

การวิเคราะห์ค่าความเข้มของความเค้นในแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าว  
โดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว



นายจิตพัทธ์ เปี่ยมระลึก

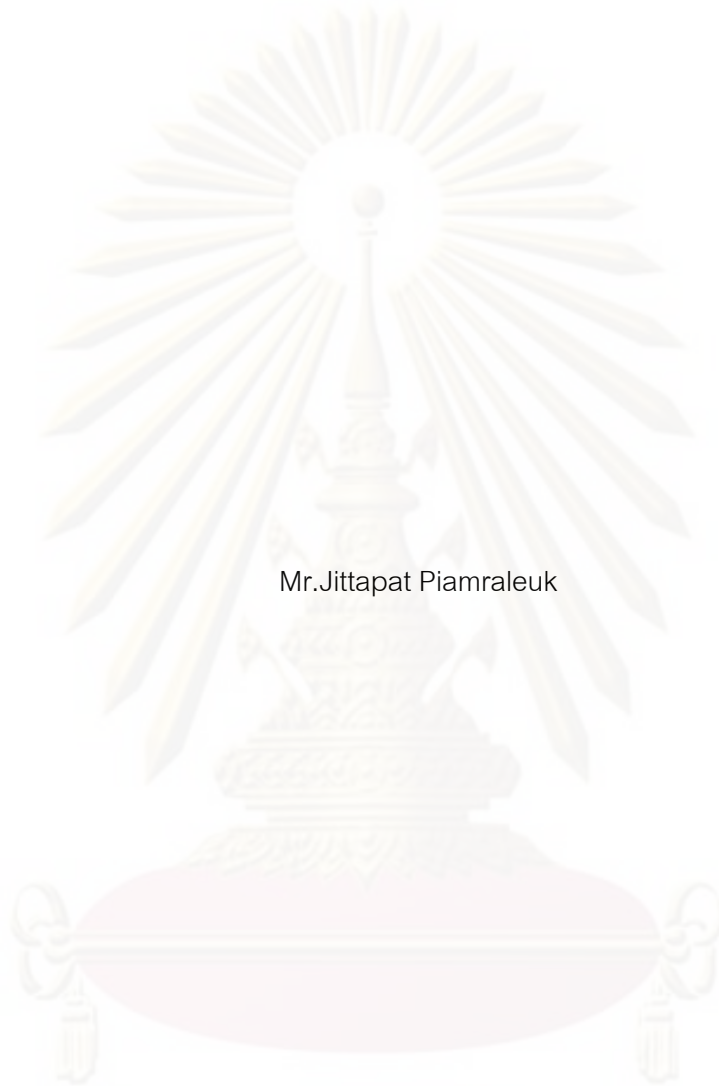
ศูนย์วิทยุทรัพยากร  
วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา  
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2552

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ANALYSIS OF STRESS INTENSITY FACTORS FOR 2D CRACKED PLATES  
WITH NON-OVERLAPPING CRACK SURFACES



Mr.Jittapat Piamraleuk

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering Program in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2009

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การวิเคราะห์ค่าความเข้มของความเค้นในแผ่น 2 มิติที่มีรอย  
ร้าวโดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว

โดย

นายจิตพัทธ์ เปี่ยมระลึก

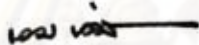
สาขาวิชา

วิศวกรรมโยธา

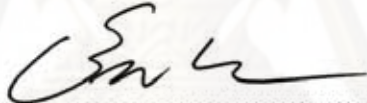
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

อาจารย์ ดร. อัครวัชร เล่นวารี


คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

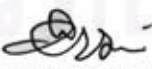
  
..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(รองศาสตราจารย์ ดร. บุญสม เลิศนිරูญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. อีรพงศ์ เสนจันทร์สมบัติไชย)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก  
(อาจารย์ ดร. อัครวัชร เล่นวารี)

  
..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จรูญ รุ่งอมรรัตน์)

  
..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย  
(ดร. ปาสากร ชัยวิริยะวงศ์)

ศูนย์วิจัยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จิตพัทธ์ เปี่ยมระลึก : การวิเคราะห์ค่าความเข้มของความเค้นในแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าว โดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว. (ANALYSIS OF STRESS INTENSITY FACTORS FOR 2D CRACKED PLATES WITH NON-OVERLAPPING CRACK SURFACES) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ดร. อัครวัชร เล่นวาริ, 82 หน้า.

ในกลศาสตร์การแตกร้าวแบบยืดหยุ่นเชิงเส้น ค่าความเข้มของความเค้น (stress intensity factor, SIF) เป็นตัวแปรที่บ่งบอกถึงขนาดของสนามความเค้นบริเวณรอบปลายรอยร้าว จากงานวิจัยที่ผ่านมาพบว่า SIF จากการวิเคราะห์ที่ไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวอาจมีค่าต่ำกว่าความเป็นจริงที่ปลายรอยร้าวด้านที่เกิดแรงดึงและมีค่าติดลบในปลายรอยร้าวด้านที่เกิดแรงอัดในแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวได้ ซึ่งค่า SIF ที่เป็นลบนั้นในอีกความหมายหนึ่งคือ ผิวรอยร้าวทั้งสองซ้อนทับกันซึ่งไม่สามารถเกิดขึ้นได้เนื่องจากรอยร้าวจะปิดก่อนโดยไม่เกิดการแทรกกันของวัสดุ งานวิจัยนี้เสนอวิธีการวิเคราะห์ค่าความเข้มของความเค้นในแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้แรงกระทำที่กระจายแบบโพลีโนเมียลโดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวด้วยวิธี weight function และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้วิธี J-Integral และนำผลการวิเคราะห์ที่ได้มาเปรียบเทียบกับวิธีการวิเคราะห์ที่ไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว โดยพบว่า ในกรณีแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้แรงดัดค่า SIF ที่คำนวณได้จากการคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวมีค่ามากกว่าค่า SIF ที่คำนวณโดยไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวในปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงดึงอยู่ 9% สำหรับในกรณีแผ่น 2 มิติภายใต้แรงกระทำแบบโพลีโนเมียล หน่วยแรงกระทำที่เกิดขึ้นจริงที่แนวรอยร้าวมีค่าไม่เท่ากับหน่วยแรงที่กระทำที่ขอบของแผ่น 2 มิติ ทั้งนี้พบว่าค่า SIF ที่ได้จากการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีค่าขึ้นอยู่กับอัตราส่วนความสูงและความยาว ( $h/W$ ) ของแผ่น 2 มิติและวิธี weight function เหมาะสมในการนำมาวิเคราะห์หาค่า SIF ได้ในกรณี  $h/W \geq 3$  นอกจากนี้งานวิจัยนี้ได้ศึกษาเปรียบเทียบการเปิดและปิดของผิวรอยร้าวระหว่างการวิเคราะห์ที่คำนึงถึงและไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว

ภาควิชา.....วิศวกรรมโยธา.....ลายมือชื่อนิสิต.....จิตพัทธ์ เปี่ยมระลึก.....  
 สาขาวิชา.....วิศวกรรมโยธา.....ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....อัครวัชร เล่นวาริ.....  
 ปีการศึกษา.....2552.....

## 4970257421 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEYWORDS : STRESS INTENSITY FACTOR / WEIGHT FUNCTION METHOD / LINEAR ELASTIC FRACTURE MECHANICS / FINITE ELEMENT ANALYSIS

JITTAPAT PIAMRALEUK : ANALYSIS OF STRESS INTENSITY FACTORS FOR 2D CRACKED PLATES WITH NON-OVERLAPPING CRACK SURFACES. THESIS ADVISOR : AKHRAWAT LENWARI, Ph.D., 82 pp.

In linear elastic fracture mechanics, stress intensity factor (SIF) is a parameter that indicates the magnitude of singular stress field in the vicinity of the crack tip. Previous research studies showed that conventional analysis that allows crack surfaces to overlap may underestimate the SIF value at the tension-side crack tip of the 2D cracked plate and lead to negative SIF value at the compression-side crack tip. The negative SIF implies that the upper and lower crack surfaces overlap, which is physically unacceptable because of the impenetrability of a continuous material. This research presents the non-overlapping analysis of SIF for 2D cracked plates subjected to polynomial stress distribution based on the weight function method and finite element analysis based on the J-integral method. The non-overlapping SIF values are then compared with overlapping results. It was found stress distribution that SIF values from non-overlapping underestimate the SIF values from overlapping solutions about 9% at tension side crack tip in the case of bending. In the case of polynomial stress distribution, stress distribution on crack line is not equal to stress distribution on boundary. The finite element analysis showed that the SIF value for 2D cracked plates subjected to any combination of stress distribution relies on the plate aspect ratio ( $h/W$ ). The chosen weight function was found suitable for the plates having the aspect ratio  $h/W$  greater than three. In addition, this research compares the crack opening displacement profiles between non-overlapping and overlapping analysis.

Department : ..... CIVIL ENGINEERING .....

Student's Signature ..... *Jittapat Piamraleuk* .....

Field of Study : ..... CIVIL ENGINEERING .....

Advisor's Signature ..... *Akhawat Lenwari* .....

Academic Year : ..... 2009 .....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความกรุณาของ ดร.อัศววัชร เล่นวารี อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้ให้คำปรึกษา จัดหาข้อมูลที่สำคัญ ข้อชี้แนะ และความช่วยเหลือในหลายสิ่งหลายอย่างเพื่อที่ผู้เขียนจะนำมาใช้ในการเรียบเรียงเนื้อหาในการจัดทำวิทยานิพนธ์เล่มนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ทุกท่านคือ รองศาสตราจารย์ ดร. ธีรพงศ์ เสนอจันทร์ฉมิไชย, ผศ.ดร.จรรยา รุ่งอมรรัตน์ และดร.ภาสกร ชัยวิริยะวงศ์ ที่ได้ให้คำปรึกษา ให้แนวคิด และช่วยตรวจแก้ไขในส่วนที่บกพร่องต่าง ๆ ตั้งแต่เริ่มต้น จนกระทั่งเขียนวิทยานิพนธ์สำเร็จเป็นรูปเล่ม

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่คอยให้กำลังใจและให้การสนับสนุนในด้านการศึกษา ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน ที่ทำให้ผู้วิจัยมีกำลังใจจนสามารถทำการค้นคว้าอิสระฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์

ผู้วิจัยจึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความเป็นมา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	1
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย.....	2
1.4 วิธีดำเนินงานวิจัย.....	2
บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	
2.1 การวิเคราะห์ SIF โดยไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว.....	3
2.2 การวิเคราะห์ SIF โดยคำนึงถึงผลของการซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว.....	7
2.3 การประยุกต์ใช้วิธี weight function สำหรับการวิเคราะห์แผ่น 2 มิติที่มี รอยร้าวแบบกึ่งกลาง.....	10
บทที่ 3 ทฤษฎี.	
3.1 ค่าความเข้มของความเค้น (Stress intensity factor, SIF).....	28
3.2 วิธี weight function.....	31
3.3 วิธี J-integral.....	34
บทที่ 4 การวิเคราะห์ค่า SIF	
4.1 การวิเคราะห์ค่า SIF และระยะปิดด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	36
4.2 การวิเคราะห์ค่า SIF และระยะปิดของผิวรอยร้าวด้วยวิธี weight function....	44

4.3 สมมุติฐานในการวิเคราะห์ค่า SIF และระยะปิดเมื่อคำนึงถึงการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว.....	46
4.4 พิจารณาแรงกระทำที่ผิวรอยร้าวของรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำแบบโพลีโนเมียล.....	47
4.5 ตรวจสอบขอบเขตที่เหมาะสมในการใช้วิธี weight function ในการหาค่า SIF กับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	49
4.6 เปรียบเทียบค่า SIF ที่คำนวณโดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวและไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว.....	56
4.7 การเปิดของผิวรอยร้าวที่เกิดจากหน่วยแรงกระทำกับแผ่น 2 มิติแบบต่างๆ.....	57
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย	67
รายการอ้างอิง.....	69
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก.....	72
ภาคผนวก ข.....	75
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	82



## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
ตารางที่ 2.1	ค่าสัมประสิทธิ์ $C_i(\varepsilon)$ ในสมการที่ (2.5) และ (2.6).....	6
ตารางที่ 2.2	ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการโพลีโนเมียลดีกรี 10 ที่จำเป็นในการประมาณค่าของ SIF อ้างอิง.....	24
ตารางที่ 4.1	แสดงค่าของ SIF ที่ได้จากเอลิเมนต์แต่ละขนาดและความยาว path $l$ ที่อัตราส่วน $a/W = 0.3$ .....	42
ตารางที่ 4.2	แสดงค่าของ SIF ที่ได้จากเอลิเมนต์แต่ละขนาดและความยาว path $l$ ที่อัตราส่วน $a/W = 0.7$ .....	42
ตารางที่ 4.3	แสดงตัวอย่างค่าของระยะเปิดของผิวรอยร้าวและระยะ $x$ จากจุดปลายรอยร้าว (จำนวนเอลิเมนต์ 30 ชั้น – ขนาดเอลิเมนต์ที่ผิวรอยร้าว 0.5 ซม.)..	46
ตารางที่ 4.4	แสดงค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณในแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำคงที่ $\sigma_0 = 500$ ก.ก./ ซม. ที่อัตราส่วน $h/W$ ต่างๆ.....	51
ตารางที่ 4.5	แสดงค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณในแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดัด $\sigma_1 = 10x$ ก.ก./ ซม. ที่อัตราส่วน $h/W$ ต่างๆ.....	53
ตารางที่ 4.6	แสดงค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณในแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่มี $D_0 = D_1 = 0$ โดย $\sigma_2 = 0.2x^2$ ก.ก./ ซม. ที่อัตราส่วน $h/W$ ต่างๆ.....	55
ตารางที่ 4.7	แสดงค่า SIF และระยะปิดของผิวรอยร้าวที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และวิธี weight function ที่อัตราส่วน $a/W$ ต่างๆ ของรูปแบบแรงกระทำแบบที่ 1 ที่อัตราส่วน $h/W = 3$ .....	59
ตารางที่ 4.8	แสดงค่า SIF และระยะปิดของผิวรอยร้าวที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และวิธี weight function ที่อัตราส่วน $a/W$ ต่างๆ ของรูปแบบแรงกระทำแบบที่ 2 ที่อัตราส่วน $h/W = 3$ .....	64
ตารางที่ ข.1	ข้อมูลในวิธีที่นำมาคำนวณค่า $J$ .....	79

## สารบัญภาพ

รูปที่		หน้า
รูปที่ 2.1	แผ่น 2 มิติ ภายใต้หน่วยแรงตัด.....	3
รูปที่ 2.2	แผ่น 2 มิติ ที่มีรอยร้าวแบบเยื้องศูนย์กลางภายใต้หน่วยแรงกระทำคงที่.....	4
รูปที่ 2.3	แผ่น 2 มิติ ความกว้างอนันต์ที่มีรอยร้าวแบบกึ่งกลางภายใต้แรงตัด.....	7
รูปที่ 2.4	แผ่น 2 มิติ ความกว้างอนันต์ที่มีรอยร้าวแบบกึ่งกลางภายใต้หน่วยแรงตัด..... ภายหลังการปิดตัวของผิวรอยร้าว.....	7
รูปที่ 2.5	แบบจำลองแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงตัด (a) ลักษณะรอยร้าวเริ่มต้น; b) ลักษณะรอยร้าวหลังเกิดการปิดตัวของผิวรอยร้าว; (c) หน่วยแรงกระทำ คงที่และหน่วยแรงตัดในรอยร้าว.....	8
รูปที่ 2.6	แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงตัด.....	10
รูปที่ 2.7	แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดึงคงที่ที่บริเวณกึ่งกลางผิวรอยร้าว.....	12
รูปที่ 2.8	แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำแบบจุดที่บริเวณกึ่งกลางผิวรอยร้าว.....	13
รูปที่ 2.9	แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดึงเป็นเส้นตรงที่ผิวรอยร้าว.....	14
รูปที่ 2.10	แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำแบบหน่วยแรงดึงเป็นเส้นตรงที่ปลายทั้งสองด้านผิวรอยร้าว.....	15
รูปที่ 2.11	แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดึงเป็นเส้นโค้งที่ผิวรอยร้าว.....	16
รูปที่ 2.12	แผ่น 2 มิติ ที่มีรอยร้าวแบบขอบ.....	17
รูปที่ 2.13	แผ่น 2 มิติ ที่มีรอยร้าวแบบเยื้องศูนย์กลาง.....	18
รูปที่ 2.14	แผ่น 2 มิติความกว้างจำกัดที่มีรอยร้าวแบบกึ่งกลาง.....	25
รูปที่ 3.1	รูปแบบการเคลื่อนที่สัมพัทธ์พื้นฐานทั้ง 3 แบบของผิวรอยร้าว.....	28
รูปที่ 3.2	ระบบพิกัดและหน่วยแรงบริเวณรอยร้าว.....	31
รูปที่ 3.3	แผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้แรงกระทำ $P_i$ และ $P_j$ .....	32
รูปที่ 3.4	พิกัดบริเวณปลายรอยร้าวและวิถี (path) ของการอินทิเกรตด้วยวิธี J-integral.	34

## สารบัญภาพ

รูปที่		หน้า
รูปที่ 4.1	แบบจำลองแบบเต็มแสดงการแบ่งพื้นที่ของ mesh ขนาดต่างๆ.....	36
รูปที่ 4.2	เงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองแบบสมมาตรแกน $x$ .....	37
รูปที่ 4.3	ขนาดในแต่ละด้านของเอลิเมนต์ต่างๆ ในแบบจำลอง.....	37
รูปที่ 4.4	เอลิเมนต์ชนิด 8 จุด.....	38
รูปที่ 4.5	การออกแบบบริเวณผิวของรอยร้าว.....	38
รูปที่ 4.6	คุณสมบัติของเอลิเมนต์บริเวณผิวของรอยร้าว.....	38
รูปที่ 4.7	ตัวอย่างปัญหาที่ใช้ในการวิเคราะห์หาขนาดของเอลิเมนต์ที่เหมาะสม.....	39
รูปที่ 4.8	path $\Gamma$ และขนาดของ path $l$ .....	40
รูปที่ 4.9	การเคลื่อนย้าย path เพื่อหาค่าของ $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ และ $\frac{\partial u_y}{\partial x}$ .....	41
รูปที่ 4.10	วิธีขนาดต่างๆ.....	41
รูปที่ 4.11	แสดงรูปแบบการแบ่งเอลิเมนต์ของแบบจำลอง.....	42
รูปที่ 4.12	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า SIF กับจำนวนเอลิเมนต์ที่อัตราส่วน ที่อัตราส่วน (a) $a/W = 0.3$ และ (b) $a/W = 0.7$ .....	43
รูปที่ 4.13	แสดงแบบจำลองการแบ่งเอลิเมนต์จากโปรแกรม ANSYS $a/W = 0.3$ และ $h/W = 1$ .....	44
รูปที่ 4.14	การ superposition ของสมการโพลีโนเมียลดีกรี $\sigma(x) = \sigma \sum_0^m D_m (x/W)^m \dots$	45
รูปที่ 4.15	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะเปิดของผิวรอยร้าวกับตำแหน่ง node วัดจากปลายรอยร้าว.....	47
รูปที่ 4.16	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรง $\sigma_y$ กับระยะ $W$ ( $W = 50$ ซม. และ $h/W = 3$ ) ที่ผิวขอบบนของแผ่น 2 มิติ.....	48
รูปที่ 4.17	แผ่น 2 มิติ ที่ไม่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่มี $D_0 = D_1 = 0$ .....	48

## สารบัญภาพ

รูปที่	หน้า
รูปที่ 4.18	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกระทำที่แนวรอยร้าวในแผ่น 2 มิติ กับระยะ $W$ ของแบบจำลองอัตราส่วน $h/W$ ต่างๆ..... 49
รูปที่ 4.19	แผ่น 2 มิติ ภายใต้หน่วยแรงกระทำคงที่..... 50
รูปที่ 4.20	ระยะเปิดของผิวรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงคงที่ $\sigma_0 = 500$ กก./ ซม. ( $a/W = 0.3, h/W = 1$ ) ในโปรแกรม ANSYS..... 50
รูปที่ 4.21	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า $K/\sigma_0\sqrt{\pi a}$ ของแผ่น 2 มิติภายใต้ หน่วยแรงกระทำแบบคงที่ที่อัตราส่วน $h/W$ ต่างๆ..... 51
รูปที่ 4.22	แผ่น 2 มิติ ภายใต้หน่วยแรงดัด..... 52
รูปที่ 4.23	ระยะเปิดของผิวรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงดัด $\sigma_1 = 500(x/W)$ กก./ ซม. ( $a/W = 0.3, h/W = 1$ ) ในโปรแกรม ANSYS..... 52
รูปที่ 4.24	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า $K/\sigma_1\sqrt{\pi a}$ ( $\sigma_1 = 500$ กก./ ซม. ที่ขอบ แผ่น 2 มิติ) ของแผ่น 2 มิติ ภายใต้หน่วยแรงดัดที่อัตราส่วน $h/W$ ต่างๆ..... 53
รูปที่ 4.25	แผ่น 2 มิติ ภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่มี $D_0 = D_1 = 0$ ..... 54
รูปที่ 4.26	ระยะเปิดของผิวรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงดัด $\sigma_2 = 500(x/W)^2$ กก./ ซม. ( $a/W = 0.3, h/W = 1$ ) ในโปรแกรม ANSYS..... 54
รูปที่ 4.27	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า $K/\sigma_2\sqrt{\pi a}$ ( $\sigma_2 = 500$ กก./ ซม. ที่ขอบ แผ่น 2 มิติ) ของแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำกระจายแบบโพลีโนเมียล ดีกรี 2 ที่อัตราส่วน $h/W$ ต่างๆ..... 57
รูปที่ 4.28	แผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า $\sigma(x) = 500(x/W)$ กก./ ซม..... 56
รูปที่ 4.29	การเปิดของผิวรอยร้าวในแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า $\sigma(x) = 500(x/W)^2$ กก./ ซม( $a/W = 0.3$ )..... 56
รูปที่ 4.30	ระยะเปิดของผิวรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า $\sigma(x) = 500(x/W)$ กก./ ซม. ( $a/W = 0.3, h/W = 3$ ) ในโปรแกรม ANSYS..... 57

สารบัญภาพ

รูปที่	หน้า
รูปที่ 4.31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วน $c/W$ ต่อ $a/W$ ที่อัตราส่วน $h/W = 3$ ของแรงกระทำรูปแบบที่ 1 โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	60
รูปที่ 4.32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความแตกต่าง(%)ของการคำนวณค่า SIF โดยวิธี Non-overlapping กับ Overlapping จากวิธี weight function กับ $a/W$ ที่อัตราส่วน $h/W = 3$ ของแรงกระทำรูปแบบที่ 1.....	60
รูปที่ 4.33 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความแตกต่าง(%)ของการคำนวณค่า SIF และ ระยะปิดของผิวรอยร้าว กับ $a/W$ ที่อัตราส่วน $h/W = 3$ ของแรงกระทำรูปแบบที่ 1.....	61
รูปที่ 4.34 แผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า $\sigma(x) = -50 + 1000(x/W) + 1000(x/W)^2$ .....	62
รูปที่ 4.35 ระยะเปิดของผิวรอยร้าวในแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า $\sigma(x) = -50 + 1000(x/W) + 1000(x/W)^2$ .....	62
รูปที่ 4.36 ระยะเปิดของผิวรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า $\sigma(x) = -50 + 1000(x/W) + 1000(x/W)^2$ กก./ ซม. ( $a/W = 0.3, h/W = 3$ ) ในโปรแกรม ANSYS.....	63
รูปที่ 4.37 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วน $c/W$ ต่อ $a/W$ ที่อัตราส่วน $h/W = 3$ ของแรงกระทำรูปแบบที่ 2 โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	64
รูปที่ 4.38 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความแตกต่าง(%)ของการคำนวณค่า SIF โดยวิธี Non-overlapping กับ Overlapping จากวิธี weight function กับ $a/W$ ที่อัตราส่วน $h/W = 3$ ของแรงกระทำรูปแบบที่ 2.....	65
รูปที่ 4.39 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความแตกต่าง(%)ของการคำนวณค่า SIF และ ระยะปิดของผิวรอยร้าว กับ $a/W$ ที่อัตราส่วน $h/W = 3$ ของแรงกระทำรูปแบบที่ 2.....	65
รูปที่ ข.1 แสดงวิธีในโปรแกรม ANSYS.....	77

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมา

สาเหตุสำคัญประการหนึ่งของการวิบัติของอุปกรณ์และชิ้นส่วนโครงสร้างเกิดเนื่องจากรอยร้าวในวัสดุ ดังนั้นความรู้ความเข้าใจในขนาดและการกระจายของสนามหน่วยความเค้นบริเวณปลายรอยร้าวจึงเป็นองค์ประกอบสำคัญในการพิจารณาความปลอดภัยและการออกแบบของโครงสร้าง

ในกลศาสตร์การแตกร้าวแบบยืดหยุ่นเชิงเส้น ค่าความเข้มของความเค้น (stress intensity factor, SIF) เป็นตัวแปรที่บ่งบอกถึงขนาดของสนามความเค้นบริเวณรอบปลายรอยร้าว จากงานวิจัยที่ผ่านมาพบว่า ค่า SIF จากการวิเคราะห์ที่ไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวอาจมีค่าต่ำกว่าความเป็นจริงที่ปลายรอยร้าวด้านที่เกิดแรงดึงและมีค่าติดลบในปลายรอยร้าวด้านที่เกิดแรงอัดในแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวได้ ซึ่งค่า SIF ที่มีค่าเป็นลบนั้นมีความหมายคือผิวรอยร้าวทั้งสองซ้อนทับกันซึ่งไม่สามารถเกิดขึ้นได้เนื่องจากรอยร้าวจะปิดก่อนโดยไม่เกิดการแทรกกันของวัสดุ

งานวิจัยนี้เสนอวิธีการวิเคราะห์ค่า SIF ในแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้แรงกระทำที่กระจายแบบโพลีโนเมียลโดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวด้วยวิธี weight function และทำการเปรียบเทียบค่า SIF จากการวิเคราะห์กับผลที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้วิธี J-Integral และเปรียบเทียบกับวิธีการวิเคราะห์ที่ไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว รวมถึงระยะปิดของผิวรอยร้าวที่เกิดจากแรงกระทำที่กระจายแบบโพลีโนเมียลรูปแบบต่างๆ

### 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ของงานวิจัยดังต่อไปนี้

1. ศึกษาการวิเคราะห์ค่า SIF ด้วยวิธี weight function
2. ศึกษาการวิเคราะห์ค่า SIF ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยใช้วิธี J-integral
3. เปรียบเทียบขอบเขตการใช้งานของวิธี weight function
4. ศึกษาการเปิดของผิวรอยร้าว (crack opening displacement) จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

5. ศึกษาผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวต่อค่า SIF และระยะเปิดของผิวรอยร้าว (Crack opening displacement, COD) รวมถึงศึกษาระยะเปิดของผิวรอยร้าวในแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำที่กระจายแบบโพลีโนเมียล

### 1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

งานวิจัยนี้มีขอบเขตของงานวิจัยดังต่อไปนี้

1. แผ่น 2 มิติที่วิเคราะห์ทำจากวัสดุไอโซทรอปิกยืดหยุ่นเชิงเส้น 2 มิติที่มีความกว้างจำกัด (finite width)
2. หน่วยแรงกระทำกระจายแบบโพลีโนเมียลดีกรี 2
3. ค่า SIF สำหรับการเคลื่อนตัวของรอยร้าวแบบที่ 1 ( Mode I)
4. แบบจำลองรับแรงภายใต้แบบ plane stress

### 1.4 วิธีการดำเนินงานวิจัย

งานวิจัยนี้มีวิธีดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษาข้อมูลและงานวิจัยที่ผ่านมาที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ค่า SIF
2. ศึกษาการวิเคราะห์รอยร้าวด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยวิธี J-Integral, Contact Element และการใช้โปรแกรมสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์
3. ทำการวิเคราะห์ค่า SIF จากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของแผ่น 2 มิติ ที่มีรอยร้าวภายใต้แรงกระทำแบบโพลีโนเมียลรูปแบบต่างๆ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
4. ทำการวิเคราะห์ค่า SIF ของรอยร้าวภายใต้แรงกระทำแบบโพลีโนเมียลด้วยวิธี weight function
5. เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ค่า SIF ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับวิธี weight function
6. เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ค่า SIF และ COD ที่ได้จากการคำนวณผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวกับวิธีที่ไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว
7. สรุปผลการศึกษาวิจัย
8. เขียนวิทยานิพนธ์

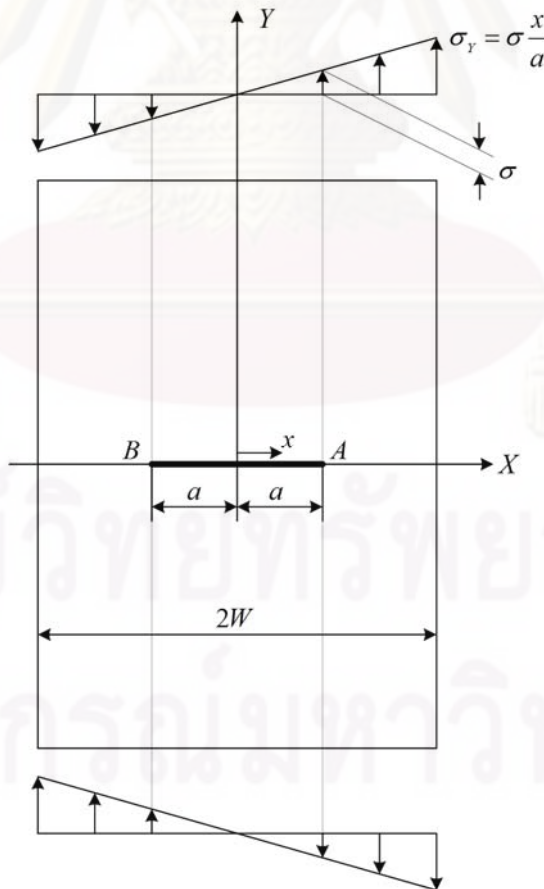
## บทที่ 2

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่ผ่านมาที่เกี่ยวข้องกับการหาค่า SIF ในแผ่น 2 มิติ ที่มีรอยร้าวแบบกึ่งกลางภายใต้หน่วยแรงกระทำกระจายแบบโพลีโนเมียลพบว่าได้มีการศึกษาค่า SIF ในหลากหลายวิธี โดยมีงานวิจัยที่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว และงานวิจัยที่ไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวในกรณีที่ปลายรอยร้าวด้านใดด้านหนึ่งรับแรงอัดในขณะที่ปลายอีกด้านรับแรงดึง ซึ่งงานวิจัยที่ผ่านมามีดังนี้

#### 2.1 การวิเคราะห์ SIF โดยไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว

Isida [1] เสนอสมการค่า SIF สำหรับปัญหารอยร้าวแบบกึ่งกลางในแผ่น 2 มิติที่มีความกว้างจำกัด (finite width) ภายใต้หน่วยแรงดัดแสดงในรูปที่ 2.1 โดยใช้วิธี stress concentration factor สำหรับ elliptical hole โดยมีสมการดังนี้



รูปที่ 2.1 แผ่น 2 มิติ ภายใต้หน่วยแรงดัด



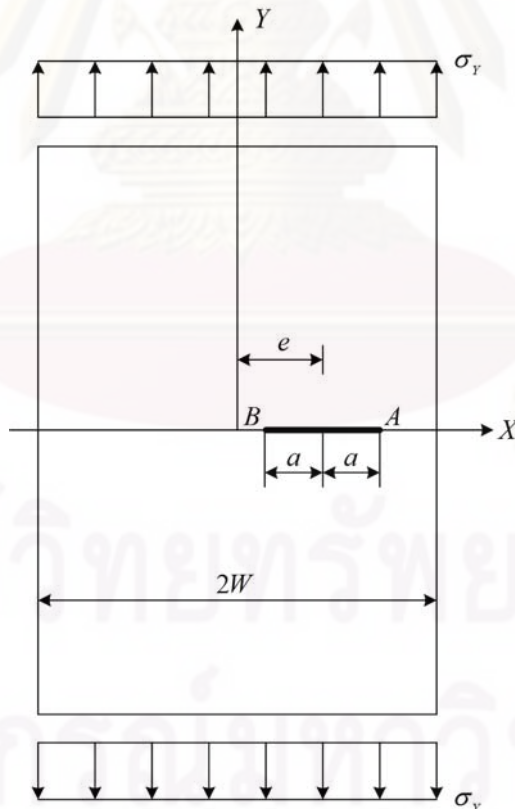
$$K_A = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot F_1(a, W) \quad (2.1)$$

โดย  $K_A$  = ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงดึง  
 $\sigma$  = ขนาดของหน่วยแรงดัดที่กระทำกับรอยร้าวที่ตำแหน่งเดียวกับปลาย  
 ของรอยร้าว  
 $a$  = ระยะครึ่งหนึ่งของรอยร้าว  
 $W$  = ระยะครึ่งหนึ่งของความกว้างแผ่น 2 มิติ

และค่าของ  $F_1\left(\frac{a}{W}\right)$  คือ

$$F_1\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{1}{2} \left[ 1 + 0.4079 \left(\frac{a}{W}\right)^4 + 0.1456 \left(\frac{a}{W}\right)^6 \right] \quad (2.2)$$

ต่อมา Isida [2] ได้เสนอสมการค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวของรอยร้าวที่เยื้องศูนย์กลางในแผ่น 2 มิติ ความกว้างจำกัดภายใต้แรงกระทำกระจายแบบคงที่ดังแสดงในรูปที่ 2.2 โดยมีสมการดังนี้



รูปที่ 2.2 แผ่น 2 มิติ ที่มีรอยร้าวแบบเยื้องศูนย์กลางภายใต้หน่วยแรงกระทำคงที่

$$K_A = \sigma_Y \sqrt{\pi a} f^A \quad (2.3)$$

$$K_B = \sigma_Y \sqrt{\pi a} f^B \quad (2.4)$$

โดย  $K_A, K_B$  = ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าว  $A$  และ  $B$  ตามลำดับ

และค่าของตัวประกอบปรับแก้คือ

$$f^A = 1 + \sum_{i=2}^{19} C_i(\varepsilon) \lambda^i \quad (2.5)$$

$$f^B = 1 + \sum_{i=2}^{19} (-1)^i C_i(\varepsilon) \lambda^i \quad (2.6)$$

ซึ่งมีค่าของตัวแปรไร้หน่วยที่กำหนดระยะเยื้องศูนย์กลาง  $\varepsilon = e/W$  และตัวแปรที่กำหนดขนาดของรอยร้าว  $\lambda = a/(W - e)$  โดยค่าสัมประสิทธิ์  $C_i(\varepsilon)$  สามารถหาได้จากตารางที่ 1 ใน [2] หรือจากตารางที่ 2.1 ดังแสดง

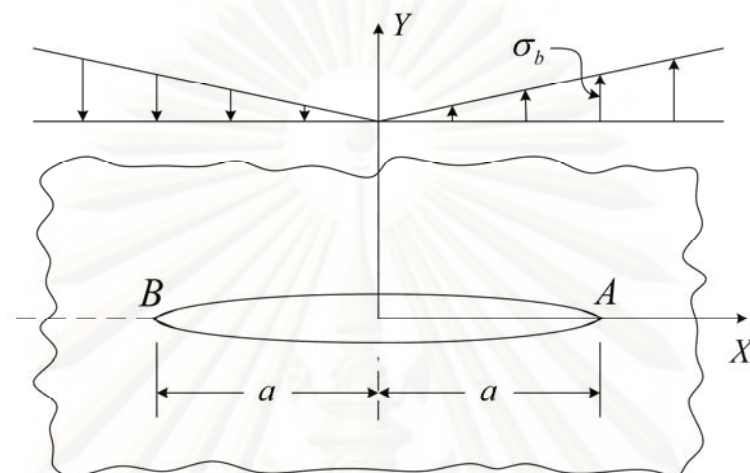
ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 2.1 ค่าสัมประสิทธิ์  $C_i(\varepsilon)$  ในสมการที่ (2.5) และ (2.6)

$\varepsilon$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$	$C_9$	$C_{10}$
0	0.5948	0	0.4812	0	0.3963	0	0.3367	0	0.2972
0.02	0.5726	0.0339	0.4462	0.0315	0.3548	0.0433	0.2917	0.0464	0.2498
0.04	0.5535	0.0639	0.4173	0.0574	0.3234	0.0759	0.2608	0.0788	0.2208
0.06	0.5371	0.0903	0.3936	0.0785	0.2998	0.1003	0.2400	0.1014	0.2035
0.08	0.5231	0.1134	0.3743	0.0958	0.2823	0.1185	0.2263	0.1172	0.1939
0.1	0.5112	0.1335	0.3585	0.1099	0.2694	0.1319	0.2175	0.1281	0.1890
0.2	0.4761	0.1975	0.3155	0.1485	0.2428	0.1576	0.2073	0.1467	0.1904
0.3	0.4635	0.2179	0.3016	0.1571	0.2374	0.1538	0.2083	0.1428	0.1936
0.4	0.4555	0.2126	0.2922	0.1507	0.2292	0.1405	0.2012	0.1310	0.1860
0.5	0.4404	0.1939	0.2754	0.1364	0.2113	0.1236	0.1832	0.1154	0.1677
0.6	0.4123	0.1707	0.2473	0.1192	0.1841	0.1061	0.1574	0.0989	0.1429
0.7	0.3704	0.1495	0.2108	0.1029	0.1529	0.0905	0.1298	0.0841	0.1175
0.8	0.3197	0.1341	0.1735	0.0899	0.1246	0.0783	0.1063	0.0727	0.0969
0.9	0.2729	0.1264	0.1449	0.0814	0.1051	0.0706	0.0910	0.0656	0.0837
1	0.25	0.125	0.1328	0.0781	0.0967	0.0671	0.0836	0.0618	0.0766
$\varepsilon$	$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{14}$	$C_{15}$	$C_{16}$	$C_{17}$	$C_{18}$	$C_{19}$
0	0	0.2713	0	0.2535	0	0.2404	0	0.2300	0
0.02	0.0533	0.2219	0.0576	0.2021	0.0627	0.1873	0.0669	0.1756	0.0711
0.04	0.0878	0.1948	0.0920	0.1774	0.0974	0.1650	0.1011	0.1558	0.1048
0.06	0.1099	0.1810	0.1127	0.1668	0.1167	0.1575	0.1189	0.1512	0.1212
0.08	0.1241	0.1749	0.1251	0.1638	0.1275	0.1570	0.1284	0.1528	0.1294
0.1	0.1331	0.1731	0.1325	0.1644	0.1336	0.1594	0.1334	0.1567	0.1337
0.2	0.1447	0.1817	0.1413	0.1772	0.1396	0.1748	0.1383	0.1735	0.1376
0.3	0.1387	0.1854	0.1355	0.1806	0.1336	0.1776	0.1334	0.1757	0.1318
0.4	0.1266	0.1771	0.1236	0.1715	0.1218	0.1679	0.1205	0.1654	0.1197
0.5	0.1111	0.1585	0.1082	0.1526	0.1063	0.1487	0.1049	0.1459	0.1040
0.6	0.0949	0.1343	0.0921	0.1289	0.0902	0.1252	0.0888	0.1225	0.0877
0.7	0.0804	0.1104	0.0779	0.1060	0.0761	0.1030	0.0747	0.1007	0.0736
0.8	0.0694	0.0915	0.0672	0.0881	0.0655	0.0858	0.0643	0.0840	0.0632
0.9	0.0626	0.0796	0.0606	0.0770	0.0591	0.0752	0.0579	0.0737	0.0570
1	0.0585	0.0724	0.0562	0.0697	0.0544	0.0678	0.0529	0.0662	0.0517

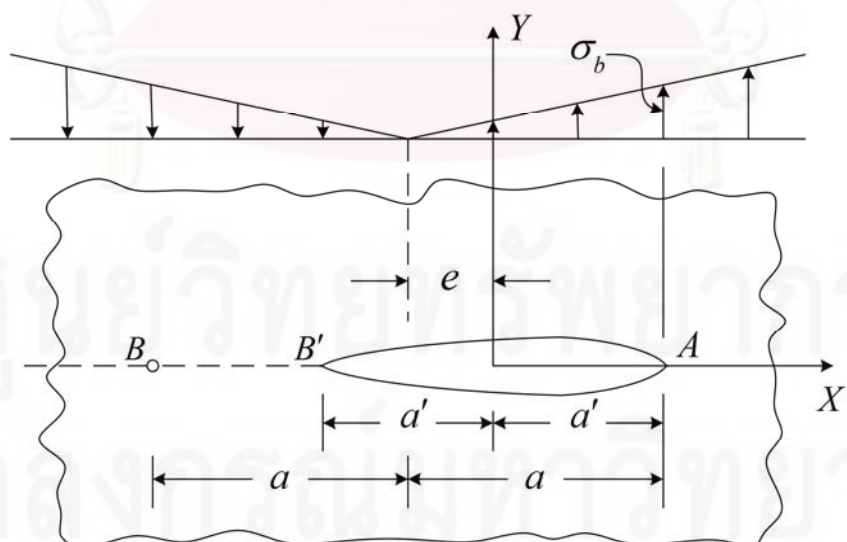
## 2.2 การวิเคราะห์ SIF โดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว

Paris และ Tada [3] ได้พิจารณาผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวต่อค่า SIF ในแผ่น 2 มิติที่มีความกว้างอนันต์ภายใต้หน่วยแรงดัด (ตั้งฉากกับรอยร้าวและมีจุดตัดบริเวณกึ่งกลางรอยร้าว) ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 แผ่น 2 มิติ ความกว้างอนันต์ที่มีรอยร้าวแบบกึ่งกลางภายใต้แรงดัด

Paris และ Tada ได้ทำการวิเคราะห์ด้วยการกำหนดให้ค่า SIF มีค่าเป็นศูนย์ที่ปลายรอยร้าวใหม่ด้านที่รับแรงดัด  $x = B'$  (ภายหลังเกิดการปิดตัวของผิวรอยร้าว) ดังแสดงในรูปที่ 2.4 โดยนำการกระจายของหน่วยแรงกระทำแบบหน่วยแรงดัดมารวมกับหน่วยแรงกระทำแบบคงที่



รูปที่ 2.4 แผ่น 2 มิติ ความกว้างอนันต์ที่มีรอยร้าวแบบกึ่งกลางภายใต้หน่วยแรงดัดภายหลังการปิดตัวของผิวรอยร้าว

จะพบว่าได้ค่า  $e = a'/2$  ซึ่งเปรียบเสมือนกับทำการวิเคราะห์โดยพิจารณาว่ารอยร้าวขยายตัวจากรยะ  $-\infty < x < A$  และรอยร้าวปิดตัวเป็นระยะ  $-\infty < x < B'$  ภายใต้หน่วยแรงคดที่กระทำ โดยวิธีนี้ทำให้สามารถหาค่า SIF ภายหลังจากการปิดตัวของรอยร้าวได้ดังสมการ

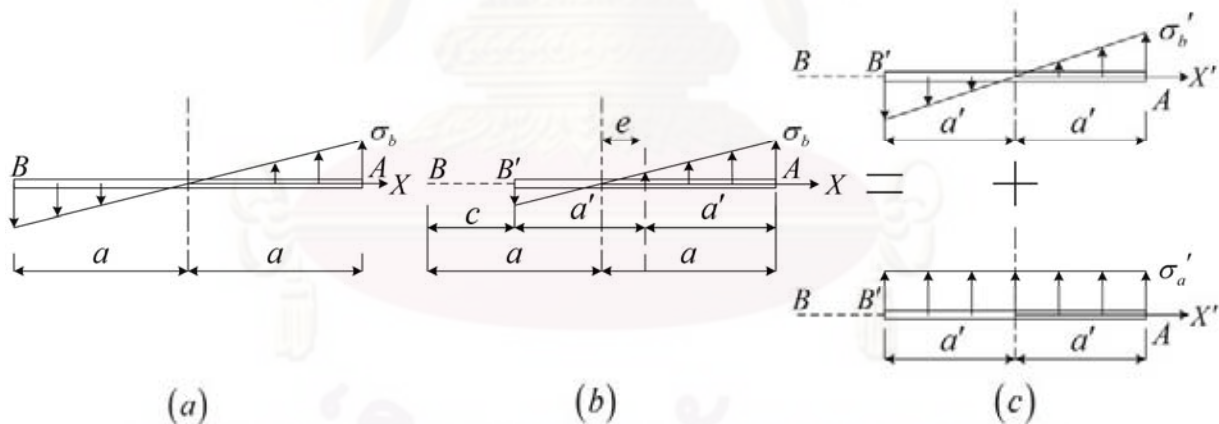
$$K_{A,eff} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_b \sqrt{\pi a} = 0.544 \sigma_b \sqrt{\pi a} \quad (2.7)$$

โดย  $K_{A,eff}$  = ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าว  $A$  ภายหลังจากการปิดตัวของรอยร้าว

ทำการพิสูจน์โดยพิจารณารูปที่ 2.5 ซึ่งแสดงแบบจำลองของแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงคดโดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว โดยค่า SIF ที่ได้จากการวิเคราะห์ที่ไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวที่ปลายรอยร้าว  $A$  และ  $B$  ของแผ่น 2 มิติความกว้างอนันต์ดังแสดงในรูปที่ 2.5 (a) มีค่าเท่ากับ [4]

$$K_A = \frac{\sigma_b}{2} \sqrt{\pi a} \quad \text{และ} \quad K_B = -\frac{\sigma_b}{2} \sqrt{\pi a} \quad (2.8)$$

โดย  $\sigma_b$  คือ ขนาดของหน่วยแรงคดที่บริเวณปลายรอยร้าว ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่า SIF ที่คำนวณได้จากสมการ 2.8 มีค่าเป็นลบ



รูปที่ 2.5 แบบจำลองแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงคด (a) ลักษณะรอยร้าวเริ่มต้น; (b) ลักษณะรอยร้าวหลังเกิดการปิดตัวของผิวรอยร้าว; (c) หน่วยแรงกระทำคงที่และหน่วยแรงคดในรอยร้าว

สมมติให้รอยร้าวปิดตัวเป็นระยะ  $c$  ในแนว  $B-B'$  ดังแสดงในรูปที่ 2.5 (b) โดยระยะครึ่งหนึ่งของความยาวรอยร้าวใหม่จะมีค่าเท่ากับ

$$a' = a - c/2 \quad (2.9)$$

โดย  $c$  คือระยะปิดตัวของผิวรอยร้าว

จะได้การกระจายของหน่วยแรงบริเวณช่องเปิดของรอยร้าวจะแบ่งได้เป็นหน่วยแรงกระทำแบบคงที่ และหน่วยแรงดัด ดังรูปที่ 2.5 (c) ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\sigma'_a = \frac{c}{2a} \sigma_b \text{ และ } \sigma'_b = \left(1 - \frac{c}{2a}\right) \sigma_b \quad (2.10)$$

โดยทฤษฎีของ superposition ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวใหม่  $B'$  สามารถเขียนได้ในรูปของ

$$K_{B'} = \sigma'_a \sqrt{\pi a'} - \frac{\sigma'_b}{2} \sqrt{\pi a'} \quad (2.11)$$

จากสมการที่ (2.11) เงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับค่า SIF ในปลายรอยร้าวที่พิจารณาคือ  $K_{B'} = 0$  เพราะฉะนั้นจะได้

$$c = 2a/3 \quad (2.12)$$

แทนค่าสมการที่ (2.12) ลงในสมการที่ (2.9) และ (2.10) จะได้

$$a' = 2a/3, \sigma'_a = \sigma_b/3 \text{ และ } \sigma'_b = 2\sigma_b/3 \quad (2.13)$$

ซึ่งจะได้ค่า  $e = c/2 = a'/2$  ซึ่งตรงกับ [3]

โดยทฤษฎีของ superposition ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าว  $A$  ภายหลังจากปิดตัวของผิวรอยร้าว สามารถเขียนได้ดังนี้

$$K_{A,eff} = \sigma'_a \sqrt{\pi a'} + \frac{\sigma'_b}{2} \sqrt{\pi a'} \quad (2.14)$$

แทนค่าในสมการที่ (2.13) ลงในสมการที่ (2.14) จะได้

$$K_{A,eff} = 0.544 \sigma_b \sqrt{\pi a} \quad (2.15)$$

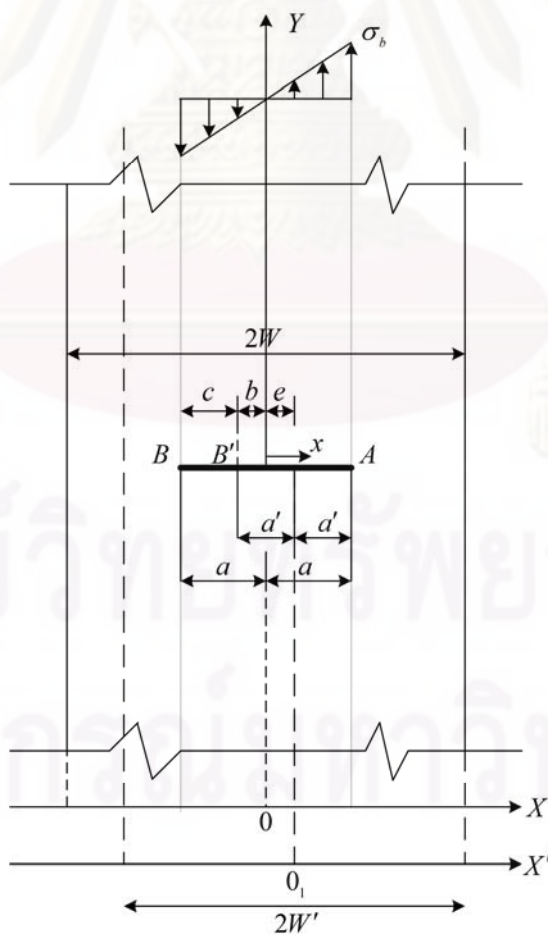
ซึ่งค่าที่ได้มีค่าตรงกับสมการที่ (2.7)

Bowie และ Freese [5] ได้ทำการดัดแปลงวิธีของ Muskhelishvili เพื่อหาค่า SIF ของปัญหารอยร้าวในแผ่นที่มีความกว้างอนันต์ภายใต้หน่วยแรงดัดโดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว และสำหรับปัญหารอยร้าวในแผ่นที่มีความกว้างจำกัดได้ใช้วิธี Modified Mapping Collocation (MMC) ร่วมกับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยกำหนดให้ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงอัดมีค่าเป็นศูนย์

Woo และคณะ [6] ได้ใช้วิธี Collocation ในการคำนวณค่า SIF ในแผ่น 2 มิติที่มีความกว้างจำกัด ภายใต้หน่วยแรงดัด โดยวิธีการในการแก้ปัญหาคือถ้าค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงอัดมีค่าเป็นลบ ตำแหน่งปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงอัดจะปิดตัวลงโดยคิดเป็นส่วนหนึ่งของเนื้อวัสดุทำให้เกิดปลายรอยร้าวใหม่เคลื่อนที่เข้าหาปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงดึง ดำเนินการซ้ำจนกระทั่งค่า SIF ที่จุดปลายของรอยร้าวด้านที่รับแรงอัดมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้สามารถหาค่า SIF ในปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงดึงได้

### 2.3 การประยุกต์ใช้วิธี weight function สำหรับการวิเคราะห์แผ่น 2 มิติ ที่มีรอยร้าวแบบกึ่งกลาง

Hugo, Adrian และ Jose [7] เสนอสมการ weight function สำหรับแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดัดดังแสดงในรูปที่ 2.6 โดยพิจารณาว่าเมื่อรอยร้าวปิดตัวลงในบริเวณ  $B-B'$  จะทำให้ลักษณะทางเรขาคณิตของรอยร้าวเปลี่ยนจากรอยร้าวแบบกึ่งกลางเป็นแบบเยื้องศูนย์ ซึ่งไม่มีสมการ weight function ที่ใช้ในการหารอยร้าวแบบเยื้องศูนย์ ดังนั้นจึงได้พิจารณาว่าเมื่อรอยร้าวเริ่มปิดตัวลงผิวสัมผัสของรอยร้าว  $B-B'$  สามารถทำให้สมมติได้ว่าหน่วยแรงที่กระทำมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ต่างกับผิวรอยร้าว  $B'-A$  ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $O_1$  มีระยะห่างจากจุดศูนย์กลางรอยร้าวเดิม  $O$  เป็นระยะเท่ากับ  $e$  และมีระยะห่างจากขอบแผ่น 2 มิติด้านขวาเท่ากับ  $W'$



รูปที่ 2.6 แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดัด

สมมุติให้หน่วยแรงที่กระทำที่ผิวรอยร้าว  $B' - A$  มีค่าเปลี่ยนแปลงไม่มากนักถ้าพิจารณาว่าระยะห่างจากขอบแผ่น 2 มิติด้านซ้ายมีค่าเท่ากับ  $W'$  จาก  $O_1$  โดยสมมุติฐานนี้เท่ากับการเลื่อนระยะของขอบแผ่น 2 มิติด้านซ้ายเป็นระยะ  $2e$  ไปทิศทางขวา ซึ่งทำให้รอยร้าวใหม่  $B' - A$  เป็นรอยร้าวแบบกึ่งกลางอีกครั้ง ดังนั้นจึงสามารถระบบพิกัด  $x'$  ด้วยจุดกำเนิด  $O_1$  และสมการ weight function สำหรับรอยร้าวแบบกึ่งกลาง [4, หน้า 2.33] ได้ดังแสดง

$$W_{B',A} \left( \frac{x'}{a'}, \frac{a'}{W'} \right) = \frac{1}{\sqrt{2W'}} \left[ 1 + 0.297 f \left( \frac{x'}{a'} \right) h \left( \frac{a'}{W'} \right) \right] F_{B',A} \left( \frac{x'}{a'}, \frac{a'}{W'} \right) \quad (2.16)$$

โดย

$$\begin{aligned} f \left( \frac{x'}{a'} \right) &= \sqrt{1 - \left( \frac{x'}{a'} \right)^2} \\ h \left( \frac{a'}{W'} \right) &= 1 - \cos \left( \frac{\pi a'}{2W'} \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

$F_{B',A} (x'/a', a'/W')$  ประกอบด้วยค่าเอกพจน์โดยพิกัดใหม่ของ  $x'$  และตัวแปร  $a', W'$  คือ

$$\begin{aligned} x' &= x - e \\ a' &= a - e \\ W' &= W - e \end{aligned} \quad (2.18)$$

พิจารณารอยร้าวปิดตัวภายใต้เงื่อนไข  $K_{B'} = 0$  ที่จุด  $B'$  ในรูปที่ 2.13 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$K_{B'}(e) = \int_{-a'(e)}^{a'(e)} W_{B'}(x', e) p(x' + e) dx' = 0 \quad (2.19)$$

ให้  $e^*$  เป็นค่าที่ทำให้สมการ 2.14 เป็นจริงในระบบพิกัด  $x$  จะได้ระยะจุด  $B'$  มีค่า

$$b = 2e^* - a \quad (2.20)$$

ดังนั้นสามารถหาค่า SIF ประสิทธิภาพที่ปลายรอยร้าว  $A$  ได้จาก

$$K_{A,eff} = \int_{-a'(e^*)}^{a'(e^*)} W_A(x', e^*) p(x' + e^*) dx' \quad (2.21)$$



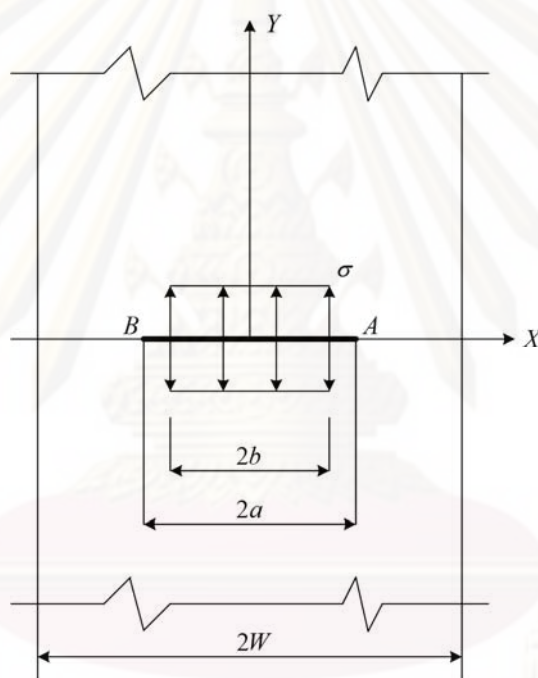
Qi-Zhi Wang [8] ได้เสนอสมการ weight function สำหรับปัญหารอยร้าวในแผ่น 2 มิติภายใต้แรงกระทำแบบต่างๆ ไว้ดังนี้

จากสมการหาค่า SIF ในการเปิดของผิวรอยร้าวแบบที่ 1 (Mode I) โดยใช้วิธี weight function มีค่าดังแสดง

$$K = \int_0^a \sigma(x) m(a, x) dx \quad (2.22)$$

สมการ weight function ของแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดึงคงที่ที่บริเวณกึ่งกลางผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 2.7 มีค่า

$$m(a, x) = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \left[ \frac{a}{\sqrt{a^2 - x^2}} + \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{W^2} \cdot \frac{a}{1 - (a/W)^2} \right] \quad (2.23)$$



รูปที่ 2.7 แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดึงคงที่ที่บริเวณกึ่งกลางผิวรอยร้าว

ดังนั้นจะสามารถหาค่า SIF จากรูปที่ 2.7 ได้จากสมการ

$$K_A, K_B = \sigma \sqrt{\pi a} f_0 - 2\sigma \sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot (f_0/h) \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} - \arcsin \left[ \frac{\sin \left( \frac{\pi b}{2W} \right)}{\sin \left( \frac{\pi a}{2W} \right)} \right] \right\} \quad (2.24)$$

โดย

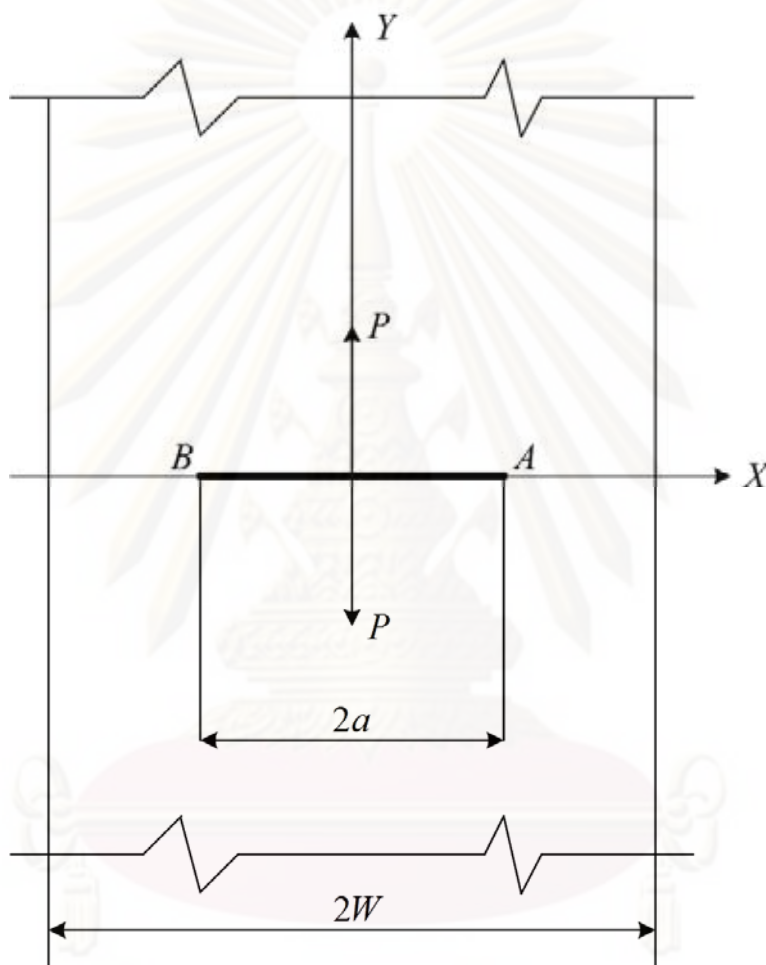
$$f_0 = \left[ 1 - 0.025(a/b)^2 + 0.06(a/b)^4 \right] \sqrt{\sec \left( \frac{\pi a}{2W} \right)} \quad (2.25)$$

$$h = 1 + 0.24(b/W)^2$$

แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำแบบจุดที่บริเวณกึ่งกลางผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 2.8 สามารถหาค่า SIF ได้โดยพิจารณารูปที่ 2.7 โดยการแทนค่า  $b \rightarrow 0$  ลงในสมการที่ 2.22 ซึ่งจะเป็นผลให้

$$\lim [b/a / \arcsin(b/a)] = 1$$

และ  $\lim(\sigma 2c) = P$

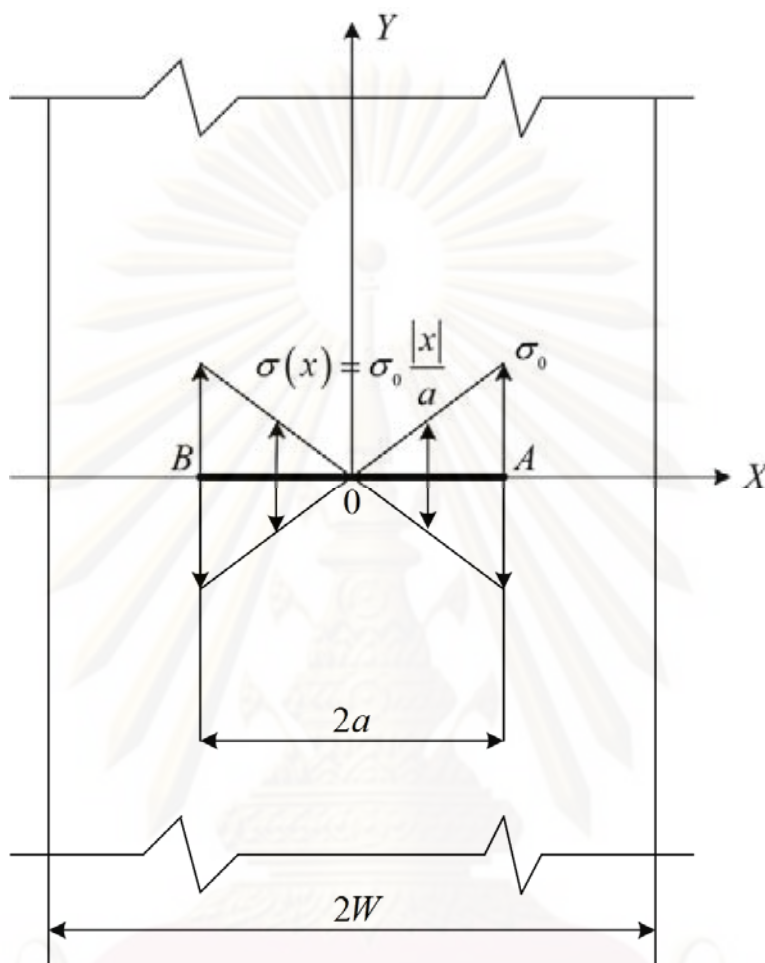


รูปที่ 2.8 แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำแบบจุดที่บริเวณกึ่งกลางผิวรอยร้าว

โดยจะสามารถหาค่า SIF ได้จากสมการ

$$K_A, K_B = \frac{P}{\sqrt{\pi a}} \left[ \frac{2}{\sqrt{1-(a/W)^2}} - 1 \right] \quad (2.26)$$

ค่า SIF ของแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดึงเป็นเส้นตรงที่บริเวณกึ่งกลางผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 2.9 ที่หาโดยใช้สมการที่ 2.21 – 2.22 มีค่า

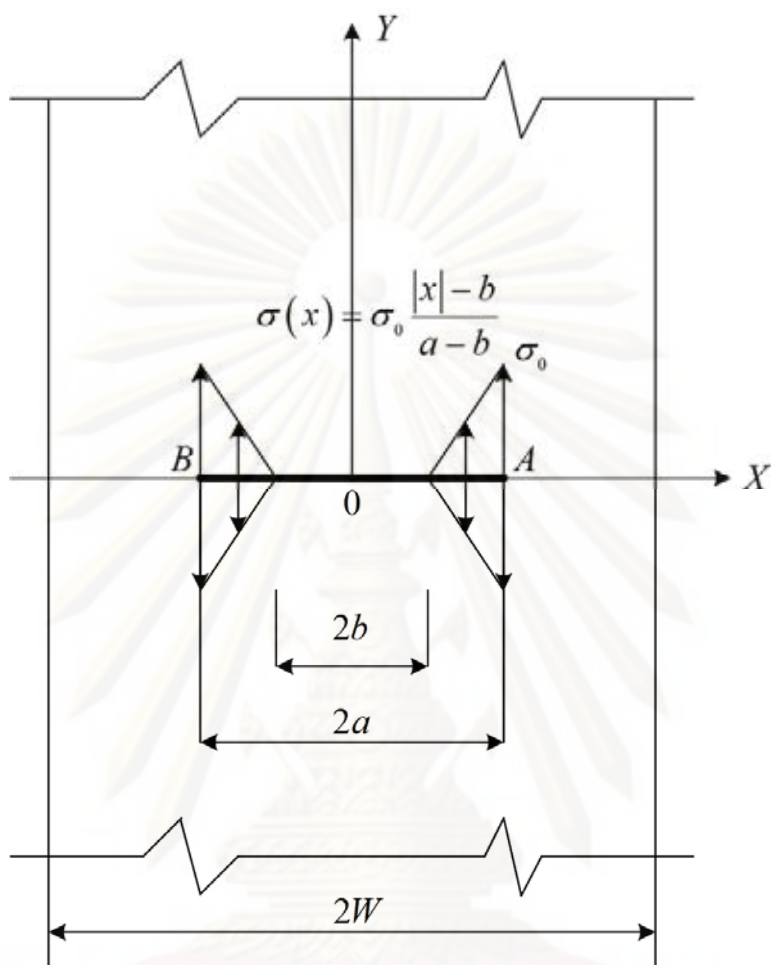


รูปที่ 2.9 แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดึงเป็นเส้นตรงที่ผิวรอยร้าว

$$K_A, K_B = 2\sigma_0 \sqrt{\frac{a}{\pi}} \left[ \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(a/W)^2}} \right] \quad (2.27)$$

เมื่อ  $a/W \rightarrow 0$  ซึ่งเสมือนว่าแผ่น 2 มิติ มีความกว้างเป็นอนันต์ ค่า SIF ที่คำนวณได้จาก (2.27) จะมีค่า  $K_A, K_B = 2\sigma_0 \sqrt{a/\pi}$  ซึ่งมีค่าตรงกับค่าที่ได้จาก [4, หน้า 5.14]

ค่า SIF ของแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดึงเป็นเส้นตรงที่ปลายทั้งสองด้านของผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 2.10 ที่หาโดยใช้สมการที่ 2.21 – 2.22 มีค่า

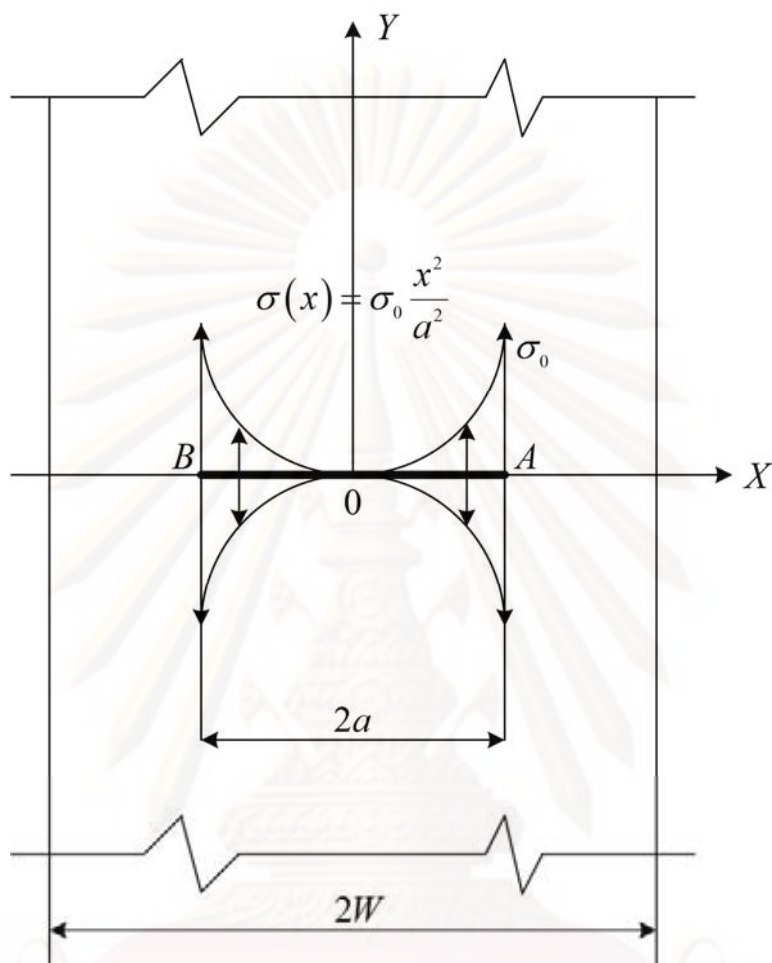


รูปที่ 2.10 แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำแบบหน่วยแรงดึงเป็นเส้นตรงที่ปลายทั้งสองด้านผิวรอยร้าว

$$K_A, K_B = 2\sigma_0 \sqrt{\frac{a}{\pi}} \left[ \sqrt{1 - (b/a)^2} + \frac{2}{3} [1 - (b/a)^2]^{\frac{3}{2}} \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - (a/W)^2}} - 1 \right] \right] \quad (2.28)$$

ศูนย์วิจัยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ค่า SIF ของแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดึงเป็นเส้นโค้งที่บริเวณกึ่งกลางผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 2.11 ที่หาโดยใช้สมการที่ 2.21 – 2.22 มีค่า



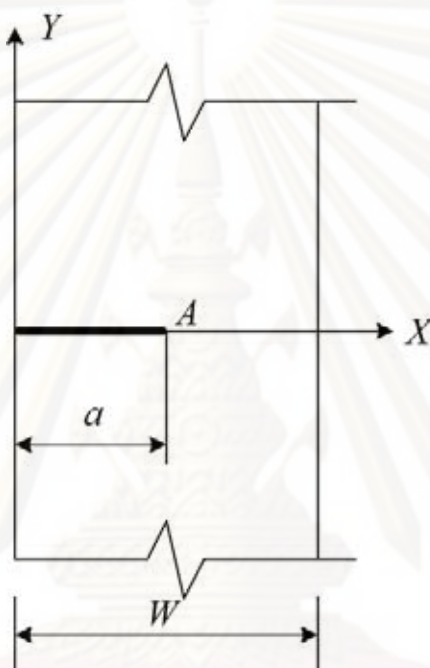
รูปที่ 2.11 แผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดึงเป็นเส้นโค้งที่ผิวรอยร้าว

$$K_A, K_B = \frac{\sigma_0 \sqrt{\pi a}}{2} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - (a/W)^2}} \right] \quad (2.29)$$

เมื่อ  $a/W \rightarrow 0$  ซึ่งเสมือนว่าแผ่น 2 มิติ มีความกว้างเป็นอนันต์ ค่า SIF ที่คำนวณได้จาก (2.29) จะมีค่า  $K_A, K_B = \sigma_0 \sqrt{\pi a}/2$  ซึ่งมีค่าตรงกับค่าที่ได้จาก [4, หน้า 5.16a]

Chen และ Albrecht [10] ได้พัฒนาวิธี weight function สำหรับคำนวณค่า SIF ในปัญหารอยร้าวเยื้องศูนย์กลางในแผ่น 2 มิติ โดยสมการ weight function สามารถหาได้จากการเปลี่ยนแปลงของระยะเปิดของผิวรอยร้าว (crack opening displacement, COD) ต่อความยาวรอยร้าวที่เพิ่มขึ้น ดังนั้นสมการ COD ที่เกิดจากแรงกระทำอ้างอิงจึงจำเป็นในการใช้เป็นสมการอ้างอิงของวิธี weight function

ในการพัฒนาสมการทั่วไปของ weight function นั้น Chen และ Albrecht ได้ใช้สมการของ Rice [7] ซึ่งได้เสนอสมการของ weight function ในแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวแบบขอบ (edge crack) ดังแสดงในรูปที่ 2.4 โดยการสมมติว่ารอยร้าวขยายตัวเป็นระยะ  $\delta a$  และมีค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวดังสมการ



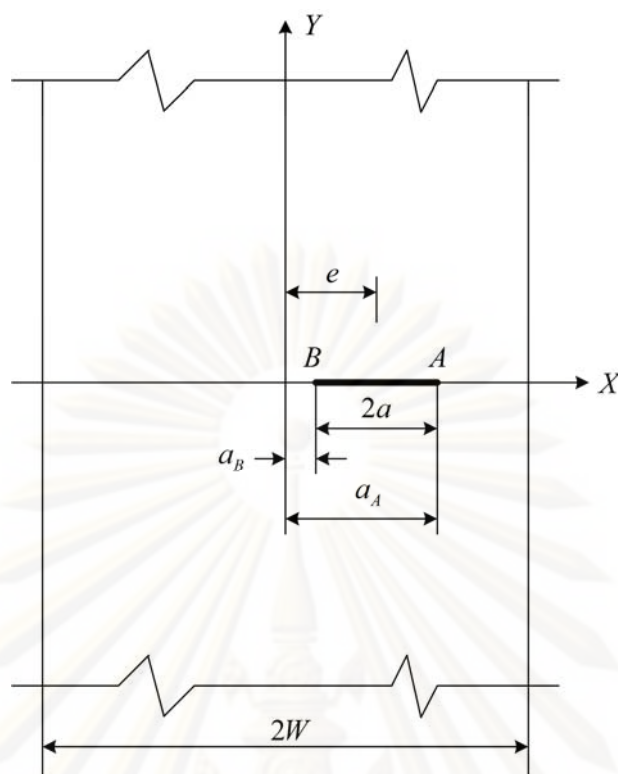
รูปที่ 2.12 แผ่น 2 มิติ ที่มีรอยร้าวแบบขอบ

$$K = \int_0^a \sigma(x) h(a, x) dx \quad (2.30)$$

โดย weight function  $h(a, x)$  มีค่า

$$h(a, x) = \frac{E}{2K_0} \frac{\partial u_0(a, x)}{\partial a} \quad (2.31)$$

เมื่อ Chen และ Albrecht นำสมการของ Rice มาใช้ในปัญหารอยร้าวแบบกึ่งกลางโดยการสมมติว่ารอยร้าวขยายตัวเป็นระยะ  $\delta a$  ดังแสดงในรูปที่ 2.13 โดยให้ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวมีค่าดังสมการ



รูปที่ 2.13 แผ่น 2 มิติ ที่มีรอยร้าวแบบเยื้องศูนย์กลาง

$$K = \int_0^a \sigma(x) m(a, x) dx \quad (2.32)$$

โดย weight function  $m(a, x)$  มีค่า

$$m(a, x) = \frac{E}{K_0} \frac{\partial u_0(a, x)}{\partial a} \quad (2.33)$$

โดย  $\sigma(x)$  = หน่วยแรงกระทำที่กระทำกับรอยร้าว

$u_0(a, x)$  = COD ที่ได้จากแรงกระทำข้างอิง

$K_0$  = ค่า SIF ข้างอิง

$a$  = ระยะครึ่งหนึ่งของรอยร้าว

สำหรับรอยร้าวที่มีปลายรอยร้าวสองด้าน อนุมานว่ารอยร้าวมีการขยายตัวเสมือนเป็นระยะเท่ากันทั้งสองด้าน ดังนั้นค่าของ  $m(a, x)$  และ  $K_a$  จึงมีค่าเท่ากันทั้งสองด้าน หรือมีค่าเท่ากับการขยายตัวเสมือนของปลายรอยร้าวเพียงด้านเดียว ในกรณีนี้ค่าของ  $m(a, x)$  และ  $K_a$  จึงนำมาใช้กับปลายรอยร้าวด้านเดียวเท่านั้น

เนื่องจากสมการที่ 2.32 และ 2.33 ไม่สามารถแยกให้เห็นความแตกต่างระหว่างปลายรอยร้าวทั้งสองด้านได้ โดยสามารถใช้ได้กับรอยร้าวแบบกึ่งกลางภายใต้แรงกระทำแบบสมมาตรเท่านั้น เพราะฉะนั้น

สมมติให้รอยร้าวขยายตัวเสมือนที่ปลายรอยร้าว  $A$  เป็นระยะ  $\delta a_A$  แต่ไม่ขยายตัวที่ปลายรอยร้าว  $B$  จะได้สมการของ SIF และ weight function ดังแสดง

$$K^A = \int_{crack\ surface} \sigma(x) m^A(a_A, a_B, x) dx \quad (2.34)$$

$$m^A(a_A, a_B, x) = \frac{E}{K_0^A} \frac{\partial u_0(a_A, a_B, x)}{\partial a_A} \quad (2.35)$$

โดย  $K_0^A$  = ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าว  $A$  ภายใต้แรงกระทำอ้างอิง  
 $a_A, a_B$  = ระยะห่างจากจุดเริ่มต้นระบบพิกัดถึงปลายรอยร้าว  $A$  และ  $B$   
ตามลำดับ

และสมมติให้รอยร้าวขยายตัวเสมือนที่ปลายรอยร้าว  $B$  เป็นระยะ  $\delta a_B$  แต่ไม่ขยายตัวที่ปลายรอยร้าว  $A$  จะได้สมการของ SIF และ weight function คล้ายคลึงกับสมการที่ 2.34 และ 2.35 ดังแสดง

$$K^B = \int_{crack\ surface} \sigma(x) m^B(a_A, a_B, x) dx \quad (2.36)$$

$$m^B(a_A, a_B, x) = \frac{E}{K_0^B} \frac{\partial u_0(a_A, a_B, x)}{\partial a_B} \quad (2.37)$$

โดย  $K_0^B$  = ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าว  $B$  ภายใต้แรงกระทำอ้างอิง

ในสถานะสมดุลของพลังงาน พลังงานที่ใช้ในการสร้างรอยร้าวจากระยะรอยร้าวเท่ากับศูนย์ถึงระยะรอยร้าว  $2a$  มีค่าเท่ากับงานที่เกิดเนื่องจากแรงกระทำบนผิวรอยร้าว โดยสามารถแสดงสมการสถานะสมดุลของพลังงาน ได้ 3 รูปแบบขึ้นอยู่กับการขยายตัวของรอยร้าวจากปลายรอยร้าว  $B$  ไปยังปลายรอยร้าว  $A$ , จากปลายรอยร้าว  $A$  ไปยัง  $B$  หรือจากจุดกึ่งกลางของรอยร้าวไปยังปลายรอยร้าวทั้งสอง

สมการสถานะสมดุลของพลังงานรูปแบบที่ 1 พลังงานที่สูญเสียไปเนื่องจากการขยายตัวเสมือนของรอยร้าวที่ปลายรอยร้าว  $A$  ด้านเดียว จากระยะรอยร้าวเท่ากับศูนย์ (ปลายรอยร้าว  $A$  ที่ตำแหน่ง  $x = a_B$ ) ถึงระยะรอยร้าว  $2a$  (ปลายรอยร้าว  $A$  ที่ตำแหน่ง  $x = a_A$ ) ต้องเท่ากับงานภายนอกที่กระทำโดยหน่วยแรง  $\sigma$  กระทำบนพื้นผิวรอยร้าว

$$\int_{a_B}^{a_A} \frac{(K^A)^2}{E} \Big|_{\delta a_B=0} da_A = \int_{crack\ surface} \sigma(x) u(x, a_A, a_B) dx \quad (2.38)$$



สมการสถานะสมดุลของพลังงานรูปแบบที่ 2 ในสภาวะสมดุลของพลังงานสำหรับการขยายตัวของรอยร้าวที่ปลายรอยร้าว  $B$  ด้านเดียว จากระยะ  $x = a_A$  ถึงระยะ  $x = a_B$

$$\int_{a_B}^{a_A} \frac{(K^B)^2}{E} \Big|_{\delta a_A=0} (-da_B) = \int_{crack\ surface} \sigma(x) u(x, a_A, a_B) dx \quad (2.39)$$

สมการสถานะสมดุลของพลังงาน รูปแบบที่ 3 ถ้ารอยร้าวขยายตัวเสมือนเป็นระยะเท่ากันจากกึ่งกลางรอยร้าว  $A$  และ  $B$  ( $\delta a_A = \delta a_B = \delta a$ ) จะได้สมการสถานะสมดุลของพลังงาน

$$\int_{a_B}^{a_A} \left( \frac{(K^A)^2}{E} + \frac{(K^B)^2}{E} \right) \Big|_{\delta e=0} da_A = \int_{crack\ surface} \sigma(x) u(x, a_A, a_B) dx \quad (2.40)$$

สมการ COD โดยทั่วไปสามารถลดรูปให้อยู่ในรูปแบบฟังก์ชันที่เหมือนกันสำหรับค่า COD ที่บริเวณรอบปลายรอยร้าว  $A$  และ  $B$  ตามกลศาสตร์การแตกร้าแบบเชิงเส้นสมการ COD ที่ปลายรอยร้าวมีค่า

$$u_0|_{x=a_A} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \frac{K_0^A}{E} \sqrt{r_A} \quad (2.41)$$

$$u_0|_{x=a_B} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \frac{K_0^B}{E} \sqrt{r_B} \quad (2.42)$$

โดย  $r_A$  และ  $r_B$  คือระยะห่างระหว่างปลายรอยร้าว  $A$  และ  $B$  ตามลำดับ โดยในระบบพิกัดเชิงขั้วกำหนดให้ปลายรอยร้าว  $A$  มีพิกัด  $(r, \theta) = (r_A, \pi)$  และปลายรอยร้าว  $B$  มีพิกัด  $(r, \theta) = (r_B, 0)$  และต้องมีความสอดคล้องกับสภาวะสมดุลของพลังงาน โดยในที่นี้จะใช้สมการที่ 2.40

Chen และ Albrecht ได้เสนอรูปแบบของสมการ COD สำหรับรอยร้าวแบบเยื้องศูนย์ภายใต้แรงกระทำอ้างอิงกระจายแบบคงที่บนผิวรอยร้าวในรูปของ

$$u_0 = \frac{\sigma_0}{E} \left[ \frac{1}{a} (f_0^A r_B + f_0^B r_A) (r_A r_B)^{1/2} + \frac{1}{a^3} (C_A r_B + C_B r_A) (r_A r_B)^{3/2} \right] \quad (2.43)$$

โดยมีระยะ  $a_A$  และ  $a_B$  ดังแสดงในรูปที่ 2.13 และ

$$a = (a_A - a_B)/2 \quad r_A = a_A - x \quad f_0^A = K_0^A / (\pi a)^{1/2}$$

$$e = (a_A + a_B)/2 \quad r_B = x - a_B \quad f_0^B = K_0^B / (\pi a)^{1/2}$$

$f_0^A, f_0^B =$  ตัวประกอบการปรับแก้ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าว  $A$  และ  $B$  ภายใต้แรงกระทำข้างอิง

สมการสมมติ COD เป็นฟังก์ชันของสัมประสิทธิ์ที่ไม่รู้ค่า  $C_A$  และ  $C_B$  เนื่องจากมีสถานะสมดุลของพลังงานเพียงแบบเดียว ค่าของ COD จึงสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสัมประสิทธิ์เดียว ดังนั้น Chen และ Albrecht จึงได้เสนอให้สัมประสิทธิ์ที่ไม่รู้ค่าสองตัวมีค่าเท่ากัน  $C_A = C_B = C/2$  โดยสมการที่ 2.43 สามารถเขียนได้เป็น

$$u_0 = \frac{\sigma_0}{E} \left[ \frac{1}{a} (f_0^A r_B + f_0^B r_A) (r_A r_B)^{1/2} + \frac{C}{a^2} (r_A r_B)^{3/2} \right] \quad (2.44)$$

ความหมายของพจน์ที่อยู่ในวงเล็บของสมการที่ 2.44 สามารถอธิบายให้ชัดเจนได้โดยการเปลี่ยนพิกัดจุดกำเนิดของ  $x-y$  ไปยังตำแหน่งศูนย์กลางของรอยร้าว โดยการเปลี่ยนแปลงพิกัดจาก  $x-y$  ไปยัง  $x'-y'$  นั้น จะได้ค่าของ  $x' = x-e$ ,  $y' = y$ ,  $a_A = e+a$  และ  $a_B = e-a$  โดยจัดสมการที่ 2.44 ใหม่ได้เป็น

$$\frac{u_0 E}{\sigma_0} = (f_0^A + f_0^B) [a^2 - (x')^2]^{1/2} + \frac{C}{a^2} [a^2 - (x')^2]^{3/2} + (f_0^A - f_0^B) \frac{x'}{a} [a^2 - (x')^2]^{1/2} \quad (2.45)$$

โดยสองพจน์แรกของสมการที่ 2.45 เป็นสมการของรอยร้าวสมมาตรและพจน์ที่สามเป็นสมการของรอยร้าวไม่สมมาตร พจน์ของรอยร้าวสมมาตรมีรูปแบบเหมือนกับสมการ COD สำหรับรอยร้าวแบบกึ่งกลาง และพจน์ของรอยร้าวไม่สมมาตรสามารถบรรยายความแตกต่างระหว่าง SIF ที่ปลายรอยร้าวทั้งสองหรือที่เรียกว่ารอยร้าวเยื้องศูนย์กลางได้

ค่าสัมประสิทธิ์  $C$  สามารถหาได้จากสถานะสมดุลของพลังงานโดยการแทน  $u_0$  จากสมการที่ 2.44 ไปยังสมการที่ 2.40 โดยจะได้ค่า

$$C = \frac{8}{3} \left[ \Phi - \frac{f_0^A + f_0^B}{2} \right] \quad (2.46)$$

$$\text{โดย } \Phi = \frac{1}{a^2} \int_0^a a \left[ (f_0^A)^2 + (f_0^B)^2 \right] da \quad (2.47)$$

สมการ weight function สำหรับรอยร้าวแบบเยื้องศูนย์กลางสามารถหาได้จากการแทน  $u_0$  จากสมการที่ 2.44 ลงในสมการที่ 2.33 และ 2.35 โดยจะได้ผลลัพธ์ของ weight function ที่ปลายรอยร้าว  $A$  มีค่าเท่ากับ

$$m^A(x, a_A, a_B) = \frac{E}{K_0^A} \frac{\partial u_0}{\partial a_A} = \frac{1}{\sqrt{\pi a} f_0^A} \left\{ \left( \beta_1^A \frac{r_A}{W} + \beta_2^A \frac{r_B}{W} \right) \left( \frac{r_B}{r_A} \right)^{1/2} \right. \\ \left. + \left( \beta_3^A + \beta_4^A \frac{r_A}{W} + \beta_5^A \frac{r_B}{W} \right) \left( \frac{r_A}{W} \frac{r_B}{W} \right)^{1/2} + \beta_6^A \left( \frac{r_A}{W} \frac{r_B}{W} \right)^{3/2} \right\} \quad (2.48)$$

และที่ปลายรอยร้าว  $B$

$$m^B(x, a_A, a_B) = \frac{E}{K_0^B} \frac{\partial u_0}{\partial a_B} = \frac{1}{\sqrt{\pi a} f_0^B} \left\{ \left( \beta_1^B \frac{r_A}{W} + \beta_2^B \frac{r_B}{W} \right) \left( \frac{r_A}{r_B} \right)^{1/2} \right. \\ \left. + \left( \beta_3^B + \beta_4^B \frac{r_A}{W} + \beta_5^B \frac{r_B}{W} \right) \left( \frac{r_A}{W} \frac{r_B}{W} \right)^{1/2} + \beta_6^B \left( \frac{r_A}{W} \frac{r_B}{W} \right)^{3/2} \right\} \quad (2.49)$$

โดยค่าของสัมประสิทธิ์  $\beta_i^A, \beta_i^B$  เป็นฟังก์ชันของระยะรอยร้าวและความเยื้องศูนย์กลาง โดยค่าของ  $\beta_i^{A,B}$  สามารถดูได้จากภาคผนวก ก.

สำหรับตัวประกอบการปรับแก้ค่า SIFs  $f_0^A$  และ  $f_0^B$  สามารถหาได้จากสมการของ Isida [2] ซึ่งเสนอสมการค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวของรอยร้าวแบบเยื้องศูนย์กลางในแผ่นความกว้างจำกัดภายใต้หน่วยแรงกระทำคงที่ โดยมีสมการคือ

$$K_0^A = \sigma_0 \sqrt{\pi a} f_0^A \quad (2.50)$$

$$K_0^B = \sigma_0 \sqrt{\pi a} f_0^B \quad (2.51)$$

โดยค่าของตัวประกอบการปรับแก้คือ

$$f_0^A = 1 + \sum_{i=2}^{19} C_i(\varepsilon) \lambda^i \quad (2.52)$$

$$f_0^B = 1 + \sum_{i=2}^{19} (-1)^i C_i(\varepsilon) \lambda^i \quad (2.53)$$

โดย Isida [2] ได้ทำตารางค่าของสัมประสิทธิ์  $C_i$  สำหรับค่าต่างๆ ของตัวแปรที่กำหนดระยะเยื้องศูนย์กลาง  $\varepsilon = e/W$  และตัวแปรที่กำหนดขนาดของรอยร้าว  $\lambda = a/(W - e)$  (ตารางที่ 1 ใน [2] หรือตารางที่ 2.1) โดย Chen และ Albrecht ได้พัฒนาตารางสำหรับค่า  $C_i$  ด้วยสมการโพลิโนเมียลดีกรี 10 ดังแสดง

$$C_i(\varepsilon) = \sum_{j=0}^{10} \gamma_{ij} \varepsilon^j \quad (2.54)$$

โดยค่าความคลาดเคลื่อนของตัวประกอบการปรับแก้  $f_0^A$  และ  $f_0^B$  มีค่าประมาณ 0.3% ที่  $a/(W-e) \leq 0.7$  และ 0.5% ที่  $a/(W-e) \leq 0.85$  และ  $e/W \geq 0.1$  และสมการ weight function สามารถใช้ได้กับปัญหาที่มี  $a/W = 0.1-0.7$  เนื่องจากปัญหารอยร้าวที่มี  $a/W > 0.7$  นั้น รอยร้าวส่วนใหญ่จะเกิดการวิบัติแล้ว

โดยตารางที่ 2.2 แสดงค่าของสัมประสิทธิ์  $\gamma_{ij}$  สำหรับ  $j = 0$  ถึง 10 ซึ่งจำเป็นในการประมาณค่าของสัมประสิทธิ์  $C_i$  สำหรับ  $i = 2$  ถึง 19 ของ Isida [2]

พิจารณารอยร้าวภายใต้แรงกระทำในรูปของ

$$\frac{\sigma(x)}{\sigma} = (x/W)^2 \quad (2.55)$$

ค่า SIFs ที่ปลายรอยร้าว  $A$  และ  $B$  จะสามารถคำนวณได้จากการแทนค่าสมการที่ 2.55 ลงในสมการที่ 2.34 และ 2.36 ซึ่งสามารถจัดรูปได้เป็น

$$K^{A,B} = \frac{\sigma W}{\sqrt{\pi a} f_0^{A,B}} \sum_{i=1}^6 \beta_i^{A,B} J_i^{A,B}(m) \quad (2.56)$$

สำหรับปลายรอยร้าว  $A$

$$\begin{aligned} J_1^A(m) &= \left[ \frac{2m+1}{m+2} (e/W) J_1^A(m-1) + \frac{m-1}{m+2} (a_A/W)(a_B/W) J_1^A(m-2) \right] \\ J_2^A(m) &= (3+2m) J_1^A(m) + 2m(a_B/W) J_1^A(m-1) \\ J_3^A(m) &= J_1^A(m) \\ J_4^A(m) &= (a_A/W) J_1^A(m) - J_1^A(m+1) \\ J_5^A(m) &= (a_B/W) J_1^A(m) + J_1^A(m+1) \\ J_6^A(m) &= (a_A/W)(a_B/W) J_1^A(m) + 2(e/W) J_1^A(m+1) - J_1^A(m+2) \\ J_1^A(0) &= \frac{\pi}{2} (a/W)^2 \end{aligned} \quad (2.57)$$

โดย

$$J_1^A(1) = \frac{\pi}{2} (e/W)(a/W)^2 \quad (2.58)$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับปลายรอยร้าว  $B$

$$\begin{aligned} J_1^B(m) &= (3+2m) J_1^A(m) - 2m(a_A/W) J_1^A(m-1) \\ J_2^B(m) &= J_1^A(m) \\ J_i^B(m) &= J_i^A(m) \quad \text{สำหรับ } i = 3 \text{ ถึง } 6 \end{aligned} \quad (2.59)$$

โดยค่าของ  $f_m^A = K^A / \sigma \sqrt{\pi a}$  และ  $f_m^B = K^B / \sigma \sqrt{\pi a}$  แสดงในตารางที่ 1 ของ [9] สำหรับค่า  $m = 0$  ถึง 6

ตารางที่ 2.1 ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการโพลีโนเมียลดีกรี 10 ที่จำเป็นในการประมาณค่าของ SIF อ้างอิง

ดัชนี i/j	สัมประสิทธิ์ในสมการที่ 2.30										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0.594539	-1.16813	3.88722	-5.59885	2.53449	0	0	0	0	0	0
3	0.00004019	1.79483	-5.26474	7.25145	-6.22664	3.53342	-0.963374	0	0	0	0
4	0.481049	-1.89999	8.57422	-21.4222	32.6606	-33.237	20.3235	-5.34735	0	0	0
5	0.00014876	1.71386	-8.01623	22.3811	-41.1269	45.9086	-27.6421	6.85962	0	0	0
6	0.39619	-2.34888	15.3979	-57.7878	136.808	-211.235	202.114	-107.173	23.9249	0	0
7	0.00004296	2.46937	-16.8282	69.3465	-194.01	367.822	-462.935	369.245	-168.367	33.3246	0
8	0.336628	-2.66383	23.3655	-116.958	375.161	-797.199	1100.03	-940.555	451.39	-92.8219	-0.0018
9	0	2.7473	-24.0351	133.431	-510.445	1350.131	-2449.766	2976.3436	-2302.4415	1021.2475	-197.1513
10	0.29748	-2.93919	32.7898	-207.113	844.575	-2314.953	4263.58	-5182.282	3977.55	-1743.69	332.262
11	0	3.25227	-33.6902	212.088	-877.44	2426.25	-4498.53	5505.07	-4253.69	1876.16	-359.4115
12	0.271202	-3.17369	41.4548	-293.802	1300.32	-3768.43	7214.13	-9013.89	7058.12	-3139.611	604.683
13	0	3.61	-42.518	298.14	-1336.31	3916.85	-7574.876	9558.155	-7554.607	3389.575	-657.9628
14	0.253294	-3.39499	50.2876	-389.566	1836.02	-5559.55	10984.49	-14051.094	11200.502	-5051.249	983.371
15	0	3.99089	-51.9933	392.146	-1845.44	5594.75	-11085.045	14239.904	-11408.209	5172.086	-1012.135
16	0.240053	-3.58093	58.2661	-479.511	2351.186	-7306.774	14694.614	-19035	15313.7025	-6953.974	1360.8988
17	0	4.31509	-60.7034	483.448	-2357.83	7319.58	-14735.24	19134.704	-15443.91	7073.96	-1382.271
18	0.229503	-3.73202	65.5204	-565.217	2857.76	-9065.31	18496.92	-24217.76	19643.12	-8977.47	1766.0053
19	0	4.6846	-71.983	613.241	-3138.011	10086.819	-20836.305	27589.408	-22604.706	10423.536	-2066.632

ในหลายๆ กรณีการกระจายของแรงกระทำสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

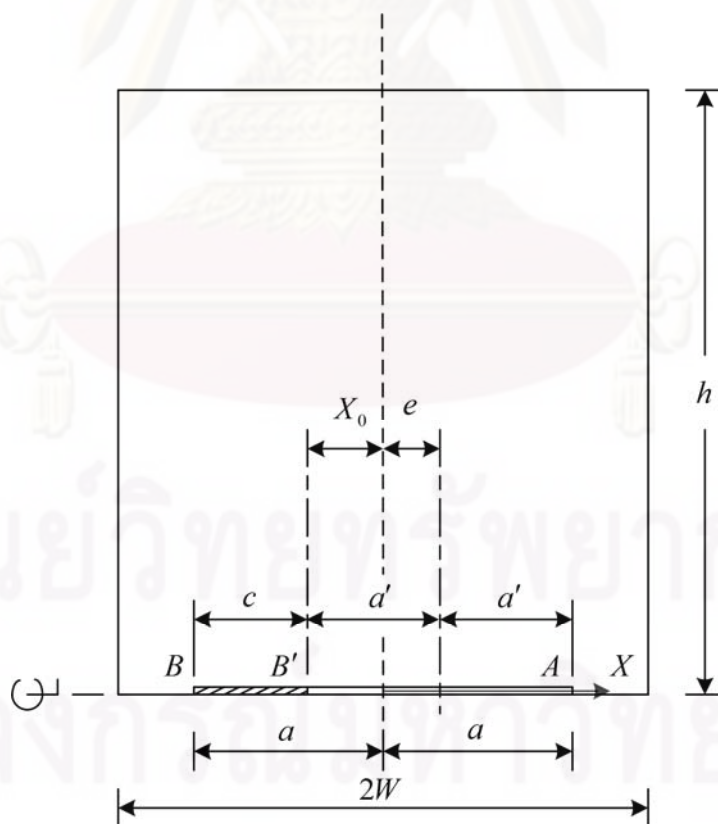
$$\frac{\sigma(x)}{\sigma} = \sum_0^m D_m \left( \frac{x}{W} \right)^m \quad (2.60)$$

โดยมีค่าตัวประกอบปรับแก้ที่สอดคล้องคือ

$$f^{A,B} = \sum_m D_m f_m^{A,B} \quad (2.61)$$

Albrecht และ Lenwari [11] ได้เสนอวิธีการคำนวณค่า SIF ที่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวในแผ่น 2 มิติ ภายใต้หน่วยแรงดัด โดยสมมุติระยะปิดของผิวรอยร้าวในปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงอัดและให้ปลายรอยร้าวใหม่ในด้านที่รับแรงอัดภายหลังการปิดตัวของรอยร้าวมีค่าเป็นศูนย์ โคนสามารถแก้สมการหาระยะปิดของรอยร้าววัดจากปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงอัดและค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงดึง

พิจารณาแผ่น 2 มิติที่มีความกว้างเท่ากับ  $2W$  และขนาดของรอยร้าวเท่ากับ  $2a$  ดังแสดงในรูปที่ 2.5 ภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี  $m$



รูปที่ 2.14 แผ่น 2 มิติความกว้างจำกัดที่มีรอยร้าวแบบกึ่งกลาง

$$\sigma(x) = \sigma \sum_0^m D_m (x/W)^m \quad (2.62)$$

โดย  $a$  = ระยะครึ่งหนึ่งของรอยร้าวเริ่มต้นก่อนการปิดตัวของรอยร้าว  
 $a'$  = ระยะครึ่งหนึ่งของรอยร้าวภายหลังการปิดตัวของรอยร้าว  
 $c$  = ระยะปิดตัวของรอยร้าว  
 $X_0$  = ระยะจากจุดปิดตัวของรอยร้าวถึงกึ่งกลางแผ่น 2 มิติ  
 $e$  = ระยะเยื้องศูนย์กลางของกึ่งกลางรอยร้าวเริ่มต้น  
 $D_m$  = สัมประสิทธิ์ของแรงกระทำรูปแบบต่างๆ (แรงกระทำคงที่  $\sigma D_0$ , แรงดัด  $\sigma D_1$ , แรงกระทำกระจายแบบโพลีโนเมียลดีกรี 2  $\sigma D_2$ , ..., แรงกระทำกระจายแบบโพลีโนเมียลดีกรี  $m$   $\sigma D_m$ )

Albrecht และ Lenwari ได้นำสมการ weight function ของ Chen และ Albrecht [10] มาใช้ในการหาค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวดังแสดง

$$K = \left[ \sum_0^m D_m F(\varepsilon, \lambda, m) \right] \sigma \sqrt{\pi a'} \quad (2.63)$$

โดย  $\varepsilon = e/W$  คือ ตัวแปรที่กำหนดระยะเยื้องศูนย์กลาง  
 $\lambda = a'/(W - e)$  คือ ตัวแปรที่กำหนดขนาดของรอยร้าว  
 $F(\varepsilon, \lambda, m)$  = ค่าของตัวประกอบการปรับแก้ (correction factor) โดยสำหรับทุกค่าของ  $\varepsilon = 0.1$  ถึง  $0.9$ ,  $\lambda = 0.1$  ถึง  $0.9$ , และระดับของการกระจายแบบโพลีโนเมียลเส้น  $m = 0$  (หน่วยแรงคงที่),  $1$  (หน่วยแรงดัด),  $2, \dots, 6$  สามารถหาได้จากตารางที่ 4 ใน [10]

โดยในแบบจำลองที่คิดผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว Albrecht และ Lenwari ได้สมมุติให้รอยร้าวปิดเป็นระยะเท่ากับ  $c$  ในส่วน  $B - B'$  ซึ่งทำให้ขนาดของรอยร้าวและระยะเยื้องศูนย์กลางของรอยร้าวภายหลังการปิดตัวของรอยร้าวมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned} a' &= a - c/2 \\ e &= c/2 \end{aligned} \quad (2.64)$$

กำหนดให้  $K_{B'}$  ในสมการที่ 2.39 มีค่าเท่ากับศูนย์สำหรับปลายรอยร้าวใหม่ที่จุดปิดรอยร้าว ( $B'$ ) จะได้

$$\sum_0^m D_m F_B(\varepsilon, \lambda, m) \sigma \sqrt{\pi a'} = 0 \quad (2.65)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= c/(2W) \\ \text{โดย} \quad \lambda &= \frac{a/W - c/(2W)}{1 - c/(2W)} \end{aligned} \quad (2.66)$$

เนื่องจาก  $\sigma$  และ  $a'$  มีค่าไม่เป็นศูนย์ สมการที่ 2.63 จึงสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$\sum_0^m D_m F_B(\varepsilon, \lambda, m) = 0 \quad (2.67)$$

จากสมการสามารถแก้สมการหาค่าของ  $c/W$  ในรูปฟังก์ชันของ  $a/W$  จากนั้นทำการคำนวณค่า SIF ใหม่ที่ปลายรอยร้าวรับแรงดึง  $A$  จากสมการจะได้

$$K_{A,eff} = \sum_0^m D_m F_A(\varepsilon, \lambda, m) \sigma \sqrt{\pi a'} \quad (2.68)$$

เมื่อแทนค่าความกว้างของแผ่น ( $W$ ) ลงในสมการที่ 2.66 จะสามารถเขียนสมการใหม่ได้ในรูป

$$K_{A,eff} = \sum_0^m D_m F_A(\varepsilon, \lambda, m) \sigma \sqrt{W} \sqrt{\pi (a/W - c/(2W))} \quad (2.69)$$



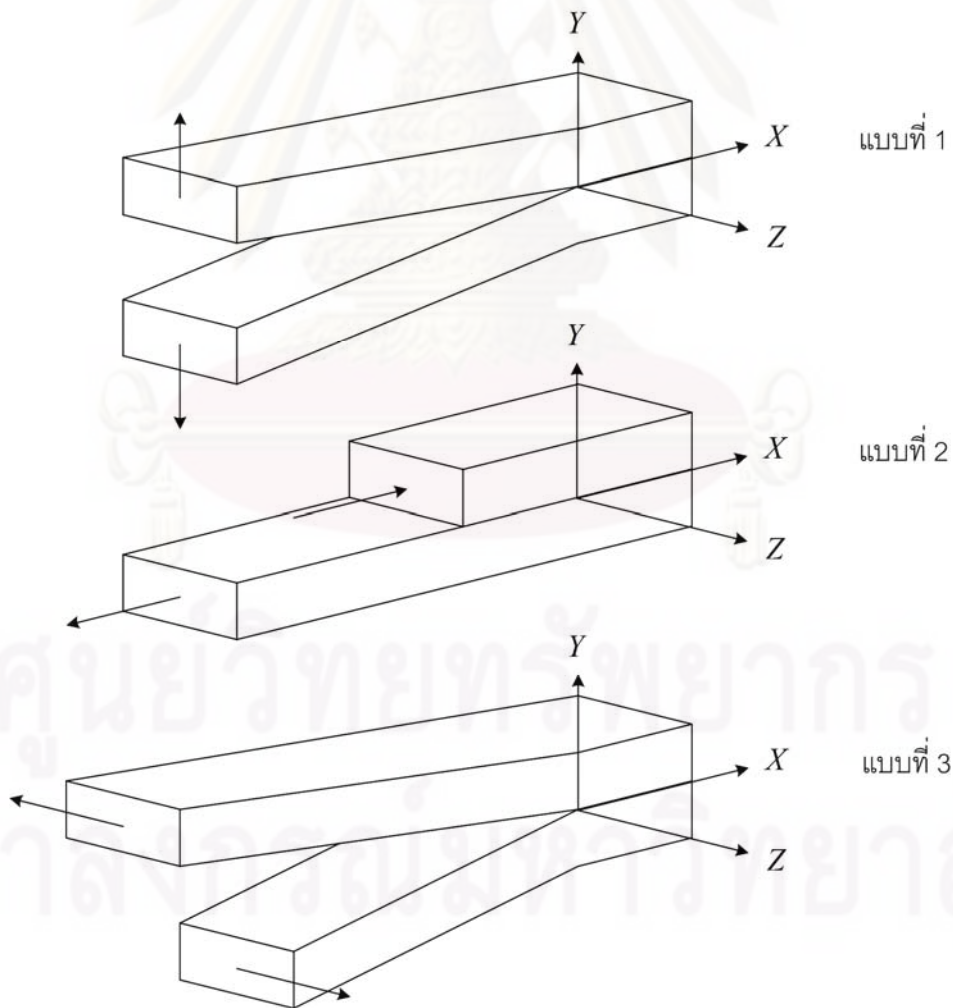
## บทที่ 3

### ทฤษฎี

#### 3.1 ค่าความเข้มของความเค้น (Stress intensity factor, SIF)

ในพื้นฐานของกลศาสตร์การแตกร้าวส่วนใหญ่จะพิจารณาถึงการกระจายของหน่วยแรงบริเวณรอบปลายรอยร้าวในวัสดุทดสอบหรือในชิ้นส่วนของโครงสร้างโดยมีตัวแปรที่บ่งบอกถึงขนาดของสนามความเค้นบริเวณรอบปลายรอยร้าวคือค่าความเข้มของความเค้น (stress intensity factor, SIF) โดยค่า SIF มีความสัมพันธ์กับหน่วยแรงที่กระทำกับรอยร้าว ( $\sigma$ ) และขนาดของรอยร้าว ( $a$ )

ในการวิเคราะห์ค่า SIF ในวัสดุแบบยืดหยุ่น การแบ่งประเภทของค่า SIF ออกเป็น 3 ประเภทตามการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 3.1 จะเป็นการสะดวกในการหาค่า SIF โดยพฤติกรรมของรอยร้าวทั้ง 3 ประเภทมีดังนี้



รูปที่ 3.1 รูปแบบการเคลื่อนที่สัมพัทธ์พื้นฐานทั้ง 3 แบบของผิวรอยร้าว

การหาค่าของสนามหน่วยแรงและสนามการขจัดรอบบริเวณปลายรอยร้าวได้ถูกเสนอขึ้นโดย Westergaard [12] และ Irwin [13] โดยมีสมการของรอยร้าวแต่ละประเภทดังนี้

แบบเปิด (Mode I)

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \theta \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.1)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \theta \left[ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.2)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3.3)$$

$$\sigma_{zz} = \begin{cases} 0 & \text{สำหรับสภาพความเค้นแบบระนาบ} \\ \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) & \text{สำหรับสภาพความเค้นแบบปริมาตร} \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \quad (3.5)$$

$$u_x = \frac{K_I}{2G_s} \left[ \frac{r}{2\pi} \right]^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left[ k - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (3.6)$$

$$u_y = \frac{K_I}{2G_s} \left[ \frac{r}{2\pi} \right]^{1/2} \sin \frac{\theta}{2} \left[ k + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (3.7)$$

$$u_z = 0 \quad (3.8)$$

แบบเฉือน (Mode II)

$$\sigma_{xx} = -\frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \theta \left[ 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.9)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3.10)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (3.11)$$

$$\sigma_{zz} = \begin{cases} 0 & \text{สำหรับสภาพความเค้นแบบระนาบ} \\ \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) & \text{สำหรับสภาพความเค้นแบบปริมาตร} \end{cases} \quad (3.12)$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \quad (3.13)$$

$$u_x = \frac{K_{II}}{2G_s} \left[ \frac{r}{2\pi} \right]^{1/2} \sin \frac{\theta}{2} \left[ k + 1 + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (3.14)$$

$$u_y = \frac{K_{II}}{2G_s} \left[ \frac{r}{2\pi} \right]^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left[ k - 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (3.15)$$

$$u_z = 0 \quad (3.16)$$

แบบฉีก (Mode III)

$$\sigma_{xz} = -\frac{K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (3.17)$$

$$\sigma_{yz} = \frac{K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (3.18)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = 0 \quad (3.19)$$

$$u_z = \frac{K_{III}}{G} \left[ 2 \frac{r}{\pi} \right]^{1/2} \sin \frac{\theta}{2} \quad (3.20)$$

$$u_x = u_y = 0 \quad (3.21)$$

โดย

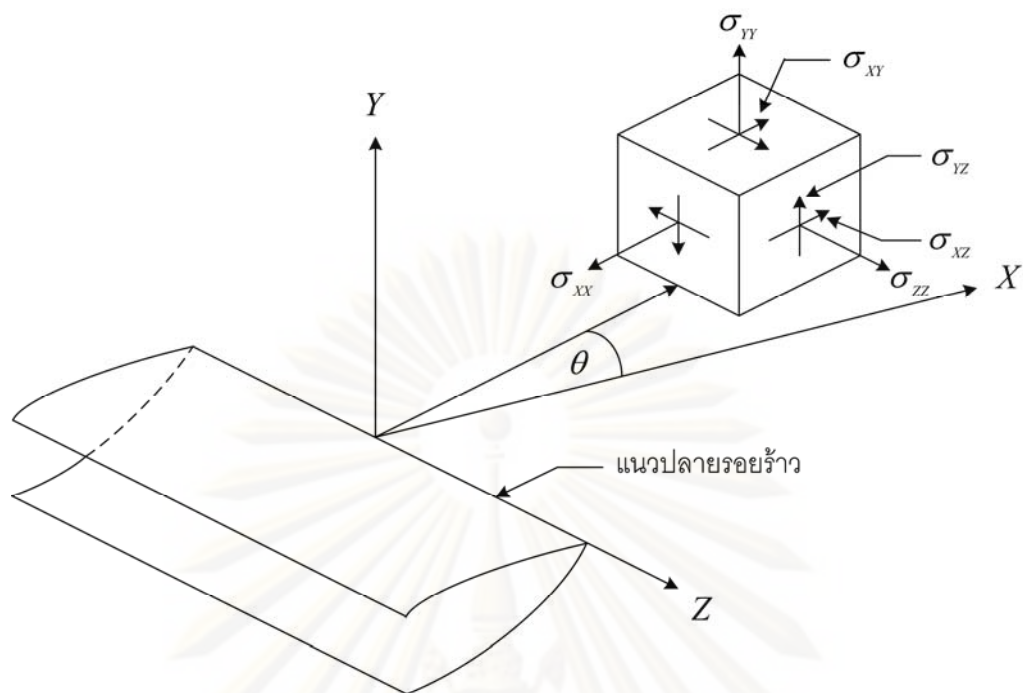
$$k = \begin{cases} \frac{3-\nu}{1+\nu} & \text{สำหรับสภาพความเค้นแบบระนาบ} \\ \frac{3-4\nu}{3-4\nu} & \text{สำหรับสภาพความเครียดแบบระนาบ} \end{cases}$$

$\nu$  = อัตราส่วนปัวซอง

$G_s$  = โมดูลัสการเฉือน

ค่าของหน่วยแรงและระบบพิกัด  $r$  และ  $\theta$  แสดงในรูปที่ 3.2 โดยมี  $u_x$ ,  $u_y$  และ  $u_z$  เป็นระยะขจัดในทิศทาง  $x$ ,  $y$  และ  $z$  ตามลำดับ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.2 ระบบพิกัดและหน่วยแรงบริเวณรอยร้าว

โดยสมการทั่วไปของค่า SIF จะอยู่ในรูปของ

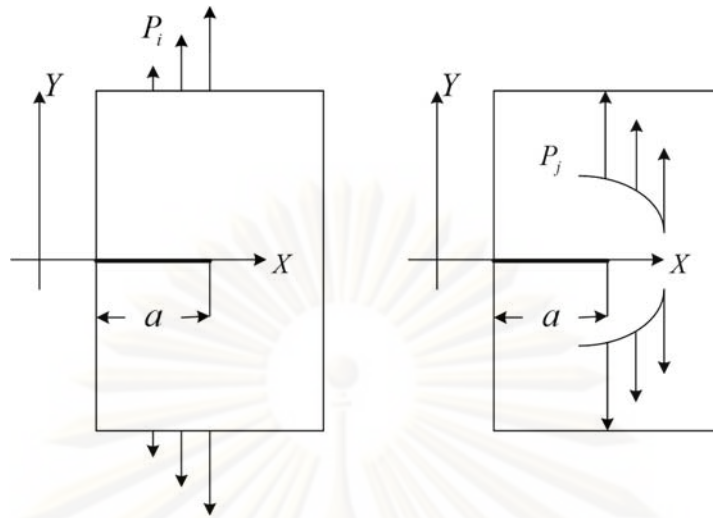
$$K = f(g) \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \quad (3.22)$$

โดย  $f(g)$  คือค่าพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับลักษณะทางเรขาคณิตและประเภทของรอยร้าว

### 3.2 วิธี weight function

Bueckner [14-16] เสนอการวิเคราะห์ค่า SIF ด้วยวิธี weight function และได้รับการพัฒนาในภายหลังโดย Rice [9] โดยหลักการของ weight function คือเมื่อทราบค่าผลลัพธ์ของระยะขจัดและ SIF ในปัญหารอยร้าวภายใต้แรงกระทำหนึ่งแล้ว ค่าของระยะขจัดและ SIF ภายใต้แรงกระทำใดๆ ที่กระทำต่อรอยร้าวที่มีเรขาคณิตของรอยร้าวแบบเดียวกันจะสามารถหาได้โดยตรงจากสมการที่ทราบผลลัพธ์แล้ว

พิจารณารอยร้าวภายใต้แรงกระทำ  $P_1, P_2, \dots, P_N$  ดังแสดงในรูปที่ 3.3 จากสมการพลังงานของ Griffith [17]



รูปที่ 3.3 แผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้แรงกระทำ  $P_i$  และ  $P_j$

$$G = \frac{\partial U}{\partial a} \Big|_P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial C_{ij}(a)}{\partial a} P_i P_j = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N P_i \frac{\partial u_i}{\partial a} \quad (3.23)$$

โดย  $G$  = อัตราพลังงานที่ปลดปล่อยออกมาต่อพื้นผิวรอยร้าว (energy release rate per crack extension)

$U$  = พลังงานความเครียดในวัตถุที่มีรอยร้าว

$a$  = ขนาดของรอยร้าว

$P_i$  = แรงกระทำใดๆ

$P_j$  = แรงกระทำที่รูผลัฟท์

$u_i$  = ระยะขจัดที่สอดคล้องกับแรงกระทำ  $P_i$

โดย  $u_i$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ elastic compliance coefficients,  $C_{ij}(a)$ , ในรูปฟังก์ชันของ  $a$

$$u_i = \sum_{j=1}^N u_i^j = \sum_{j=1}^N C_{ij}(a) P_j \quad \text{โดย } C_{ij} = C_{ji} \quad (3.24)$$

สมการพลังงานของ Griffith สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ SIF ดังแสดง

$$G = \frac{K^2}{E'} = \frac{1}{E'} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_i(a) k_j(a) P_i P_j \quad (3.25)$$

โดย  $E' = E$  สำหรับสภาพความเค้นแบบระนาบ (plane stress)

$E' = E/(1-\nu^2)$  สำหรับสภาพความเครียดแบบระนาบ (plane strain)

$k_i$  = ค่าความเข้มของความเค้นที่เกิดจากแรงกระทำหนึ่งหน่วย  $P_i$

$k_j$  = ค่าความเข้มของความเค้นที่รู้ผลลัพท์ที่เกิดจากแรงกระทำหนึ่งหน่วย

$P_j$

$\nu$  = อัตราส่วนปัวส์ซอง

เนื่องจากค่า SIF หรือค่า  $K$  มีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงกับแรงกระทำ  $P_j$  ดังนั้น

$$K = \sum_{i=1}^N K_i = \sum_{i=1}^N k_i(a) P_i \quad (3.26)$$

เปรียบเทียบสมการที่ 3.23 และ 3.25

$$\frac{k_i(a)k_j(a)}{E'} = \frac{1}{2} \frac{\partial C_{ij}(a)}{\partial a} \quad (3.27)$$

กำหนดให้สมการที่ทราบผลลัพท์คือสมการของแรงกระทำ  $P_j$  ดังนั้นสมการที่ 3.27 สามารถจัดรูปได้ใหม่เป็น

$$k_i(a) = \frac{E'}{2} \frac{\partial C_{ij}(a)}{\partial a} \frac{1}{k_j(a)} \quad (3.28)$$

หรือจากสมการที่ 3.26

$$k_i(a) = \frac{E'}{2} \frac{\partial C_{ij}(a)}{\partial a} \frac{P_j}{K_j(a)} \quad (3.29)$$

ในอีกนัยหนึ่งเมื่อให้สมการที่ทราบผลลัพท์สำหรับแรงกระทำ  $P_j$  จะสามารถหาค่าของ  $K_j$  และ  $C_{ij}$  ได้จากการสมมุติว่าทราบค่าของระยะขจัด  $u_i^j$  จากแรงกระทำ  $P_j$  จากสมการที่ 3.24

$$C_{ij} = \frac{u_i^j}{P_j} \quad (3.30)$$

แทนค่าสมการที่ 3.29 ลงในสมการที่ 3.26

$$K = \sum_{i=1}^N k_i(a) P_i = \frac{E'}{2} \frac{P_j}{K_j(a)} \sum_{i=1}^N \frac{\partial C_{ij}(a)}{\partial a} P_i \quad (3.31)$$

ดังนั้น จะสามารถหาค่า  $K$  ภายใต้แรงกระทำ  $P_j$  ใดๆ จากสมการที่รู้ผลลัพท์แล้วคือสมการของแรงกระทำ  $P_j$

การวิเคราะห์ค่า  $K$  ในกรณีที่แรงกระทำกระจายแบบสม่ำเสมอ จะได้จากการอินทิเกรตในทิศทางของ  $T(s)$  บนวิถี  $s$  โดยสมการที่ 3.31 เขียนได้ดังนี้

$$K = \int f_j(s, a) T(s) ds \quad (3.32)$$

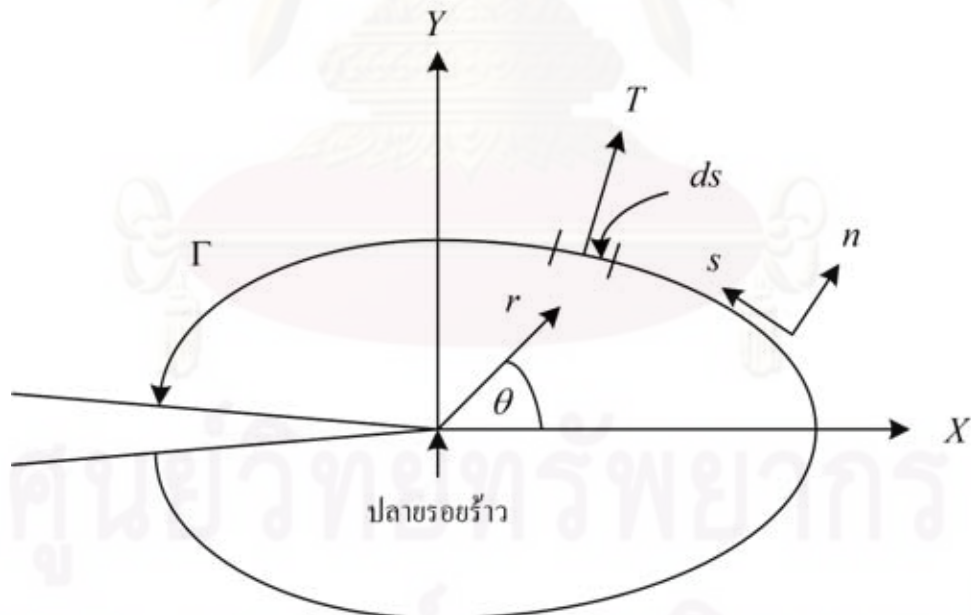
โดย  $f_j(s, a)$  คือ “weight function” ที่หาได้จากสมการแรงกระทำ(หรือระบบแรงกระทำ)  $j$  โดย

$$f_j(s, a) = \frac{E}{2K_j(a)} \frac{\partial u^j(s, a)}{\partial a} \quad (3.33)$$

โดย  $u^j(s, a)$  คือระยะขจัดที่  $s$  ในทิศทางของ  $T(s)$  แต่เกิดขึ้นจากระบบแรงกระทำ  $j$  เท่านั้น

### 3.3 วิธี J-integral

วิธีเจอินทิกรัล (J-integral) เป็นวิธีอินทิกรัลตามวิถีอิสระ (path-independent) ถูกเสนอขึ้นโดย Rice [18] เพื่อใช้แสดงลักษณะของสนามความเค้น-ความเครียดบริเวณปลายรอยร้าวสำหรับวัสดุที่มีพฤติกรรมแบบอีลาสติกหรือพลาสติก โดยใช้วิถีที่ล้อมรอบบริเวณปลายรอยร้าวจากผิวรอยร้าวล่างไปยังผิวรอยร้าวบนตามทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ดังแสดงในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 พิกัดบริเวณปลายรอยร้าวและวิถี (path) ของการอินทิเกรตด้วยวิธี J-integral

โดยทั่วไปนิยมใช้โปรแกรมในการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้ในการหาค่าเจอินทิกรัลบริเวณรอยร้าวตามลักษณะเรขาคณิตของวัสดุที่สนใจ โดยสมการทั่วไปของวิธี J-integral จะอยู่ในรูปของ

$$J = \int_{\Gamma} W dy - \int_{\Gamma} \left( t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) ds \quad (3.34)$$

โดย  $\Gamma$  = วิถีใด ๆ รอบบริเวณปลายรอยร้าว (จากผิวรอยร้าวล่างไปยังผิวรอยร้าวบนตามทิศทางทวนเข็มนาฬิกา)

$W$  = พลังงานความเครียดต่อปริมาตร (loading work per unit volume – strain energy density) =  $\int_0^{\varepsilon} \sigma d\varepsilon$

$t_x$  = traction vector along x axis =  $\sigma_x n_x + \sigma_{xy} n_y$

$t_y$  = traction vector along y axis =  $\sigma_y n_y + \sigma_{xy} n_x$

$\sigma$  = component stress

$n$  = unit outer normal vector to path  $\Gamma$

$u$  = เวกเตอร์ระยะขจัด (displacement vector)

$s$  = ระยะของเส้นโค้งตลอดแนววิถี  $\Gamma$

ความสัมพันธ์ระหว่างค่า J-integral กับค่า  $G$  มีดังนี้

$$J = G = \frac{(1-\nu^2) K^2}{E} \quad (3.35)$$

ดังนั้นจึงสามารถคำนวณค่า  $K$  ได้จาก

$$K = \sqrt{\frac{JE}{1-\nu^2}} \quad (3.36)$$

สำหรับสภาพความเครียดแบบระนาบ (plane strain) และ

$$K = \sqrt{JE} \quad (3.37)$$

สำหรับสภาพความเค้นแบบระนาบ (plane stress)

สำหรับการหาค่า SIF ด้วยวิธี J-integral โดยใช้โปรแกรม ANSYS ได้แสดงในภาคผนวก ข.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



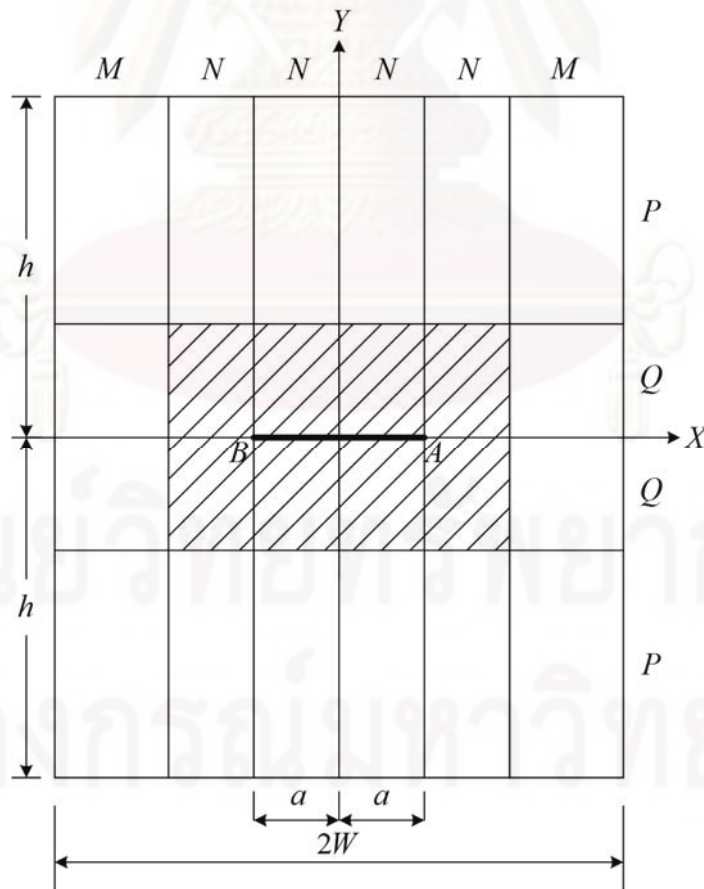
## บทที่ 4

### การวิเคราะห์ค่า SIF

ในการประยุกต์การใช้งานทางวิศวกรรม วัสดุที่ทำการวิเคราะห์ค่า SIF จะเป็นวัสดุที่มีขอบเขตจำกัดและหน่วยแรงที่กระทำต่อวัสดุที่มีรอยร้าวจะไม่มีลักษณะการกระจายที่แน่นอน โดยในงานวิจัยส่วนนี้ จะเสนอการวิเคราะห์แผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวแบบกึ่งกลางภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลโดยคิดผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และวิธี weight function

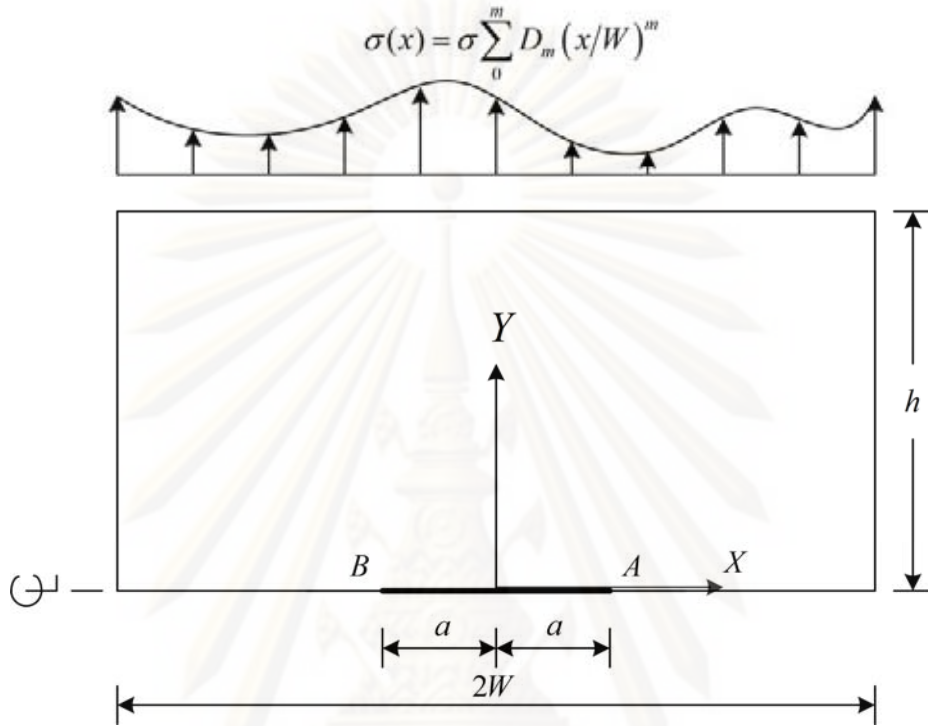
#### 4.1 การวิเคราะห์ค่า SIF และระยะปิดด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ในการคำนวณค่า SIF ในวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น จะใช้โปรแกรมในการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งในแบบจำลองจะแบ่งพื้นที่เป็นเอลิเมนต์ขนาดต่างๆ ให้เหมาะสมกับปัญหา โดยในปัญหารอยร้าวแบบกึ่งกลางจะทำการแบ่งเอลิเมนต์ออกเป็นส่วนที่อยู่ใกล้บริเวณรอยร้าวกับส่วนที่อยู่ห่างจากรอยร้าวโดยขึ้นอยู่กับระยะของรอยร้าว และมีจำนวนเอลิเมนต์ของส่วนที่อยู่ใกล้บริเวณของรอยร้าว  $N$ ,  $Q$  และส่วนที่อยู่ห่างบริเวณรอยร้าว  $M$  และ  $P$  ซึ่งมีค่าดังแสดงในรูปที่ 4.1



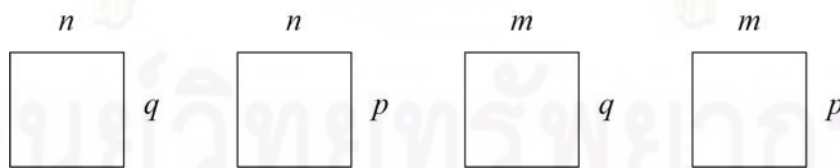
รูปที่ 4.1 แบบจำลองแบบเต็มแสดงการแบ่งพื้นที่ของ mesh ขนาดต่างๆ

เนื่องจากแบบจำลองและแรงกระทำที่ใช้ในการวิเคราะห์มีความสมมาตรทางแกน  $x$  เพราะฉะนั้นจึงทำการวิเคราะห์แบบจำลองเพียงครึ่งเดียวโดยใช้เงื่อนไขขอบเขตในแบบจำลองแบบสมมาตรดังแสดงในรูปที่ 4.2



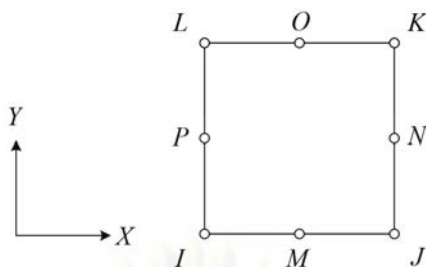
รูปที่ 4.2 เงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองแบบสมมาตรแกน  $x$

แบบจำลองที่ใช้ในการวิเคราะห์จะมีการแบ่งเป็นเอลิเมนต์ชิ้นเล็กๆ เพื่อใช้ในการคำนวณทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งขนาดของเอลิเมนต์ที่ทำการแบ่งกำหนดให้มีขนาดในแต่ละด้านของเอลิเมนต์ ดังแสดงในรูปที่ 4.3



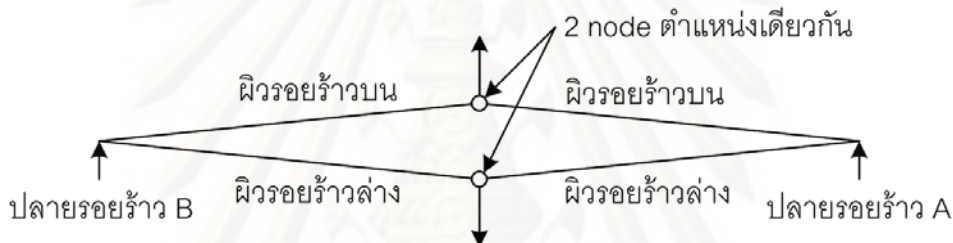
รูปที่ 4.3 ขนาดในแต่ละด้านของเอลิเมนต์ต่างๆ ในแบบจำลอง

โดยขนาดของเอลิเมนต์  $n$  มีค่าเท่ากับขนาดของ  $N$  หารด้วยจำนวนเอลิเมนต์ที่ทำการแบ่งซึ่งจะได้ทำการหาในขั้นตอนถัดไปและขนาดของเอลิเมนต์  $m$ ,  $p$  และ  $q$  จะมีค่าเท่ากับขนาดของ  $M$ ,  $P$  และ  $Q$  ตามลำดับหารด้วยจำนวนเอลิเมนต์ที่เท่ากับการหาขนาดของเอลิเมนต์  $n$  โดยในแบบจำลองจะใช้เอลิเมนต์ชนิด 8 จุด ซึ่งมีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 2 (ANSYS, PLANE183) ดังแสดงในรูปที่ 4.4 ทั้งหมด ยกเว้นในส่วนของพื้นผิวสัมผัสของรอยร้าว

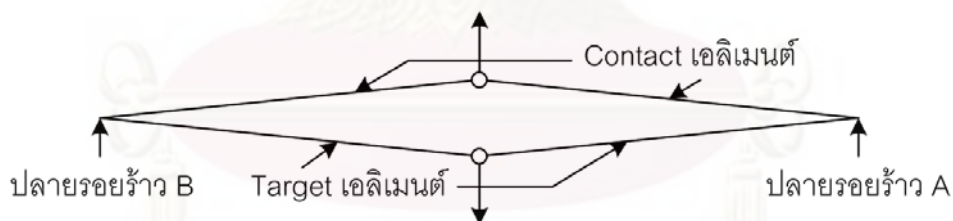


รูปที่ 4.4 เอลิเมนต์ชนิด 8 จุด

ในส่วนบริเวณผิวรอยร้าวได้ใช้เอลิเมนต์ที่มีคุณสมบัติในการไม่ซ้อนทับกัน (ANSYS, CONTA172 และ TARGE169) โดยเอลิเมนต์ที่ใช้จะไม่อนุญาตให้ผิวบนและผิวล่างของรอยร้าวเกิดการซ้อนทับกัน (ไม่เกิดการแทรกกันของวัสดุ) เพื่อคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว โดยในรูปที่ 4.5 จะแสดงการออกแบบรอยร้าว และในรูปที่ 4.6 จะแสดงคุณสมบัติของเอลิเมนต์ ณ ผิวของรอยร้าว



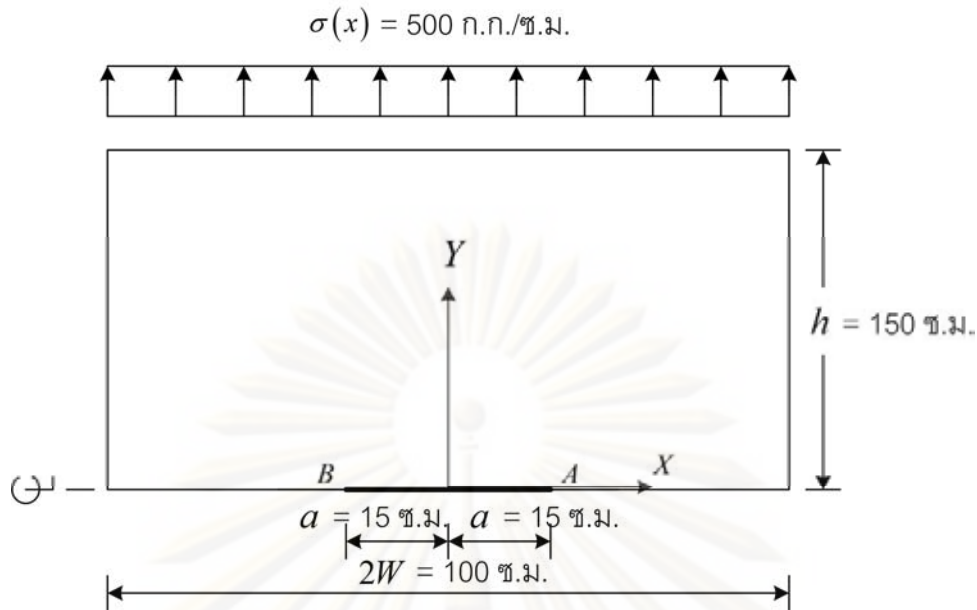
รูปที่ 4.5 การออกแบบบริเวณผิวของรอยร้าว



รูปที่ 4.6 คุณสมบัติของเอลิเมนต์บริเวณผิวของรอยร้าว

ขั้นตอนต่อไปจะทำการวิเคราะห์ขนาดที่เหมาะสมของเอลิเมนต์เพื่อให้มีความละเอียดเพียงพอที่จะใช้ในการวิเคราะห์แก้ปัญหาได้

โดยในรูปที่ 4.7 จะแสดงปัญหาตัวอย่างการวิเคราะห์ด้วยวิธี J-integral โดยใช้เอลิเมนต์ขนาดต่างๆ เพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวิเคราะห์หาขนาดเอลิเมนต์ที่เหมาะสมในการคำนวณ ซึ่งโดยหลักการของ J-integral แล้วค่าที่ได้ในแต่ละวิธีควรมีค่าเท่ากัน



รูปที่ 4.7 ตัวอย่างปัญหาที่ใช้ในการวิเคราะห์หาขนาดของเอลิเมนต์ที่เหมาะสม

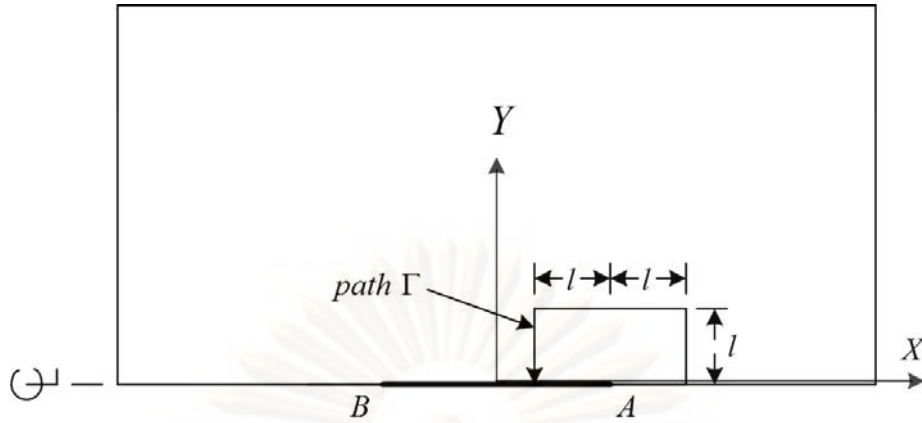
โดยปัญหาที่ศึกษาเป็นแผ่น 2 มิติความกว้าง  $W = 50$  ซม. ความสูง  $h = 150$  ซม. ความยาวครึ่งหนึ่งของรอยร้าว  $a = 15$  ซม. ภายใต้หน่วยแรงกระทำ  $\sigma = 500$  กก./ ซม. และแบบจำลองมีคุณสมบัติค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $E = 2.1E + 06$  กก./ ซม.<sup>2</sup> และอัตราส่วนปัวซอง  $\nu = 0.3$  โดยทำการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองแบบ plane stress

ทำการวิเคราะห์หาค่า SIF ด้วยวิธี J-integral ด้วยขนาดของเอลิเมนต์  $N/5$ ,  $N/15$  ซม.,  $N/30$  ซม. และ  $N/60$  ซม. โดยจำนวนเอลิเมนต์ในด้าน  $M$ ,  $P$  และ  $Q$  ให้แบ่งเป็นจำนวนเอลิเมนต์เท่ากับด้าน  $N$  นำผลที่ได้จากการอินทิเกรตในแต่ละวิถี (path) มาเปรียบเทียบกัน โดยมีวิธีการคำนวณค่า  $J$  จากวิธี J-integral โดยใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำการสร้างแบบจำลองตามขนาดที่กำหนดโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แบ่งแบบจำลองออกเป็นเอลิเมนต์ขนาดต่างๆ ตามขนาดที่จะทำการเปรียบเทียบ รวมถึงการกำหนดคุณสมบัติของเอลิเมนต์ที่ใช้ในแบบจำลองและใส่เงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลอง

ขั้นตอนที่ 2 ทำการวิเคราะห์

ขั้นตอนที่ 3 กำหนดวิถีการอินทิเกรตด้วยวิธี J-integral ด้วยทิศทวนเข็มนาฬิกาจากผิวรอยร้าวด้านล่างล้อมรอบบริเวณปลายรอยร้าวไปยังผิวรอยร้าวด้านบนในแบบจำลองแบบเต็ม หรือกำหนดวิถีจากกึ่งกลางของแผ่น 2 มิติ ด้วยทิศทวนเข็มนาฬิกาล้อมรอบบริเวณปลายรอยร้าวไปยังผิวรอยร้าวด้านบนในแบบจำลองแบบครึ่ง ดังแสดงในรูป ที่ 4.8



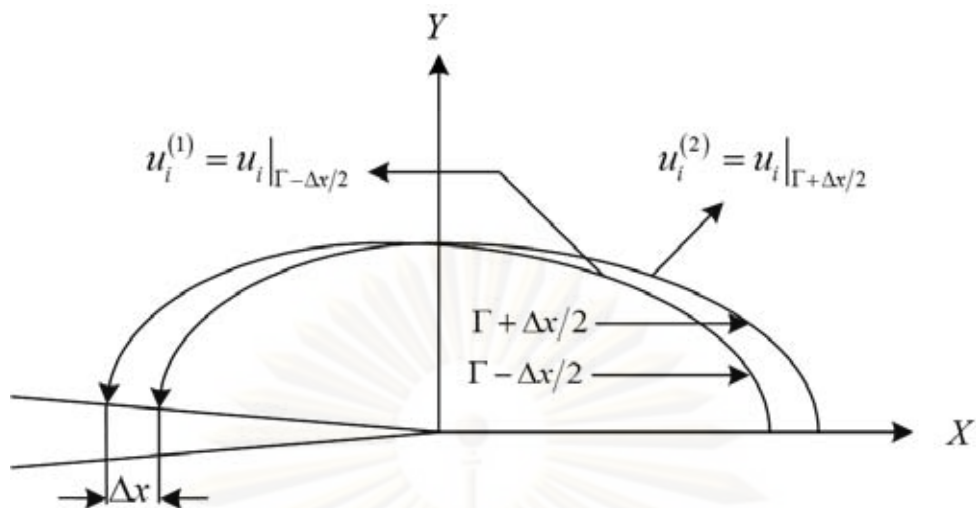
รูปที่ 4.8 วิถี  $\Gamma$  และขนาดของวิถี  $l$

ขั้นตอนที่ 4 ทำการคำนวณค่า J-integral โดยการแทนค่าข้อมูลของแต่ละตัวแปรที่ได้จากการวิเคราะห์ในขั้นตอนที่ 2 ลงในสมการ (3.34)  $J = \int_{\Gamma} W dy - \int_{\Gamma} \left( t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) ds$  ลงในวิถีที่ได้ทำการเลือกไว้ในขั้นตอนที่ 3 โดยการคำนวณมีรายละเอียดดังนี้

คำนวณค่า  $W$  โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์คำนวณพลังงานศักย์ที่เกิดขึ้นในแบบจำลองหารด้วยขนาดของเอลิเมนต์ ทำการอินทิเกรต  $W$  เทียบกับระยะขจัดในแนว  $y$  ตามความยาวของวิถี  $\Gamma$  จะได้พจน์แรกของสมการคือ  $\int_{\Gamma} W dy$

ทำการแทนค่าของผลการวิเคราะห์ต่างๆ ที่ต้องใช้ในการคำนวณลงไปในวิถีที่เลือกไว้ โดยค่าที่ต้องใช้ในการคำนวณคือแรงที่เกิดในแบบจำลอง  $\sigma_x, \sigma_y$  และ  $\sigma_{xy}$  และเวกเตอร์นอร์มัลตามความยาว  $ds$  ตลอดวิถี  $\Gamma$  คือ  $n_x$  และ  $n_y$  แล้วจึงทำการคำนวณค่า  $t_x = \sigma_x n_x + \sigma_{xy} n_y$  และ  $t_y = \sigma_y n_y + \sigma_{xy} n_x$

สำหรับค่า  $\frac{\partial u_x}{\partial x}$  และ  $\frac{\partial u_y}{\partial x}$  สามารถหาได้จากการเคลื่อนย้ายวิถีไปเป็นระยะ  $dx/2$  ในทิศทาง  $-x$  โดยให้ระยะ  $dx$  มีค่าเท่ากับ 1% ของความยาววิถี  $s$  แล้วทำการบันทึกค่า  $u_{x1}$  และ  $u_{y1}$  ที่เกิดขึ้น เสร็จแล้วทำการเลื่อนระยะวิถีไปในทิศทาง  $+x$  เป็นระยะ  $dx$  ( $+dx/2$  จากจุดเริ่มต้น) แล้วทำการบันทึกค่า  $u_{x2}$  และ  $u_{y2}$  สุดท้ายทำการเคลื่อนย้ายวิถีมาที่จุดเริ่มต้น (ระยะ  $-dx/2$ ) สุดท้ายทำการคำนวณค่า  $(u_{x2} - u_{x1})/dx$  และ  $(u_{y2} - u_{y1})/dx$  ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $\frac{\partial u_x}{\partial x}$  และ  $\frac{\partial u_y}{\partial x}$  ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4.9



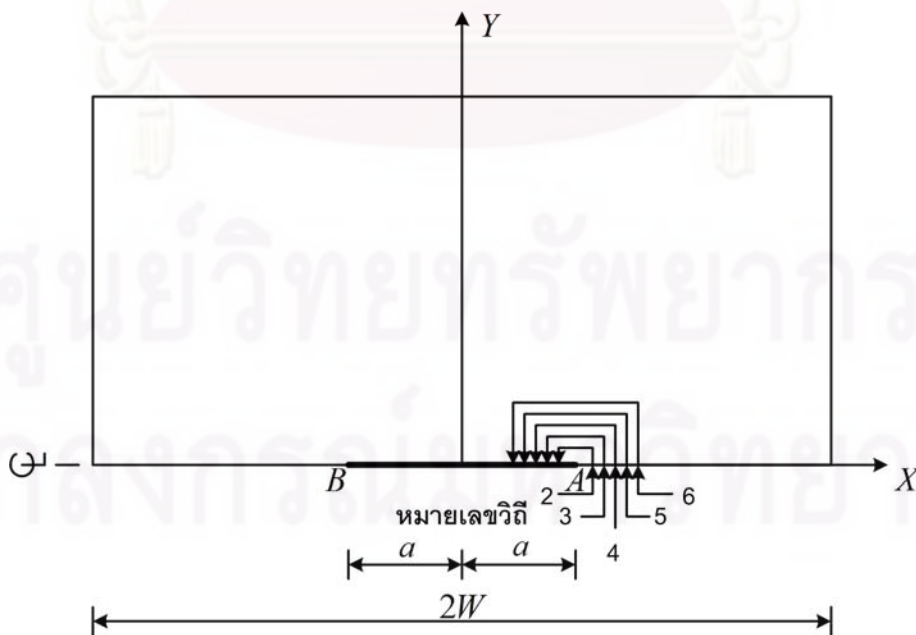
รูปที่ 4.9 การเคลื่อนย้ายวิถีเพื่อหาค่าของ  $\frac{\partial u_x}{\partial x}$  และ  $\frac{\partial u_y}{\partial x}$

ทำการคำนวณพจน์ที่สองของสมการคือ  $\int_{\Gamma} \left( t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) ds$  และค่า  $J$  ที่ได้จากวิถีที่

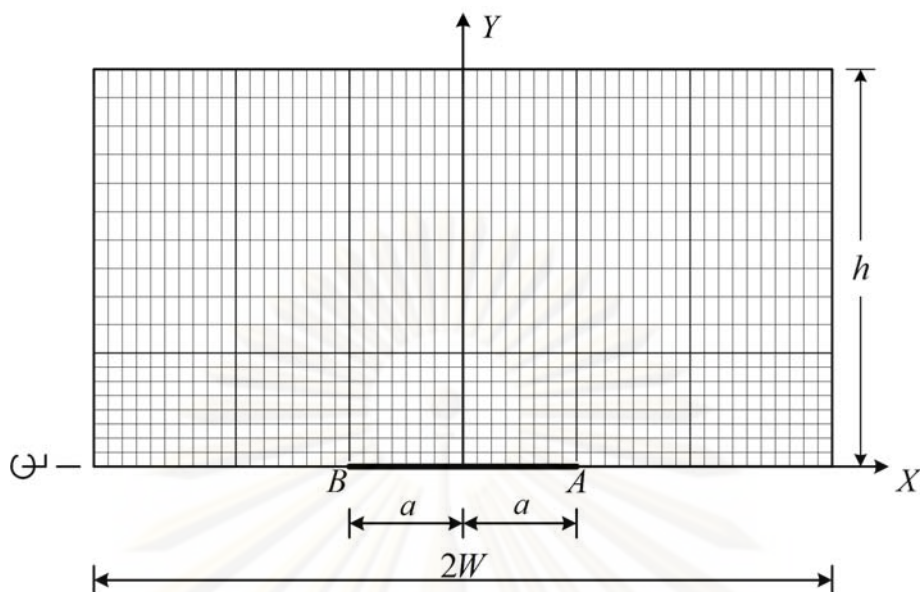
เลือก

คำนวณค่า SIF จาก  $K = \sqrt{JE}$  (plane stress) ซึ่งค่า  $J$  ที่ได้จากแบบจำลองแบบครึ่งจะ ให้ค่า  $J = 50\%$  ของค่า  $J$  ที่ได้จากแบบจำลองแบบเต็มเพราะฉะนั้นการคำนวณค่า SIF จึงต้องคูณค่า  $J$  ที่ได้ด้วย 2

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำขั้นตอนที่ 3-4 สำหรับวิถีต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 4.10 โดยมีรูปแบบการแบ่งเอลิเมนต์ดังแสดงในรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.10 วิถีขนาดต่างๆ



รูปที่ 4.11 แสดงรูปแบบการแบ่งเอลิเมนต์ของแบบจำลอง

ขั้นตอนที่ 6 ทำซ้ำขั้นตอนที่ 1-5 โดยใช้เอลิเมนต์ขนาดอื่นๆ จนครบตามที่ได้กำหนดไว้ (แบ่งเอลิเมนต์ในแต่ละด้านเป็นจำนวน 15, 30 และ 60)

โดยค่า SIF ที่ได้จากขนาดเอลิเมนต์แต่ละขนาดมีค่าดังแสดงในตารางที่ 4.1 และ 4.2

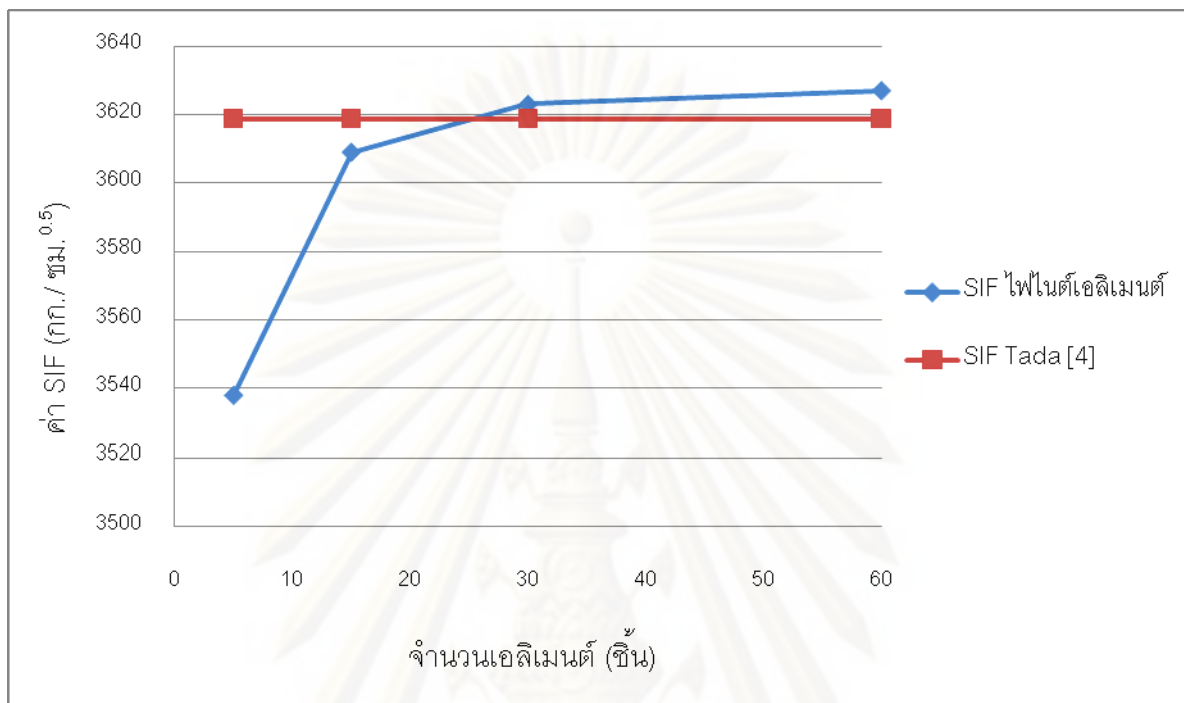
ตารางที่ 4.1 แสดงค่าของ SIF ที่ได้จากเอลิเมนต์แต่ละขนาดและความยาววิถี  $l$  ที่อัตราส่วน  $a/W = 0.3$

จำนวนเอลิเมนต์ที่ทำการแบ่ง ในแต่ละด้าน (ชิ้น)	ค่า SIF (กก./ ซม. <sup>0.5</sup> ) ของแต่ละความยาววิถี $l$ (ซม.)		
	2	4	6
5	3432.90	3592.75	3589.65
15	3611.87	3608.96	3609.73
30	3624.81	3623.95	3625.28
60	3624.13	3624.85	3624.48

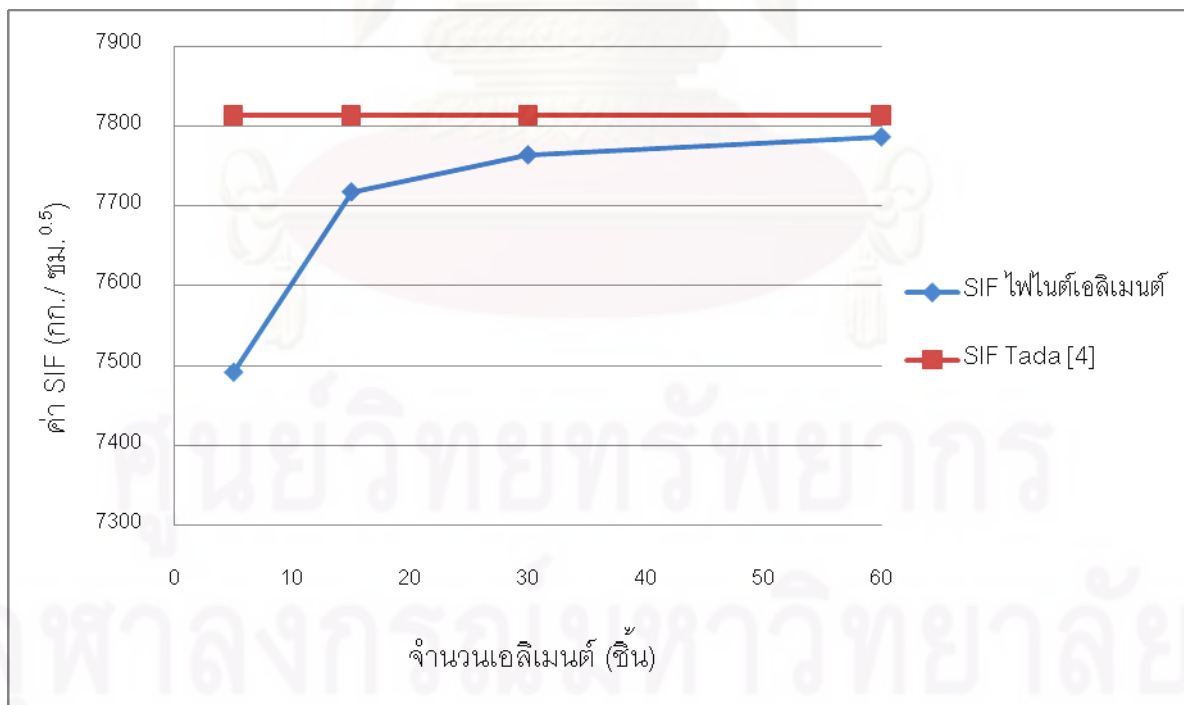
ตารางที่ 4.2 แสดงค่าของ SIF ที่ได้จากเอลิเมนต์แต่ละขนาดและความยาววิถี  $l$  ที่อัตราส่วน  $a/W = 0.7$

จำนวนเอลิเมนต์ที่ทำการแบ่ง ในแต่ละด้าน (ชิ้น)	ค่า SIF (กก./ ซม. <sup>0.5</sup> ) ของแต่ละความยาววิถี $l$ (ซม.)		
	2	4	6
5	7244.53	7625.83	7606.52
15	7705.27	7719.97	7717.61
30	7753.63	7770.68	7767.7
60	7786.60	7786.06	7786.25

โดยค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณโดย Tada [4] มีค่าเท่ากับ  $3618.81 \text{ กก./ ซม.}^{0.5}$  และ  $7813.02 \text{ กก./ ซม.}^{0.5}$  ที่อัตราส่วน  $a/W = 0.3$  และ  $0.7$  ตามลำดับ ซึ่งเมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเอลิเมนต์ในแต่ละด้านและค่า SIF ของแบบจำลองที่เหลือจะได้รับความสัมพันธ์ดังแสดงในรูปที่ 4.12



(a)

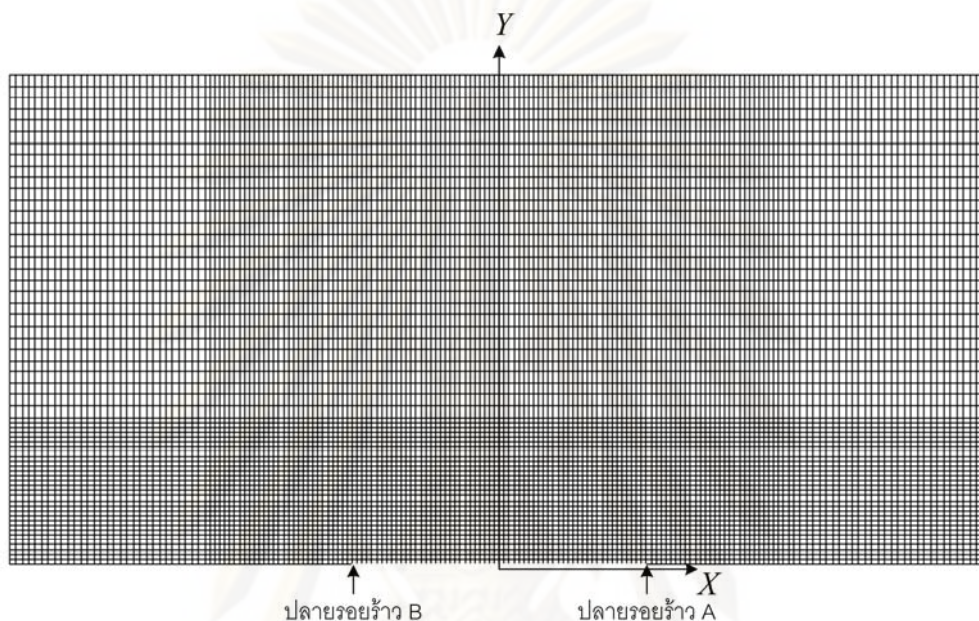


(b)

รูปที่ 4.12 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า SIF กับจำนวนเอลิเมนต์ที่อัตราส่วน (a)  $a/W = 0.3$  และ (b)  $a/W = 0.7$



จากรูปที่ 4.12 จะเห็นได้ว่าจำนวนของเอลิเมนต์มากกว่า 15 ชั้นขึ้นไปในด้าน  $N$  สามารถคำนวณค่า  $J$  ได้อย่างถูกต้องเพียงพอที่จะใช้ในการวิเคราะห์ในปัญหารอยร้าวในแผ่น 2 มิติที่มีความกว้างจำกัด เพราะฉะนั้นจากรูปที่ 4.12 จำนวนของเอลิเมนต์ในการแบ่งแต่ละด้าน  $N$ ,  $M$ ,  $P$  และ  $Q$  จึงเลือกการแบ่งเอลิเมนต์จำนวน 30 ชั้น โดยในรูปที่ 4.13 แสดงแบบจำลองที่แบ่งเอลิเมนต์ในแต่ละด้าน  $N$ ,  $M$ ,  $P$  และ  $Q$  เป็นจำนวน 30 ชั้นในโปรแกรม ANSYS



รูปที่ 4.13 แสดงแบบจำลองการแบ่งเอลิเมนต์จากโปรแกรม ANSYS  $a/W = 0.3$  และ  $h/W = 1$

#### 4.2 การวิเคราะห์ค่า SIF และระยะปิดของผิวรอยร้าวด้วยวิธี weight function

เนื่องจากการเกิดการปิดตัวของปลายรอยร้าวทำให้ลักษณะทางเรขาคณิตของรอยร้าวเปลี่ยนแปลงไปโดยรอยร้าวจะมีลักษณะเยื้องศูนย์กลางที่มีระยะรอยร้าวลดลง การวิเคราะห์ค่าความเข้มของความเค้นโดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวจึงกลายเป็นการวิเคราะห์รอยร้าวแบบเยื้องศูนย์กลางในแผ่น 2 มิติที่มีขอบเขตจำกัด โดยการวิเคราะห์ SIF จะสามารถทำได้เมื่อทราบวิธีแก้ปัญหาค่าความเข้มของความเค้นในปัญหารอยร้าวแบบเยื้องศูนย์กลาง

โดยในงานวิจัยนี้จะใช้สมการหาค่า SIF ที่เสนอโดย Chen และ Albrecht [6] คือสมการที่ 2.56

$$K^{A,B} = \frac{\sigma W}{\sqrt{\pi a f_0^{A,B}}} \sum_{i=1}^6 \beta_i^{A,B} J_i^{A,B}(m) \quad (2.56)$$

โดยมีการกระจายของหน่วยแรงที่กระทำต่อรอยร้าวดังสมการที่ 2.53

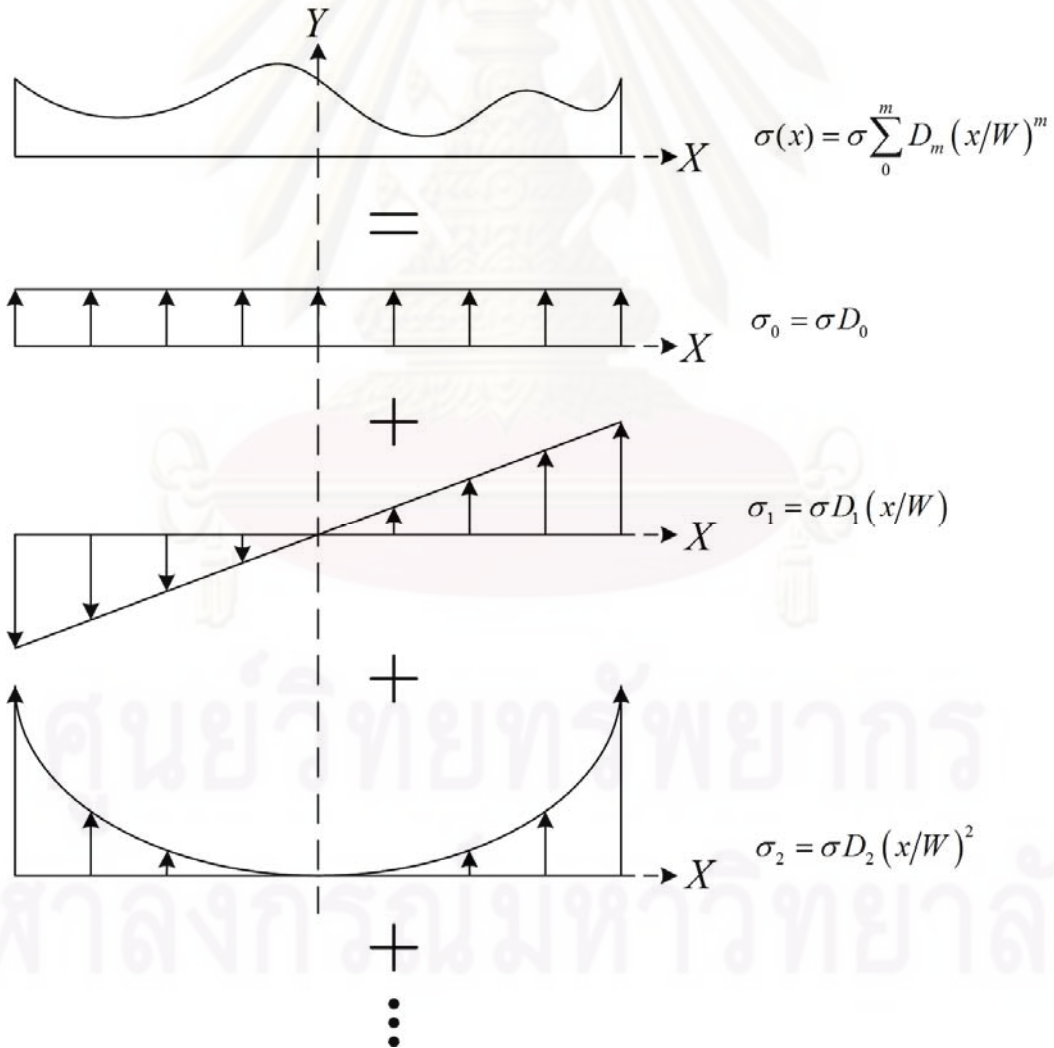
$$\frac{\sigma(x)}{\sigma} = (x/W)^2 \tag{2.55}$$

หรือเขียนได้อีกแบบดังสมการที่ 2.58

$$\sigma(x) = \sigma \sum_0^m D_m (x/W)^m \tag{2.60}$$

การคำนวณค่า SIF และระยะปิดตัวของผิวรอยร้าวโดยวิธี weight function จะใช้วิธีการคำนวณตามแบบสมการที่ 2.62 – 2.68 โดยหน่วยแรงกระทำที่เป็นสมการแบบโพลีโนเมียลจะใช้วิธี super position ในการหาค่าของ SIF ในแต่ละดีกรีของโพลีโนเมียล 0 ถึง  $m$  โดยนำค่า SIF ที่คำนวณได้ในแต่ละดีกรีความ เป็นเชิงเส้นมารวมกัน โดยในรูปที่ 4.14 แสดงการ superposition ของสมการโพลีโนเมียล

$$\sigma(x) = \sigma \sum_0^m D_m (x/W)^m$$



รูปที่ 4.14 การ superposition ของสมการโพลีโนเมียลดีกรี  $\sigma(x) = \sigma \sum_0^m D_m (x/W)^m$

### 4.3 สมมติฐานในการวิเคราะห์ค่า SIF และระยะปิด เมื่อคำนึงถึงการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว

สำหรับการวิเคราะห์หาระยะปิดตัวของรอยร้าวในแบบจำลองในกรณีเมื่อคำนึงถึงผลของการซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว นั้น จะใช้วิธีหาจุดตัดที่มีค่าระยะเปิดของผิวรอยร้าวมีค่าเข้าใกล้ศูนย์โดยการหาสมการความสัมพันธ์ระหว่างระยะเปิดของผิวรอยร้าว 3 จุดถัดจากจุดที่เริ่มมีการเปิดของผิวรอยร้าวในปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงอัดและแก้สมการหาระยะในแนวแกน  $x$  (วัดจากปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงอัด) ที่มีระยะเปิดของผิวรอยร้าวมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ โดยค่าของระยะเปิดของผิวรอยร้าวสามารถหาได้จากแบบจำลองโดยตรงโดยใช้ค่าระยะเปิดของผิวรอยร้าวแต่ละ node ในแบบจำลองมาใช้ในการคำนวณ (ค่า gap จาก constant element) ดังแสดงในตัวอย่างตารางค่าระยะเปิดของผิวรอยร้าวจากแบบจำลองในตารางที่ 4.3

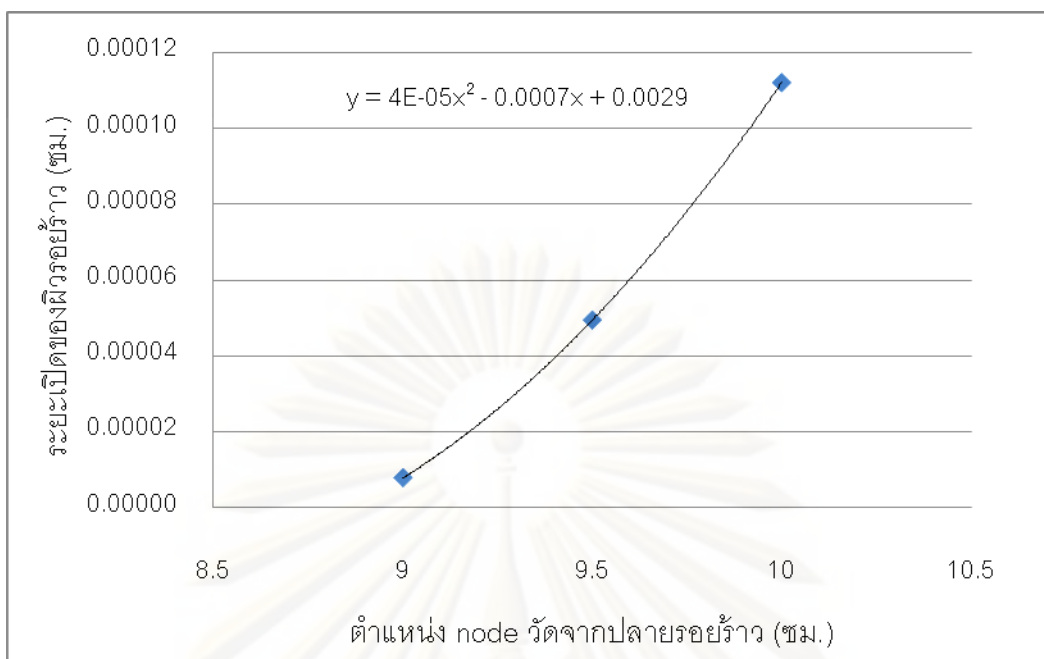
ตารางที่ 4.3 แสดงตัวอย่างค่าของระยะเปิดของผิวรอยร้าวและระยะ  $x$  จากจุดปลายรอยร้าว (จำนวนเอลิเมนต์ 30 ชิ้น – ขนาดเอลิเมนต์ที่ผิวรอยร้าว 0.5 ซม.)

ระยะ $x$ จากจุดปลายรอยร้าว (ซม.)	ระยะเปิด (gap) ของผิวรอยร้าว (ซม.)
8.5	0
9.0	0.000007802
9.5	0.00004945
10.0	0.0001122

จากตารางที่ 4.2 จะเห็นได้ว่าระยะปิดตัวของผิวรอยร้าวจะอยู่ในช่วง  $x = 8.5 - 9.0$  ซม. โดยระยะปิดตัวของผิวรอยร้าวที่มีระยะเปิดของผิวรอยร้าวเข้าใกล้ศูนย์นั้นจะหาได้จากการแก้สมการความสัมพันธ์แบบพหุนามเมื่อยลของจุด 3 จุดที่เริ่มมีการเปิดตัวของผิวรอยร้าวจากสมการความสัมพันธ์แบบพหุนามเมื่อยล  $y = ax^2 + bx + c$  ดังแสดง

$$\begin{aligned}
 0.000007802 &= a(9.0)^2 + b(9.0) + c \\
 0.00004945 &= a(9.5)^2 + b(9.5) + c \\
 0.0001122 &= a(10.0)^2 + b(10.0) + c
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

หรือดังแสดงในรูปที่ 4.15



รูปที่ 4.15 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะเปิดของผิวรอยร้าวกับตำแหน่ง node วัดจากปลายรอยร้าว จากสมการ 4.1 สามารถแก้สมการหาค่า  $a$ ,  $b$  และ  $c$  ได้

$$a = 0.00004$$

$$b = 0.0007$$

$$c = 0.0029$$

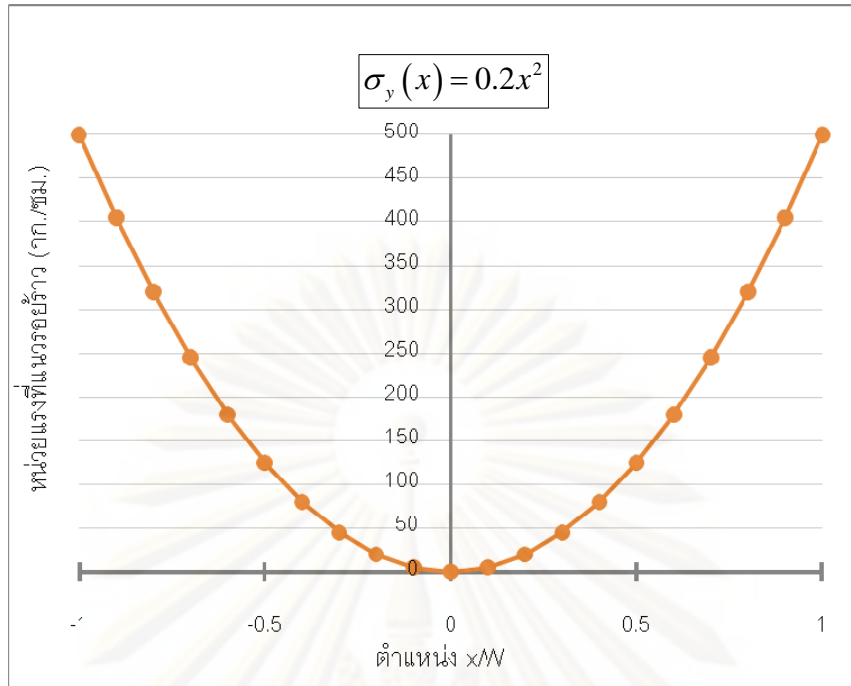
แทนค่าลงในสมการ  $y = ax^2 + bx + c$  ได้

$$y = 0.00004x^2 - 0.0007x + 0.0029 \quad (4.2)$$

จากสมการที่ 4.2 จะสามารถแก้สมการหาค่า  $x$  ที่ทำให้ระยะเปิดของผิวรอยร้าวมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ หรือระยะปิดตัวของผิวรอยร้าวในปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงอัดได้ 8.86 ซม.

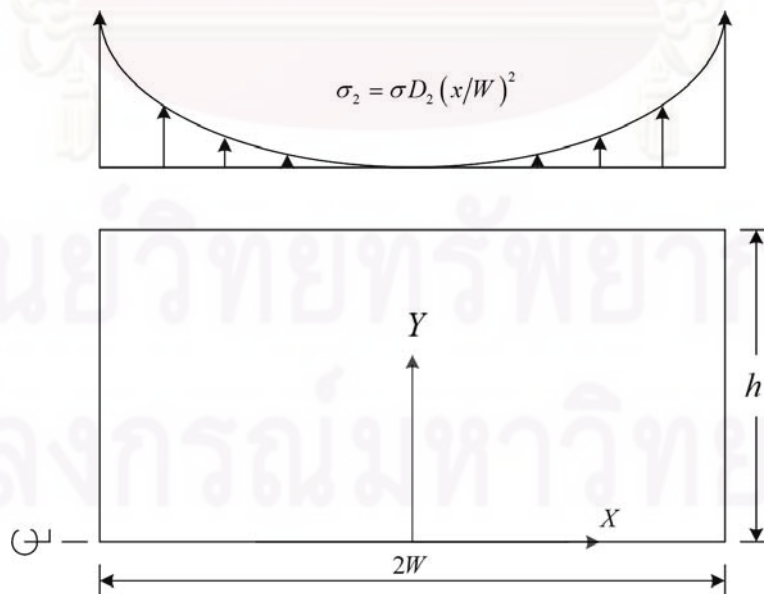
#### 4.4 พิจารณาแรงกระทำที่ผิวรอยร้าวของรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำแบบโพลีโนเมียล

พิจารณารอยร้าว 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำแบบโพลีโนเมียลเพื่อดูการกระจายของหน่วยแรง บริเวณกึ่งกลางของแผ่น 2 มิติ ตลอดความยาว  $2W$  ในแบบจำลองแบบครึ่งที่ไม่มีรอยร้าว โดยมีลักษณะแรงกระทำที่ผิวบนของแผ่น 2 มิติดังแสดงในรูปที่ 4.16



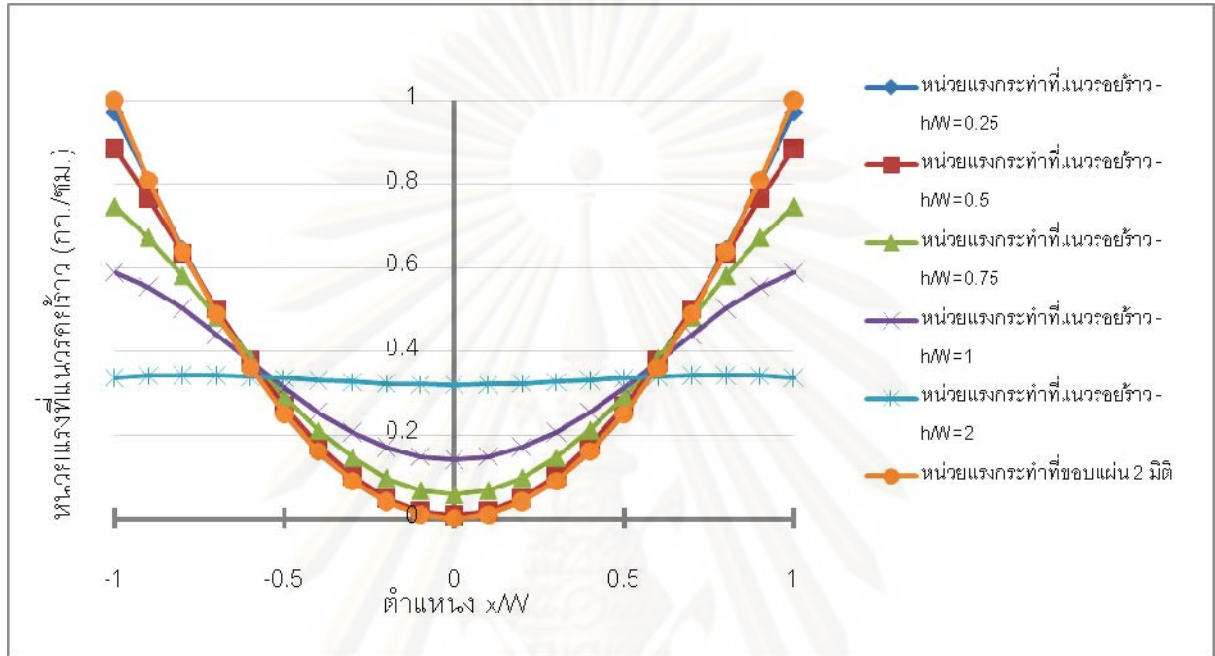
รูปที่ 4.16 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรง  $\sigma_y$  กับระยะ  $W$  ( $W = 50$  ซม. และ  $h/W = 3$ ) ที่ผิวขอบบนของแผ่น 2 มิติ

พิจารณาแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงโพลิโนเมียลดีกรี 2 ที่มี  $D_0 = D_1 = 0$  โดยกำหนดให้แรงกระทำมีค่า  $\sigma_2 = 500(x/W)^2$  กก./ ซม. ดังแสดงในรูปที่ 4.17 โดยกำหนดให้แผ่น 2 มิติที่ทำการวิเคราะห์มีขนาดความกว้างคงที่  $W = 50$  ซม. และมีความสูง  $h = 12.5$  ซม., 25 ซม., 50 ซม. และ 100 ซม. ตามอัตราส่วน  $h/W$  0.25, 0.5, 1 และ 2 ตามลำดับ มีความยาวครึ่งหนึ่งของรอยร้าว  $a = 15$  ซม. ( $a/W = 0.3$ ), ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $E = 2.1E+06$  กก./ ซม.<sup>2</sup>, อัตราส่วนปัวซองของ  $\nu = 0.3$  ดังแสดงในรูป 4.16



รูปที่ 4.17 แผ่น 2 มิติ ที่ไม่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงโพลิโนเมียลดีกรี 2 ที่มี  $D_0 = D_1 = 0$

จะเห็นว่าอัตราส่วน  $h/W$  ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้การกระจายของหน่วยแรงกระทำบริเวณกึ่งกลางรอยร้าวจากเดิมที่มีลักษณะเป็นหน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่มี  $D_0 = D_1 = 0$  เปลี่ยนแปลงเป็นหน่วยแรงกระทำแบบคงที่มากขึ้น โดยมีความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $\sigma_y$  ที่บริเวณกึ่งกลางแผ่น 2 มิติที่อัตราส่วน  $h/W$  ต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 4.18



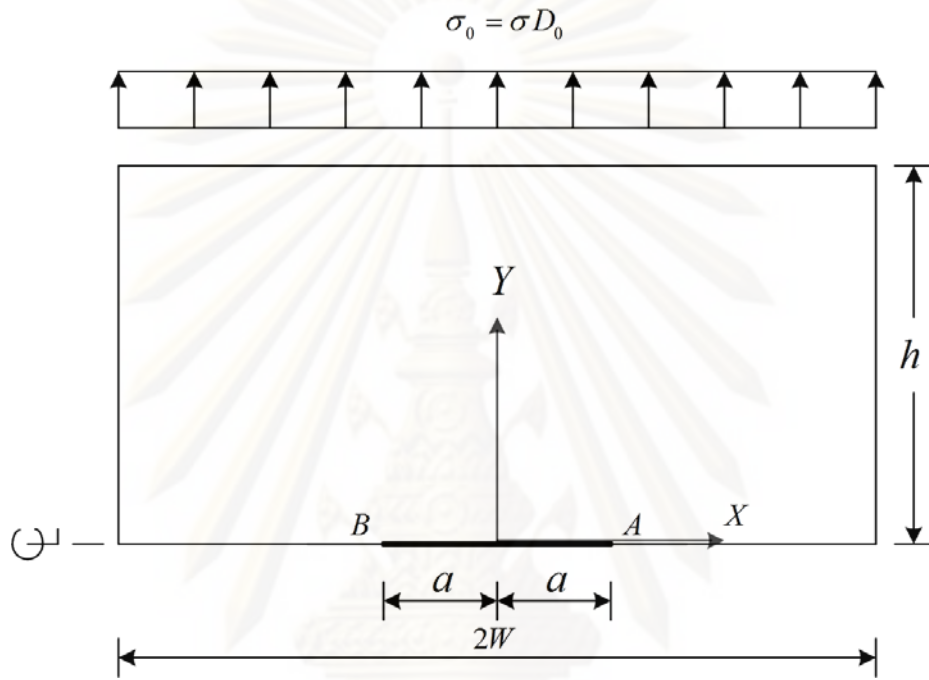
รูปที่ 4.18 กราฟแสดงการกระจายของหน่วยแรงที่แนวรอยร้าวของแผ่น 2 มิติที่ไม่มีรอยร้าวในแบบจำลองที่อัตราส่วน  $h/W$  ต่างๆ

จะเห็นได้ว่าที่อัตราส่วน  $h/W$  ต่างๆ หน่วยแรงกระทำที่เกิดขึ้นจริงสำหรับแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่มี  $D_0 = D_1 = 0$  บริเวณแนวรอยร้าวจะมีค่าไม่เท่ากับหน่วยแรงกระทำที่ขอบแผ่น 2 มิติ โดยหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจะมีลักษณะความเป็นคงที่มากขึ้นตามอัตราส่วน  $h/W$  ที่เพิ่มขึ้น และเมื่ออัตราส่วน  $h/W \geq 2$  หน่วยแรงที่เกิดขึ้นบริเวณแนวรอยร้าวจะมีลักษณะเป็นหน่วยแรงกระทำกระจายแบบคงที่

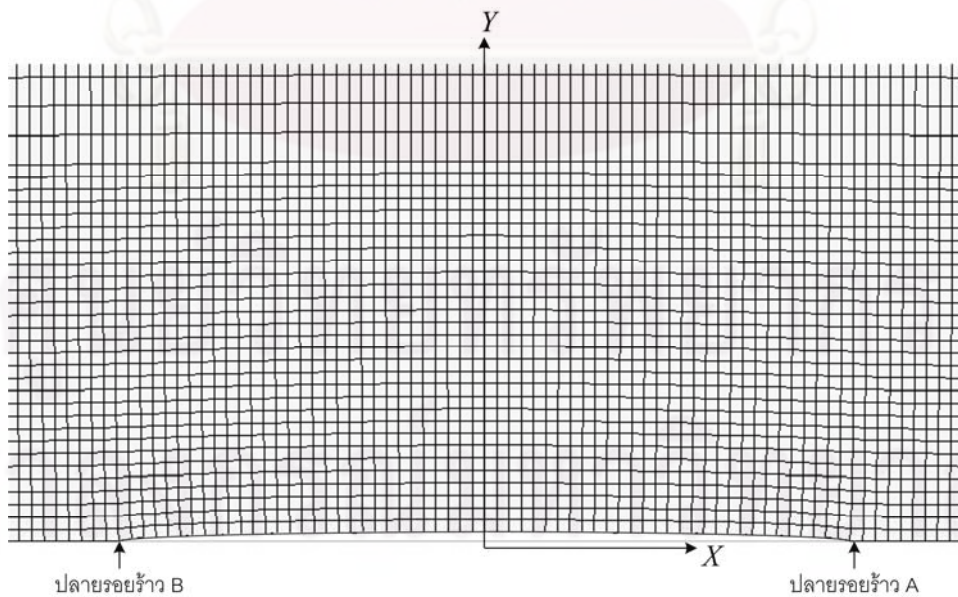
#### 4.5 ตรวจสอบขอบเขตที่เหมาะสมในการใช้วิธี weight function ในการหาค่า SIF กับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

เนื่องจากสมการ weight function ที่นำมาใช้ในงานวิจัยเป็นสมการที่ใช้สำหรับกรณีแผ่น 2 มิติที่ระยะความสูงอนันต์ ดังนั้นในขั้นตอนถัดไปจะทำการพิจารณาอัตราส่วน  $h/W$  ที่สมการ weight function สามารถใช้ได้สำหรับแผ่น 2 มิติที่มีความสูงจำกัด โดยพิจารณาค่า SIF ของแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวแบบกึ่งกลางภายใต้หน่วยแรงกระทำคงที่, หน่วยแรงดัด และหน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่มี  $D_0 = D_1 = 0$  ที่อัตราส่วน  $h/W$  ต่างๆ เปรียบเทียบกับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

พิจารณาแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำคงที่ โดยกำหนดให้หน่วยแรงกระทำมีค่า  $\sigma_0 = 500$  กก./ ซม. ดังแสดงในรูปที่ 4.19 โดยกำหนดให้แผ่น 2 มิติที่ทำการวิเคราะห์มีขนาดความกว้างคงที่  $W = 50$  ซม. และมีความสูง  $h = 12.5$  ซม., 25 ซม., 50 ซม., 100 ซม. และ 150 ซม. ตามอัตราส่วน  $h/W = 0.25, 0.5, 1$  และ 2 ตามลำดับ มีความยาวครึ่งหนึ่งของรอยร้าว  $a = 15$  ซม. ( $a/W = 0.3$ ), ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $E = 2.1E+06$  กก./ ซม.<sup>2</sup>, อัตราส่วนปัวซอง  $\nu = 0.3$  โดยมีการเปิดของผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 4.19 ค่า SIF ที่คำนวณได้มีค่าดังแสดงในตารางที่ 4.4 และรูปที่ 4.20



รูปที่ 4.19 แผ่น 2 มิติ ภายใต้หน่วยแรงกระทำคงที่

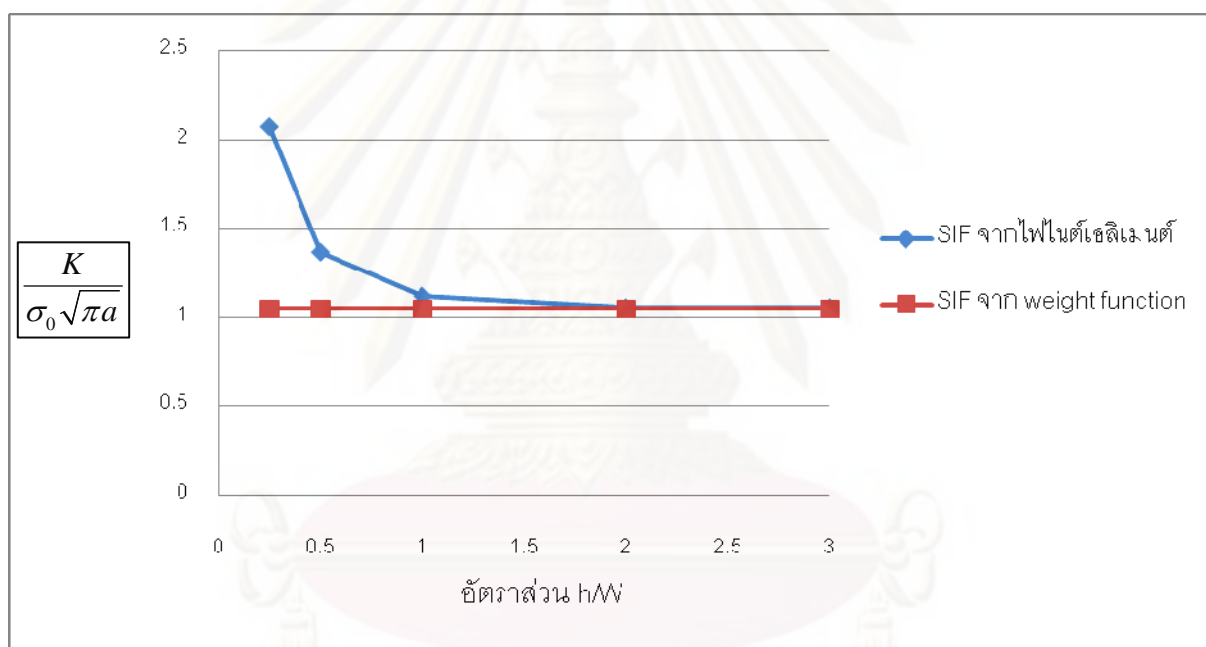


รูปที่ 4.20 ระยะเปิดของผิวรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงคงที่  $\sigma_0 = 500$  กก./ ซม. ( $a/W = 0.3, h/W = 1$ ) ใน

โปรแกรม ANSYS

ตารางที่ 4.4 แสดงค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณในแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำคงที่  $\sigma_0 = 500$  กก./ ซม. ที่อัตราส่วน  $h/W$  ต่างๆ

อัตราส่วน $h/W$	ค่า SIF จากไฟไนต์เอลิเมนต์ (กก./ ซม. <sup>0.5</sup> )	ค่า SIF จาก weight function (กก./ ซม. <sup>0.5</sup> )
0.25	7110.23	3599.25
0.5	4691.80	3599.25
1	3847.87	3599.25
2	3625.34	3599.25
3	3624.49	3599.25

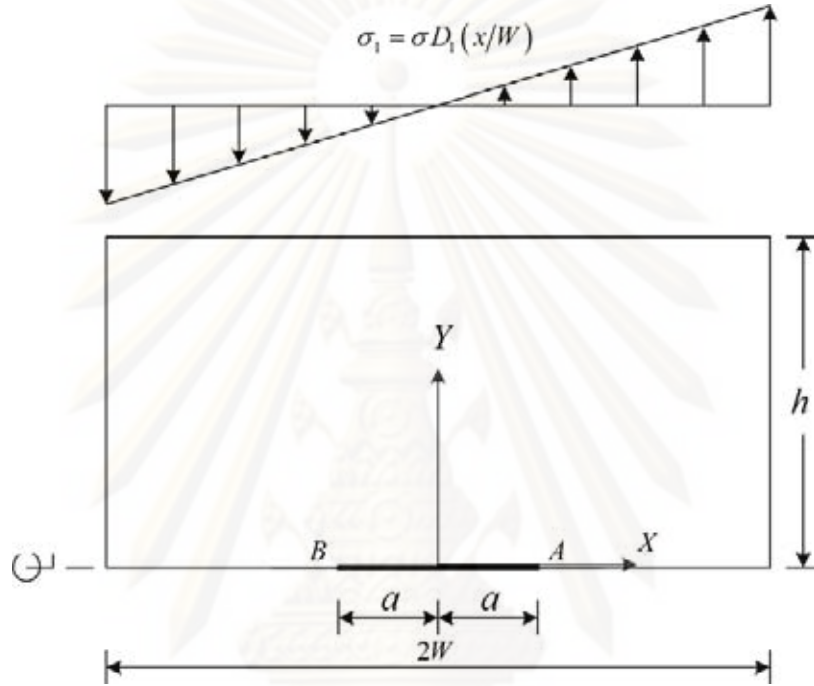


รูปที่ 4.21 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $K/\sigma_0\sqrt{\pi a}$  ของแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำแบบคงที่ที่อัตราส่วน  $h/W$  ต่างๆ

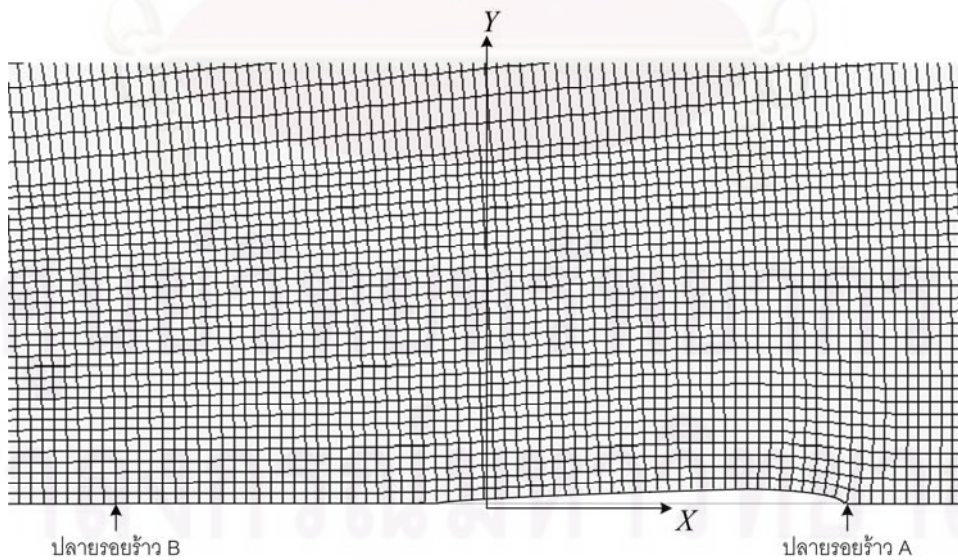
จากรูป 4.21 จะเห็นได้ว่าค่า SIF ที่คำนวณได้ในแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำคงที่มีค่าขึ้นอยู่กับอัตราส่วนระหว่างความกว้างและความสูงของแผ่น 2 มิติ โดยค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และวิธี weight function จะมีความแตกต่างกันน้อยกว่า 1% ที่อัตราส่วน  $h/W \geq 3$



พิจารณาแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดัด โดยกำหนดให้หน่วยแรงกระทำมีค่า  $\sigma_1 = 500(x/W)$  กก./ ซม. ดังแสดงในรูปที่ 4.22 โดยกำหนดให้แผ่น 2 มิติที่ทำการวิเคราะห์มีขนาดความกว้างคงที่  $W = 50$  ซม. และมีความสูง  $h = 12.5$  ซม., 25 ซม., 50 ซม., 100 ซม. และ 150 ซม. ตามอัตราส่วน  $h/W$  0.25, 0.5, 1 และ 2 ตามลำดับ มีความยาวครึ่งหนึ่งของรอยร้าว  $a = 15$  ซม. ( $a/W = 0.3$ ), ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $E = 2.1E+06$  กก./ ซม.<sup>2</sup>, อัตราส่วนปัวซอง  $\nu = 0.3$  โดยมีการเปิดของผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 4.23 ค่า SIF ที่คำนวณได้มีค่าดังแสดงในตารางที่ 4.5 และรูปที่ 4.24



รูปที่ 4.22 แผ่น 2 มิติ ภายใต้หน่วยแรงดัด

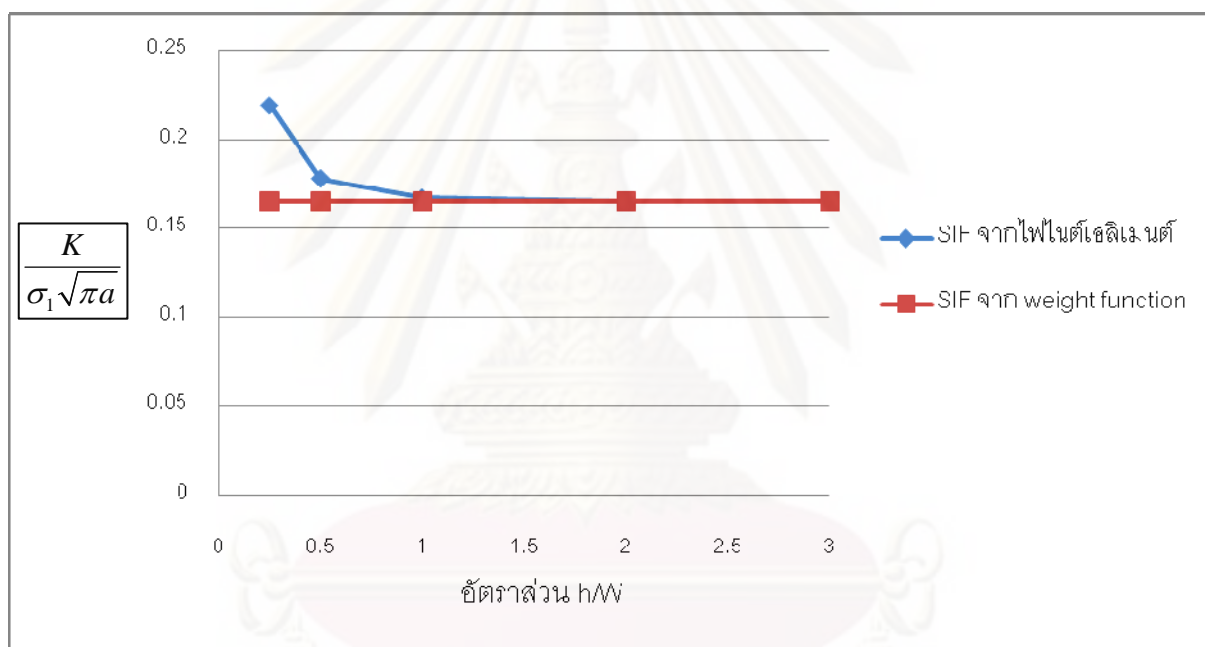


รูปที่ 4.23 ระยะเปิดของผิวรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงดัด  $\sigma_1 = 500(x/W)$  กก./ ซม.

( $a/W = 0.3, h/W = 1$ ) ในโปรแกรม ANSYS

ตารางที่ 4.5 แสดงค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณในแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดัด  $\sigma_1 = 10x$  กก./ ซม. ที่อัตราส่วน  $h/W$  ต่างๆ

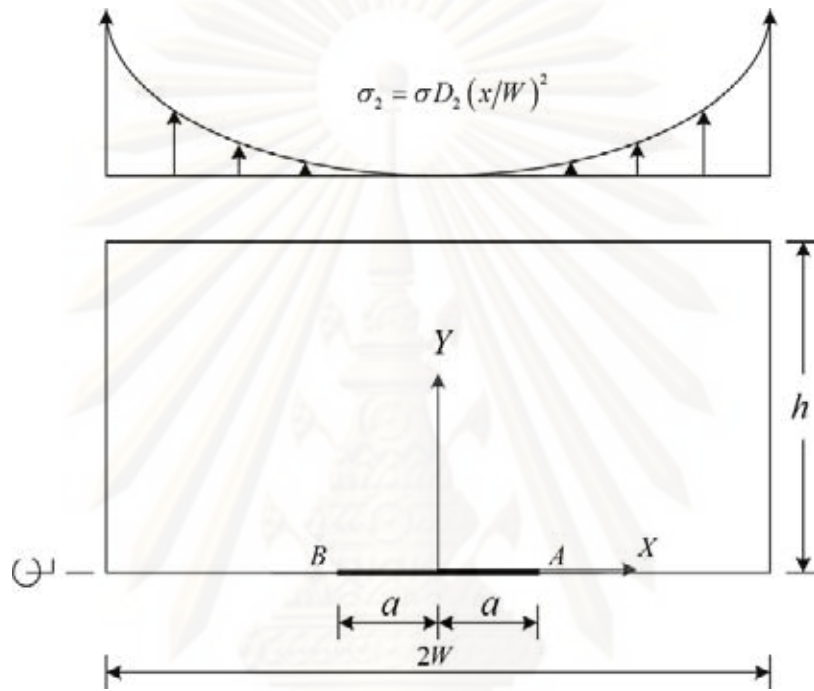
อัตราส่วน $h/W$	ค่า SIF จากไฟไนต์เอลิเมนต์ (กก./ ซม. <sup>0.5</sup> )	ค่า SIF จาก weight function (กก./ ซม. <sup>0.5</sup> )
0.25	753.47	567.79
0.5	611.54	567.79
1	573.46	567.79
2	566.08	567.79
3	566.01	567.79



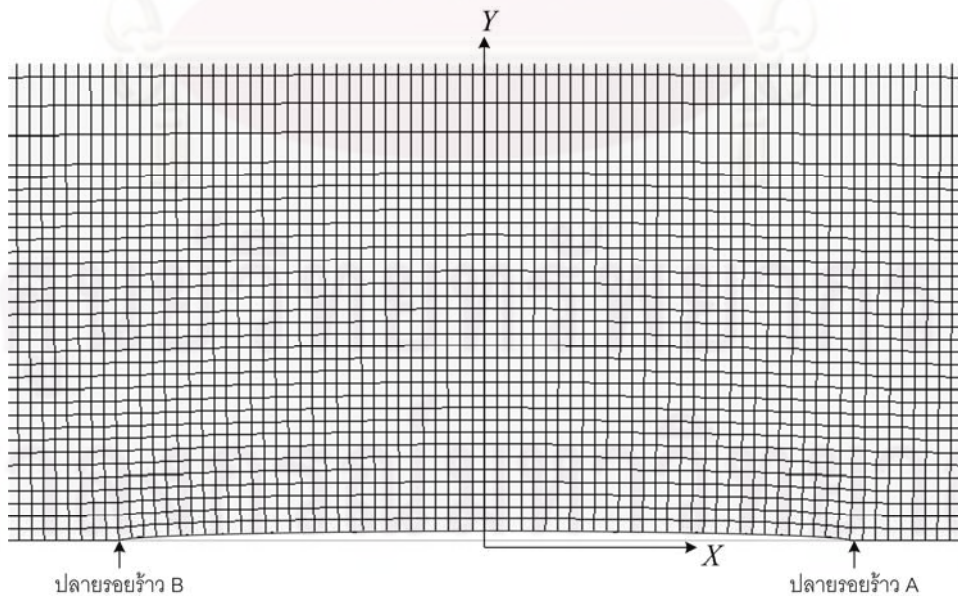
รูปที่ 4.24 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $K/\sigma_1\sqrt{\pi a}$  ( $\sigma_1 = 500$  กก./ ซม. ที่ขอบแผ่น 2 มิติ) ของแผ่น 2 มิติ ภายใต้หน่วยแรงดัดที่อัตราส่วน  $h/W$  ต่างๆ

จากรูป 4.24 จะเห็นได้ว่าค่า SIF ที่คำนวณได้ในแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดัดมีค่าขึ้นอยู่กับอัตราส่วนระหว่างความกว้างและความสูงของแผ่น 2 มิติ โดยค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และวิธี weight function จะมีความแตกต่างกันน้อยกว่า 1% ที่อัตราส่วน  $h/W \geq 3$

พิจารณาแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่มี  $D_0 = D_1 = 0$  โดยกำหนดให้แรงกระทำมีค่า  $\sigma_2 = 500(x/W)^2$  กก./ ซม. ดังแสดงในรูปที่ 4.25 โดยกำหนดให้แผ่น 2 มิติที่ทำการวิเคราะห์มีขนาดความกว้างคงที่  $W = 50$  ซม. และมีความสูง  $h = 12.5$  ซม., 25 ซม., 50 ซม., 100 ซม. และ 150 ซม. ตามอัตราส่วน  $h/W$  0.25, 0.5, 1 และ 2 ตามลำดับ มีความยาวครึ่งหนึ่งของรอยร้าว  $a = 15$  ซม. ( $a/W = 0.3$ ), ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $E = 2.1E+06$  กก./ ซม.<sup>2</sup>, อัตราส่วนปัวซอง  $\nu = 0.3$  โดยมีการเปิดของผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 4.26 ค่า SIF ที่คำนวณได้มีค่าดังแสดงในตารางที่ 4.6 และรูปที่ 4.27



รูปที่ 4.25 แผ่น 2 มิติ ภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่มี  $D_0 = D_1 = 0$

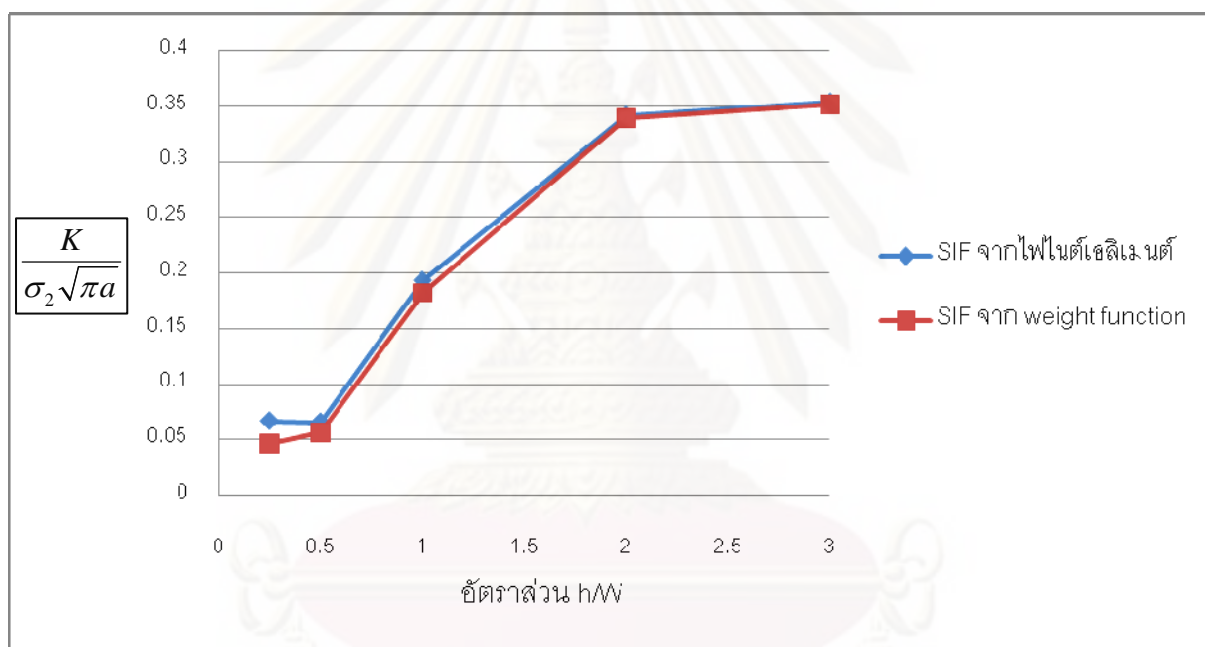


รูปที่ 4.26 ระยะเปิดของผิวรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงดัด  $\sigma_2 = 500(x/W)^2$  กก./ ซม.

( $a/W = 0.3, h/W = 1$ ) ในโปรแกรม ANSYS

ตารางที่ 4.6 แสดงค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณในแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่มี  $D_0 = D_1 = 0$  โดย  $\sigma_2 = 0.2x^2$  กก./ ซม. ที่อัตราส่วน  $h/W$  ต่างๆ

อัตราส่วน $h/W$	ค่า SIF จากไฟไนต์เอลิเมนต์ (กก./ ซม. <sup>0.5</sup> )	ค่า SIF จาก weight function (กก./ ซม. <sup>0.5</sup> )
0.25	229.45	158.21
0.5	226.29	194.75
1	662.80	625.39
2	1172.31	1164.10
3	1213.68	1207.63



รูปที่ 4.27 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $K/\sigma_2\sqrt{\pi a}$  ( $\sigma_2 = 500$  กก./ ซม. ที่ขอบแผ่น 2 มิติ) ของแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำกระจายแบบโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่อัตราส่วน  $h/W$  ต่างๆ

จากรูป 4.27 จะเห็นได้ว่าค่า SIF ที่คำนวณได้ในแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่มี  $D_0 = D_1 = 0$  มีค่าขึ้นอยู่กับอัตราส่วนระหว่างความกว้างและความสูงของแผ่น 2 มิติ โดยค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และวิธี weight function จะมีความแตกต่างกันน้อยกว่า 1% ที่อัตราส่วน  $h/W \geq 3$

สรุปได้ว่าถ้าจะนำสมการ weight function มาใช้คำนวณค่า SIF ในปัญหาแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวที่มีความสูงจำกัด ปัญหารอยร้าวที่นำมาพิจารณาต้องมีอัตราส่วนความกว้างและความสูง  $h/W \geq 3$

#### 4.6 เปรียบเทียบค่า SIF ที่คำนวณโดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวและไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว

พิจารณาแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวอยู่กลางแผ่นภายใต้หน่วยแรงกระทำคงที่ โดยกำหนดให้แรงกระทำมีค่า  $\sigma_0 = 500$  กก./ ซม. ดังแสดงในรูปที่ 4.19 โดยกำหนดให้แผ่น 2 มิติที่ทำการวิเคราะห์มีขนาดความกว้าง  $W = 50$  ซม. และมีความสูง  $h = 150$  ซม. ( $h/W = 3$ ) ความยาวครึ่งหนึ่งของรอยร้าว  $a = 15$  ซม. ( $a/W = 0.3$ ), ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $E = 2.1E+06$  กก./ ซม.<sup>2</sup>, อัตราส่วนปัวซอง  $\nu = 0.3$  ค่า SIF จากการคำนวณโดย Tada [4] ในปัญหาแรงกระทำกระจายแบบคงที่มีค่า (ความคลาดเคลื่อน 0.3% ทุกค่าของ  $a/W$ )

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot F_1(a/W) \quad (4.3)$$

$$\text{โดย } F_1(a/W) = \frac{1 - 0.5(a/W) + 0.370(a/W)^2 - 0.044(a/W)^3}{\sqrt{1 - (a/W)}} \quad (4.4)$$

ค่า SIF ที่คำนวณจากสมการ 4.3 มีค่า 3618.81 กก./ ซม.<sup>0.5</sup>

ค่า SIF จากการคำนวณด้วยวิธี weight function = 3599.25 กก./ ซม.<sup>0.5</sup>

ค่า SIF จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยวิธี J-integral = 3624.49 กก./ ซม.<sup>0.5</sup>

จะเห็นได้ว่าค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยวิธี J-integral มีความแตกต่างกับ Tada [4] 0.17% และ มีความแตกต่างกับ weight function อยู่ 0.70%

พิจารณาแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวอยู่กลางแผ่นภายใต้หน่วยแรงดัด โดยกำหนดให้แรงกระทำมีค่า  $\sigma_1 = 500(x/W)$  กก./ ซม. ดังแสดงในรูปที่ 4.22 โดยกำหนดให้แผ่น 2 มิติที่ทำการวิเคราะห์มีขนาดความกว้าง  $W = 50$  ซม. และมีความสูง  $h = 150$  ซม. ( $h/W = 3$ ) ความยาวครึ่งหนึ่งของรอยร้าว  $a = 15$  ซม. ( $a/W = 0.3$ ), ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $E = 2.1E+06$  กก./ ซม.<sup>2</sup>, อัตราส่วนปัวซอง  $\nu = 0.3$  ในกรณีที่ไม่คำนึงถึงผลจากการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าว ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงดึงของรอยร้าวที่อยู่กลางแผ่นภายใต้หน่วยแรงดัดมีค่า [1] ดังแสดงในรูปที่ 2.1 ในสมการที่ 2.1 และ 2.2

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot F_1(a/W)$$

$$\text{โดย } F_1(a/W) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + 0.4079(a/W)^4 + 0.1456(a/W)^6 \right\}$$

ค่า SIF ที่คำนวณได้เมื่อไม่คำนึงถึงผลจากการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวจากสมการที่ 2.1 และ 2.2 มีค่าเท่ากับ  $\pm 516.61$  กก./ ซม.<sup>1.5</sup>

ค่า SIF จากการคำนวณโดยวิธี weight function ที่ปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงดึงมีค่าเท่ากับ 567.79 กก./ ซม.<sup>0.5</sup> และได้ระยะเปิดตัวของผิวรอยร้าว 9.85 ซม. ในด้านรอยร้าวที่รับแรงอัด

ค่า SIF จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยวิธี J-integral = 566.01 กก./ ซม.<sup>0.5</sup> และได้ระยะเปิดตัวของผิวรอยร้าว 10.00 ซม. ในด้านรอยร้าวที่รับแรงอัด

จะเห็นได้ว่าค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณโดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยวิธี J-integral มีความแตกต่างกับ Isida [1] เท่ากับ 8.74% และมีความแตกต่างกับวิธี weight function อยู่ 0.31% และระยะเปิดตัวของผิวรอยร้าวมีความแตกต่างกันกับ weight function อยู่ 1.5%

พิจารณาแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงกระทำกระจายแบบโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่มี  $D_0 = D_1 = 0$  โดยกำหนดให้แรงกระทำมีค่า  $\sigma_2 = 500(x/W)^2$  กก./ ซม. ดังแสดงในรูปที่ 4.25 โดยกำหนดให้แผ่น 2 มิติที่ทำการวิเคราะห์มีขนาดความกว้าง  $W = 50$  ซม. และมีความสูง  $h = 150$  ซม. ( $h/W = 3$ ) มีความยาวครึ่งหนึ่งของรอยร้าว  $a = 15$  ซม. ( $a/W = 0.3$ ), ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $E = 2.1E+06$  กก./ ซม.<sup>2</sup>, อัตราส่วนปัวซอง  $\nu = 0.3$  ค่า SIF ที่คำนวณโดยวิธี weight function และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีค่าดังนี้

ค่า SIF จากการคำนวณโดยวิธี weight function มีค่าเท่ากับ 1207.63 กก./ ซม.<sup>0.5</sup>

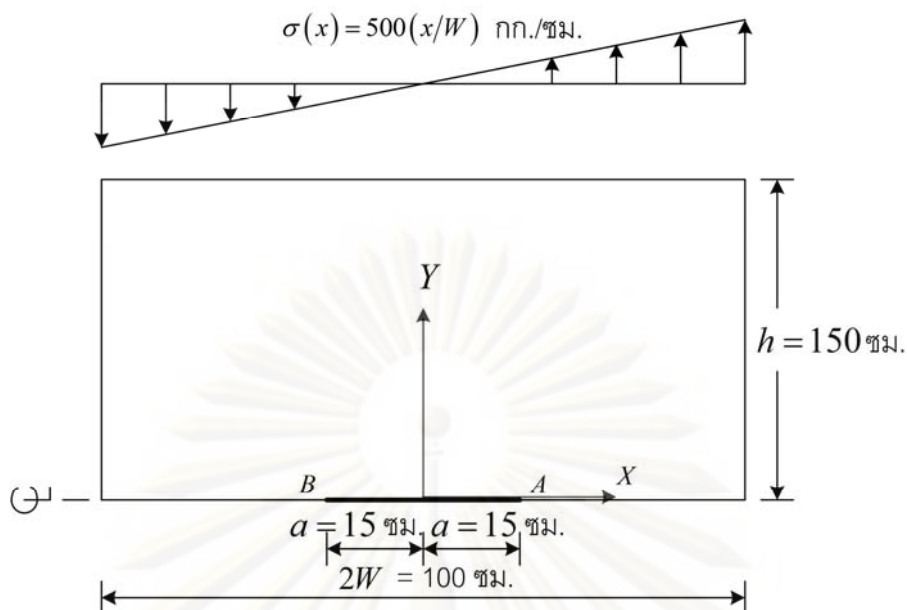
ค่า SIF จากการคำนวณโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยวิธี J-integral มีค่าเท่ากับ 1213.68 กก./ ซม.<sup>0.5</sup>

จะเห็นได้ว่าค่า SIF ที่ได้จากการคำนวณโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยวิธี J-integral มีความแตกต่างกับวิธี weight function อยู่ 0.50%

#### 4.7 การเปิดของผิวรอยร้าวที่เกิดจากหน่วยแรงกระทำกับแผ่น 2 มิติแบบต่างๆ

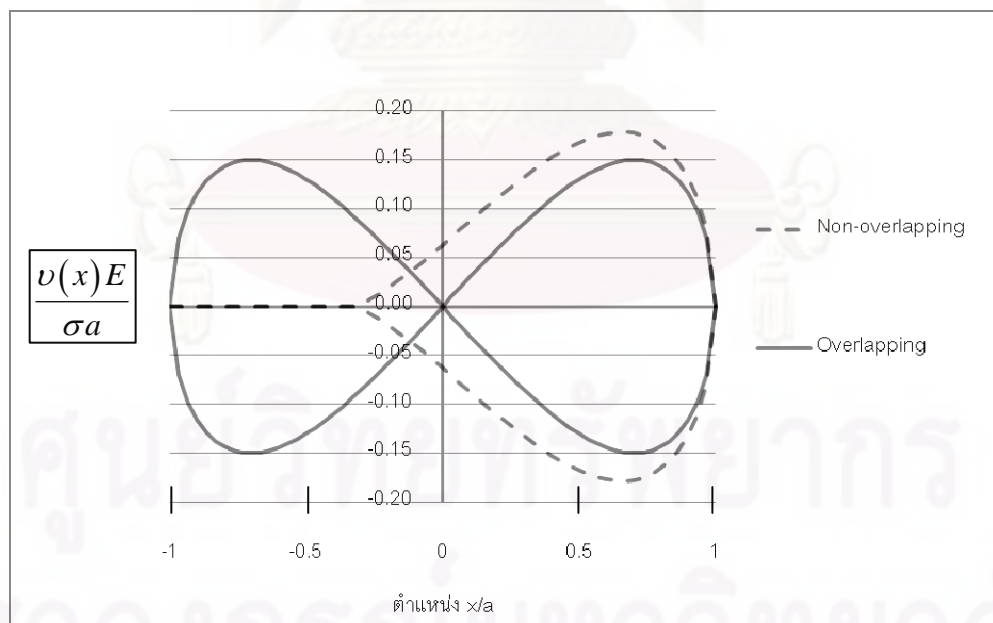
แผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวแบบกึ่งกลางภายใต้รูปแบบการกระจายของแรงกระทำแบบต่างๆ กันสามารถทำให้เกิดระยะเปิดของผิวรอยร้าวแบบต่างๆ กันได้ โดยรูปแบบของระยะเปิดของผิวรอยร้าวแบบต่างๆ ที่พบในการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีดังนี้

ก. แรงกระทำรูปแบบที่ 1 พิจารณาแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า  $\sigma(x) = 500(x/W)$  กก./ ซม. ดังแสดงในรูปที่ 4.28 โดยกำหนดให้แผ่น 2 มิติที่ทำการวิเคราะห์มีขนาดความกว้าง  $W = 50$  ซม. และมีความสูง  $h = 150$  ซม. ( $h/W = 3$ ) ความยาวครึ่งหนึ่งของรอยร้าว  $a = 15$  ซม. ( $a/W = 0.3$ ), ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $E = 2.1E+06$  กก./ ซม.<sup>2</sup>, อัตราส่วนปัวซอง  $\nu = 0.3$

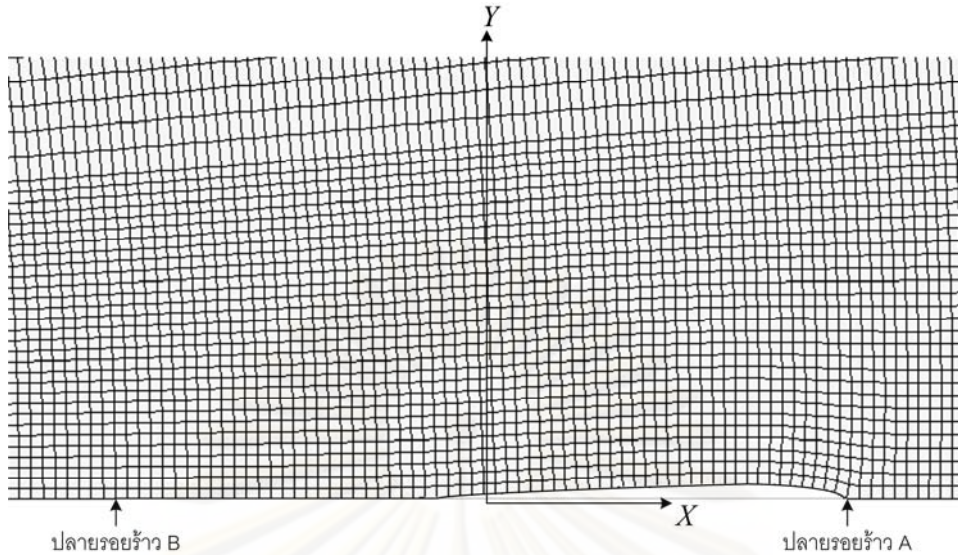


รูปที่ 4.28 แผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า  $\sigma(x) = 500(x/W)$  กก./ ซม.

จากรูปที่ 4.28 จะได้การเปิดของผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 4.29 และ รูปที่ 4.30



รูปที่ 4.29 การเปิดของผิวรอยร้าวในแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า  $\sigma(x) = 500(x/W)$  กก./ ซม. ( $a/W = 0.3$ )



รูปที่ 4.30 ระยะเปิดของผิวรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า  $\sigma(x) = 500(x/W)$  กก./ ซม.  
 $(a/W = 0.3, h/W = 3)$  ในโปรแกรม ANSYS

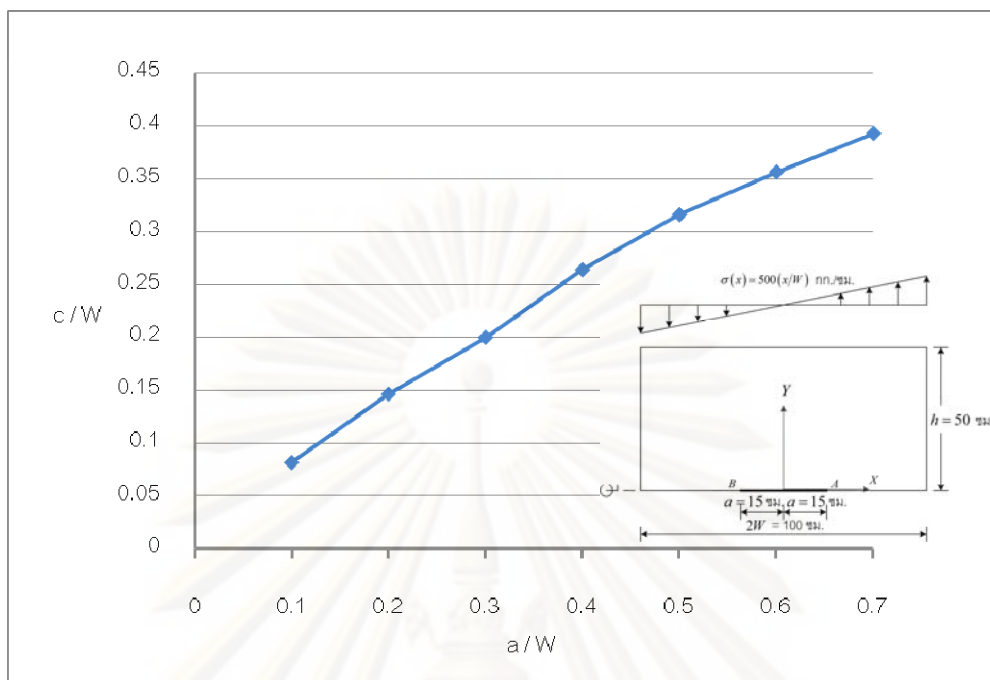
ค่า SIF จากการคำนวณโดยวิธี weight function = 567.79 กก./ ซม.<sup>0.5</sup> และโดยการสมมุติให้ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงกดมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้สามารถคำนวณระยะเปิดตัวของผิวรอยร้าวด้านที่รับแรงกดได้ 9.85 ซม. โดยได้ระยะเปิด  $c/W$  จากวิธี weight function มีค่าเท่ากับ 0.197

โดยมีค่า SIF และระยะเปิดของผิวรอยร้าวที่คำนวณโดยวิธี weight function ที่อัตราส่วน  $a/W$  ต่างๆ ดังแสดงในตารางที่ 4.7 และมีความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วน  $c/W$  ต่อ  $a/W$  ที่อัตราส่วน  $h/W = 3$  ดังแสดงในรูปที่ 4.31 รวมถึงความแตกต่างของการคำนวณ SIF โดยวิธี weight function ที่ไม่คำนึงถึงผลของการซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวและคำนึงถึงผลของการซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 4.32

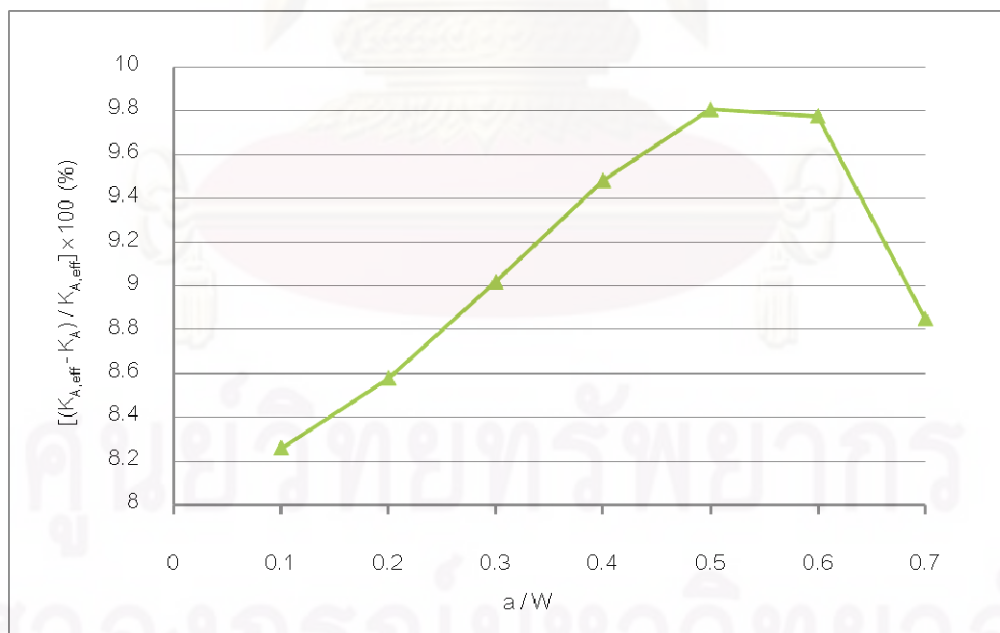
ตารางที่ 4.7 แสดงค่า SIF และระยะเปิดของผิวรอยร้าวที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และวิธี weight function ที่อัตราส่วน  $a/W$  ต่างๆ ของรูปแบบแรงกระทำแบบที่ 1 ที่อัตราส่วน  $h/W = 3$

ความยาวรอยร้าว $a$ (ซม.)	อัตราส่วนความยาวรอยร้าว $a/W$	ค่า SIF จากวิธี weight function (กก./ ซม. <sup>0.5</sup> )		ค่า SIF จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (กก./ ซม. <sup>0.5</sup> )		ระยะเปิดของผิวรอยร้าว (ซม.)	
		Non-Overlapping	Overlapping	Non-Overlapping	Overlapping	WFM	FEM
5	0.1	108.01	99.09	107.25	98.24	3.33	3.3
10	0.2	306.74	280.43	304.20	278.36	6.62	6.51
15	0.3	567.79	516.58	565.87	515.76	9.85	10.00
20	0.4	885.18	801.24	885.45	803.54	13.01	12.59
25	0.5	1262.1	1138.3	1266.88	1142.35	16.09	15.43
30	0.6	1713.1	1545.6	1739.68	1568.23	19.17	18.01
35	0.7	2275.1	2073.75	2358.4	2078.19	22.66	21.05



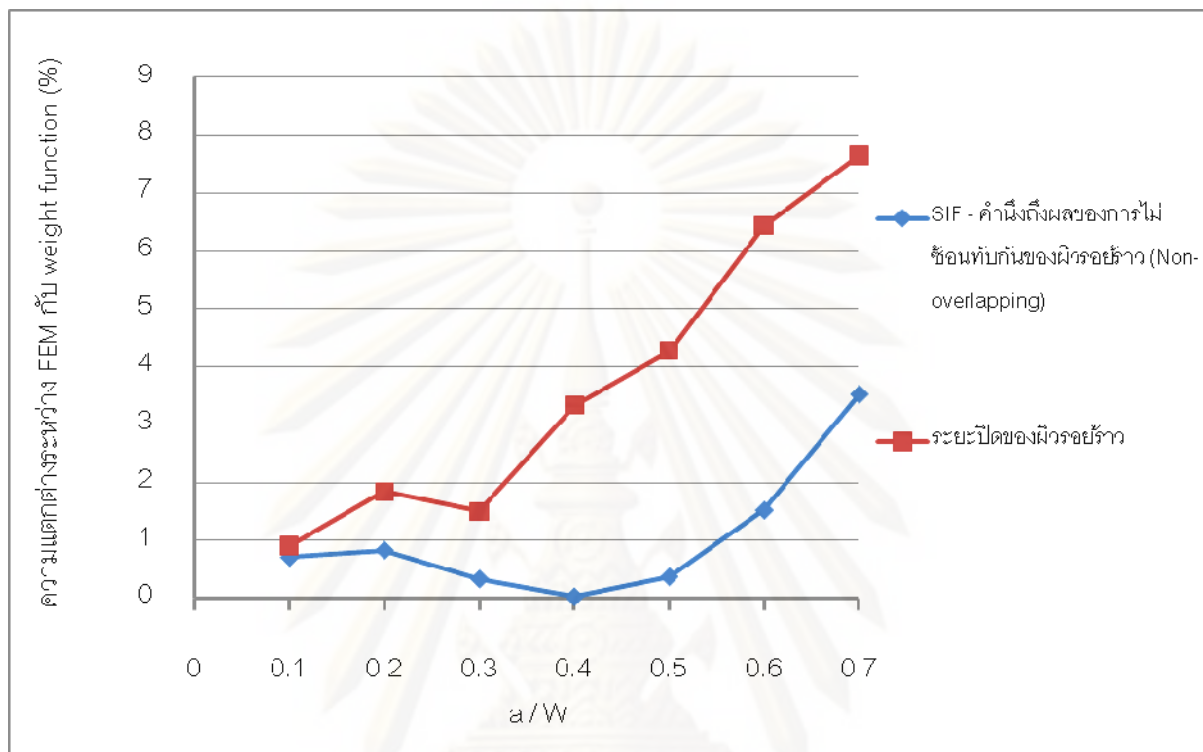


รูปที่ 4.31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วน  $c/W$  ต่อ  $a/W$  ที่อัตราส่วน  $h/W = 3$  ของแรงกระทำรูปแบบที่ 1 โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



รูปที่ 4.32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความแตกต่าง(%)ของการคำนวณค่า SIF โดยวิธี Non-overlapping กับ Overlapping จากวิธี weight function กับ  $a/W$  ที่อัตราส่วน  $h/W = 3$  ของแรงกระทำรูปแบบที่ 1

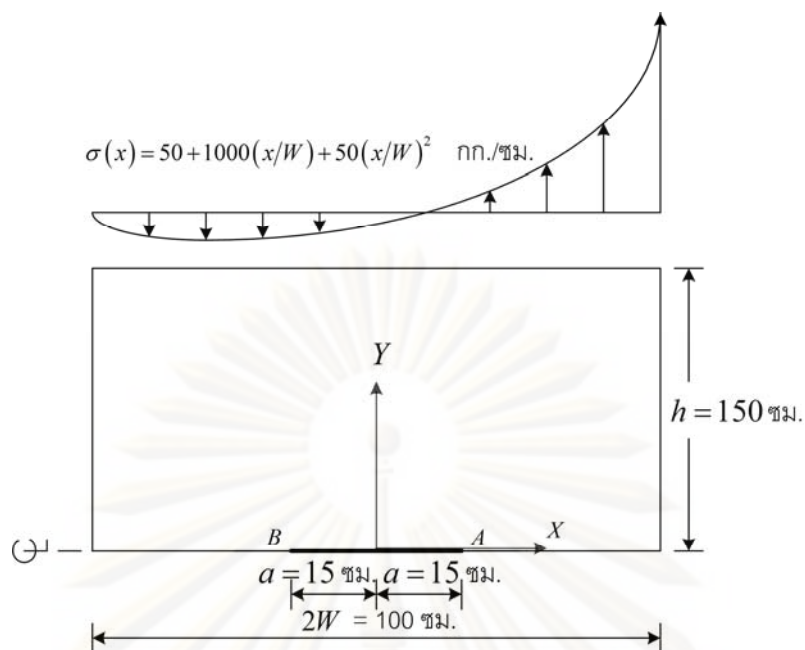
จากรูปที่ 4.32 สรุปได้ว่าเกิดความแตกต่างระหว่างการคำนวณค่า SIF โดยวิธี Non-overlapping กับ Overlapping จากวิธี weight function 8.2 - 9.8 % สำหรับ  $a/W$  ตั้งแต่ 0.1 - 0.7 และเกิดความแตกต่างในการคำนวณค่า SIF และระยะเปิดของผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 4.33



รูปที่ 4.33 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความแตกต่าง(%)ของการคำนวณค่า SIF และระยะเปิดของผิวรอยร้าว กับ  $a/W$  ที่อัตราส่วน  $h/W = 3$  ของแรงกระทำรูปแบบที่ 1

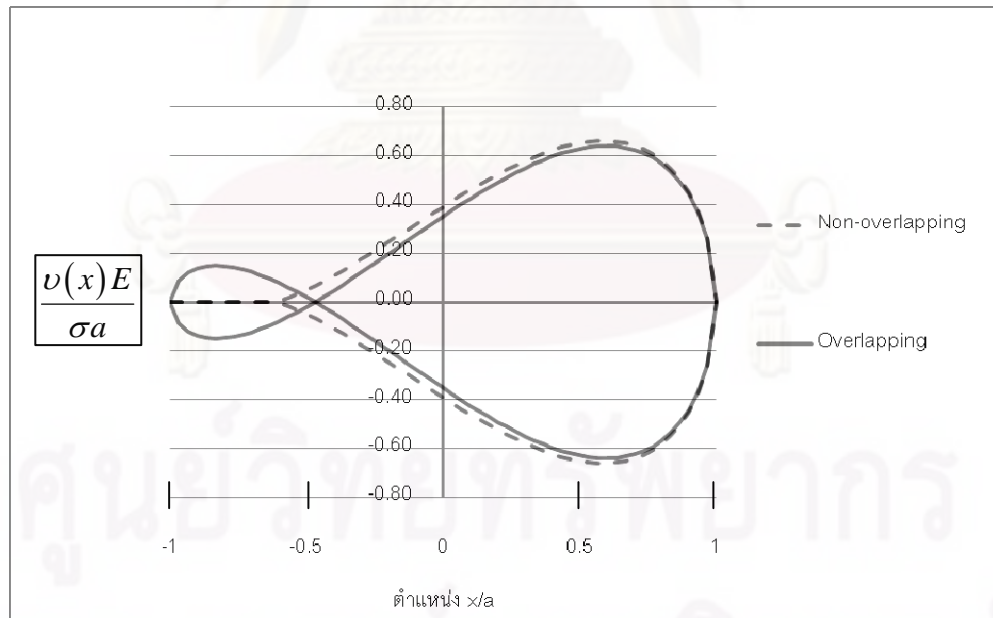
จากรูปที่ 4.33 สรุปได้ว่าเกิดความแตกต่างระหว่างการคำนวณค่า SIF โดยวิธี Non-overlapping ระหว่างวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับวิธี weight function 0.1 - 3.5 % และระยะเปิดของผิวรอยร้าว 0.9 - 7.9 % สำหรับ  $a/W$  ตั้งแต่ 0.1 - 0.7

ข. แรงกระทำรูปแบบที่ 2 พิจารณาแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า  $\sigma(x) = 50 + 1000(x/W) + 50(x/W)^2$  กก./ ซม. ดังแสดงในรูปที่ 4.34 โดยกำหนดให้แผ่น 2 มิติที่ทำการวิเคราะห์มีขนาดความกว้าง  $W = 50$  ซม. และมีความสูง  $h = 150$  ซม. ( $h/W = 3$ ) ความยาวครึ่งหนึ่งของรอยร้าว  $a = 15$  ซม. ( $a/W = 0.3$ ), ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $E = 2.1E+06$  กก./ ซม.<sup>2</sup>, อัตราส่วนปัวซองของ  $\nu = 0.3$



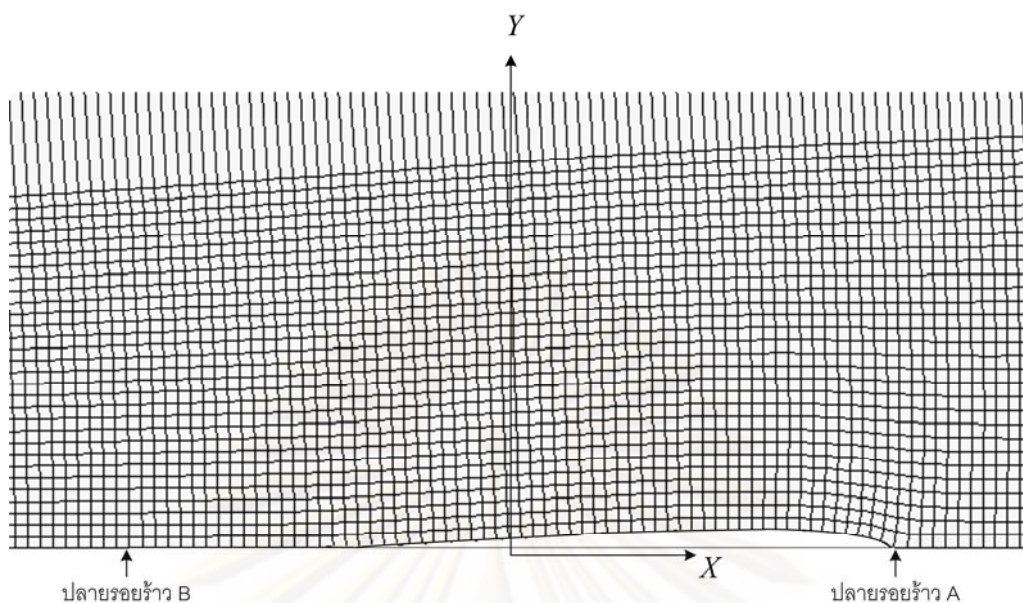
รูปที่ 4.34 แผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า  $\sigma(x) = 50 + 1000(x/W) + 50(x/W)^2$

จากรูปที่ 4.34 จะได้การเปิดของผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 4.35 และ รูปที่ 4.36



รูปที่ 4.35 ระยะเปิดของผิวรอยร้าวในแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า

$$\sigma(x) = 50 + 1000(x/W) + 50(x/W)^2$$



รูปที่ 4.36 ระยะเปิดของฉีกรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงกระทำมีค่า  $\sigma(x) = 50 + 1000(x/W) + 50(x/W)^2$  กก./ ซม. ( $a/W = 0.3, h/W = 3$ ) ในโปรแกรม ANSYS

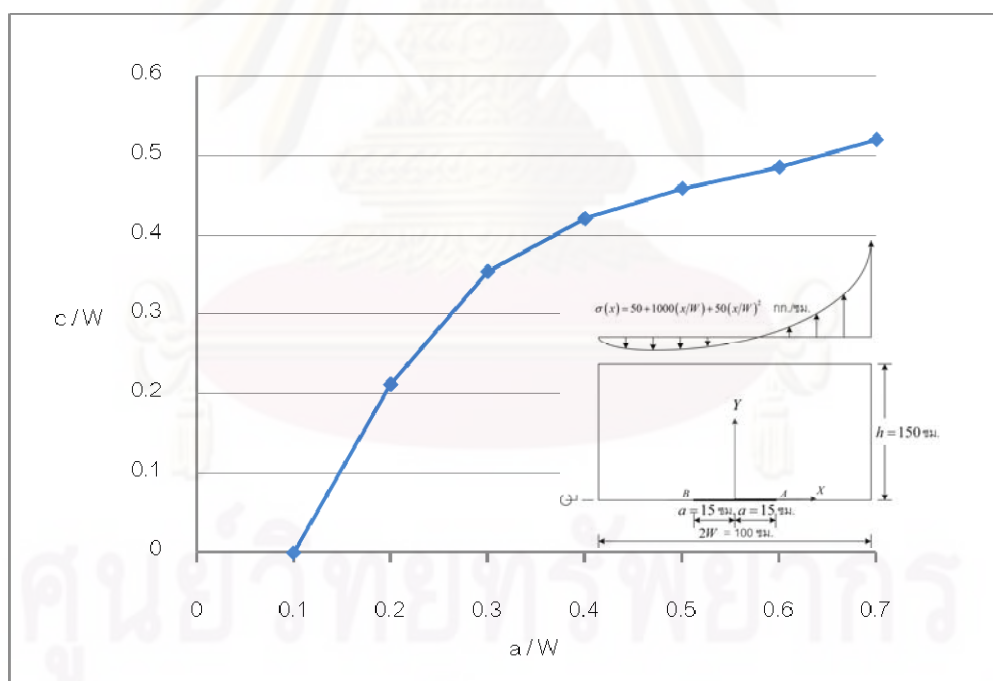
ค่า SIF จากการคำนวณโดยวิธี weight function = 1539.83 กก./ ซม.<sup>0.5</sup> และโดยการสมมุติให้ค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงกดมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้สามารถคำนวณระยะปิดตัวของฉีกรอยร้าวด้านที่รับแรงกดได้ 8.41 ซม. โดยได้ระยะปิด  $c/W$  จากวิธี weight function มีค่าเท่ากับ 0.168

โดยมีค่า SIF และระยะปิดของฉีกรอยร้าวที่คำนวณโดยวิธี weight function และวิธีไฟไฟนด์เอลิเมนต์ที่อัตราส่วน  $a/W$  ต่างๆ ดังแสดงในตารางที่ 4.8 และมีความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วน  $c/W$  ต่อ  $a/W$  ที่อัตราส่วน  $h/W = 3$  ดังแสดงในรูปที่ 4.37 รวมถึงความแตกต่างของการคำนวณ SIF โดยวิธี weight function ที่ไม่คำนึงถึงผลของการซ้อนทับกันของฉีกรอยร้าวและคำนึงถึงผลของการซ้อนทับกันของฉีกรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 4.38

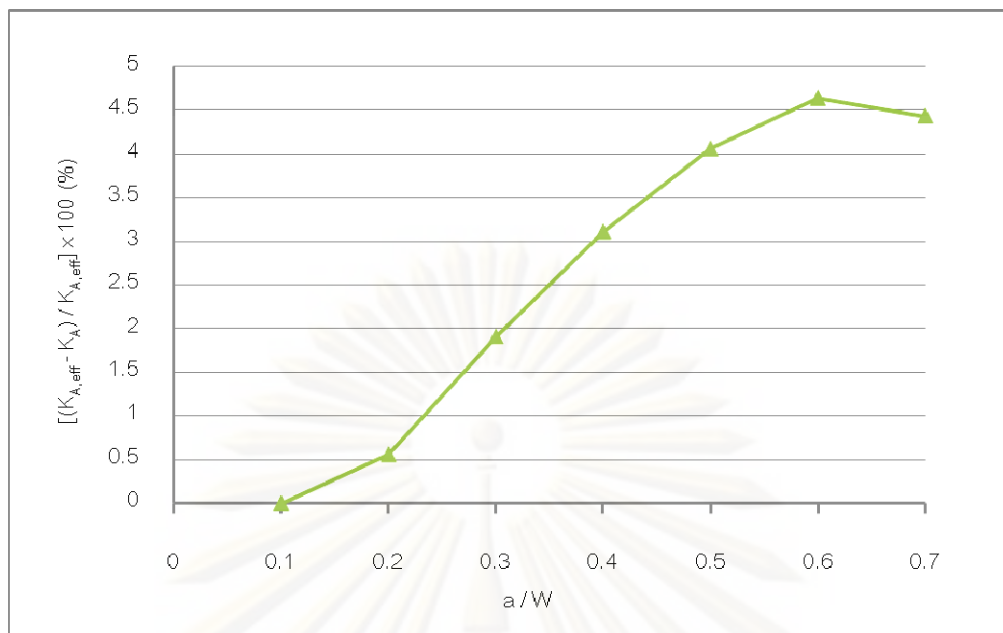
ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.8 แสดงค่า SIF และระยะเปิดของผิวรอยร้าวที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และวิธี weight function ที่อัตราส่วน  $a/W$  ต่างๆ ของรูปแบบแรงกระทำแบบที่ 2 ที่อัตราส่วน  $h/W = 3$

ความยาว รอยร้าว $a$ (ซม.)	อัตราส่วนความ ยาวรอยร้าว $a/W$	ค่า SIF จากวิธี weight function (กก./ ซม. <sup>0.5</sup> )		ค่า SIF จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (กก./ ซม. <sup>0.5</sup> )		ระยะเปิดของผิวรอยร้าว (ซม.)	
		Non-Overlapping	Overlapping	Non-Overlapping	Overlapping	WFM	FEM
5	0.1	463.9	463.9	462.01	462.01	-	-
10	0.2	948.1	942.8	943.19	940.98	2.12	2.06
15	0.3	1542.6	1513.2	1539.83	1511.58	5.31	5.17
20	0.4	2246.4	2176.6	2253.49	2164.82	8.41	8.11
25	0.5	3072.5	2947.8	3096.28	2986.31	11.46	10.93
30	0.6	4057.8	3869.7	4141.09	3945.21	14.56	13.45
35	0.7	5290.5	5056.0	5519.03	5192.85	18.20	16.14



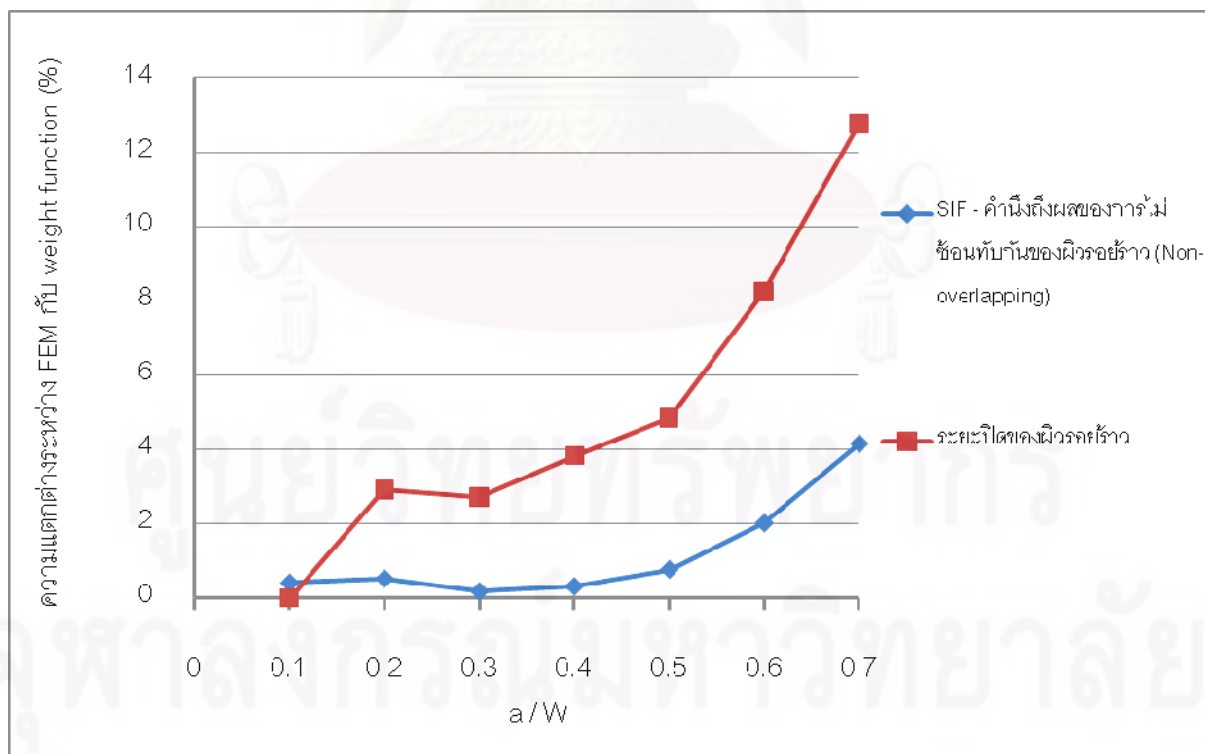
รูปที่ 4.37 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วน  $c/W$  ต่อ  $a/W$  ที่อัตราส่วน  $h/W = 3$  ของแรงกระทำรูปแบบที่ 2 โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



รูปที่ 4.38 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความแตกต่าง(%)ของการคำนวณค่า SIF โดยวิธี Non-overlapping กับ Overlapping จากวิธี weight function กับ  $a/W$  ที่อัตราส่วน  $h/W = 3$  ของแรงกระทำรูปแบบที่ 2

จากรูปที่ 4.38 สรุปได้ว่าเกิดความแตกต่างระหว่างการคำนวณค่า SIF โดยวิธี Non-overlapping กับ Overlapping จากวิธี weight function 0.6 – 4.6 % สำหรับ  $a/W$  ตั้งแต่ 0.2 - 0.7

และเกิดความแตกต่างในการคำนวณค่า SIF และระยะปิดของผิวรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 4.39



รูปที่ 4.39 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความแตกต่าง(%)ของการคำนวณค่า SIF และระยะปิดของผิวรอยร้าว กับ  $a/W$  ที่อัตราส่วน  $h/W = 3$  ของแรงกระทำรูปแบบที่ 2

จากรูปที่ 4.39 สรุปได้ว่าเกิดความแตกต่างระหว่างการคำนวณค่า SIF โดยวิธี Non-overlapping ระหว่างวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับวิธี weight function 0.2 – 4.1 % และระยะเปิดของผิวรอยร้าว 2.9 -12.8 % สำหรับ  $a/W$  ตั้งแต่ 0.2 - 0.7



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย

ค่าความเข้มของความเค้น (SIF) ที่ได้จากการวิเคราะห์ปัญหารอยร้าวในแผ่น 2 มิติภายใต้หน่วยแรงดัด ( $D_0 = 0$ ) กระทำบนขอบแผ่น 2 มิติที่มีอัตราส่วนความสูงต่อความยาว  $h/W = 3$  พบว่าค่า SIF ที่ได้จากการพิจารณาผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวมีค่ามากกว่าค่า SIF ที่ได้จากการไม่พิจารณาผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวเฉลี่ย 9% ที่อัตราส่วนความกว้างของรอยร้าวต่อความกว้างของแผ่น 2 มิติ  $a/W = 0.1 - 0.7$

และในกรณีของหน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 ( $D_0 = D_1 = 0$ ) พบว่าที่อัตราส่วนความสูงต่อความยาวของแผ่น 2 มิติต่างๆ มีผลต่อค่า SIF ที่คำนวณ ซึ่งจากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์พบว่าหน่วยแรงกระทำที่แนวรอยร้าวมีค่าไม่เท่ากับหน่วยแรงกระทำที่ผิวขอบแผ่น 2 มิติ โดยหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจริงที่แนวรอยร้าวจะมีลักษณะเป็นหน่วยแรงคงที่มากขึ้นตามอัตราส่วน  $h/W$  ที่เพิ่มขึ้น

เนื่องจากสมการ weight function ที่นำมาใช้ในงานวิจัยเป็นสมการที่ใช้ได้เหมาะสมกรณีแผ่น 2 มิติที่ระยะความสูงอนันต์ จึงทำการพิจารณาอัตราส่วน  $h/W$  ที่สมการ weight function สามารถใช้ได้สำหรับแผ่น 2 มิติที่มีความสูงจำกัด โดยพิจารณาค่า SIF ของแผ่น 2 มิติที่มีรอยร้าวแบบกึ่งกลางภายใต้หน่วยแรงกระทำคงที่, หน่วยแรงดัด และหน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 ที่มี  $D_0 = D_1 = 0$  ที่อัตราส่วน  $h/W$  ต่างๆ พบว่าสมการ weight function สามารถทำการวิเคราะห์ค่า SIF ได้ที่อัตราส่วน  $h/W \geq 3$

จากตัวอย่างปัญหาแผ่น 2 มิติ  $h/W = 3$  ที่มีรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลในหัวข้อที่ 4.6 นั้นสามารถสรุปได้ดังนี้

แรงกระทำรูปแบบที่ 1 ทำให้รอยร้าวเกิดการปิดตัวที่บริเวณปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงอัดดังแสดงในรูปที่ 4.31 ทุกอัตราส่วน  $a/W = 0.1 - 0.7$  โดยมีความแตกต่างของการคำนวณค่า SIF โดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวและไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวโดยวิธี weight function 8.2 - 9.8 % และเกิดความแตกต่างระหว่างการคำนวณค่า SIF โดยวิธี Non-overlapping ระหว่างวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับวิธี weight function 0.1 - 3.5 % และระยะปิดของผิวรอยร้าว 0.9 - 7.9 % สำหรับ  $a/W$  ตั้งแต่ 0.1 - 0.7

แรงกระทำรูปแบบที่ 2 ทำให้รอยร้าวเกิดการปิดตัวที่บริเวณปลายรอยร้าวด้านที่รับแรงอัดดังแสดงในรูปที่ 4.36 ที่อัตราส่วน  $a/W = 0.2 - 0.7$  โดยมีความแตกต่างของการคำนวณค่า SIF โดยคำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวและไม่คำนึงถึงผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวโดยวิธี weight function 0.6 - 4.6 % และเกิดความแตกต่างระหว่างการคำนวณค่า SIF โดยวิธี Non-overlapping



ระหว่างวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับวิธี weight function 0.2 – 4.1 % และระยะปิดของผิวรอยร้าว 2.9 -12.8 % สำหรับ  $a/W$  ตั้งแต่ 0.2 - 0.7

ดังนั้นจากผลการวิเคราะห์จะเห็นได้ว่าการออกแบบที่ไม่พิจารณาผลของอัตราส่วนความสูงต่อความยาว, ลักษณะของแรงกระทำและผลของการไม่ซ้อนทับกันของรอยร้าว อาจทำให้ค่า SIF ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่าความเป็นจริงซึ่งจะนำไปสู่การออกแบบที่ไม่ปลอดภัยได้

วิทยานิพนธ์นี้จะเป็นแนวทางในการศึกษาผลกระทบของการคำนวณ SIF ภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรี 2 โดยคิดผลกระทบของอัตราส่วนความสูงและความกว้างของแผ่นสองมิติ รวมถึงผลกระทบของการคำนวณ SIF ในรอยร้าวโดยคิดผลของการไม่ซ้อนทับกันของผิวรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงโพลีโนเมียลดีกรีมากกว่า 2 ในภายภาคหน้าได้



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายการอ้างอิง

- [1] Isida M. On the in-plate bending of a strip with a central elliptical hole. Transaction of the Japanese Society for Mechanical Engineer 22 (1956) : 809.
- [2] Isida M. Stress intensity factors for the tension of an elliptically cracked strip. Journal of Applied Mechanics 33 (1966) : 674-675.
- [3] Paris PC and Tada H. The stress intensity factors for cyclic reversed bending of a single edge cracked strip including crack surface interference. International Journal of Fracture 11 (1975) : 1070-1072.
- [4] H. Tada, P.C. Paris and G.R. Irwin. The Stress Analysis of Cracks Handbook. Del Research Corporation, Hellertown, Pa.1973
- [5] Bowie OL and Freese CE. On the overlapping problem in crack analysis. Engineering Fracture Mechanics 8 (1976) : 373-379.
- [6] Woo CW, Cheung YK, Chen YZ and Wang YH. A simple model for the contact problem of a finite cracked plate in bending. Engineering Fracture Mechanics 29(2) (1988) : 227-231.
- [7] Hugo Lopez Montenegro, Adrian Cisilino, Jose Luis Otegui. Application of a weight function based method to assess partially closed cracks. Engineering Fracture Mechanics 54(5) (1996) : 679-696.
- [8] Qi-zhi Wang. Some simple Mode-I SIF expression of finite-width strip with a center crack derived by using an approximate weight function. Engineering Fracture Mechanics 60(1) (1998) : 37-45.
- [9] Rice JR. Some remarks on elastic crack-tip stress fields. International Journal of Solids and Structures 8 (1972) : 751-758.
- [10] Chen XG and Albrecht P. Weight functions for eccentric cracks. Fracture mechanics: twenty-fourth volume, ASTM STP 1207, 581-614. Philadelphia : American Society for Testing and Material, 1994.
- [11] Albrecht P and Lenwari A. Stress intensity factor for center-cracked plate with crack surface interference. Engineering Fracture Mechanics 73 (2006) : 1035-1045.

- [12] Westergaard HM. Bearing pressures and cracks. Journal of Applied Mechanics 6 (1939) : 49-53.
- [13] Irwin JR. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics 24 (1957) : 361-364.
- [14] Bueckner HF. A novel principle for the computation of stress intensity factors. ZAMM (Zeitschrift fur Angewandte Mathematik Mech und Mechanik) Band 46 50 (1970) : 529-546.
- [15] Bueckner HF. Weight function for the notched bar. ZAMM (Zeitschrift fur Angewandte Mathematik Mech und Mechanik) 51 (1971) : 97-109.
- [16] Bueckner HF. Field singularities and related integral representation. Method of analysis and solutions of crack problems, Chapter 3. edited by G.C. Sih : Noordhoff International Publishing, 1972.
- [17] Griffith AA. The phenomena of rupture and flaw in solids. Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A(221) (1920) : 163-198.
- [18] Rice JR. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. Journal of Applied Mechanics 35 (1968) : 379-386.

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ภาคผนวก ก

### สมการ weight function

สมการทั่วไปของ weight function สำหรับแผ่นที่มีรอยร้าวแบบเยื้องศูนย์กลางที่เสนอโดย Chen และ Albrecht [6] สามารถเขียนได้ในรูป

$$m^{A,B}(x, a_A, a_B) = \frac{1}{\sqrt{\pi a} f_0^{A,B}} \left\{ \left( \beta_1^{A,B} \frac{r_A}{W} + \beta_2^{A,B} \frac{r_B}{W} \right) \left( \frac{r_{B,A}}{r_{A,B}} \right)^{1/2} + \left( \beta_3^{A,B} + \beta_4^{A,B} \frac{r_A}{W} + \beta_5^{A,B} \frac{r_B}{W} \right) \left( \frac{r_A}{W} \frac{r_B}{W} \right)^{1/2} + \beta_6^{A,B} \left( \frac{r_A}{W} \frac{r_B}{W} \right)^{3/2} \right\} \quad (\text{ก.1})$$

โดยค่าสัมประสิทธิ์ของ  $\beta_i$  ของปลายรอยร้าว A คือ

$$\begin{aligned} \beta_1^A &= \frac{f_0^B}{2\alpha} \\ \beta_2^A &= \frac{f_0^A}{2\alpha} \\ \beta_3^A &= \frac{f_0^B}{\alpha} \\ \beta_4^A &= \frac{1}{2\alpha} \left[ \frac{\partial f_0^B}{\partial \alpha} + \frac{\partial f_0^B}{\partial \varepsilon} \right] - \frac{f_0^B}{2\alpha^2} \\ \beta_5^A &= \frac{1}{2\alpha} \left[ \frac{\partial f_0^A}{\partial \alpha} + \frac{\partial f_0^A}{\partial \varepsilon} \right] - \frac{f_0^A}{2\alpha^2} + \frac{3}{2} \frac{C}{\alpha^2} \\ \beta_6^A &= \frac{1}{2\alpha^2} \left[ \frac{\partial C}{\partial \alpha} + \frac{\partial C}{\partial \varepsilon} - \frac{2C}{\alpha} \right] \end{aligned} \quad (\text{ก.2})$$

และค่าสัมประสิทธิ์ของ  $\beta_i$  ของปลายรอยร้าว B คือ

$$\begin{aligned} \beta_1^B &= \frac{f_0^B}{2\alpha} \\ \beta_2^B &= \frac{f_0^A}{2\alpha} \\ \beta_3^B &= \frac{f_0^A}{\alpha} \\ \beta_4^B &= \frac{1}{2\alpha} \left[ \frac{\partial f_0^B}{\partial \alpha} - \frac{\partial f_0^B}{\partial \varepsilon} \right] - \frac{f_0^B}{2\alpha^2} + \frac{3}{2} \frac{C}{\alpha^2} \end{aligned} \quad (\text{ก.3})$$

$$\beta_5^B = \frac{1}{2\alpha} \left[ \frac{\partial f_0^A}{\partial \alpha} - \frac{\partial f_0^A}{\partial \varepsilon} \right] - \frac{f_0^A}{2\alpha^2}$$

$$\beta_6^B = \frac{1}{2\alpha^2} \left[ \frac{\partial C}{\partial \alpha} + \frac{\partial C}{\partial \varepsilon} - \frac{2C}{\alpha} \right]$$

โดย

$$\alpha = a/W \qquad a_A = e + a \qquad r_A = a_A - x$$

$$\varepsilon = e/W \qquad a_B = e - a \qquad r_B = x - a_B$$

$$\lambda = a/(W - e)$$

ถ้าระยะเยื้องศูนย์กลางในสมการข้างต้นมีค่าเป็นบวก ( $e > 0$ ) ดังนั้น

$$C = \frac{8}{3} \left[ \Phi - \frac{1}{2} (f_0^A + f_0^B) \right]$$

$$f_0^A = 1 + \sum_{i=2}^{19} C_i(\varepsilon) \lambda^i$$

$$f_0^B = 1 + \sum_{i=2}^{19} C_i(\varepsilon) (-\lambda)^i$$

$$\frac{\partial f_0^A}{\partial \alpha} = \frac{1}{\alpha} \sum_{i=2}^{19} C_i(\varepsilon) i \lambda^i$$

$$\frac{\partial f_0^A}{\partial \varepsilon} = \sum_{i=2}^{19} \lambda^i \left[ \frac{\partial C_i(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} + \frac{\lambda}{\alpha} i C_i(\varepsilon) \right]$$

$$\frac{\partial f_0^B}{\partial \alpha} = \frac{1}{\alpha} \sum_{i=2}^{19} C_i(\varepsilon) i (-\lambda)^i$$

$$\frac{\partial f_0^B}{\partial \varepsilon} = \sum_{i=2}^{19} (-\lambda)^i \left[ \frac{\partial C_i(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} + \frac{\lambda}{\alpha} i C_i(\varepsilon) \right]$$

$$C_i(\varepsilon) = \sum_{j=0}^{10} \gamma_j \varepsilon^j$$
(ก.4)

อนุพันธ์ย่อยในสมการที่ 12 และ 13 คือ

$$\frac{\partial C}{\partial \alpha} = \frac{8}{3} \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f_0^A}{\partial \alpha} + \frac{\partial f_0^B}{\partial \alpha} \right) \right]$$

$$\frac{\partial C}{\partial \varepsilon} = \frac{8}{3} \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f_0^A}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial f_0^B}{\partial \varepsilon} \right) \right]$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = \frac{1}{\alpha} \left[ (\partial f_0^A)^2 + (\partial f_0^B)^2 - 2\Phi \right]$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} = \frac{2}{\alpha} \Omega$$
(ก.5)

โดย

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{1}{\alpha^2} \int_0^\alpha \alpha \left[ (f_0^A)^2 + (f_0^B)^2 \right] \\ &= 1 + 2 \sum_{i=2}^{19} C_i \left[ 1 + (-1)^i \right] \frac{\lambda^i}{i+2} + \sum_{i=2}^{19} \sum_{j=2}^{19} C_i C_j \frac{\lambda^{i+j}}{i+j+2} \left[ 1 + (-1)^{i+j} \right]\end{aligned}\quad (\text{ก.6})$$

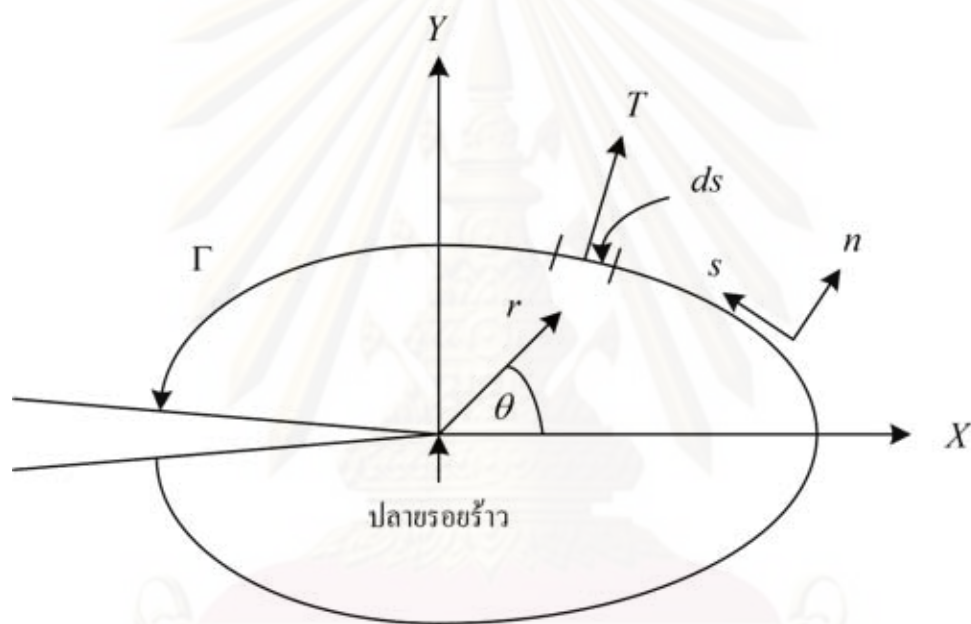
$$\begin{aligned}\Omega &= \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \alpha \left[ f_0^A \frac{\partial f_0^A}{\partial \varepsilon} + f_0^B \frac{\partial f_0^B}{\partial \varepsilon} \right] \\ &= \sum_{i=2}^{19} (1-\varepsilon) \left[ 1 + (-1)^i \right] \frac{\lambda^{i+1}}{i+2} \left[ \frac{\partial C_i}{\partial \varepsilon} + \frac{i}{1-\varepsilon} C_i \right] \\ &\quad + \sum_{i=2}^{19} \sum_{j=2}^{19} (1-\varepsilon) \left[ 1 + (-1)^{i+j} \right] \frac{\lambda^{i+j+1}}{i+j+2} C_j \left[ \frac{\partial C_i}{\partial \varepsilon} + \frac{i}{1-\varepsilon} C_i \right]\end{aligned}\quad (\text{ก.7})$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ภาคผนวก ข

### การหา J-integral โดยใช้ ANSYS

วิธีเจอินทิกรัล (J-integral) เป็นวิธีอินทิกรัลตามวิถีอิสระ (path-independent) ถูกเสนอขึ้นโดย Rice [18] เพื่อใช้แสดงลักษณะของสนามความเค้น-ความเครียดบริเวณปลายรอยร้าวสำหรับวัสดุที่มีพฤติกรรมแบบอิลาสติกหรือพลาสติก โดยใช้วิถีที่ล้อมรอบบริเวณปลายรอยร้าวจากผิวรอยร้าวล่างไปยังผิวรอยร้าวบนตามทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ดังแสดงในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 พิกัดบริเวณปลายรอยร้าวและวิถี (path) ของการอินทิเกรตด้วยวิธี J-integral

จากรูปที่ 3.4 สามารถคำนวณค่า SIF โดยวิธี J-integral ได้จากสมการที่ 3.34

$$J = \int_{\Gamma} W dy - \int_{\Gamma} \left( t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) ds \quad (3.34)$$

โดย  $\Gamma$  = วิถีใดๆรอบบริเวณปลายรอยร้าว (จากผิวรอยร้าวล่างไปยังผิวรอยร้าวบนตามทิศทางทวนเข็มนาฬิกา)

$W$  = พลังงานความเครียดต่อปริมาตร (loading work per unit volume – strain energy density) =  $\int_0^{\epsilon} \sigma d\epsilon$

$t_x$  = traction vector along x axis =  $\sigma_x n_x + \sigma_{xy} n_y$



$t_y$  = traction vector along y axis =  $\sigma_y n_y + \sigma_{xy} n_x$

$\sigma$  = component stress

$n$  = unit outer normal vector to path  $\Gamma$

$u$  = เวกเตอร์ระยะขจัด (displacement vector)

$s$  = ระยะของเส้นโค้งตลอดแนววิถี  $\Gamma$

โดยจะสามารถคำนวณค่า SIF ได้จาก

$$K = \sqrt{\frac{JE}{1-\nu^2}}$$

สำหรับสภาพความเครียดแบบระนาบ (plane strain) และ

$$K = \sqrt{JE}$$

สำหรับสภาพความเค้นแบบระนาบ (plane stress)

วิธีการคำนวณค่า SIF ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้วิธี J-integral ในโปรแกรม ANSYS หลังจากที่ได้ทำการวิเคราะห์แบบจำลองแผ่น 2 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 3.4 มีลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ทำการคำนวณค่า Strain energy density [SEXP] โดยใช้ Element table [ETABLE] โดยใช้คำสั่ง

Ansys Main Menu -> General Postproc -> Element Table -> Define Table

โดยป้อนค่า SENE (Strain energy per element)

VOLU (Volume per Element)

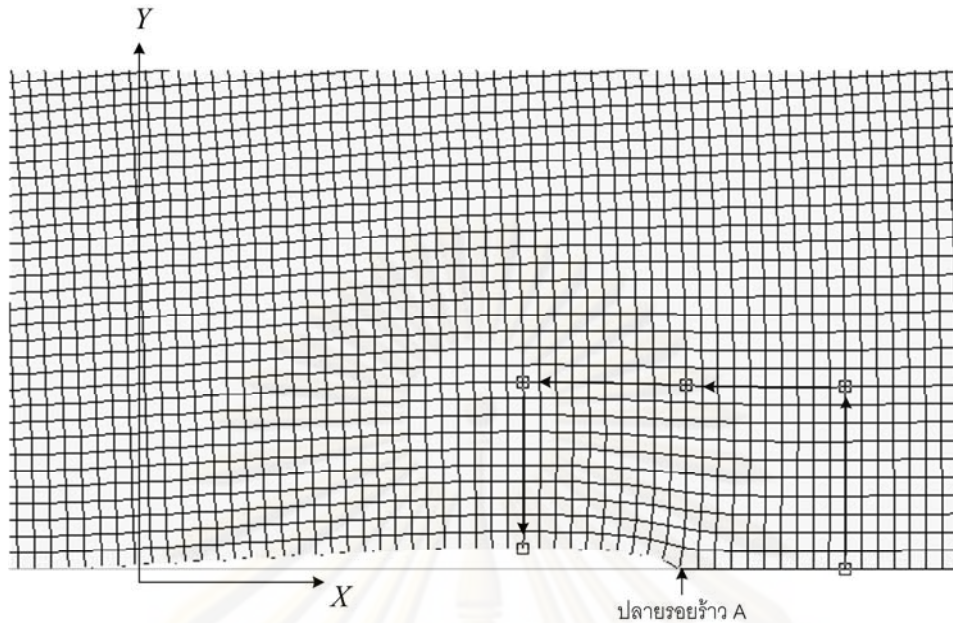
และ Ansys Main Menu -> General Postproc -> Element Table -> Exponentiate

สำหรับค่า SEXP (Strain energy density per element) = SENE/ VOLU

2. ทำการกำหนดวิถีสำหรับการคำนวณค่า J-integral [LPATH] โดยใช้คำสั่ง ดังแสดงในรูปที่ ข.1

Ansys Main Menu -> General Postproc -> Path Operation -> Define Path

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ ๑.๑ แสดงวิธีในโปรแกรม ANSYS

3. ทำการป้อนค่า Strain energy density ได้จากขั้นตอนที่ 1 ลงไปในวิธีที่ได้ทำการกำหนด [PDEF] และทำการอินทิเกรตกับระยะในแนวแกน Y [PCAL] ซึ่งจะทำให้ได้พจน์แรกของสมการที่ 3.34 โดยใช้คำสั่ง

Ansys Main Menu -> General Protproc -> Path Operation -> Map onto Path

Ansys Main Menu -> General Protproc -> Path Operation -> Integrate

สำหรับค่า  $\int_{\Gamma} W dy$

4. ทำการป้อนค่า  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  และ  $\sigma_{xy}$  ลงไปในวิธีที่ได้ทำการกำหนด [PDEF] ทำการกำหนด unit normal vector [PVECT] และทำการคำนวณ  $t_x$  and  $t_y$  [PCALC] โดยใช้คำสั่ง

Ansys Main Menu -> General Protproc -> Path Operation -> Map onto Path

Ansys Main Menu -> General Protproc -> Path Operation -> Unit Vector

Ansys Main Menu -> General Protproc -> Path Operation -> Multiply

Ansys Main Menu -> General Protproc -> Path Operation -> Add

สำหรับค่า  $SX = \sigma_x$

$SY = \sigma_y$

$SXY = \sigma_{xy}$

$NX = n_x = \text{unit vector normal แกน } x$

$NY = n_y = \text{unit vector normal แกน } y$

$TX = t_x = \text{traction vector along x axis} = \sigma_x n_x + \sigma_{xy} n_y$

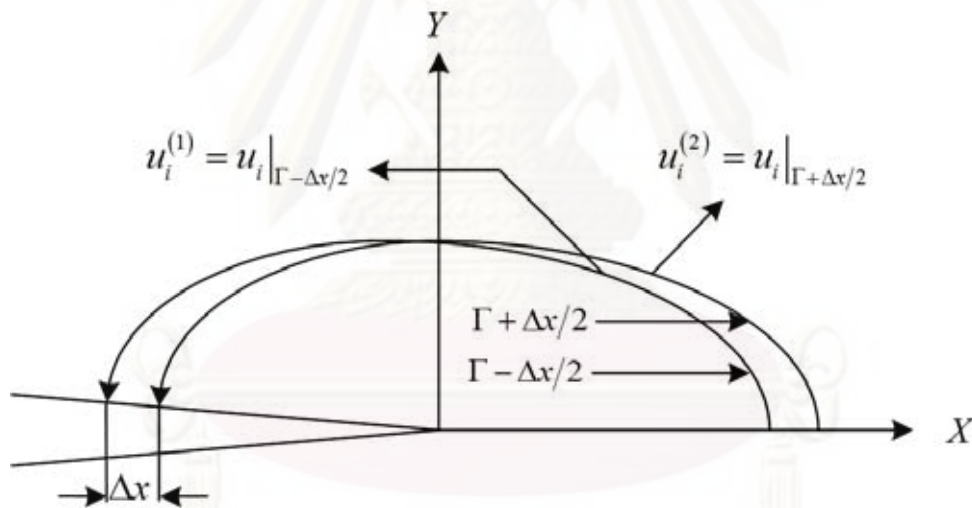
$TY = t_y = \text{traction vector along y axis} = \sigma_y n_y + \sigma_{xy} n_x$

5. สำหรับค่า  $\frac{\partial u_x}{\partial x}$  และ  $\frac{\partial u_y}{\partial x}$  สามารถหาได้จากการเคลื่อนย้ายวิถีไปเป็นระยะ  $dx/2$  [PCALC,ADD,XG,XG,,,,-DX/2] ในทิศทาง  $-x$  โดยให้ระยะ  $dx$  มีค่าเท่ากับ 1% ของความยาววิถี  $s$  ซึ่งสามารถหาได้จากความยาววิถีทั้งหมดได้จาก [\*GET,DX,PATH,,LAST,S] แล้วทำการบันทึกค่า  $u_{x1}$  และ  $u_{y1}$  ที่เกิดขึ้น เสร็จแล้วทำการเลื่อนระยะวิถีไปในทิศทาง  $+x$  เป็นระยะ  $dx$  [PCAL,ADD,XG,XG,,,,DX] ( $+dx/2$  จากจุดเริ่มต้น) แล้วทำการบันทึกค่า  $u_{x2}$  และ  $u_{y2}$  สุดท้ายทำการเคลื่อนย้ายวิถีมาที่จุดเริ่มต้น (ระยะ  $-dx/2$ ) สุดท้ายทำการคำนวณค่า  $(u_{x2} - u_{x1})/dx$  และ  $(u_{y2} - u_{y1})/dx$  ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $\frac{\partial u_x}{\partial x}$  และ  $\frac{\partial u_y}{\partial x}$  ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4.9 โดยใช้คำสั่ง

Ansys Main Menu -> General Protproc -> Path Operation -> Map onto Path

Ansys Main Menu -> General Protproc -> Path Operation -> Multiply

Ansys Main Menu -> General Protproc -> Path Operation -> Add



รูปที่ 4.9 การเคลื่อนย้ายวิถีเพื่อหาค่าของ  $\frac{\partial u_x}{\partial x}$  และ  $\frac{\partial u_y}{\partial x}$

หรือใช้คำสั่งในโปรแกรม ANSYS ดังต่อไปนี้

```
*GET,DX,PATH,,LAST,S
```

```
DX=DX/100
```

```
PCAL,ADD,XG,XG,,,,-DX/2
```

```
PDEF,UX1,U,X
```

```
PDEF,UY1,U,Y
```

```
PCAL,ADD,XG,XG,,,,DX
```

PDEF,UX2,U,X

PDEF,UY2,U,Y

PCAL,ADD,XG,XG,,,,-DX/2

C=1/DX

PCAL,ADD,C1,UX2,UX1,C,-C

PCAL,ADD,C2,UY2,UY1,C,-C

$$\text{สำหรับค่า} \quad C1 = \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

$$C2 = \frac{\partial u_y}{\partial x}$$

6. จากขั้นตอนที่ 4 – 5 ทำการคำนวณพจน์ที่สองของสมการโดยการอินทิกรัลตลอดความยาววิถี  $s$  [PCAL]

Ansys Main Menu -> General Protproc -> Path Operation -> Multiply

Ansys Main Menu -> General Protproc -> Path Operation -> Add

Ansys Main Menu -> General Protproc -> Path Operation -> Integrate

$$\text{สำหรับค่า} \quad \int_{\Gamma} \left( t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) ds$$

7. ทำการคำนวณค่า  $J$  จากค่าที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 และขั้นตอนที่ 6

ตัวอย่างค่าที่ได้จากขั้นตอนในการหาค่า  $J$  แสดงในตารางที่ ข.1

ตารางที่ ข.1 ข้อมูลในวิถีที่นำมาคำนวณค่า  $J$

S	XG	YG	SEXP	WDY	SX	SY	SXY
0	21	0	0.12289E-01	0	18.451	231.82	0.92048E-02
6	21	6	0.13092E-01	0.76142 E-01	-6.6996	232.43	-0.75145
12	15	6	0.62760E-02	0.76142 E-01	-12.786	148.24	-34.426
18	9	6	0.19292E-03	0.76142 E-01	0.32133	27.841	-1.6398
24	9	0	0.90269E-03	0.72855E-01	-93.798	-0.10678E-01	0.13654

ตารางที่ ข.1 ข้อมูลในวิธีที่นำมาคำนวณค่า  $J$  (ต่อ 1)

S	NX	NY	SXNX	SXYNY	SYNY	SXYNX
0	1	0	18.451	0	0	0.92048E-02
6	0.70711	0.70711	-4.7373	-0.53136	164.36	-0.53136
12	-0.74015E-16	1	0.94633E-15	-34.426	148.24	0.25481E-14
18	-0.70711	0.70711	-0.22722	-1.1595	19.686	1.1595
24	-1	0.29606E-15	93.798	0.40423E-16	-0.31614E-17	-0.13654

ตารางที่ ข.1 ข้อมูลในวิธีที่นำมาคำนวณค่า  $J$  (ต่อ 2)

S	TX	TY	C1	C2	TXUX	TYUY
0	18.451	0.92048E-02	-0.24366E-04	0	-0.44957E-03	0
6	-5.2687	163.82	-0.36385E-04	0.16695E-04	0.19170E-03	0.27350E-02
12	-34.426	148.24	-0.27257E-04	-0.18310E-04	0.93834E-03	-0.27144E-02
18	-1.3867	20.846	-0.38521E-05	0.23107E-04	0.53417E-05	0.48169E-03
24	93.798	-0.13654	-0.44676E-04	0.13004E-04	-0.41905E-02	-0.17755E-05

ตารางที่ ข.1 ข้อมูลในวิธีที่นำมาคำนวณค่า  $J$  (ต่อ 3)

S	T	TDS	J
0	-0.44957E-03	0	0
6	0.29267E-02	0.74315E-02	0.68710E-01
12	-0.17760E-02	0.10884E-01	0.65258E-01
18	0.48704E-03	0.70166E-02	0.69125E-01
24	-0.41923E-02	-0.40991E-02	0.76954E-01

โดยในแบบจำลองจะพิจารณาบน plane stress ซึ่งสามารถคำนวณค่า SIF ได้

$$J = 0.076954$$

$$K = \sqrt{JE} = \sqrt{0.076954 \times 2100000}$$

$$K = 568.51 \text{ กก./ ซม.}^{0.5}$$

โดยมีค่าพารามิเตอร์ในตารางที่ ข.1 เทียบกับสมการที่ 3.34 มีดังนี้

$$SEXP = W$$

$$WDY = \int_{\Gamma} W dy$$

$$SX = \sigma_x$$

$$SY = \sigma_y$$

$$SXY = \sigma_{xy}$$

$$SXNX = \sigma_x n_x$$

$$SXNY = \sigma_{xy} n_y$$

$$SYNY = \sigma_y n_y$$

$$SXYNX = \sigma_{xy} n_x$$

$$TX = t_x = SXNX + SXNY = \sigma_x n_x + \sigma_{xy} n_y$$

$$TY = t_y = SYNY + SXYNX = \sigma_y n_y + \sigma_{xy} n_x$$

$$C1 = \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

$$C2 = \frac{\partial u_x}{\partial y}$$

$$TXUX = TXC1 = t_x \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

$$TYUY = TYC2 = t_y \frac{\partial u_x}{\partial y}$$

$$T = TXC1 + TYC2 = t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_x}{\partial y}$$

$$TDS = \int_{\Gamma} \left( t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) ds$$

$$J = WDY - TDS = \int_{\Gamma} W dy - \int_{\Gamma} \left( t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) ds$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย จิตพัทธ์ เปี่ยมระลึก เกิดเมื่อวันที่ 16 มกราคม พุทธศักราช 2525 ที่จังหวัดลพบุรี สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาบัณฑิตสาขาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยในปีการศึกษา 2547 ภายหลังจากจบการศึกษาได้ทำงานเป็นผู้ช่วยวิจัยที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยเป็นเวลาครึ่งปี หลังจากนั้นได้เข้าทำงานที่บริษัท Dynamic Engineering Consultant เป็นเวลาหนึ่งปี และได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโทสาขาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยในปีการศึกษา 2549



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย