บทที่ 4

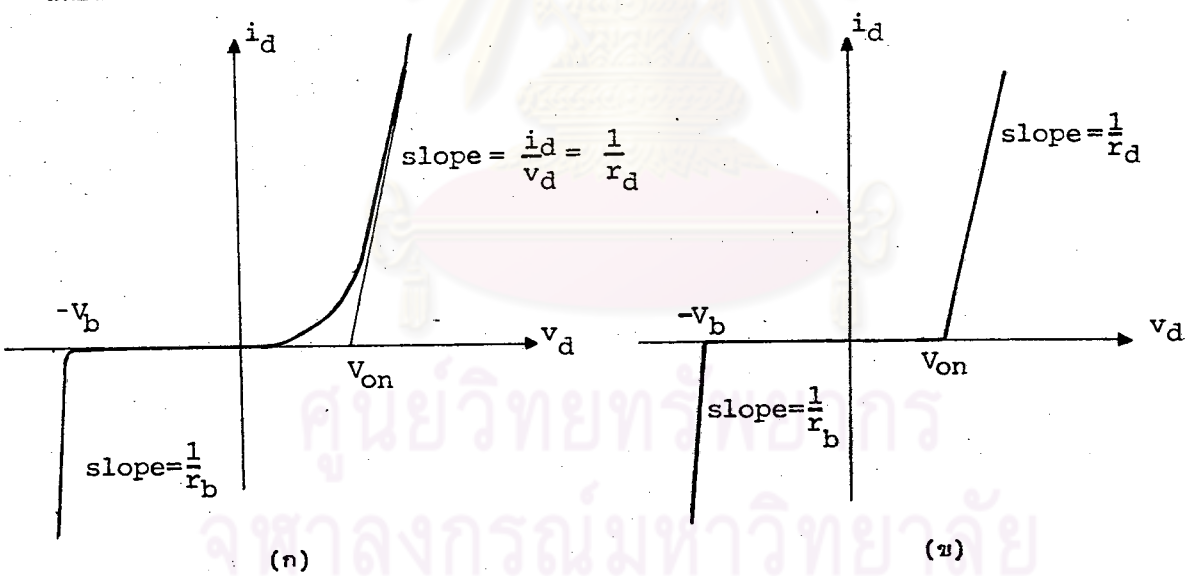
การวิเคราะห์วงจรพลวัตเชิงเส้นแบบท่อน

4.1 ลักษณะสมบัติเชิงเส้นแบบท่อน

วงจรเชิงเส้นแบบท่อนคือ วงจรไม่เชิงเส้นแบบหนึ่งนั่นเอง อุปกรณ์ไม่เชิงเส้นในวงจรประเภทนี้จะถูกแบ่งออกเป็นภาวะต่างๆ โดยในแต่ละภาวะหนึ่งอุปกรณ์นั้นจะมีลักษณะสมบัติเป็นเชิงเส้น ตัวอย่างเช่น ไดโอด ซึ่งมีกราฟลักษณะสมบัติของแรงดัน-กระแสเป็นดังรูปที่ 4.1(ก) เราอาจประมาณให้ไดโอดมีการทำงาน 3 ภาวะด้วยกันคือ

1) ภาวะพังทลาย (breakdown) เกิดเมื่อ $v_d < -V_b$
2) ภาวะไม่นำกระแส (off) เกิดเมื่อ $-V_b \leqslant v_d < V_{on}$
3) ภาวะนำกระแส (on) เกิดเมื่อ $v_d \geqslant V_{on}$

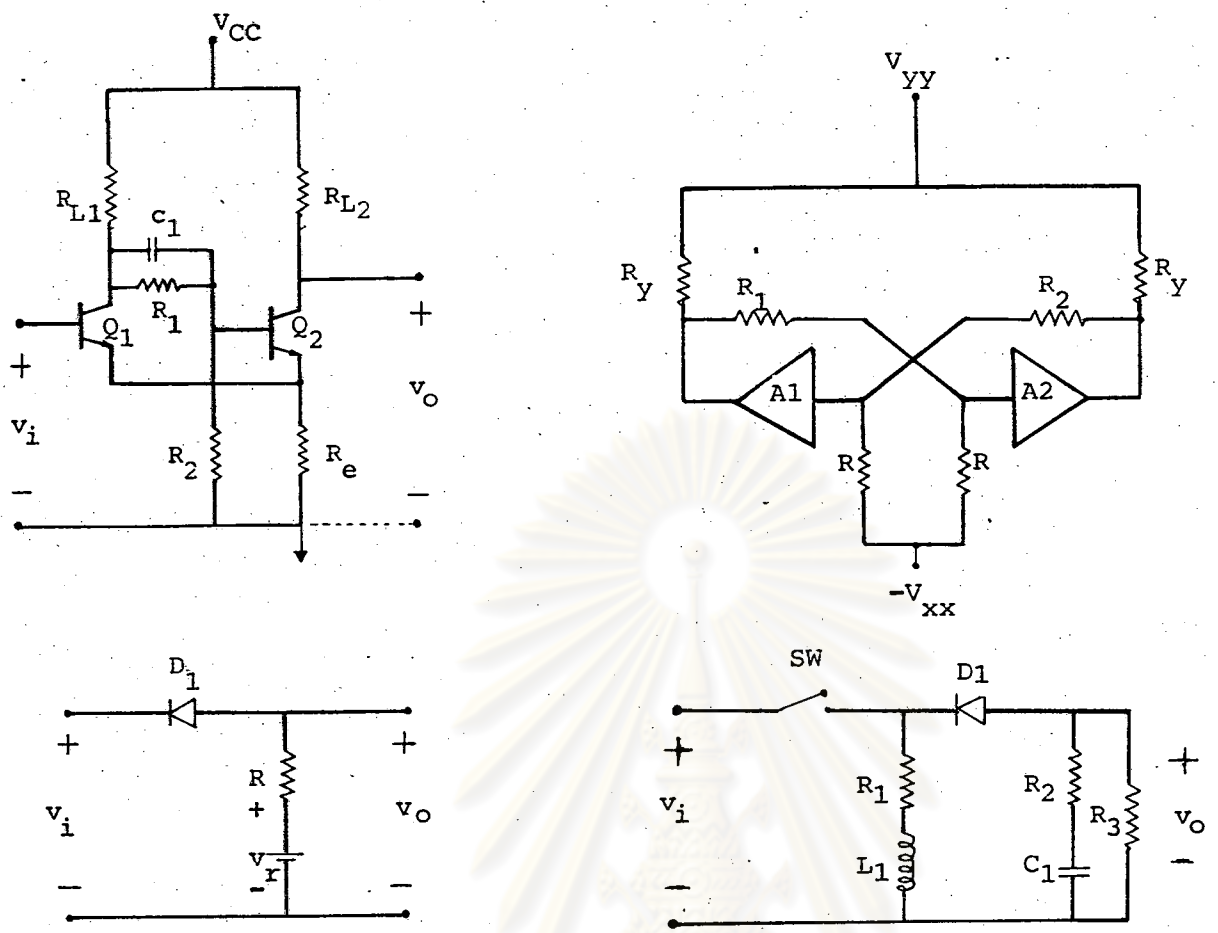
ในแต่ละภาวะก็สามารถประมาณได้ด้วยลักษณะสมบัติเป็นเส้นตรงดังในรูป 4.1(ข) ลักษณะสมบัติที่ได้จากการประมาณเช่นนี้เราเรียกว่า 'ลักษณะสมบัติเชิงเส้นแบบท่อน'



รูปที่ 4.1 ลักษณะสมบัติของไดโอด (ก) ไม่เชิงเส้น
(ข) เชิงเส้นแบบท่อน

อุปกรณ์ไม่เชิงเส้นที่เรามักจะประมาณให้เป็นอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนนี้ได้แก่ ไดโอด ทรานซิสเตอร์ และออปแอมป์ เป็นต้น วงจรเชิงเส้นแบบท่อนส่วนใหญ่ที่เราพบและนิยมใช้ในทางปฏิบัติ ได้แก่ วงจรเชิงเลข วงจรอิเล็กทรอนิกส์กำลัง และวงจรจัดรูปสัญญาณเป็นต้น ดังแสดงเป็นตัวอย่างในรูปที่ 4.2

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.2 ตัวอย่างของวงจรเชิงเส้นแบบท่อน

สาเหตุที่เราเลือกใช้การประมาณแทนการวิเคราะห์วงจรไม่เชิงเส้นโดยตรง ก็เพราะว่าคำตอบที่ได้จากการประมาณนั้นไม่ได้แตกต่างจากคำตอบจริงมากนัก และโดยปกติแล้วในการคำนวณวงจรไม่เชิงเส้นโดยทั่วไปก็ใช้การประมาณในลักษณะเช่นนี้อยู่แล้ว ที่สำคัญที่สุดก็คือ สมการของวงจรเชิงเส้นแบบท่อนที่ได้จะเป็นสมการเชิงเส้นเหมือนกับสมการของวงจรต้านทานเชิงเส้นและสมการของวงจรพลวัตเชิงเส้น ทำให้เราสามารถใช้วิธีแยกตัวประกอบแอล-ยูเพียงวิธีเดียวในการแก้สมการวงจรทั้งหมดที่ได้กล่าวมาแล้ว แต่ถ้าหากเราไม่ใช้วิธีการประมาณอุปกรณ์ไม่เชิงเส้นให้เป็นอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนเสียก่อนสมการวงจรที่ได้ก็จะเป็นสมการไม่เชิงเส้นและอยู่ในรูปของ

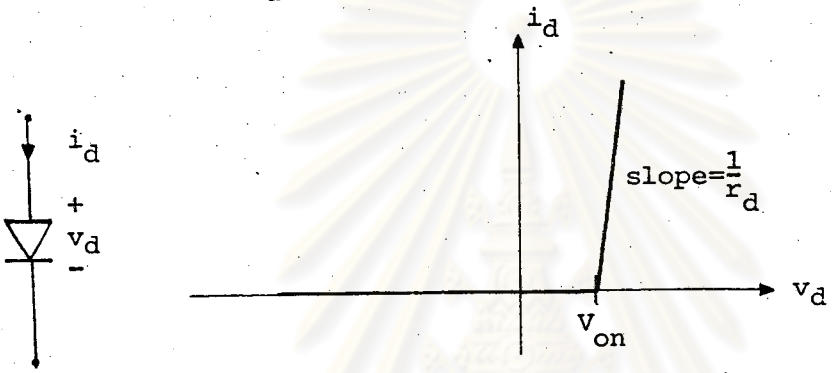
$$f(x) = 0 \quad : \text{โดยที่ } x \text{ เป็นเวกเตอร์ของตัวแปรวงจร} \qquad (4.1)$$

ซึ่งการแก้สมการในลักษณะเช่นนี้จะยุ่งยากมากขึ้น เพราะต้องอาศัยเทคนิคการแก้สมการไม่เชิงเส้นเช่นวิธี Newton-Raphson [7] ทำให้ไม่เหมาะสมกับการนำมาพัฒนาเป็นโปรแกรมบนไมโครคอมพิวเตอร์

ในบทนี้เราจะศึกษาอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนที่สำคัญคือ ไดโอด ออปแอมป์ ทรานซิสเตอร์ และสวิตช์ เพื่อกำหนดลักษณะตราประจำอุปกรณ์ของอุปกรณ์เหล่านี้ในภาวะต่างๆ พร้อมกับแนะนำตัวแปรแบบบูล (Boolean variable) ที่ใช้สำหรับรวมตราประจำอุปกรณ์ในภาวะต่างๆ เข้าเป็นตราประจำอุปกรณ์เพียงตราเดียว

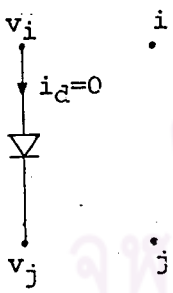
4.2 ตราประจำอุปกรณ์ของไดโอด

ในการวิจัยนี้เราประมาณให้ไดโอดมีการทำงานเพียงสองภาวะคือภาวะไม่นำกระแส (OFF) และภาวะนำกระแส (ON) ดังแสดงในรูปที่ 4.3 โดยที่ V_{on} คือแรงดันคัทอิน (cutin voltage) และ r_d คือ ความต้านทานของไดโอดขณะนำกระแสเต็มที่



รูปที่ 4.3 ลักษณะสมบัติเชิงเส้นแบบท่อนของไดโอด

วงจรสมมูลของไดโอดในขณะไม่นำกระแสแสดงไว้ดังรูปที่ 4.4(ก) ซึ่งก็คือ วงจรเปิด (open circuit) ตราประจำอุปกรณ์ในภาวะนี้สร้างโดยการกำหนดให้กระแสไหลผ่านไดโอดเป็นศูนย์นั่นเอง ดังรูป 4.4(ข) ส่วนในภาวะนำกระแสวงจรสมมูลที่ใช้กันทั่วไป

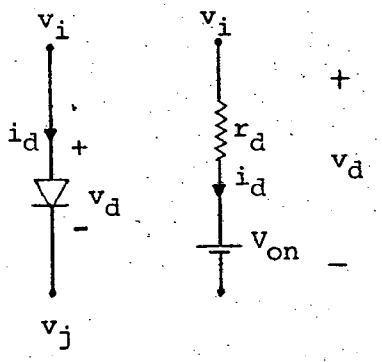


	v_i	v_j	i_d
KCL_i			1
KCL_j			-1
BR_d			1

รูปที่ 4.4 ไดโอดขณะไม่นำกระแส (ก) วงจรสมมูล
(ข) ตราประจำอุปกรณ์

เป็นดังรูปที่ 4.5(ก) และมีตราประจำอุปกรณ์ดังรูป 4.5(ข) โดยถือว่าค่าความจุไฟฟ้าที่รอยต่อมีค่าน้อยมากจนสามารถละเลยได้ โดยการใช้ตัวแปรแบบบูล [5] เข้าช่วยเราสามารถเขียนตราประจำอุปกรณ์ของไดโอดในรูป 4.4(ข) และ 4.5(ข) เสียใหม่เป็นตามรูปที่ 4.6 โดย S จะมีค่าเป็นศูนย์เมื่อไดโอดไม่นำกระแสและเป็นหนึ่งเมื่อไดโอดนำกระแส

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



	v_i	v_j	i_d	b
KCL_i			1	
KCL_j			-1	
BR_d	1	-1	$-r_d$	V_{on}

(ข)

รูปที่ 4.5 ไดโอดขณะนำกระแส (ก) วงจรสมมูล (ข) ตราประจำอุปกรณ์

	v_i	v_j	i_d	b
KCL_i			1	
KCL_j			-1	
BR_d	S	-S	$-r_d*S+\bar{S}$	$V_{on}*S$

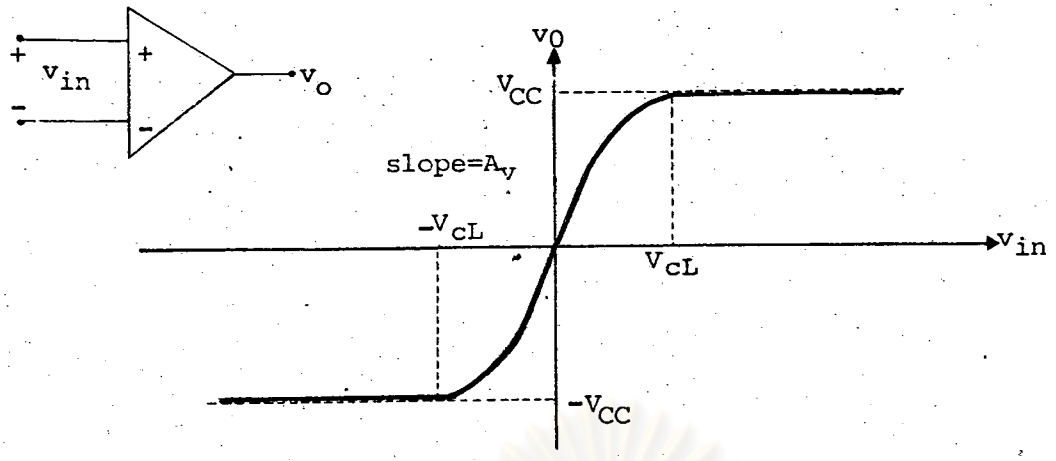
S=1;diode on
S=−1;diode off

รูปที่ 4.6 ตราประจำอุปกรณ์ของไดโอดเมื่อใช้ตัวแปรแบบบูลเข้าช่วย

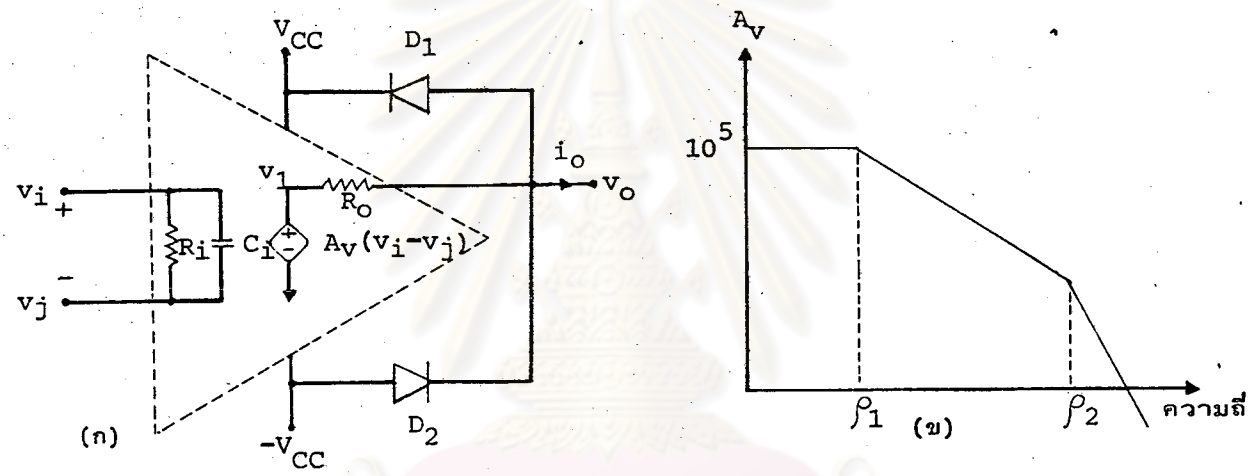
4.3 ตราประจำอุปกรณ์ของออปแอมป์

ออปแอมป์ (operational amplifier) เป็นอุปกรณ์ไม่เชิงเส้นอีกอย่างหนึ่งที่เราจะกล่าวถึง เนื่องจากออปแอมป์เป็นวงจรรวม (integrate circuit) ซึ่งใช้ทำหน้าที่ขยายสัญญาณและประกอบด้วยทรานซิสเตอร์อย่างน้อย 2 ตัว ดังนั้นจึงเป็นการง่ายกว่าที่จะกำหนดวงจรสมมูลโดยประมาณจากลักษณะสมบัติโอนย้าย (transfer characteristic) ของวงจร จากลักษณะสมบัติโอนย้ายในรูปที่ 4.7 เราสามารถประมาณภาวะการทำงานของออปแอมป์ออกได้ 3 ภาวะคือ ภาวะไวงาน (active) ภาวะอิ่มตัวทางบวก (positive saturation) และภาวะอิ่มตัวทางลบ (negative saturation) ซึ่งสามารถเขียนวงจรสมมูลได้เป็นดังรูปที่ 4.8(ก) โดยที่ v_i และ v_j คือแรงดันขาเข้าของวงจร R_i คือความต้านทานขาเข้า ($\approx \infty$) C_i คือความจุไฟฟ้าขาเข้า (≈ 0) A_V คืออัตราขยายลูปเปิด (open loop gain) มีผลตอบสนองเชิงความถี่ดังรูปที่ 4.8(ข) R_o คือความต้านทานขาออก (≈ 0) v_o เป็นแรงดันออก D_1 และ D_2 เป็นไดโอดอุดมคติ (ideal diode)

ออปแอมป์เป็นอุปกรณ์ที่นิยมใช้กันมาก เพราะมีวงจรสมมูลที่ผู้ใช้ทั่วไปสามารถทำความเข้าใจ และนำไปออกแบบวงจรขยายได้ง่ายกว่าการออกแบบโดยใช้ทรานซิสเตอร์อย่างเดียว สำหรับการใช้งานของออปแอมป์ในช่วงอิ่มตัวทางบวกและช่วงอิ่มตัวทางลบนั้น ก็จะพบในวงจรเปรียบเทียบแรงดันและวงจรไม่เสถียร (unstable) แบบต่างๆ (รายละเอียดเพิ่มเติมสามารถหาอ่านได้จาก [7])



รูปที่ 4.7 ลักษณะสมบัติของฟังก์ชั่นโอนย้ายของออปแอมป์



รูปที่ 4.8 วงจรสมมูลของออปแอมป์

4.3.1 <u>ตราประจำอุปกรณ์ของออปแอมป์ในภาวะไวงาน</u>

ในภาวะนี้ไดโอด D1 และ D2 ในรูปที่ 4.8 อยู่ในภาวะไม่นำกระแส เราสามารถเขียนสมการด้านออก (output equation) ได้ดังนี้

$$\frac{v_o}{A_v} - v_i + v_j + \frac{i_o}{A_v}R_o = 0 \qquad -(4.2)$$

อัตราขยายแรงดันเปิดลูป (A_v) มีความสัมพันธ์กับความถี่เนื่องจากผลของตัวเก็บประจุภายในดังสมการ

$$A_v = \frac{A_o}{(1+s/\rho_1)(1+s/\rho_2)} \qquad -(4.3)$$

หรือ $$\frac{1}{A_v} = \frac{1}{A_o}\left(1+\left(\frac{1}{\rho_1}+\frac{1}{\rho_2}\right)s + \frac{1}{\rho_1\rho_2}s^2\right)$$

โดยที่ A_0 คืออัตราขยายแรงดันไฟตรงในขณะเปิดลูป

ρ_1, ρ_2 คือความถี่หักมุม (corner frequency)

s คืออนุพันธ์ $\frac{d}{dt}$

เมื่อแทนสมการ (4.3) ในสมการ (4.2) จะได้

$$\frac{1}{A_o}(v_o + P_1\dot{v}_o + P_2\ddot{v}_o) - v_i + v_j + \frac{R_o}{A_o}(i_o + P_1\dot{i}_o + P_2\ddot{i}_o) = 0 \qquad -(4.4)$$

โดยที่ $P_1 = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}$ $\qquad P_2 = \frac{1}{\rho_1\rho_2}$

โดยการประมาณอนุพันธ์ในสมการ (4.4) ด้วย Backward Euler ตามสมการที่ (3.2) จะได้

$$\frac{1}{A_o}\cdot\left(v_{o_{n+1}} + \frac{P_1}{h}(v_{o_{n+1}} - v_{o_n}) + \frac{P_2}{h^2}(v_{o_{n+1}} - 2v_{o_n} + v_{o_{n-1}})\right) - v_i + v_j$$

$$+ \frac{R_o}{A_o}\left(i_{o_{n+1}} + \frac{P_1}{h}(i_{o_{n+1}} - i_{o_n}) + \frac{P_2}{h^2}(i_{o_{n+1}} - 2i_{o_n} + i_{o_{n-1}})\right) = 0 \qquad -(4.5)$$

สมการที่ (4.5) สามารถเขียนเสียใหม่ในเทอมของแรงดันที่จุด v_1 (ดูรูปที่ 4.8) ได้เป็น

$$-v_i + v_j + \left(\frac{1}{A_o} + k_1\right)v_{o_{n+1}} + R_o\left(\frac{1}{A_o} + k_1\right)i_{o_{n+1}} = k_2 v_{1_n} - k_3 v_{1_{n-1}} \qquad -(4.6)$$

โดยที่ $k_1 = \frac{1}{A_o}\cdot\left[\frac{P_1}{h} + \frac{P_2}{h^2}\right]$; $k_2 = \frac{1}{A_o}\cdot\left[\frac{P_1}{h} + \frac{2P_2}{h^2}\right]$; $k_3 = \frac{1}{A_o}\cdot\frac{P_2}{h^2}$

และ $v_{1_n} = v_{o_n} + i_{o_n}\cdot R_o$, $v_{1_{n-1}} = v_{o_{n-1}} + i_{o_{n-1}}\cdot R_o$

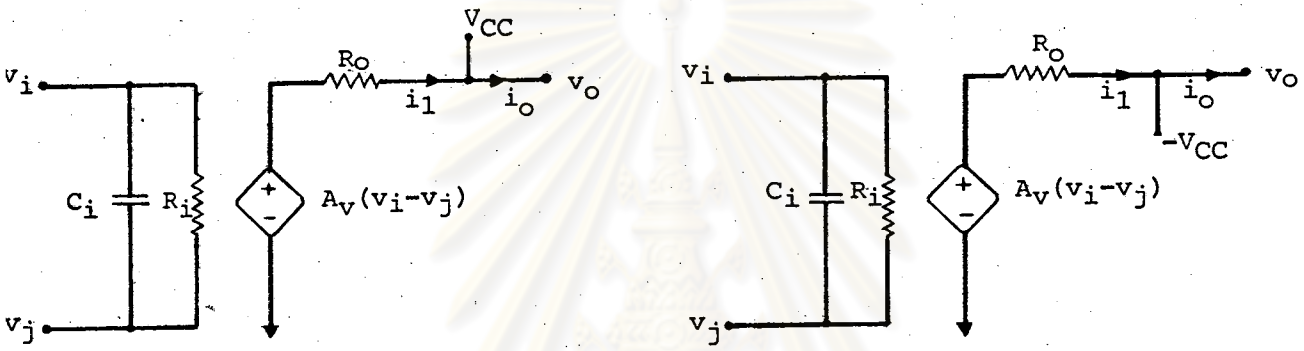
สมการที่ (4.6) นี้เป็นสมการแสดงลักษณะสมบัติโอนย้ายของออปแอมป์ในภาวะไวงาน ซึ่งเรานำไปใช้ในตราประจำอุปกรณ์ของออปแอมป์ สำหรับสมการโนด (Node equation) ก็สร้างจากตราประจำอุปกรณ์ของตัวต้านทานและตัวเก็บประจุขาเข้า ดังแสดงในรูปที่ 4.9

	$v_{i_{n+1}}$	$v_{j_{n+1}}$	$v_{o_{n+1}}$	$i_{o_{n+1}}$	b
KCL_i	$\frac{1}{R_i} + \frac{C_i}{h}$	$-\frac{1}{R_i} - \frac{C_i}{h}$			$\frac{C_i}{h}(v_i - v_j)_n$
KCL_j	$\frac{1}{R_i} + \frac{C_i}{h}$	$\frac{1}{R_i} + \frac{C_i}{h}$			$-\frac{C_i}{h}(v_i - v_j)_n$
KCL_o				-1	
BR	-1	1	$k_1 + \frac{1}{A_o}$	$R_o(k_1 + \frac{1}{A_o})$	$k_2 v_{1_n} - k_3 v_{1_{n-1}}$

รูปที่ 4.9 ตราประจำอุปกรณ์ของออปแอมป์ในภาวะไวงาน

4.3.2 ตราประจำอุปกรณ์ของออปแอมป์ในภาวะอิ่มตัว

ออปแอมป์จะเข้าสู่ภาวะอิ่มตัวเมื่อแรงดันออก (v_o) มีขนาดมากกว่าหรือเท่ากับแรงดันไฟตรง ($\pm V_{CC}$) ในที่นี้เราจะประมาณให้ออปแอมป์อิ่มตัวทางบวกเมื่อ $v_o \geq V_{CC}$ และอิ่มตัวทางลบเมื่อ $v_o \leq -V_{CC}$ ในภาวะอิ่มตัวนี้ไดโอด D_1 หรือ D_2 จะนำกระแสทำให้แรงดันออกถูกควบคุมให้มีขนาดคงที่เท่ากับ V_{CC} หรือ $-V_{CC}$ ได้ดังวงจรสมมูลในรูปที่ 4.10 ซึ่งสามารถเขียนตราประจำอุปกรณ์ของออปแอมป์ในภาวะอิ่มตัวได้ดังแสดงในรูปที่ 4.11 โดยที่ S เป็น 1 เมื่อออปแอมป์อิ่มตัวทางบวก และเป็น-1 เมื่อออปแอมป์อิ่มตัวทางลบ



รูปที่ 4.10 วงจรสมมูลของออปแอมป์ในภาวะอิ่มตัว (ก) ทางบวก (ข) ทางลบ

	v_i	v_j	v_o	i_o	b
KCL_i	$\frac{1}{R_i}+\frac{C_i}{h}$	$-\frac{1}{R_i}-\frac{C_i}{h}$			
KCL_j	$-\frac{1}{R_i}-\frac{C_i}{h}$	$\frac{1}{R_i}+\frac{C_i}{h}$			
KCL_o				-1	
BR_{i_o}			1		$S.V_{CC}$

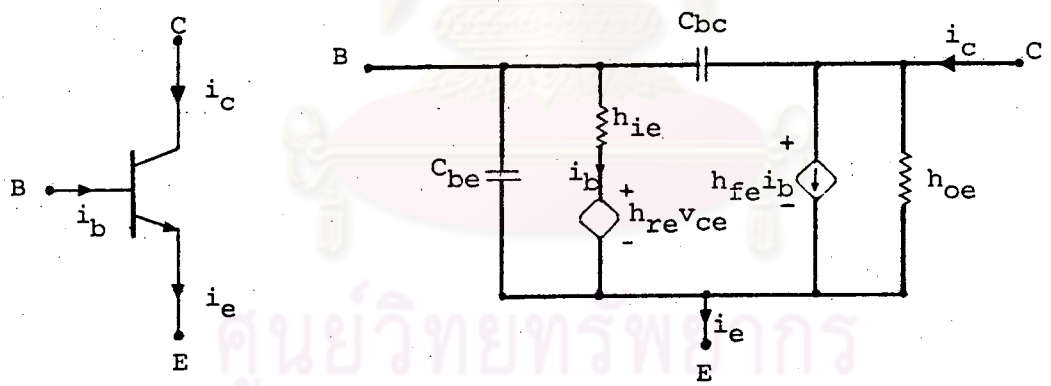
; S = 1 : ภาวะอิ่มตัวทางบก
S = -1 ภาวะอิ่มตัวทางลบ

รูปที่ 4.11 ตราประจำอุปกรณ์ของออปแอมป์ในภาวะอิ่มตัวแล้ว

4.4 ตราประจำอุปกรณ์ของทรานซิสเตอร์

เราจะประมาณ ภาวะการทำงานของทรานซิสเตอร์ได้เป็น 4 ภาวะคือ ภาวะไวงาน (active mode) ภาวะอิ่มตัว (saturation mode) ภาวะไม่นำกระแส (cutoff mode) และภาวะไวงานย้อนกลับ (reverse active mode) ทรานซิสเตอร์จะทำงานในภาวะใดนั้นขึ้นอยู่กับแรงดันไบแอส (bias voltage)ที่รอยต่อเบส-อิมิตเตอร์ และเบส-คอลเลกเตอร์ว่าอยู่ในภาวะไบแอสตรง (forward bias) หรือไบแอสกลับ (reverse bias) ชนิดของทรานซิสเตอร์แบ่งตามลักษณะโครงสร้างของสารกึ่งตัวนำภายในได้เป็น 2 แบบ คือ แบบ NPN และแบบ PNP ในหัวข้อนี้เราจะอธิบายวิธีการสร้างตราประจำอุปกรณ์ของทรานซิสเตอร์แบบ NPN เท่านั้น เนื่องจากทั้งสองแบบมีลักษณะการทำงานในแต่ละภาวะเหมือนๆ กัน

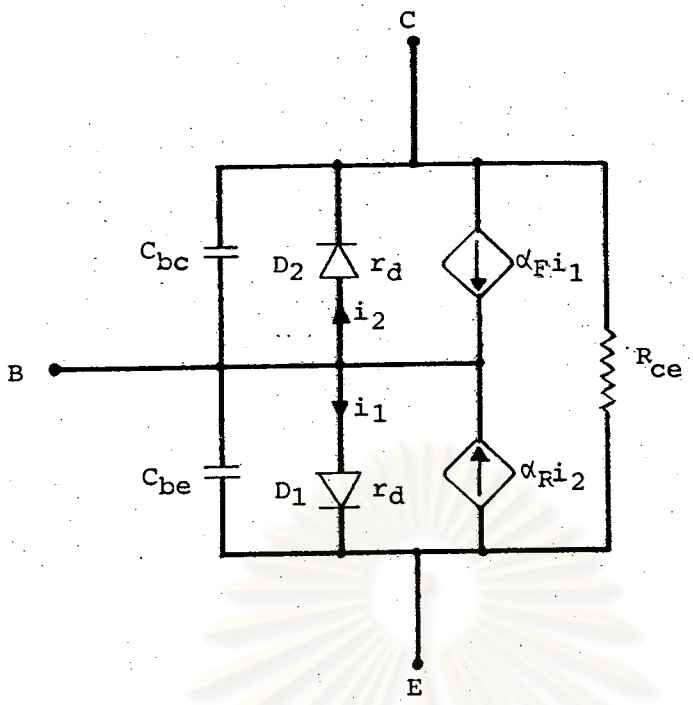
วงจรสมมูลของทรานซิสเตอร์ที่นิยมใช้กันโดยทั่วไปนั้นคือ วงจรสมมูลแบบไฮบริด (hybrid transistor model) ดังแสดงในรูปที่ 4.12 ซึ่งใช้ในการวิเคราะห์ทรานซิเตอร์ในภาวะไวงานเท่านั้น วงจรสมมูลแบบนี้ไม่สามารถแทนการทำงานของทรานซิสเตอร์ในภาวะอิ่มตัว ภาวะไม่นำกระแส และภาวะไวงานย้อนกลับได้ ดังนั้นถ้าเรานำวงจรสมมูลแบบไฮบริดนี้มาใช้ ก็จำเป็นต้องหาวงจรสมมูลแบบอื่นๆ มาแทนการทำงานในภาวะที่เหลือ ซึ่งอาจทำให้เกิดปัญหาด้านความไม่ต่อเนื่องของลักษณะสมบัติแรงดัน-กระแสของทรานซิสเตอร์ในขณะเปลี่ยนภาวะการทำงานได้



รูปที่ 4.12 วงจรสมมูลแบบไฮบริด

วงจรสมมูลที่เราจะนำมาใช้ในงานวิจัยนี้มีชื่อเรียกว่า "Ebers-Moll model [7]" ดังแสดงในรูปที่ 4.13 เราจะกำหนดให้ไดโอดแต่ละตัวมีภาวะการทำงานเพียงสองภาวะดังในหัวข้อที่ 4.2 ดังนั้นวงจรสมมูลนั้นจะมีภาวะการทำงานทั้งหมดสี่ภาวะดังต่อไปนี้

1) ภาวะไม่นำกระแส D_1 OFF D_2 OFF
2) ภาวะไวงาน D_1 on D_2 OFF
3) ภาวะอิ่มตัว D_1 on D_2 on
4) ภาวะไวงานย้อนกลับ D_1 OFF D_2 on



: $\alpha_F = h_{fe}/(1+h_{fe})$

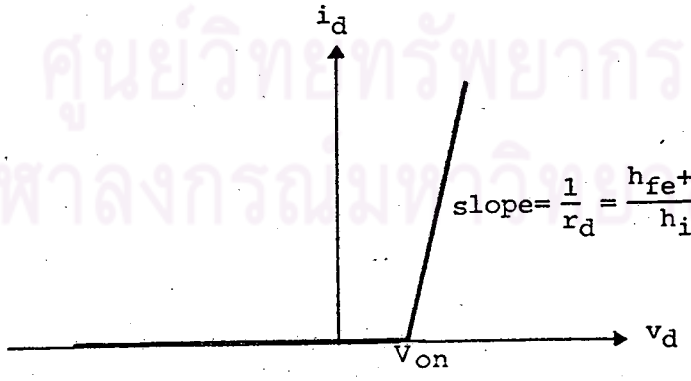
: $r_d = h_{ie}/(1+h_{fe})$

รูปที่ 4.13 วงจรสมมูลแบบ Ebers-Moll

รูปที่ 4.13 ยังแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ของวงจรสมมูลนี้กับพารามิเตอร์ของวงจรสมมูลแบบไฮบริดซึ่งหมายความว่าในภาวะไวงานวงจรสมมูลแบบ Ebers-Moll นี้จะสมมูลกับวงจรสมมูลแบบไฮบริดด้วย ส่วน R_{ce} ที่เพิ่มขึ้นมานั้นเพื่อแทนกระแสรั่วไหล (i_{CEO}) ของทรานซิสเตอร์ทำให้วงจรสมมูลมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

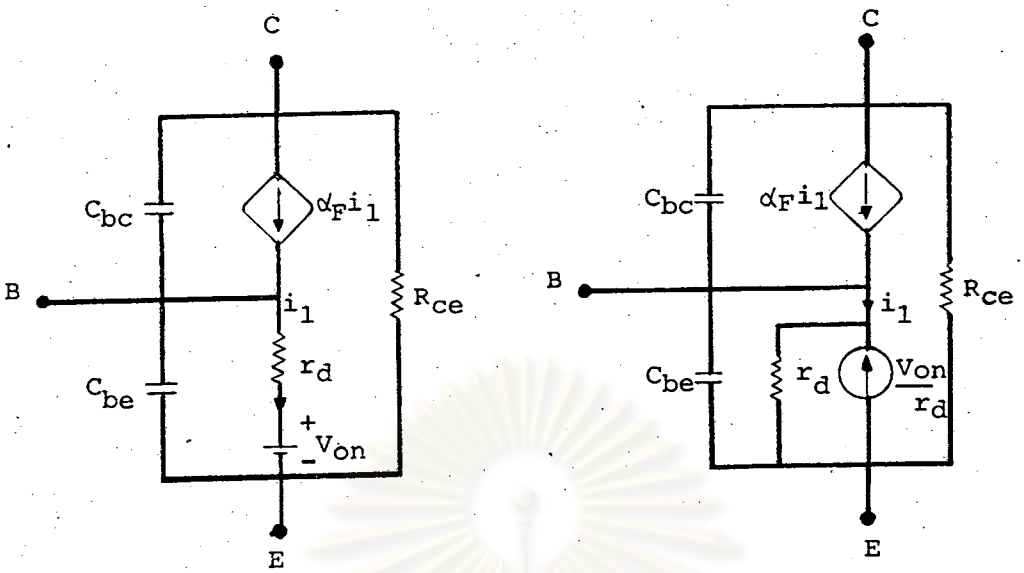
4.4.1 ตราประจำอุปกรณ์ของทรานซิสเตอร์ในภาวะไวงาน

ในภาวะไวงานไดโอด D_1 ที่รอยต่อเบส-อิมิตเตอร์จะอยู่ในภาวะนำกระแส และไดโอด D_2 ที่รอยต่อเบส-คอลเลกเตอร์อยู่ในภาวะไม่นำกระแส เราจะประมาณลักษณะสมบัติของไดโอดให้เป็นเชิงเส้นแบบท่อนดังในรูปที่ 4.14



รูปที่ 4.14 ลักษณะสมบัติเชิงเส้นแบบท่อนของไดโอดที่รอยต่อ PN

เนื่องจากไดโอด D_2 ไม่นำกระแส ดังนั้นกระแส i_2 และ $\alpha_R i_2$ จะมีค่าเป็นศูนย์ซึ่งเราสามารถทอนวงจรสมมูลของทรานซิสเตอร์ในภาวะไวงานให้ง่ายลงเป็นดังรูป 4.15(ก) และสามารถแปลงให้เป็นวงจรในรูป 4.15(ข) เพื่อนำไปสร้างตราประจำอุปกรณ์ได้ดังแสดงในรูป 4.16



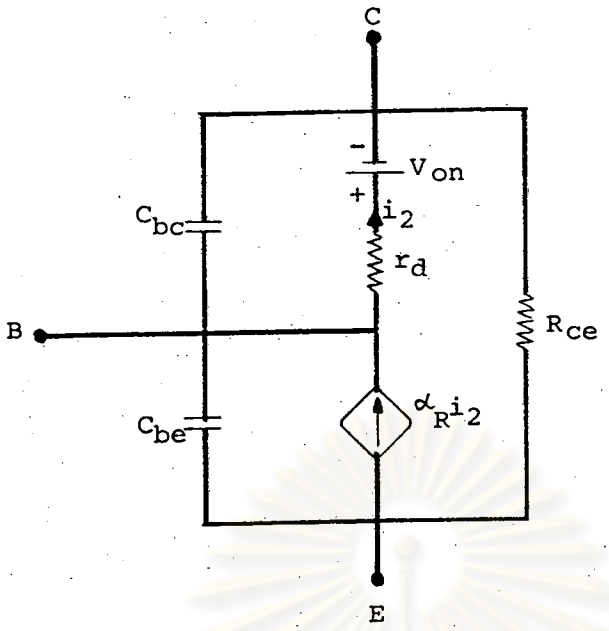
รูปที่ 4.15 วงจรสมมูลของทรานซิสเตอร์ในภาวะไวงาน (ก) วงจรสมมูล (ข) วงจรที่ใช้งาน

	$v_{E_{n+1}}$	$v_{B_{n+1}}$	$v_{C_{n+1}}$	b
KCL_E	$\frac{C_{be}}{h}+\frac{1}{r_d}+\frac{1}{R_{ce}}$	$-\frac{C_{be}}{h}-\frac{1}{r_d}$	$-\frac{1}{R_{ce}}$	$-\frac{V_{on}}{r_d}-\frac{C_{be}}{h}(v_E-v_B)_n$
KCL_B	$-\frac{C_{be}}{h}-\frac{1}{r_d}+\frac{\alpha_F}{r_d}$	$-\frac{\alpha_F}{r_d}+\frac{C_{be}}{h}+\frac{C_{bc}}{h}+\frac{1}{r_d}$	$-\frac{C_{bc}}{h}$	$\frac{V_{on}}{r_d}-\frac{\alpha_F \cdot V_{on}}{r_d}+\frac{C_{bc}}{h}(v_B-v_C)_n+\frac{C_{be}}{h}(v_B-v_E)_n$
KCL_C	$-\frac{\alpha_F}{r_d}-\frac{1}{R_{ce}}$	$-\frac{C_{bc}}{h}+\frac{\alpha_F}{r_d}$	$\frac{C_{bc}}{h}+\frac{1}{R_{ce}}$	$\frac{\alpha_F \cdot V_{on}}{r_d}-\frac{C_{bc}}{h}(v_B-v_C)_n$

รูปที่ 4.16 ตราประจำอุปกรณ์ของทรานซิสเตอร์ในภาวะไวงาน

4.4.2 ตราประจำอุปกรณ์ของทรานซิสเตอร์ในภาวะไวงานย้อนกลับ

ภาวะนี้ ไดโอด D_1 ที่รอยต่อเบส-อิมิตเตอร์จะอยู่ในภาวะไม่นำกระแส และ D_2 ที่รอยต่อเบส-คอลเลกเตอร์อยู่ในภาวะนำกระแส การทอนวงจรสมมูลในภาวะนี้ให้ง่ายลงก็จะคล้ายๆ กับการทอนวงจรสมมูลในภาวะไวงานกล่าวคือ D_1 ไม่นำกระแส ดังนั้น แหล่งจ่ายกระแส $\alpha_F i_1$ จึงถือเป็นวงจรเปิดได้ดังแสดงในรูปที่ 4.17 และเขียนตราประจำอุปกรณ์ได้ดังรูปที่ 4.18



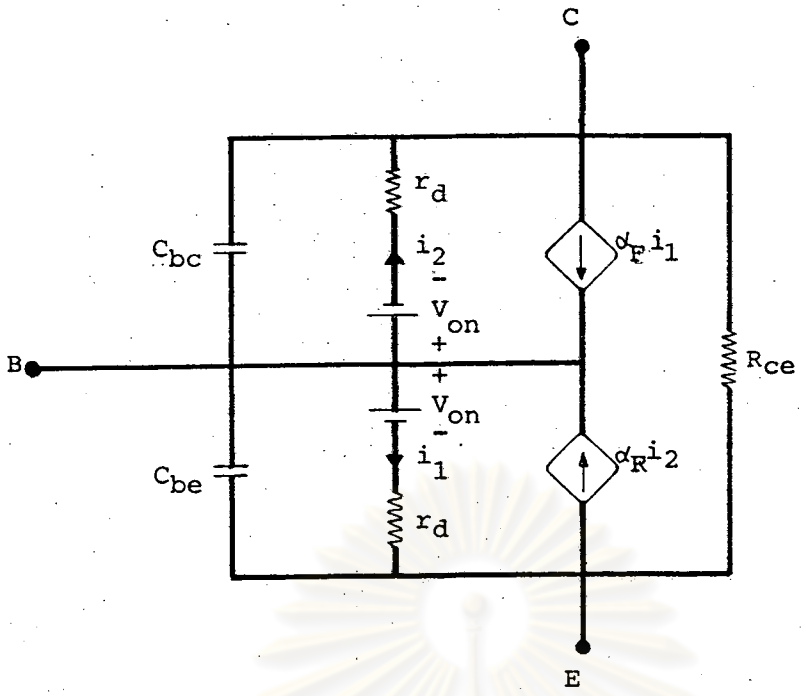
รูปที่ 4.17 วงจรสมมูลของทรานซิสเตอร์ในภาวะไวงานย้อนกลับ

	$V_{E_{n+1}}$	$V_{B_{n+1}}$	$V_{C_{n+1}}$	b
KCL_E	$\frac{C_{be}}{h} + \frac{1}{R_{ce}}$	$-\frac{C_{be}}{h} + \frac{\alpha_R}{r_d}$	$-\frac{1}{R_{ce}} - \frac{\alpha_R}{r_d}$	$-\frac{C_{be}}{h}(v_B - v_E)_n + \frac{\alpha_R \cdot V_{on}}{r_d}$
KCL_B	$-\frac{C_{be}}{h}$	$-\frac{\alpha_R}{r_d} + \frac{C_{be}}{h} + \frac{C_{bc}}{h} + \frac{1}{r_d}$	$-\frac{C_{bc}}{h} - \frac{1}{r_d} + \frac{\alpha_R}{r_d}$	$\frac{V_{on}}{r_d} - \frac{\alpha_R \cdot V_{on}}{r_d} + \frac{C_{be}}{h}(v_B - v_E)_n - \frac{C_{bc}}{h}(v_B - v_C)_n$
KCL_C	$-\frac{1}{R_{ce}}$	$-\frac{C_{bc}}{h} - \frac{1}{r_d}$	$\frac{1}{R_{ce}} + \frac{C_{bc}}{h} + \frac{1}{r_d}$	$-\frac{V_{on}}{r_d} - \frac{C_{bc}}{h}(v_B - v_C)_n$

รูปที่ 4.18 ตราประจำอุปกรณ์ของทรานซิสเตอร์ในภาวะไวงานย้อนกลับ

4.4.3 ตราประจำอุปกรณ์ของทรานซิเตอร์ในภาวะอิ่มตัว

ในภาวะนี้ทั้งไดโอด D_1 และ D_2 ในรูป 4.13 อยู่ในภาวะนำกระแส ดังนั้นเมื่อแทนวงจรสมมูลในภาวะนำกระแสของไดโอดแล้วจะได้วงจรสมมูลดังรูปที่ 4.19 ซึ่งมีตราประจำอุปกรณ์เป็นดังรูป 4.20



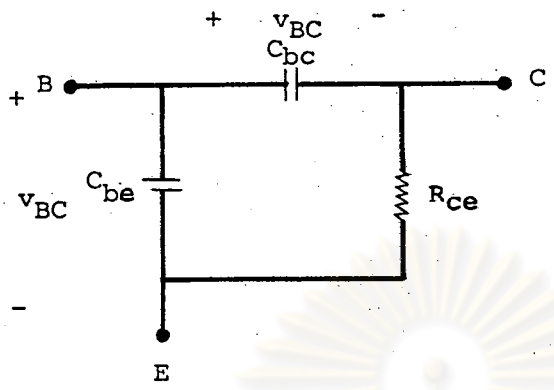
รูป 4.19 วงจรสมมูลของทรานซิสเตอร์ในภาวะอิ่มตัว

	$V_{E_{n+1}}$	$V_{B_{n+1}}$	$V_{C_{n+1}}$	b
KCL_E	$\frac{C_{be}}{h} + \frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_{ce}}$	$-\frac{C_{be}}{h} - \frac{1}{r_d} + \frac{\alpha_R}{r_d}$	$-\frac{1}{R_{ce}} - \frac{\alpha_R}{r_d}$	$-\frac{C_{be}}{h}(v_B-v_E)_n - \frac{V_{on}}{r_d} + \frac{\alpha_R \cdot V_{on}}{r_d}$
KCL_B	$-\frac{C_{be}}{h} - \frac{1}{r_d}$	$\frac{2}{r_d} - \frac{\alpha_F}{r_d} + \frac{C_{be}}{h}$	$-\frac{C_{bc}}{h} - \frac{1}{r_d}$	$\frac{2V_{on}}{r_d} - \frac{\alpha_F \cdot V_{on}}{r_d} - \frac{\alpha_R \cdot V_{on}}{r_d}$
	$+ \frac{\alpha_F}{r_d}$	$+ \frac{C_{bc}}{h} - \frac{\alpha_R}{r_d}$	$+ \frac{\alpha_R}{r_d}$	$+ \frac{C_{bc}}{h}(v_B-v_C)_n + \frac{C_{be}}{h}(v_B-v_C)_n$
KCL_C	$-\frac{1}{R_{ce}} - \frac{\alpha_F}{r_d}$	$-\frac{C_{bc}}{h} + \frac{F}{r_d} - \frac{1}{r_d}$	$\frac{1}{R_{ce}} + \frac{C_{bc}}{h} + \frac{1}{r_d}$	$-\frac{V_{on}}{r_d} - \frac{C_{bc}}{h}(v_B-v_C)_n + \frac{\alpha_F \cdot V_{on}}{r_d}$

รูปที่ 4.20 ตราประจำอุปกรณ์ของทรานซิสเตอร์ในภาวะอิ่มตัว

4.4.4 ตราประจำอุปกรณ์ของทรานซิสเตอร์ในภาวะไม่นำกระแส

ในภาวะนี้ทั้งไดโอด D_1 และ D_2 อยู่ในภาวะไม่นำกระแส ดังนั้นวงจรสมมูลจึงลดรูปลงเหลือเป็นดังรูป 4.21 และมีตราประจำอุปกรณ์ดังรูป 4.22



รูปที่ 4.21 วงจรสมมูลของทรานซิสเตอร์ในภาวะไม่นำกระแส

	v_{En+1}	v_{Bn+1}	v_{Cn+1}	b
KCL_E	$\frac{C_{be}}{h} + \frac{1}{R_{ce}}$	$-\frac{C_{be}}{h}$	$-\frac{1}{R_{ce}}$	$-\frac{C_{be}}{h}(v_B-v_E)_n$
KCL_B	$-\frac{C_{be}}{h}$	$\frac{C_{be}}{h} + \frac{C_{bc}}{h}$	$-\frac{C_{bc}}{h}$	$\frac{C_{be}}{h}(v_B-v_E)_n+\frac{C_{bc}}{h}(v_B-v_C)_n$
KCL_C	$-\frac{1}{R_{ce}}$	$-\frac{C_{bc}}{h}$	$\frac{C_{bc}}{h} + \frac{1}{R_{ce}}$	$-\frac{C_{bc}}{h}(v_B-v_C)_n$

รูปที่ 4.22 ตราประจำอุปกรณ์ของทรานซิสเตอร์ในภาวะไม่นำกระแส

4.4.5 ตราประจำอุปกรณ์รวมของทรานซิสเตอร์เมื่อใช้ตัวแปรแบบบูล

เราสามารถยุบตราประจำอุปกรณ์ของทรานซิสเตอร์ทั้งสี่ภาวะให้มารวมกันอยู่ในตราประจำอุปกรณ์รวมเพียงตราเดียวโดยใช้ตัวแปรแบบบูลจำนวน 2 ตัว คือ S และ SB ดังแสดงในรูปที่ 4.23 โดยการทำงานในภาวะต่างๆ เรากำหนดตัวแปรแบบบูลดังนี้

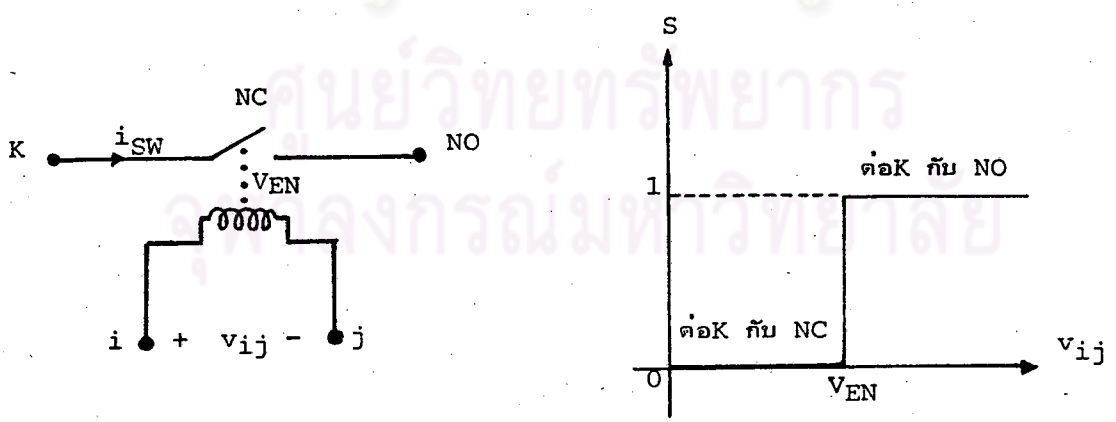
- ภาวะไวงาน S = 1 และ SB = 0
- ภาวะไวงานย้อนกลับS = 0 และ SB = 1
- ภาวะอิ่มตัว S = 1 และ SB = 1
- ภาวะไม่นำกระแส S = 0 และ SB = 0

	$v_{E_{n+1}}$	$v_{B_{n+1}}$	$v_{C_{n+1}}$	b
KCL_E	$\frac{S}{r_d} + \frac{1}{R_{ce}} + \frac{C_{be}}{h}$	$-\frac{C_{be}}{h} + \frac{SB\cdot\alpha_R}{r_d} - \frac{S}{r_d}$	$-\frac{SB\cdot\alpha_R}{r_d} - \frac{1}{R_{ce}}$	$\frac{SB\cdot\alpha_R\cdot V_{on}}{r_d} - \frac{C_{be}\cdot v_{BEn}}{h}$
KCL_B	$\frac{S\cdot\alpha_F}{r_d} - \frac{S}{r_d} - \frac{C_{be}}{h}$	$\frac{S\cdot\alpha_F}{r_d} - \frac{SB\cdot\alpha_R}{r_d} + \frac{S}{r_d}$ $\frac{SB}{r_d} + \frac{C_{be}+C_{bc}}{h}$	$\frac{SB\cdot\alpha_R}{r_d} - \frac{SB}{r_d}$	$-\frac{S\cdot\alpha_F V_{on} - SB\cdot\alpha_R V_{on}}{r_d}$ $-\frac{C_{be}v_{BEn} + C_{bc}v_{BCn}}{h}$
KCL_C	$-\frac{S\cdot\alpha_F}{r_d} - \frac{1}{R_{ce}}$	$\frac{S\cdot\alpha_F}{r_d} - \frac{SB}{r_d} - \frac{C_{bc}}{h}$	$\frac{SB}{r_d} + \frac{1}{R_{ce}} + \frac{C_{bc}}{h}$	$\frac{S\cdot\alpha_F V_{on}}{r_d} - \frac{C_{bc}v_{BC_n}}{h}$

รูปที่ 4.23 ตราประจำอุปกรณ์ของทรานซิสเตอร์

4.5 ตราประจำอุปกรณ์ของสวิตช์

สวิตช์ในที่นี้เราจะหมายถึงสวิตช์ที่ถูกควบคุมด้วยแรงดันหรือรีเลย์นั่นเอง ดังแสดงในรูป 4.24(ก) สวิตช์ที่นำมาใช้ในโปรแกรมนี้เป็นสวิตช์แบบสองทาง ควบคุมโดยความต่างศักดิ์ v_{ij} ถ้า $v_{ij} < V_{EN}$ (energize voltage) สวิตช์จะอยู่ในตำแหน่ง NC (normally closed) และถ้า $v_{ij} \geqslant V_{EN}$ สวิตช์จะอยู่ในตำแหน่ง NO (normally opened) ตราประจำอุปกรณ์ของสวิตช์ในตำแหน่ง NC และ NO แสดงในรูปที่ 4.25 โดยที่ S คือตัวแปรแบบบูลมีค่าเป็นหนึ่งเมื่อสวิตช์ต่อในตำแหน่ง NO และเป็นศูนย์เมื่อต่อในตำแหน่ง NC



รูปที่ 4.24 ลักษณะสมบัติของสวิตช์ (ก) วงจรสมมูล (ข) สมบัติการทำงาน

	v_K	v_{NO}	v_{NC}	i_{SW}
KCL_K				1
KCL_{NO}				-S
KCL_{NC}				-(1-S)
BR	1	-S	-(1-S)	

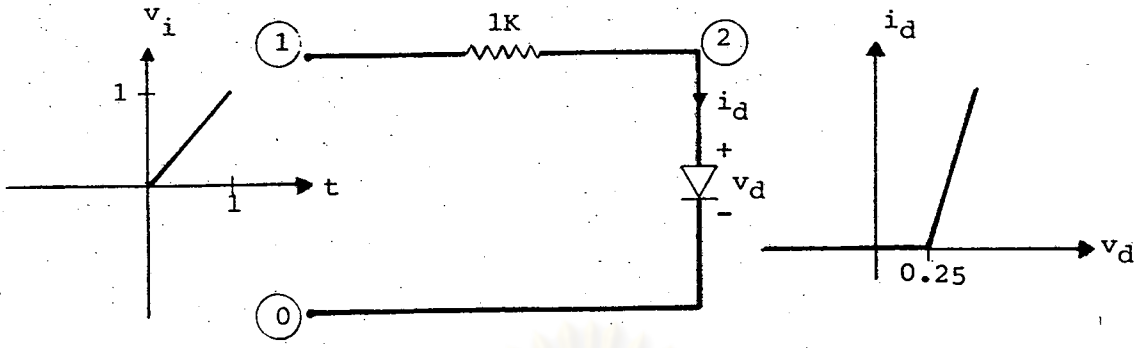
รูปที่ 4.25 ตราประจำอุปกรณ์ของสวิตช์แบบสองทาง

4.6 <u>การสร้างและแก้สมการวงจรเชิงเส้นแบบท่อน</u>

การสร้างสมการวงจรเชิงเส้นแบบท่อนก็ยังคงใช้หลักการของวิธีโมดิฟายด์โนดัลอยู่เช่นเดิม โดยการโหลดสมการของตราประจำอุปกรณ์ในวงจรทั้งหมดลงในสมการของวงจร แต่เนื่องจากตราประจำอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนมีอยู่หลายภาวะ ดังนั้นเราจึงต้องกำหนดเสียก่อนว่าอุปกรณ์กำลังทำงานอยู่ในภาวะใดแล้วถึงจะโหลดตราประจำอุปกรณ์ในภาวะนั้นลงในสมการวงจรได้

ในการคำนวณค่าคำตอบของสมการวงจรที่จุดเวลา t_{i+1} ใดๆ เราไม่สามารถทำนายได้ก่อนว่าที่จุดเวลานั้นอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนจะทำงานอยู่ในภาวะใด ดังนั้นวิธีการที่เรานำมาใช้ก็คือ ให้ภาวะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนที่เวลา t_{i+1} เป็นภาวะเดียวกับภาวะการทำงานที่เวลา t_i และแก้สมการหาคำตอบโดยวิธีการแยกตัวประกอบแบบแอล-ยูเช่นเดียวกับที่ใช้ในบทที่ 2 และ 3 จากผลที่ได้เราสามารถทำการตรวจสอบได้ว่าอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนในขณะนี้ควรทำงานในภาวะไหน ซึ่งถ้าภาวะการทำงานยังอยู่ในภาวะเดิมเราก็จะทำการคำนวณหาคำตอบที่จุดเวลา t_{i+2} ต่อไป แต่ถ้าภาวะการทำงานไม่ตรงกับภาวะเดิมเราต้องสร้างสมการเมตริกของวงจรขึ้นมาใหม่โดยใช้ตราประจำอุปกรณ์ในภาวะใหม่และทำการคำนวณหาค่าคำตอบของสมการวงจรซ้ำที่จุดเวลา t_{i+1} เมื่อได้คำตอบแล้วก็ทำการตรวจผลของคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับภาวะการทำงานของอุปกรณ์หรือไม่ ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกว่าผลที่ได้จะสอดคล้องกัน จึงจะเลื่อนไปทำการคำนวณที่จุดเวลา t_{i+2} ต่อไปได้

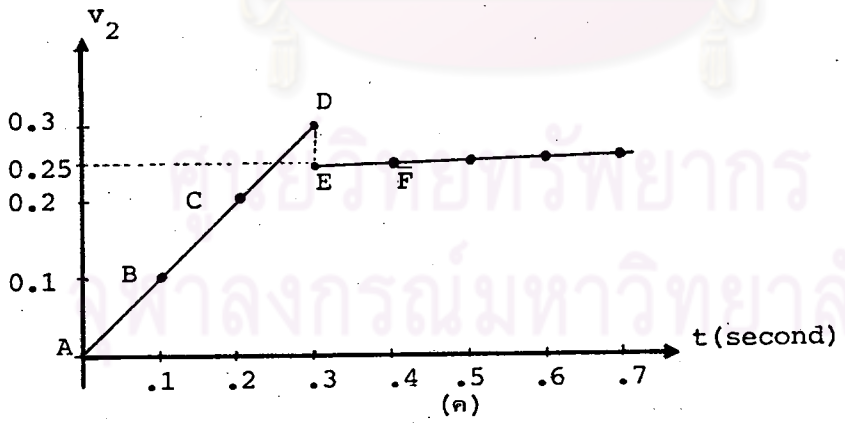
เพื่อให้เข้าใจได้ง่ายขึ้นเราจะยกตัวอย่างของวงจรในรูปที่ 4.26(ก) ซึ่งขั้นตอนที่ใช้ในการวิเคราะห์จะแสดงในรูปที่ 4.26(ข) โดยการกำหนดภาวะเริ่มต้นของไดโอดที่เวลา t=0 เป็นภาวะไม่นำกระแส จะเห็นว่าที่เวลา t=0.3 วินาที คำนวณแรงดันคร่อมไดโอดได้เป็นแรงดันที่จุด D มีค่ากับ 0.3 โวลท์ ซึ่งมากกว่าแรงดันคัทอินของไดโอด ดังนั้นจึงต้องสร้างและวิเคราะห์สมการวงจรใหม่โดยให้ไดโอดทำงานในภาวะนำกระแสได้แรงดัน V_2 เป็น 0.25049 โวลท์ ซึ่งสอดคล้องกับสภาวะนำกระแสของไดโอดอยู่ ดังนั้นเราจึงยอมรับผลการวิเคราะห์ที่จุดเวลา t=0.3 วินาทีนี้และทำการวิเคราะห์ที่เวลา t=0.4 วินาทีต่อไป



(ก)

เวลา (second)	ภาวะการทำงานที่ใช้ในการคำนวณ	แรงดัน v_2 ที่คำนวณได้		ภาวะการทำงานที่ตรวจได้	หมายเหตุ
0	OFF	0	A	OFF	ภาวะตรงกันเก็บคำตอบ
0.1	OFF	0.1	B	OFF	ภาวะตรงกันเก็บคำตอบ
0.2	OFF	0.2	C	OFF	ภาวะตรงกันเก็บคำตอบ
0.3	OFF	0.3	D	ON	ภาวะต่างกันคำนวณซ้ำ
0.3	ON	0.2504951	E	ON	ภาวะตรงกันเก็บคำตอบ
0.4	ON	0.25148	F	ON	ภาวะตรงกันเก็บคำตอบ

(ข)



(ค)

รูปที่ 4.26 ตัวอย่างการวิเคราะห์วงจรเชิงเส้นแบบท่อน

4.7 การตรวจสอบภาวะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อน

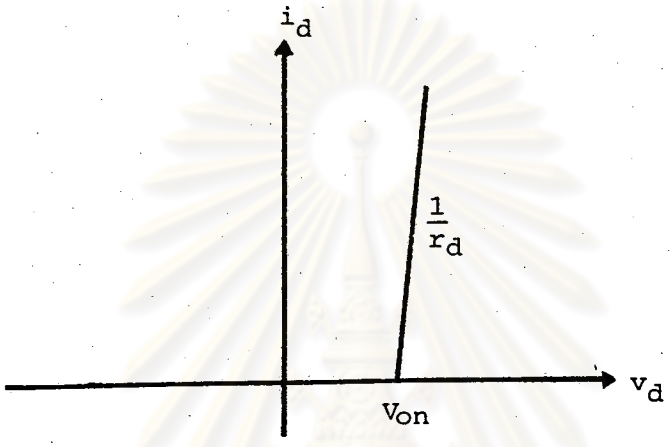
จากที่กล่าวมาทั้งหมดในหัวข้อ 4.6 นี้จะเห็นว่าเราต้องมีวิธีการในการตรวจสอบผลการวิเคราะห์ที่ได้ในแต่ละจุดเวลาเพื่อนำไปใช้ในการปรับภาวะของอุปกรณ์ในภาวะต่างๆ ให้ถูกต้องกับความเป็นจริง ดังนั้นในหัวข้อนี้เราจะกล่าวถึงวิธีการตรวจสอบและสมการที่ใช้ในการตรวจสอบภาวะการทำงานของอุปกรณ์เชิงเส้นแบบท่อนขณะอยู่ในภาวะการทำงานต่างๆ

I15823908

4.7.1 <u>ไดโอด</u>

ตามรูปที่ 4.27 ขณะที่ไดโอดอยู่ในภาวะไม่นำกระแส การตรวจสอบว่าไดโอดเปลี่ยนภาวะเป็นนำกระแสแล้วหรือยังก็สามารถทำได้ง่ายๆ ตามสมการต่อไปนี้

: ถ้า $v_d \geqslant V_{on}$ ไดโอดนำกระแส -(4.7)
ถ้า $v_d < V_{on}$ ไดโอดไม่นำกระแส



รูปที่ 4.27 การตรวจโมดการทำงานของไดโอด

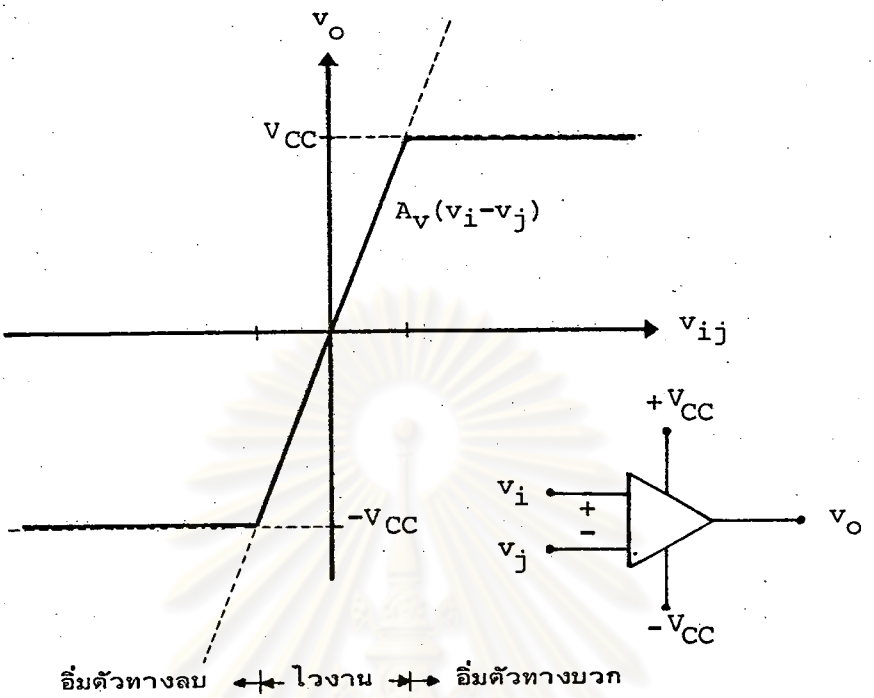
ส่วนในขณะที่ไดโอดอยู่ในภาวะนำกระแสเราไม่สามารถใช้แรงดัน v_d ตรวจสอบได้ เพราะ v_d จะมีค่าคงที่เท่ากับ V_{on} ไปตลอดถ้าผู้ใช้ให้ค่า r_d เป็นศูนย์ ดังนั้นเราจึงใช้ตัวแปรกระแส i_d แทนตามสมการต่อไปนี้

: ถ้า $i_d \geqslant 0$ ไดโอดนำกระแส -(4.8)
: ถ้า $i_d < 0$ ไดโอดไม่นำกระแส

4.7.2 <u>ออปแอมป์</u>

การตรวจสอบภาวะการทำงานของออปแอมป์ขณะอยู่ในภาวะไวงาน สามารถตรวจได้ง่ายๆ ตามสมการที่ (4.9) ซึ่งพิจารณาได้จากลักษณะสมบัติไอนย้ายตามรูปที่ 4.28

ในภาวะไวงาน
: ถ้า $v_o \geqslant V_{CC}$ ออปแอมป์อิ่มตัวทางบวก -(4.9)
: ถ้า $v_o \leqslant -V_{CC}$ ออปแอมป์อิ่มตัวทางลบ



รูปที่ 4.28 ลักษณะสมบัติโอนย้ายของออปแอมป์

ในภาวะอิ่มตัววงจรสมมูลของออปแอมป์เป็นดังรูปที่ 4.10 ซึ่งเราสามารถตรวจสอบการเปลี่ยนภาวะการทำงานได้โดยการวิเคราะห์ค่ากระแส i_1 จากสมการที่ 4.10 และนำไปเทียบกับค่าของตัวแปรกระแส i_o

$$\because i_1 = \frac{A_v(v_i - v_j) - v_o}{R_o}$$

จากสมการที่ (4.6) จะได้ $A_v(v_i-v_j) = (k_2v_{1n}-k_3v_{1n-1}+v_i-v_j)A_o/(1+k_1A_o)$

จะได้ $i_1 = \frac{v_o}{R} - \frac{1}{R}(k_2v_{1n}-k_3v_{1n-1}+v_i-v_j)\cdot A_o/(1+k_1A_o)$ -(4.10)

ที่ได้จากการวิเคราะห์สมการวงจรตามสมการต่อไปนี้

ในภาวะอิ่มตัวทางบวก : ถ้า $i_1 \geq i_o$ ออปแอมป์อิ่มตัวทางบวก
: ถ้า $i_1 < i_o$ ออปแอมป์กลับเข้าสู่ภาวะไวงาน

ในภาวะอิ่มตัวทางลบ : ถ้า $i_1 \leq i_o$ ออปแอมป์อิ่มตัวทางลบ
: ถ้า $i_1 > i_o$ ออปแอมป์กลับเข้าสู่ภาวะไวงาน

4.7.3 ทรานซิสเตอร์

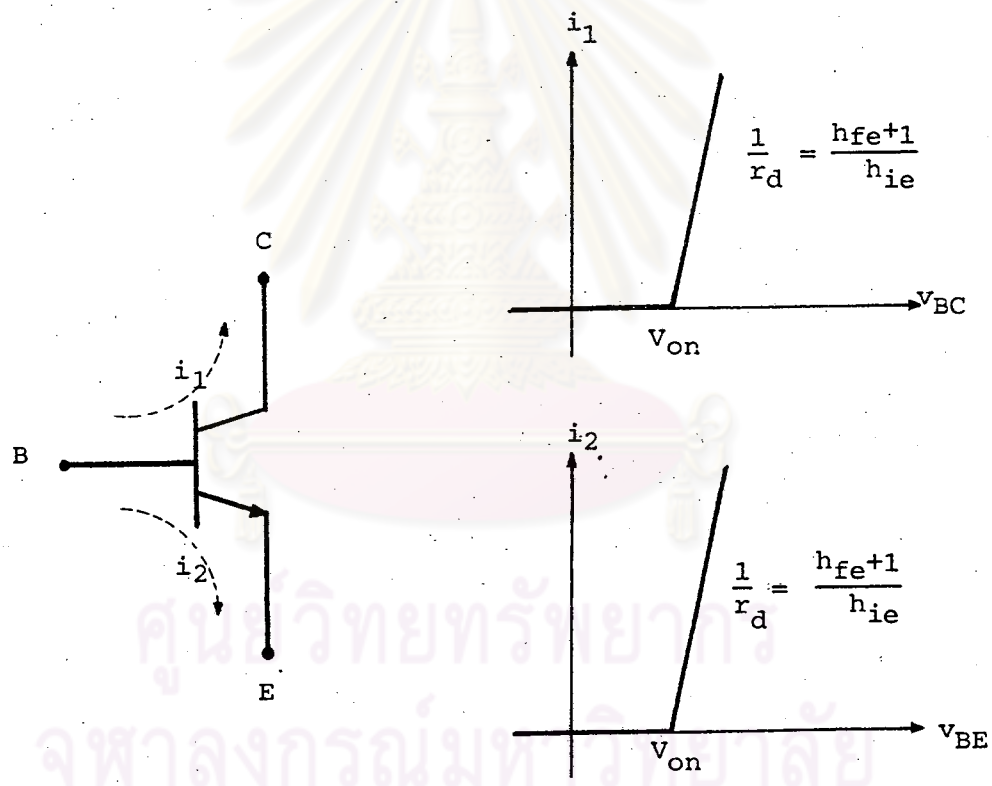
เนื่องจากเราประมาณลักษณะสมบัติของรอยต่อ PN ของเบส-อิมิตเตอร์ และเบส-คอลเลกเตอร์ เป็นไดโอดเชิงเส้นแบบท่อนดังแสดงในรูป 4.29 ซึ่งจะอยู่ในภาวะนำกระแสเมื่อแรงดันไบแอสตรงมีค่ามากกว่าและเท่ากับ V_{on} (V_{on} เป็นแรงดันคัทอินของรอยต่อ PN) ดังนั้นเราสามารถเขียนการตรวจสอบภาวะของทรานซิสเตอร์แบบ NPN ได้เป็น

: ถ้า $v_{BE} < V_{on}$ และ $v_{BC} < V_{on}$ ทรานซิสเตอร์ไม่นำกระแส

: ถ้า $v_{BE} \geq V_{on}$ และ $v_{BC} < V_{on}$ ทรานซิสเตอร์ไวงาน

: ถ้า $v_{BE} \geq V_{on}$ และ $v_{BC} \geq V_{on}$ ทรานซิสเตอร์อิ่มตัว

: ถ้า $v_{BE} < V_{on}$ และ $v_{BC} \geq V_{on}$ ทรานซิสเตอร์ไวงานย้อนกลับ



รูปที่ 4.29 ลักษณะสมบัติเชิงเส้นแบบท่อนของรอยต่อ PN

สำหรับทรานซิสเตอร์แบบ PNP V_{on} จะมีค่าเป็นลบ และมีการตรวจสอบภาวะเป็น

: ถ้า $v_{BE} > V_{on}$ และ $v_{BC} > V_{on}$ ทรานซิสเตอร์ไม่นำกระแส

: ถ้า $v_{BE} \leqslant V_{on}$ และ $v_{BC} > V_{on}$ ทรานซิสเตอร์ไวงาน

: ถ้า $v_{BE} \leqslant V_{on}$ และ $v_{BC} \leqslant V_{on}$ ทรานซิสเตอร์อิ่มตัว

: ถ้า $v_{BE} > V_{on}$ และ $v_{BC} \leqslant V_{on}$ ทรานซิสเตอร์ไวงานย้อนกลับ

เราสามารถใช้การตรวจสอบแรงดันที่รอยต่อ PN ตลอดทุกภาวะการทำงานของทรานซิสเตอร์ได้ก็เพราะค่าความต้านทาน r_d ของไดโอดที่รอยต่อ PN ขณะนำกระแสนั้นมีค่ามากกว่าศูนย์เสมอ เนื่องจากเป็นพารามิเตอร์ของความต้านทานขาเข้า (h_{ie}) และอัตราขยายกระแส (h_{fe})

4.7.4 <u>สวิตช์</u>

เนื่องจากสวิตช์ที่ใช้ในโปรแกรมนี้เป็นแบบรีเลย์คือ มีแรงดันควบคุมการปิด-เปิด ดังนั้นการตรวจสอบภาวะการตัดต่อสวิตช์ก็ดูที่แรงดันควบคุมนั่นเอง ถ้าแรงดันควบคุมน้อยกว่าแรงดันสวิตช์ (V_{EN}) สวิตช์ก็จะอยู่ตำแหน่ง NC ถ้าไม่สวิตช์ก็จะต่อเข้ากับตำแหน่ง NO

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย