บทที่ 3

การวิเคราะห์ฮาร์โมนิค

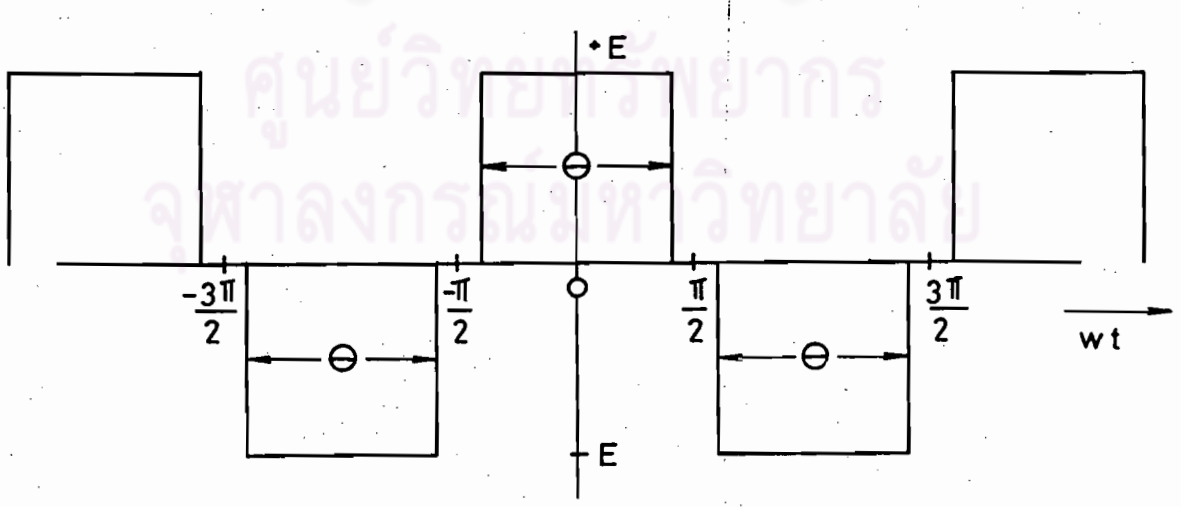
หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.1 คำนำ

ในบทนี้จะขอกล่าวถึงการวิเคราะห์ฮาร์โมนิคที่ประกอบอยู่ในรูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าออกของวงจรอินเวอร์เตอร์และวิธีการปรับปรุงรูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าออกของวงจรอินเวอร์เตอร์ เพื่อลดฮาร์โมนิคที่ประกอบอยู่ในรูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าลง ทำให้พลังงานสูญเสียที่เกิดจากฮาร์โมนิคลดลง

3.2 การวิเคราะห์ฮาร์โมนิค[6] (Harmonic Analysis)

รูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าสี่เหลี่ยมที่มีคาบเวลาแน่นอน สามารถกระจายให้อยู่ในรูปคลื่นไซน์ได้ดังนี้



รูปที่ 3.1 รูปคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีการลดช่วงกว้างของคลื่นเท่ากับ θ

$$v(wt) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \text{Cosn}wt + b_n \text{Sinn}wt)$$

เนื่องจาก $$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} v(wt)\text{Cosn}wt\,dwt$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} v(wt)\text{Sinn}wt\,dwt$$

จากรูป 3.9 จะเห็นได้ว่ารูปคลื่นเป็น Even Function

$$b_n = 0$$

และเนื่องจากรูปคลื่นแรงดันในครึ่งบวกและครึ่งลบ สมมาตรกัน

$$a_0 = 0$$

$$v(wt) = E_m \qquad -\theta/2 \leqslant wt \leqslant \theta/2$$

$$= 0 \qquad \theta/2 \leqslant wt \leqslant (\pi - \frac{\theta}{2})$$

$$a_n = \frac{4E_m}{\pi}\int_{0}^{\frac{\theta}{2}} \text{Cosn}wt\,dnwt$$

$$= \frac{4E_m}{n\pi}\text{Sinn}\frac{\theta}{2}$$

$$v_n = \sum_{n=1,3,5\ldots}^{\infty}\frac{4E_m}{n\pi}(\text{Sinn}\frac{\theta}{2})(\text{Cosn}wt) \ldots\ldots\ldots 3.1$$

โดยที่ $v(wt)$ = ค่าแรงดันชั่วขณะที่เวลา t ใด ๆ

E_m = ค่าสูงสุดของแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงที่ป้อนให้อินเวอร์เตอร์

θ = ความกว้างของรูปคลื่น (เรเดียน)

หรืออาจเขียนใหม่ได้ว่า

013357

$$v(wt) = v_1 Coswt + v_3 Cos3wt + v_5 Cos5wt + ... + v_n Cosnwt \quad ...3.2$$

จากสมการ 3.2 ผลรวมของแรงดันไฟฟ้าเฉลี่ย

$$V_{rms} = (V_{1(rms)}^2 + V_{3(rms)}^2 + V_{5(rms)}^2 + ... + V_{n(rms)}^2)^{1/2} \quad ....3.3$$

ในทำนองเดียวกัน ผลรวมของกระแสไฟฟ้าเฉลี่ย

$$I_{rms} = (I_{1(rms)}^2 + I_{3(rms)}^2 + I_{5(rms)}^2 + ... + I_{n(rms)}^2)^{1/2} \quad ....3.4$$

ดังนั้นผลรวมของกำลังไฟฟ้า[5]

$$\text{Total Power} = \sum_{n=1,3,5.}^{\infty} (V_{n(rms)} \times I_{n(rms)} \times Cos\phi_n) \quad .....3.5$$

ϕ_n = เป็นมุมเฟสระหว่างแรงดันกับกระแสไฟฟ้าที่ฮาร์โมนิค n ฮาร์โมนิคที่ประกอบอยู่ในรูปคลื่นต่าง ๆ สามารถเขียนในรูปของ % Total Harmonic distortion ได้ดังนี้

$$\% \text{ Total Harmonic distortion} = (V_{3(rms)}^2 + V_{5(rms)}^2 + V_{7(rms)}^2 ..... + V_{n(rms)}^2)^{1/2} 100 \quad ...3.6$$

$$= \left(\frac{V_{n(rms)}^2}{V_{1(rms)}^2} - 1\right) \times 100 \quad ....3.7$$

3.3 วิธีการปรับปรุงรูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าออกของวงจรอินเวอร์เตอร์ให้ใกล้เคียงรูปคลื่นไซน์[6]

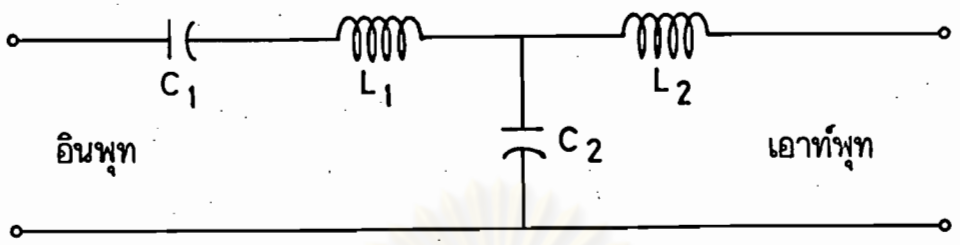
อินเวอร์เตอร์ส่วนมาก จะให้รูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าออกเป็นรูปคลื่นสี่เหลี่ยมทั้งนี้เนื่องจากการสวิชชิ่งของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ ในช่วงการเปลี่ยนแปลงของขบวนการจากบวกเป็นลบหรือจากลบเป็นบวก เมื่อป้อนแรงดันรูปคลื่นสี่เหลี่ยมให้แก่โหลดจำพวกมอเตอร์ หม้อแปลง จะก่อให้เกิดกำลังสูญเสียเนื่องจากฮาร์โมนิคที่ประกอบอยู่ ทำให้ประสิทธิภาพของอินเวอร์เตอร์ต่ำโดยทั่ว ๆ ไปอินเวอร์เตอร์ที่นำมาใช้งาน จะกำหนดขนาดของฮาร์โมนิค ไม่เกิน 5 % ของขนาดความถี่มาตรฐานและฮาร์โมนิครวมทั้งหมดไม่เกิน 10 % [4] วิธีการปรับปรุงรูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าออกของอินเวอร์เตอร์ แบ่งออกได้ดังนี้.

3.3.1 วงจรเรโซแนนซ์ของโหลด

วงจรอินเวอร์เตอร์คลาส A ซึ่งต่อ LC อนุกรมกับโหลด ในการคอมมิวเตตไทรีสเตอร์ให้หยุดนำกระแส วงจร LC จะก่อให้เกิดรูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าออกเป็นรูปคลื่นไซน์ในกรณีที่อินเวอร์เตอร์ทำงานในย่านความถี่เรโซแนนซ์ อย่างไรก็ตามวงจรอินเวอร์เตอร์นี้ จะถูกจำกัดให้ทำงานในย่านความถี่เรโซแนนซ์เท่านั้น

3.3.2 การลดฮาร์โมนิคด้วยวงจรกรองคลื่น

จุดประสงค์ของการใส่วงจรกรองคลื่น ก็เพื่อลดขนาดของฮาร์โมนิคโดยการต่อขนานเพื่อลดฮาร์โมนิคของกระแสและต่ออนุกรมเพื่อลดฮาร์โมนิคของแรงดันในการกำจัดหรือลดฮาร์โมนิคความถี่ต่ำ ขนาดของวงจรกรองคลื่นจะมีขนาดใหญ่ ดังนั้นการลดฮาร์โมนิคความถี่ต่ำจะใช้วิธีอื่น ส่วนฮาร์โมนิคความถี่สูงจะใช้วงจรกรองคลื่น ซึ่งจะทำได้ง่ายตัวอย่างวงจรกรองคลื่นได้แก่ Ott Filter ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 วงจร Ott Filter

เมื่อโหลดอิมพีแดนซ์ $Z_L = \sqrt{R_L^2 + X_L^2}$

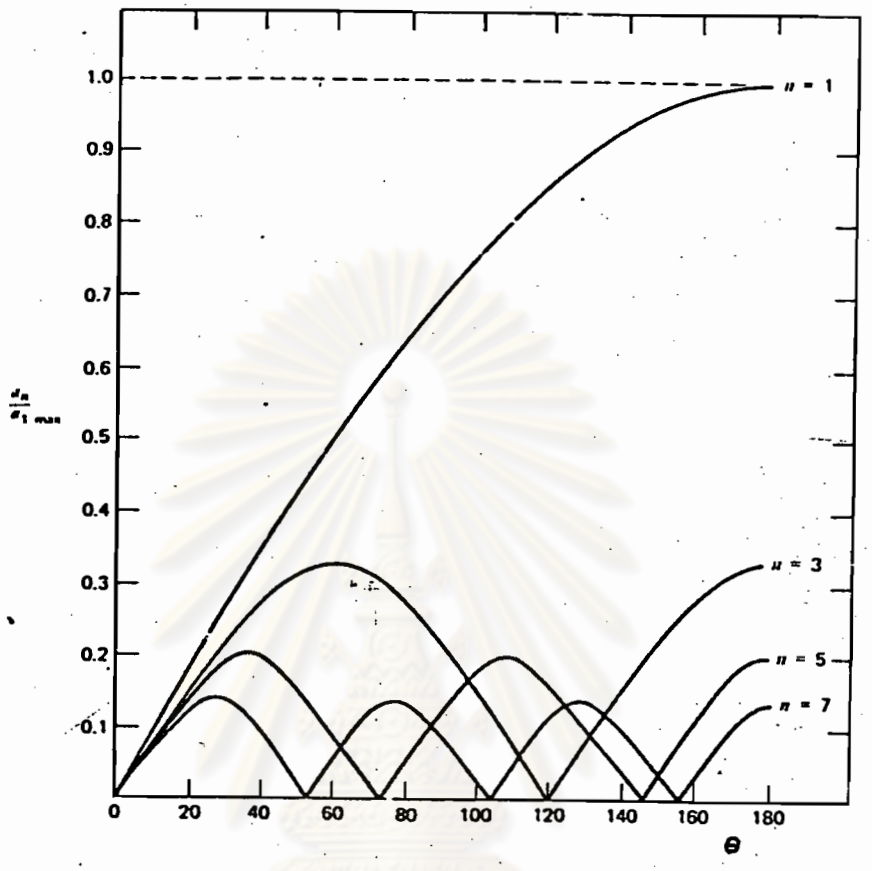
ดังนั้นในการออกแบบ อิมพีแดนซ์ของวงจรกรองคลื่น $Z_D \ll \left|\frac{Z_L}{2}\right|$

3.3.3 การลดฮาร์โมนิคด้วยพัลสวิดธ์มอดูเลท

ในช่วงการทำงานของวงจรอินเวอร์เตอร์ในแต่ละครึ่งไซเคิล ถ้าน้อยกว่า 180° จะทำให้ฮาร์โมนิคลดลง จากสมการ 3.1 ถ้าความกว้างของพัลส เท่ากับ 120° จะทำให้ฮาร์โมนิคที่สามมีค่าเป็นศูนย์ รูปที่ 3.3 แสดงผลของความกว้างของพัลสที่มีต่อฮาร์โมนิคในรูปคลื่นสี่เหลี่ยม

โดยที่ $a_n = \frac{4E_m}{n\pi}\left(\sin n\frac{\theta}{2}\right)$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.3 แสดงฮาร์โมนิคที่ประกอบอยู่ในรูปคลื่นสี่เหลี่ยม
ที่มีความกว้างของพัลสขนาดต่าง ๆ จากสมการ 3.1

3.3.4 Multiple Pulse Modulation[6]

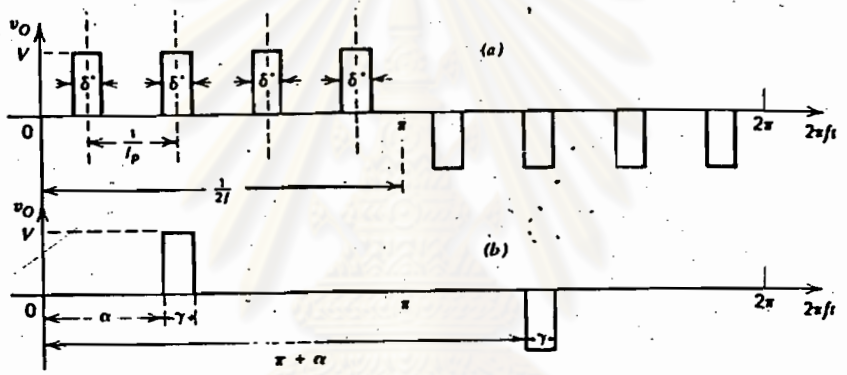
การลดฮาร์โมนิคด้วยวิธี ให้ไทรีสเตอร์นำกระแสและหยุดนำกระแสในวงจรอินเวอร์เตอร์หลาย ๆ ครั้งในครึ่งไซเคิลจะก่อให้เกิดพัลสหลายพัลสในแต่ละครึ่งไซน์เคิลก่อนที่จะจุดฉนวนในครึ่งไซน์เคิลต่อไป ดังรูปที่ 3.4 การที่มีพัลสหลาย พัลสในครึ่งไซน์เคิลจะลดฮาร์โมนิคที่สามลง ดังรูปที่ 3.5 อย่างไรก็ตามจำนวนพัลส จะถูกจำกัดด้วยช่วงเวลาการหยุดนำกระแสของไทรีสเตอร์และพลังงานสูญเสียเนื่องจากการสวิชชิ่งปิดและเปิดวงจร

จำนวนพัลสต่อครึ่งไซน์เคิล $N = \frac{f_p}{2f}$

โดยที่ f_p เป็นความถี่ของพลัสต่อวินาทีและ $f = 1/T$ เป็นความถี่ของแรงดันไฟฟ้าออก สำหรับการเปลี่ยนขนาดแรงดันไฟฟ้าออกจากศูนย์ไปจนถึงค่าสูงสุดจะทำได้โดยการปรับความกว้างของพัลส δ^* ในช่วง $0 \leqslant \delta^* \leqslant \frac{\pi}{N}$ จากรูปที่ 3.4 จะหาขนาดของตัวประกอบ a_n และ b_n [6] ได้ว่า

$$a_n = \frac{2V}{n\pi}(\cos\alpha - \cos n(\alpha + \gamma)) \quad \ldots\ldots\ldots v$$

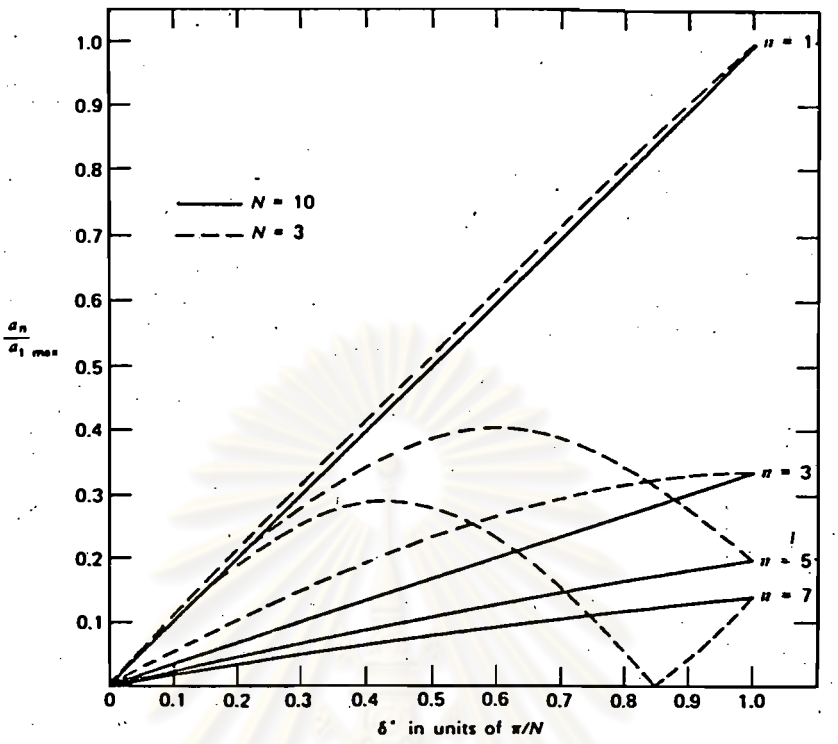
$$b_n = \frac{2V}{n\pi}(\sin(\alpha + \gamma) - \sin n\alpha) \quad \ldots\ldots\ldots v$$



รูปที่ 3.4 รูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าออกที่ประกอบด้วยพัลส์หลายพัลส์ในครึ่งไซเคิล

จากรูปที่ 3.5 จะแสดงอัตราส่วนระหว่าง a_n เทียบกับความกว้างของพัลส δ^* ที่มีจำนวนพัลส N = 3 และ N =10

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

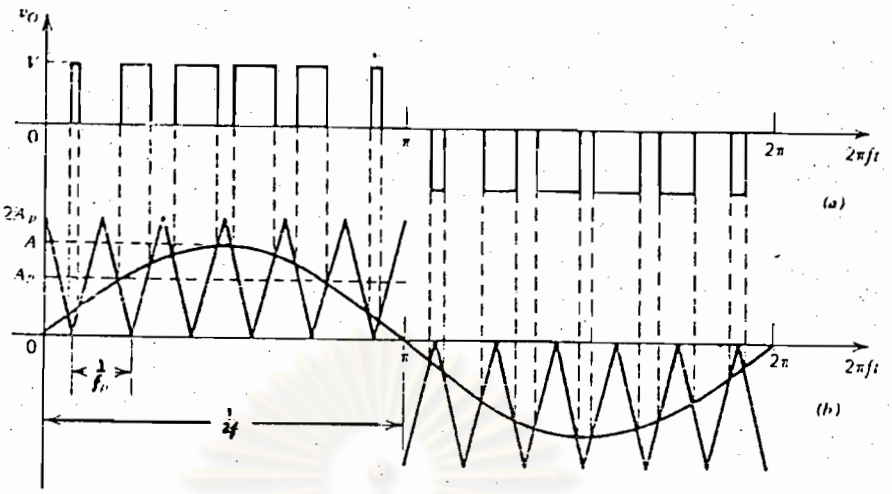


รูปที่ 3.5 ฮาร์โมนิคที่ประกอบอยู่ในรูปคลื่นแรงดันรูปที่ 3.4

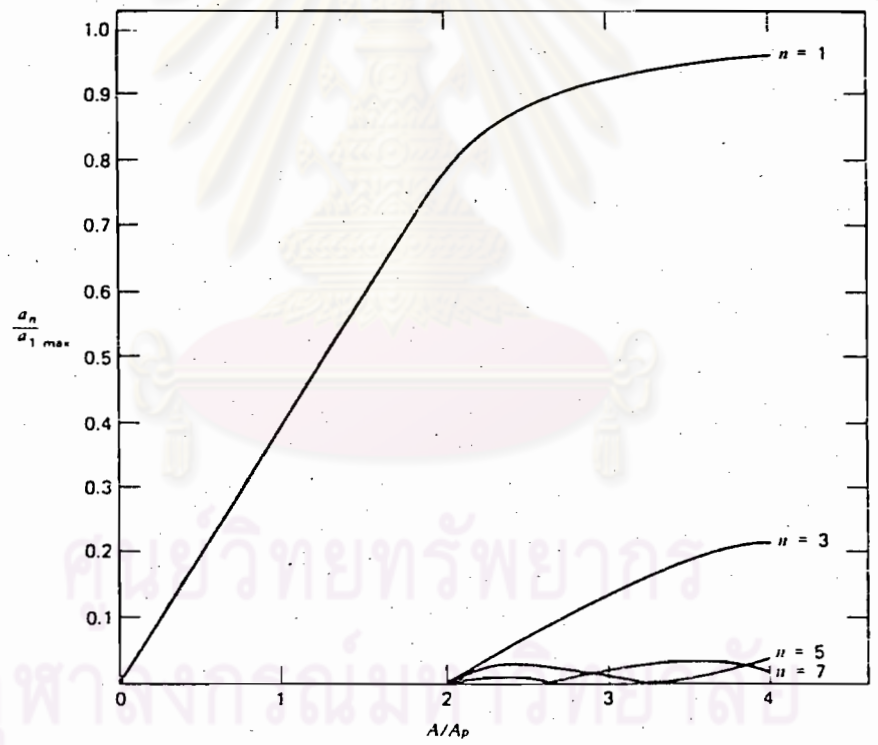
ในวิธีการนี้ ถ้าความกว้างของพัลสเป็นฟังชั่นของตำแหน่งของมุมของรูปคลื่นไซน์จะเรียกว่า Sinusoidal Pulse Modulation วิธีการกำหนดตำแหน่งและความกว้างของพัลส แสดงไว้ในรูปที่ 3.6 ซึ่งจะต้องสัมพันธ์กับการควบคุมการนำกระแสไทรีสเตอร์และการคอมมิวเตตไทรีสเตอร์ของวงจรอินเวอร์เตอร์ให้ได้รูปคลื่นพัลสตามกำหนด

ถ้ากำหนดให้จำนวนพัลสต่อครึ่งไซน์เคิล ; $N = \frac{f_p}{2f}$

การปรับแรงดันไฟฟ้าออกทำได้โดยการเปลี่ยนขนาดของ A ในช่วง $0 \leqslant A \leqslant A_{max}$ โดยที่ $A_{max} > 2A_p$ แต่ถ้าค่า A_{max} มีค่าสูงมาก ๆ จะทำให้รูปคลื่นแรงดันไฟฟ้าออกเป็นรูปคลื่นสี่เหลี่ยม รูปที่ 3.7 จะแสดงอัตราส่วน $\frac{a_n}{a_{1\,max}}$ เทียบกับฟังชั่นของ A/A_p เมื่อ N = 10



รูปที่ 3.6 รูปคลื่นแรงดันไฟฟ้ากับรูปคลื่นแรงดัน Sinusoidal Pulse



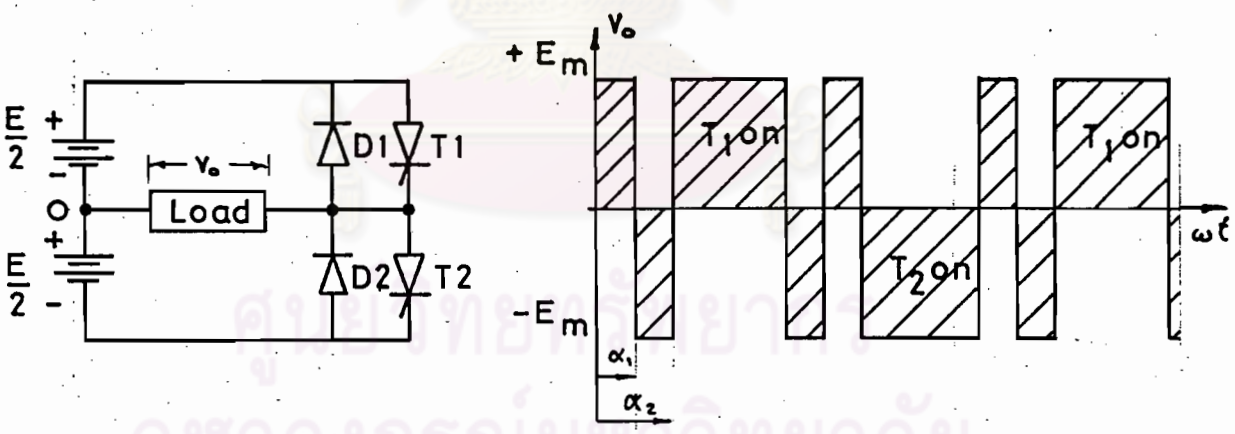
รูปที่ 3.7 แสดงฮาร์โมนิคที่ประกอบอยู่ในรูปคลื่นของแรงดันจากรูปที่ 3.6
กรณี N = 10

รูปที่ 3.7 จะแสดงฮาร์โมนิคที่ประกอบอยู่ในรูปคลื่นแรงดันตามรูปที่ 3.6 กรณีจำนวนพัลสในครึ่งไซน์เคิลเท่ากับสิบพัลส โดยสัญญาณจุดชนวนจะได้จากการบวกระหว่างสัญญาณไซน์กับสัญญาณสามเหลี่ยมในวงจรเปรียบเทียบสัญญาณใน

แต่ละครึ่งไซน์เคิล เพื่อเอาไปจุดชนวนไทรีสเตอร์ การปรับจำนวนพัลสโดยการปรับขนาดความสูง(Amplitude)และความถี่ของสัญญาณไซน์ โดยทั่ว ๆ ไปในทางปฏิบัติ จำนวนพัลสในแต่ละครึ่งไซน์เคิลจะเท่ากับ 6 พัลส

3.3.5 การเลือกที่จะลดฮาร์โมนิคที่ความถี่ต่าง ๆ

วงจรอินเวอร์เตอร์ที่มีรูปคลื่นแรงดันออกเป็นรูปคลื่นสี่เหลี่ยมโดยมีความกว้างของรูปคลื่นเท่ากับ 180° จะประกอบด้วยฮาร์โมนิคที่สาม 33.3 % และฮาร์โมนิคที่ห้า 20 % ฮาร์โมนิคที่เจ็ด 14.3 % การลดฮาร์โมนิคที่สามและห้าด้วยวงจรกรองคลื่นทำได้ยากและต้องใช้วงจรกรองคลื่นขนาดใหญ่ ดังนั้นจึงต้องลดฮาร์โมนิคที่สามและที่ห้าด้วยวิธีอื่น โดยการให้ไทรีสเตอร์นำและหยุดนำกระแสสลับกันหลาย ๆ ครั้งในแต่ละครึ่งไซเคิล ดังแสดงในรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 แสดงการนำและหยุดนำกระแสไทรีสเตอร์ เพื่อลดฮาร์โมนิคที่ 3 และที่ 5

รูปคลื่นแรงดันออกของวงจรอินเวอร์เตอร์ จะมี 4 พัลสต่อครึ่งไซเคิล

$$v_o = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin nwt \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 3.8$$

$$a_n = \frac{4E_m}{2\pi}\left(\int_0^{\alpha_1} \sin nwt\,dwt - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin nwt\,dwt + \int_{\alpha_2}^{\pi} \sin nwt\,dwt\right)$$

$$= \frac{4E_m}{2\pi}\left(\frac{1 - 2\cos n\alpha_1 + 2\cos n\alpha_2}{n}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots 3.9$$

ขนาดความสูงของฮาร์โมนิคที่ 3 (Amplitude of Harmonic #3)

$$a_3 = \frac{4E_m}{2\pi}\left(\frac{1 - 2\cos 3\alpha_1 + 2\cos 3\alpha_2}{3}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots 3.10$$

และฮาร์โมนิคที่ 5

$$a_5 = \frac{4E_m}{2\pi}\left(\frac{1 - 2\cos 5\alpha_1 + 2\cos 5\alpha_2}{5}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots 3.11$$

ถ้าให้ฮาร์โมนิคที่ 3 และที่ 5 มีค่าเป็นศูนย์

$$a_3 = a_5 = 0$$

นั้นคือ $1 - 2\cos 3\alpha_1 + 2\cos 3\alpha_2 = 0 \qquad \ldots\ldots\ldots 3.12$

$$1 - 2\cos 5\alpha_1 + 2\cos 5\alpha_2 = 0 \qquad \ldots\ldots\ldots 3.13$$

จากสมการทั้งสอง จะได้ว่า $\alpha_1 = 23.26^\circ$; $\alpha_2 = 33.30^\circ$

ในกรณีนี้ Amplitude ของความถี่พื้นฐานของแรงดันจะมีค่าลดลงเหลือ 0.839 ของ $a_{1(max)}$ ซึ่งจะเห็นได้ว่าแรงดันไฟฟ้าออกของอินเวอร์เตอร์จะลดลง 16 %

3.3.6 การลดฮาร์โมนิคด้วยการต่อหม้อแปลง

แรงดันไฟฟ้าออกของวงจรอินเวอร์เตอร์ที่เหมือนกันตั้งแต่ 2 วงจรขึ้นไป สามารถที่จะนำมาบวกกันด้วยหลักการใช้หม้อแปลง ผลของแรงดันที่ออกจากหม้อแปลง จะลดฮาร์โมนิคที่ประกอบอยู่ในรูปคลื่นแรงดันแต่ละรูปคลื่นลง จากรูปที่ 3.9 ถ้าแรงดันของอินเวอร์เตอร์ทั้งสองมีเฟสต่างกัน 60° จะทำให้ฮาร์โมนิคที่ 3 ของแรงดันที่ออกจากหม้อแปลงมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$v_1 = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{4E_m}{n\pi} \cdot Cosnwt \qquad .....3.14$$

$$v_2 = \sum_{n=1,3,5..}^{\infty} \frac{4E_m}{n\pi} \cdot Cos(wt - \theta) \qquad .....3.15$$

$$v_o = v_1 + v_2$$

$$= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{8E_m}{n\pi} Cos\frac{n\theta}{2} Cosn(wt - \frac{\pi}{2}) \qquad .....3.16$$

จากสมการ 3.16 ถ้าเลื่อนเฟส θ เพื่อลดฮาร์โมนิคที่ 3 ให้เป็นศูนย์จะได้ว่า

$$Cos3\theta = 0 = Cos\frac{\pi}{2}$$

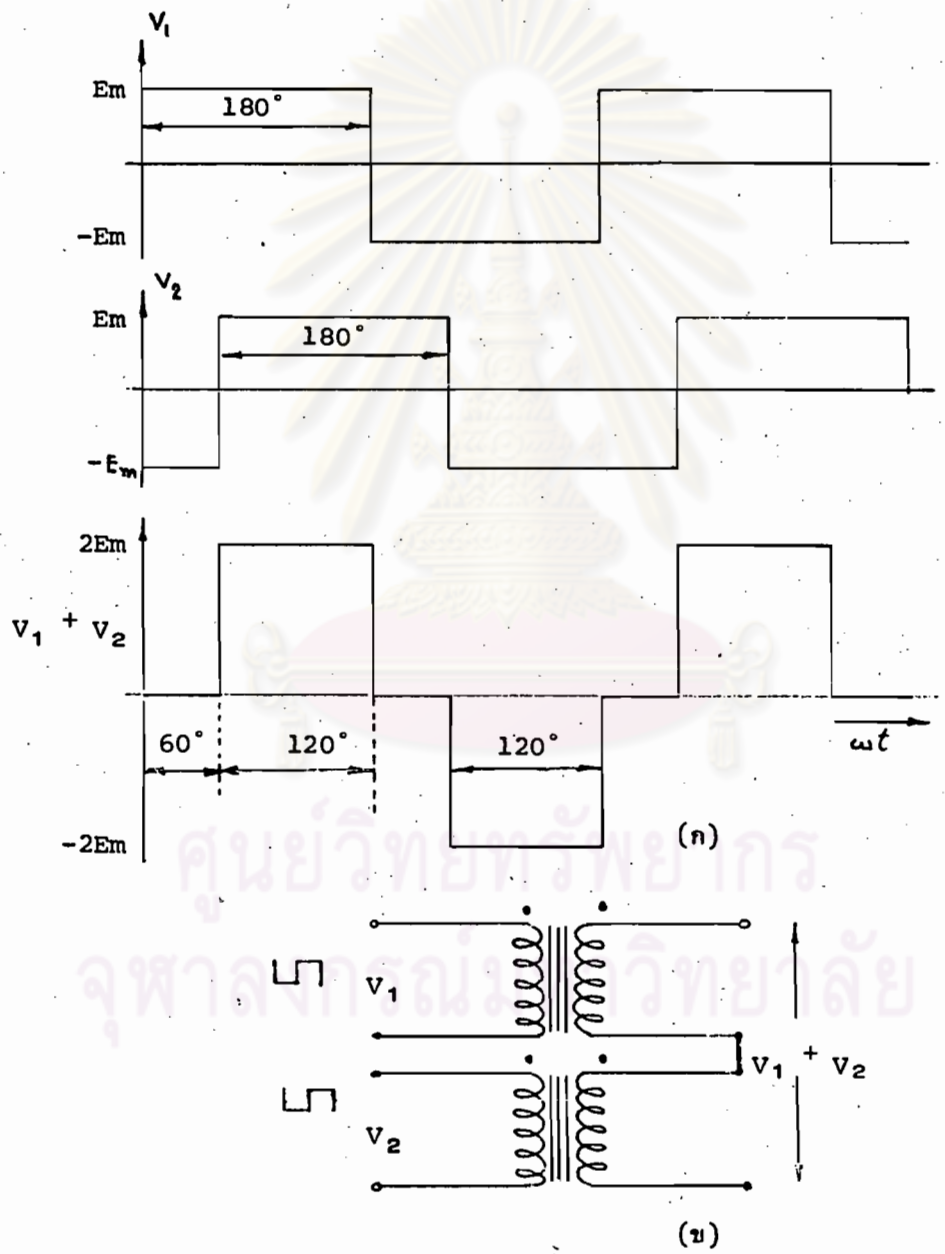
$$\frac{3\theta}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \quad \text{หรือ } 60^{\circ}$$

ถ้าต้องการลดฮาร์โมนิคที่ 3 และฮาร์โมนิคที่ 5 สามารถทำได้โดยให้รูปคลื่นแรงดันของวงจรอินเวอร์เตอร์แต่ละชุด มีความกว้างของพัลส์ในช่วงการนำกระแสเท่ากับ 120° ซึ่งจะลดฮาร์โมนิคที่ 3 ลงเป็นศูนย์และให้เฟสต่างกัน $\frac{\pi}{5}$ (36°) จะลดฮาร์โมนิคที่ 5 ลงเป็นศูนย์ ดังรูปที่ 3.10

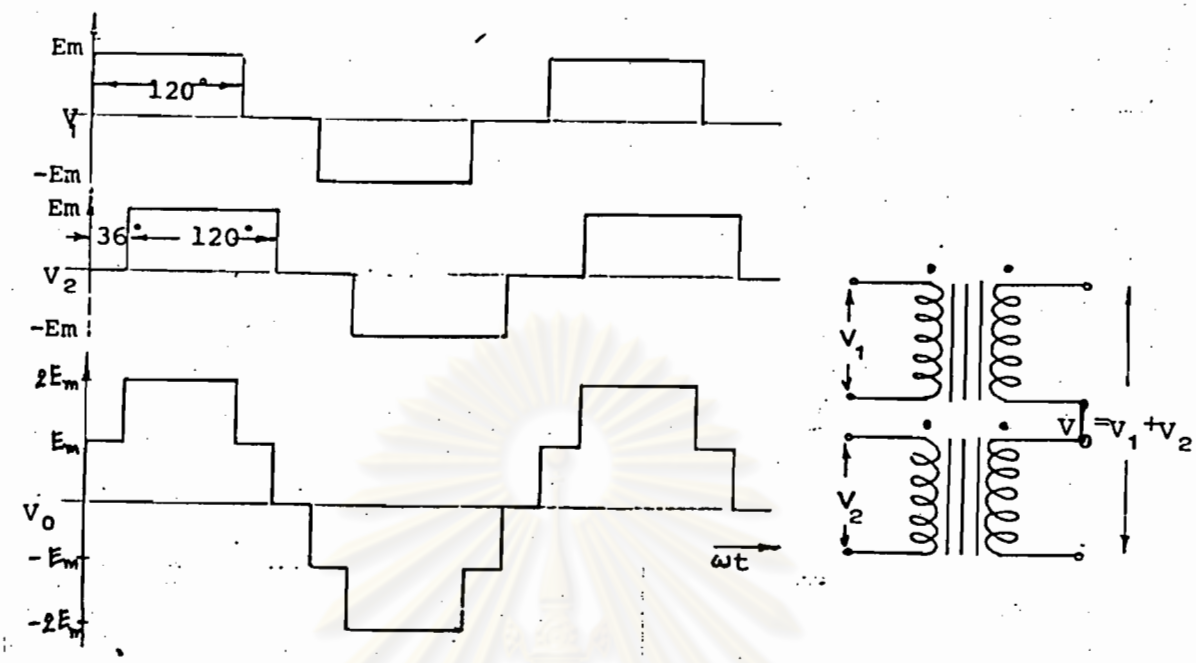
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อีกวิธีหนึ่งในการลดฮาร์โมนิค เพื่อให้ได้รูปคลื่นแรงดันออกเป็นรูปคลื่นไซน์โดยการเพิ่มจำนวนขั้นในแต่ละครึ่งไซเคิล โดยการต่อหม้อแปลงหลาย ๆ แท็ป ดังรูปที่ 3.11



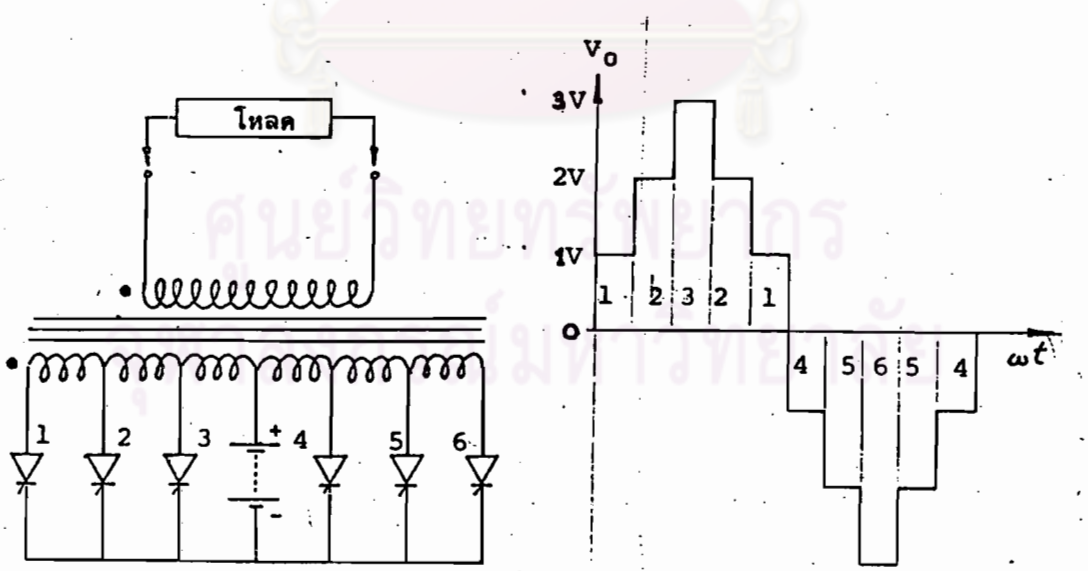
รูปที่ 3.9 ก) การลดฮาร์โมนิคที่ 3 โดยการต่อหม้อแปลง

ข) รูปลักษณะการต่อหม้อแปลง



รูปที่ 3.10 ก) การลดฮาร์โมนิคที่ 3 และที่ 5 โดยการปรับความกว้างของพัลส์และเลื่อนเฟสให้ต่างกันแล้วต่อกับหม้อแปลง

ข) ลักษณะการต่อหม้อแปลง



รูปที่ 3.11 แสดงรูปคลื่นของแรงดันไฟฟ้าออก 10 ขั้นบันได โดยการต่อหม้อแปลงหลาย ๆ แท็ป