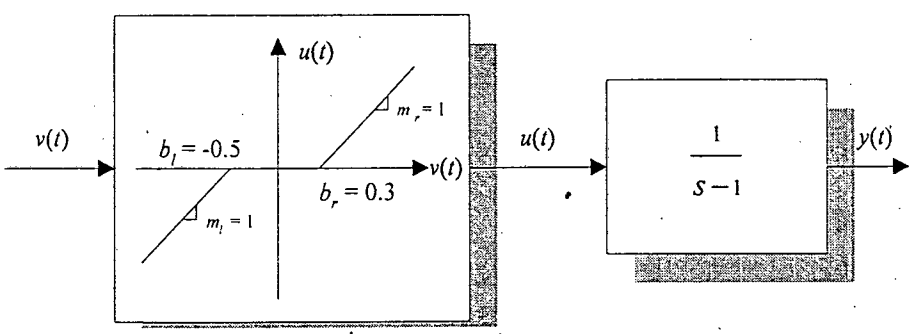
บทที่ 5

ตัวอย่างการออกแบบและผลการจำลอง

เนื้อหาในบทนี้จะประกอบไปด้วยตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีที่ได้นำเสนอไปแล้วในบทที่ 4 เริ่มจากตัวอย่างที่ 5.1 เป็นการพิจารณาระบบเชิงเส้นไม่แปรตามเวลา (Linear time-invariant systems) ที่มีเขตไร้ผลสนองไม่ทราบค่าซึ่งถูกควบคุมด้วยส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเอง (Adaptive dead-zone inverse) เปรียบเทียบกับวิธีการที่ได้นำเสนอ จากนั้นในตัวอย่างที่ 5.2 จะพิจารณากรณีที่ความชันของเขตไร้ผลสนองไม่เท่ากัน ในตัวอย่างที่ 5.3 แสดงการควบคุมระบบที่สามารถจำลองได้ด้วยระบบเชิงเส้นที่แปรตามเวลา (Linear time-varying systems) เพื่อแสดงประสิทธิภาพของวิธีที่ได้นำเสนอ ในตัวอย่างสุดท้ายได้แสดงผลการจำลองตัวควบคุมที่นำเสนอกับตัวควบคุมอินทิกรัลสัดส่วนเมื่อรู้พารามิเตอร์ส่วนที่เป็นเชิงเส้นและในกรณีที่ไม่รู้พารามิเตอร์ของระบบเลยโดยแสดงผลเปรียบเทียบกับการควบคุมแบบปรับตัวเองชนิดแบบจำลองอ้างอิงธรรมดา

ตัวอย่างที่ 5.1

จุดประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบการควบคุมระบบที่ประกอบด้วยเขตไร้ผลสนองไม่ทราบค่าด้วยวิธีส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองกับวิธีที่ได้นำเสนอในส่วนที่ 4.3 เพราะว่าส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองที่ใช้ใน [11] แม้จะเป็นการป้อนกลับตัวแปรสถานะ (State feedback) เหมือนกันแต่มีข้อจำกัดที่ว่าจะต้องรู้พารามิเตอร์ที่แน่นอนของระบบมีเพียงแต่พารามิเตอร์ของเขตไร้ผลสนองเท่านั้นที่ไม่รู้ ดังนั้นตัวควบคุมเปรียบเทียบจึงนำมาจาก [12] ที่ใช้การป้อนกลับสัญญาณออก (Output feedback) ซึ่งได้กล่าวถึงไว้ในบทที่ 3 ส่วนระบบที่นำมาพิจารณาเป็นระบบอันดับหนึ่งตามรูปที่ 5.1 เพื่อที่สัญญาณออกที่ได้จะเป็นตัวแปรสถานะด้วยและเพื่อลดความซับซ้อนในการออกแบบส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองที่ต้องใช้ตัวควบคุมอันดับสิบสี่ในการควบคุมระบบอันดับสอง



รูปที่ 5.1 ระบบที่พิจารณา

การออกแบบส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเอง

จากโครงสร้างของตัวควบคุมในสมการที่ (3.2.3)

$$v(t)=\begin{cases}\dfrac{u_d(t)+\hat{m}_r\hat{b}_r(t)}{\hat{m}_r(t)}, & u_d(t)>\beta\\ 0, & -\beta\le u_d(t)\le\beta\\ \dfrac{u_d(t)+\hat{m}_l\hat{b}_l(t)}{\hat{m}_l(t)}, & u_d(t)<-\beta\end{cases} \tag{5.1.1}$$

โดย $u_d(t)=\theta_2(t)\omega_2(t)+\theta_3(t)r(t)+\theta_4^T(t)\omega_4(t)$

ในทางอุดมคติ β จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ในตัวอย่างนี้กำหนดให้ β = 0.1 เพื่อลดการสวิตชิง $\hat{m}_r\hat{b}_r(t)$ แทนค่าคาดเดาของ $m_r^*b_r^*$ เนื่องจากในตัวอย่างสมมุติว่าความชันเท่ากันดังนั้นเราจะตัดตัวห้อย r และ l ออกไป ในกรณีที่ทราบพารามิเตอร์ของระบบเชิงเส้นแน่นอน สัญญาณควบคุมที่ใช้ควบคุมส่วนที่เป็นเชิงเส้นเมื่อไม่มีเขตไร้ผลสนอง คือ

$$u_d^*(t)=\theta_1^*\omega_1(t)+\theta_2^*\omega_2(t)+\theta_3^*r(t) \tag{5.1.2}$$

โดยสำหรับระบบอันดับหนึ่ง

$$\omega_1=\frac{1}{\Lambda(s)}[u_d](t),\quad \omega_2=\frac{1}{\Lambda(s)}[y](t),\quad \omega_4=\left[\frac{1}{\Lambda(s)}[-v](t)\quad \frac{1}{\Lambda(s)}[\chi](t)\quad \frac{1}{\Lambda(s)}[1-\chi](t)\right]^T$$

$$\omega_0(t)=\left[-v(t)\quad \chi(t)\quad 1-\chi(t)\right]^T,\quad \chi(t)=\begin{cases}1, & u_d(t)\ge 0\\ 0, & \text{อื่นๆ}\end{cases}$$

กำหนดให้แบบจำลองอ้างอิง

$$y_m(t)=W_m(s)[r](t)=\frac{1}{s+3}[r](t) \tag{5.1.3}$$

จากเงื่อนไขเท่าเทียมในสมการที่ (3.2.7)

$$\theta_1^*(s-1)+\theta_2^*=(s+1)\left((s-1)-\theta_3^*(s+3)\right),\quad \theta_3^*=1$$

จะได้ว่า

$\theta_1^*=-4,\quad \theta_2^*=-8,\quad \theta_3^*=1,\quad \theta_4^*=-\theta_1^*\otimes\theta_0^*,\quad \otimes$ แทนผลคูณโครเนคเกอร์ (Kronecker product)

$$\theta_0(t)=\left[\hat{m}(t)\quad \hat{m}\hat{b}_r(t)\quad \hat{m}\hat{b}_l(t)\right]^T,\quad \theta(t)=\left[\theta_2(t)\quad \theta_3(t)\quad \theta_4^T(t)\quad \theta_0^T(t)\right]^T$$

$$\omega(t)=\left[\omega_2(t)\quad r(t)\quad \omega_4^T(t)\quad \omega_0^T(t)\right]^T$$

กฎการปรับ

$$\dot{\theta}(t)=-\frac{\Gamma\varsigma(t)\varepsilon(t)}{1+\varsigma(t)^T\varsigma(t)+\xi(t)^2}-\Gamma\sigma(\theta(t))\theta(t),\quad \Gamma=\Gamma^T>0 \tag{5.1.4}$$

$$\dot{\rho}(t)=-\frac{\gamma\xi(t)\varepsilon(t)}{1+\varsigma(t)^T\varsigma(t)+\xi(t)^2}-\gamma\sigma(\rho(t))\rho(t),\quad \gamma>0 \tag{5.1.5}$$

โดยที่ $\rho(t)$ เป็นค่าคาดเดาของ $\rho^*=\theta_3^{*\,-1}$, $e=y-y_m$, $\varepsilon(t)=e(t)+\rho(t)\xi(t)$, $\varsigma(t)=W_m(s)[\omega](t)$, $\xi(t)=\theta(t)^T\varsigma(t)-W_m(s)[\theta^T\omega](t)$

$\sigma(\theta(t))$ และ $\sigma(\rho(t))$ นิยามเหมือนกันคือ

$$\sigma(\theta(t)) = \begin{cases} 0 & \text{ถ้า} \quad \|\theta(t)\| < M_0 \\ \sigma_0\left(\dfrac{\|\theta(t)\|}{M_0} - 1\right) & \text{ถ้า} \quad M_0 \le \|\theta(t)\| < 2M_0 \\ \sigma_0 & \text{ถ้า} \quad \|\theta(t)\| \ge 2M_0 \end{cases} \tag{5.1.6}$$

โดย $\sigma_0 > 0$ เป็นตัวแปรในการออกแบบ M_0 เป็นขอบเขตบนของ $\|\theta^*\|$ ซึ่งเป็นความรู้เบื้องต้นนั่นคือ $\|\theta^*\| < M_0$ และขอบเขตบนสำหรับ $\rho(t)$ คือค่าคงที่ซึ่งมากกว่า $|\rho^*| = \left|\theta_3^{*\,-1}\right|$ ข้อที่สำคัญมากอีกอย่างหนึ่งได้แก่พารามิเตอร์ $\theta_0(t)$ จะต้องถูกบังคับคือ $\hat{m}(t) \ge m^0 > 0$, $\hat{mb}_r(t) \ge 0$, $\hat{mb}_l(t) \le 0$ เพื่อให้ตัวควบคุม (5.1.1) สามารถสร้างได้จริง ตัวแปรออกแบบและค่าเริ่มต้นที่ใช้มีค่าดังต่อไปนี้

$\beta = 0.1$, $\sigma_{0\theta} = \sigma_{0\rho} = 0.01$, $m^0 = 0.1$, $M_{0\theta} = 12$, $M_{0\rho} = 2$

$\theta_{01}(0) = \hat{m}(0) = 3$, $\theta_{02}(0) = \hat{mb}_r(0) = 1$, $\theta_{03}(0) = \hat{mb}_l(0) = -1$, $\rho(0) = 0.5$, $\gamma = 5$, $\Gamma = 5$

$\theta_2(0) = -7$, $\theta_3(0) = 0.5$, $\theta_{41}(0) = 3$, $\theta_{42}(0) = 1$, $\theta_{43}(0) = -1$

การออกแบบตัวควบคุมที่นำเสนอ

โครงสร้างของตัวควบคุมเป็นไปตามสมการที่ (4.3.4) คือ

$$v(t) = -k(t)y(t) + l(t)r(t) - \delta(t)\,\mathrm{sat}(s(t))\,\mathrm{sgn}(l^*) \tag{5.1.7}$$

เงื่อนไขแมทชิ่งคือ $a - a_m = bmk^*$ และ $b_m = bml^*$ ดังนั้น $k^* = 4$, $l^* = 1$, $\delta^* = 0.5$

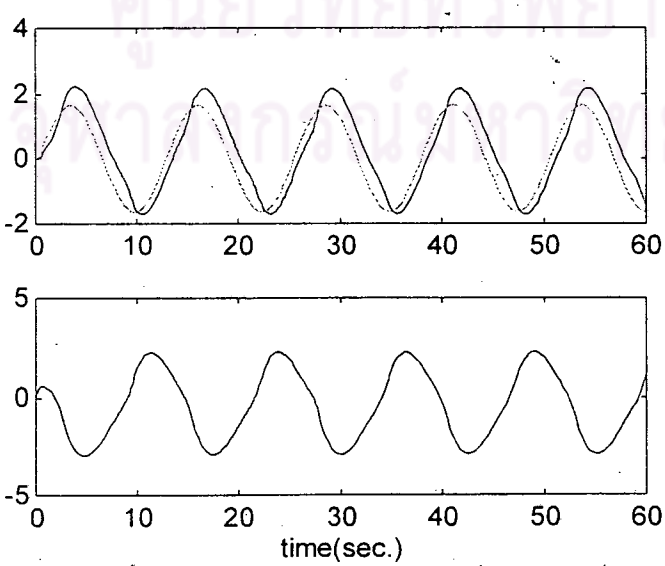
$$\dot{k}(t) = b_m Pe(t)y(t) - \sigma_1(t)k(t), \quad \dot{l}(t) = -b_m Pe(t)r(t) - \sigma_2(t)l(t)$$

$$\dot{\delta}(t) = \gamma e(t)Pb_m\,\mathrm{sat}(s(t)) - \sigma_3(t)\delta(t)$$

ตัวแปรออกแบบและค่าเริ่มต้นถูกกำหนดเพื่อให้ตัวควบคุมมีผลตอบสนองที่ใกล้เคียงกับตัวควบคุมแรก $k(0) = 3$, $l(0) = 0$, $\delta(0) = 0$, $P = 1$, $\gamma = 0.5$, $\varepsilon = 0.1$, $\sigma_{0i} = 0.01$, $i = 1, 2, 3$

ต่อไปจะเป็นการเปรียบเทียบตัวควบคุมทั้งสองในด้านต่างๆ

การทดสอบที่ 5.1.1 เพื่อแสดงผลกระทบในการใช้ตัวควบคุมคงที่ (5.1.2) กับระบบที่มีเขตไร้ผลสนอง

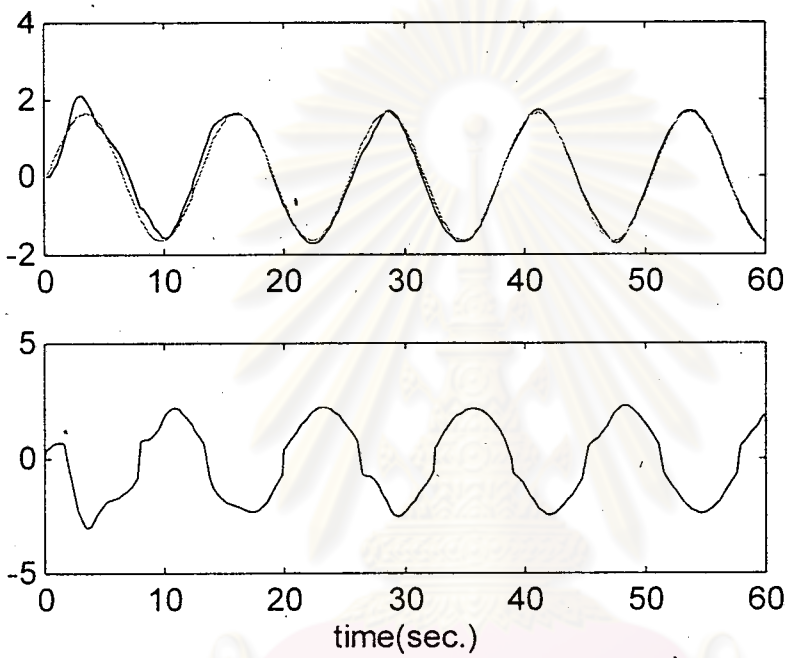


รูปที่ 5.2 ผลที่ได้จากตัวควบคุมคงที่ (5.1.2)

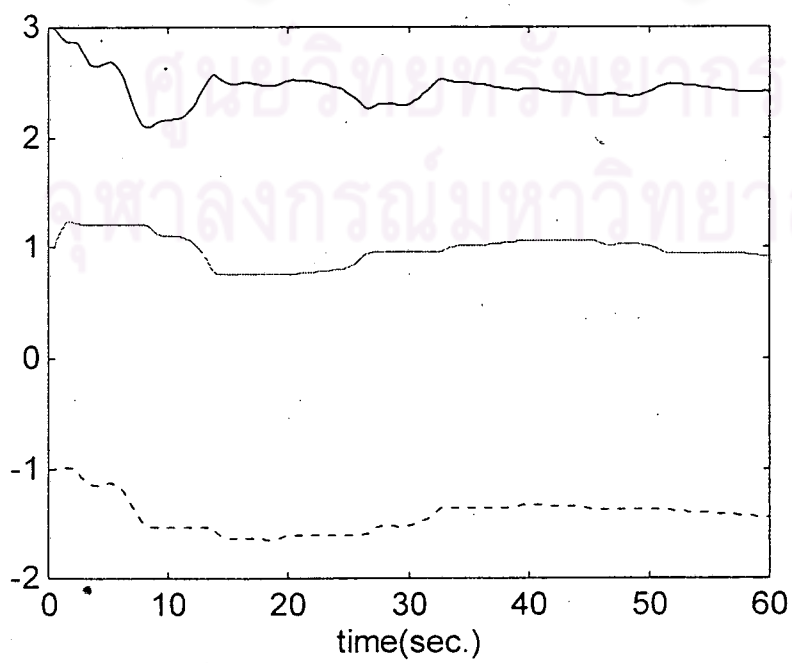
(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) $u_d^*(t)$

จากผลการจำลองจะเห็นว่าผลกระทบที่สำคัญของเขตไร้ผลสนองคือการทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนทั้งนี้เพราะสัญญาณควบคุมผิดเพี้ยนไปจากที่ควรจะเป็น

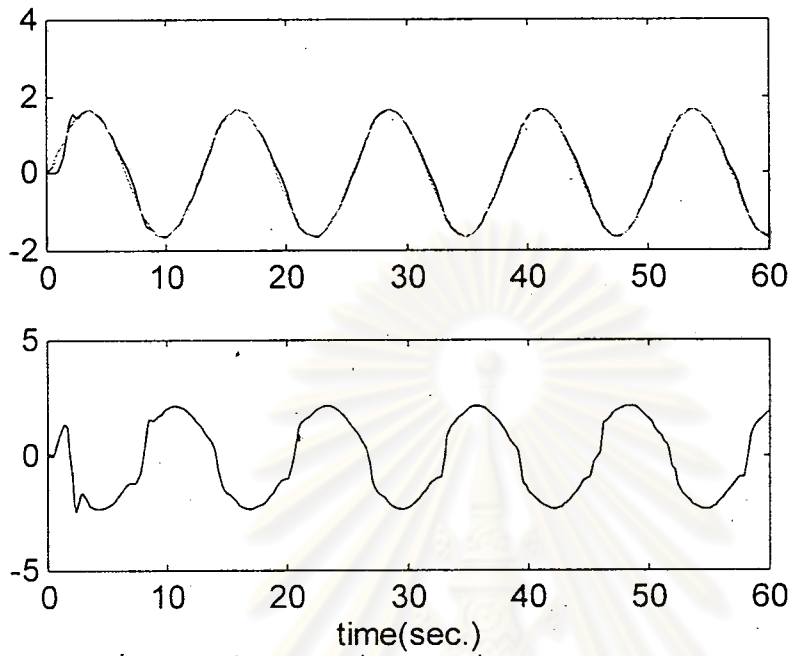
การทดสอบที่ 5.1.2 เพื่อแสดงผลกระทบของสัญญาณอ้างอิง $r(t)$ ที่มีต่อพารามิเตอร์ของตัวควบคุม โดยจะเปรียบเทียบระหว่าง $r(t) = \sin(0.5t)$ และ $r(t)$ = พัลส์สี่เหลี่ยมที่มีคาบ $T = 20$ วินาที ความกว้างของพัลส์ $W = 10$ วินาที ความสูง $H = 5$ หน่วย



รูปที่ 5.3 ผลที่ได้จากส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองเมื่อใช้สัญญาณอ้างอิงไซน์ (บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.1.1)

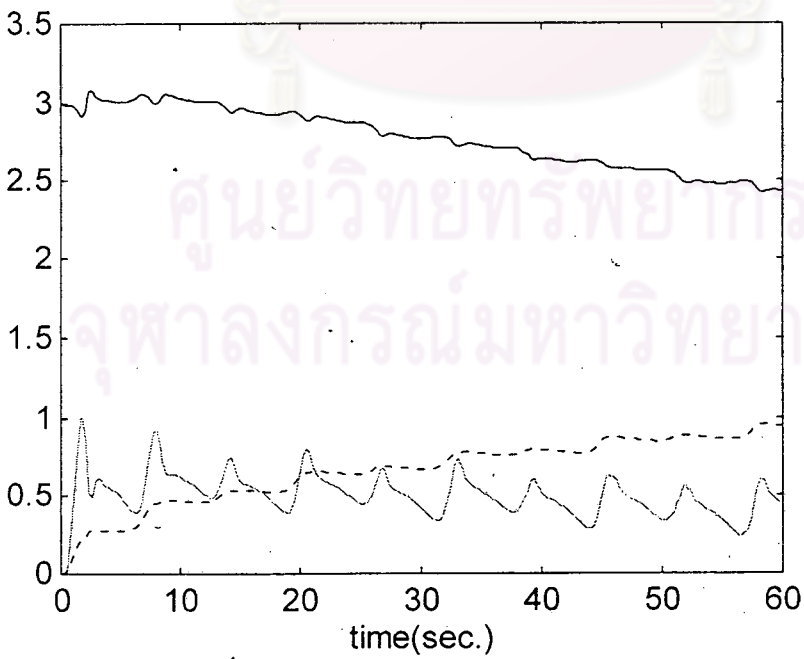


รูปที่ 5.4 พารามิเตอร์ส่วนที่ใช้สร้างส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองใน (5.1.1) (เส้นเข้ม) $\hat{m}(t)$ (เส้นจาง) $\hat{mb}_r(t)$ (เส้นประ) $\hat{mb}_l(t)$



รูปที่ 5.5 ผลที่ได้จากวิธีที่นำเสนอเมื่อใช้สัญญาณอ้างอิงไซน์

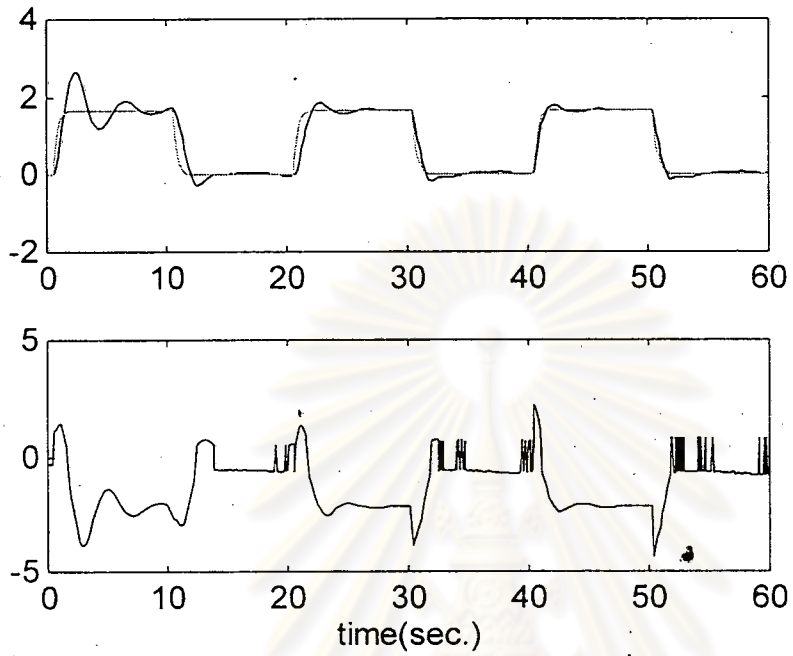
(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.1.7)



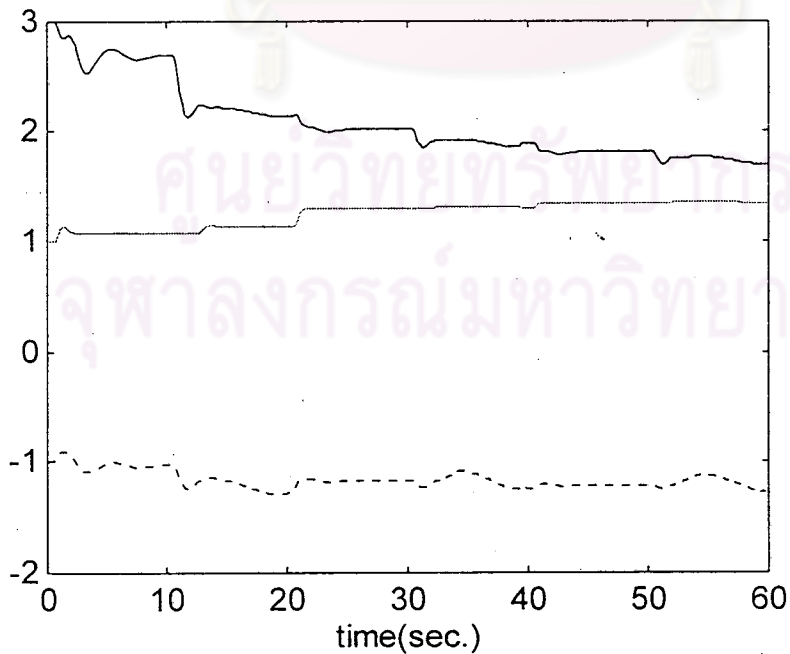
รูปที่ 5.6 พารามิเตอร์ของตัวควบคุม (5.1.7)

(เส้นเข้ม) $k(t)$ (เส้นจาง) $l(t)$ (เส้นประ) $\delta(t)$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

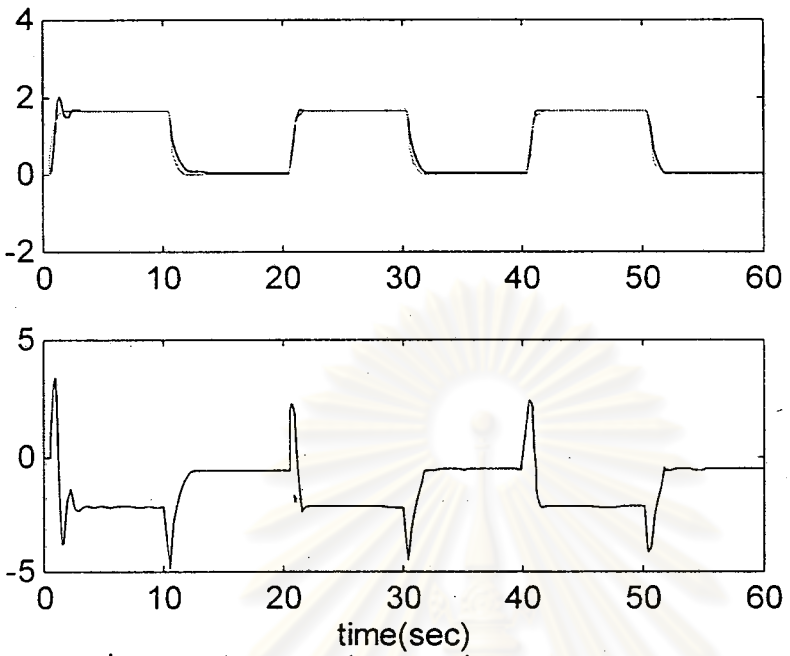


รูปที่ 5.7 ผลที่ได้จากส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองเมื่อใช้สัญญาณอ้างอิงพัลส์
(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.1.1)



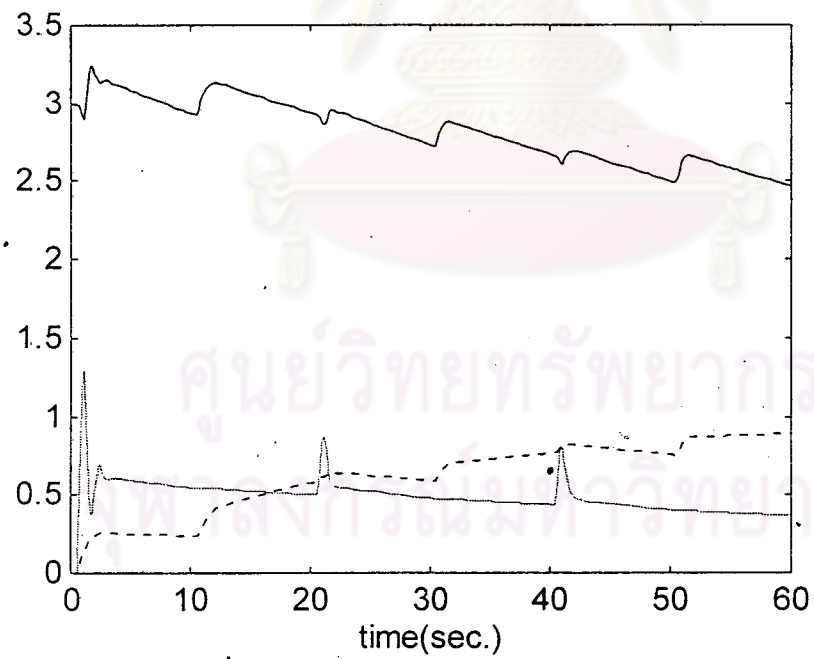
รูปที่ 5.8 พารามิเตอร์ส่วนที่ใช้สร้างส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองใน (5.1.1)
(เส้นเข้ม) $\hat{m}(t)$ (เส้นจาง) $\hat{mb}_r(t)$ (เส้นประ) $\hat{mb}_l(t)$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.9 ผลที่ได้จากวิธีที่นำเสนอเมื่อใช้สัญญาณอ้างอิงพัลส์

(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.1.7)



รูปที่ 5.10 พารามิเตอร์ของตัวควบคุม (5.1.7)

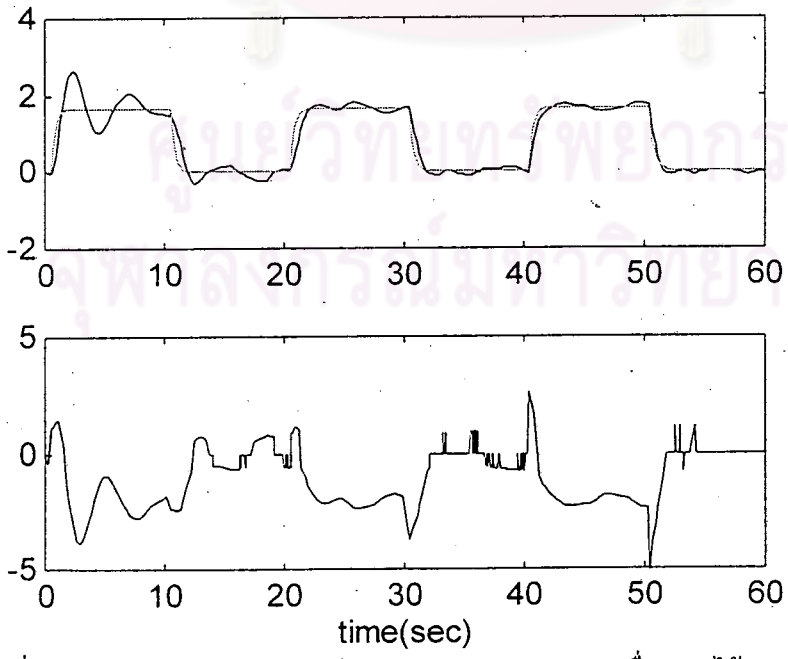
(เส้นเข้ม) $k(t)$ (เส้นจาง) $l(t)$ (เส้นประ) $\delta(t)$

จะเห็นว่าเมื่อสัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณที่ซับซ้อนพารามิเตอร์ของตัวควบคุมทั้งสองจะเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวได้เร็วกว่าสัญญาณคงที่ พารามิเตอร์ของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองแสดงไว้เฉพาะ $\hat{m}(t)$, $\hat{mb}_r(t)$, $\hat{mb}_l(t)$ ซึ่งเป็นส่วนที่สำคัญเพราะเราจะต้องบังคับพารามิเตอร์ส่วนนี้ไว้ ค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์นี้ควรมีขนาดที่มากกว่าค่าจริงเพราะว่าเมื่อสัญญาณอ้างอิงเป็นค่าคงที่พารามิเตอร์ที่สภาวะอยู่ตัวอาจจะไม่ใช่ค่าจริงและค่าที่เป็นไปได้ก็มีมากมายสำหรับค่าเริ่มต้นที่แตกต่างกัน

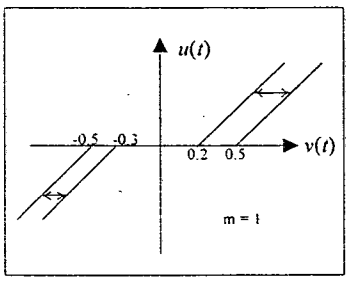
ถ้าเราให้พารามิเตอร์เริ่มต้นมีขนาดเล็กเกินไปจึงมีความเป็นไปได้สูงที่ค่าอยู่ตัวของมันจะน้อยกว่าค่าต่ำสุดที่ตั้งไว้ทำให้ต้องหยุดการปรับทั้งๆที่พารามิเตอร์นั้นไม่ใช่ค่าที่ถูกต้อง ในทางกลับกันถ้าพารามิเตอร์เริ่มต้นมีขนาดเกินกว่าความเป็นจริงมากเกินไปค่าที่สภาวะอยู่ตัวก็อาจจะไม่ใช่ค่าที่ถูกต้องอีกเช่นกัน ถ้าพารามิเตอร์เหล่านี้แตกต่างจากค่าจริงมากส่วนผกผันที่สร้างขึ้นก็จะลดผลของเขตไร้ผลสนองได้น้อยลงด้วยดังนั้นสัญญาณควบคุมจะถูกรบกวนอยู่ตลอดเวลาด้วยผลของเขตไร้ผลสนองที่ยังหลงเหลืออยู่ ผลที่ตามมาคือความคลาดเคลื่อนในการตาม (Tracking error) ที่มีขนาดใหญ่เพราะว่าโดยคุณสมบัติของการควบคุมแบบปรับตัวเองที่มั่นคง (Robust adaptive control) ที่ใช้ในส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเอง ขนาดของความคลาดเคลื่อนในการตามจะขึ้นกับระดับของการรบกวนและการพิสูจน์จะรับรองได้เพียงขนาดความคลาดเคลื่อนมีค่าเล็กแบบนัยกำลังสองเฉลี่ยดังสมการ (3.2.11) ส่วนวิธีที่นำเสนอนั้นแม้ค่าพารามิเตอร์ที่สภาวะอยู่ตัวจะไม่ตรงกับค่าจริงก็จะไม่มีผลต่อความคลาดเคลื่อนในการตามเพราะไม่ได้ใช้พารามิเตอร์ของเขตไร้ผลสนองโดยตรงและจากการพิสูจน์สามารถรับรองได้ว่าความคลาดเคลื่อนที่สภาวะอยู่ตัวมีค่าเล็กๆอยู่ในเซตคงค้างหนึ่ง

การทดสอบที่ 5.1.3 เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพและความมั่นคงของการควบคุมต่อความไม่แน่นอนต่างๆ

เริ่มแรกเราจะพิจารณาผลกระทบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงแถบไร้ผลสนอง (Dead band) โดยแถบไร้ผลสนองเปลี่ยนแปลงสลับไปมาทุกๆ 3 วินาที ดังรูปที่ 5.12

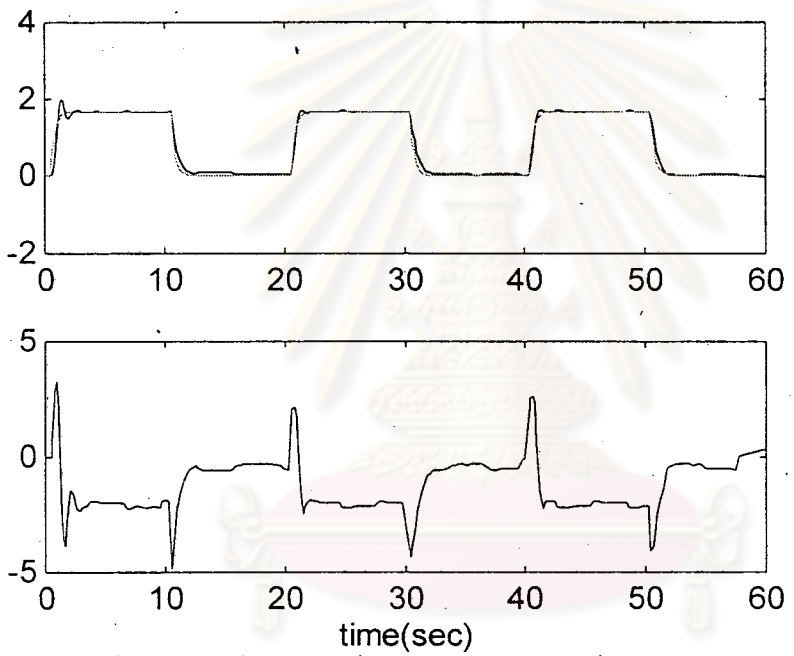


รูปที่ 5.11 ผลที่ได้จากส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองเมื่อแถบไร้ผลสนองเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา (บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.1.1)



รูปที่ 5.12 เขตไร้ผลสนองที่มีแถบไร้ผลสนองเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา

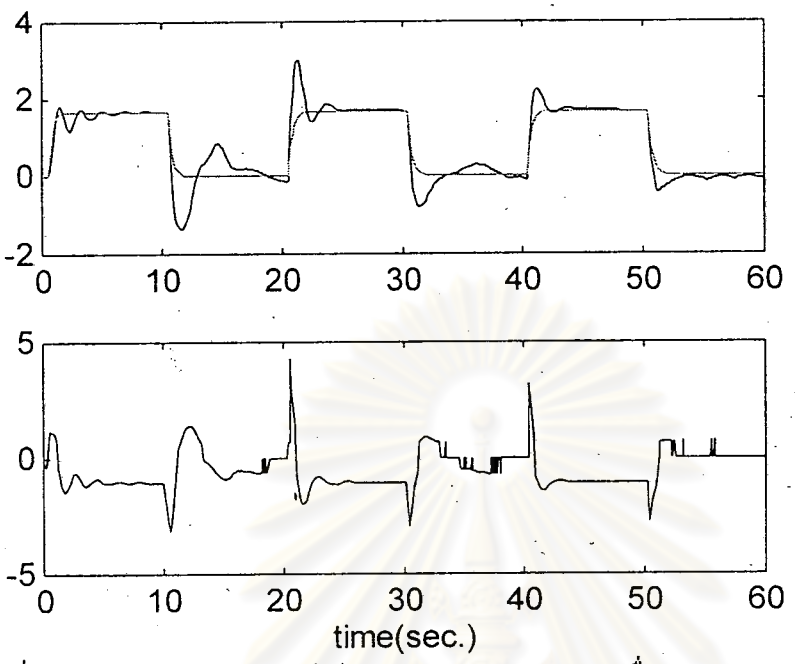
จะเห็นว่าส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองไม่สามารถลดความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากแถบไร้ผลสนองที่แปรตามเวลาได้ ส่วนวิธีที่นำเสนอยังคงทำให้การควบคุมบรรลุจุดประสงค์ได้คือความคลาดเคลื่อนที่สภาวะอยู่ตัวจะมีขนาดเล็กและสัญญาณควบคุมก็ยังคงมีขนาดใกล้เคียงกับกรณีที่แถบไร้ผลสนองคงที่



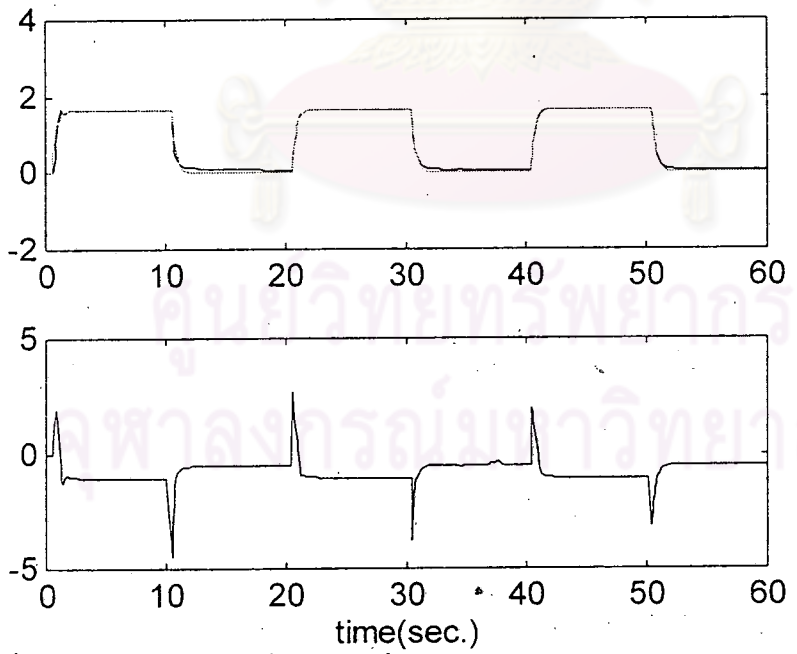
รูปที่ 5.13 ผลที่ได้จากวิธีที่นำเสนอเมื่อแถบไร้ผลสนองเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา
(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.1.7)

เนื่องจากว่าในตอนออกแบบตัวควบคุมเราสมมุติว่าความชันของเขตไร้ผลสนองมีค่าเท่ากัน ดังนั้นเราจะลองมาเปรียบเทียบดูว่าในกรณีที่ความชันไม่เท่ากันจะมีผลกระทบกับการควบคุมอย่างไรบ้าง โดยความชันของเขตไร้ผลสนองในรูปที่ 5.1 มีค่าดังนี้ $m_r = 2$, $m_l = 3$

ผลการจำลองแสดงไว้ในรูปที่ 5.14 และรูปที่ 5.15 จะเห็นว่าทั้งสองวิธียังคงทำให้ความคลาดเคลื่อนในการตามมีขนาดลดลงได้เป็นที่น่าพอใจแต่วิธีที่ได้นำเสนอนั้นค่อนข้างที่จะให้ผลตอบสนองที่ดีกว่าทั้งในสภาวะเริ่มต้นและสภาวะอยู่ตัว ค่าความชันที่ใช้ในการจำลอง m_r และ m_l ถือได้ว่ามีขนาดแตกต่างกันมาก ในความเป็นจริงแล้วถึงแม้ว่าความชันของเขตไร้ผลสนองจะไม่เท่ากันแต่ก็จะไม่ต่างกันมากนัก ดังนั้นการควบคุมยังคงบรรลุจุดประสงค์ได้แม้ว่าตัวควบคุมจะออกแบบไว้สำหรับกรณีที่ความชันเท่ากันก็ตาม

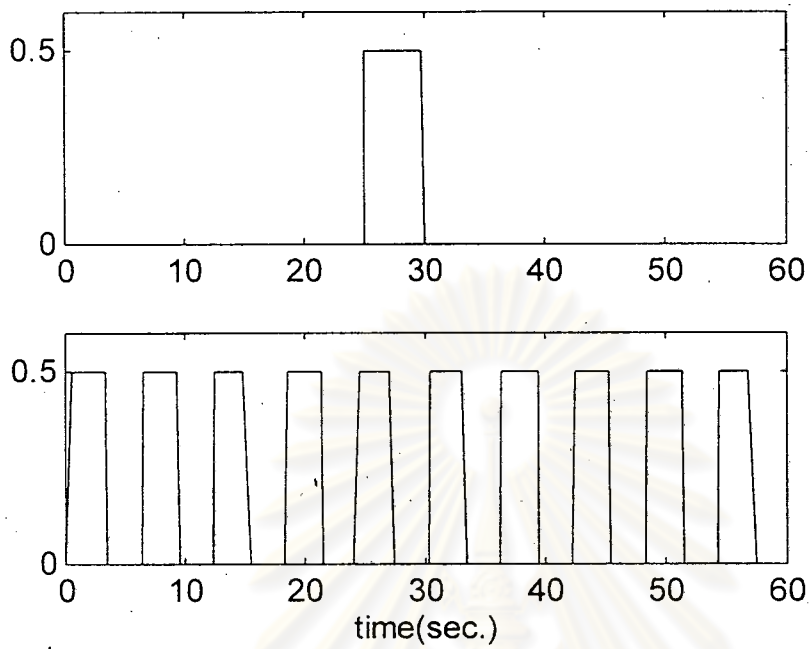


รูปที่ 5.14 ผลที่ได้จากส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองเมื่อความชันของเขตไร้ผลสนองไม่เท่ากัน (บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.1.1)

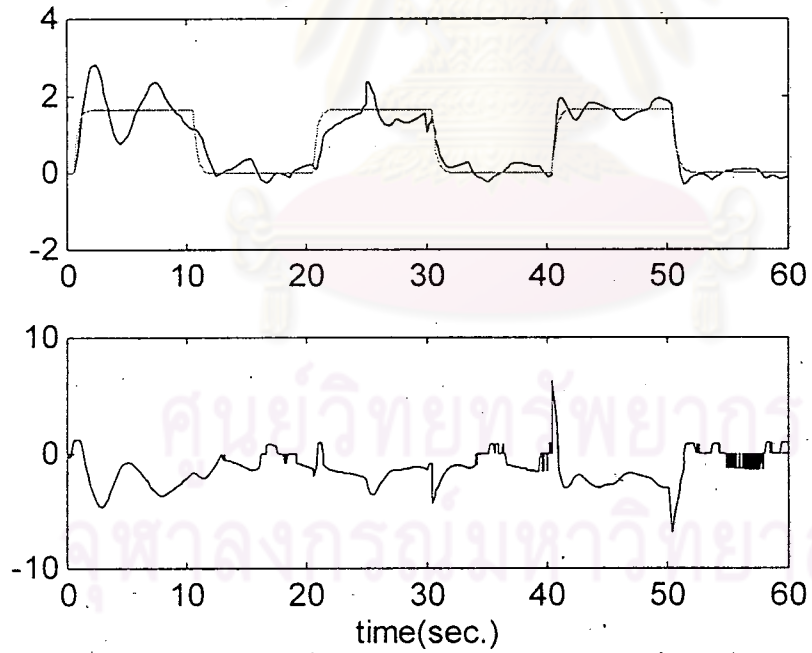


รูปที่ 5.15 ผลที่ได้จากวิธีที่นำเสนอเมื่อความชันของเขตไร้ผลสนองไม่เท่ากัน (บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.1.7)

ข้อเปรียบเทียบอันสุดท้ายคือความสามารถในการควบคุมเมื่อระบบมีการรบกวนจากภายนอก สำหรับการรบกวนจะประกอบไปด้วยการรบกวนทางเข้า (Input disturbance) และการรบกวนทางออก (Output disturbance) โดยสัญญาณรบกวนทั้งสองแสดงไว้ในรูปที่ 5.16

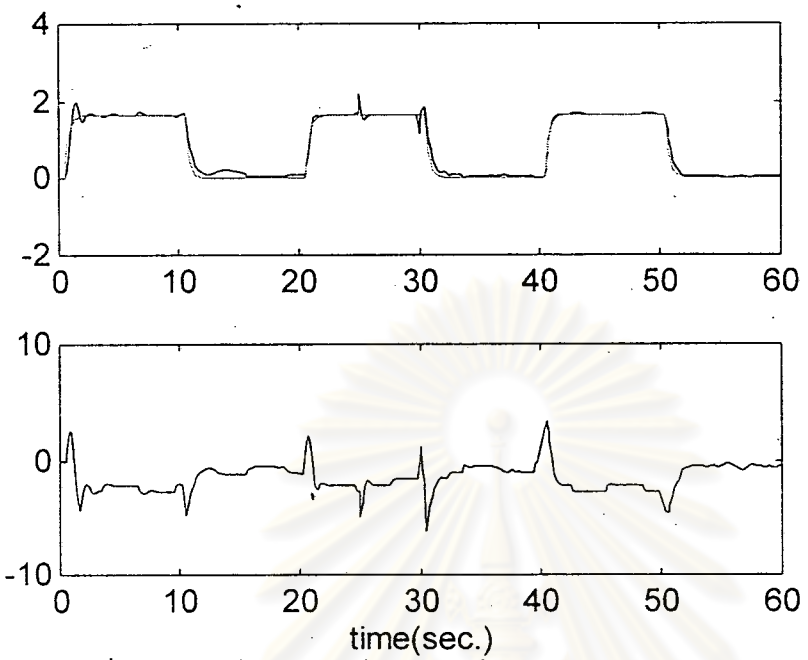


รูปที่ 5.16 (บน) สัญญาณรบกวนทางออก (ล่าง) สัญญาณรบกวนทางเข้า



รูปที่ 5.17 ผลที่ได้จากส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก
(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.1.1)

จากรูปที่ 5.17 และรูปที่ 5.18 แสดงว่าตัวควบคุมทั้งสองมั่นคง (Robust) ต่อการรบกวนทางเข้าและการรบกวนทางออกแต่ส่วนผกผันของเขตไร้ผลสนองแบบปรับตัวเองไม่สามารถลดความคลาดเคลื่อนในการตามที่มีสาเหตุมาจากการรบกวนทางเข้าได้ ส่วนวิธีที่นำเสนอยังคงสามารถลดความคลาดเคลื่อนในการตามได้เมื่อมีการรบกวนทางเข้าดังที่ได้เคยพิสูจน์ไปแล้วในบทที่ 4



รูปที่ 5.18 ผลที่ได้จากวิธีที่นำเสนอเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก

(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.1.7)

ตัวอย่างที่ 5.2

จุดประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบตัวควบคุมที่นำเสนอ (4.3.4) และ (4.3.5) เมื่อความชันของเขตไร้ผลสนองไม่เท่ากัน ต้องการควบคุมระบบไม่เสถียรต่อไปนี้เพื่อให้สัญญาณออกของระบบตามสัญญาณออกของแบบจำลองอ้างอิง

ระบบ
$$\begin{bmatrix}\dot{y}(t)\\ \ddot{y}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 6 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y(t)\\ \dot{y}(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ -2\end{bmatrix}u(t)$$

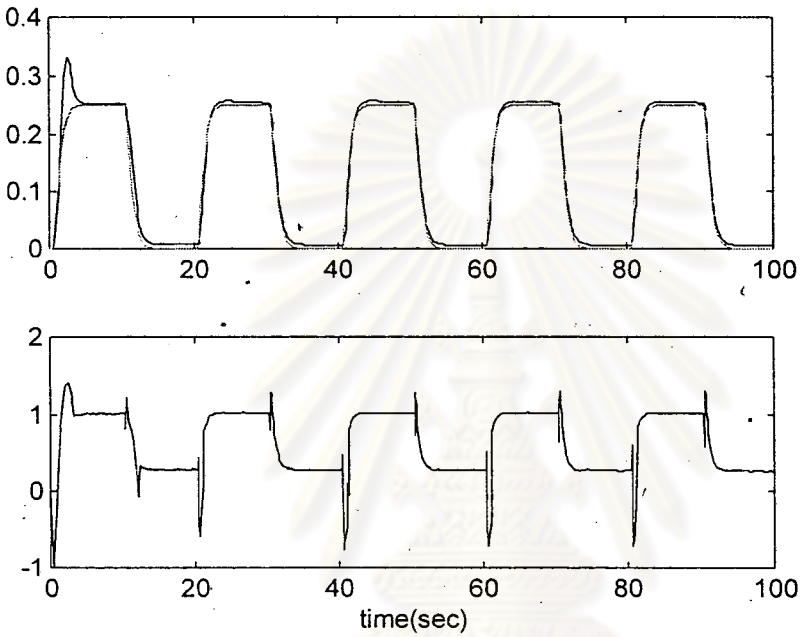
แบบจำลองอ้างอิง
$$\begin{bmatrix}\dot{y}_m(t)\\ \ddot{y}_m(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -4 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y_m(t)\\ \dot{y}_m(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}r(t)$$

เขตไร้ผลสนองมีแถบไร้ผลสนองอยู่ระหว่าง -0.3 ถึง 0.25 หรือ $b_l=-0.3,\quad b_r=0.25$ โดยมีความชัน $m_r=1$ และ $m_l=0.25$ ในกรณีที่ทราบพารามิเตอร์ของระบบและความชันของเขตไร้ผลสนองตัวควบคุมที่ออกแบบมาสำหรับกรณีที่ความชันเท่ากันตามสมการที่ (4.3.4)

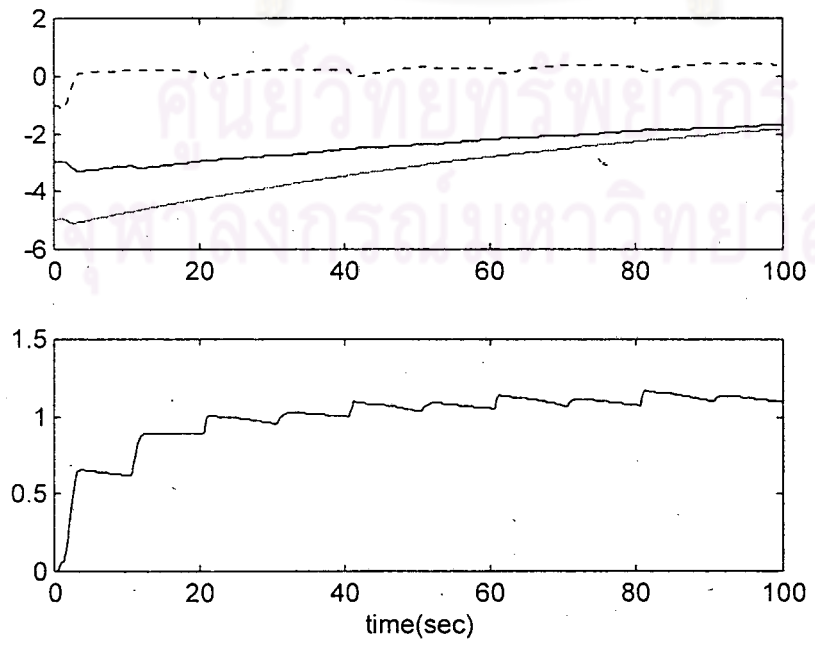
$$v(t)=-k_1(t)y(t)-k_2(t)\dot{y}(t)+l(t)r(t)-\delta(t)\,\mathrm{sat}(s(t))\,\mathrm{sgn}(l^*) \qquad (5.2.1)$$

จากเงื่อนไขเท่าเทียม $A-A_m=bmK^*$ และ $b_m=bml^*$ จะสามารถหาพารามิเตอร์ที่ต้องการได้ แต่เนื่องจากความชันของเขตไร้ผลสนองไม่เท่ากันดังนั้นพารามิเตอร์ที่ต้องการเมื่อใช้ตัวควบคุมนี้จึงมีค่าเป็นไปได้ 2 ชุด คือ $k_1^*=-5,\quad k_2^*=-\frac{5}{2},\quad l^*=-\frac{1}{2}$ เมื่อสัญญาณควบคุมอยู่ทางขวาของเขตไร้ผลสนอง และ $k_1^*=-20,\quad k_2^*=-10,\quad l^*=-2$ เมื่อสัญญาณควบคุมอยู่ทางซ้ายของเขตไร้ผลสนอง

โดยกำหนดพารามิเตอร์เริ่มต้นดังนี้ $k_1(0)=-3,\quad k_2(0)=-5,\quad l(0)=-1,\quad \delta(0)=0,\quad \gamma=0.5$ $\varepsilon=\frac{1}{5},\quad \sigma_{0i}=0.01,\quad i=1,2,3$และ $P=\begin{bmatrix}39 & 7.5\\ 7.5 & 2.25\end{bmatrix}$ กฎการปรับที่ใช้เป็นไปตามสมการที่ (4.3.9) ถึง (4.3.11) สัญญาณอ้างอิงที่ใช้เป็นพัลส์มีคาบเท่ากับ 20 วินาที ความกว้างของพัลส์เท่ากับ 10 วินาทีและความสูงเท่ากับ 1 หน่วย ผลการจำลองแสดงไว้ในรูปที่ 5.19 ถึง 5.20



รูปที่ 5.19 ผลการจำลองที่ได้จากการควบคุมระบบด้วยตัวควบคุม (5.2.1)
(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม

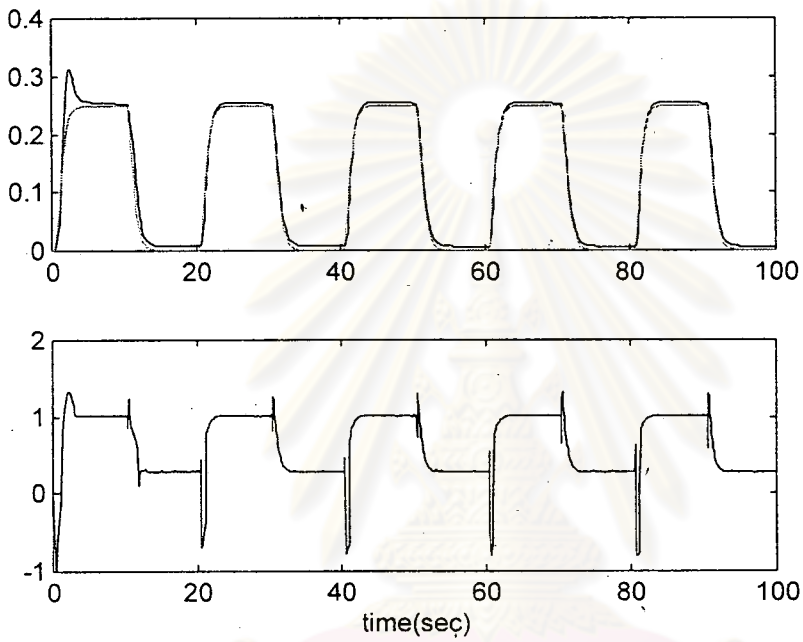


รูปที่ 5.20 ผลการจำลองที่ได้จากการควบคุมระบบด้วยตัวควบคุม (5.2.1)
(บน) พารามิเตอร์ $k_1(t)$ (เส้นเข้ม) $k_2(t)$ (เส้นจาง) และ $l(t)$ (เส้นประ) (ล่าง) พารามิเตอร์ $\delta(t)$

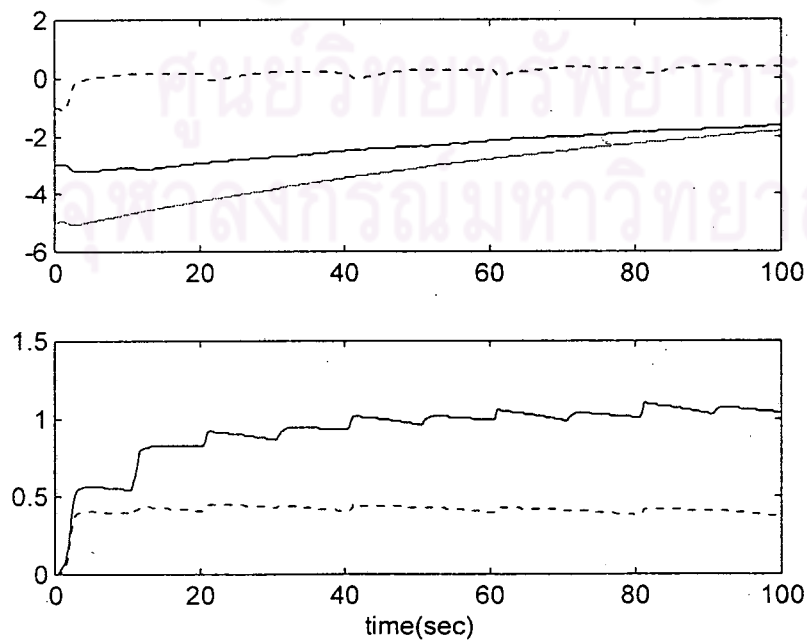
ต่อมาเราจะเปลี่ยนไปใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบไว้สำหรับเขตไร้ผลสนองที่มีความชันไม่เท่ากัน ตามสมการที่ (4.3.5) คือ

$$v(t) = -K(t)x(t) + l(t)r(t) - \delta(t)\,\mathrm{sat}(s(t))\,\mathrm{sgn}(l^*) - \Delta m(t)\left|u_1(t)\right|\,\mathrm{sat}(s(t))\,\mathrm{sgn}(l^*) \qquad (5.2.2)$$

โดย พารามิเตอร์ในการออกแบบและค่าเริ่มต้นเหมือนกับตัวควบคุม (5.2.1) $\Delta m(0) = 0$, $\sigma_{04} = 0.01$, $\gamma_2 = 0.5$ กฎการปรับที่ใช้เป็นไปตามสมการ (4.3.24) ผลการจำลองแสดงไว้ในรูปที่ 5.21 และรูปที่ 5.22



รูปที่ 5.21 ผลการจำลองที่ได้จากการควบคุมระบบด้วยตัวควบคุม (5.2.2) (บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม



รูปที่ 5.22 ผลการจำลองที่ได้จากการควบคุมระบบด้วยตัวควบคุม (5.2.2) (บน) พารามิเตอร์ $k_1(t)$ (เส้นเข้ม) $k_2(t)$ (เส้นจาง) และ $l(t)$ (เส้นประ) (ล่าง) พารามิเตอร์ $\delta(t)$ (เส้นทึบ) $\Delta m(t)$

เมื่อเปรียบเทียบผลการจำลองระบบที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมทั้งสองพบว่า ตัวควบคุม (5.2.2) มีผลตอบสนองที่ดีกว่าเล็กน้อยแต่มีสัญญาณควบคุมที่แกว่งมากกว่าตัวควบคุม (5.2.1)

ตัวอย่างที่ 5.3

จุดประสงค์ เพื่อแสดงวิธีการควบคุมระบบเชิงเส้นแปรตามเวลาที่ได้เสนอไว้ในบทที่ 6

สมมุติให้ระบบบรรยายได้ด้วย

$$\dot{y}(t) = a(t)y(t) + \begin{bmatrix} b(t) & 2 \end{bmatrix} u(t)$$

โดยที่ $a(t) = 2 + \sin(3t)$, $b(t) = 2 + q(t)$ $q(t)$ เป็นพัลส์ที่มีคาบเท่ากับ 6 วินาที ความกว้างเท่ากับ 3 วินาทีและความสูงเท่ากับ 1 หน่วย เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าแต่ต้องรู้เครื่องหมายของ $b(t)$, 2 และเครื่องหมายของ $b(t)$ คงที่ตลอดเวลา

แบบจำลองอ้างอิง

$$\dot{y}_m(t) = -3y_m(t) + \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \end{bmatrix}$$

โดย $r_1(t) = r_2(t)$ แทนพัลส์ที่มีคาบเท่ากับ 20 วินาที ความกว้างเท่ากับ 10 วินาทีและความสูงเท่ากับ 1 หน่วย ตัวควบคุมที่ใช้เป็นไปตามสมการ (4.2.3) คือ

$$u(t) = u_1(t) - u_2(t)$$

โดยที่

$$u_1(t) = \begin{bmatrix} u_{11}(t) \\ u_{12}(t) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} k_1(t) \\ k_2(t) \end{bmatrix} y(t) + \begin{bmatrix} l_1(t) & l_2(t) \\ l_3(t) & l_4(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \end{bmatrix}$$

$$u_2(t) = \begin{bmatrix} |l_1(t)| & |l_2(t)| \\ |l_3(t)| & |l_4(t)| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{sat}(e(t)) \left(\Delta a(t)|y(t)| + \Delta b(t)|u_{11}(t)| \right)$$

กฎการปรับที่ใช้เป็นไปตามสมการ (4.2.9) ถึง (4.2.12)

$$\begin{bmatrix} \dot{k}_1(t) \\ \dot{k}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} Pe(t)y(t) - \sigma_1(t) \begin{bmatrix} k_1(t) \\ k_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{l}_1(t) & \dot{l}_2(t) \\ \dot{l}_3(t) & \dot{l}_4(t) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e(t) \begin{bmatrix} r_1(t) & r_2(t) - \left(\Delta a|y(t)| + \Delta b|u_{11}(t)| \right) \text{sat}(e(t)) \end{bmatrix} - \sigma_2(t) \begin{bmatrix} l_1(t) & l_2(t) \\ l_3(t) & l_4(t) \end{bmatrix}$$

$$\Delta \dot{a}(t) = s_1 \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \text{sat}(e(t)) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} Pe(t)|y(t)| - \sigma_3(t)\Delta a(t)$$

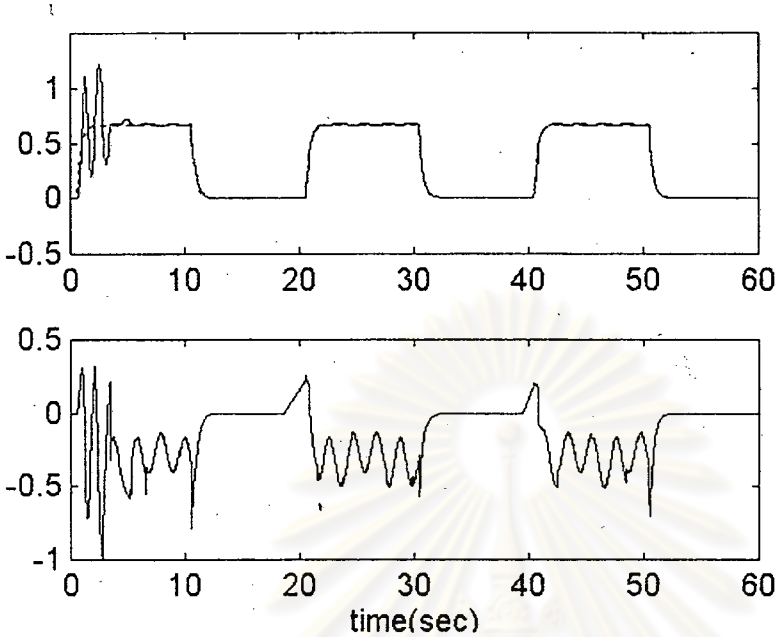
$$\Delta \dot{b}(t) = s_2 \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \text{sat}(e(t)) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} Pe(t)|u_{11}(t)| - \sigma_4(t)\Delta b(t)$$

พารามิเตอร์ที่ต้องการได้จาก (4.2.6) คือ $a_M - a_m = B_M K_M$ และ $B_m = B_M L_M$

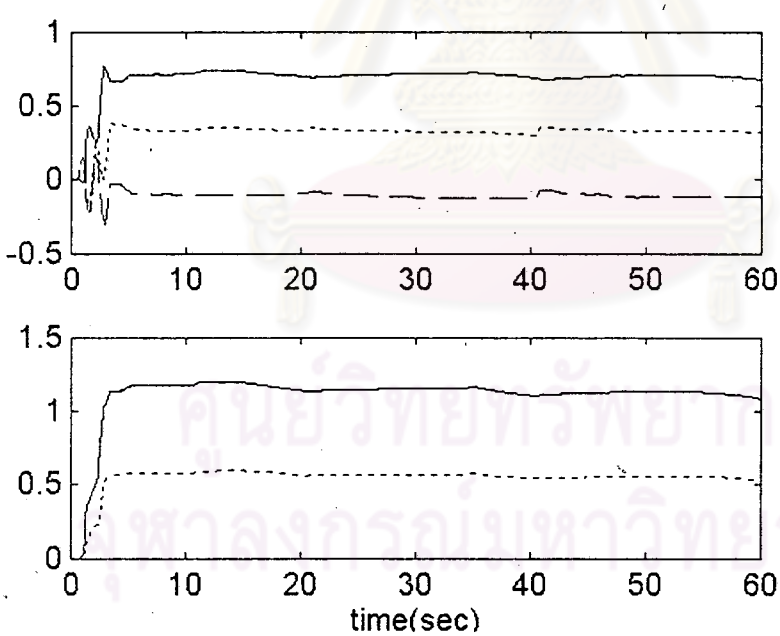
ค่าเริ่มต้นทุกค่าเป็นศูนย์และพารามิเตอร์ในการออกแบบคือ

$$P = 2, \quad \varepsilon = 0.01, \quad s_{1,2} = 1, \quad \sigma_{01,02,03,04} = 0.01, \quad R(t)^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \text{sat}(e(t))$$

ผลการจำลองแสดงไว้ในรูปที่ 5.21 ถึง 5.22



รูปที่ 5.23 (บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) $u_{11}(t)= u_{12}(t)$



รูปที่ 5.24 (บน) $k_1(t) = k_2(t)$ (เส้นทึบ) $l_1(t) = l_3(t)$ (เส้นขีดยาว) $l_2(t) = l_4(t)$ (เส้นขีดสั้น) (ล่าง) $\Delta a(t)$ (เส้นทึบ) และ $\Delta b(t)$

จากตัวอย่างนี้พารามิเตอร์ $b(t)$ เปลี่ยนแปลงอย่างไม่ต่อเนื่องดังนั้นในงานวิจัยที่จำลองระบบแปรตามเวลาด้วยฟังก์ชันถ่ายโอน [2, 3] จะไม่สามารถรับประกันเสถียรภาพของระบบวงปิดได้และระบบก็ไม่เป็นไปตามข้อสมมุติใน [9] ด้วยคือไม่สามารถเปลี่ยนส่วนที่แปรตามเวลาให้เป็นการรบกวนทางเข้ามีขอบเขตได้

ตัวอย่างที่ 5.4

จุดประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบตัวควบคุมที่นำเสนอกับตัวควบคุมพื้นฐานในการควบคุมระบบที่ประกอบด้วยเขตไร้ผลสนอง

ขั้นตอน

1. ในขั้นแรกเราจะสมมุติว่ารู้พารามิเตอร์ของระบบเชิงเส้น ตัวควบคุมแบบพื้นฐานที่เลือกใช้จะเป็นตัวควบคุมแบบอินทิกรัลสัดส่วน (Proportional-plus-intrgral controller) ที่มีอัตราขยาย (Gain) คงที่ เพราะว่าผลกระทบที่สำคัญของเขตไร้ผลสนองคือการทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการตามซึ่งตัวควบคุมแบบอินทิกรัลสัดส่วนจะมีคุณสมบัติในการช่วยลดความคลาดเคลื่อนนี้ได้ จากนั้นจะเปรียบเทียบผลที่ได้กับตัวควบคุมที่นำเสนอในด้านต่างๆ
2. ในกรณีที่พารามิเตอร์ของระบบเชิงเส้นมีความไม่แน่นอนดังนั้นเราจะเลือกใช้ตัวควบคุมแบบปรับตัวเองชนิดแบบจำลองอ้างอิงธรรมดา (Simple model reference adaptive control) เปรียบเทียบกับตัวควบคุมแบบปรับตัวเองที่ได้นำเสนอ

ระบบ

$$\begin{bmatrix}\dot{y}(t)\\ \ddot{y}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 6 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y(t)\\ \dot{y}(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ -2\end{bmatrix}u(t)$$

แบบจำลองอ้างอิง

$$\begin{bmatrix}\dot{y}_m(t)\\ \ddot{y}_m(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -4 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y_m(t)\\ \dot{y}_m(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}r(t)$$

ระบบเชิงเส้นที่พิจารณาเป็นระบบเดียวกับตัวอย่างที่ 5.2 แต่สมมุติว่าความชันของเขตไร้ผลสนองเท่ากัน โดยมีแถบไร้ผลสนองเปลี่ยนแปลงอยู่ระหว่าง $b_l = -0.2,\ b_r = 0.6$ และ $b_l = -0.5,\ b_r = 0.4$ และมีความชัน $m_r = m_l = 1$ สัญญาณอ้างอิงเป็นพัลส์ที่มีคาบ 20 วินาที ความกว้าง 10 วินาที และความสูง 1 หน่วย

ตัวควบคุมแบบอินทิกรัลสัดส่วนที่มีอัตราขยายคงที่

$$v(t) = -k_1^* y(t) - k_2^* \dot{y}(t) + l^* r(t) - g_1 \operatorname{sgn}(l^*)\int_0^t e(t)dt - g_2 \operatorname{sgn}(l^*)\int_0^t \dot{e}(t)dt \qquad (5.4.1)$$

ตัวควบคุมที่นำเสนอแบบมีอัตราขยายคงที่

$$v(t) = -k_1^* y(t) - k_2^* \dot{y}(t) + l^* r(t) - \delta^* \operatorname{sgn}(l^*)\operatorname{sat}(s(t)) \qquad (5.4.2)$$

ตัวควบคุมแบบปรับตัวเองชนิดแบบจำลองอ้างอิงธรรมดา

$$v(t) = -k_1(t)y(t) - k_2(t)\dot{y}(t) + l(t)r(t) \tag{5.4.3}$$

ตัวควบคุมแบบปรับตัวเองที่นำเสนอ

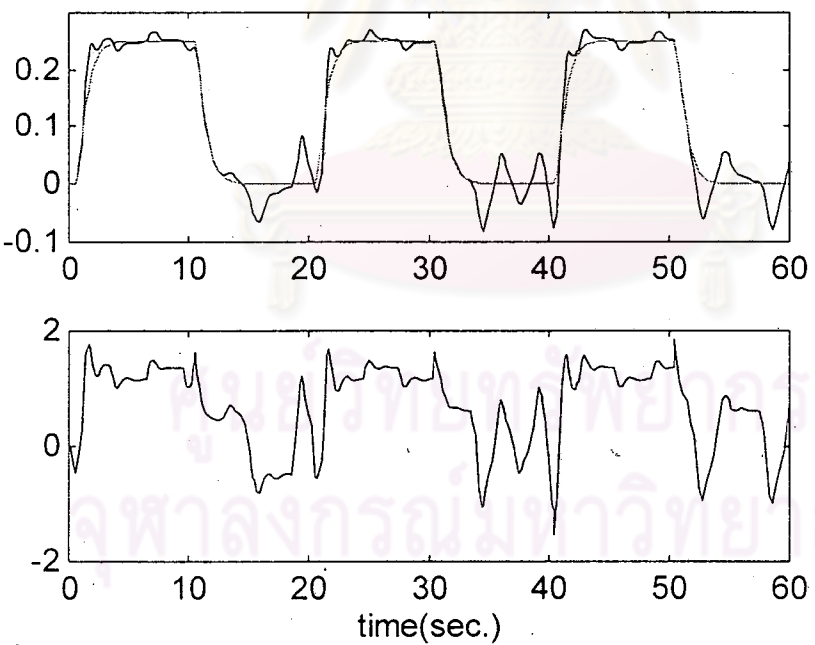
$$v(t) = -k_1(t)y(t) - k_2(t)\dot{y}(t) + l(t)r(t) - \delta(t)\mathrm{sgn}(l^*)\mathrm{sat}(s(t)) \tag{5.4.4}$$

โดยเลือก $s(t) = e(t)^T Pb_m = 7.5e_1 + 2.25e_2$, $\varepsilon = \frac{1}{5}$ ในกรณีที่ทราบความชันของเขตไร้ผลสนอง จากเงื่อนไขเท่าเทียม $A - A_m = bmK^*$ และ $b_m = bml^*$ จะสามารถหาพารามิเตอร์ที่ต้องการได้ คือ $k_1^* = -5$, $k_2^* = -\frac{5}{2}$, $l^* = -\frac{1}{2}$

ต่อไปจะเป็นการเปรียบเทียบตัวควบคุมตามขั้นตอนที่ได้กล่าวไว้

การทดสอบที่ 5.4.1 เพื่อศึกษาผลของการเปลี่ยนค่าตัวแปรในการออกแบบ g_1, g_2 และ δ^* ในตัวควบคุม (5.4.1) และ (5.4.2) ตามลำดับ

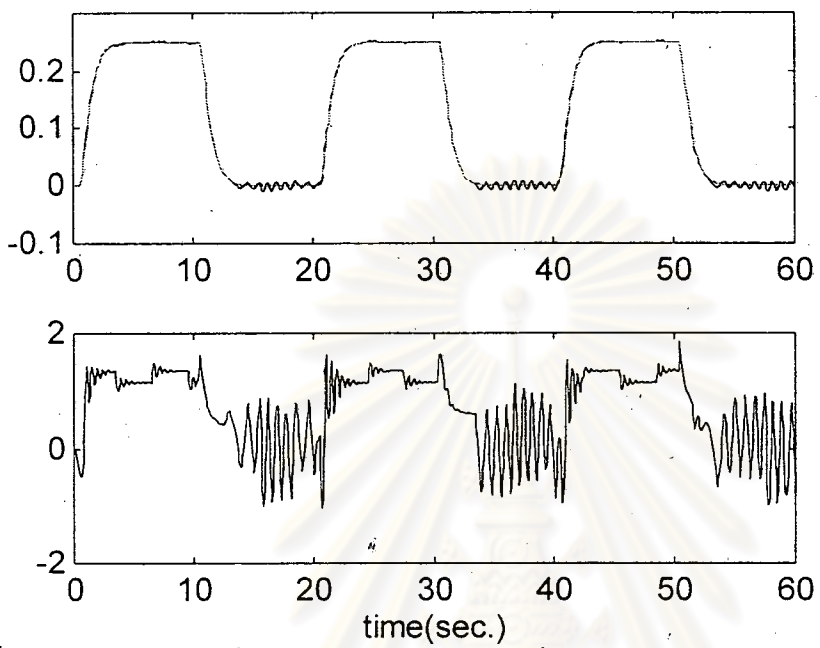
ผลการจำลองที่ได้จากการเลือก $g_1 = 10$, $g_2 = 10$ และ $g_1 = 100$, $g_2 = 100$ แสดงไว้ในรูปที่ 5.25 ถึง 5.26



รูปที่ 5.25 ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม (5.4.1) เมื่อเลือกค่า $g_1 = 10$, $g_2 = 10$
(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.4.1)

จากผลการจำลองพบว่าการเพิ่มขนาดของ g_1, g_2 จะสามารถลดขนาดของความคลาดเคลื่อนในการตามได้แต่สัญญาณควบคุมจะมีการแกว่งเพิ่มขึ้น ในช่วงที่สัญญาณควบคุมอยู่ภายในแถบไร้ผลสนอง (ในช่วงวินาทีที่ 10 - 20, 30 - 40 และ 50 - 60) ส่วนอินทิกรัลจะพยายามเพิ่มขนาดของสัญญาณ

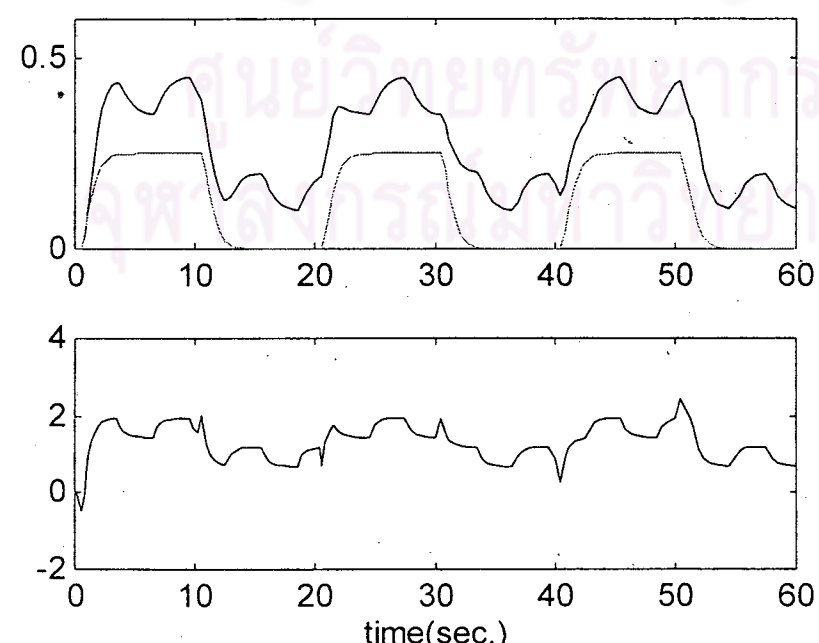
ควบคุมจึงทำให้เกิดการแกว่ง ระดับของการแกว่งจะมากถ้าระบบเชิงเส้นเดิมไม่เสถียรอยู่แล้วและจะเห็นได้ชัดขึ้นอีกถ้าสัญญาณอ้างอิงมีขนาดเล็ก



รูปที่ 5.26 ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม (5.4.1) เมื่อเลือกค่า $g_1 = 100, \quad g_2 = 100$

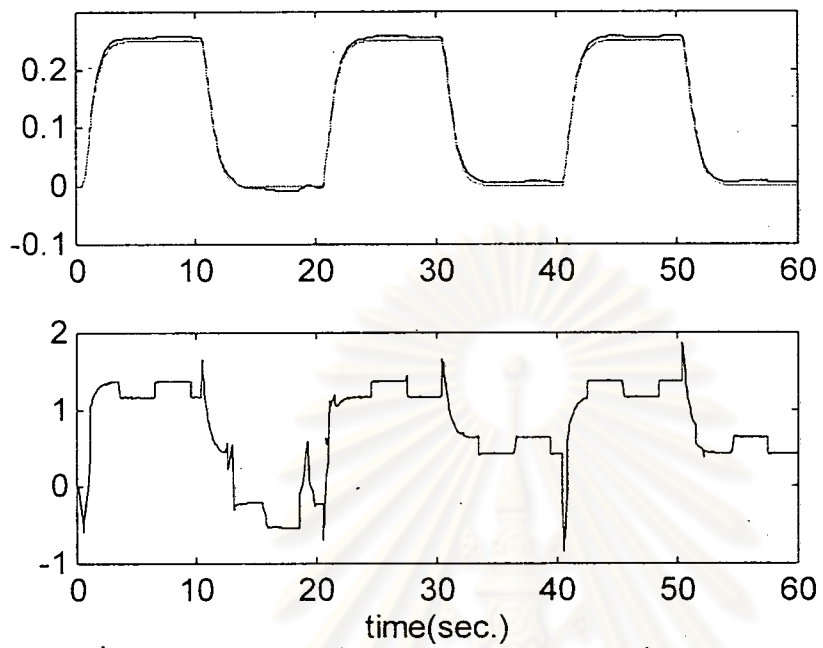
(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.4.1)

ค่าของ δ^* ในตัวควบคุม (5.4.2) เป็นขอบเขตบนของ $b_r(t), b_l(t)$ โดยทดลองใช้ค่าที่น้อยกว่าคือ $\delta^* = 0.2$ ได้ผลตามรูปที่ 5.27 และ $\delta^* = 1$ ซึ่งเป็นขอบเขตบนของ $b_r(t), b_l(t)$ ได้ผลตามรูปที่ 5.28



รูปที่ 5.27 ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม (5.4.2) เมื่อเลือกค่า $\delta^* = 0.2$

(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.4.2)



รูปที่ 5.28 ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม (5.4.2) เมื่อเลือกค่า $\delta^* = 1$

(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.4.2)

ทำนองเดียวกับค่า g_1, g_2 คือ การเพิ่มขนาดของ δ^* จะทำให้ขนาดของความคลาดเคลื่อนลดลง แต่สัญญาณควบคุมที่ได้ก็จะมีความถี่เพิ่มขึ้น ข้อแตกต่างที่เห็นได้ชัดเมื่อเทียบกับการควบคุมแบบอินทิกรัลสัดส่วนคือระดับของการแกว่งจะน้อยกว่าเมื่อสัญญาณควบคุมอยู่ภายในแถบไร้ผลสนอง

เราลองมาวิเคราะห์ผลที่ได้จากการจำลอง พิจารณาตัวควบคุมอินทิกรัลสัดส่วน (5.4.1) ในกรณีที่สัญญาณควบคุม $v(t)$ อยู่นอกแถบไร้ผลสนอง สมการความคลาดเคลื่อนที่ได้ คือ

$$\dot{e}(t) = A_m e + bmG\int_0^t edt - bmb_{r,l} \quad \text{โดย } b_{r,l} \text{ แทน } b_r \text{ หรือ } b_l \text{ และ } e = [y - y_m \quad \dot{y} - \dot{y}_m]^T$$

กำหนดให้ $z = \int_0^t edt$ ดังนั้น $\dot{z} = e$ นำสมการทั้งสองมาเขียนรวมกันได้ดังนี้

$$\dot{\varsigma} = A_M \varsigma - \begin{bmatrix} bmb_{r,l} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & bmG \\ I & 0 \end{bmatrix} \varsigma - \begin{bmatrix} bmb_{r,l} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.4.5}$$

โดย $\varsigma = \begin{bmatrix} e \\ z \end{bmatrix}$

$$\dot{\varsigma} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -4 & -2g_1 & -2g_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \varsigma - \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} b_{r,l} \tag{5.4.6}$$

ถ้า $g_1 = 10, \quad g_2 = 10$ ระบบวงปิด (5.4.6) จะมีรากอยู่ที่ 0, -0.9475, $-1.5262 \pm 4.3334j$

ถ้า $g_1 = 100, \quad g_2 = 100$ ระบบวงปิด (5.4.6) จะมีรากอยู่ที่ 0, -0.9950, $-1.5025 \pm 14.098j$

ในกรณีที่สัญญาณควบคุม $v(t)$ อยู่ในแถบไร้ผลสนอง สมการความคลาดเคลื่อนที่ได้ คือ

$$\dot{\varsigma} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -4 & -2g_1 & -2g_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \varsigma - \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v \qquad (5.4.7)$$

ซึ่งรากของระบบวงปิด (5.4.7) ยังคงเหมือนใน (5.4.6)

ส่วนตัวควบคุม (5.4.2) การวิเคราะห์จะเหมือนกับที่เคยกล่าวไว้ในบทที่ 4 เริ่มพิจารณาจากกรณีที่สัญญาณควบคุม $v(t)$ อยู่นอกแถบไร้ผลสนอง สมการความคลาดเคลื่อนที่ได้ คือ

$$\dot{e}(t) = A_m e + bm\delta^* \,\mathrm{sat}(s) - bmb_{r,l} \qquad (5.4.8)$$

และเมื่อสัญญาณควบคุมอยู่ในเขตไร้ผลสนอง

$$\dot{e}(t) = A_m e + bm\delta^* \,\mathrm{sat}(s) - bmv \qquad (5.4.9)$$

ซึ่งมีรากเหมือนกันคือ $-2, -2$

ถ้า δ^* เป็นขอบเขตบนของ b_r และ b_l จริงๆ เราสามารถบอกได้ว่าความคลาดเคลื่อนในการตามจะลดลงจนกว่าขนาดของ s น้อยกว่า ε ดังที่เคยได้พิสูจน์แล้วในบทที่ 4

เมื่อเปรียบเทียบขนาดของความคลาดเคลื่อนระหว่างรูปที่ 5.26 กับ 5.28 พบว่ามีขนาดใกล้เคียงกันดังนั้นเราจะใช้ค่าของตัวแปรในการออกแบบนี้ ($g_1 = 100$, $g_2 = 100$ และ $\delta^* = 1$) กับตัวควบคุมทั้งสองสำหรับการทดสอบที่ 5.4.2

การทดสอบที่ 5.4.2 เพื่อศึกษาถึงความมั่นคงต่อการรบกวนแบบต่างๆ

เป็นที่ทราบกันดีว่าตัวควบคุมแบบอินทิกรัลสัดส่วนมีความมั่นคงต่อการรบกวนทางเข้าและการรบกวนทางออกอยู่ในระดับหนึ่ง เช่นเดียวกันตัวควบคุมที่นำเสนอก็มีความมั่นคงอยู่ในระดับหนึ่งดังที่ได้เคยทดสอบมาแล้วในตัวอย่างแรก ดังนั้นสำหรับการทดสอบนี้จะใช้การรบกวนที่แตกต่างออกไปคือ

1. ระบบส่วนที่เป็นเชิงเส้นถูกรบกวนจนทำให้มีการเปลี่ยนแปลงจุดทำงานไปชั่วขณะดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{y}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 1+d(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} u(t) \quad \text{โดย} \quad d(t) = \begin{cases} 3, & 30 \le t \le 40 \\ 0, & \text{อื่นๆ} \end{cases}$$

2. สัญญาณควบคุมถูกประวิงเวลาไป 0.1 วินาที

ผลการจำลองที่ได้เป็นไปตามรูปที่ 5.29 ถึง 5.32

เมื่อมีการรบกวนในขณะที่ $d(t)$=3 สมการความคลาดเคลื่อน (5.4.6) จะเปลี่ยนเป็น

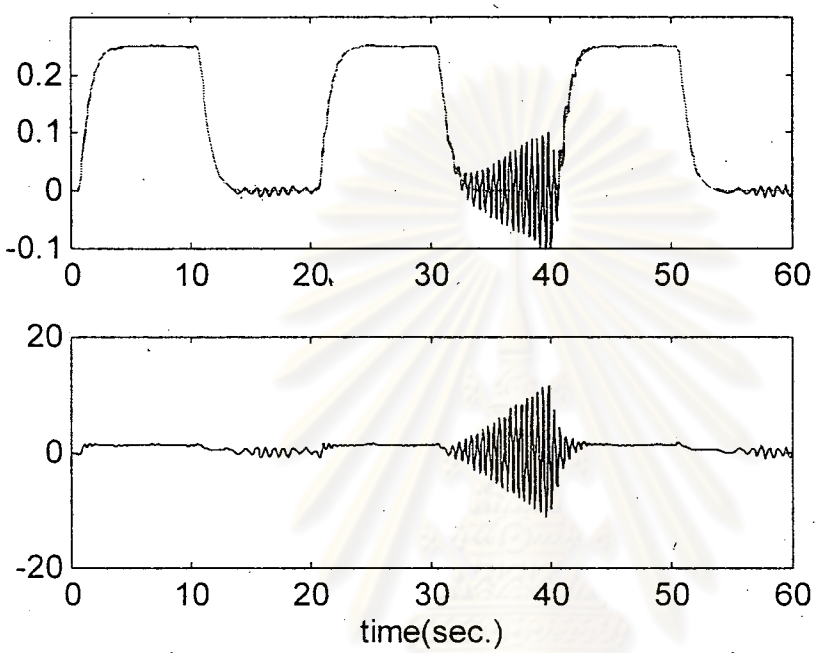
$$\dot{\varsigma} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -4+3 & -2g_1 & -2g_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \varsigma + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{y}_m - \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} b_{r,l} \quad \text{โดย} \quad \underline{y}_m = \begin{bmatrix} y_m \\ \dot{y}_m \end{bmatrix} \qquad (5.4.10)$$

รากของระบบวงปิดจะเปลี่ยนไปเป็น 0, -0.9805, $-0.0098 \pm 14.2822j$ สมการ (5.4.7) ก็เป็นไปในลักษณะเดียวกัน

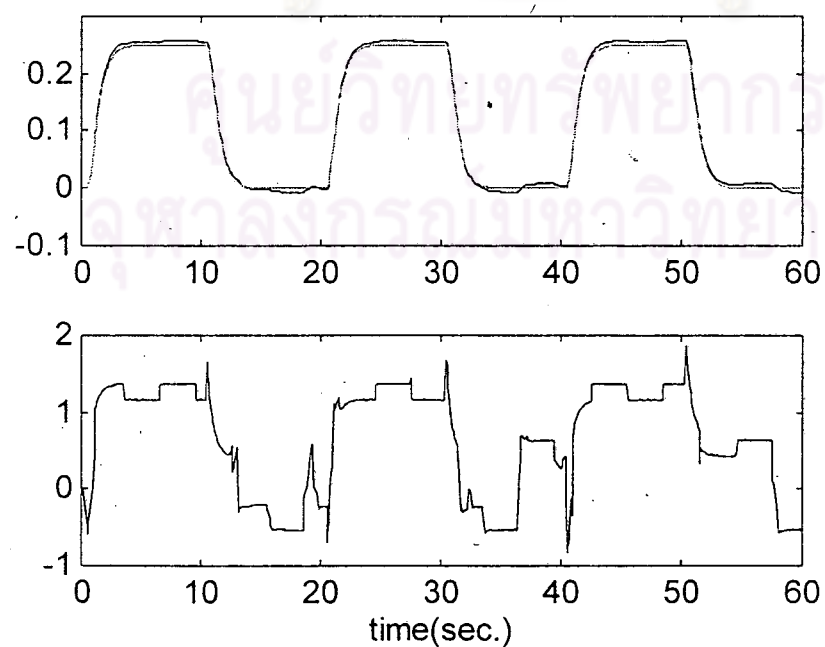
ส่วนตัวควบคุมที่นำเสนอสมการความคลาดเคลื่อนจะเปลี่ยนจาก (5.4.8) เป็น

$$\dot{e}(t) = A_m e + De + D\underline{y}_m + bm\delta^* \text{sat}(s) - bmb_{r,1} \quad \text{โดย } D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \tag{5.4.11}$$

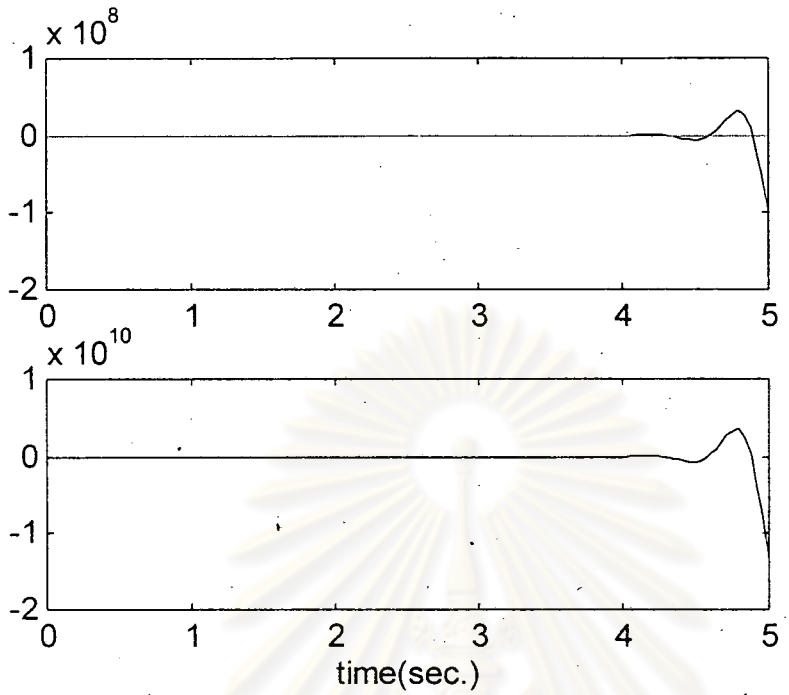
ซึ่งมีรากอยู่ที่ $-0.5 \pm 1.9365j$ สมการ (5.4.9) ก็เป็นไปในลักษณะเดียวกัน



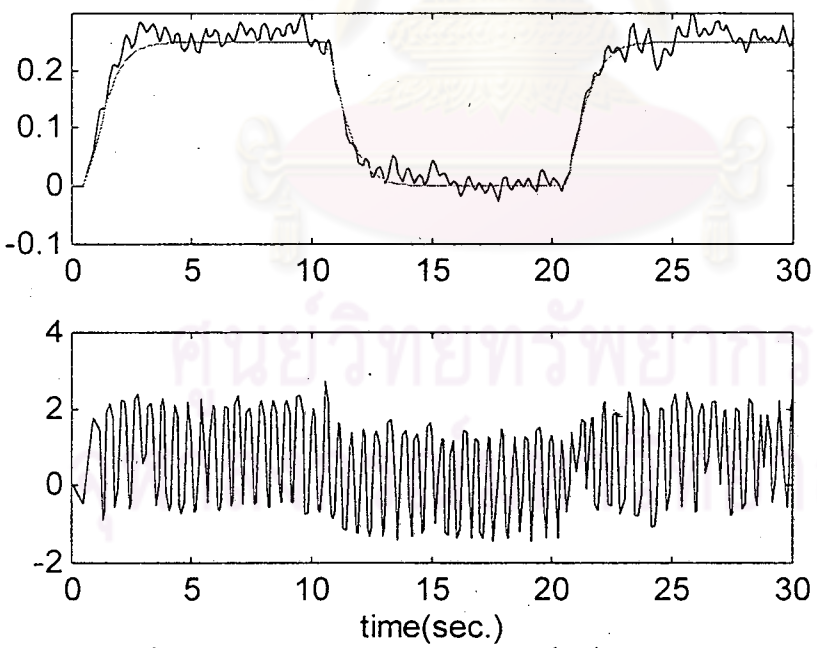
รูปที่ 5.29 ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม (5.4.1) ($g_1 = 100$, $g_2 = 100$) เมื่อมีการรบกวน $d(t)$
(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.4.1)



รูปที่ 5.30 ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม (5.4.2) ($\delta^* = 1$) เมื่อมีการรบกวน $d(t)$
(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.4.2)



รูปที่ 5.31 ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม (5.4.1) ($g_1 = 100,\ g_2 = 100$) เมื่อสัญญาณควบคุมถูกประวิงเวลาไป 0.1 วินาที (บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.4.1)



รูปที่ 5.32 ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม (5.4.2) ($\delta^* = 1$) เมื่อเมื่อสัญญาณควบคุมถูกประวิงเวลาไป 0.1 วินาที (บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.4.2)

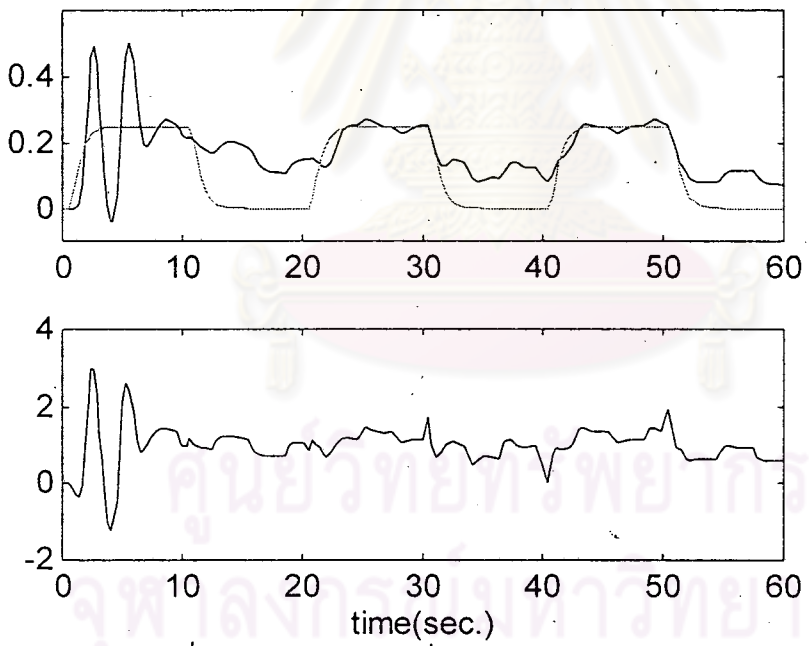
จะเห็นว่าแม้ในสภาวะปกติตัวควบคุมทั้งสองจะสามารถทำให้ขนาดของความคลาดเคลื่อนลดลงได้เหมือนกัน แต่การใช้อัตราขยายที่สูงเกินไปเพื่อลดความคลาดเคลื่อนในการตามของตัวควบคุมอินทิกรัลสัดส่วนจะทำให้ผลตอบสนองที่ได้แกว่งเมื่อระบบถูกรบกวน

การทดสอบที่ 5.4.3 เพื่อเปรียบเทียบผลตอบสนองที่ได้จากตัวควบคุมแบบปรับตัวเองชนิดแบบจำลองอ้างอิงธรรมดากับตัวควบคุมที่นำเสนอ

ในกรณีที่พารามิเตอร์ของระบบเชิงเส้นมีความไม่แน่นอนสูงเรายังไม่สามารถหากฎการปรับที่เหมาะสมให้กับตัวควบคุม (5.4.1) สำหรับควบคุมระบบเชิงเส้นธรรมดาได้ (ยกเว้นระบบอันดับหนึ่ง) ดังนั้นจึงเปลี่ยนไปใช้ตัวควบคุมแบบปรับตัวเองชนิดแบบจำลองอ้างอิงธรรมดา (5.4.3) แทน เหตุผลอีกประการหนึ่งในการเลือกตัวควบคุมแบบปรับตัวเองชนิดโมเดลอ้างอิงมาเปรียบก็คือ ตัวควบคุมแบบอินทิกรัลสัดส่วนที่มีการปรับอัตราขยายเพื่อให้สัญญาณออกของระบบตามสัญญาณออกของแบบจำลองถือได้ว่าเป็นการควบคุมแบบปรับตัวเองชนิดแบบจำลองอ้างอิงแบบหนึ่ง [8] และโครงสร้างก็เป็นไปในลักษณะเดียวกัน

ส่วนของระบบที่พิจารณาเหมือนกับการทดสอบที่ 5.4.2 คือ

$$\begin{bmatrix}\dot{y}(t)\\ \ddot{y}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 6 & 1+d(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y(t)\\ \dot{y}(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ -2\end{bmatrix}u(t) \quad \text{โดย} \quad d(t)=\begin{cases}3, & 30\le t\le 40\\ 0, & \text{อื่นๆ}\end{cases}$$



รูปที่ 5.33 ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม (5.4.3)

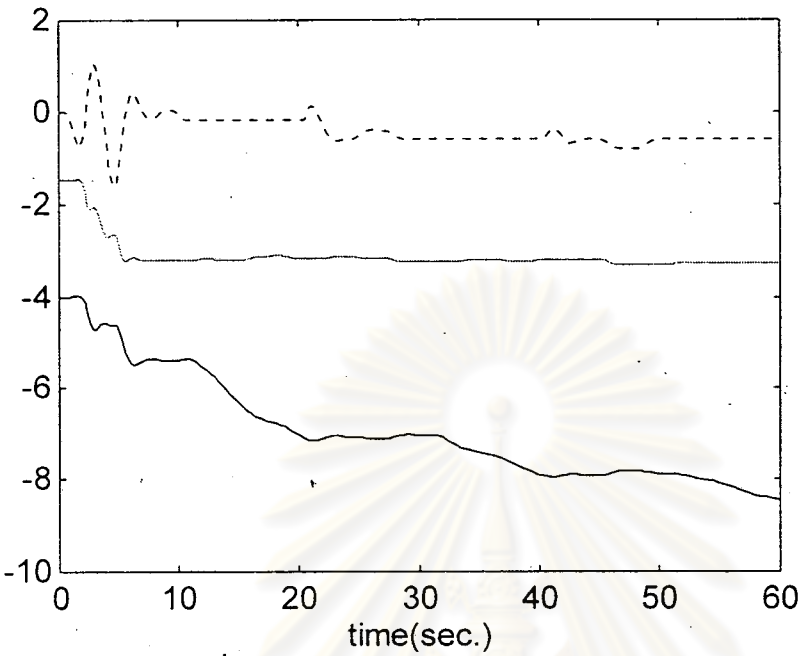
(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.4.3)

สำหรับตัวควบคุม (5.4.3) กฎการปรับที่ใช้เป็นกฎการปรับสำหรับการควบคุมแบบปรับตัวเองชนิดแบบจำลองอ้างอิงธรรมดา คือ

$$\begin{bmatrix}\dot{k}_1(t) & \dot{k}_2(t)\end{bmatrix}=b_m^T Pe(t)\begin{bmatrix}y(t) & \dot{y}(t)\end{bmatrix}\text{sgn}(l^*) \quad \text{และ} \quad \dot{l}(t)=-b_m^T Pe(t)r(t)\text{sgn}(l^*)$$

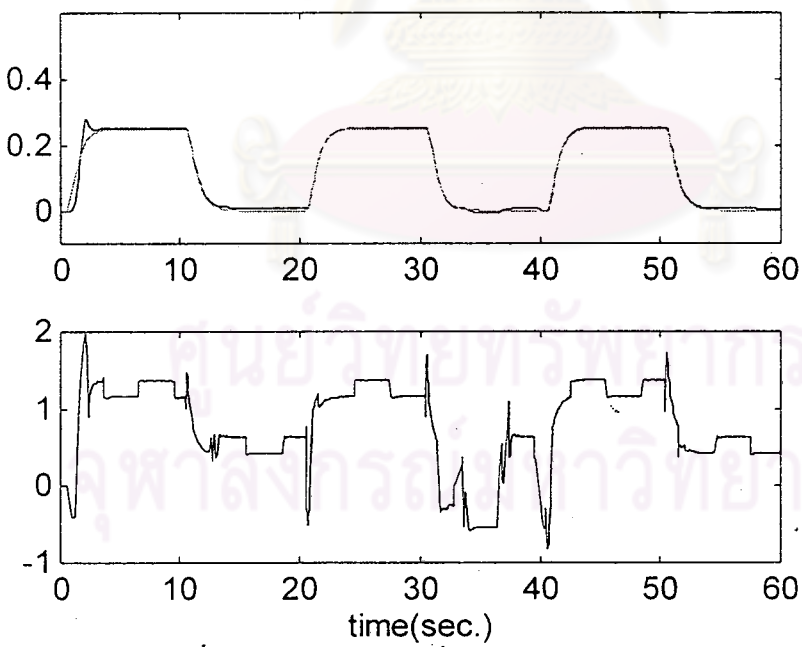
โดย

$P=\begin{bmatrix}39 & 7.5\\ 7.5 & 2.25\end{bmatrix}$ ค่าเริ่มต้นคือ $k_1(0)=-4,\quad k_2(0)=-1.5,\quad l(0)=0$



รูปที่ 5.34 พารามิเตอร์ของตัวควบคุม (5.4.3)

(เส้นเข้ม) $k_1(t)$ (เส้นจาง) $k_2(t)$ (เส้นประ) $l(t)$



รูปที่ 5.35 ผลการจำลองที่ได้จากตัวควบคุม (5.4.4)

(บน) $y(t)$ (เส้นเข้ม) และ $y_m(t)$ (ล่าง) สัญญาณควบคุม $v(t)$ จาก (5.4.4)

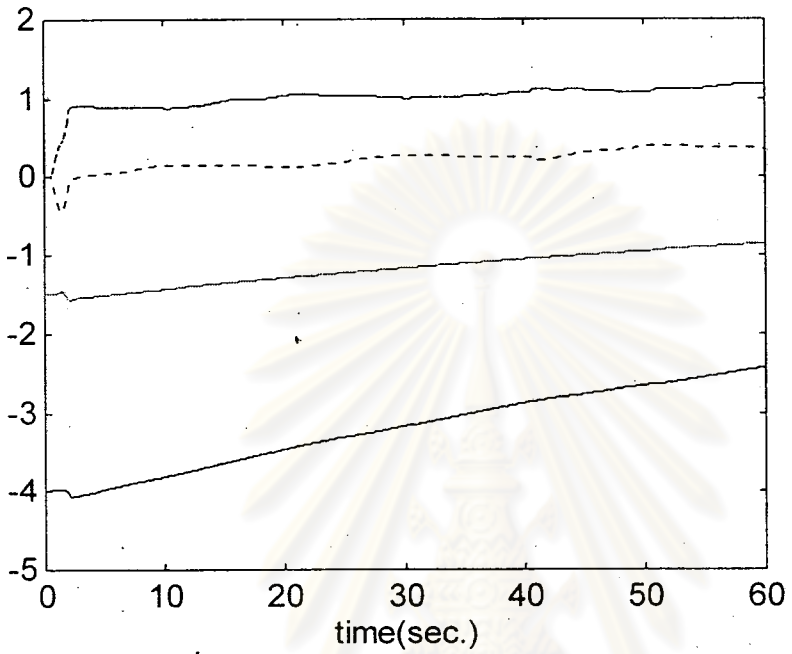
ส่วนตัวควบคุม (5.4.4) กฎการปรับที่ใช้เป็นกฎการปรับที่ได้เสนอไว้ใน (4.3.9) ถึง (4.3.11)

โดย $P = \begin{bmatrix} 39 & 7.5 \\ 7.5 & 2.25 \end{bmatrix}$, $\varepsilon = \frac{1}{5}$ ค่าเริ่มต้นคือ $k_1(0) = -4$, $k_2(0) = -1.5$, $l(0) = 0$, $\delta(0) = 0$

ค่าเริ่มต้นและค่าของเมทริกซ์ P จะเหมือนกับตัวควบคุม (5.4.3) ข้อสังเกตอีกอย่างหนึ่งในการเลือก

P คือ ในที่นี้เราให้ความสำคัญกับ $y(t)$ มากกว่า ดังนั้นสัมประสิทธิ์ที่คูณอยู่กับ $e_1(t) = y(t) - y_m(t)$ ใน $s(t) = e(t)^T Pb_m = 7.5e_1 + 2.25e_2$ จึงควรมีค่ามากกว่า

ผลการจำลองแสดงไว้ในรูปที่ 5.35 และ 5.36



รูปที่ 5.36 พารามิเตอร์ของตัวควบคุม (5.4.4)

(จากบน→ล่าง) $\delta(t)$, $l(t)$, $k_2(t)$ และ $k_1(t)$

ผลที่สังเกตเห็นได้คือแม้ในช่วงที่ไม่มีการรบกวนจากภายนอก ตัวควบคุมแบบปรับตัวเองชนิดแบบจำลองอ้างอิงธรรมดาใน (5.4.3) ก็ไม่สามารถลดความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากเขตไร้ผลสนองได้ ถ้าสังเกตพารามิเตอร์ $k_1(t)$ ในรูปที่ 5.34 จะเห็นว่ามีความเป็นไปได้ที่ระบบวงปิดจะขาดเสถียรภาพ เพราะ $k_1(t)$ ของ (5.4.3) อาจไม่มีขอบเขต

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย