

## บทที่ 2

### วรรณคดี และ งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง "ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำ ความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีบท กับ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4" ผู้วิจัยได้ศึกษาวรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับดังนี้

1. วรรณคดีที่เกี่ยวข้อง
  - 1.1 ความถนัด และ ความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำ
  - 1.2 ความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีบท
  - 1.3 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 2.1 งานวิจัยในประเทศ
  - 2.2 งานวิจัยต่างประเทศ

### ความถนัด และ ความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำ

ไคมีผู้ให้คำจำกัดความ ความถนัดไว้ต่าง ๆ ดังนี้

เฮช ซี วอร์เรน(H.C. Worren 1934:181)ให้คำจำกัดความว่า " ความถนัดเป็นสภาวะ หรือ ลักษณะต่าง ๆ ซึ่งแสดงถึงความสามารถของบุคคลเพื่อไค้มาซึ่ง ความรู้ ทักษะ หรือ การตอบสนองโดยการฝึกเฉพาะอย่าง"

เฮช เอ กรีน , เอ เอ็น เจอเกอเซน และ เจ อาร์ เกอเบอร์ริช

(H.A. Greene, A.N.Jergersen and J.R. Gerberich 1953 : 31)

ได้ให้คำจำกัดความว่า ความถนัด หมายถึง ศักยภาพที่มีอยู่ในตัวบุคคลก่อนที่จะทำงาน ซึ่งเป็นผลให้บุคคลประสบความสำเร็จในงานนั้น

อัลเฟรค สวาริช และ สจวร์ท ซี ไทค์แมน (Alfred Schrvartz and Stuart C. Tiedman 1957: 292-293) ได้ให้คำจำกัดความว่า ความถนัด คือ แนวโน้มของบุคคลที่จะมีความสามารถในการเรียนรู้บางสิ่งบางอย่าง

วิเชียร เกตุสิงห์ (2520:24) ได้กล่าวไว้ว่า การวัดความถนัดนี้วัดมาเพื่อที่จะพยากรณ์อนาคต หรือ ผลการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยอาศัยข้อเท็จจริงในปัจจุบันเป็นรากฐานในการพยากรณ์

ชวาล แพร์ทกุล (2517:115) ได้กล่าวว่า แบบทดสอบความถนัดเป็นแบบทดสอบที่ใช้ในการทำนาย วัดความสามารถของแต่ละบุคคล

โดยสรุปแล้ว ความถนัด หมายถึง ศักยภาพทั้งหลายของบุคคล ซึ่งสามารถฝึกฝนให้เกิดขึ้นได้

ความถนัดสามารถวัดได้โดยใช้แบบทดสอบวัดความถนัดซึ่งเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดศักยภาพของบุคคลที่สามารถฝึกฝนให้เกิดขึ้นได้ในขณะใดขณะนั้น เพื่อที่จะใช้ประกอบในการพยากรณ์ความสำเร็จในการเรียนรู้ของบุคคลนั้นในอนาคต แอน อนาสตาซี (Ann Anastasi 1967:336) กล่าวถึงแบบทดสอบความถนัดที่ใช้กันอย่างกว้างขวาง คือ

1. แบบทดสอบความถนัดพหุคูณที่ใช้วัดความถนัดทั่วไป (Multiple Aptitude Batteries for general use) เช่น Different Aptitude Test หรือ DAT, General Aptitude Test Battery (GATB), Flanagan Aptitude Classification เป็นต้น
2. แบบทดสอบที่ใช้วัดความถนัดเฉพาะอย่าง เช่น ความถนัดเชิงกล

(Mechanical Aptitude) ความถนัดทางดนตรี (Musical Aptitude) ความถนัดทางศิลปะ (Artistic Aptitude) เป็นต้น

ริกกี แอล จอร์จ (Rickey L. George 1966:1.1-1.3) กล่าวว่าแบบทดสอบ DAT เป็นแบบทดสอบมาตรฐานวัดความสามารถของนักเรียนเกรด 8 ถึงเกรด 12 ประกอบด้วยแบบทดสอบย่อย 8 ชุดคือ

1. เหตุผลเชิงถ้อยคำ (Verbal Reasoning) ใช้วัดความสามารถในการเข้าใจ การอุปมา และความคิดสร้างสรรค์
2. ความสามารถเชิงตัวเลข (Numerical Abilities) ใช้ทดสอบความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติทางจำนวน ความสัมพันธ์และการคิดคำนวณ
3. ความถนัดเชิงเสมียน (Clerical Speed and Accuracy) ใช้วัดความเร็วในการรับรู้สิ่งที่เหมือนและแตกต่างกันของกลุ่มตัวอักษรหรือตัวเลข
4. ความถนัดเชิงนามธรรม (Abstract reasoning) ใช้วัดความรู้ การสร้างมโนภาพ การอุปมาโดยใช้สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม
5. มิติสัมพันธ์ (Space Relation) ใช้วัดการมองเห็นภาพที่เกิดจากความนึกคิด และความสามารถในการเห็นรูปสามมิติ
6. การใช้เหตุผลเชิงกล (Mechanical Reasoning) ใช้วัดความเข้าใจและการประยุกต์หลักของเครื่องกล ในการแก้ปัญหาซึ่งแสดงด้วยรูปภาพ และปัญหาทางเครื่องจักรกล
7. การใช้ภาษากันไวยากรณ์ (Language Usage Grammar) วัดความสามารถกันไวยากรณ์ การใช้เครื่องหมายวรรคตอนและคำพูด
8. การใช้ภาษากันสะกดคำ (Language Usage Spelling) วัดความสามารถในการสะกดคำ

แบบทดสอบทั้ง 8 ชุดนี้เป็นแบบทดสอบอาศัยความสามารถ (Power Test) ยกเว้นแบบทดสอบความถนัดเชิงเสมียนที่เป็นแบบทดสอบอาศัยความเร็ว (Speed Test) โดยแบบทดสอบแต่ละชุดเป็นอิสระต่อกัน มีค่าปกติวิสัยแบบ เพอร์ เซนต์ไทล์

และสเตรนในทุกแบบสอบจากนักเรียนจำนวน 5 หมื่นกว่าคนจาก 195 โรงเรียนใน 43 รัฐของสหรัฐอเมริกา และนอกจากนี้แบบทดสอบความสามารถเชิงจำนวน และเหตุผลเชิงถ้อยคำ ยังนิยมใช้คู่กันโดยใช่เป็นความถนัดทางการเรียนอีกด้วย

### ลักษณะของแบบทดสอบความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำ

แบบทดสอบความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำนี้ วิบูลย์ บุญสุวรรณ และ สมถวิล แหยมสีก โค้สร้างขึ้นเมื่อปี พ.ศ. 2517 และ 2521 ตามลำดับ โดยอาศัย แนวของแบบทดสอบความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำ ซึ่งเป็นแบบทดสอบย่อยของ แบบสอบ Differential Aptitude Test, Form L ของจอร์จ เค เบเนเนต , ฮาร์โรลด์ จี ซีฮอร์ และ อเล็กซานเดอร์ จี เวสแมน (George K. Bennett, Harold G. Seashore and Alexander G. Wesman) แบบทดสอบนี้วัดความสามารถ ในการเข้าใจโมติที่มีโครงร่างเป็นถ้อยคำ มีจุดมุ่งหมายเพื่อประเมินความสามารถ ทางการสรุปหรือความคิดสร้างสรรค์มากกว่าความคล่องในการใช้คำ ลักษณะของข้อ สอบเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบมี 5 คำเลือก ข้อสอบเป็นแบบอุปมาอุปไมย ที่แต่ละ ข้อคำถามจะมีคำอยู่ 2 คู่ มีความสัมพันธ์ เหตุผลซึ่งกันและกัน คำแรกและคำสุดท้ายของคู่ที่สอง เว้นว่างไว้ นักเรียนจะคงพิจารณาว่าเมื่อเติมคำให้ครบแล้วคู่แรก จะมีความสัมพันธ์กันแบบใด คู่หลังก็จะมีความสัมพันธ์กันแบบนั้น

ตัวอย่างข้อคำถาม

\_\_\_\_\_ : น้ำ คลาย รับประทาน : \_\_\_\_\_

- ก. ไหล - ความต้องการ  
ข. เช่า - ศัตรู  
ค. กิม - อาหาร  
ง. เค็กหญิง - อุตสาหกรรม  
จ. กิม - ศัตรู

## ความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีบท

นอกจากความถนัดแล้ว องค์ประกอบอย่างหนึ่งที่ทำให้สามารถทำนวยความสำเร็จ หรือ ผลการเรียนในอนาคตก็คือ ความรู้พื้นฐาน จากการสัมมนาวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างวันที่ 15-26 พฤษภาคม 2515 ของ สถาบันส่งเสริมการสอน - วิทยาศาสตร์ และ เทคโนโลยี (2516:21) พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาส่วนมากขาดความคิดรวบยอดค่าง ๆ ตลอดจนการให้เหตุผล ซึ่งในการจัดการศึกษาเรื่องการจักหลักสูตรคณิตศาสตร์ของพิซากร แปลงประสพโชค (2517:3-4) พบว่า จะต้องจัดเนื้อหาให้เป็นประโยชน์ในการนำไปใช้ในสังคม โดยให้เข้าใจโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ และ เน้นการเรียนโดยเข้าใจความหมายของสัจพจน์ต่าง ๆ นิยาม และ ทฤษฎีบทควบ

การเรียนคณิตศาสตร์นั้นต้องเรียนควบความเข้าใจ ซึ่งไม่สามารถที่จะเรียนโดยวิธีจำแบบอย่างสำหรับแก้ปัญหาเป็นกรณี ๆ นี้ วิธีที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์ก็คือ การจักสร้างสถานการณ์สำหรับการเรียนรู้ให้นักเรียน ซึ่งความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานเบื้องต้นที่นับว่าสำคัญยิ่ง

ในการศึกษาเกี่ยวกับ การเรียนโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ม.ศ.2) และ มัธยมศึกษาปีที่ 3 (ม.ศ.3) ของพิซากร แปลงประสพโชค (2517:45) พบว่า การเรียนโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ควรเริ่มเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ม.ศ.3) ซึ่งเมื่อเทียบระดับอายุก็คือชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (ม.4) ในปัจจุบัน และ จักอยู่ในขั้นที่ 4 (The Stage of Formal Operation) ตามทฤษฎีพัฒนาการการเรียนรู้ของเพียร์เจต์ ซึ่งสามารถเรียนรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ก็ โดยเฉพาะนิยามและทฤษฎีบท ซึ่งเป็นส่วนสำคัญในวิชาคณิตศาสตร์

การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีบท ผู้วิจัย  
ได้ศึกษาหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของ เจมส์ กับ เบ็ด  
ยู วิลสัน (James W. Wilson 1971:645-696) โดยแบบทดสอบวัดความสามารถ  
ในการใช้นิยามและทฤษฎีบทจะใช้การวัด 3 ระดับคือ

1. ความรู้ความจำเกี่ยวกับการศึกษาคำนวณ (Computation) เป็นความ  
สามารถในการระลึกถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ แบบฝึกหัดที่เคยทำมาแล้ว ในชั้น  
นี้นักเรียนไม่ต้องการตัดสินใจ

1.1 ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Specific facts) เป็นความ  
สามารถในการจำสิ่งที่เรียนรู้ไปแล้ว รวมทั้งความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างข้อคำถาม

1. จำนวนใดคือ อินเวอร์สการคูณของ 5
- |                  |                   |
|------------------|-------------------|
| ก. -5            | ข. $-\frac{1}{5}$ |
| ค. $\frac{1}{5}$ | ง. 5              |
| จ. ไม่ทราบ       |                   |

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Terminology) เป็น  
ความสามารถในการระลึกถึงคำศัพท์และนิยาม

ตัวอย่างข้อคำถาม

1. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนใด ๆ เขียนได้อย่างไร
- |               |          |
|---------------|----------|
| ก. $\sqrt{k}$ | ข. $ k $ |
| ค. $-k$       | ง. $k$   |
| จ. ไม่ทราบ    |          |

1.3 ความสามารถในการศึกษาคำนวณ (Algorithms) เป็นความสา-



มารดในการใช้ข้อเท็จจริง ศัพท์หรือนิยาม และการคิดคำนวณที่เคยเรียนมาแล้ว

ตัวอย่างข้อคำถาม

1.  $93.6 \div 3$  มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 3.12                      ข. 31.2

ค. 90.6                      ง. 312

จ. 280.8

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ซับซ้อนกว่าการคิด-

คำนวณ

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Concepts) เป็นความสามารถในการนำความรู้เกี่ยวกับความจริง และความคิดรวบยอดมาผสมผสานกัน

ตัวอย่างข้อคำถาม

1. ถ้า  $f(x) = 2x + 1$  และ  $g(x) = 3x - 1$  ดังนั้น  $f(g(x))$  คืออะไร

ก.  $6x - 1$                       ข.  $6x + 2$

ค.  $x - 2$                       ง.  $5x$

จ.  $6x^2 + x - 1$

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และการอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Principle, rules, generalization) เป็นความสามารถในการนำหลักการ กฎ ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ยังไม่ได้หาคำคำตอบที่สมบูรณ์

ตัวอย่างข้อคำถาม

1. มุมภายนอกของสามเหลี่ยมมีค่าเท่ากับ เท่าใด
  - ก. ผลบวกของมุมภายใน
  - ข. ผลบวกของมุมภายนอก
  - ค. ผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด
  - ง. ผลต่างของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด
  - จ. ผลต่างของมุมภายนอกที่ไม่ใช่มุมประชิด

2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Structure) เป็นพฤติกรรมที่แตกต่างไปจากความรู้เกี่ยวกับศัพท์ และนิยาม

ตัวอย่างข้อคำถาม

1. ถ้า  $P = M+N$  ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง
  - (1)  $N = P-M$
  - (2)  $P-N = M$
  - (3)  $N+M = P$
  - ก. (1)                      ข. (2)
  - ค. (2) และ (3)          ง. (1) และ (2)
  - จ. (1) , (2) และ (3)

3. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนโดยใช้ความรู้จากที่เรียนมา โดยโจทย์ปัญหาค้าง ๆ นั้นจะแตกต่างไปจากโจทย์ที่นักเรียนเคยพบมาในชั้นเรียน

3.1 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์การพิสูจน์ (Criticize Proofs) เป็นการให้เหตุผลในการพิสูจน์ตลอดจนสามารถบอกได้ว่าข้อพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่



## ตัวอย่างข้อความ

1. ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ ซึ่ง  $a > 3$

ดังนั้น  $3a > 3(3)$  เอา 3 คูณทั้งสองข้าง

$3a - a^2 > 3(3) - a^2$  เอา  $a^2$  ลบทั้งสองข้าง

$a(3-a) > (3-a)(3+a)$  แยกตัวประกอบ

$a > 3+a$  เอา  $(3-a)$  หารทั้งสองข้าง

$0 > 3$  เอา  $(-a)$  บวกเข้าทั้งสองข้าง

## จงหาว่าการพิสูจน์นี้ครบถ้วน

การแก้ไขทฤษฎีบทคณิตศาสตร์

## ความหมายของทฤษฎีบทคณิตศาสตร์

เค บี แอนเดอร์สัน และ อาร์ อี พิงกรี (K.B. Anderson and R.E. Pingry 1973:228) ได้ให้ความหมายของ ทฤษฎีบทคณิตศาสตร์ว่าเป็นสถานการณ์ หรือ คำถามที่ต้องการหาข้อสรุปเป็นคำถามที่ต้องการหาข้อสรุปเป็นคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาคงทำได้ โดยจะต้องมีขบวนการที่เหมาะสม ซึ่งใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจประกอบกันไป

เลียว เจ บรูคเนอร์ (Leo J. Brueckner 1957 : 301) ให้ความหมายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ว่า " ผู้เรียนจะพบกับปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อเขาเผชิญกับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งเขาไม่สามารถตอบได้ทันที และสิ่งที่ปัญหาของนักเรียนเมื่อเวลานี้ อาจไม่เป็นปัญหาในวันนี้ก็ได้"

แซม อาดัมส์ (Sam Adams 1977 : 176) ได้ให้ความเห็นว่า โจทย์ปัญหา

คณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ และคำตอบที่ได้ก็เกี่ยวข้องกับปริมาณ  
 ควบปัญหาคณิตศาสตร์นี้รวมถึงปัญหาที่เป็นภาษา (Word Problem) ปัญหาที่เป็น  
 เรื่องราว (Story Problem) และปัญหาที่เป็นคำพูด (Verbal Problem)

จากความหมายข้างต้น พอจะสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นโจทย์  
 ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ การหาคำตอบนั้นจะต้องใช้การตัดสินใจ และการรวบรวม  
 ความคิด ซึ่งปัญหาคณิตศาสตร์นี้เป็นปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน

ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง  
 ไตรศนวงศ์ (2520:22-24) ได้ให้ความคิดเห็นเกี่ยวกับการสอนการแก้โจทย์  
 ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้เป็นลำดับดังนี้คือ

1. สอนจากปัญหาจริงที่เด็กประสบอยู่ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้สอดคล้องกันระหว่างบทเรียนกับปัญหารอบตัวเด็ก
2. ให้เด็กได้อธิบาย และ แสดงความคิดเห็นในโจทย์ปัญหาต่าง ๆ แล้วแปลงเป็นประโยคคณิตศาสตร์
3. ให้เด็กแสดงเหตุผลต่าง ๆ ก่อน แล้วจึงสรุปเป็นหลักเกณฑ์ หรือที่เรียกว่า วิธีอุปมา
4. ไม่จำกัดความคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหา แต่ครูจะแนะวิธีที่รวดเร็วและดีที่สุดให้
5. ให้เด็กตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง
6. หลังจากที่ได้แก้เข้าใจดีแล้ว จึงให้โจทย์เพิ่มเติม
7. ความรู้ต่าง ๆ ที่เด็กได้เรียนแล้ว หาทางส่งเสริมให้เด็กนำเอาความรู้และหลักเกณฑ์นั้นไปใช้ ที่เรียกว่า



จอห์น เอฟ เลอบลองซ์ (John F. Le Blance 1977:16-18)

แอนเกรีย ไพรส์ เทราส์แมน และ เบ็ตตี พลังค์เคท ลิชเทินเบอร์ก (Ardria Price Troutman and Betty Plunkett Lichtenburg 1974 : 590-594) ได้

เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
2. วางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้ความรู้ และ ประสบการณ์ที่

จำเป็น

3. แก้ปัญหาคำถามแผนที่ได้วางไว้ให้ค่าคำตอบ
4. ทบทวนปัญหา และตรวจคำตอบ

บอร์จ โพลยา (George Polya 1957:5-40)

ได้จัดลำดับขั้นตอนในการ

แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 เป็นการทำความเข้าใจ คือ เข้าใจสัญลักษณ์ ต่าง ๆ ในปัญหา โดยนักเรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหาออกมา เป็นภาษาของตนเองได้ และบอกได้ว่าประเด็นสำคัญของปัญหาอยู่ที่ไหน โจทย์ถามหาอะไร สิ่งที่ยกมาให้มา มีอะไรบางอย่างอะไร เป็นเงื่อนไข

ขั้นที่ 2 เป็นการวางแผนในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนจะต้องเห็นถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หานั้นมีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร และสิ่งที่สำคัญก็คือนักเรียนจะต้องทบทวนความรู้ต่าง ๆ ที่เรียนมาว่า ความรู้อะไรบ้างที่สัมพันธ์กับปัญหานั้น

ขั้นที่ 3 เป็นการลงมือแก้โจทย์ปัญหาซึ่ง เป็นการที่นักเรียนได้ทำตามขั้นตอนที่ได้วางไว้ในขั้นที่ 2 ซึ่งนักเรียนจะใช้ทักษะทางการคำนวณ และวิธีการคำนวณที่เหมาะสมมาช่วยในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 เป็นการตรวจสอบวิธีการและคำตอบ เพื่อความแน่ใจว่าคำตอบ

ที่ไ้โคนันถูกทอง

จรรยา ฎอกม (2524:27) ไ้ทำการศึกษาเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่าง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนของนักเรียน ตามการประเมินของครู ไ้สร้างแบบทดสอบการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็น 3 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 เป็นการทำความเข้าใจ และตีความหมายโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เช่น การทำความเข้าใจความหมายของคำ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในปัญหา การพิจารณา ความหมายที่เป็นไปไ้ของปัญหา การวาดรูปประกอบปัญหา การหาส่วนที่สำคัญของ ปัญหา และความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ ของปัญหา

ขั้นที่ 2 เป็นการวางแผนในการแก้ปัญหา ซึ่งจะต้องอาศัยการทบทวน ความรู้ที่ไ้จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา การพิจารณาข้อมูลไ้ใหม่ว่าจะไ้ใช้อะไรบ้าง และส่วนไ้ไ้ที่ขาดไป และ ท้ายสุดคือการเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสม

ขั้นที่ 3 เป็นการหาค่าตอบที่สมบูรณ์ ซึ่งเป็นการกำเนิการตอบจากขั้น ที่ 2 แล้วตรวจสอบค่าตอบที่ไ้รับ และปรับปรุงแก้ไขค่าตอบไ้เป็นค่าตอบที่สมบูรณ์ ถูกทอง

ดังนั้นผู้วิจัยจึงสร้างแบบทดสอบการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 3 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 เป็นการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 เป็นการวางแผนในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 เป็นการหาค่าตอบที่สมบูรณ์

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### งานวิจัยภายในประเทศ

ในปี 2512 สามารถ วีระสัมพันธ์ (2512:65) ได้ทำการวิจัยเรื่อง - สมรรถภาพทางสมองบางประการที่สัมพันธ์กับความสามารถทางการ เรียนวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 โดยศึกษาจากกลุ่มตัวอย่างประชากร ที่เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 ในส่วนกลางจำนวน 444 คน และใช้ตัวพยากรณ์ ดังนี้คือ แบบทดสอบสมรรถภาพสมองทางคำตัวเลข ภาษา ความจำ จักเข้าพวก อุปมาอุปไมย มีคีสัมพันธ์ และทักษะทางคำเป็นตัวพยากรณ์ และใช้ผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์ เป็นตัว เกณฑ์ ปรากฏว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พหุคูณของกลุ่มรวม เป็น 0.495 มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และจากการค้นหาตัวพยากรณ์ที่ดี ปรากฏว่า แบบทดสอบสมรรถภาพสมองทางคำตัวเลข มีคีสัมพันธ์ ภาษา อุปมา อุปไมย และความจำ เป็นตัวพยากรณ์ที่ดีในการพยากรณ์ผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ตามลำดับ

ในปี 2516 สุนันท์ ศลโกสุ่ม (2516:181) ได้ศึกษาการพยากรณ์ผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบสมรรถภาพสมองทางคำการจักอันกับ ซ้อนรูป ความสามารถในการอ่าน และ การปรัยตัว เป็นตัวพยากรณ์ พบว่าตัวพยากรณ์ที่ดีคือ การจักลำดับ ความสามารถในการอ่าน อุปมาอุปไมย และ ซ้อนรูป ตามลำดับ

ในปีต่อมา วิบูลย์ บุญสุวรรณ (2517:82) ได้ศึกษาเรื่อง การทำนายผลสัมฤทธิ์ประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูงกวยคะแนนสอบความถนัด และ ผลสัมฤทธิ์ประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา จากนักศึกษาวิทยาลัยครูนครสวรรค์ จำนวน 289 คน พบว่า ตัวทำนายที่มีประสิทธิภาพสูงสุกในการทำนายผลสัมฤทธิ์ประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูงวิชาเอกคณิตศาสตร์ คือ คะแนนจากแบบทดสอบความสามารถคณิตศาสตร์ ความเข้าใจภาษาอังกฤษ ผลสัมฤทธิ์ประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาหมวดวิชาภาษา

อังกฤษ บลสัมฤทธิ์ประกาศนียบัตรวิชาการศึกษามหาคณิตศาสตร์ และ บลสัมฤทธิ์  
รวมทุกวิชาตามหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา

ปี 2519 ต่าย เชียงฉวี (2519:69) ใ้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถ  
ภาพทางสมองบางประการกับบลสัมฤทธิ์ทางการ เรียบคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยม  
ศึกษาปีที่ 3 โดยใ้ให้นักเรียนในกรุงเทพมหานคร เป็นตัวอย่างประชากรจำนวน 318  
คน ใ้แบบทดสอบสมรรถภาพสมองจำนวน ทางภาษา เหตุผล มิตินสัมพันธ์  
ความจำ การรับรู้ทางสายตา เป็นตัวพยากรณ์ และบลสัมฤทธิ์ทางการ เรียบคณิตศาสตร์  
เป็นตัวเกณฑ์ ซึ่ง เมื่อศึกษาแล้วพบว่า ตัวพยากรณ์ที่ก็คือ สมรรถภาพสมองจำนวน  
เหตุผล ภาษา และ มิตินสัมพันธ์ ตามลำดับ

ปี 2521 สมถวิล แผลมลัก(2521:118) ใ้ทำการพัฒนาแบบสอบชุดความ  
ถนัดจำแนกงานเหตุผลเชิงถ้อยคำพบว่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนรวมของ  
แบบสอบชุดความถนัดจำแนกงานเหตุผลเชิงถ้อยคำ กับ บลสัมฤทธิ์ทางการ เรียบใน  
วิชาภาษาไทย ภาษาอังกฤษ สังคมศึกษา คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ของนักเรียน  
มัธยมศึกษาปีที่ 3 มีค่า 0.436 , 0.416 , 0.334 , และ 0.362 ตามลำดับ

ปี 2524 สุชาติ ชาญศิริวัฒนา (2524:19-20) ใ้ทำการศึกษาความ  
สามารถในการใ้เรียนและทฤษฎีบทในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่  
5 ที่เรียนคณิตศาสตร์สาย 1 ปีการศึกษา 2524 ของโรงเรียนรัฐบาลในจังหวัด -  
มหาสารคาม พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใ้เรียนและทฤษฎีบทในวิชา -  
คณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่าอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

และในปี 2524 จรรยา ภูอุคม (2524:49-51) ใ้ศึกษาเรื่อง ความ  
สัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และบลสัมฤทธิ์ทางการ เรียบ  
ของนักเรียนตามการประเมินของครู โดยใ้ตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยม



ศึกษาปีที่ 2 จำนวน 425 คน ในกรุงเทพมหานคร จำนวน 6 โรงเรียนพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ และสังคมศึกษาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเทพศิรินทร์วาส โรงเรียนวัดกษัตริย์วงศ์ โรงเรียนเบญจมราชูทิศ มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และโรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย โรงเรียนวัดประดู่ในทรงธรรม โรงเรียนสตรีศรีวัชรพงษ์ ไม่สามารถศึกษาความสัมพันธ์ได้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

#### งานวิจัยต่างประเทศ

ค.ศ. 1964 เมวิส คอทจลีย์ มาร์ติน (Mavis Doughlyly Martin 1964: 4547-4548) ศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจในการอ่าน เหตุผลเชิงถ้อยคำ และการคิดคำนวณเป็นองค์ประกอบของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า ความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำมีความสัมพันธ์กันทางบวกกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

ค.ศ. 1970 อาร์ โรแอน แมรี (R.Ryan Mary 1970 :1087) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับ ความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำของเด็ก โดยมีตัวอย่างประชากรจำนวน 152 คน ในระดับเกรด 5 ถึง เกรด 8 ซึ่งมีสถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคมในระดับกลาง ระดับสติปัญญา 100-125 โดยคัดเลือกนักเรียนแต่ละเกรดที่มีอายุใกล้เคียงกันเกรดละ 25 คน โดยให้เด็กตอบคำถามที่ตั้งไว้ 20 ข้อ เป็นรายบุคคล พบว่า คะแนนความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำจะเพิ่มขึ้นตามระดับอายุ และคะแนนความสามารถด้านเหตุผลเชิงถ้อยคำจะมีความแตกต่างกันในช่วงอายุระหว่าง 11-12 ปี โดยช่วงอายุนี้เป็นช่วงอายุที่คาบเกี่ยวระหว่างเด็กที่อยู่ในขั้นที่มีการคิดเชิงนามธรรม (Concrete reasoning) และขั้นที่มีการคิดเชิงเหตุผล (Formal reasoning) ซึ่งขอคนพบครั้งนี้สอดคล้องตามทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียร์เจต์

ปี ค.ศ. 1977 มาร์ลีน เอน ซายแคม และ เจ เฟรค วีเวอร์ (Marilyn N. Suydam and J. Fred Weaver 1977 : 42) ทำการรวบรวมงานวิจัยทางการศึกษาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มักกังวลสาเหตุต่าง ๆ ดังนี้

1. มีเหตุผลคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง
2. ขาดความรู้เกี่ยวกับหลักเกณฑ์ กฎ และกระบวนการต่าง ๆ
3. ขาดทักษะในการคิดคำนวณ
4. มีความเข้าใจ ข้อความหมายของคำศัพท์ไม่ถูกต้อง
5. ลมเหลวต่อการอ่าน เพื่อเก็บรายละเอียดต่าง ๆ

ในปี ค.ศ. 1978 มาดีเลน แอน เบตส์ (Madelain Ann Bates 1978: 2110-A) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับ ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการปฏิบัติการเกี่ยวกับพีชคณิต โดยศึกษาความสัมพันธ์ทางการเปลี่ยนแปลงของทักษะทางปัญญา และ การกระทำพื้นฐานในพีชคณิต และพื้นฐานจากทฤษฎีการพัฒนาทางปัญญาของเพียร์เจต์ ตัวอย่างประชากรคือ นักศึกษาจำนวน 165 คนที่ไคลองทะเล เบียนในวิชาพีชคณิตเบื้องต้นของวิทยาลัยชุมชนในเมืองนิวยอร์ก การสอนจะแบ่งการเรียนออกเป็น 4 หน่วย จะใช้เวลาในการสอนหน่วยละ 3 สัปดาห์ โดยทุกคนจะคงเรียนหน่วยที่ 1 ก่อน เมื่อผ่านการทดสอบจึงจะเรียนหน่วยที่ 2 , 3 และ 4 ตามลำดับ โดยจะมีการทดสอบทุกหน่วยการเรียน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางพีชคณิตมีความสัมพันธ์ กับ ความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และมีความสัมพันธ์ต่อความสามารถทางพุทธิปัญญาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และการให้เหตุผลที่เหมาะสมมีความสัมพันธ์กับการนำเสนอ เรื่องทางพีชคณิตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 การศึกษานี้พบว่า พีชคณิตไม่เป็นเพียงแคพื้นฐานทั่วไปของ เลขคณิตแคยัง เป็นส่วนสำคัญของพุทธิปัญญาของนักเรียนที่จะ เป็นแนวทางให้แก่ผู้สอนเลือกวิธีการสอนที่เหมาะสม

ในปีเดียวกัน เอวี่ลิน เซอร์รี่ ฟาวเลอร์ (Evelyn Cherry Fowler 1978: 2111-A) ได้ทำการศึกษาเรื่องปฏิริยาสัมพันธ์ระหว่างสภาพการณ์การแก้ปัญหา รูปแบบทางโครงสร้างคณิตศาสตร์ และความคิดแบบเอนกนัย (Divergent Thinking) ของนักเรียนมัธยมศึกษา เพื่อประเมินหลักสูตรระยะสั้นที่ใช้เวลา 3 สัปดาห์ 2 หลักสูตร ในโครงสร้างคณิตศาสตร์ที่รวมสถานการณ์การแก้ปัญหา เขาควยเพื่อประเมินวิธีสอน 2 แบบซึ่งต่างกันในด้านประสิทธิภาพในทักษะการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และทัศนคติต่อคณิตศาสตร์ เพื่อออกแบบบทนิยามทางคณิตศาสตร์อย่างมีความคล่อง ยืดหยุ่น และริเริ่ม ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะทางความคิดหลังจากที่ใ้รับนิยามทางคณิตศาสตร์ และ ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความคิดแบบเอนกนัย ทางการแก้ปัญหา เขาวิจัย และการจัดลำดับการสอนของครู โดยทำการทดลองกับนักเรียนจำนวน 50 คน แบ่งการสอนออกเป็นแบบเส้นตรง (linear) และ หมุนเวียน (spiral) ใช้สอน 15 ครั้ง ครั้งละ 1 ชั่วโมง 15 นาที นักเรียนจะถูกทดสอบก่อนและหลัง เรียนควยแบบทดสอบ 3 ชุด คือ การแก้โจทย์ปัญหา (The Situational Problem Solving Instrument) ภาพของคณิตศาสตร์ (View of Mathematics Inventory) ความคิดแบบเอนกนัย (The Experimental Item of Divergent Thinking)

ผลการศึกษาพบว่า หลักสูตรที่เน้นโครงสร้าง และการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กับนักเรียนที่เรียนควยวิธีการสอนทั้งสองแบบใกล้เคียงกันสูงกว่ากลุ่มควบคุม และการสอนแบบเส้นตรงนักเรียนจะใกล้เคียงกันสูงกว่ากลุ่มที่สอนโดยวิธีหมุนเวียน

และในปี ค.ศ. 1979 เวอร์จิเนีย ซู มาร์ราสกี (Virginia Sue Maraski 1979: 4104-A) ทำการศึกษาเกี่ยวกับ ตัวแปรสถานการณ์ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งใหญ่เรียนแสดงพฤติกรรมกรรมการอ่านที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งใหญ่เรียนแสดงพฤติกรรมโต้ตอบ และ อภิปรายโต้แย้งที่ โดยการศึกษาทักษะย่อย 5 ประเภทคือ การจำสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์โครงสร้าง การทำนายเหตุการณ์ หรือ เรื่องราวการวินิจฉัยอย่างมีเหตุผลและการคิดประเมินค่า กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนระดับเกรด 6 แยกเป็นกลุ่มทดลอง

13 คน กลุ่มควบคุม 13 คน เวลาในการทดลองสอน 5 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า การศึกษาย่อย 5 ประเภทดังกล่าว ทำให้นักเรียนในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.005



ศูนย์วิทยพัทธยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย