมายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi r_i \Delta z$ ซึ่งสามารถเขียน สมการได้ดังนี้

$$Q_{conv+rad} \rightarrow i, j = h2\pi r_i \Delta z (T_s - T_{i,j,k}) + \varepsilon \sigma 2\pi r_i \Delta z (T_{i,j,k}^4)$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j-1$ มายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi r_i \frac{\Delta r}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1} \rightarrow i, j = k_{2B} 2\pi r_i \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{i,j-1} - T_{i,j})}{\Delta z}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j+1$ มายังจุด i, j โดยความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi r_i \frac{\Delta r}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1} \rightarrow i, j = k_{2T} 2\pi r_i \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\Delta z}$$

กำหนดให้ $\Delta r = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^4 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{2W} 2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) (T_{i-1,j} - T_{i,j}) + h2\pi r_i \Delta z (T_s - T_{i,j}) + \varepsilon \sigma 2\pi r_i \Delta z (T_{i,j}^4) \\ + k_{2B} \pi r_i (T_{i,j-1} - T_{i,j}) + k_{2T} \pi r_i (T_{i,j+1} - T_{i,j}) = 0$$

จัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\left(k_{2W} 2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{2B} \pi r_i T_{i,j-1} + k_{2T} \pi r_i T_{i,j+1} \right) - \left(k_{2W} 2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{2B} \pi r_i + k_{2T} \pi r_i \right) T_{i,j} \\ + h2\pi r_i \Delta z (T_s - T_{i,j,k}) + \varepsilon \sigma 2\pi r_i \Delta z (T_{i,j,k}^4) = 0$$

จากสมการ (2.21) แทนค่าของสมการการแผ่รังสีความร้อนได้ดังนี้

$$\left(k_{2W} 2 \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{2B} r_i T_{i,j-1} + k_{2T} r_i T_{i,j+1} \right) - \left(k_{2W} 2 \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{2B} r_i + k_{2T} r_i \right) T_{i,j} + h 2 r_i \Delta z (T_s - T_{i,j,k}) + S_C + S_P T_{(i,j,k)} = 0$$

$$\text{เมื่อ } S_C = -6 \varepsilon \sigma_i \Delta z (T_{i,j}^{*4})$$

$$S_P = 8 \varepsilon \sigma_i \Delta z (T_{i,j,k}^{*3})$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวตรงกลางที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[k_{2W} 2 \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{2B} r_i T_{i,j-1} + k_{2T} r_i T_{i,j+1} + h 2 r_i \Delta z T_s + S_C \right]}{\left[k_{2W} 2 \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{2B} r_i + k_{2T} r_i + h 2 r_i \Delta z - S_P \right]} \quad (2.35)$$

- บริเวณขอบเขตด้านข้างซ้าย

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j$ ซึ่งอยู่ในวัสดุท่อนไฟที่มีค่าการนำความร้อนเท่ากับ k_{2W} มายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δr ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j} \rightarrow i, j = k_{1W} 2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j} - T_{i,j})}{\Delta r}$$

เนื่องจากเป็นบริเวณผิวด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้น พิจารณาการถ่ายเทความร้อนมายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi r_i \frac{\Delta z}{2}$ ซึ่งสามารถเขียน สมการได้ดังนี้

$$Q_{conv+rad} \rightarrow i, j = h 2\pi r_i \frac{\Delta z}{2} (T_s - T_{i,j,k}) + \varepsilon \sigma 2\pi r_i \frac{\Delta z}{2} (T_{i,j,k}^4)$$

พิจารณากำหนดนำความร้อนจากจุด $i, j-1$ มายังจุด i, j เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มี การถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j-1} \rightarrow i, j = 0$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณากำหนดนำความร้อนจากจุด $i, j+1$ มายังจุด i, j โดยความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi r_i \frac{\Delta r}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j+1} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j+1} \rightarrow i, j = k_{2T} 2\pi r_i \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{i,j+1} - T_{i,j})}{\Delta z}$$

กำหนดให้ $\Delta r = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^4 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{2W} \pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) (T_{i-1,j} - T_{i,j}) + h \pi r_i \Delta z (T_s - T_{i,j}) + \varepsilon \sigma 2\pi r_i \frac{\Delta z}{2} (T_{i,j}^4) + k_{2T} \pi r_i (T_{i,j+1} - T_{i,j}) = 0$$

จัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\left(k_{2W} \pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{2T} \pi r_i T_{i,j+1} \right) - \left(k_{2W} \pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{2T} \pi r_i \right) T_{i,j} + h \pi r_i \Delta z (T_s - T_{i,j,k}) + \varepsilon \sigma 2\pi r_i \frac{\Delta z}{2} (T_{i,j,k}^4) = 0$$

จากสมการ (2.21) แทนค่าของสมการการแผ่รังสีความร้อนได้ดังนี้

$$\left(k_{2W} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{2T} r_i T_{i,j+1} \right) - \left(k_{2W} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{2T} r_i \right) T_{i,j} + h r_i \Delta z (T_s - T_{i,j,k}) + \frac{S_C}{2} + \frac{S_P}{2} T_{(i,j,k)} = 0$$

$$\text{เมื่อ } S_C = -6\epsilon\sigma r_i \Delta z (T_{i,j}^{*4})$$

$$S_P = 8\epsilon\sigma r_i \Delta z (T_{i,j,k}^{*3})$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณผิวขอบเขตข้างซ้ายที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[k_{2w} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{2T} r_i T_{i,j+1} + h r_i \Delta z T_s + \frac{S_C}{2} \right]}{\left[k_{2w} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{2T} r_i + k_{2T} r_i + h r_i \Delta z - \frac{S_P}{2} \right]} \quad (2.36)$$

- บริเวณขอบเขตด้านข้างขวา

พิจารณาการนำความร้อนจากจุด $i-1, j$ ซึ่งอยู่ในวัสดุท่อนไฟที่มีค่าการนำความร้อนเท่ากับ k_{2w} มายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) \frac{\Delta z}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δr ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i-1,j} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i-1,j} \rightarrow i, j = k_{1w} 2\pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_{i-1,j} - T_{i,j})}{\Delta r}$$

เนื่องจากเป็นบริเวณผิวด้านนอกซึ่งมีการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้น พิจารณาการถ่ายเทความร้อนมายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi r_i \frac{\Delta z}{2}$ ซึ่งสามารถเขียน สมการได้ดังนี้

$$Q_{conv+rad} \rightarrow i, j = h 2\pi r_i \frac{\Delta z}{2} (T_s - T_{i,j}) + \epsilon \sigma 2\pi r_i \frac{\Delta z}{2} (T_{i,j}^4)$$

พิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j-1$ มายังจุด i, j โดยที่ความร้อนเคลื่อนที่ผ่านผิว $2\pi r_i \frac{\Delta r}{2}$ และระยะห่างเท่ากับ Δz ความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิเท่ากับ $T_{i,j-1} - T_{i,j}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Q_{i,j-1} \rightarrow i, j = k_{2B} 2\pi r_i \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{i,j-1} - T_{i,j})}{\Delta z}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณการนำความร้อนจากจุด $i, j+1$ มายังจุด i, j เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตกำหนดให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนบริเวณผิวด้านข้าง ดังนั้น

$$Q_{i,j+1} \rightarrow i, j = 0$$

กำหนดให้ $\Delta r = \Delta z$

และจากสมการ $\sum_{i=1}^4 Q_i = 0$ ดังนั้น

$$k_{2W} \pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) (T_{i-1,j} - T_{i,j}) + h \pi r_i \Delta z (T_s - T_{i,j}) + \varepsilon \sigma 2\pi r_i \frac{\Delta z}{2} (T_{i,j}^4) + k_{2B} \pi r_i (T_{i,j-1} - T_{i,j}) = 0$$

จัดรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\left(k_{2W} \pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{2B} \pi r_i T_{i,j-1} \right) - \left(k_{2W} \pi \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{2B} \pi r_i \right) T_{i,j} + h \pi r_i \Delta z (T_s - T_{i,j}) + \varepsilon \sigma 2\pi r_i \frac{\Delta z}{2} (T_{i,j}^4) = 0$$

จากสมการ (2.21) แทนค่าของสมการการแผ่รังสีความร้อนได้ดังนี้

$$\left(k_{2W} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{2B} r_i T_{i,j-1} \right) - \left(k_{2W} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{2B} r_i \right) T_{i,j} + h r_i \Delta z (T_s - T_{i,j}) + \frac{S_C}{2} + \frac{S_P}{2} T_{(i,j)} = 0$$

$$\text{เมื่อ } S_C = -6\varepsilon\sigma_i\Delta z(T_{i,j}^{*4})$$

$$S_P = 8\varepsilon\sigma_i\Delta z(T_{i,j,k}^{*3})$$

ดังนั้นสมการในการคำนวณอุณหภูมิบริเวณขอบเขตด้านขวาที่มีการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนและการแผ่รังสีได้ดังนี้

$$T_{i,j,k} = \frac{\left[k_{2W} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) T_{i-1,j} + k_{2B} r_i T_{i,j-1} + h r_i \Delta z T_S + \frac{S_C}{2} \right]}{\left[k_{2W} \left(r_i - \frac{\Delta r}{2} \right) + k_{2B} r_i + k_{2T} r_i + h r_i \Delta z - \frac{S_P}{2} \right]} \quad (2.37)$$

จากสมการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดที่พัฒนาขึ้นสามารถนำไปเขียนโปรแกรมเพื่อจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนได้ในบทที่ 3

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

แบบจำลองการถ่ายเทความร้อน

3.1 การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเมื่อพัฒนาแบบจำลองการกระจายตัวของความร้อนใน วัสดุท่อนไฟ โดยพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของปรากฏการณ์การถ่ายเทความร้อนในระนาบ 3 มิติของรูปแบบที่เป็นแผ่น (Plate) และ 2 มิติในรูปแบบทรงกระบอก โดยนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากบทที่ 2 มาเขียนในโปรแกรม Matlab ตามอัลกอริทึมที่แสดงในรูปที่ 3.1

3.2 การจำลองสภาวะของการถ่ายเทความร้อน

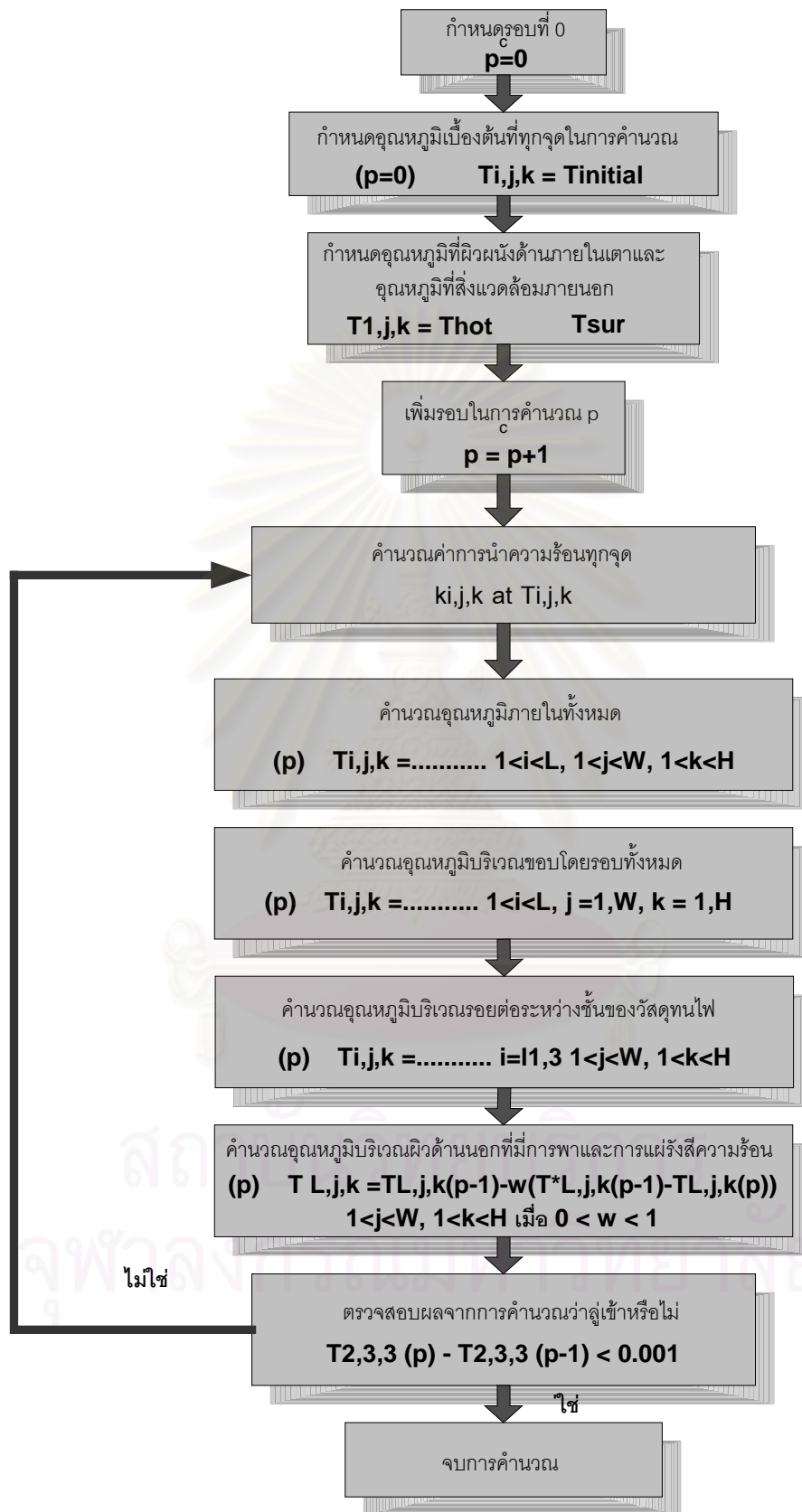
- กำหนดค่าสภาวะภายนอกดังนี้คือ อุณหภูมิภายนอกและค่าการนำความร้อน ซึ่งได้จากการทดลองตามภาคผนวก ก.
- กำหนดชนิดและความหนาของชั้นวัสดุท่อนไฟแต่ละชั้น เพื่อใช้ในการจำลองสภาวะตามรูปที่ 3.2.
- ทำการจำลองสภาวะของการถ่ายเทความร้อน โดยกำหนดให้อุณหภูมิภายในเตาเผาคงที่ (Uniform temperature)
- ทำการจำลองสภาวะของการถ่ายเทความร้อน โดยกำหนดให้อุณหภูมิภายในเตาไม่เท่ากันใน
- ทำการจำลองสภาวะของการถ่ายเทความร้อน โดยสมมติให้บริเวณนั้นมีความหนาของอิฐต่ำกว่าความหนาเดิม ซึ่งเป็นผลให้บริเวณนั้นมีอุณหภูมิสูงขึ้น

3.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล

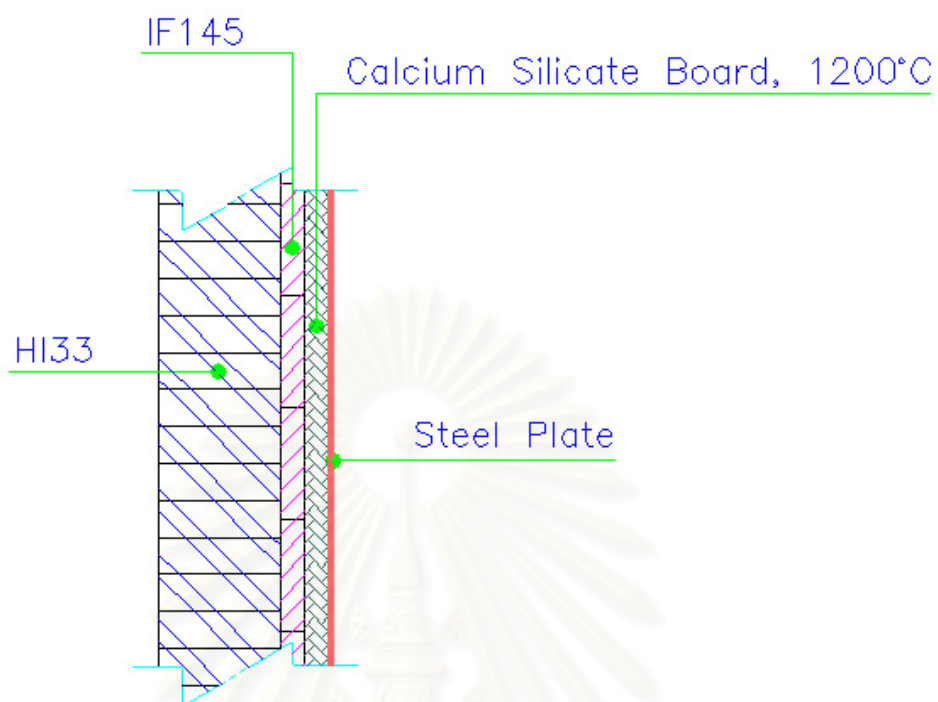
ทำการเก็บข้อมูลจากการวัดอุณหภูมิบริเวณผนังเตาตามรูปที่ 3.2 เพื่อเปรียบเทียบกับการจำลองสภาวะ โดยใช้เครื่องมือเลเซอร์วัดอุณหภูมิ

3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

นำผลที่ได้จากการจำลองสภาวะเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการเก็บข้อมูล



รูปที่ 3.1 แสดงแผนภาพการคำนวณ



รูปที่ 3.2 แสดงผนังของชั้นวัสดุทนไฟที่ใช้ในการจำลองสภาวะ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

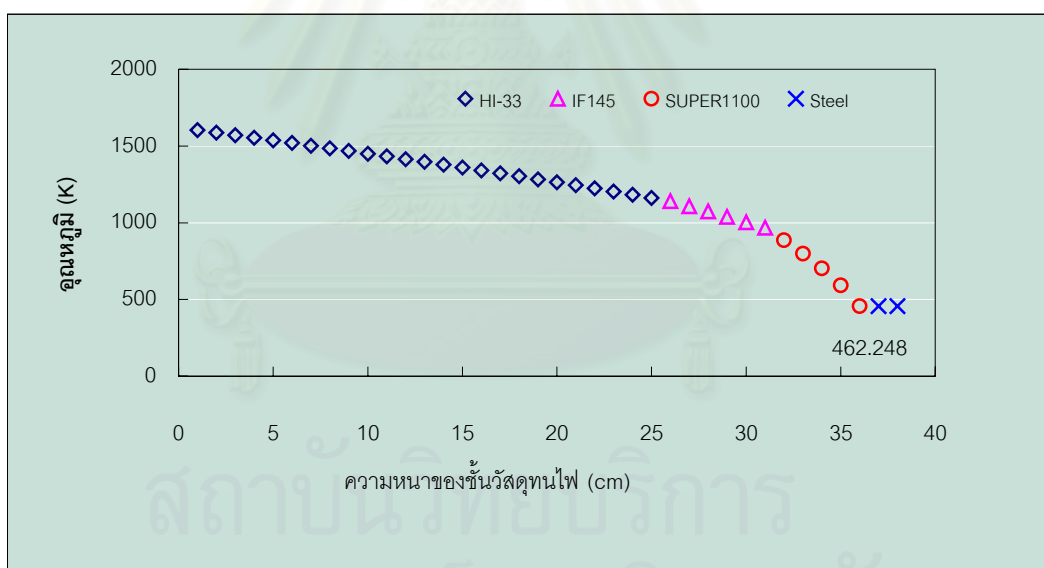
บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 ผลการจำลองสภาวะในระบบพิกัดฉาก

จากการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านชั้นผนังวัสดุทนไฟตามสมการทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น โดยใช้ค่าความแตกต่างของอุณหภูมิระหว่างรอบการคำนวณก่อนหน้ากับรอบปัจจุบันที่ 0.001 ณ จุดที่พิจารณา ในการวิจัยนี้กำหนดให้ความร้อนถ่ายเทผ่านชั้นวัสดุทนไฟ 3 ชั้น คือ HI 33 ความหนา 25 cm, IF 145 ความหนา 5 cm และ Super1100 ความหนา 5 cm โดยมีผนังเหล็กที่ความหนา 2 cm อยู่ภายนอก กำหนดให้อุณหภูมิภายในเตาเผาที่ 1603 K และอุณหภูมิอากาศภายนอกที่ 310 K

4.1.1 กรณีอุณหภูมิภายในเตาคงที่



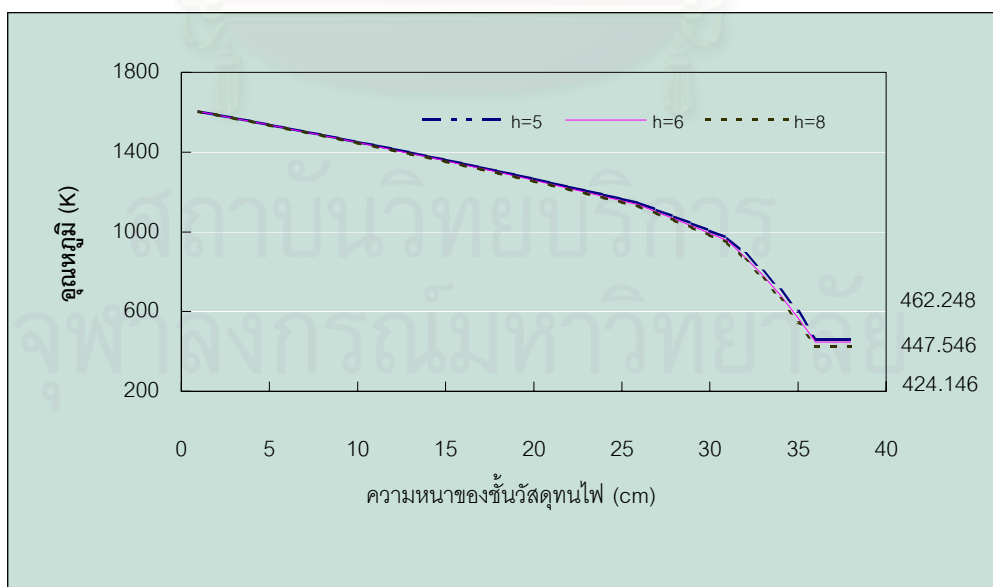
รูปที่ 4.1 ผลการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟเมื่ออุณหภูมิภายในเตาคงที่ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $5 \text{ W/m}^2\text{K}$

การถ่ายเทความร้อนโดยการนำความร้อนในชั้นวัสดุทนไฟตามรูปที่ 4.1 พบว่าในชั้นวัสดุทนไฟที่ 1 และ 2 อุณหภูมิจะลดลงอย่างช้าๆและลดลงอย่างรวดเร็วในชั้นที่ 3 ซึ่งเป็นการลดลงทั่วทั้งระนาบเนื่องจากกำหนดให้ที่ขอบเขตด้านข้างตามแนวแกน Y-Z มีอัตราการนำความร้อนคงที่ การลดลงของอุณหภูมินั้นสัมพันธ์กับค่าการนำความร้อนของวัสดุทนไฟชนิดนั้นๆและค่าการนำความร้อนจะแปรผันตามอุณหภูมิในแต่ละตำแหน่งภายในวัสดุทนไฟ

บริเวณผิวผนังชั้นนอกเป็นการถ่ายเทความร้อนออกสู่ภายนอกโดยอาศัยการพาความร้อนและการแผ่รังสี การพาความร้อนที่ใช้ในการจำลองสมการจะกำหนดให้เป็นแบบการพาตามธรรมชาติ มีค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $5 \text{ W/m}^2\text{K}$ เนื่องจากเตาเผาที่พิจารณาจะอยู่ภายในอาคารโรงงานซึ่งมีอัตราการไหลของอากาศต่ำ ทำให้ในการวิจัยนี้ใช้ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่ค่าต่ำในการจำลองสมการ จากสมการทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นพบว่าที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนต่ำ การพาความร้อนจะมีผลต่อระบบสมการที่พัฒนาขึ้นในช่วงที่อุณหภูมิไม่สูงมาก ดังแสดงในตารางที่ 4.1 และรูปที่ 4.2 แต่เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นการแผ่รังสีจะส่งผลกระทบต่อระบบสมการมากขึ้น เนื่องจากสมการการแผ่รังสีเป็นสมการที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง จึงส่งผลกระทบต่อระบบสมการถึงแม้ว่าอุณหภูมิจะเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยก็ตาม

ตารางที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบผลการเปลี่ยนแปลงของค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน

ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน (W/m ² K)	อุณหภูมิที่ผนังเตา (K)	Q การนำความร้อน (W/m ²)	Q การพาความร้อน (W/m ²)	Q การแผ่รังสี (W/m ²)
5	462.25	1298.50	761.45	517.56
6	447.55	1290.97	825.28	454.95
8	424.15	1289.70	913.17	367.01



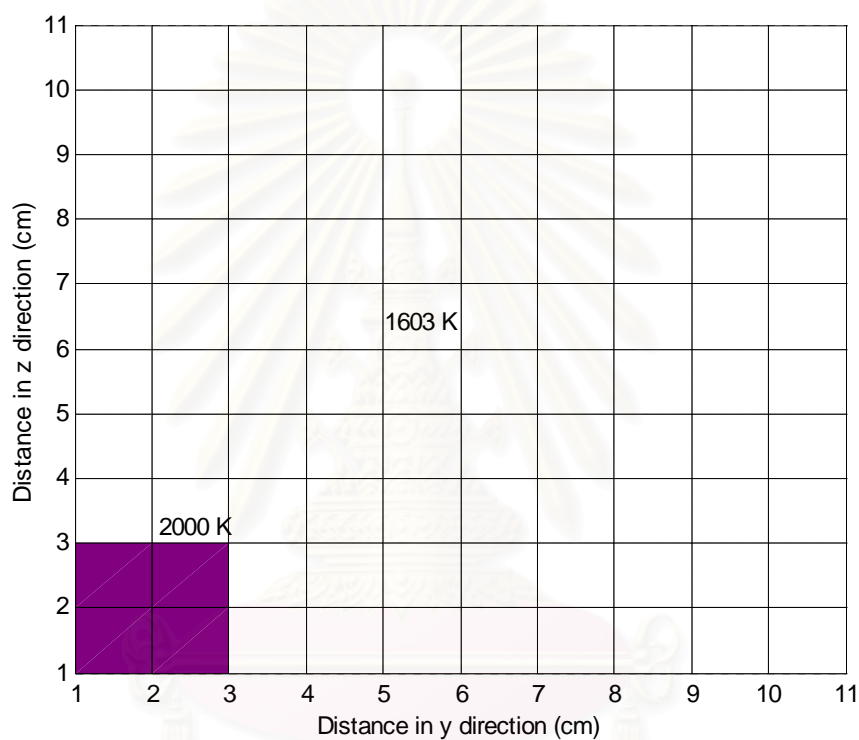
รูปที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบผลการจำลองสมการการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟเมื่ออุณหภูมิภายในเตาคงที่ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนต่างๆ

จากผลการจำลองสภาวะที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $5 \text{ W/m}^2\text{K}$ อุณหภูมิที่ผิวผนังเตาเท่ากับ 462.25 K ดังนั้นอัตราการสูญเสียความร้อนจากการนำความร้อนเท่ากับ 1298.50 W/m^2 จากการพาความร้อนเท่ากับ 761.45 W/m^2 และจากการแผ่รังสีเท่ากับ 517.56 W/m^2 ผลรวมของการสูญเสียความร้อนจากการพาความร้อนและการแผ่รังสีเท่ากับ 1279 W/m^2 แตกต่างจากอัตราการสูญเสียความร้อนจากการนำความร้อน 19 W/m^2 อันเกิดจากการคำนวณของโปรแกรม ที่ต้องกำหนดค่าความผิดพลาดที่สามารถยอมรับได้ของความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิที่คำนวณได้ในรอบก่อนกับรอบปัจจุบันที่ต้องน้อยมากและการใช้ค่าหน่วยที่ต่ำมากดังจะกล่าวต่อไป จากผลความแตกต่างดังกล่าวสามารถที่จะยอมรับได้ในระดับหนึ่งเนื่องจาก โดยเมื่อผลต่างของอุณหภูมิที่คำนวณที่อุณหภูมิสูงแตกต่างกัน 1 K จะส่งผลต่ออัตราการสูญเสียความร้อนจากการนำความร้อนเพียงเล็กน้อย แต่จะส่งผลต่อการสูญเสียความร้อนจากการพาความร้อนและการแผ่รังสีมาก จากการจำลองสภาวะหากผลการจำลอง ผลต่างของอุณหภูมิที่คำนวณได้มากกว่า 1 K จะทำให้ผลการคำนวณอัตราการสูญเสียความร้อนจากการนำความร้อนแตกต่างเพียง 2 W/m^2 แต่จะทำให้การคำนวณผลรวมของการสูญเสียความร้อนจากการพาความร้อนและการแผ่รังสีแตกต่างถึง 10 W/m^2 เป็นผลให้ความแตกต่างระหว่างอัตราการสูญเสียความร้อนจากการนำความร้อนกับผลรวมของการสูญเสียความร้อนจากการพาความร้อนและการแผ่รังสีลดลง

จากการจำลองสภาวะยังพบว่า การแผ่รังสีจะส่งผลต่อความมีเสถียรภาพของระบบสมการที่พัฒนาขึ้นมา ความไม่เสถียรภาพของระบบสมการที่พัฒนาขึ้นเกิดจากการแผ่รังสี เมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยจะส่งผลให้ค่าตามสมการดังกล่าวเปลี่ยนแปลงมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่อุณหภูมิสูง ถึงแม้ว่าจะทำการปรับปรุงสมการดังกล่าวให้อยู่ในรูปของสมการเส้นตรง โดยใช้การประมาณค่าของนิวตัน ซึ่งใช้หลักการทางเรขาคณิตของเส้นสัมผัส (geometry of tangent line) ปรับให้สมการมีความเป็นเส้นตรงมากขึ้น ณ ที่จุดอุณหภูมิที่ต้องการทราบค่าและเพื่อให้การปรับเปลี่ยนไปของอุณหภูมิเป็นไปอย่างเสถียรภาพ ในโปรแกรมการคำนวณจะใช้วิธีห่วง (under relaxation method) มาช่วยในสมการที่เกี่ยวข้องกับการแผ่รังสี โดยค่า ω จะห่วงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่ใช้ในการคำนวณในรอบถัดไปดังสมการ $T_{new} = T_{old} + \omega(T^* - T_{old})$ ค่า ω ที่ใช้ในการจำลองสภาวะจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 และพบว่าที่ค่า ω ต่ำจะช่วยลดความไม่เสถียรของระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นสูงมากขึ้น แต่ถ้าใช้ค่าต่ำมากเกินไปก็จะใช้ระยะเวลาในการคำนวณยาวนานขึ้น จากการทดลองพบว่าค่าที่ ω ที่เหมาะสมเท่ากับ 0.15 จะช่วยในการห่วงพจน์ของการแผ่รังสีเพื่อให้ระบบสมการมีเสถียรภาพในการประมวลผลมากขึ้น

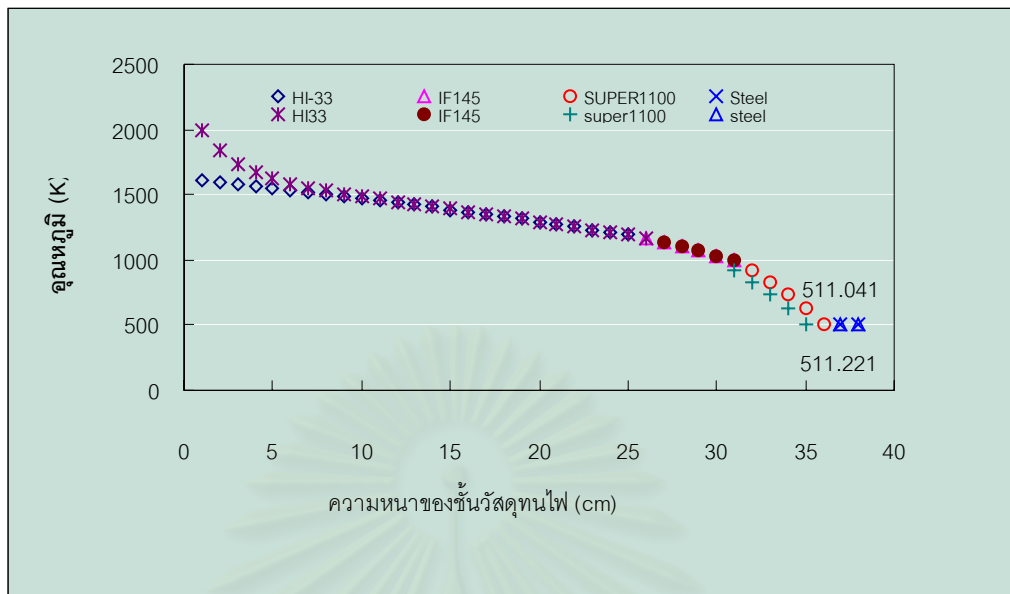
4.1.2 กรณีอุณหภูมิภายในเตาบางตำแหน่งไม่เท่ากัน

ในสภาวะความเป็นจริงอุณหภูมิบางตำแหน่ง ณ บริเวณผนังเตาจะมีอุณหภูมิไม่เท่ากับตำแหน่งอื่นอาจเนื่องมาจากที่ ณ ตำแหน่งนั้นอยู่ใกล้กับบริเวณหัวเผา ซึ่งมีอุณหภูมิสูงกว่าตำแหน่งอื่น ดังนั้นในกรณีนี้จะทำการจำลองสภาวะโดยกำหนดให้บริเวณผิวผนังภายในเตาด้านล่างซ้ายมีอุณหภูมิสูงกว่าบริเวณอื่นดังรูปที่ 4.3 โดยมีอุณหภูมิที่ 2000 K

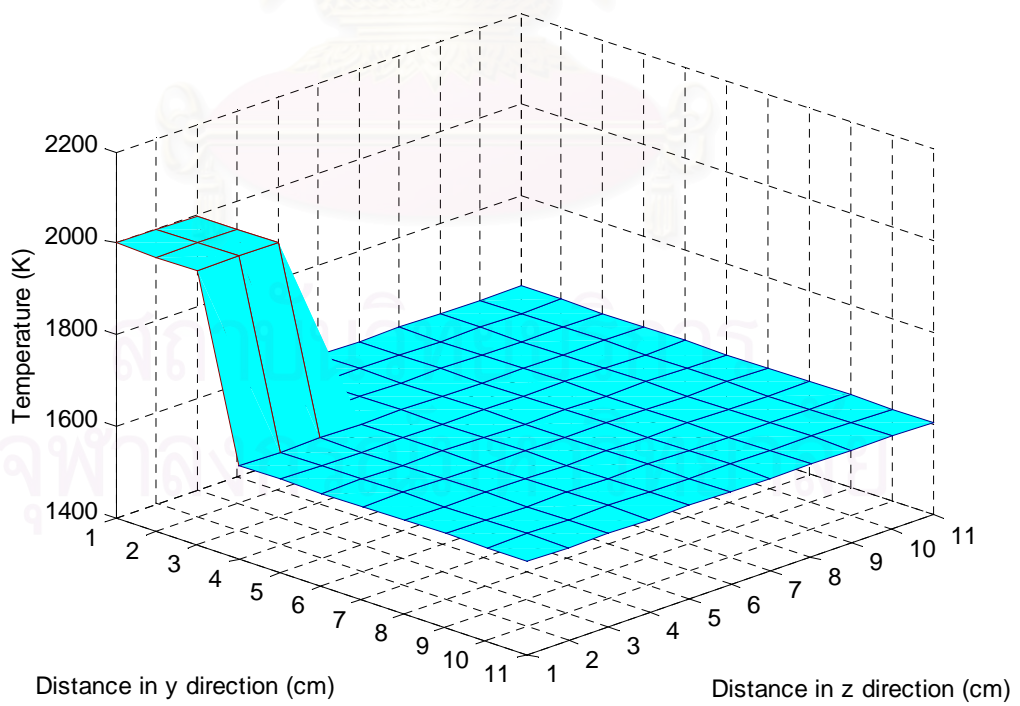


รูปที่ 4.3 แสดงตำแหน่งที่บริเวณผนังเตาด้านในที่มีอุณหภูมิสูงกว่าบริเวณอื่น

สถาบันนวัตกรรมการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



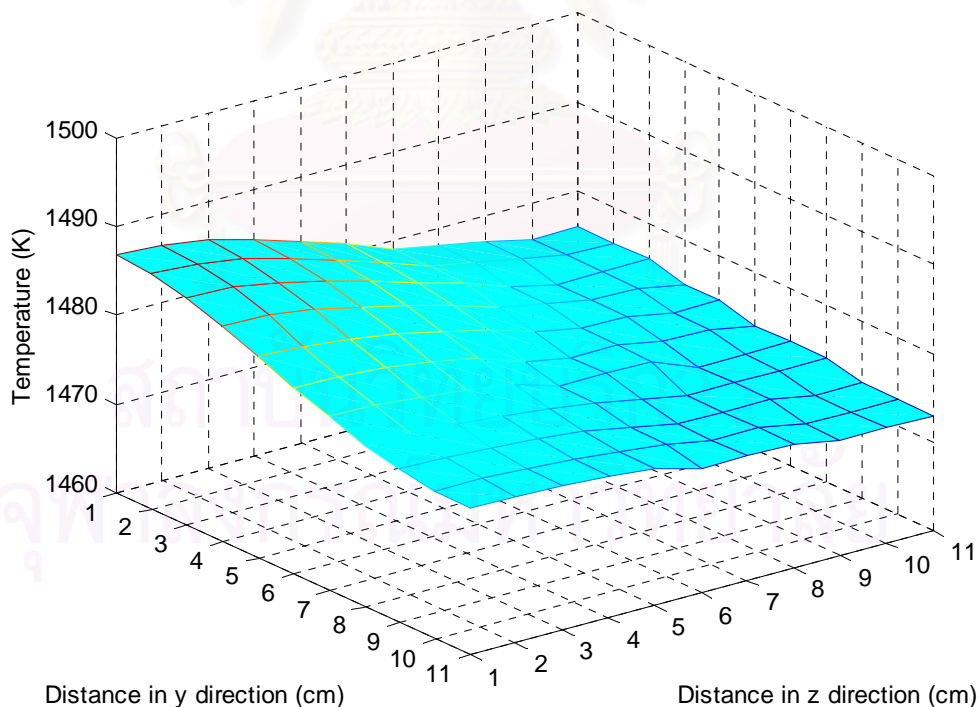
รูปที่ 4.4 ผลจากการจำลองสถานะเมื่ออุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันที่ตำแหน่ง $y=8$ และ $z=8$ เปรียบเทียบกับตำแหน่ง $y=2$ และ $z=2$



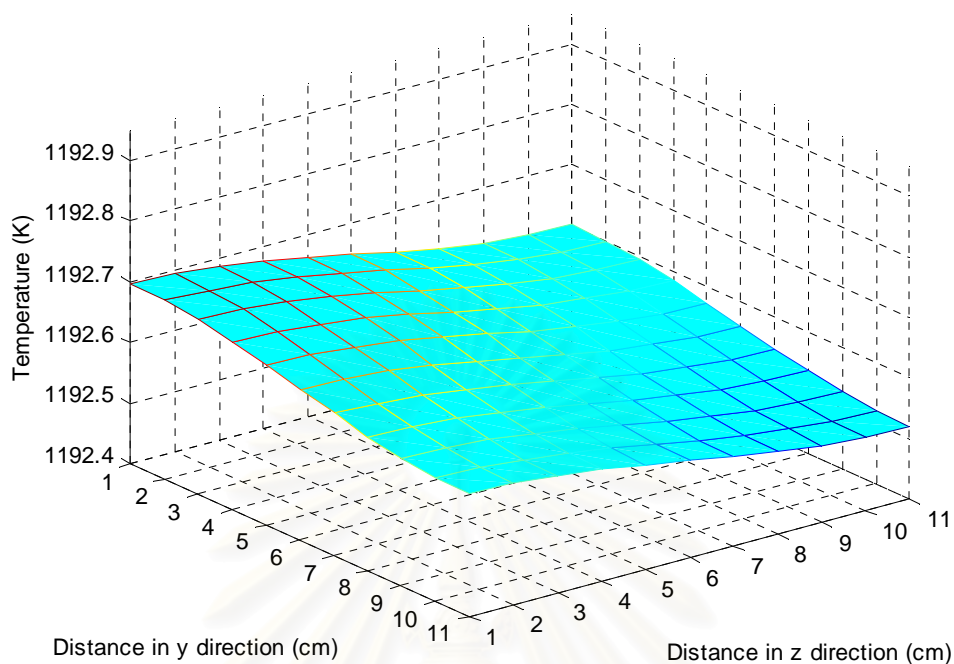
รูปที่ 4.5 แสดงกรณีอุณหภูมิผนังเตาด้านในไม่เท่ากันที่ระนาบ y-z

ผลจากการถ่ายเทความร้อนเมื่ออุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันแสดงดังรูปที่ 4.4 และ 4.5 เป็นเปรียบเทียบระหว่างตำแหน่งที่อุณหภูมิที่ผนังเตาด้านในสูงกว่าบริเวณอื่น พบว่าบริเวณชั้นวัสดุทนไฟที่ใกล้กับบริเวณที่อุณหภูมิสูงจะมีอุณหภูมิสูงกว่าบริเวณอื่นเป็นผลให้อุณหภูมิ ผนังระนาบนั้นไม่เท่ากันตามรูปที่ 4.6 แต่เมื่อระยะห่างออกไปพบว่าความแตกต่างของอุณหภูมิจะลดลงโดยความร้อนจะกระจายไปทั่วทั้งระนาบนั้นตามรูปที่ 4.6-4.8 แสดงการกระจายความร้อนที่ระนาบต่างๆในแต่ละชนิดของวัสดุทนไฟ และที่ผิวผนังจะมีความแตกต่างของอุณหภูมิน้อยมากแต่จะมีอุณหภูมิสูงชันกว่ากรณีแรกอันเป็นผลจากอุณหภูมิภายในสูงชัน

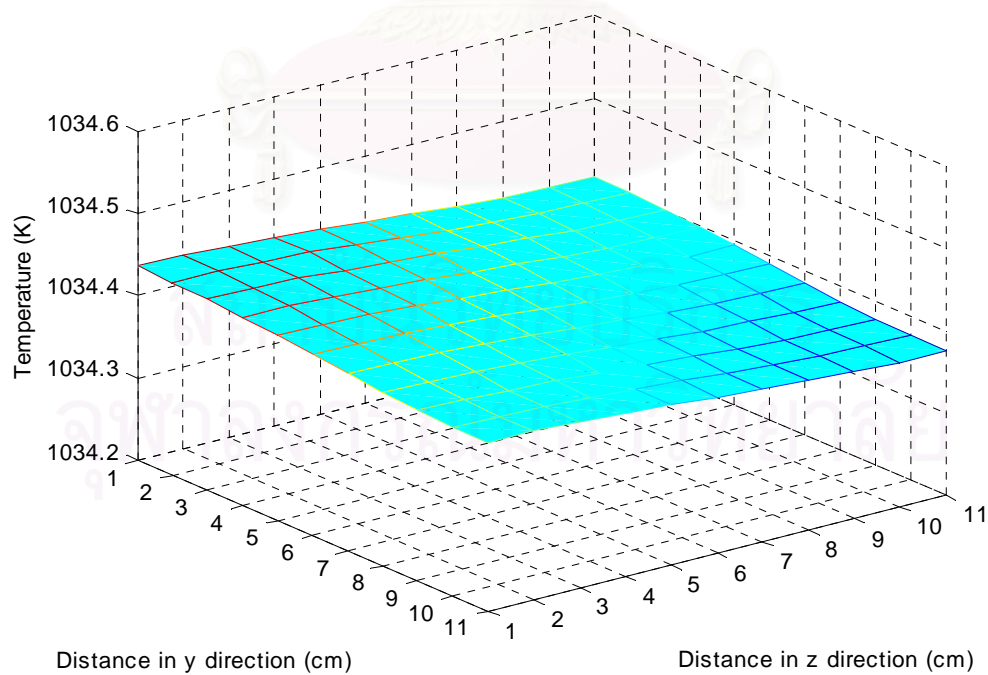
ผลจากการจำลองสภาวะแสดงให้เห็นว่า การกระจายตัวของความร้อนจะพยายามกระจายไปทุกทิศทางเพื่อให้บริเวณนั้นมีอุณหภูมิลดลงให้เท่ากันทั้งระนาบหากพิจารณาให้ระนาบ Y - Z มีขนาดใหญ่ขึ้นก็จะสามารถแสดงให้เห็นถึงการกระจายของอุณหภูมิของอุณหภูมิผนังได้ดียิ่งขึ้น แต่จะใช้เวลานานในการคำนวณมากขึ้นจนติดปัญหาเรื่องความสามารถของคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณ และจากการจำลองสภาวะยังคงพบว่าพจน์การแผ่รังสีจะส่งผลต่อเสถียรภาพในการประมวลผลเหมือนกับกรณีที่ 1 ตามที่ได้วิเคราะห์ไว้



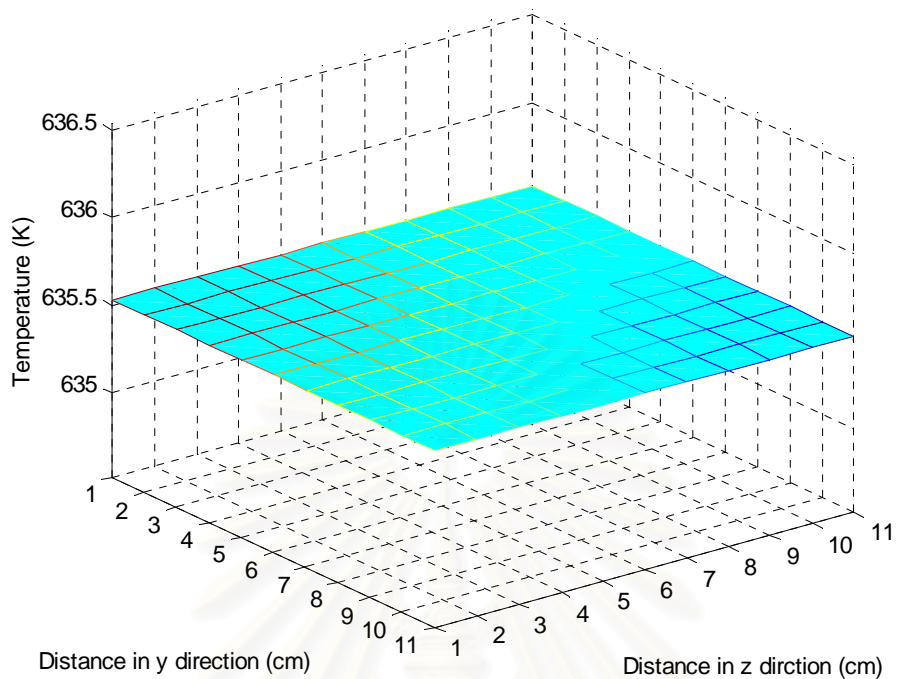
รูปที่ 4.6 แสดงกรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันที่ระนาบ y-z ที่ความหนาวัสดุ 5 cm ในชั้นวัสดุทนไฟที่ 1



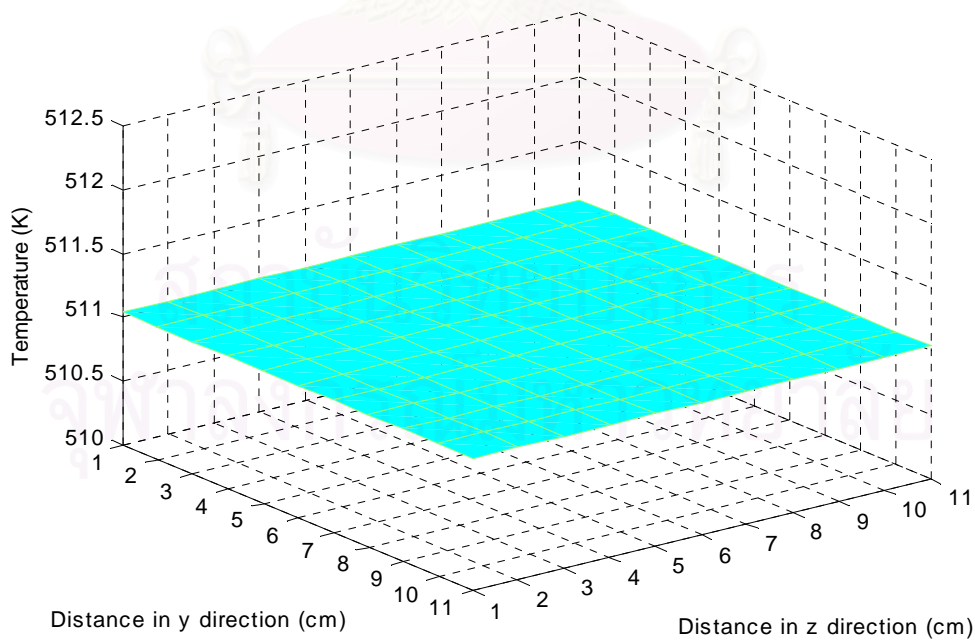
รูปที่ 4.7 แสดงอุณหภูมิกรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันที่ระนาบ y-z ที่ความหนาอิสระ 25 cm ในชั้นวัสดุทนไฟที่ 1



รูปที่ 4.8 แสดงอุณหภูมิกรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันที่ระนาบ y-z ที่ความหนาอิสระ 30 cm ในชั้นวัสดุทนไฟที่ 2



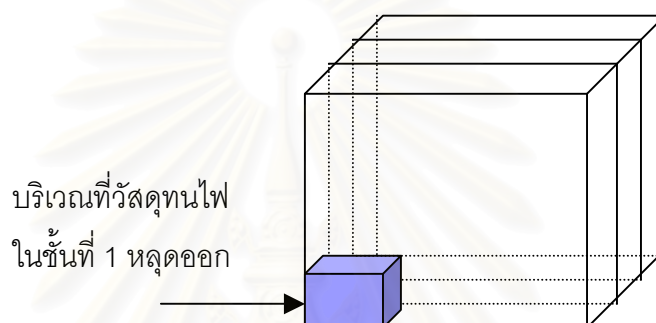
รูปที่ 4.9 แสดงอุณหภูมิกรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$ ที่ความหนาอิสระ 35 cm ในชั้นวัสดุทนไฟที่ 3



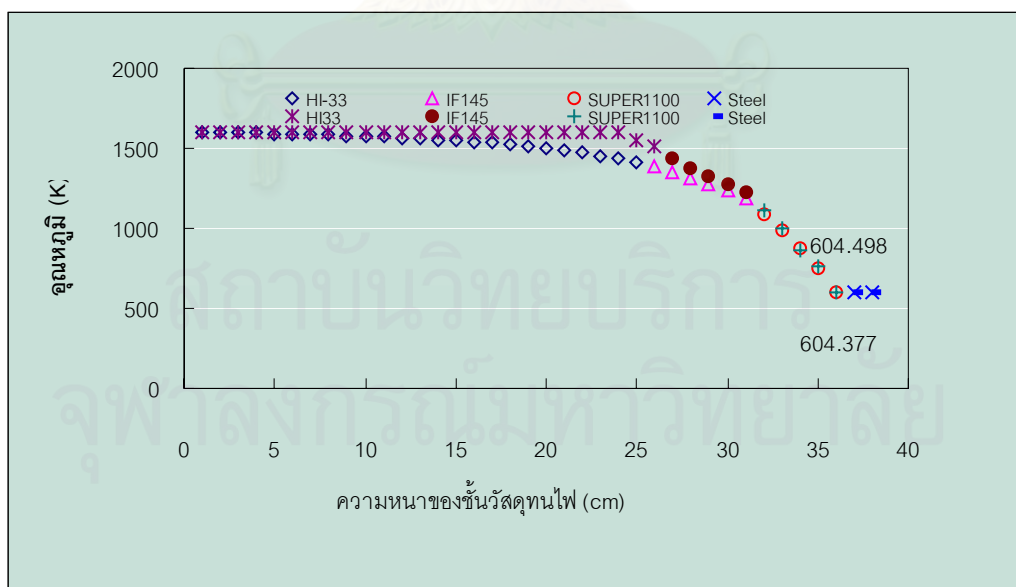
รูปที่ 4.10 แสดงอุณหภูมิกรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันที่ระนาบ $y-z$ ที่ผิวผนังเหล็กด้านนอก

4.1.3 กรณีความหนาของผนังไม่เท่ากัน

ในบางครั้งความหนาของวัสดุทนไฟภายในเตาอาจไม่เท่ากันอันเกิดจากอิฐทนไฟบางก้อนหลุดออกมาหรือเกิดการขัดสีที่ผิวผนังทำให้ผนังบางลงทำให้ความร้อนสามารถที่จะเข้าไปด้านในของวัสดุทนไฟที่หลุดออกได้มากขึ้น ดังนั้นในกรณีนี้จะทำการจำลองสภาวะโดยสมมติให้มีบางบริเวณมีวัสดุทนไฟหลุดออกจนถึงวัสดุทนไฟชั้นที่ 2 ทำให้ความร้อนสามารถเข้าไปถึงบริเวณชั้นในได้ ดังรูปที่ 4.11

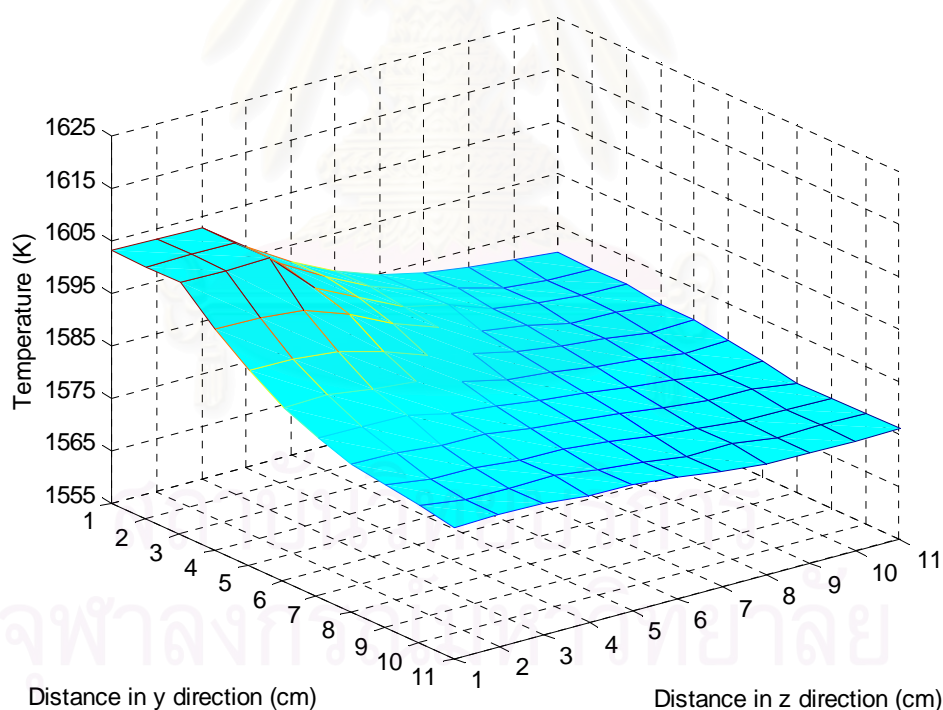


รูปที่ 4.11 แสดงบริเวณที่วัสดุทนไฟชั้นที่ 1 หลุดออกเป็นผลให้ความร้อนสามารถเข้าสู่ด้านใน

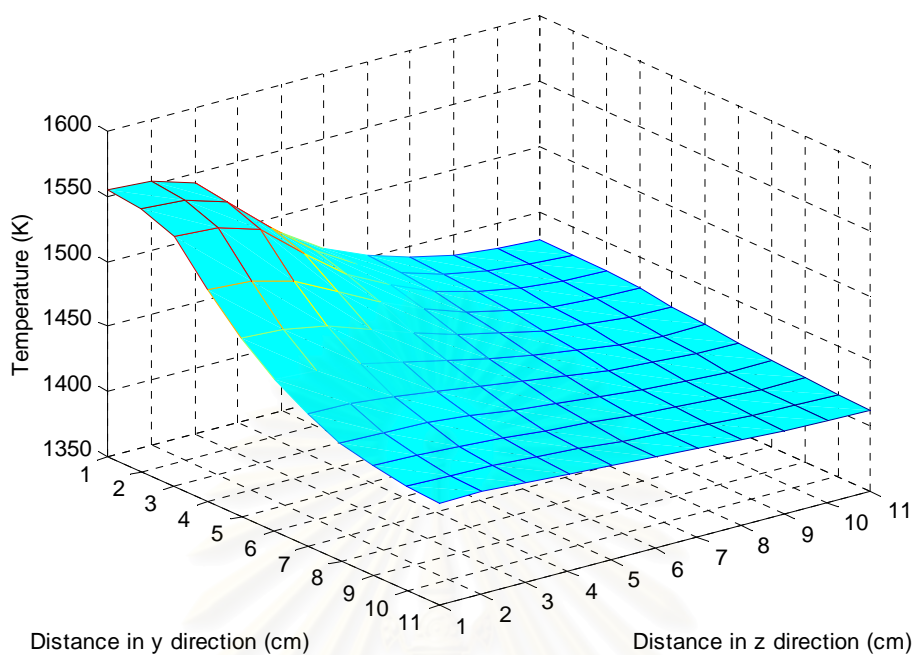


รูปที่ 4.12 ผลการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟกรณีความหนาของผนังไม่เท่ากันเปรียบเทียบระหว่าง ตำแหน่ง $y=2$ และ $z=2$ กับ ตำแหน่ง $y=10$ และ $z=10$

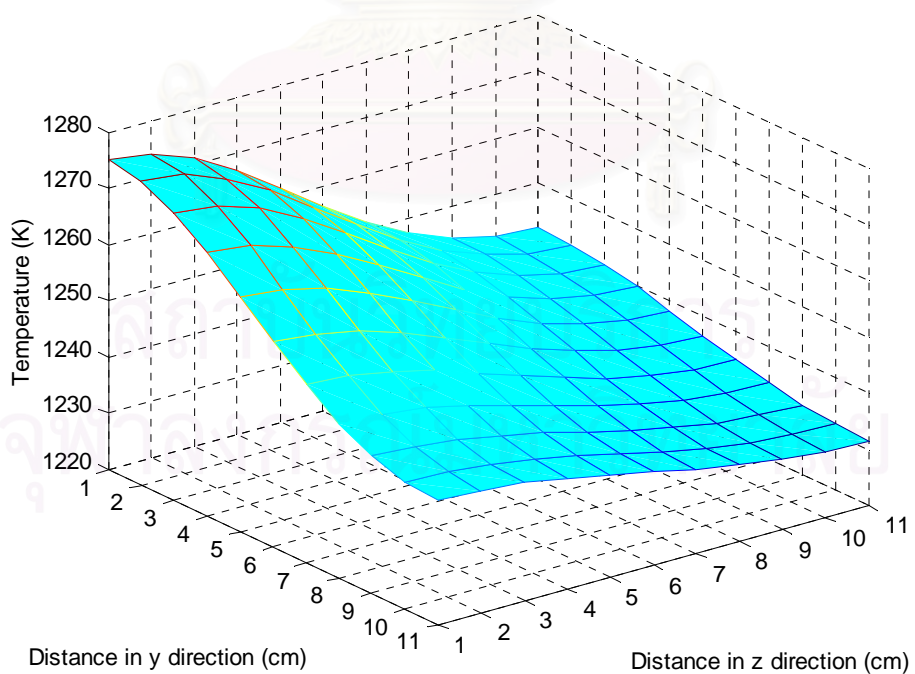
การจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนเมื่อความหนาของผนังไม่เท่ากัน ในกรณีนี้ ความร้อนจะเข้าถึงบริเวณชั้นในที่เป็นช่องว่างโดยตรงจึงส่งผลให้อุณหภูมิรอบบริเวณวัสดุทนไฟที่มีการลึกร้อนหรือหลุดออกมีอุณหภูมิสูงกว่าบริเวณอื่นมากและลดลงเมื่อห่างออกไป เมื่อเปรียบเทียบกับตำแหน่งอื่นที่ไม่มีการหลุดออกของวัสดุทนไฟ ดังแสดงในรูปที่ 4.12 จากรูปที่ 4.13 พบว่าการกระจายของความร้อนภายในชั้นวัสดุทนไฟจะคล้ายกับในกรณีที่ 2 โดยเฉพาะ บริเวณโดยรอบช่องว่างที่วัสดุทนไฟหลุดออกจะมีอุณหภูมิจะสูงขึ้นมากกว่า และส่งผ่านไปยังวัสดุทนไฟชั้นถัดไปทำให้อุณหภูมิในชั้นนั้นสูงขึ้นกว่ากรณีที่ 2 ดังแสดงในรูปที่ 4.13 เนื่องจากความร้อนได้ส่งผ่านเข้าไปถึงบริเวณชั้นในของวัสดุทนไฟโดยตรงและส่งผ่านมายังบริเวณผิวผนังเตาจึงทำให้ผิวผนังมีอุณหภูมิสูงขึ้นมากกว่ากรณีอื่น และจากการจำลองสภาวะยังคงพบว่าพจน์การแผ่รังสีจะส่งผลต่อเสถียรภาพในการประมวลผลเหมือนกับกรณีที่ 1 ตามที่ได้วิเคราะห์ไว้เช่นกัน



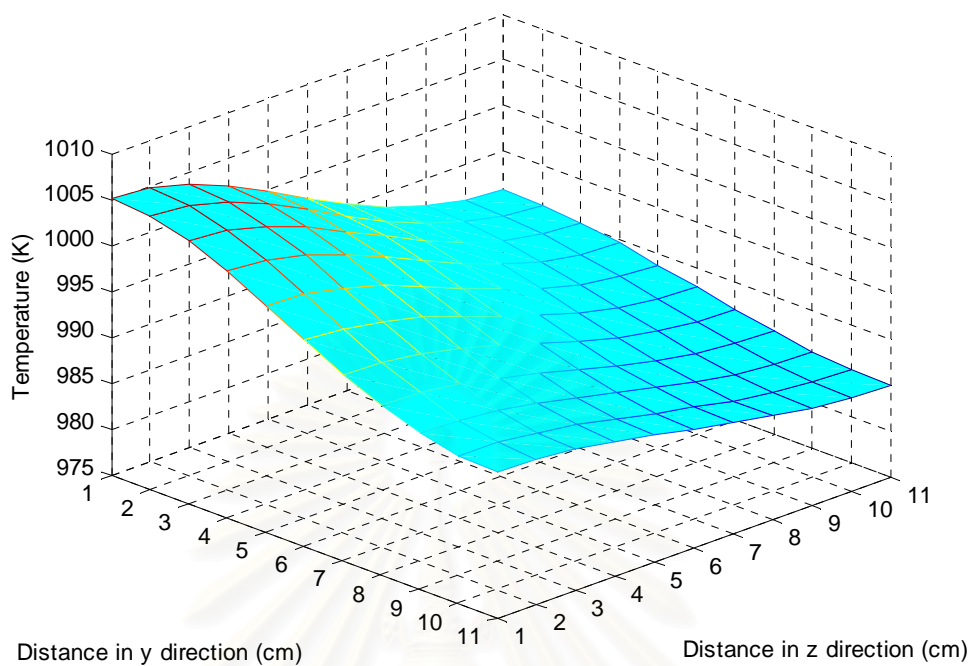
รูปที่ 4.13 แสดงอุณหภูมิกรณีความหนาของผนังไม่เท่ากันที่ระนาบ y-z ที่ความหนาอิฐ 10 cm ของวัสดุทนไฟชั้นที่ 1



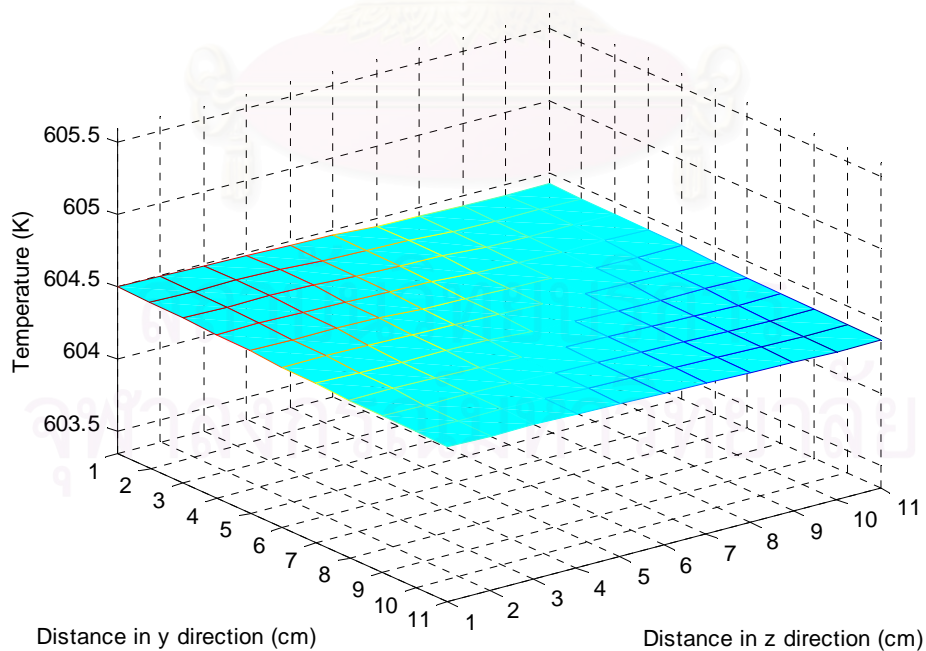
รูปที่ 4.14 แสดงอุณหภูมิกระจายความหนาของผนังไม่เท่ากันที่ระนาบ y-z ที่ความหนาวัสดุ 25 cm ของวัสดุทนไฟชั้นที่ 1



รูปที่ 4.15 แสดงอุณหภูมิกระจายความหนาของผนังไม่เท่ากันที่ระนาบ y-z ที่ความหนาวัสดุ 30 cm ของวัสดุทนไฟชั้นที่ 2



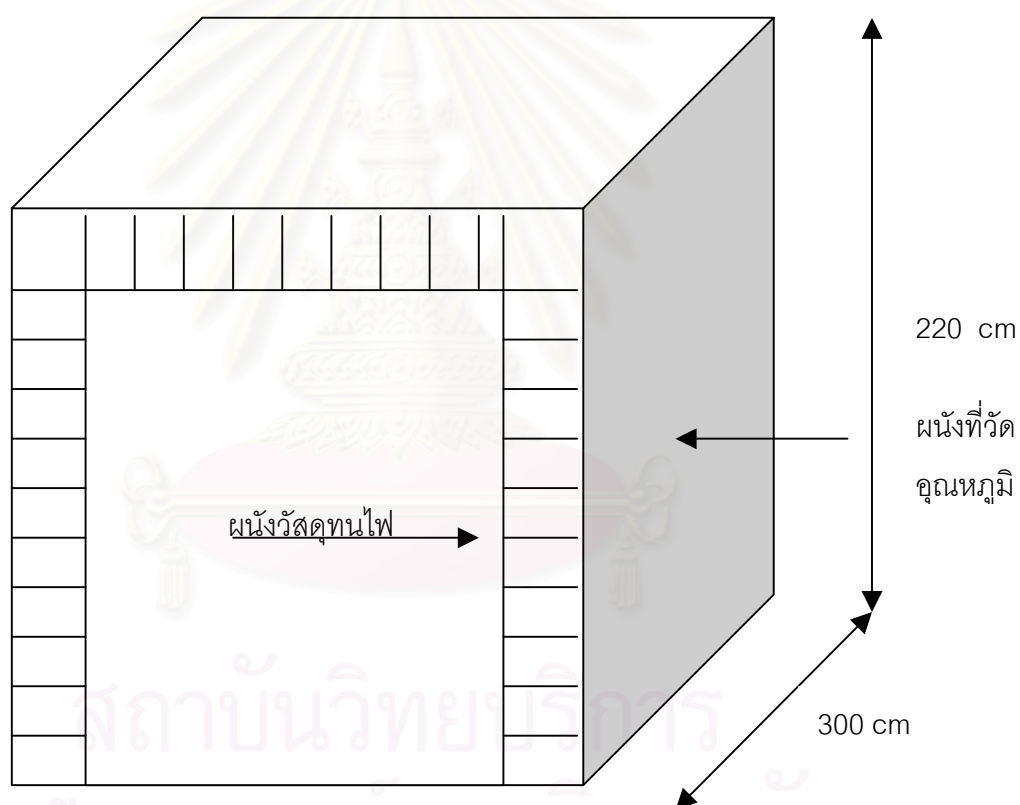
รูปที่ 4.16 แสดงอุณหภูมิกรณีความหนาของผนังไม่เท่ากันที่ระนาบ y-z ที่ความหนาอิฐ 35 cm ของวัสดุทนไฟชั้นที่ 3



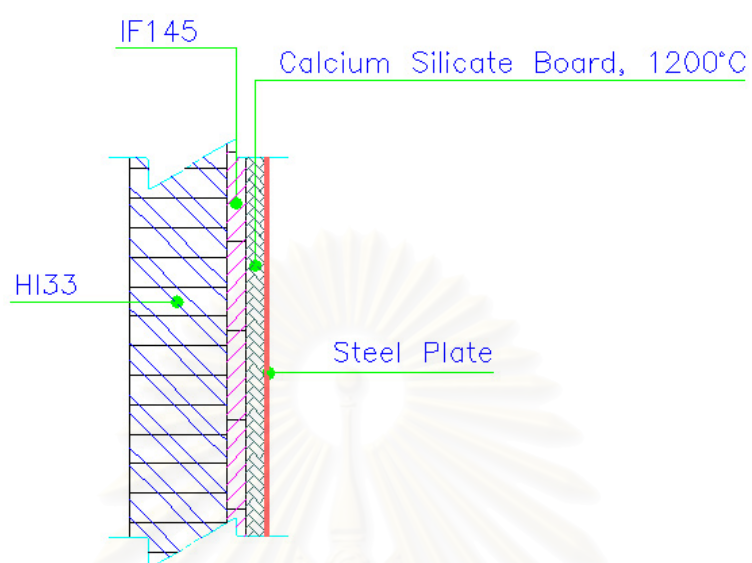
รูปที่ 4.17 แสดงอุณหภูมิกรณีความหนาของผนังเท่ากันที่ระนาบ y-z ที่ผิวผนังเหล็กด้านนอก

4.2 ผลการตรวจวัดอุณหภูมิของเตาเผาพิกัดฉาก

ลักษณะเตาที่ทำกรวัดอุณหภูมิเป็นเตาทรงสูงบาศก์ขนาด 200 X 220 X 300 cm ตามรูปที่ 4.18 โดยไว้ใช้เรียงแถววัสดุทนไฟประเภทสินค้า คิลน์ เฟอร์นิเจอร์ ที่อุณหภูมิ 1603K วัสดุทนไฟที่ใช้ในเตาแบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ HI 33 ความหนา 25 cm, IF 145 ความหนา 5 cm และ Super1100 ความหนา 5 cm โดยมีผนังเหล็กที่ความหนา 2 cm อยู่ภายนอก ตามรูปที่ 4.19

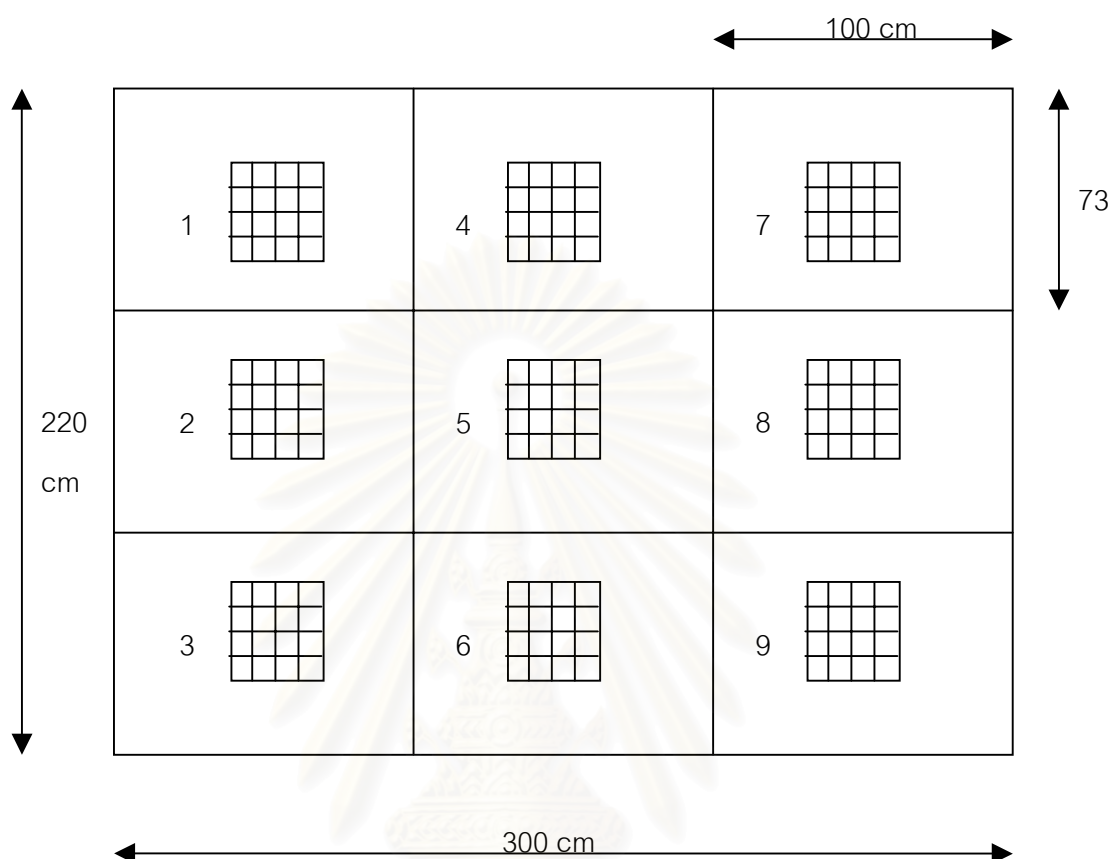


รูปที่ 4.18 แสดงลักษณะของเตาที่ใช้ตรวจวัดข้อมูล



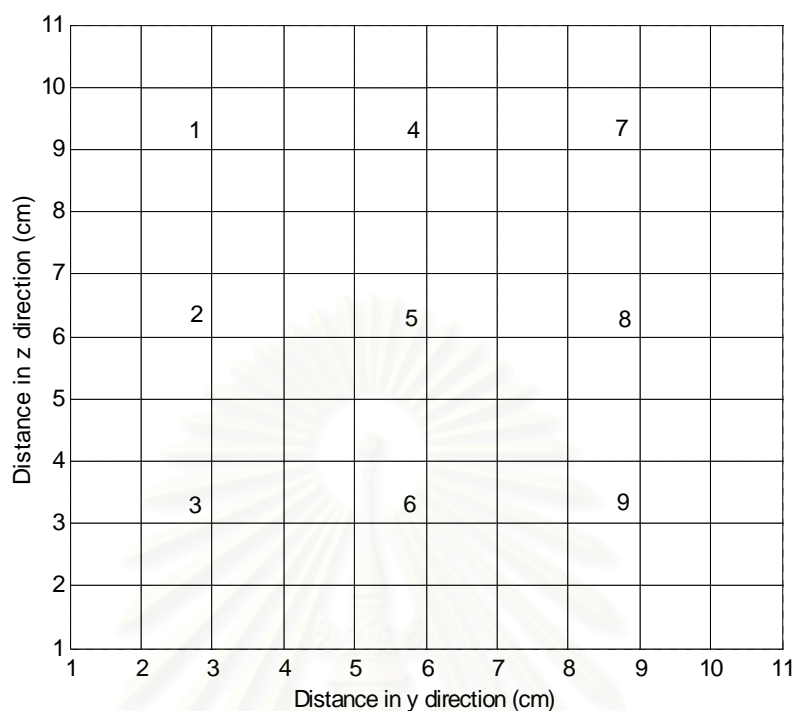
รูปที่ 4.19 แสดงผนังของชั้นวัสดุทนไฟที่ใช้ในการจำลองสภาวะ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.20 แสดงตำแหน่งที่วัดอุณหภูมิจากผนังเตา

จากการวัดอุณหภูมิผนังเตาตามรูปที่ 4.20 ได้แบ่งพื้นที่ของผนังเตาออกเป็น 9 ส่วนโดยในแต่ละส่วนได้ทำแบ่งการวัดอุณหภูมิออกเป็น 9 จุดดังแสดงในรูปที่ 4.21 โดยอุณหภูมิในแต่ละส่วนจะเป็นตัวแทนของอุณหภูมิ ณ บริเวณนั้น ทั้งนี้เนื่องจากติดปัญหาโครงสร้างของเตาที่ไม่สามารถวัดอุณหภูมิได้ต่อเนื่องทุกจุดและความสามารถของคอมพิวเตอร์ที่ไม่สามารถคำนวณเมตริกขนาดใหญ่มากได้



รูปที่ 4.21 แสดงตำแหน่งที่วัดอุณหภูมิในแต่ละส่วนของผนังเตาตามรูปที่ 4.20

ตารางที่ 4.2 แสดงผลการวัดอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆที่ผนังเตาด้านนอก

ส่วนที่ ตำแหน่ง	อุณหภูมิที่ผนังเตา (K)									ค่าเฉลี่ยอุณหภูมิ (K)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	408	409	413	410	408	411	409	409	413	410
2	410	413	416	412	417	412	410	407	411	412
3	421	425	417	416	421	413	417	417	418	418
4	408	412	409	410	409	407	410	411	409	409
5	411	413	409	412	410	410	416	411	411	411
6	420	422	421	417	419	419	420	418	416	419
7	407	407	406	410	411	415	412	414	413	411
8	411	413	416	415	414	415	417	415	414	414
9	419	417	418	423	415	417	419	417	417	418

4.3 การเปรียบเทียบผลการคำนวณและข้อมูลจากการวัดในระบบพิกัดฉาก

ตารางที่ 4.3 แสดงผลการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวัดและการคำนวณในพิกัดฉาก

ตำแหน่ง	อุณหภูมิที่ผนังเตา (K)		ความแตกต่าง (%)
	จากการวัด	จากการคำนวณ	
1	408	462.25	11.74
2	409	462.25	11.52
3	413	462.25	10.65
4	410	462.25	11.30
5	408	462.25	11.74
6	411	462.25	11.09
7	409	462.25	11.52
8	409	462.25	11.52
9	413	462.25	10.65

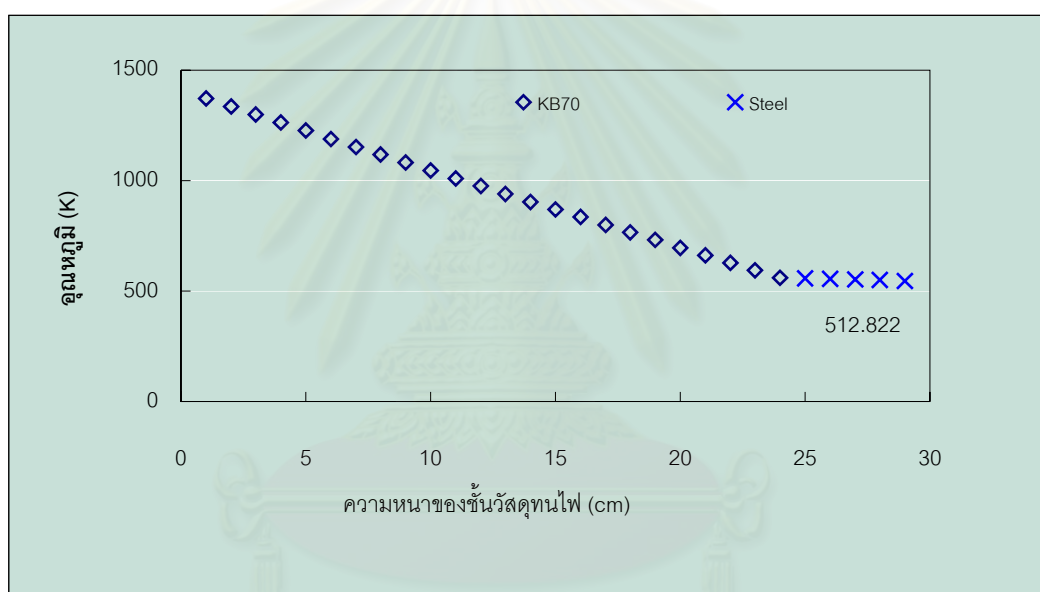
*ข้อมูลในตารางที่ 4.1 เป็นข้อมูลการวัดอุณหภูมิส่วนที่ 1 ตามรูปที่ 4.21

ผลจากการจำลองสภาวะเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการวัดอุณหภูมิตามตารางที่ 4.3 แสดงให้เห็นว่าอุณหภูมิผนังที่ได้จากการคำนวณมีค่าสูงกว่าอุณหภูมิที่ได้จากการวัดที่ผิวผนังเตา ทั้งนี้เนื่องจากในแบบจำลองกำหนดให้ที่ผิวสัมผัสระหว่างชั้นของวัสดุทนไฟมีการถ่ายเทความร้อนในทิศทาง x ทิศทางเดียวและไม่มีช่องว่างระหว่างรอยต่อของวัสดุทนไฟทั้งสองชนิด ในสภาวะความเป็นจริงนั้นจะมีช่องว่างเกิดขึ้นระหว่างชั้นอันเนื่องจากการจัดเรียงของวัสดุทนไฟในแต่ละชั้น อันเป็นผลให้มีค่าการต้านทานการถ่ายเทความร้อน ณ บริเวณนั้นเกิดขึ้น และส่งผลให้อุณหภูมิบริเวณรอยต่อลดลงอย่างรวดเร็วในแต่ละชั้นจึงทำให้อุณหภูมิที่วัดได้ที่ผิวผนังเตาแตกต่างจากการจำลองสภาวะ อย่างไรก็ตามหากพบว่าอุณหภูมิที่ได้จากการวัดสูงกว่าจากการคำนวณก็จะแสดงให้เห็นว่ามีปัญหาเกิดขึ้นกับผนังเตานั้น

4.4 ผลการจำลองสภาวะในระบบพิกัดทรงกระบอก

การจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านชั้นผนังวัสดุทนไฟในระนาบ 2 มิติของระบบพิกัดทรงกระบอกตามสมการทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น โดยใช้ค่าความแตกต่างของอุณหภูมิระหว่างรอบการคำนวณก่อนหน้ากับรอบปัจจุบันที่ 0.001 ณ จุดที่พิจารณา ในการวิจัยนี้ทำการจำลองสภาวะของหม้อเผาปูนซีเมนต์โดยกำหนดให้ความร้อนถ่ายเทผ่านชั้นวัสดุทนไฟ 1 ชั้น คือ KB70 ความหนา 23 cm โดยมีเปลือกหม้อเหล็กที่ความหนา 5 cm อยู่ภายนอก กำหนดให้อุณหภูมิภายในเตาเผาที่ 1373 K และอุณหภูมิอากาศภายนอกที่ 310 K

4.4.1 กรณีอุณหภูมิภายในเตาตั้งที่



รูปที่ 4.22 ผลการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟในพิกัดทรงกระบอกเมื่ออุณหภูมิภายในเตาตั้งที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $30 \text{ W/m}^2\text{K}$

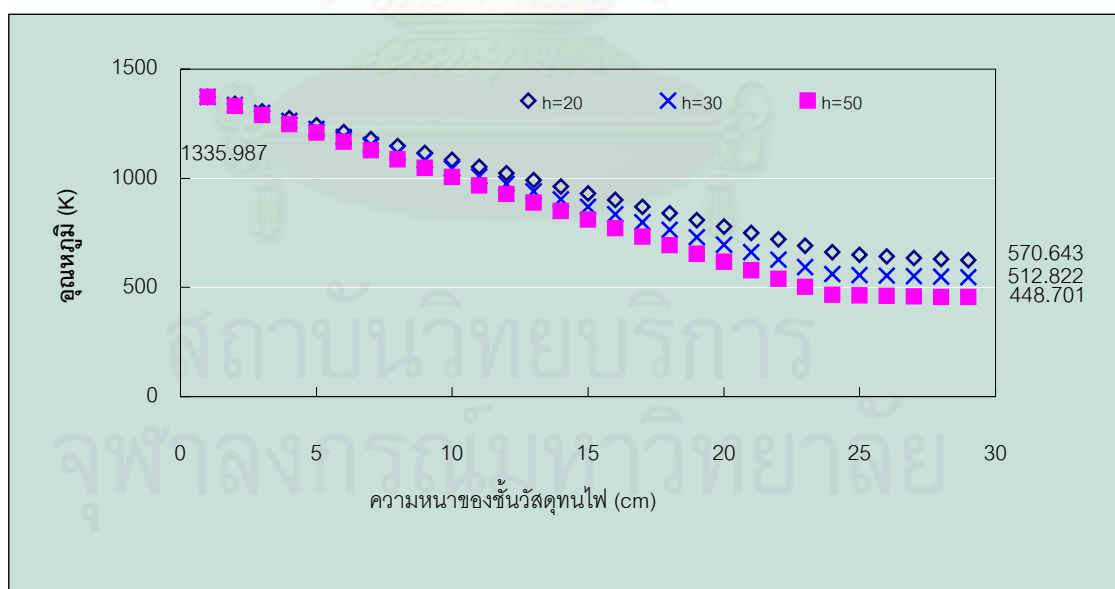
การถ่ายเทความร้อนโดยการนำความร้อนในชั้นวัสดุทนไฟตามรูปที่ 4.22 พบว่าในชั้นวัสดุทนไฟ KB70 อุณหภูมิจะลดลงอย่างรวดเร็วและค่อนข้างคงที่ที่บริเวณเปลือกหม้อซึ่งเป็นการลดลงทั่วทั้งระนาบเนื่องจากกำหนดให้ที่ขอบเขตด้านข้างตามแนวแกน Z มีอัตราการนำความร้อนคงที่ การลดลงของอุณหภูมินั้นสัมพันธ์กับค่าการนำความร้อนของวัสดุทนไฟชนิดนั้นๆ และค่าการนำความร้อนจะแปรผันตามอุณหภูมิในแต่ละตำแหน่งภายในวัสดุทนไฟ

บริเวณผิวเปลือกหม้อเป็นการถ่ายเทความร้อนออกสู่ภายนอกโดยอาศัยการพาความร้อนและการแผ่รังสี การพาความร้อนที่ใช้ในการจำลองสภาวะกำหนดให้มีค่าสัมประสิทธิ์

การพาความร้อน $30 \text{ W/m}^2\text{K}$ เนื่องจากเตาปูนซีเมนต์โดยทั่วไปจะตั้งอยู่นอกอาคารซึ่งมีอัตรา
การไหลของอากาศสูงกว่าภายในอาคาร ดังนั้นในการวิจัยนี้สำหรับเตาเผาทรงกระบอกจะใช้ค่า
สัมประสิทธิ์การพาความร้อนสูงสำหรับการพาตามธรรมชาติในการจำลองสถานะ จากสมการทาง
คณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นพบว่าที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนต่ำ การพาความร้อนจะมีผลต่อ
ระบบสมการที่พัฒนาขึ้นในช่วงที่อุณหภูมิไม่สูงมาก ดังแสดงในตารางที่ 4.4 และรูปที่ 4.23 แต่เมื่อ
อุณหภูมิสูงขึ้นการแผ่รังสีจะส่งผลกระทบต่อระบบสมการมากขึ้น เนื่องจากสมการการแผ่รังสีเป็นสมการ
ที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง จึงส่งผลกระทบต่อระบบสมการถึงแม้ว่าอุณหภูมิจะเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยก็ตาม

ตารางที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบผลการเปลี่ยนแปลงของค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน

ค่าสัมประสิทธิ์ การพาความร้อน ($\text{W/m}^2\text{K}$)	อุณหภูมิที่ผนังเตา (K)	Q การนำความร้อน (W/m^2)	Q การพาความร้อน (W/m^2)	Q การแผ่รังสี (W/m^2)
20	570.64	6402.25	5212.84	1202.45
30	512.82	6863.62	6084.66	784.30
50	448.70	7375.27	6935.05	459.66



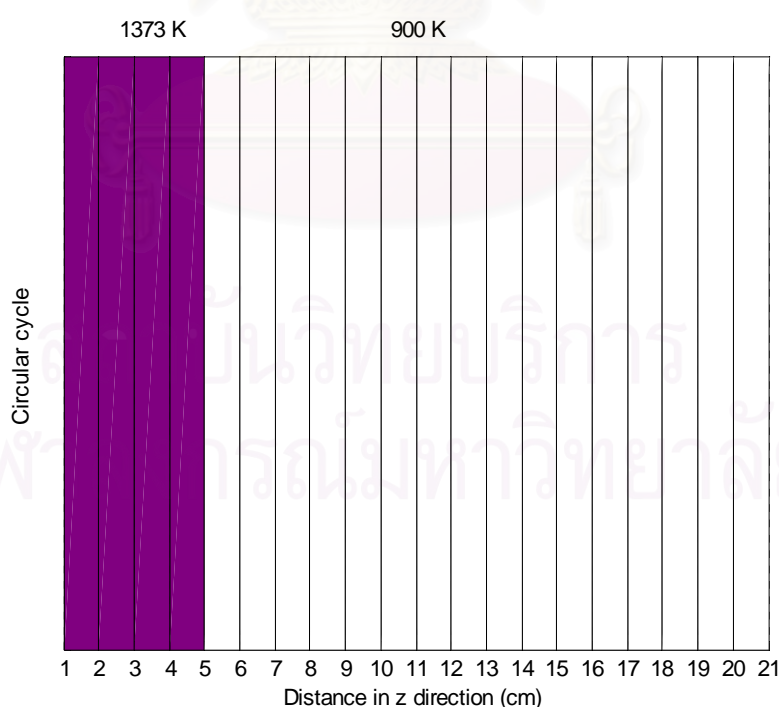
รูปที่ 4.23 แสดงการเปรียบเทียบผลการจำลองสถานะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟ
เมื่ออุณหภูมิภายในเตาคงที่ ที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนต่างๆ

จากผลการจำลองสถานะที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $30 \text{ W/m}^2\text{K}$ อุณหภูมิ
ที่ผิวผนังเตาเท่ากับ 512.822 K ดังนั้นอัตราการสูญเสียความร้อนจากการนำความร้อนเท่ากับ

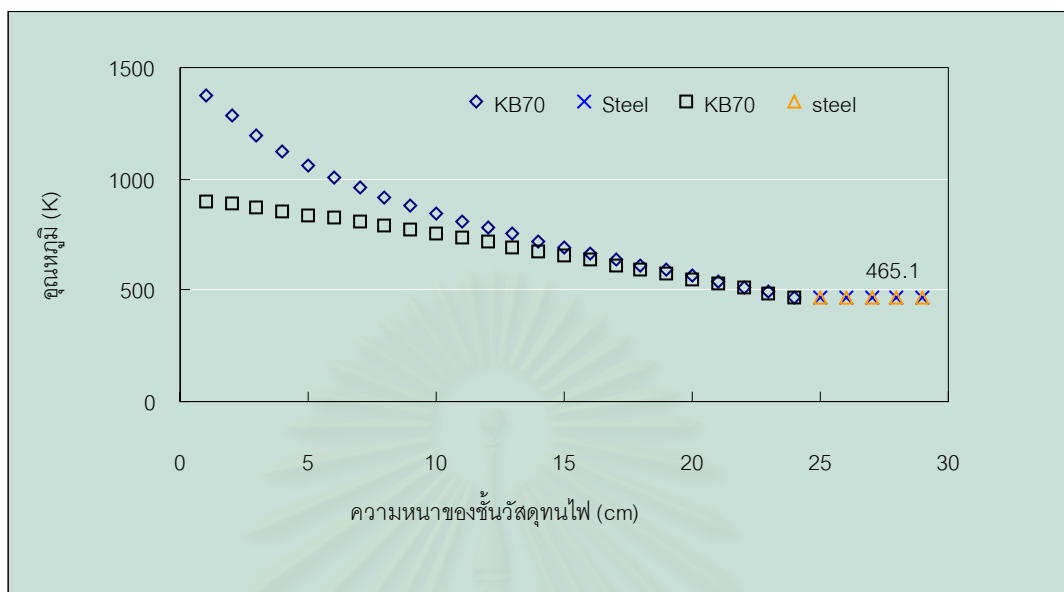
6863.62 W/m² จากการพาความร้อนเท่ากับ 6084.66 W/m² และจากการแผ่รังสีเท่ากับ 784.29 W/m² ผลรวมของการสูญเสียความร้อนจากการพาความร้อนและการแผ่รังสีเท่ากับ 6868.95 W/m² อันแสดงให้เห็นว่าที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนสูงจะส่งผลให้พจน์ของการพาความร้อนมีอิทธิพลมากกว่าพจน์ของการแผ่รังสี จากการจำลองสภาวะยังคงพบปัญหาเรื่องความไม่เสถียรของระบบสมการอันเนื่องมาจากพจน์ของการแผ่รังสีเหมือนในระบบพิกัดฉาก แต่จะพบปัญหาน้อยลงเมื่อค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนมีค่าสูงขึ้น อันแสดงว่าการพาความร้อนมีอิทธิพลต่อการถ่ายเทความร้อนมากกว่าการแผ่รังสี พิจารณาสมการการพาความร้อน ที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนสูงจะส่งผลให้มีการถ่ายเทความร้อนที่เปลือกหุ้มท่อได้ดีขึ้น ทำให้อุณหภูมิที่เปลือกหุ้มท่อลดลงจึงทำให้อิทธิพลของสมการการแผ่รังสีลดลงด้วย ขณะเดียวกันสมการการพาความร้อนซึ่งเป็นสมการเส้นตรงมีอิทธิพลมากขึ้นจึงทำให้ระบบสมการที่พัฒนามีความเสถียรขึ้น

4.4.2 กรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากัน

เนื่องจากในเตาเผาปูนซีเมนต์จะแบ่งการเผาออกเป็นช่วงๆ โดยในแต่ละช่วงจะมีอุณหภูมิการเผาที่ไม่เท่ากัน ดังนั้นในกรณีนี้จะทำการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนโดยกำหนดให้อุณหภูมิด้านในซ้ายมีอุณหภูมิสูงกว่าบริเวณอื่นตามรูปที่ 4.24



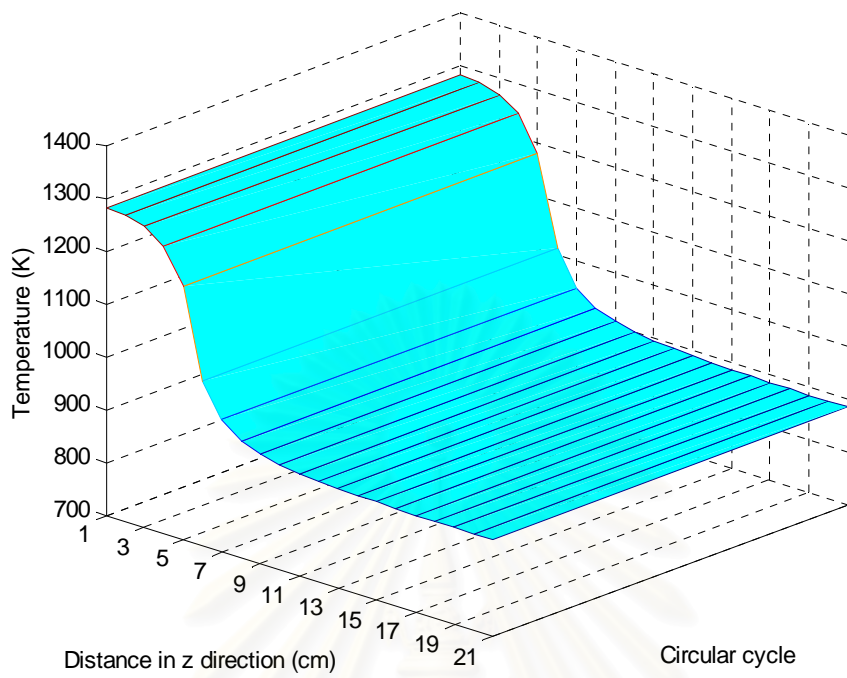
รูปที่ 4.24 แสดงตำแหน่งที่บริเวณผนังด้านในเตาที่มีอุณหภูมิสูงกว่าบริเวณอื่นรอบเส้นรอบวงของเตาเผาทรงกระบอก



รูปที่ 4.25 ผลการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟในพิกัดทรงกระบอก เมื่ออุณหภูมิภายในไม่เท่ากัน ที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $30 \text{ W/m}^2\text{K}$ ที่ $z = 2$ และ $z = 18$

ผลจากการถ่ายเทความร้อนเมื่ออุณหภูมิภายในเตาไม่เท่ากันแสดงดังรูปที่ 4.25 โดยทดลองจำลองสภาวะเมื่ออุณหภูมิภายในเตาบางช่วงสูงกว่าปกติ โดยผลการจำลองพบว่าในช่วงที่ใกล้กับผนังเตาอุณหภูมิทั้ง 2 จุด จะห่างกันมากเป็นผลให้อุณหภูมิ ณ ระนาบนั้นไม่เท่ากันตามรูปที่ 4.26 แต่เมื่อระยะห่างออกไปพบว่าความแตกต่างของอุณหภูมิจะลดลงโดยความร้อนจะกระจายไปทั่วทั้งระนาบนั้น และที่ผิวเปลือกหม้อจะมีความแตกต่างของอุณหภูมิน้อยมากเนื่องจากเหล็กสามารถนำความร้อนได้ดี

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

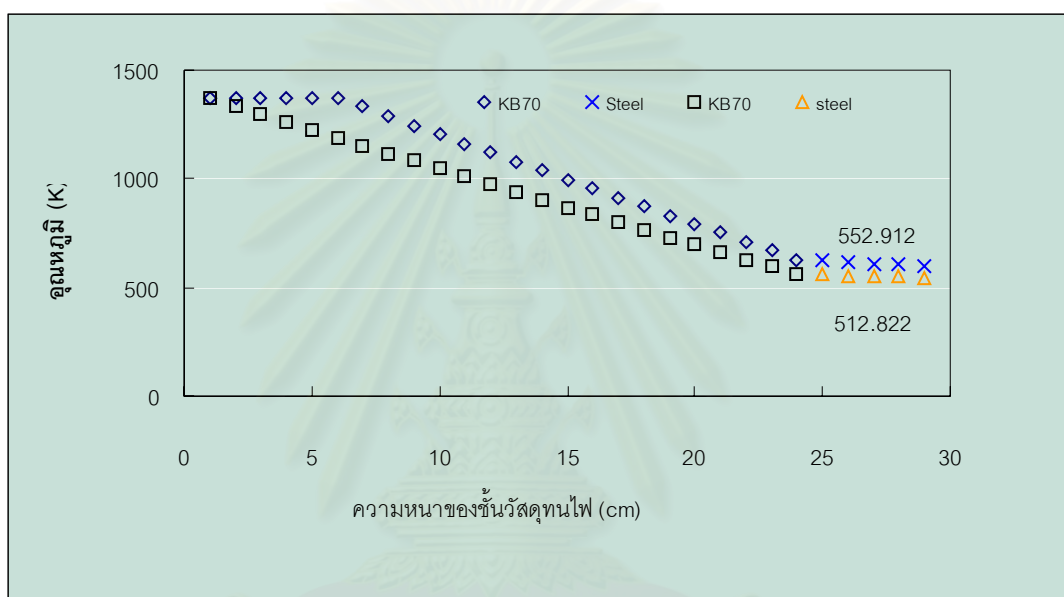


รูปที่ 4.26 แสดงอุณหภูมิกรณีอุณหภูมิผนังเตาไม่เท่ากันในพิกัดทรงกระบอกที่ $r = 22.3$ cm รอบเส้นรอบวง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.4.3 กรณีความหนาของผนังเตาลดลง

ในเตาเผาปูนซีเมนต์จะเกิดการขัดสีระหว่างเม็ดปูนซีเมนต์กับผนังวัสดุทนไฟ ดังนั้นเมื่อใช้งานเป็นระยะเวลานานจะทำให้ความหนาของวัสดุทนไฟลดลงอันเป็นผลให้ความร้อนสามารถถ่ายเทความร้อนออกสู่ภายนอกมากขึ้น ในกรณีนี้จะทำการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนโดยสมมติให้ความหนาของวัสดุทนไฟลดลงเปรียบเทียบกับกรณีความหนาของวัสดุทนไฟเริ่มต้นใช้งาน

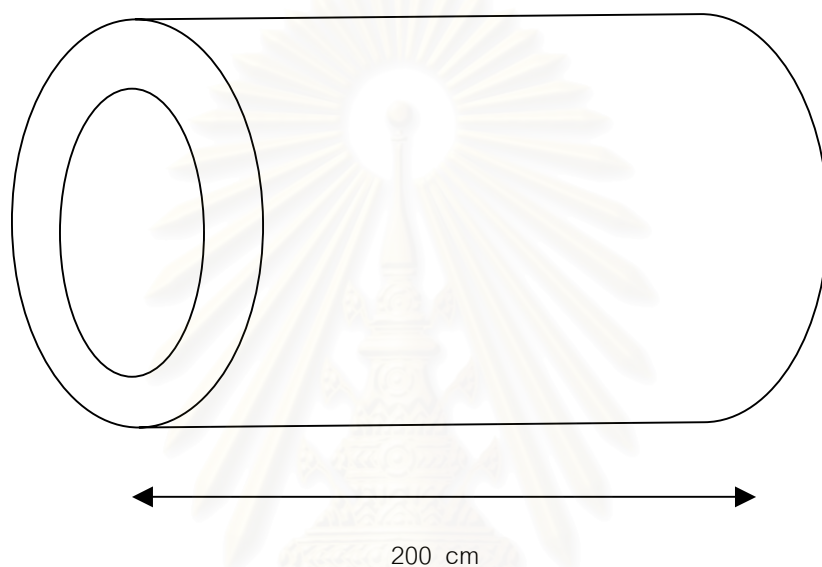


รูปที่ 4.27 ผลการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนผ่านผนังชั้นวัสดุทนไฟในพิกัดทรงกระบอก เมื่อความหนาวัสดุทนไฟลดลง 5 cm เปรียบเทียบกับความหนาวัสดุทนไฟเริ่มต้นใช้งานที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $30 \text{ W/m}^2\text{K}$

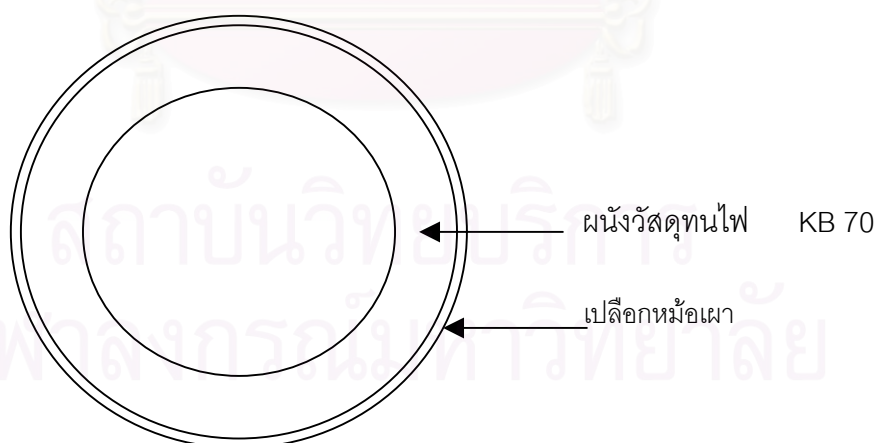
ผลจากการถ่ายเทความร้อนเมื่อความหนาของวัสดุทนไฟลดลง 5 cm อันเป็นการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนเมื่อสมมติว่าเกิดการขัดสีที่ผิวด้านในของวัสดุทนไฟทำให้ความหนาของวัสดุทนไฟลดลงแสดงดังรูปที่ 4.27 พบว่าจะทำให้อุณหภูมิที่ผิวเปลือกหม้อสูงขึ้นกว่ากรณีที่ความหนาเริ่มต้นใช้งาน จากผลการจำลองสภาวะดังกล่าวสามารถทำนายความหนาของวัสดุทนไฟที่เหลืออยู่ภายในหม้อเผาได้โดยสังเกตจากอุณหภูมิผิวเปลือกหม้อที่เพิ่มขึ้น

4.4 ผลการตรวจวัดอุณหภูมิของเตาเผาพิกัดทรงกระบอก

ลักษณะเตาที่ทำการวัดอุณหภูมิเป็นเตาทรงกระบอกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 500 cm ตามรูปที่ 4.28 โดยใช้เผาปูนซีเมนต์ ที่อุณหภูมิ 1373 K วัสดุทนไฟที่ใช้ใน คือ KB70 ความหนา 23 cm โดยมีผนังเหล็กที่ความหนา 5 cm อยู่ภายนอก ตามรูปที่ 4.29

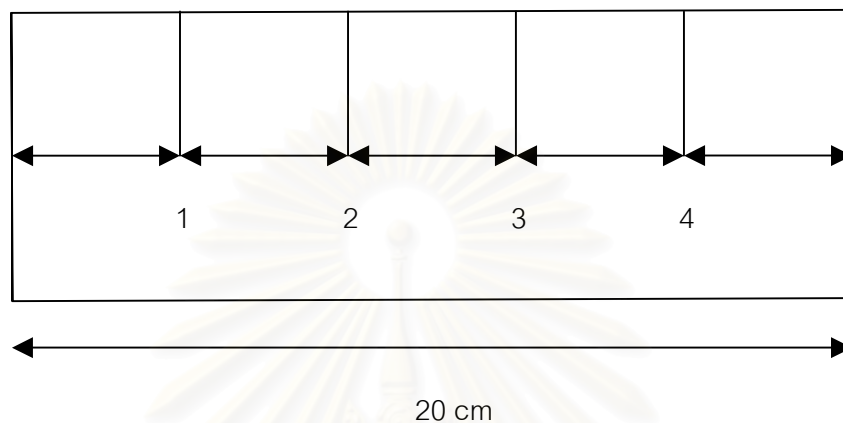


รูปที่ 4.28 แสดงลักษณะของเตาทรงกระบอก



รูปที่ 4.29 แสดงผนังของชั้นวัสดุทนไฟที่ใช้จำลองสภาวะ

จากการวัดอุณหภูมิที่ผิวเปลือกหม้อตามรูปที่ 4.30 จะทำการวัดอุณหภูมิที่ระยะห่างกัน 5 cm. โดยแบ่งเป็น 4 จุดตามแนวแกน ได้ผลตามตารางที่ 4.5



รูปที่ 4.30 แสดงตำแหน่งที่วัดอุณหภูมิ

ตารางที่ 4.5 แสดงผลที่ได้จากการวัดอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆที่ผิวเปลือกหม้อ

ครั้งที่	อุณหภูมิที่ผนังเตา (K)			
	ตำแหน่ง 1	ตำแหน่ง 2	ตำแหน่ง 3	ตำแหน่ง 4
1	477	468	470	456
2	478	465	473	478
3	478	472	476	466
4	476	469	475	468
5	479	468	478	465
ค่าเฉลี่ย K	478	468	474	467

4.6 การเปรียบเทียบผลการคำนวณและข้อมูลจากการวัดในระบบพิกัดทรงกระบอก

ตารางที่ 4.6 แสดงผลการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวัดและการคำนวณ. ในพิกัดทรงกระบอก

ตำแหน่ง	อุณหภูมิที่ผนังเตา (K)						
	จากการวัด		จากการคำนวณที่		ความแตกต่าง		
	h=20 W/m ² K	h=30 W/m ² K	h=50 W/m ² K	h=20 W/m ² K	h=30 W/m ² K	h=50 W/m ² K	
1	478	578.19	17.33	516.05	7.37	453.65	-5.37
2	468	578.19	19.06	516.05	9.31	453.65	-3.16
3	474	578.19	18.02	516.05	8.15	453.65	-4.49
4	467	578.19	19.23	516.05	9.51	453.65	-2.94

จากผลการจำลองดังกล่าวเมื่อเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการวัดตามตารางที่ 4.6 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่ใกล้เคียงอยู่ที่ประมาณ 50 W/m²K แต่เนื่องจากยังมีปัจจัยเรื่องการติดตั้งวัสดุทนไฟ การจับเกาะของปูนซีเมนต์บริเวณผิวหน้าวัสดุทนไฟ และช่องว่างที่อาจเกิดขึ้นระหว่างชั้นวัสดุทนไฟอันมีผลให้อุณหภูมิที่วัดได้ต่ำกว่าจากการคำนวณ ทั้งนี้เนื่องจากในแบบจำลองกำหนดให้ที่ผิวสัมผัสระหว่างชั้นของวัสดุทนไฟมีการถ่ายเทความร้อนในทิศทาง r ทิศทางเดียวและไม่มีช่องว่างระหว่างรอยต่อของวัสดุทนไฟกับเปลือกหม้อเผาจึงไม่สามารถสรุปได้อย่างแน่นอนว่าค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่ใช้เป็นค่าที่ถูกต้องแต่อย่างไรก็ตามผลที่ได้จากการจำลองสามารถแสดงแนวโน้มการถ่ายเทความร้อนได้

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย

5.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ เป็นการพัฒนาสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการถ่ายเทความร้อนในรูปแบบแผ่น ในระนาบ 3 มิติ และรูปแบบทรงกระบอกในระนาบ 2 มิติ โดยใช้โปรแกรม MATLAB ในการจำลองสภาวะ แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นได้ใช้หลักการและทฤษฎีของการนำความร้อน การพาความร้อน และการแผ่รังสี มาประยุกต์กับการใช้หลักปริมาตรควบคุม (Control volume approach) ในการประมาณค่าอุณหภูมิที่จุดต่างๆภายในวัสดุทึบไฟ ในแบบจำลองได้กำหนดให้ค่าการนำความร้อนแปรผันตามอุณหภูมิ และใช้วิธีการประมาณค่าของนิวตัน ซึ่งใช้หลักการทางเรขาคณิตของเส้นสัมผัสมาทำการประมาณค่าพจน์การแผ่รังสีและใช้วิธีห้วงมาช่วยในการประมวลผล

จากผลการศึกษานี้สามารถสรุปได้ดังนี้

1. ผลการวิจัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการถ่ายเทความร้อนที่พัฒนาขึ้นสามารถนำไปอธิบายการกระจายตัวของความร้อนภายในชั้นของวัสดุทึบไฟได้
2. สามารถนำแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นมาทำการออกแบบการจัดเรียงวัสดุทึบไฟในการนำไปใช้งานได้
3. จากแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นสามารถทำนายความหนาของชั้นวัสดุทึบไฟที่คงอยู่ได้โดยสังเกตได้จากผลของอุณหภูมิจากการจำลองสภาวะบริเวณผิวผนังเตาโดยเปรียบเทียบกับผลจากจำลองสภาวะที่ความหนาของวัสดุทึบไฟเริ่มต้นใช้งาน
4. สัมประสิทธิ์การพาความร้อนจะมีผลต่อการถ่ายเทความร้อนค่อนข้างมาก ที่สัมประสิทธิ์การพาความร้อนสูงจะช่วยให้ถ่ายเทความร้อนได้ดีทำให้อุณหภูมิที่ผิวลดลงและช่วยลดความไม่เสถียรของระบบสมการอันเนื่องมาจากพจน์การแผ่รังสี

4.2 ข้อเสนอแนะ

1. จากแบบจำลองที่พัฒนาขึ้น ยังไม่ได้คำนึงถึงผลของช่องว่างระหว่างรอยต่อของวัสดุทึบไฟในแต่ละชั้น ซึ่งช่องว่างนั้นจะมีความต้านทานการนำความร้อนอันทำให้อุณหภูมิลด

ต่ำลง ดังนั้นควรทำการศึกษาผลของความต้านทานนั้นเพื่อความแม่นยำของอุณหภูมิจากการ
จำลองสภาวะ

2. ควรศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนของอากาศต่อการถ่ายเท
ความร้อนบริเวณผนังเตาเนื่องจากมีผลมากต่อการถ่ายเทความร้อนและเพื่อความถูกต้องของผล
การจำลองสภาวะ



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

1. นกสิทธิ์ คุ้มพัฒนาชัย. การถ่ายเทความร้อน, พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ, ฟิสิกส์เซ็นเตอร์การพิมพ์
2. Suhas V. Patankar. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. International Edition. USA, Prentice-Hall, 1985
3. Frank Kreith and Mark S. Bohn. Principles of Heat Transfer. Sixth Edition. USA, BROOKS/COLE, 2001.
4. Laurene V. Fausett. Applied Numerical Analysis Using MATLAB. International Edition. USA, Prentice-Hall, 1999



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

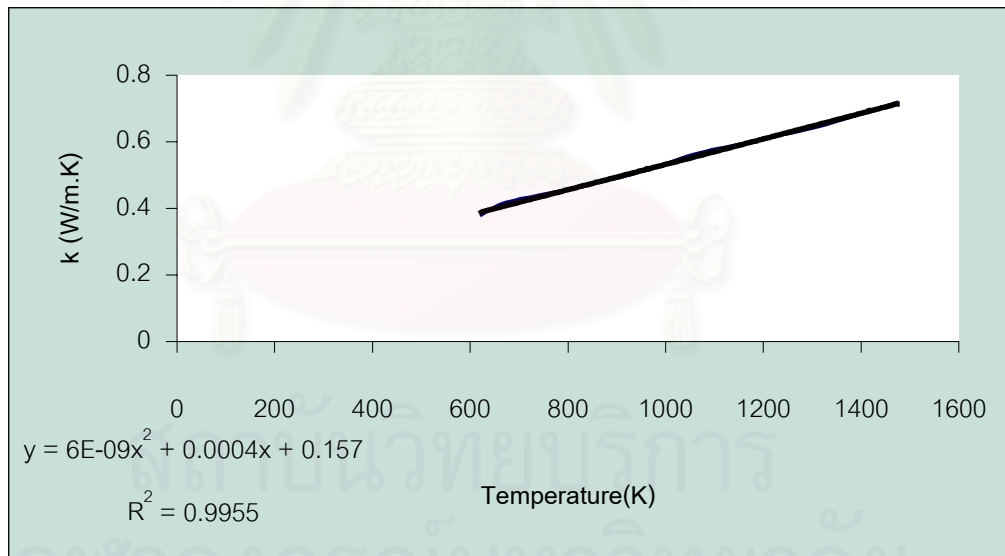
ภาคผนวก

ค่าการนำความร้อน(Thermal Conductivity)ของวัสดุทนไฟชนิดต่างๆ

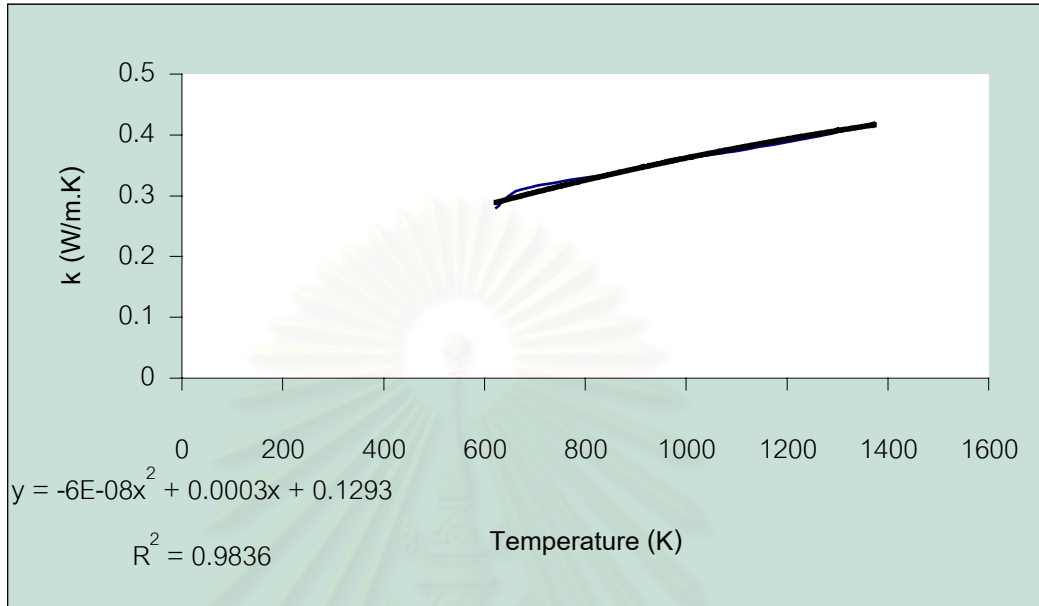
ตารางที่ ก.1 แสดงค่าการนำความร้อนของวัสดุทนไฟ*

Type	Thermal Conductivity (W/m.K)								
	473 K	623 K	673 K	873 K	973 K	1073 K	1273 K	1373 K	1473 K
HI 33		0.38	0.42	0.48	0.52	0.57	0.63	0.67	0.72
IF 145		0.28	0.31	0.34	0.36	0.37	0.40	0.42	
KB 70			1.85	1.85	1.85	1.85			
Super1100	0.08		0.11	0.13					
Steel	52.15		45.17	38.20					

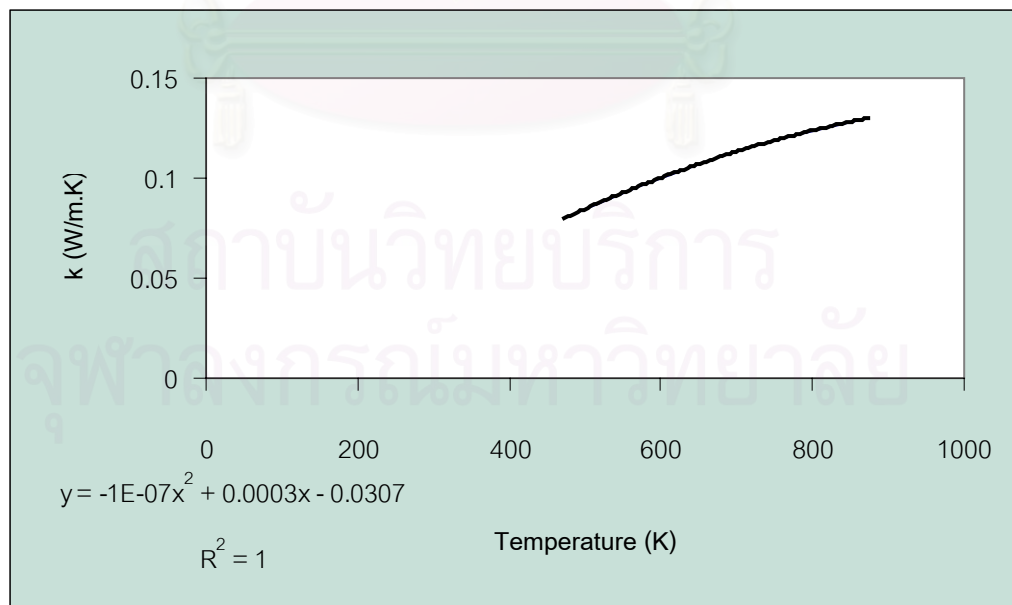
ข้อมูลจาก บ.สยามอุตสาหกรรมวัสดุทนไฟ จำกัด



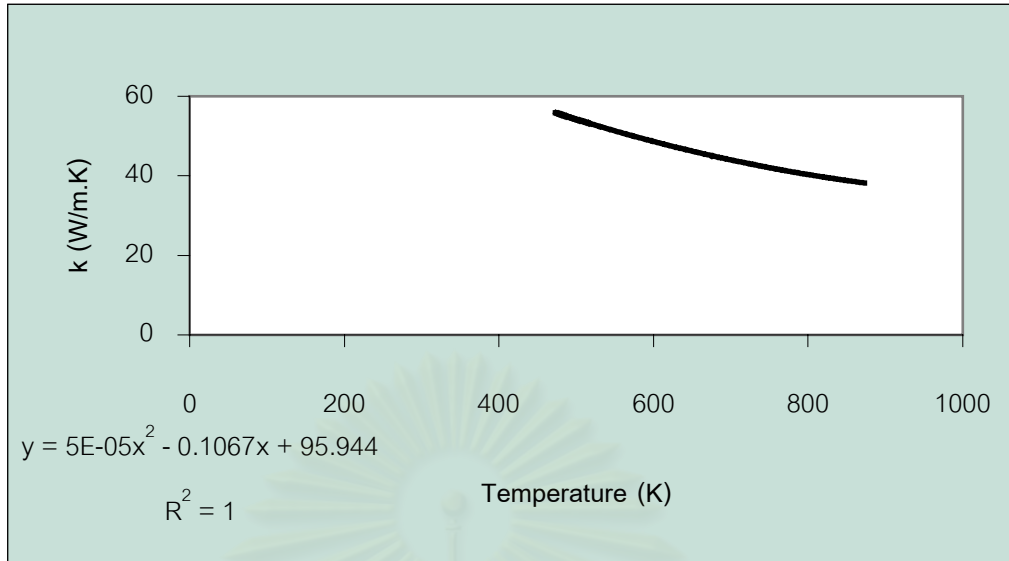
รูปที่ ก.1 แสดงค่าการนำความร้อนของอิฐ HI 33



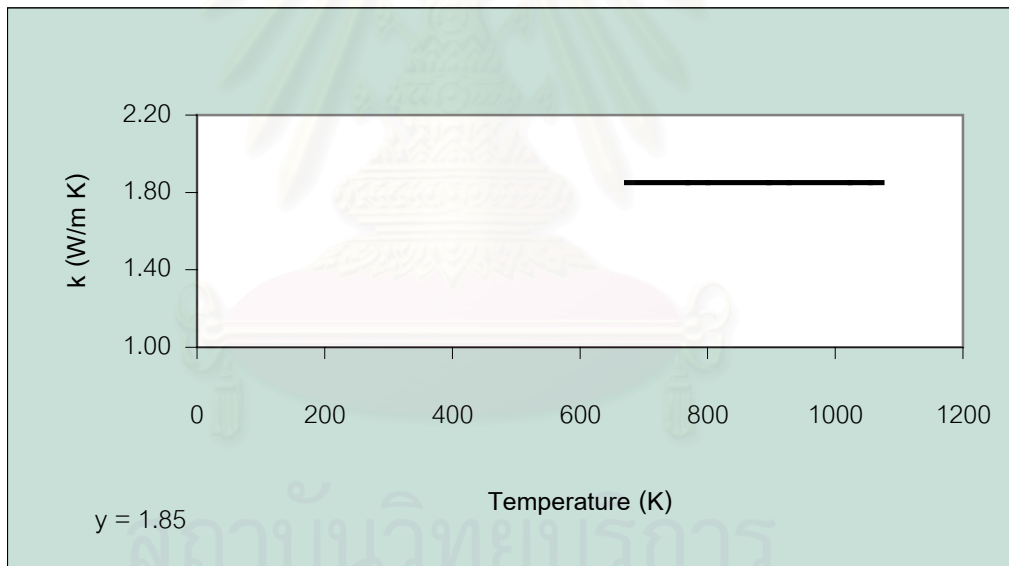
รูปที่ ก.2 แสดงค่าการนำความร้อนของอิฐ IF145



รูปที่ ก.3 แสดงค่าการนำความร้อนของอิฐ SUPER 1100



รูปที่ ก.4 แสดงค่าการนำความร้อนของฮีลิก



รูปที่ ก.5 แสดงค่าการนำความร้อนของอิฐ KB 70

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย พูนศักดิ์ บุญรอด เกิดเมื่อวันที่ 10 ธันวาคม พ.ศ. 2518 เป็นคนจังหวัด กรุงเทพมหานคร จบการศึกษาระดับปริญญาตรี วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต เกียรตินิยมอันดับ 2 สาขาวิศวกรรมเคมี จาก สำนักวิชาเทคโนโลยีทรัพยากร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัด นครราชสีมา เมื่อปี พ.ศ. 2540 หลังจากจบการศึกษาได้เข้าทำงานที่ บริษัท สยามอุตสาหกรรม วัสดุทนไฟ จำกัด ในเครือปูนซิเมนต์ไทย ซึ่งเป็นบริษัทผู้ผลิตวัสดุทนไฟรายใหญ่ในประเทศ หลังจากนั้น 1 ปี ได้เข้าทำการศึกษาต่อ ในระดับปริญญาโท ภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ภาคนอกเวลาราชการ) จนกระทั่งจบการศึกษาในเดือน เมษายน ปี 2546



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย