บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ฟังค์ชั่นตรีโกณมิติ" สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยเป็นขั้น ๆ ดังนี้

1. ศึกษาเทคนิคและวิธีการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม

ผู้วิจัยได้ศึกษาเทคนิคและวิธีการเขียนบทเรียนแบบโปรแกรมจากหนังสือหลายเล่ม และจากการทดลองสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรง ในการศึกษาวิชามูลสารการวิจัยทางพฤติกรรม (Fundamental of Behavioral Research) หลังจากได้ศึกษาอย่างละเอียดแล้ว ผู้วิจัยจึงได้ตัดสินใจเลือกสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรง ในเนื้อหาที่กำหนดไว้ ทั้งนี้เพราะบทเรียนแบบโปรคแกรมชนิดเส้นตรงเป็นบทเรียนที่นิยมกันมากที่สุด ใช้ง่ายที่สุด และมีวิธีการไม่ยุ่งยาก เหมาะสมกับนักเรียนไทยซึ่งยังไม่คุ้นเคยกับบทเรียนแบบโปรแกรมและเหตุผลที่สำคัญอีกอย่างคือ ยังไม่มีตำราบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องฟังค์ชั่นตรีโกณมิติที่เป็นภาษาไทยมาก่อน

2. ศึกษาเนื้อหาวิชาเรื่อง ฟังค์ชั่นตรีโกณมิติ

ผู้วิจัยได้ศึกษาเนื้อหาและวิธีสอนเกี่ยวกับเรื่องฟังค์ชั่นตรีโกณมิติจากหนังสือหลาย ๆ เล่ม ทั้งที่เป็นภาษาไทยและภาษาต่างประเทศ โดยยึดตามหลักสูตรของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี นอกจากนี้ยังได้รับคำแนะนำจากอาจารย์ผู้ควบคุมการวิจัยเป็นอย่างดี

3. กำหนดวัตถุประสงค์ทั่วไปและวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อได้ขอบเขตของเนื้อหาแล้ว ผู้วิจัยได้เรียงลำดับเนื้อหาตามความเหมาะสม หลังจากนั้นก็ได้กำหนดวัตถุประสงค์ทั่วไป และวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมขึ้น ตามขอบเขตของเนื้อหาที่ได้กำหนดไว้

วัตถุประสงค์ทั่วไป และวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมเรื่องฟังก์ชั่นตรีโกณมิติที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นมีดังนี้

1. เพื่อให้นักเรียนรู้จักวงกลมหนึ่งหน่วย (Unit Circle)

1.1 นักเรียนสามารถสรุปได้ว่าลักษณะของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ

ก. มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0,0) และมีรัศมียาว 1 หน่วย

ข. เส้นรอบวงยาว 2π หน่วย

ค. เส้นรอบวงตัดแกน X ที่จุด (1,0) และ (- 1,0)

ง. เส้นรอบวงตัดแกน Y ที่จุด (0, 1) และ (0, -1)

จ. มีแกน X และแกน Y เป็นแกนสมมาตร

ฉ. ความสัมพันธ์ $\left\{(x,y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 = 1\right\}$

(ก. 26) (แบบสอบข้อ 2)

1.2 ถ้ากำหนดให้จุด (x, y) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย นักเรียนสามารถบอกได้ว่า $x^2 + y^2 = 1$ (ก. 14 - 17) (แบบสอบ ข้อ 1, 3)

1.3 ที่จุด (x, y) บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ถ้ากำหนดค่าของ x หรือ y นักเรียนสามารถหาค่าที่เหลือได้โดยใช้ความสัมพันธ์ $x^2 + y^2 = 1$ (ก. 18 - 19) (แบบสอบข้อ 4)

2. เพื่อให้นักเรียนรู้จักการแทนจำนวนจริงด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย

2.1 ถ้ากำหนดให้ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า

ก. การแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือการวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด (1, 0) ให้ส่วนโค้งยาว θ หน่วย (ก. 34)

ข. ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก ต้องแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยซึ่งวัดทวนเข็มนาฬิกา (ก. 37)

ค. ถ้า θ เป็นจำนวนจริงลบ ต้องแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยซึ่งวัดตามเข็มนาฬิกา (ก. 37)

ง. ถ้า $|\theta| = 2\pi$ แล้วจะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ยาวเท่ากับ 1 รอบ (ก. 40)

จ. ถ้า $|\theta| < 2\pi$ แล้วจะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ยาวน้อยกว่า 1 รอบ (ก. 41)

ฉ. ถ้า $|\theta| > 2\pi$ แล้วจะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาวมากกว่า 1 รอบ (ก. 41)

2.2 ถ้าแทนจำนวนจริง θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย นักเรียนสามารถบอกได้ว่าจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ คือ จุดปลายของส่วนโค้งที่ยาว θ หน่วย (ก. 47)

2.3 ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า จำนวนจริงที่มีจุดปลายความยาวส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกันกับ θ เมื่อแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยคือ จำนวนจริง $n(2\pi)+\theta$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก (ก. 5)(แบบสอบข้อ 5)

2.4 ถ้า θ เป็นจำนวนจริงลบ นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า จำนวนจริงที่มีจุดปลายความส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกันกับ θ เมื่อแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ จำนวนจริง $n(-2\pi) + \theta$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก (ก. 59)

2.5 นักเรียนสามารถสร้างรูปแสดงการแทนจำนวนจริง $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ และ 2π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ได้ (ก. 67, 72, 78, 83,89) (แบบสอบข้อ 6)

2.6 ถ้าแทนจำนวนจริง θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย นักเรียนสามารถบอกได้ว่า จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่เท่าไร (ก. 73 - 75) (แบบสอบข้อ 11)

2.7 นักเรียนสามารถบอกโคออร์ดิเนตของจุดปลายความส่วนโค้งของ $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ และ 2π เมื่อแทนจำนวนจริงเหล่านี้ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยได้ (ก. 77, 95) (แบบสอบข้อ 7 - 10)

3. เพื่อให้นักเรียนรู้จักฟังค์ชั่นซายน์และฟังค์ชั่นโคซายน์

3.1 ถ้า θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ มีโคออร์ดิเนตเป็น (x,y) นักเรียนสามารถบอกได้ว่า

ก. ฟังค์ชั่น sine คือเซ็ตของคู่ลำดับ (θ, y)

ข. ฟังค์ชั่น cosine คือเซ็ตของคู่ลำดับ (θ, x)

(ก.101)

3.2 นักเรียนสามารถบอกได้ว่า

ก. ถ้า (θ,y) อยู่ใน sine เขียนแทนด้วย sine $\theta = y$ หรือเขียนสั้น ๆ ว่า $\sin \theta = y$

ข. ถ้า (θ,x) อยู่ใน cosine เขียนแทนด้วย cosine $\theta = x$ หรือเขียนสั้น ๆ ว่า $\cos \theta = x$

(ก.107)

3.3 นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า

ก. โดเมนต์ของฟังค์ชั่นซายน์และฟังค์ชั่นโคซายน์คือเซ็ตของจำนวนจริง

ข. เรนจ์ของฟังค์ชั่นซายน์และฟังค์ชั่นโคซายน์คือจำนวนจริงที่มีค่าระหว่าง 1 ถึง -1 (ก.106) (แบบสอบข้อ 14)

3.4 ถ้า θ เป็นจำนวนจริง ซึ่งมี (x, y) เป็นโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ เมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย นักเรียนสามารถบอกได้ว่า $\sin \theta = y$ และ $\cos \theta = x$ (ก.110) (แบบสอบข้อ 12)

3.5 ถ้าแทนจำนวนจริง α และ θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ α และ θ เป็นจุดเดียวกัน นักเรียนสามารถบอกได้ว่า

$\sin \theta = \sin \alpha$ และ $\cos \theta = \cos \alpha$

(ก.116 - 118) (แบบสอบข้อ 50)

3.6 ถ้า θ เป็นจำนวนจริง และแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า

ก. ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งอยู่ในควอดรันต์ที่ 1 แล้ว sine θ มีเครื่องหมายบวก และ cos θ มีเครื่องหมายบวก

ข. ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งอยู่ในควอดรันต์ที่ 2 แล้ว sine θ มีเครื่องหมายบวก และ cos θ มีเครื่องหมายลบ

ค. ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งอยู่ในควอดรันต์ที่ 3 แล้วsine θ มีเครื่องหมายลบ และ cos θ มีเครื่องหมายลบ

ง. ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งอยู่ในควอดรันต์ที่ 4 แล้ว sine θ มีเครื่องหมายลบ และ cos θ มีเครื่องหมายบวก (ก.123) (แบบสอบข้อ 13)

3.7 นักเรียนสามารถบอกความแตกต่างระหว่าง $\cos^2\theta$ และ $\cos\theta^2$ ได้ว่า $\cos^2\theta$ หมายถึง $(\cos\theta)^2$ หรือ$(\cos\theta)(\cos\theta)$ ส่วน $\cos\theta^2$ หมายถึงcosine ของจำนวนจริง θ^2

(ก.127 - 128)

3.8 นักเรียนสามารถบอกความแตกต่างระหว่าง $\sin^2\theta$ และ $\sin\theta^2$ ได้ว่า $\sin^2\theta$ หมายถึง $(\sin\theta)^2$ หรือ $(\sin\theta)$. $(\sin\theta)$ ส่วน $\sin\theta^2$ หมายถึง **sine** ของจำนวนจริงθ^2 (ก.129 - 130)

3.9 นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างฟังค์ชั่นซายน์และฟังค์ชั่นโคซายน์ได้คือ $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ (ก.132) (แบบสอบข้อ 16)

3.10 ถ้ากำหนดค่า $\sin\theta$ หรือ $\cos\theta$ ให้ นักเรียนสามารถหาค่าของฟังค์ชั่นที่เหลือได้โดยใช้ความสัมพันธ์ $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

(ก.133 - 136) (แบบสอบข้อ 15)

4. เพื่อให้นักเรียนรู้จักการใช้วงกลมหนึ่งหน่วยหาค่าฟังก์ชั่นซายน์และฟังก์ชั่นโคซายน์ของจำนวนจริง $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ และ 2π

   4.1 นักเรียนสามารถบอกค่าฟังก์ชั่นซายน์และฟังก์ชั่นโคยซายน์ของ $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ และ 2π ได้ โดยการแทนจำนวนจริงเหล่านี้ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย (ก. 138 - 142, 144 - 146)

   4.2 นักเรียนสามารถสรุปค่าฟังก์ชั่นซายน์และฟังก์ชั่นโคซายน์ของ $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ และ 2π ได้ (ก.143, 147) (แบบสอบข้อ 17 - 21)

   4.3 นักเรียนสามารถหาค่าของจำนวนซึ่งประกอบด้วยฟังก์ชั่นซายน์และฟังก์ชั่นโคซายน์ของ $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ หรือ 2π ได้ (ก.148 - 150) (แบบสอบข้อ 22)

5. เพื่อให้นักเรียนรู้จักการแสดงค่าฟังก์ชั่นซายน์และฟังก์ชั่นโคซายน์ของจำนวนจริงใด ๆ ในเทอมของค่าของฟังก์ชั่นของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$

   5.1 ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก นักเรียนสามารถสรุปโดยใช้คุณสมบัติสมมาตรของวงกลมหนึ่งหน่วยได้ว่า

   ก. $-\theta$ เป็นจำนวนจริงลบ

   ข. $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ และ

   $\cos(-\theta) = \cos\theta$ (ก.155) (แบบสอบข้อ 23)

   5.2 ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก และนักเรียนรู้ค่าของ $\sin\theta$ หรือ $\cos\theta$ นักเรียนสามารถบอกค่าของ $\sin(-\theta)$ หรือ $\cos(-\theta)$ ได้ (ก.157 - 158) (แบบสอบข้อ 27)

   5.3 ถ้า θ เป็นจำนวนจริงซึ่ง $\theta > 2\pi$ นักเรียนสามารถบอกได้ว่า

   ก. $\theta = n(2\pi) + \alpha$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ $0 \leq \alpha < 2\pi$

ข. $\sin \theta = \sin \alpha$ และ

$\cos \theta = \cos \alpha$ (ก.161)

5.4 ให้ θ เป็นจำนวนจริงซึ่ง $\theta > 2\pi$ และ $\theta = n(2\pi) + \alpha$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ $0 \leq \alpha < 2\pi$ ถ้านักเรียนรู้ค่าของ $\sin \alpha$ หรือ $\cos \alpha$ นักเรียนสามารถบอกค่าของ $\sin \theta$ หรือ $\cos \theta$ ได้ (ก.162 - 164) (แบบสอบข้อ 29)

5.5 ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 2 นักเรียนสามารถสรุปโดยใช้คุณสมบัติสมมาตรของวงกลมหนึ่งหน่วยได้ว่า

ก. $0 < \pi - \theta < \frac{\pi}{2}$

ข. $\sin \theta = \sin (\pi - \theta)$ และ

$\cos \theta = -\cos (\pi - \theta)$ (ก.170)

5.6 ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 2 ถ้านักเรียนรู้ค่าของ $\sin (\pi - \theta)$ หรือ $\cos (\pi - \theta)$ นักเรียนสามารถบอกค่าของ $\sin \theta$ หรือ $\cos \theta$ ได้ (ก.172 - 173) (แบบสอบข้อ 24)

5.7 ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 นักเรียนสามารถสรุปโดยใช้คุณสมบัติสมมาตรของวงกลมหนึ่งหน่วยได้ว่า

ก. $0 < \theta - \pi < \frac{\pi}{2}$

ข. $\sin \theta = -\sin (\theta - \pi)$

$\cos \theta = -\cos (\theta - \pi)$ (ก.178)

5.8 ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 ถ้านักเรียนรู้ค่าของ $\sin(\theta - \pi)$ หรือ $\cos(\theta - \pi)$ นักเรียนสามารถบอกค่าของ $\sin\theta$ หรือ $\cos\theta$ ได้ (ก.180 - 181) (แบบสอบข้อ 25 - 26)

5.9 ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 นักเรียนสามารถสรุปโดยใช้คุณสมบัติสมมาตรของวงกลมหนึ่งหน่วยได้ว่า

ก. $0 < 2\pi - \theta < \frac{\pi}{2}$

ข. $\sin\theta = -\sin(2\pi - \theta)$

$\cos\theta = \cos(2\pi - \theta)$

5.10 ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 ถ้านักเรียนรู้ค่าของ $\sin(2\pi - \theta)$ หรือ $\cos(2\pi - \theta)$ นักเรียนสามารถบอกค่าของ $\sin\theta$ หรือ $\cos\theta$ ได้ (ก.188 - 189)

5.11 ถ้า θ เป็นจำนวนจริง นักเรียนสามารถแสดงค่าฟังก์ชั่นซายน์และฟังก์ชั่นโคซายน์ของθ ให้อยู่ในรูปค่าของฟังก์ชั่นซายน์และฟังก์ชั่นโคซายน์ของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$ (ก.171, 179, 187, 190 - 191) (แบบสอบข้อ 28)

6. เพื่อให้นักเรียนรู้จักฟังก์ชั่นตรีโกณมิติ

6.1 ให้ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า

ก. ถ้า $\cos \theta \neq 0$ แล้ว $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ และ

$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$

ข. ถ้า $\sin \theta \neq 0$ แล้ว $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$ และ

$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$

(ก.199) (แบบสอบข้อ 30)

6.2 ถ้านักเรียนรู้ค่าของ $\sin \theta$ หรือ $\cos \theta$ นักเรียนสามารถบอกค่าฟังค์ชั่นตรีโกณมิติได้ครบทั้งหกฟังค์ชั่น (ก.200 - 202) (แบบสอบข้อ 31, 33 - 36)

6.3 ถ้านักเรียนรู้ค่าของ $\sin \theta$ หรือ $\cos \theta$ นักเรียนสามารถหาค่าของจำนวนซึ่งประกอบด้วยฟังค์ชั่นตรีโกณมิติของจำนวนจริง θ ได้ (ก.204 - 205)

6.4 นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างฟังค์ชั่นตรีโกณมิติได้คือ

ก. $\tan \theta \cdot \cot \theta = 1$

ข. $\sin \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta = 1$

ค. $\cos \theta \cdot \sec \theta = 1$

ง. $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$

จ. $\cot^2 \theta + 1 = \operatorname{cosec}^2 \theta$

(ก.212) (แบบสอบข้อ 32)

7. เพื่อให้นักเรียนรู้จักฟังค์ชั่นตรีโกณมิติของมุม

7.1 นักเรียนสามารถบอกนิยามของมุมในวิชาตรีโกณมิติได้ว่ามุมในวิชาตรีโกณมิติเกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรงในแนวนอน ซึ่งเรียกว่าด้านเริ่มต้นของมุม โดยใช้จุดปลายสุดทางซ้ายของด้านเริ่มต้นเป็นจุดหมุน และมีลูกศรแสดงการหมุนด้วย เมื่อส่วนของเส้นตรงนี้หยุด ณ ที่ใดก็ตามจะทำให้เกิดมุม เรียกส่วนของเส้นตรงนี้ว่าด้านสิ้นสุดของมุม และเรียกจุดหมุนว่า

จุดยอดของมุม (ก.213)

(แบบสอบข้อ 37)

7.2 นักเรียนสามารถบอกได้ว่า

ก. มุมบวก คือมุมที่เกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรงซึ่งเป็นด้านเริ่มต้นของมุมในทิศทางหวนเข็มนาฬิกา

ข. มุมลบ คือมุมที่เกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรงซึ่งเป็นด้านเริ่มต้นของมุมในทิศทางตามเข็มนาฬิกา (ก.214 - 215)

7.3 นักเรียนสามารถบอกได้ว่า $1^\circ = 60'$ และ $1' = 60''$ (ก.216)

7.4 ถ้าวัดขนาดของมุม A โดยใช้หน่วยในการวัดมุมเป็นองศา นักเรียนสามารถบอกขนาดของมุม A เป็นองศา ลิบดา และวิลิบดาได้ (ก.217 - 218) (แบบสอบข้อ 40)

7.5 นักเรียนสามารถบอกได้ว่ามุมที่มีขนาด 1 เรเดียน คือมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งของวงกลมที่ยาวเท่ากับรัศมีของวงกลม (ก.219)

7.6 นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยการวัดมุมเป็นองศา และหน่วยการวัดมุมเป็นเรเดียนได้คือ

$180^\circ = \pi$ เรเดียน (ก.221)

7.7 ถ้ากำหนดให้มุม A มีขนาดเป็นเรเดียน นักเรียนสามารถบอกขนาดของมุม A เป็นองศาได้ โดยใช้ความสัมพันธ์ $180^\circ = \pi$ เรเดียน (ก.222 - 223) (แบบสอบข้อ 38)

7.8 ถ้ากำหนดให้มุม A มีขนาดเป็นองศา นักเรียนสามารถบอกขนาดของมุม A เป็นเรเดียนได้ โดยใช้ความสัมพันธ์ $180^\circ = \pi$ เรเดียน (ก.224 - 225) (แบบสอบข้อ 39)

7.9 นักเรียนสามารถบอกได้ว่า มุมในตำแหน่งมาตรฐาน คือมุมที่จุดยอดอยู่ที่จุด (0,0) และด้านเริ่มต้นของมุมทาบไปตามแกน X ทางบวก (ก.226) (แบบสอบข้อ 41)

7.10 นักเรียนสามารถสรุปได้ว่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาด θ เรเดียน มีค่าเท่ากับฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง θ (ก.230)

7.11 ถ้านักเรียนรู้ค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง θ นักเรียนสามารถบอกค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาด θ เรเดียนได้ (ก.231 - 234) (แบบสอบข้อ 42 - 45)

8. เพื่อให้นักเรียนรู้จักฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมของสามเหลี่ยมมุมฉาก

8.1 ถ้าสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก นักเรียนสามารถสรุปค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม A ของสามเหลี่ยม ABC โดยใช้วงกลมหนึ่งหน่วย และคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้ายได้ว่า

$$\sin A = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} \; ; \; \operatorname{cosec} A = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ด้านตรงข้ามมุม } A}$$

$$\cos A = \frac{\text{ด้านประชิดมุม } A}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} \; ; \; \sec A = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ด้านประชิดมุม } A}$$

$$\tan A = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม} A}{\text{ด้านประชิดมุม } A} \; ; \; \cot A = \frac{\text{ด้านประชิดมุม } A}{\text{ด้านตรงข้ามมุม } A}$$

(ก.247)

8.2 ถ้ากำหนดความยาวของด้านทั้งสามด้านของสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก นักเรียนสามารถบอกค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม A ได้ครบทั้งหกฟังก์ชัน (ก.248) (แบบสอบข้อ 46 - 48)

8.3 ถ้ากำหนดความยาวของด้านหนึ่งของสามเหลี่ยม ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้านักเรียนรู้ค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม A นักเรียนสามารถบอกความยาวของด้านที่เหลือของสามเหลี่ยม ABC ได้ (ก.249) (แบบสอบข้อ 49)

4. <u>สร้างแบบสอบเพื่อทดสอบก่อนและหลังการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม</u>

ผู้วิจัยได้สร้างแบบสอบจำนวน 80 ข้อ ตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้ เพื่อใช้เป็นเครื่องมือวัดประสิทธิภาพของบทเรียน และได้นำแบบสอบที่สร้างขึ้นนี้ไปทดสอบกับนักศึกษาชั้นประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา ปีที่ 2 ปีการศึกษา 2519

ของวิทยาลัยครูสวนดุสิต กรุงเทพมหานคร จำนวน 100 คน ซึ่งเคยเรียนเรื่องฟังค์ชั่นตรีโกณมิติมาแล้วในภาคเรียนที่หนึ่ง และนำผลการสอบมาวิเคราะห์ ดังนี้

4.1 หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบสอบทั้งฉบับ โดยวิธีของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน 21 (Kuder Richardson 21)[1] ซึ่งคำนวณจากสูตรดังนี้

จากสูตร $$r_{KR21} = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{M\cdot(n-M)}{n\,(SD)^2}\right)$$

เมื่อ r_{KR21} = ความเชื่อมั่นของแบบสอบ

n = จำนวนข้อของแบบสอบ

M = มัชฌิมเลขคณิตของคะแนน

$(SD)^2$ = ความแปรปรวนของแบบสอบ

การหามัชฌิมเลขคณิตของคะแนน[2] คำนวณจากสูตรดังนี้

จากสูตร $$M = \frac{\Sigma fX}{N}$$

เมื่อ M = มัชฌิมเลขคณิตของคะแนน

ΣfX = ผลรวมของคะแนนของนักเรียนทั้งหมด

N = จำนวนนักเรียนทั้งหมด

การหาความแปรปรวนของแบบสอบ[3] คำนวณจากสูตร ดังนี้

จากสูตร $$(SD)^2 = \frac{\Sigma fX^2 - \frac{(\Sigma fX)^2}{N}}{N-1}$$

เมื่อ $(SD)^2$ = ความแปรปรวนของแบบสอบ

---

[1]Georgia Sachs Adams, Measurment and Evaluation in Education, Psychology and Guidance (New York: Holt Rinehart and Winston, 1966), p. 87.

[2]Frederick C. Mills, Introduction to Statistics (New York: Henry Holt and Company, 1956), p. 90.

[3]Robert Parsons, Statistical Analysis : A Decision Making Approach (London : Harper Et Row. Publishers, 1974), p. 89.

X = คะแนนของนักเรียนแต่ละคน

N = จำนวนนักเรียนทั้งหมด

4.2 วิเคราะห์แบบสอบแต่ละข้อ โดยหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27%[4] และเปิดตารางวิเคราะห์ข้อของ จุง เต ฟาน (Chung Teh Fan)[5] เพื่อเลือกแบบสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยากตั้งแต่ .20 - .80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป จำนวน 50 ข้อ มาใช้ในการวิจัยครั้งนี้

---

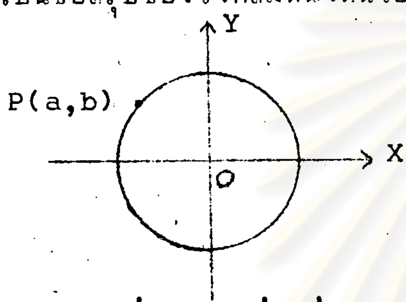
[4]ชวาล แพรัตกุล, เทคนิคการวัดผล (พิมพ์ครั้งที่ 4 พระนคร: ไทยวัฒนาพานิช, 2509), หน้า 281 - 318.

5Chung Teh Fan, Item Analysis Table (Princeton New Jersey: Education Testing Survice, 1952), pp. 1 - 31.

<u>แบบสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ</u>

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด เพียงคำตอบเดียว โดยทำเครื่องหมาย x ลงในกระดาษคำตอบให้ตรงกับตัวอักษร ก, ข, ค หรือ ง

1. ข้อใดเป็นข้อสรุปของวงกลมหนึ่งหน่วย ?



ก. $a^2 - b^2 = 1$

ข. $b^2 = 1 - a^2$

ค. $a^2 + b^2 = r^2$

ง. $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$

2. จุดโคออร์ดิเนตที่วงกลมหนึ่งหน่วยตัดแกน x มีค่าเท่าไร ?

ก. (1,0) และ (−1,0)　　ค. (0,1) และ (0,−1)

ข. (1,0) และ (0,−1)　　ง. (0,1) และ (−1,0)

3. จุดโคออร์ดิเนตในข้อใดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ?

ก. $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$　　ค. $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$

ข. $(\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$　　ง. $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{2}{\sqrt{2}})$

4. จุด (3x, 4x) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย x เท่ากับเท่าไร ?

ก. $\pm \frac{1}{3}$　　ค. $\pm \frac{1}{2}$

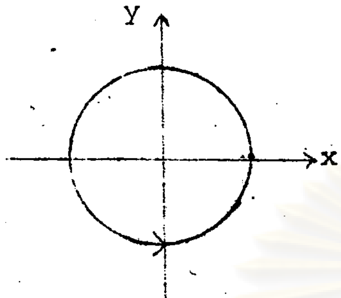
ข. $\pm \frac{1}{5}$　　ง. $\pm \frac{1}{4}$

5. ถ้า θ และ α เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่งเมื่อแทน θ และ α ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้มีจุดปลายความยาวส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกัน α เท่ากับจำนวนจริงในข้อใด ?

ก. $\theta + 2\pi r$　　ค. $\theta + 4\pi$

ข. $\theta + 3\pi r$　　ง. $\theta + 3\pi$

6. จากรูปแสดงการแทนจำนวนจริง θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย θ เท่ากับจำนวนจริงในข้อใด ?



ก. π

ข. $-\frac{\pi}{2}$

ค. $-\frac{3\pi}{2}$

ง. $\frac{3\pi}{2}$

7. ถ้าแทน π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ π มีโคออร์ดิเนตเท่ากับเท่าไร ?

ก. (-1,0) ค. (0,-1)

ข. (1,0) ง. (0,1)

8. ถ้าแทน $\frac{\pi}{4}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{4}$ มีโคออร์ดิเนตเท่ากับเท่าไร ?

ก. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ ค. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$

ข. $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ ง. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

9. ถ้าแทน $\frac{\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{3}$ มีโคออร์ดิเนตเท่ากับเท่าไร ?

ก. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ ค. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$

ข. $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ง. $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$

10. ถ้าแทน $\frac{\pi}{6}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{6}$ มีโคออร์ดิเนตเท่ากับเท่าไร ?

ก. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ ค. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

ข. $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ง. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

11. ถ้าแทน 6 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 6 อยู่ในควอดรันต์ที่เท่าไร ?

ก. 1 ค. 3

ข. 2 ง. 4

12. ถ้าแทนจำนวนจริง θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ มีโคออร์ดิเนตเท่ากับข้อใด ?

ก. $(\sin\theta, \cos\theta)$ ค. $(\theta, \sin\theta)$

ข. $(\cos\theta, \sin\theta)$ ง. $(\theta, \cos\theta)$

13. sin 5 มีเครื่องหมายเท่ากับในข้อใด ?

ก. บวก ค. บวกและลบ

ข. ลบ ง. เป็นศูนย์

14. ลักษณะที่สำคัญของฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์คือข้อใด ?

ก. โดเมนต์ของฟังก์ชันคือเซ็ตของจำนวนจริงบวก

ข. เรนจ์ของฟังก์ชันคือเซ็ตของจำนวนจริงลบ

ค. โดเมนต์ของฟังก์ชันคือเซ็ตของจำนวนจริง

ง. เรนจ์ของฟังก์ชันคือเซ็ตของจำนวนจริงที่น้อยกว่า 1

15. ถ้า $\cos\theta = 1$ และแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ เท่ากับเท่าไร ?

ก. (1,-1) ค. (1,0)

ข. (-1,1) ง. (0,1)

16. ข้อใดเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ?

ก. $\cos^2\theta + \sin^2\alpha = 1$ ค. $\cos\theta^2 + \sin\theta^2 = 1$

ข. $\cos^2\alpha + \sin^2\theta = 1$ ง. $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

17. sin π มีค่าเท่าไร ?

ก. 0 ค. 1

ข. .50 ง. −1

18. ค่าของ cos $\frac{3\pi}{2}$ คือข้อใด ?

ก. cos π ค. sin 2π

ข. cos 2π ง. sin $\frac{3\pi}{2}$

19. ค่าของ sin $\frac{\pi}{6}$ คือข้อใด ?

ก. sin $\frac{\pi}{3}$ ค. cos $\frac{\pi}{6}$

ข. cos $\frac{\pi}{3}$ ง. sin $\frac{\pi}{4}$

20. cos $\frac{\pi}{4}$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{1}{2}$ ค. $\sqrt{2}$

ข. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ง. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

21. ค่าของ sin 0 คือข้อใด ?

ก. cos 0 ค. sin π

ข. cos π ง. sin $\frac{\pi}{2}$

22. sin $\frac{\pi}{6}$ sin 2π − cos $\frac{\pi}{2}$ cos $\frac{\pi}{4}$ + cos $\frac{\pi}{3}$ เท่ากับเท่าไร ?

ก. $\frac{1}{2}$ ค. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ข. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ง. 1

23. ข้อใดคือข้อที่ถูกต้อง ?

ก. sin (−5) = sin 5 ค. cos (−5) = sin 5

ข. sin (−5) =−sin 5 ง. cos (−5) =−cos 5

24. cos $\frac{5\pi}{6}$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ค. $\frac{1}{2}$

ข. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ง. $-\frac{1}{2}$

25. sin $\frac{4\pi}{3}$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $-\frac{1}{2}$ ค. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ข. $\frac{1}{2}$ ง. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

26. cos $\frac{5\pi}{4}$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{1}{2}$ ค. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ข. $-\sqrt{2}$ ง. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

27. sin $(-\frac{\pi}{3})$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ค. $\frac{1}{2}$

ข. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ง. $-\frac{1}{2}$

28. ข้อใดเป็นการเขียน sin(- 5) ให้อยู่ในรูปค่าของฟังก์ชันซายน์ของจำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$?

ก. sin $(2\pi - 5)$ ค. sin $(-2\pi - 5)$

ข. -sin $(2\pi - 5)$ ง. -sin $(\pi - 5)$

29. ถ้ากำหนดให้ sin $\frac{\pi}{5}$ = 0.5878 แล้วค่าของ sin $\frac{21\pi}{5}$ เท่ากับเท่าไร ?

ก. 0.4122 ค. 0.5878

ข. -0.4122 ง. -0.5878

30. ถ้า $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ แล้วข้อที่ถูกต้องคือข้อใด ?

ก. $\cos\theta \neq 0$ ค. $\cos\theta = 0$

ข. $\sin\theta \neq 0$ ง. $\sin\theta = 0$

31. ถ้า $\sin\theta = a$ และ $\cos\theta = b$ แล้ว $\cot\theta$ คือข้อใด ?

ก. $\dfrac{1}{b}$ ค. $\dfrac{a}{b}$

ข. $\dfrac{1}{a}$ ง. $\dfrac{b}{a}$

32. ข้อที่ถูกต้องคือข้อใด ?

ก. $\tan\theta \cot\alpha = 1$ ค. $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

ข. $\cos^2\alpha = \sin^2\alpha - 1$ ง. $1 + \cot^2\alpha = \text{cosec}^2\theta$

33. $\tan\dfrac{\pi}{4}$ มีค่าเท่าไร ?

ก. -1 ค. 0

ข. 1 ง. หาค่าไม่ได้

34. $\sec\dfrac{5\pi}{2}$ มีค่าเท่าไร ?

ก. 0 ค. -1

ข. 1 ง. หาค่าไม่ได้

35. $\tan\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$ มีค่าเท่าไร ?

ก. $-\sqrt{3}$ ค. $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

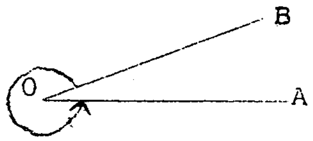
ข. $\sqrt{3}$ ง. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

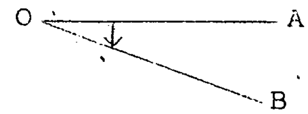
36. $\text{cosec}\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$ มีค่าเท่าไร ?

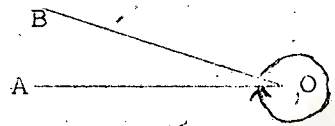
ก. $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ค. $-\sqrt{2}$

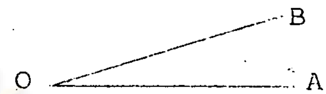
ข. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ง. $\sqrt{2}$

37. ข้อใดแสดงความหมายของมุมในวิชาตรีโกณมิติได้ถูกต้องที่สุด ?

ก. 

ค. 

ข. 

ง. 

38. ถ้ามุม A กาง $-\frac{11\pi}{5}$ เรเดียน แล้วมุม A จะเป็นกี่องศา ?

ก. -594 องศา

ค. -198 องศา

ข. -794 องศา

ง. -396 องศา

39. ถ้าสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีมุมยอดกาง 36° แล้วมุมที่ฐานกางมุมจะเท่าไร ?

ก. $\frac{\pi}{5}$ เรเดียม

ค. $\frac{3\pi}{5}$ เรเดียน

ข. $\frac{2\pi}{5}$ เรเดียม

ง. $\frac{4\pi}{5}$ เรเดียน

40. ข้อใดเท่ากับ $30\frac{5}{48}$ องศา

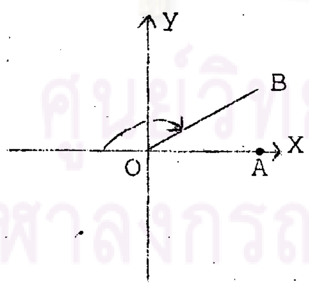
ก. $30^\circ\ 5'\ 48''$

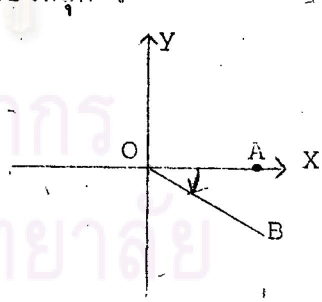
ค. $30^\circ\ 6'\ 15''$

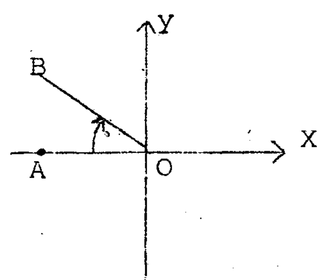
ข. $30^\circ\ 48'\ 5''$

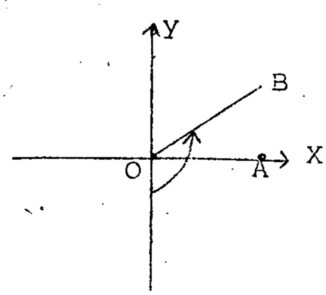
ง. $30^\circ\ 15'\ 6''$

41. ข้อใดแสดงความหมายของมุมในตำแหน่งมาตรฐานได้ถูกต้องที่สุด ?

ก. 

ค. 

ข. 

ง. 

42. sin 120° มีค่าเท่าไร ?

ก. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ค. $-\frac{1}{2}$

ข. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ง. $\frac{1}{2}$

43. sec (-30°) มีค่าเท่าไร ?

ก. $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ ค. -2

ข. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ง. 2

44. cos 0° มีค่าเท่าไร ?

ก. 1 ค. 0

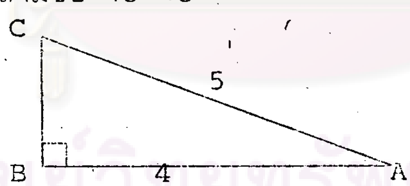
ข. -1 ง. หาค่าไม่ได้

45. $\cot 30^\circ \tan 60^\circ - \sec^2 45^\circ$ เท่ากับเท่าไร ?

ก. 2 ค. 0

ข. 3 ง. 1

จงใช้รูปข้างล่างนี้ตอบคำถามข้อ 46-48



46. sin A มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{3}{5}$ ค. $\frac{4}{5}$

ข. $\frac{3}{4}$ ง. $\frac{4}{3}$

47. cos C มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{3}{5}$ ค. $\frac{4}{5}$

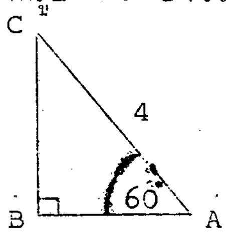
ข. $\frac{3}{4}$ ง. $\frac{5}{3}$

48. tan A มีค่าเท่าไร ?

ก. $\frac{5}{3}$ ค. $\frac{4}{3}$

ข. $\frac{4}{5}$ ง. $\frac{3}{4}$

49. จากรูป AB ยาวเท่ากับเท่าไร ?



ก. $2\sqrt{3}$ ค. 3

ข. 2 ง. $4\sqrt{3}$

50. ถ้า $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ แล้ว θ เท่ากับจำนวนจริงในข้อใด ?

ก. $2\pi + \frac{\pi}{4}$ ค. $\pi + \frac{\pi}{4}$

ข. $2\pi - \frac{\pi}{4}$ ง. $-\frac{\pi}{4}$

5. <u>สร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องฟังค์ชั่นตรีโกณมิติ</u>

ผู้วิจัยได้เขียนบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่องฟังค์ชั่นตรีโกณมิติ ตามวัตถุประสงค์ทั่วไป และวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้ โดยใช้เทคนิคและวิธีการเขียนตามที่ได้ศึกษามาแล้ว หลังจากได้แก้ไขบทเรียนโดยได้รับคำแนะนำจากอาจารย์ผู้ควบคุมการวิจัยแล้ว จึงนำบทเรียนไปทดลองหาประสิทธิภาพโดยทำเป็นลำดับขั้นดังนี้

5.1 <u>ขั้นหนึ่งคน 2 ครั้ง</u> ผู้วิจัยได้ทดลองกับนักเรียน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2519 โรงเรียนสตรีนนทบุรี จังหวัดนนทบุรีเป็นครั้งแรก และครั้งที่สองเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2519 โรงเรียนสตรีวัดอัปสรสวรรค์ กรุงเทพมหานคร ซึ่งนักเรียนทั้งสองคนที่ใช้ทดลองมีระดับสติปัญญาปานกลาง โดยพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยในภาคเรียนที่หนึ่ง เพื่อปรับปรุงแก้ไขบทเรียนในด้านการใช้ภาษา การเรียงลำดับกรอบและอื่น ๆ ที่เห็นว่าควรจะปรับปรุง ในการทดลองครั้งแรกใช้เวลาหลังจากเลิกเรียน คือระหว่างเวลา 18.00 - 20.00 น. เป็นเวลา 6 วัน และครั้งที่สองใช้เวลาก่อนเวลาเรียน คือระหว่างเวลา 09.00 - 11.00 น. เป็นเวลา 6 วัน โดยการทดลองตามลำดับดังนี้

วันที่ 1 ผู้วิจัยสอนความรู้พื้นฐานเรื่องเซ็ต ความสัมพันธ์ และฟังค์ชั่น

วันที่ 2 ผู้วิจัยสอนความรู้พื้นฐานเรื่องจำนวนจริง และทำแบบสอบก่อนการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

วันที่ 3 - 5 เรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

วันที่ 6 ทำแบบสอบหลังการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

5.2 <u>ขั้นกลุ่มเล็ก</u> หลังจากได้ปรับปรุงแก้ไขบทเรียนแบบโปรแกรมจากการทดลองขั้นหนึ่งคนเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยได้นำบทเรียนไปทดลองกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2519 โรงเรียนสตรีวัดอัปสรสวรรค์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 10 คน โดยทดลองระหว่างเวลา 09.00 - 11.00 น. เป็นเวลา 6 วัน และดำเนินการทดลองทำนองเดียวกับการทดลองขั้นหนึ่งคน

5.3 <u>ขั้นภาคสนาม</u> หลังจากได้ปรับปรุงแก้ไขบทเรียนในขั้นกลุ่มเล็ก ผู้วิจัยได้นำบทเรียนไปทดลองกับนักศึกษาชั้นประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา ปีที่ 1 ปีการศึกษา 2519 ของวิทยาลัยครูเทพสตรี จังหวัดลพบุรี จำนวน 100 คน เพื่อหาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรม โดยทดลองเป็นเวลา 3 วัน คือ วันที่ 10 - 11 กุมภาพันธ์ 2519 ระหว่างเวลา 18.30 - 20.30 น. และวันที่ 12 กุมภาพันธ์ 2519 ระหว่างเวลา 09.00 - 12.00 น. และ 14.00 - 15.00 น. และดำเนินการทดลองตามลำดับขั้นดังนี้

วันที่ 1 ทำแบบสอบก่อนการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม และเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

วันที่ 2 เรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

วันที่ 3 เรียนบทเรียนแบบโปรแกรม และทำแบบสอบหลังการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

จากผลการทดลองขั้นภาคสนาม ผู้วิจัยได้นำข้อมูลมาวิเคราะห์ ดังนี้

5.3.1 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบที่นำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้อีกครั้ง โดยใช้วิธีของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน 21

5.3.2 หาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรม โดยการคำนวณหาคะแนนมาตรฐาน 90/90

90 ตัวแรก คำนวณจากสูตร

คะแนนที่นักเรียนทำบทเรียนถูกคิดเฉลี่ยเป็นร้อยละ $= \frac{C}{N} \times \frac{100}{A}$

เมื่อ A = คำตอบทั้งหมดในบทเรียน

C = ผลรวมของคำตอบถูกของนักเรียนทุกคน

N = จำนวนนักเรียนทั้งหมด

90 ตัวหลัง คำนวณจากสูตร

คะแนนที่นักเรียนทำแบบสอบถูกคิดเฉลี่ยเป็นร้อยละ $= \frac{S}{N} \times \frac{100}{T}$

เมื่อ T = คะแนนเต็มของแบบสอบ

S = คะแนนรวมของนักเรียนทุกคนที่ทำแบบสอบถูก

N = จำนวนนักเรียนทั้งหมด

5.3.3 หาความก้าวหน้าในการเรียนหลังการเรียนบทเรียนนี้ โดยการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนของการสอบก่อนการเรียนและหลังการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม โดยใช้ Z - test[6]

จากสูตร $$Z = \frac{\sum d}{\sqrt{\dfrac{n\sum d^2 - (\sum d)^2}{n-1}}}$$

เมื่อ d = ผลต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

n = จำนวนนักเรียนทั้งหมด

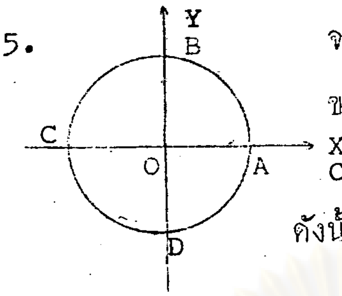
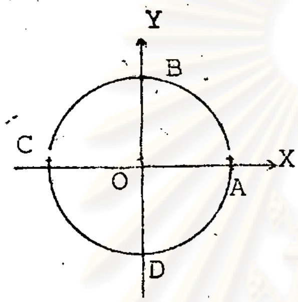
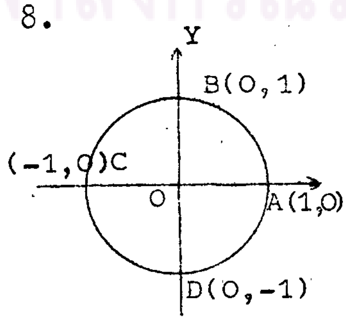
6W. Allen Wallis and Harry V. Robert, Statistics : A New Approach (Illinois: The Free Press, 1956), derived from p. 421.

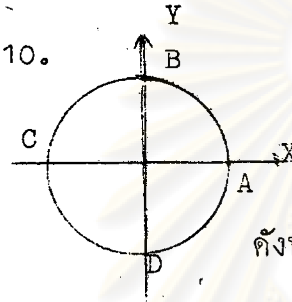
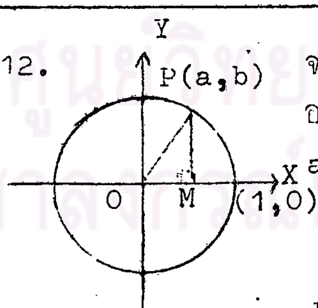
บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง "ฟังก์ชันตรีโกณมิติ"

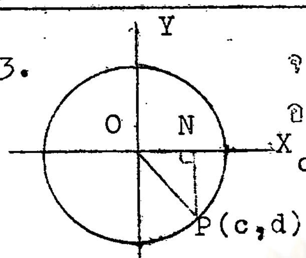
คำแนะนำในการใช้บทเรียน

1. ให้นักเรียนปิดคำตอบซึ่งอยู่ทางซ้ายมือด้วยกระดาษที่แจกให้
2. อ่านข้อความในแต่ละกรอบโดยละเอียดและติดตาม เมื่ออ่านจบกรอบหนึ่ง ๆ แล้วจงตอบคำถาม โดยการเติมคำหรือข้อความ ลงในช่องว่างที่กำหนดให้
3. ตรวจคำตอบของนักเรียนได้จากเฉลยที่อยู่ด้านซ้ายหน้ากรอบถัดไป ถ้านักเรียนตอบถูกต้องแล้วให้ทำกรอบต่อไป
4. ขอให้นักเรียนคิดหาคำตอบเอง อย่าไปลอกเฉลยมาตอบ ถ้านักเรียนคิดได้คำตอบไม่ตรงกับเฉลยก็ไม่เป็นไร ให้ขีดทับคำตอบเดิม ไม่ต้องใช้ยางลบลบแล้วอ่านคำอธิบายซ้ำอีก เขียนคำตอบใหม่ใต้คำตอบเดิม
5. ให้นักเรียนทำทุกกรอบ เรียงตามลำดับ อย่าข้ามกรอบใดกรอบหนึ่ง
6. คำถามในแต่ละกรอบไม่ใช่ข้อสอบ แต่เป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนคิดและเรียนรู้ ซึ่งเหมือนกับครูถามนักเรียนในขณะที่ครูอธิบายในห้องเรียน นั่นเอง
7. นักเรียนจะต้องอ่านข้อความทุกวรรคทุกตอน ซึ่งแทนคำอธิบายของครูแล้วคิดและเขียนตอบ คำอธิบายในบางกรอบ จะสรุปกฎเกณฑ์ไว้ ซึ่งนักเรียนจะต้องนำมาใช้ตอบคำถามในกรอบต่อ ๆ ไป
8. เมื่อจบบทเรียนแล้ว จะมีแบบสอบให้นักเรียนทำเพื่อวัดความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง

	ฟังก์ชั่นตรีโกณมิติ 1. วงกลมหนึ่งหน่วย
	1. <u>วงกลมหนึ่งหน่วย</u> คือวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดเริ่มต้น และมีรัศมียาว 1 หน่วย <u>จุดเริ่มต้น</u> คือจุดที่มีโคออร์ดิเนตเป็น (0,0) ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าวงกลมหนึ่งหน่วยคือวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดโคออร์ดิเนต (___) และมีรัศมียาว 1 ______
0,0 หน่วย	2. ความยาว 1 หน่วย คือระยะทางที่ยาว 1 หน่วยของหน่วยที่ใช้วัดความยาว เช่น:- ความยาว 1 นิ้ว, 1 ฟุต ฯลฯ ดังนั้นความยาว 1 ไมล์, 1 หลา, 1 เมตร และ 1 เซ็นติเมตร เรียกว่าความยาว________
1 หน่วย	3. เนื่องจากความยาว 1 หน่วยมีขนาดต่าง ๆ กัน เช่น 1 นิ้ว, 1 เซ็นติเมตร, 1 ฟุต ฯลฯ ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า ก. วงกลมหนึ่งหน่วยทุกวงมีขนาดเท่ากันหมด ________ (ใช่/ไม่ใช่) ข. วงกลมหนึ่งหน่วยมีขนาดต่าง ๆ กัน ขึ้นอยู่กับความยาวของหน่วยที่ใช้เป็นรัศมี________ (ใช่/ไม่ใช่)
ไม่ใช่ ใช่	4. ก. วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0,1) และมีรัศมียาว 1 นิ้ว ข. วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0,0) และมีรัศมียาว 1 เซ็นติเมตร ค. วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0,0) และมีรัศมียาว 2 นิ้ว จากวงกลมในข้อ ก., ข. และ ค. ดังกล่าวข้างต้น วงกลมในข้อใดเป็นวงกลมหนึ่งหน่วย__________

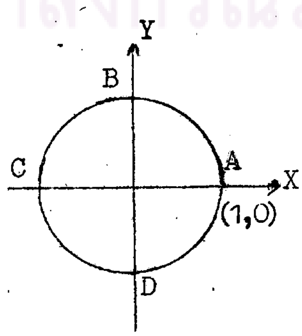
ข.	5.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วยโคออร์ดิเนต ของจุด O คือ_______ OA,OB,OC และ OD คือ_____ของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น OA=OB=OC=OD= ______หน่วย
(0,0) รัศมี 1	6.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วยเนื่องจาก OA=OB=OC=OD= _____หน่วย ดังนั้น โคออร์ดิเนตที่จุด A, ,x = ___ และ = ____ โคออร์ดิเนตที่จุด B ,x =____ และ y = ___ โคออร์ดิเนตที่จุด C ,x=____ และ y= _____ โคออร์ดิเนตที่จุด D, x=____ และy =____
1 1 0 0 1 -1 0 0 -1	7. จากกรอบที่ 6 นั่นคือจะสรุปได้ว่า โคออร์ดิเนตของ A คือ (____) โคออร์ดิเนตของ B คือ (____) โคออร์ดิเนตของ C คือ (____) โคออร์ดิเนตของ D คือ (____)
1,0 0,1 -1,0 0,-1	8.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วยจะเห็นได้ว่า ก. วงกลมหนึ่งหน่วยตัดแกน X ที่จุด โคออร์ดิเนต(____)และ(____) ข. วงกลมหนึ่งหน่วยตัดแกน Y ที่จุด โคออร์ดิเนต(____)และ(____)

1,0 -1,0 0,1 0,-1	9. ถ้าวงกลมมีรัศมียาว r หน่วยแล้ว เส้นรอบวงของวงกลมยาว $2\pi r$ หน่วย แต่วงกลมหนึ่งหน่วยมีรัศมียาว ______ หน่วย ดังนั้นเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว ____ × 1 หน่วย = ______ หน่วย
1 2π 2π	10.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย CA และ BD เรียกว่าเส้น______ของวงกลมหนึ่งหน่วย CA เป็นเส้นตรงเดียวกันกับแกน_____ BD เป็นเส้นตรงเดียวกันกับแกน_____ ดังนั้นจะสรุปได้ว่าแกนX และแกนY ________ (เป็น/ไม่เป็น) เส้นตรงเดียวกันกับเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมหนึ่งหน่วย
ผ่าศูนย์กลาง X Y เป็น	11. เนื่องจากวงกลมทุกวงมีเส้นผ่าศูนย์กลางเป็นแกนสมมาตร และทราบแล้วว่า แกนX และแกนY เป็นเส้นตรงเดียวกันกับ เส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้นจะสรุปได้ว่า แกนX และแกนY เป็นแกน________ ของวงกลมหนึ่งหน่วย
สมมาตร	12.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย P(a,b) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย a และ b เป็นจำนวนจริง OP คือ______ของวงกลมหนึ่งหน่วย OP = ______ หน่วย PM = b หน่วย และOM ____ หน่วย เนื่องจาก △ OPM เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น $OM^2 + MP^2 =$ ______ นั่นคือ ___ + b^2 = ______

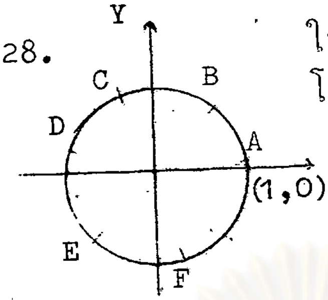
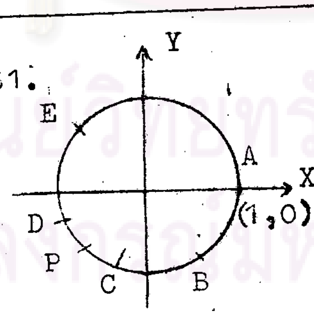
รัศมี 1 a OP^2 a^2 1	13.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย P(c,d) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย c และ d เป็นจำนวน_____ OP=____ หน่วย ON=____ หน่วยและPN=_____หน่วย เนื่องจาก △OPN เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น ON^2 + ____ = OP^2 นั่นคือ c^2 + ____ = ____
จริง 1 c d PN^2 d^2 1	14. ในทำนองเดียวกัน ถ้านักเรียนกำหนดให้ P เป็นจุดใด ๆ บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ซึ่งมีโคออร์ดิเนต เป็น (m,n) แล้ว จะได้ว่า m,n เป็นจำนวนจริง และ $m^2 + n^2 = 1$ เสมอ ดังนั้นจะสรุปว่า (x,y) เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยเมื่อ ก. x,y เป็น__________ ข. __ + __ = 1
จำนวนจริง x^2 y^2	15. เนื่องจาก $(0)^2 + (-1)^2 = 0 + 1$ = ____ ดังนั้น (0, -1)_______บนเส้นรอบวงของวงกลม (อยู่/ไม่อยู่) หนึ่งหน่วย
1 อยู่	16. เนื่องจาก $(\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2$ = ____ = ____ ดังนั้น $(\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2$ ______ 1 (=/≠) นั่นคือจุด $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$_______บนเส้นรอบวงของวงกลม (อยู่/ไม่อยู่) หนึ่งหน่วย

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ ไม่อยู่ $\neq$	17. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}), (1,1), (-1,1), (-1,0)$ จากจุดโคออร์ดิเนตดังกล่าวข้างต้น จุดใดบ้างอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย __________ จุดใดบ้างไม่อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย __________
$(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}), (-1,0)$ $(1,1), (-1,1)$	18. ถ้าจุด (x,x) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จะหาค่าของ x ได้โดยวิธีการดังนี้ เนื่องจาก ___ + ___ = 1 $2x^2 = 1$ x^2 = ___ x = ___
x^2 x^2 $\frac{1}{2}$ $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$	19. ถ้าจุด $(y,2y)$ อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จะหาค่าของ y ได้โดยวิธีการดังนี้ เนื่องจาก ___ + ___ = 1 ___ + ___ = 1 ___ = 1 y^2 = ___ y = ___
y^2 $(2y)^2$ y^2 $4y^2$ $5y^2$ $\frac{1}{5}$ $\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$	20. ถ้า x,y เป็นจำนวนจริง แล้ว เรียก (x,y) ว่า คู่ลำดับของจำนวนจริง แต่โคออร์ดิเนตของจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย อยู่ในรูป (a,b) เมื่อ a,b เป็น________ ดังนั้นโคออร์ดิเนตของจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย เป็น________ของจำนวนจริง

จำนวนจริง คู่ลำดับ	21. ให้ R แทนเซ็ตของจำนวนจริง ให้ x, y เป็นจำนวนจริง x เป็นจำนวนจริง เขียนแทนด้วย $x \in R$ y เป็นจำนวนจริง เขียนแทนด้วย______ ดังนั้น (x,y) เป็น_______________เขียนแทนด้วย $(x,y) \in R \times R$
$Y \in R$ คู่ลำดับของจำนวนจริง	22. นั่นคือ ถ้า (x,y) เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจะได้ว่า ก. (x,y) เป็นคู่ลำดับของจำนวนจริง เขียนแทนด้วย $(x,y) \in$__________ ข. $x^2 + y^2 =$______
$R \times R$ 1	23. ดังนั้นจะสรุปได้ว่า เซ็ตของจุดโคออร์ดิเนตบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยคือ เซ็ตของจุด (x,y) ซึ่ง (x,y) $\in$__________และ ____ + ____ = ____
$R \times R$ x^2 y^2 1	24. เซ็ตของจุด(x,y) ซึ่ง $(x,y) \in R \times R$ และ $x^2+y^2 = 1$ เขียนแทนด้วยความสัมพันธ์ $\{(x,y) \in R \times R \mid x^2+y^2 = 1\}$ ดังนั้นเซ็ตของจุดโคออร์ดิเนตบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยคือความสัมพันธ์ $\{(x,y) \in$____ $\mid$ ____ + ____ = ____$\}$
$R \times R$ x^2 y^2 1	25. ความสัมพันธ์ $\{(x,y) \in R \times R \mid x^2+y^2 = 1\}$ เรียกว่า วงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้นวงกลมหนึ่งหน่วยคือความสัมพันธ์ ____________________

<table>
<tr>
<td>$\{(x,y)\in R\times R \mid x^2+y^2 = 1\}$</td>
<td>26. ดังนั้นลักษณะที่สำคัญของวงกลมหนึ่งหน่วยที่กล่าวมาแล้วทั้งหมดคือ
ก. มีจุดศูนย์กลางที่จุดโคออร์ดิเนต______และมีรัศมียาว______หน่วย
ข. เส้นรอบวงยาว______หน่วย
ค. ตัดแกน x ที่จุดโคออร์ดิเนต______และ______
ง. ตัดแกน y ที่จุดโคออร์ดิเนต______และ______
จ. มี______เป็นแกนสมมาตร
ฉ. วงกลมหนึ่งหน่วยคือความสัมพันธ์
______</td>
</tr>
<tr>
<td>(0,0)
1
2π
(1,0) (-1,0)
(0,1) (0,-1)
แกน x , แกน y
$\{(x,y)\in R\times R \mid x^2+y^2 = 1\}$</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">2. การแทนจำนวนจริงด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>27. ในการวัดความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ถ้าวัดทวนเข็มนาฬิกา แล้วความยาวของส่วนโค้งเป็นบวก และในทางกลับกันถ้าวัดตามเข็มนาฬิกา แล้วความยาวของส่วนโค้งเป็นลบ


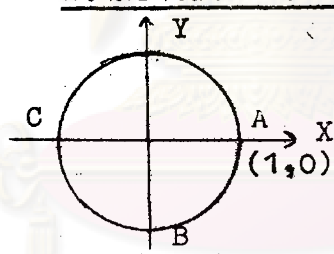
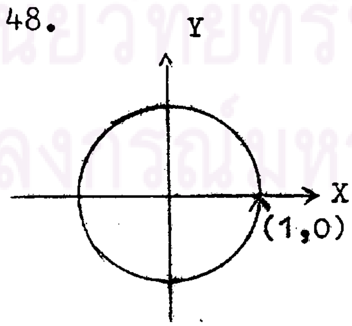
นั่นคือความยาวของ $\overset{\frown}{AB}$ เป็นบวก เพราะวัดทวนเข็มนาฬิกา
ความยาวของ $\overset{\frown}{BA}$ เป็น______ เพราะ
(บวก/ลบ)
วัด______เข็มนาฬิกา
(ทวน/ตาม)
วัดความยาวของ $\overset{\frown}{BCD}$ เป็น ______ เพราะ
(บวก/ลบ)
วัด______เข็มนาฬิกา
(ทวน/ตาม)</td>
</tr>
</table>

ลบ ตาม บวก ทวน	28. ให้ $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DE}=\widehat{EF}=$ 1 หน่วย โคออร์ดิเนตของ A คือ______ $\widehat{ABC}$ = ______หน่วย $\widehat{ABCD}$ = ______หน่วย $\widehat{ABCDE}$ = ______หน่วย $\widehat{ABCDEF}$ = ______หน่วย
(1,0) 2 3 4 5	29. จากกรอบที่ 28 จำนวนจริง 1,2,3,4 และ 5 เป็นจำนวนจริง______ (บวก/ลบ) การวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด (1,0) ให้ส่วนโค้งยาว 1 หน่วย, 2 หน่วย, 3 หน่วย, 4 หน่วย และ 5 หน่วย จะต้องวัด______เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม)
บวก ทวน	30. นั่นคือ ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก แล้วการวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด (1,0) ให้ส่วนโค้งยาว θ หน่วย จะต้องวัด______เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม)
ทวน	31. ให้ $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DE}=$ - 1 หน่วย โคออร์ดิเนตของ A คือ______ $\widehat{ABC}$ = ______หน่วย $\widehat{ABCP}$ = ______หน่วย $\widehat{ABCPD}$ = ______หน่วย
-2 (1,0) -2.5 -3	32. จากกรอบที่ 31 จำนวนจริง -2,-2.5 และ -3 เป็นจำนวนจริง______ (บวก/ลบ) การวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด (1,0) ให้ส่วนโค้งยาว -2 หน่วย, -2.5 หน่วย และ -3 หน่วย จะต้องวัด______เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม)

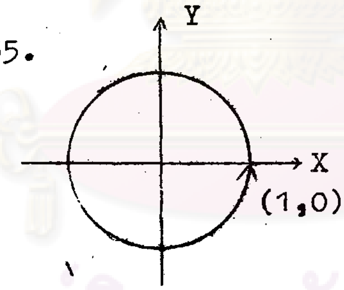
ลบ ตาม	33. นั่นคือถ้า $-\theta$ เป็นจำนวนจริงลบ แล้วการวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด (1,0) ให้ส่วนโค้งยาว $-\theta$ หน่วย จะต้องวัด_____เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม)
ตาม	34. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ การแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือการวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จากจุด (1,0) ให้ส่วนโค้งยาว θ หน่วย นั่นคือการแทนจำนวนจริง 4.5 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือการวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด (1,0) ให้ส่วนโค้งยาว 4.5 หน่วย และการแทนจำนวนจริง - 3 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยคือ__________ของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด_______ให้ส่วนโค้งยาว_____หน่วย
การวัดส่วนโค้ง (1,0) -3	35. 3 เป็นจำนวนจริง______ (บวก/ลบ) ดังนั้นการแทน 3 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยคือ__________ของวงกลมหนึ่งหน่วย_______ (ทวน/ตาม) เข็มนาฬิกา จากจุด_____ให้ส่วนโค้งยาว_____หน่วย
บวก การวัดส่วนโค้ง ทวน (1,0) 3	36. -10.5 เป็นจำนวนจริง______ (บวก/ลบ) ดังนั้นการแทน -10.5 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยคือ__________ของวงกลมหนึ่งหน่วย__________ เข็มนาฬิกา จากจุด_____ให้ส่วนโค้งยาว (ทวน/ตาม) _____หน่วย

ลบ การวัดส่วนโค้ง ตาม (1,0) – 10.5	37. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ก. การแทนจำนวนจริงบวก θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยคือ__________ของวงกลมหนึ่งหน่วย ______เข็มนาฬิกา จากจุด_____ให้ส่วนโค้งยาว_____ (ทวน/ตาม) หน่วย ข. การแทนจำนวนจริงลบ $-\theta$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยคือ___________ของวงกลมหนึ่งหน่วย______เข็มนาฬิกา จากจุด_____ให้ส่วนโค้งยาว (ทวน/ตาม) ______ หน่วย
การวัดส่วนโค้ง ทวน (1,0) θ การวัดส่วนโค้ง ตาม (1,0) $-\theta$	38. เนื่องจากเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว 2π หน่วย ดังนั้นส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ซึ่งวัดทวนเข็มนาฬิกาจากจุด (1,0) ครบ 1 รอบ พอดียาว _____หน่วย และส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ซึ่งวัดตามเข็มนาฬิกา จากจุด (1,0) ครบ 1 รอบ พอดี ยาว _______หน่วย
2π -2π	39. ดังนั้นถ้า $\theta = 2\pi$ แล้วจะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาวเท่ากับ___รอบ และ $\theta = -2\pi$ แล้วจะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาวเท่ากับ___รอบ
1 1	40. เนื่องจาก $\|\theta\| = 2\pi$ หมายถึง $\theta = 2\pi$ หรือ $\theta = -2\pi$ นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้า $\|\theta\| = 2\pi$ แล้วจะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาวเท่ากับ____รอบ
1	41. ดังนั้นถ้า $\|\theta\| < 2\pi$ แล้วจะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงวงกลมหนึ่งหน่วยยาว____ กว่า 1 รอบ และถ้า $\|\theta\| > 2\pi$ (มาก/น้อย) แล้วจะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว ______ กว่า 1 รอบ (มาก/น้อย)

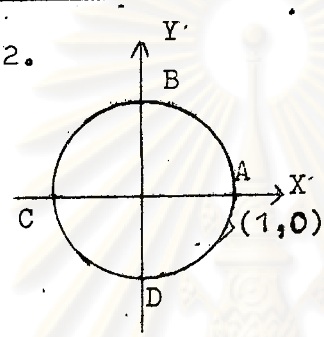
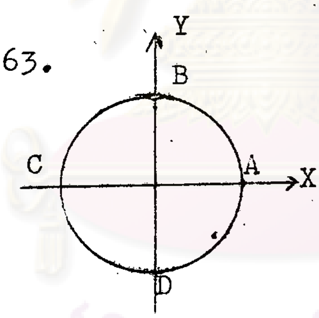
น้อย มาก	42. เนื่องจาก $\pi \approx 3.1416$ (อ่านว่า π มีค่าประมาณ 3.1416) ดังนั้น $2\pi \approx$ ________ นั่นคือจะสรุปได้ว่า ก. ถ้า $\lvert\theta\rvert = 6.2832$ แล้วจะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว ________ 1 รอบ (เท่ากับ/มากกว่า/น้อยกว่า) ข. ถ้า $\lvert\theta\rvert < 6.2832$ แล้วจะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว ________ 1 รอบ (เท่ากับ/มากกว่า/น้อยกว่า) ค. ถ้า $\lvert\theta\rvert > 6.2832$ แล้วจะต้องแทน θ ด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว ________ 1 รอบ (เท่ากับ/มากกว่า/น้อยกว่า)
6.2832 เท่ากับ น้อยกว่า มากกว่า	43. เนื่องจาก $\lvert -3\pi\rvert = 3\pi$ และ $3\pi > 2\pi$ ดังนั้น $\lvert -3\pi\rvert$ ______ 2π (=/>/<) นั่นคือ -3π จะต้องแทนด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว ________ 1 รอบ (เท่ากับ/มากกว่า/น้อยกว่า)
> มากกว่า	44. เนื่องจาก $\lvert -\pi\rvert =$ ______ ดังนั้น $\lvert -\pi\rvert$ ______ 2π (=/>/<) นั่นคือ $-\pi$ จะต้องแทนด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว ________ 1 รอบ (เท่ากับ/มากกว่า/น้อยกว่า)
π < น้อยกว่า	45. เนื่องจาก $\lvert 5\rvert =$ ______ ดังนั้น $\lvert 5\rvert$ ______ 6.2832 (=/>/<) นั่นคือ 5 จะต้องแทนด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาว ________ 1 รอบ (เท่ากับ/มากกว่า/น้อยกว่า)

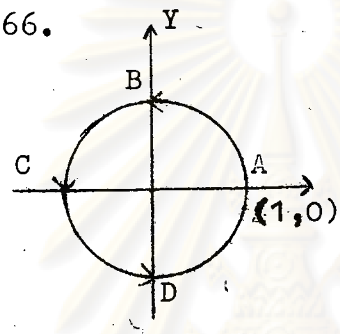
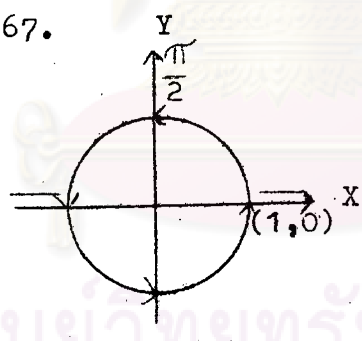
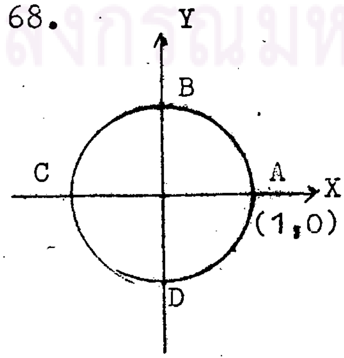
5 $<$, น้อยกว่า	46. $7, -6, 4\pi, -9, -2\pi, \frac{3\pi}{2}$ จากจำนวนจริงดังกล่าวข้างต้น จำนวนจริงใดบ้างจะต้องแทนด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาวเท่ากับ 1 รอบ ______ จำนวนจริงใดบ้างจะต้องแทนด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาวน้อยกว่า 1 รอบ ______ จำนวนจริงใดบ้างจะต้องแทนด้วยส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยยาวมากกว่า 1 รอบ ______
-2π -6, $\frac{3\pi}{2}$ 7, 4π, -9	47. เมื่อแทนจำนวนจริง θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด (1,0) ให้ส่วนโค้งยาว θ หน่วย จุดปลายของส่วนโค้งที่ยาว θ หน่วย เรียกว่า **จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ**  $\widehat{ABC} = -3.1416$ หน่วย ดังนั้น C คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ______
-3.1416	48.  ถ้าแทน $1(2\pi) = 2\pi$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทวนเข็มนาฬิกา จากจุด______ ให้ส่วนโค้งยาว______หน่วย หรือเท่ากับ______ รอบ ดังนั้นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 1 (2π) คือ______

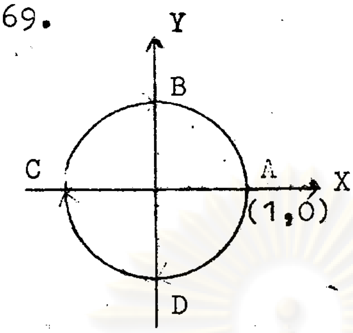
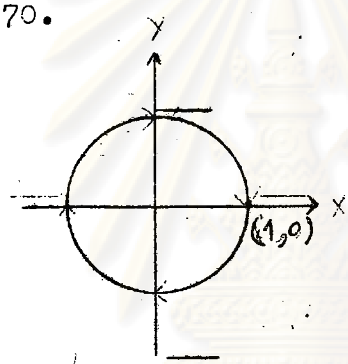
(1,0) 2π 1 (1,0)	49. ในทำนองเดียวกัน ถ้าแทน $2(2\pi)$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้วจะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยทวนเข็มนาฬิกาจากจุด (1,0) ให้ส่วนโค้งยาวเท่ากับ_____ รอบ และจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $2(2\pi)$ คือ_____ ถ้าแทน $3(2\pi)$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยทวนเข็มนาฬิกาจากจุด (1,0) ให้ส่วนโค้งยาวเท่ากับ_____ รอบ และจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $3(2\pi)$ คือ_____ ฯลฯ
2 (1,0) 3 (1,0)	50. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้าแทน $n(2\pi)$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยทวนเข็มนาฬิกา จากจุด (1,0) ให้ส่วนโค้งยาวเท่ากับ_____รอบ และจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $n(2\pi)$ คือ_____
n (1,0)	51. ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวก จำนวนจริง $n(2\pi)$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก เป็นจำนวนจริง_____ (บวก/ลบ) ดังนั้น $n(2\pi) + \theta$ เป็นจำนวนจริง_____ (บวก/ลบ)
บวก บวก	52. ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวก ดังนั้นการแทนจำนวนจริง $n(2\pi) + \theta$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยคือการวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยทวนเข็มนาฬิกาจากจุด (1,0) ให้ส่วนโค้งยาว $n(2\pi)$ หน่วย แล้ววัดต่อไปอีก_____หน่วย แต่จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $n(2\pi)$ คือ_____ นั่นคือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ และ $n(2\pi) + \theta$ _____ จุดเดียวกัน (เป็น/ไม่เป็น)

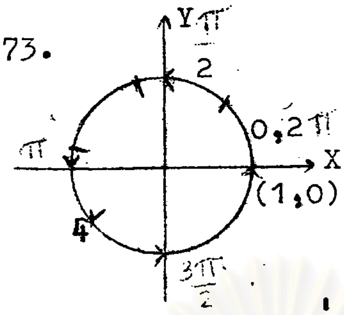
θ (1,0) เป็น	53. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก แล้วจำนวนจริงที่มีจุดปลายความยาวส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกันกับ θ เมื่อแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือจำนวนจริง n (___)+____ เมื่อ n เป็นจำนวน__________
2π θ เต็มบวก	54. เนื่องจาก 5 เป็นจำนวนจริงบวก ดังนั้นจำนวนจริงที่มีจุดปลายความยาวส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกันกับ 5 เมื่อแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือ $1\,(2\pi) + 5 = 2\pi + 5$ $2\,(2\pi) + 5 =$ ______ $3\,(2\pi) +$ ___ $=$ ______ ____________ ______ ฯลฯ
$4\pi + 5$ 5 $6\pi + 5$ $4(2\pi)+5$ $8\pi + 5$	55.  ถ้าแทน $1\,(-2\pi) = -2\pi$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย_____ เข็มนาฬิกา จากจุด_____ (ทวน/ตาม) ให้ส่วนโค้งยาวเท่ากับ___รอบ ดังนั้นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $1\,(-2\pi)$ คือ_____
ตาม (1,0) 1 (1,0)	56. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้าแทน $n(-2\pi)$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย_____ เข็มนาฬิกา จากจุด_____ให้ส่วน (ทวน/ตาม) โค้งยาวเท่ากับ_____รอบ และจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $n(-2\pi)$ คือ______

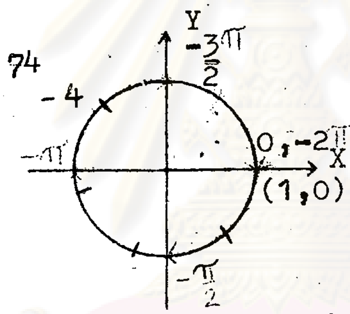
ตาม (1,0) n (1,0)	57. ให้ θ เป็นจำนวนจริงลบ จำนวนจริง n(−2π) เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก เป็นจำนวนจริง______ (บวก/ลบ) ดังนั้น n (−2π)+ θ เป็นจำนวนจริง______ (บวก/ลบ)
ลบ ลบ	58. ให้ θ เป็นจำนวนจริงลบ ดังนั้นการแทนจำนวนจริง n (−2π) +θ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยคือการวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย____เข็มนาฬิกา จาก (ทวน/ตาม) จุด (1,0) ให้ส่วนโค้งยาว n (−2π) หน่วย แล้ววัดต่อไปอีก______หน่วย แต่จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ n(−2π) คือ______ นั่นคือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ และ n (−2π)+ θ ______จุดเดียวกัน (เป็น/ไม่เป็น)
ตาม θ (1,0) เป็น	59. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงลบ **แล้วจำนวนจริงที่มีจุดปลายความยาว**ส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกันกับ θ เมื่อแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยคือ n (___)+ _____ เมื่อ n เป็นจำนวน________
−2π θ เต็มบวก	60. เนื่องจาก $-\frac{\pi}{4}$ เป็นจำนวนจริงลบ ดังนั้นจำนวนจริงที่มีจุดปลายความยาวส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกันกับ $-\frac{\pi}{4}$ เมื่อแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยคือ $1(-2\pi) + (-\frac{\pi}{4}) = -2\pi - \frac{\pi}{4}$ $2(-2\pi) + (-\frac{\pi}{4}) =$ ________ $3(-2\pi) +$ _____ $= -6\pi - \frac{\pi}{4}$ ________ = ________ ฯลฯ

$-4\pi - \frac{\pi}{4}$ $(-\frac{\pi}{4})$ $4(-2\pi)+(-\frac{\pi}{4})$ $-8\pi - \frac{\pi}{4}$	61. $-3\pi - \frac{\pi}{6}$, $-7\pi - \frac{\pi}{6}$, $-12\pi - \frac{\pi}{6}$ จากจำนวนจริงดังกล่าวข้างบน จำนวนจริงใดบ้างที่มีจุดปลายความยาวส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกันกับ $-\frac{\pi}{6}$ เมื่อแทนด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ________________
$-12\pi - \frac{\pi}{6}$	62.  เนื่องจาก AC คือเส้น ________ ของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น AC จะแบ่งเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วยออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆ กัน ยาว ส่วนละ $\frac{1}{2}$ (____) = ____ หน่วย นั่นคือ $\widehat{ABC}=\widehat{CDA}$ = _____ หน่วย
ผ่าศูนย์กลาง 2π π π	63.  เนื่องจากแกน y เป็นแกนสมมาตรของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้นถ้าพับวงกลมหนึ่งหน่วยตามแนวแกน y แล้วจุด A จะทับจุด ______ นั่นคือ B เป็นจุดกึ่งกลางของ $\widehat{A\_\_}$ และ D เป็นจุดกึ่งกลางของ $\widehat{C\_\_}$
C BC DA	64. จากกรอบที่ 63 เนื่องจาก $\widehat{ABC} = \widehat{CDA} = \pi$ หน่วย ดังนั้น B จะแบ่ง $\widehat{ABC}$ ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กันยาวส่วนละ $\frac{1}{2}$ (____) = _____ หน่วย และ D จะแบ่ง $\widehat{CDA}$ ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กันยาวส่วนละ $\frac{1}{2}$ (____) = _____ หน่วย นั่นคือ $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DA}$ = _____ หน่วย

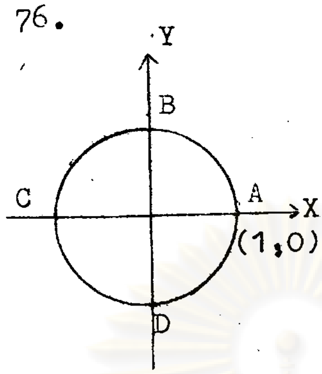
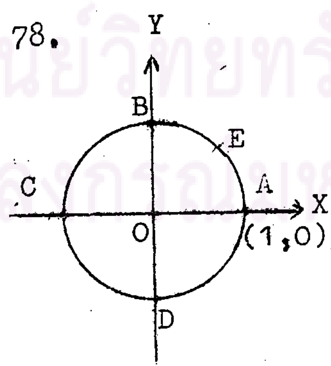
π $\frac{\pi}{2}$ π $\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$	65. จากกรอบที่ 63 นั่นคือจะสรุปได้ว่า $\widehat{AB}$ = ________ หน่วย $\widehat{ABC}$ = ________ หน่วย $\widehat{ABCD}$ = $\widehat{ABC}$ + _____ = π + _____ = _____ หน่วย
$\frac{\pi}{2}$ π $\widehat{CD}$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{2}$	66.  จากรูป จะสรุปได้ว่า B คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง______ C คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง______ D คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง______
$\frac{\pi}{2}$ π $\frac{3\pi}{2}$	67.  จากรูป เป็นการแสดงการแทนจำนวนจริง $\frac{\pi}{2}$, π $\frac{3\pi}{2}$ และ 2π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ให้นักเรียนเขียนจำนวนจริง π, $\frac{3\pi}{2}$ และ 2π ที่จุดปลายความยาวส่วนโค้งของแต่ละจำนวนจริง
π 2π $\frac{3\pi}{2}$	68.  เนื่องจาก $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DA}=\frac{\pi}{2}$ หน่วย และการวัด $\widehat{BA}$, $\widehat{CB}$, $\widehat{AD}$, $\widehat{DC}$ เป็นการวัด______เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม) ดังนั้น $\widehat{BA}=\widehat{CB}=\widehat{DC}=\widehat{AD}=$ ____ หน่วย นั่นคือ $\widehat{AD}$ = ________ หน่วย $\widehat{ADC}$ = ________ หน่วย $\widehat{ADCB}$ = ________ หน่วย

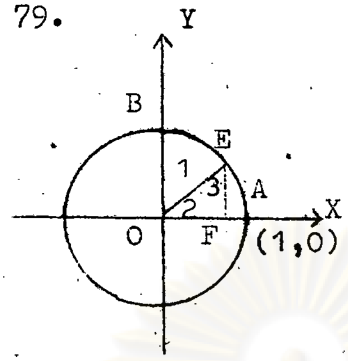
ตาม $-\frac{\pi}{2}$ $-\frac{\pi}{2}$ $-\pi$ $-\frac{3\pi}{2}$	69.  จากรูป จะสรุปได้ว่า D คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง_____ C คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง_____ B คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง_____
$-\frac{\pi}{2}$ $-\pi$ $-\frac{3\pi}{2}$	70.  จากรูป เป็นการแสดงการแทนจำนวนจริง $-\frac{\pi}{2}$, $-\pi$, $-\frac{3\pi}{2}$ และ -2π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ให้นักเรียนเขียนจำนวนจริง $-\frac{\pi}{2}$, $-\pi$, $-\frac{3\pi}{2}$ และ -2π ที่จุดปลายความยาวส่วนโค้งของแต่ละจำนวนจริง
$-\frac{3\pi}{2}$ $-\pi$ -2π $-\frac{\pi}{2}$	71. เนื่องจาก $\pi \approx 3.1416$ ดังนั้น $\frac{\pi}{2} \approx$ ________ $\frac{3\pi}{2} \approx$ ________ $2\pi \approx$ ________
1.5708 4.7124 6.2832	72. ถ้าแทนจำนวนจริง 0 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจะต้องวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยจากจุด____ให้ส่วนโค้งยาว____หน่วย นั่นคือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 0 คือ______

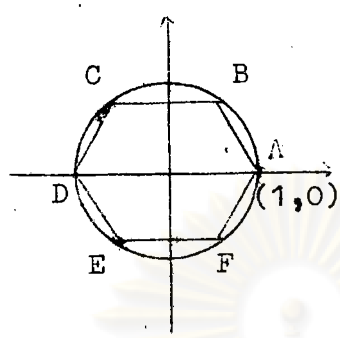
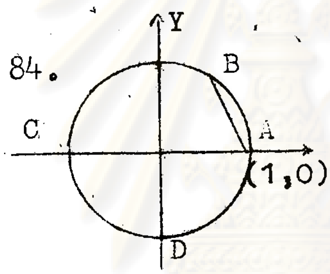
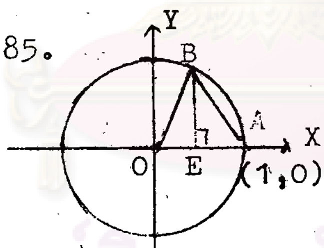
<table>
<tr>
<td>(1,0) 0
(1,0)</td>
<td>73. 

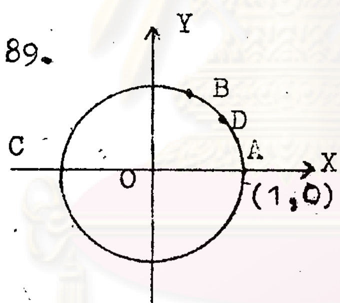
การแทน 4 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย คือการวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย_____ (ทวน/ตาม) เข็มนาฬิกา จากจุด____ ให้ส่วนโค้งยาว______หน่วย
จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 4 อยู่ระหว่างจุดปลายความยาว ส่วนโค้งของจำนวนจริง____และ____
นั่นคือถ้าแทน 4 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 4 อยู่ในควอดรันต์ที่_____</td>
</tr>
<tr>
<td>ทวน
(1,0)
4
π $\frac{3\pi}{2}$
3</td>
<td>74 

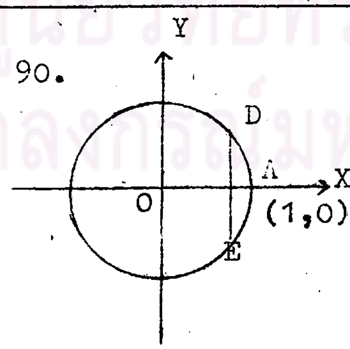
การแทน -4 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยคือการวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย_____ (ทวน/ตาม) เข็มนาฬิกา จากจุด____ให้ส่วนโค้งยาว___หน่วย
จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ -4 อยู่ระหว่างจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง____และ____
นั่นคือถ้าแทน -4 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ -4 อยู่ในควอดรันต์ที่____</td>
</tr>
<tr>
<td>ตาม
(1,0)
-4
$-\pi$ $-\frac{3\pi}{2}$
2</td>
<td>75. $-\frac{3\pi}{4}$, 6, 7, $\frac{4\pi}{3}$, -5
เมื่อแทนจำนวนจริงดังกล่าวข้างต้นด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย
จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริงใดที่
ก. อยู่ในควอดรันต์ที่ 1. ได้แก่ ____________
ข. อยู่ในควอดรันต์ที่ 2. ได้แก่ ____________
ค. อยู่ในควอดรันต์ที่ 3. ได้แก่ ____________
ง. อยู่ในควอดรันต์ที่ 4. ได้แก่ ____________</td>
</tr>
</table>

7, -5 ไม่มี $\frac{-3\pi}{4}$, $\frac{4\pi}{3}$ 6	76.  จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 0 คือจุด A " " $\frac{\pi}{2}$ " ___ " " π " ___ " " $\frac{3\pi}{2}$ " ___ " " 2π " ___ โคออร์ดิเนตของจุด A คือ (1,0) " B " ___ " C " ___ " D " ___
B C D A (0,1) (-1,0) (0,-1)	77. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้าแทน 0, $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3\pi}{2}$ และ 2π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 0 คือ ___ " " " $\frac{\pi}{2}$ " ___ " " " π " ___ " " " $\frac{3\pi}{2}$ " ___ " " " 2π " ___
(1,0) (0,1) (-1,0) (0,-1) (1,0)	78.  E เป็นจุดกึ่งกลางของ $\widehat{AB}$ $\widehat{AB}$ = ______ หน่วย ดังนั้น $\widehat{AE} = \frac{1}{2}\ \widehat{AB}$ $= \frac{1}{2}$ (___) = ______ หน่วย นั่นคือ E คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง______

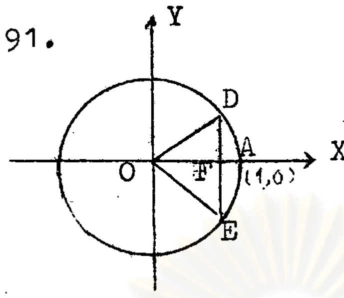
$\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{4}$	79.  E เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{4}$ $\widehat{AE}$ ______ $\widehat{EB}$ (=/≠) ดังนั้น $\hat{1}$ ______ $\hat{2}$ (=/≠) เนื่องจาก FE ขนานกับแกน Y ทำให้ $\hat{1}$ ______ $\hat{3}$ (=/≠) ดังนั้น $\hat{2}$ ______ $\hat{3}$ (=/≠) นั่นคือ △OEF = ______ สามเหลี่ยม (เป็น/ไม่เป็น) หน้าจั่วและ OF = ______
= = = = เป็น FE	80. จากกรอบที่ 79 โคออร์ดิเนตของ E คือ (OF,FE) เนื่องจาก(OF,FE) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น $OF^2 + FE^2$ = ______ $OF^2 + OF^2$ = ______ (OF = FE) $2(OF^2)$ = ______ OF = ______ OF = ______
1 1 1 $\frac{1}{2}$ $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$	81. จากกรอบที่ 80 เนื่องจากจุด E เป็นจุดในควอดรันต์ที่ 1 ดังนั้น OF และ EF มีเครื่องหมาย ______ (บวก/ลบ) นั่นคือ OF=FE = ______ หน่วย และโคออร์ดิเนตของ E คือ ______
$\frac{1}{\sqrt{2}}$ บวก $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$	82. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้าแทน $\frac{\pi}{4}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย และจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{4}$ มีโคออร์ดิเนตเป็น ______

$(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$	83.  ให้คอร์ด AB=BC=CD=DE=EF=1 หน่วย จากทฤษฎีบทในวิชาเรขาคณิตจะได้ว่า ถ้าคอร์ด AB,BC,CD,DE และ EF=1 หน่วย แล้ว **FA = 1** หน่วยด้วย ดังนั้นรูป ABCDEF เป็นรูป____ เหลี่ยมด้านเท่า และเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ถูกแบ่งออกเป็น____ส่วนเท่า ๆ กัน นั่นคือ $\widehat{AB} = \frac{1}{6}$ (____) หน่วย = ____ หน่วย
6 6 2π $\frac{\pi}{3}$	84.  B เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{3}$ นั่นคือ $\widehat{AB}$ = ____ หน่วย และ AB = ____ หน่วย
$\frac{\pi}{3}$ 1	85.  B เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{3}$ OA=OB=AB= ____หน่วย ดังนั้น $\triangle$ AOB ____สามเหลี่ยมด้าน (เป็น/ไม่เป็น) เท่าและ OE=EA= ____ หน่วย
1 เป็น $\frac{1}{2}$	86. จากกรอบที่ 85 โคออร์ดิเนตของ B คือ (OE,EB) เนื่องจากจุด (OE,EB) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่ง หน่วยดังนั้น $OE^2 + EB^2$ = ____ $\frac{1}{4} + EB^2$ = ____ ($OE=\frac{1}{2}$ หน่วย) EB^2 = ____ นั่นคือ EB = ____ หน่วย

<table>
<tr>
<td>1
1
$\frac{3}{4}$
$\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$</td>
<td>87. จากกรอบที่ 86
เนื่องจากจุด B เป็นจุดในควอดรันต์ที่____
ดังนั้น OE และ EB มีเครื่องหมาย______
(บวก/ลบ)
นั่นคือ EB= ______หน่วย และ OE= _____หน่วย
และโคออร์ดิเนตของ B คือ______</td>
</tr>
<tr>
<td>1
บวก
$\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{1}{2}$
$(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$</td>
<td>88. นั่นคือจะสรุปได้ว่า
ถ้าแทน $\frac{\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย
แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{3}$ มีโคออร์ดิเนตเป็น
________</td>
</tr>
<tr>
<td>$(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$</td>
<td>89.


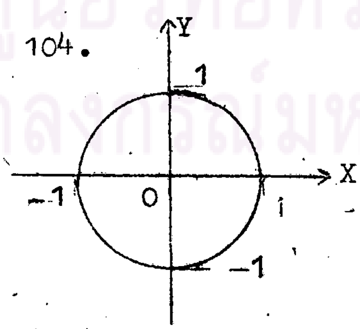
$\widehat{ADB} = \frac{\pi}{3}$ หน่วย
D เป็นจุดกึ่งกลางของ $\widehat{ADB}$
ดังนั้น AD= $\frac{1}{2}\widehat{ADB}$
$= \frac{1}{2}$ (_____)
= _____ หน่วย
นั่นคือ D คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง_____</td>
</tr>
<tr>
<td>$\frac{\pi}{3}$
$\frac{\pi}{6}$
$\frac{\pi}{6}$</td>
<td>90.


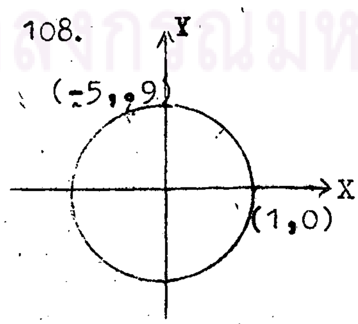
D เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{6}$
ดังนั้น $\widehat{AD}$= _____ หน่วย
ถ้าพับวงกลมหนึ่งหน่วยในรูปตามแนวแกน X แล้วจุด D จะทับจุด_____
ดังนั้น $\widehat{EA} = \widehat{AD}$ = _____ หน่วย
$\widehat{EAD}$ = _____ หน่วย
และ DE = _____ หน่วย</td>
</tr>
</table>

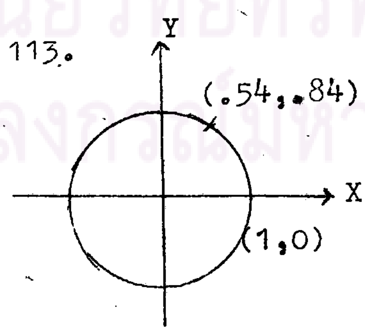
$\frac{\pi}{6}$ E $\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{3}$ 1	91.  D เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{6}$ DO=OE=DE= ____ หน่วย ดังนั้น DOE _____ สามเหลี่ยมด้าน (เป็น/ไม่เป็น) เท่า และ FD=FE= _____ หน่วย
1 เป็น $\frac{1}{2}$	92. จากกรอบที่ 91 โคออร์ดิเนตของ D คือ (OF,FD) เนื่องจากจุด(OF,FD) อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น $OF^2 + FD^2$ = _____ $OF^2 + \frac{1}{4}$ = _____ (FD= $\frac{1}{2}$ หน่วย) OF^2 = _____ นั่นคือ OF = _____ หน่วย
1 1 $\frac{3}{4}$ $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$	93. จากกรอบที่ 92 เนื่องจากจุด D เป็นจุดในควอดรันต์ ที่_____ ดังนั้น OF และFD มีเครื่องหมาย_____ (บวก/ลบ) นั่นคือ OF= _____ หน่วย และFD= _____ หน่วย และโคออร์ดิเนตของD คือ _____
1 บวก $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{1}{2}$ $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$	94. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้าแทน $\frac{\pi}{6}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{6}$ มีโคออร์ดิเนตเป็น _____

$(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$	95. ดังนั้นถ้าแทน $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ และ $\frac{\pi}{6}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{4}$ คือ___ " " $\frac{\pi}{3}$ " ___ " " $\frac{\pi}{6}$ " ___
$(\frac{1}{\sqrt{2}} , \frac{1}{\sqrt{2}})$ $(\frac{1}{2} , \frac{\sqrt{3}}{2})$ $(\frac{\sqrt{3}}{2} , \frac{1}{2})$	
3. ฟังก์ชันซายน์ และฟังก์ชันโคซายน์	
	96. ในการแทนจำนวนจริงด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยทุกครั้ง จะสังเกตเห็นได้ว่า จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริงหนึ่ง ๆ มีจุดเดียวเสมอ ดังนั้นถ้าแทนจำนวนจริง θ_1 และ θ_2 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ_1 และ θ_2 เป็น (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) ตามลำดับ และ $\theta_1 = \theta_2$ แล้วจะสรุปได้ว่า ________ = ________
(x_1, y_1) (x_2, y_2)	97. เนื่องจากถ้า $(x_1, y_1) = (x_2, y_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$ และ $y_1 = y_2$ ดังนั้นถ้าแทนจำนวนจริง θ_1 และ θ_2 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ_1 และ θ_2 เป็น (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) ตามลำดับ และ $\theta_1 = \theta_2$ แล้ว $x_1 =$___ และ $y_1 =$____

x_2 y_2	98. ให้ θ_1 และ θ_2 เป็นจำนวนจริง และเมื่อแทน θ_1 และ θ_2 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ_1 และ θ_2 คือ (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) ตามลำดับ <u>พิจารณาคู่ลำดับ</u> (θ_1, x_1) และ (θ_2, x_2) ถ้า $\theta_1 = \theta_2$ แล้ว x_1 ______ x_2 $(=/\neq)$ <u>พิจารณาคู่ลำดับ</u> (θ_1, y_1) และ (θ_2, y_2) ถ้า $\theta_1 = \theta_2$ แล้ว y_1 ______ y_2 $(=/\neq)$
= =	99. ดังนั้น ถ้า θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ มีโคออร์ดิเนต เป็น (x, y) แล้วจะได้ว่า เซ็ตของคู่ลำดับ (θ, y) ______ ฟังค์ชัน (เป็น/ไม่เป็น) เซ็ตของคู่ลำดับ (θ, x) ______ ฟังค์ชัน (เป็น/ไม่เป็น)
เป็น เป็น	100. จากกรอบที่ 99 ฟังค์ชันซึ่งเป็นเซ็ตของคู่ลำดับ (θ, y) เรียกว่า sine (อ่านว่าฟังค์ชันซายน์) ฟังค์ชันซึ่งเป็นเซ็ตของคู่ลำดับ (θ, x) เรียกว่า cosine (อ่านว่าฟังค์ชันโคซายน์) ดังนั้น sine คือเซ็ต ของคู่ลำดับ______ และ cosine คือเซ็ตของคู่ลำดับ______

(θ, y) (θ, x)	101. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ มีโคออร์ดิเนตเป็น (x,y) แล้ว sine คือ______________ cosine คือ______________
เซ็ตของคู่ลำดับ (θ, y) เซ็ตของคู่ลำดับ (θ, x)	102. ให้ sine คือเซ็ตของคู่ลำดับ (θ, y) cosine คือเซ็ตของคู่ลำดับ (θ, x) นั่นคือ θ เป็น__________ (x,y) เป็น__________ของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ เมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย
จำนวนจริง โคออร์ดิเนต	103. ถ้า sine คือเซ็ตของคู่ลำดับ (θ, y) และ cosine คือเซ็ตของคู่ลำดับ (θ, x) แล้วโดเมนของ sine และ cosine คือเซ็ตของ_____ ดังนั้นโดเมนของ sine และ cosine คือเซ็ตของจำนวน ________
θ จริง	104.  จากรูป เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย ให้ (x,y) เป็นโคออร์ดิเนตใด ๆ บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย x เป็นจำนวนจริงที่มีค่าระหว่าง___ ถึง___ y เป็นจำนวนจริงที่มีค่าระหว่าง___ ถึง___ นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้า (x,y) เป็นจุดโคออร์ดิเนตบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วทั้ง x และ y เป็นจำนวนจริงที่มีค่าระหว่าง____ถึง____

1 -1 1 -1 1 -1	105. ถ้า sine คือเซ็ตของคู่ลำดับ (θ, y) และ cosine คือเซ็ตของคู่ลำดับ (θ, x) แล้ว เรนจ์ของ sine คือเซ็ตของ ____ เรนจ์ของ cosine คือเซ็ตของ ____ (x,y) ______ บนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย (อยู่/ไม่อยู่) ดังนั้นเรนจ์ของ sine และ cosine คือจำนวนจริงที่มีค่า ระหว่าง ____ ถึง ____
y อยู่ x 1 -1	106. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ก. โดเมนของ sine และ cosine คือ__________ ข. เรนจ์ของ sine และ cosine คือ__________ ______________
เซ็ตของจำนวนจริง จำนวนจริงที่มีค่า ระหว่าง 1 ถึง-1	107. ถ้า (θ, y) อยู่ใน sine เขียนแทนด้วย sine θ = y หรือเขียนสั้น ๆ ว่า sine θ = y (อ่านว่าซายน์ของ จำนวนจริง θ เท่ากับ y) ถ้า (θ, x) อยู่ใน cosine เขียนแทนด้วย cosine θ = _____ หรือเขียนสั้น ๆ ว่า cos θ = x (อ่านว่าคอส ของจำนวนจริง θ เท่ากับ x)
x	108.  ถ้าแทน 2 ด้วยความยาวของส่วน โค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาว ส่วนโค้งของ 2 คือ (-.5,.9) ดังนั้น (2, .9) อยู่ใน__________ (sine/cosine) และ (2,-.5) อยู่ใน__________ (sine/cosine)

sine cosine	109. นั่นคือ sin 2 = __________ cos 2 = __________
.9 -.5	110. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้าแทนจำนวนจริง θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ คือ (x,y) แล้ว sin θ = ______ cos θ = ______
y x	111. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ การหาค่า sin θ และ cos θ ทำได้ดังนี้คือ ก. แทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลม________ ข. หา__________ของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ
หนึ่งหน่วย โคออร์ดิเนต	112. การหา sin 1 และ cos 1 ทำได้ดังนี้คือ ก. แทน 1 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของ__________ ข. หา____________ของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 1
วงกลมหนึ่งหน่วย โคออร์ดิเนต	113.  เมื่อแทน 1 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้วโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 1 คือ (.54, .84) ดังนั้น sin 1 = ______ cos 1 = ______

.84 .54	114. เนื่องจาก เรนจ์ของ sine และ cosine คือจำนวนจริงที่มีค่าระหว่าง 1 ถึง -1 ดังนั้นค่าของ sin θ และ cos θ เมื่อ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะมีค่าระหว่าง____ถึง____
1 -1	115. ถ้าแทนจำนวนจริง α และ θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย และโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ α และ θ คือ(x,y) แล้ว $\sin\theta = \sin\alpha$ = ____ $\cos\theta = \cos\alpha$ = ____
y x	116. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้าแทนจำนวนจริง α และ θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ α และ θ เป็นจุดเดียวกันแล้ว sin θ ______ sin α (=/≠) cos θ ______ cos α (=/≠)
= =	117. เมื่อแทน 5 และ $2\pi + 5$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายยาวส่วนโค้งของ 5 และ $2\pi+5$ เป็นจุดเดียวกัน ดังนั้น sin 5 = ______ $(2\pi + 5)$ (sin/cos) cos 5 = ______ $(2\pi + 5)$ (sin/cos)

sin cos	118. เมื่อแทน $-\frac{\pi}{5}$ และ $-4\pi-\frac{\pi}{5}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $-\frac{\pi}{5}$ และ $-4\pi-\frac{\pi}{5}$ เป็นจุดเดียวกัน ดังนั้น sin $(-\frac{\pi}{5})$ = ______ $(-4\pi-\frac{\pi}{5})$ (sin/cos) cos $(-\frac{\pi}{5})$ ______ $(-4\pi-\frac{\pi}{5})$ (sin/cos)
sin cos	119. ให้ θ เป็นจำนวนจริง เมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 1 (x,y) เป็นโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ ดังนั้น x มีเครื่องหมาย ______ และ y มี (บวก/ลบ) เครื่องหมาย______ (บวก/ลบ) แต่ sin θ = ______ และ cos θ ______ นั่นคือ sin θ มีเครื่องหมาย______ และ cos θ (บวก/ลบ) มีเครื่องหมาย ______ (บวก/ลบ)
บวก บวก y x บวก บวก	120. จากกรอบที่ 119 ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้ง θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 2 ดังนั้น x มีเครื่องหมาย ______ และ y มีเครื่องหมาย (บวก/ลบ) ______ (บวก/ลบ) นั่นคือ sin θ มีเครื่องหมาย ______ และ cos θ (บวก/ลบ) มีเครื่องหมาย______ (บวก/ลบ)

ลบ บวก บวก ลบ	121. จากกรอบที่ 119 ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 ดังนั้น x มีเครื่องหมาย____ และ y มีเครื่องหมาย____ (บวก/ลบ) (บวก/ลบ) นั่นคือ sin θ มีเครื่องหมาย____ และ cos θ มีเครื่องหมาย____ (บวก/ลบ) (บวก/ลบ)
ลบ ลบ ลบ ลบ	122. จากกรอบที่ 119 ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 ดังนั้น x มีเครื่องหมาย____ และ y มีเครื่องหมาย____ (บวก/ลบ) (บวก/ลบ) นั่นคือ sin θ มีเครื่องหมาย____ และ cos θ มีเครื่องหมาย____ (บวก/ลบ) (บวก/ลบ)
บวก ลบ ลบ บวก	123. นั่นคือจะสรุปได้ว่า เมื่อแทนจำนวนจริง θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ก. ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งอยู่ในควอดรันต์ที่ 1 แล้ว sin θ มีเครื่องหมาย____ และ cos θ มีเครื่องหมาย____ ข. ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งอยู่ในควอดรันต์ที่ 2 แล้ว sin θ มีเครื่องหมาย____ และ cos θ มีเครื่องหมาย____ ค. ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งอยู่ในควอดรันต์ที่ 3 แล้ว sin θ มีเครื่องหมาย____ และ cos θ มีเครื่องหมาย____ ง. ถ้าจุดปลายความยาวส่วนโค้งอยู่ในควอดรันต์ที่ 4 แล้ว sin θ มีเครื่องหมาย____ และ cos θ มีเครื่องหมาย____

บวก บวก บวก ลบ ลบ ลบ ลบ บวก	124. เนื่องจากเมื่อแทน −5.4 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ −5.4 อยู่ในควอดรันต์ที่ 1 ดังนั้น sin (−5.4) มีเครื่องหมาย____ cos (−5.4) มีเครื่องหมาย____
บวก บวก	125. เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{4\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{4\pi}{3}$ อยู่ในควอดรันต์ที่ ____ ดังนั้น $\sin \frac{4\pi}{3}$ = ____ $\cos \frac{4\pi}{3}$ = ____
3 ลบ ลบ	126. เนื่องจากเมื่อแทน 2.1 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 2.1 อยู่ในควอดรันต์ ที่ ____ ดังนั้น sin 2.1 มีเครื่องหมาย____ cos 2.1 มีเครื่องหมาย____
2 บวก ลบ	127. $\cos^2 \theta$ หมายถึง $(\cos \theta)^2$ หรือ $(\cos \theta)(\cos \theta)$ กล่าวคือ $\cos^2 5 = (\cos 5)^2 = (\cos 5)(\cos 5)$ ดังนั้น $\cos^2 \frac{\pi}{5}$ = ____ = ____

$(\cos \frac{\pi}{5})^2$ $(\cos \frac{\pi}{5})(\cos \frac{\pi}{5})$	128. $\cos \theta^2$ หมายถึงค่า cosine ของจำนวนจริง θ^2 กล่าวคือ $\cos 5^2 = \cos 25$ ดังนั้น $\cos (-6)^2 =$ ______
$\cos 36$	129. ในทำนองเดียวกัน $\sin^2 \theta$ หมายถึง $(\sin \theta)^2$ หรือ $(\sin \theta)(\sin \theta)$ กล่าวคือ $\sin^2 7 = (\sin 7)^2 = (\sin 7)(\sin 7)$ ดังนั้น $\sin^2(-\frac{\pi}{12}) =$ ______ $=$ ______
$(\sin (-\frac{\pi}{12}))^2$ $(\sin (-\frac{\pi}{12}))$ $(\sin (-\frac{\pi}{12}))$	130. $\sin \theta^2$ หมายถึงค่า sine ของจำนวนจริง θ^2 กล่าวคือ $\sin 8^2 = \sin 64$ ดังนั้น $\sin (-12)^2 =$ ______
$\sin 144$	131. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ เมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ คือ (x, y) ดังนั้น $\sin \theta =$ ______, และ $\cos \theta =$ ______. แต่ (x, y) เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น $x^2 + y^2 =$ ______ นั่นคือ $(\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2 =$ ______
y x 1 1	132. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ นั่นคือจะสรุปได้ว่า $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta =$ ______

1	133. ถ้า $\sin\alpha = 1$ ให้นักเรียนหาว่า $\cos\alpha = ?$ เนื่องจาก $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ ดังนั้น $\cos^2\alpha + (\_\_\_)^2 = 1$ $\cos^2\alpha = \_\_\_$ นั่นคือ $\cos\alpha = \_\_\_$
1 0 0	134. ถ้า $\cos\frac{\pi}{3} = 0.5$ ให้นักเรียนหาว่า $\sin\frac{\pi}{3} = ?$ เนื่องจาก $\cos^2\frac{\pi}{3} + \sin^2\frac{\pi}{3} = 1$ ดังนั้น $(\_\_\_)^2 + \sin^2\frac{\pi}{3} = 1$ $\sin^2\frac{\pi}{3} = \_\_\_$ $\sin\frac{\pi}{3} = \_\_\_$ $= \pm .8660$
.5 .75 $\pm\sqrt{.75}$	135. จากกรอบที่ 134 เมื่อแทน $\frac{\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{3}$ อยู่ในควอดรันต์ที่___ ดังนั้น $\sin\frac{\pi}{3}$ มีเครื่องหมาย = ... (บวก/ลบ) นั่นคือ $\sin\frac{\pi}{3} = \_\_\_\_$

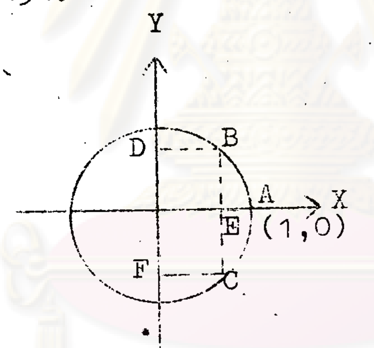
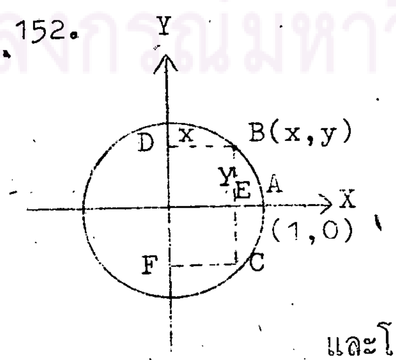
1 บวก .8660	136. ถ้า $\sin\frac{3\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ให้นักเรียนหาว่า $\cos\frac{3\pi}{4} = ?$ เนื่องจาก ____ + ____ = 1 ดังนั้น ____ + ____ = 1 ____ + ____ = 1 ____ = ____ $\cos\frac{3\pi}{4} =$ ____ แต่ $\cos\frac{3\pi}{4}$ มีเครื่องหมาย ____ (บวก/ลบ) นั่นคือ $\cos\frac{3\pi}{4} =$ ____
$\cos^2\frac{3\pi}{4}$ $\sin^2\frac{3\pi}{4}$ $\cos^2\frac{3\pi}{4}$ $(\frac{1}{\sqrt{2}})^2$ $\cos^2\frac{3\pi}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\cos^2\frac{3\pi}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ ลบ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$	

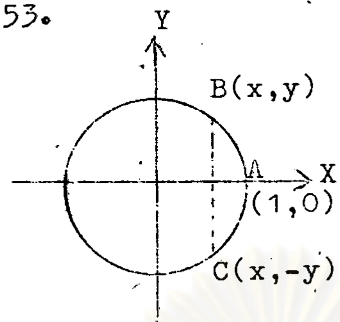
4. การใช้วงกลมหนึ่งหน่วยหาค่าฟังก์ชันซายน์ และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริง 0, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, , $\frac{3\pi}{2}$ และ 2π

	137. ถ้าแทน 5 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 5 มีโคออร์ดิเนตเป็น (.96,-.28) ดังนั้น sin 5 = ______ cos 5 = ______
-.28 .96	138. ถ้าแทน 0 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 0 คือ ______ ดังนั้น sin 0 = ______ cos 0 = ______
(1,0) 0 1	139. ถ้าแทน $\frac{\pi}{2}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{2}$ คือ ______ ดังนั้น sin $\frac{\pi}{2}$ = ______ cos $\frac{\pi}{2}$ = ______
(0,1) 1 0	140. ถ้าแทน π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ π คือ ______ ดังนั้น sin π = ______ cos π = ______
(-1,0) 0 -1	141. ถ้าแทน $\frac{3\pi}{2}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วโคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{3\pi}{2}$ คือ ______ ดังนั้น sin $\frac{3\pi}{2}$ = ______ cos $\frac{3\pi}{2}$ = ______

$(0,-1)$ -1 0	142. ถ้าแทน 2π ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 2π คือ ________ ดังนั้น $\sin 2\pi =$ ________ $\cos 2\pi =$ ________
$(1,0)$ 0 1	143. นั่นคือจะสรุปค่าฟังก์ชันซายน์ และฟังก์ชันโคซายน์ ของจำนวนจริง $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ และ 2π ได้คือ $\sin 0 =$ ______ และ $\cos 0 =$ ______ $\sin \frac{\pi}{2} =$ ______ และ $\cos \frac{\pi}{2} =$ ______ $\sin \pi =$ ______ และ $\cos \pi =$ ______ $\sin \frac{3\pi}{2} =$ ______ $\cos \frac{3\pi}{2} =$ ______ $\sin 2\pi =$ ______ $\cos 2\pi =$ ______
$0 \quad 1$ $1 \quad 0$ $0 \quad -1$ $-1 \quad 0$ $0 \quad 1$	144. ถ้าแทน $\frac{\pi}{4}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{4}$ คือ ________ ดังนั้น $\sin \frac{\pi}{4} =$ ________ $\cos \frac{\pi}{4} =$ ________
$(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$	145. ถ้าแทน $\frac{\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{3}$ คือ ________ ดังนั้น $\sin \frac{\pi}{3} =$ ________ $\cos \frac{\pi}{3} =$ ________

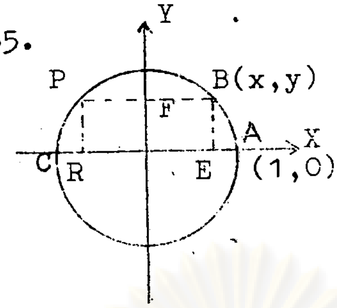
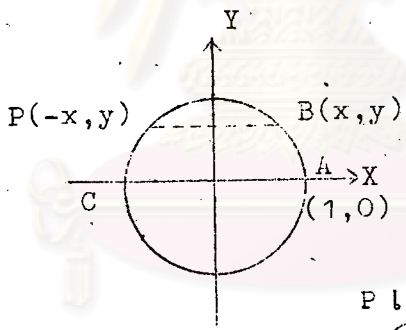
$(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{1}{2}$	146. ถ้าแทน $\frac{\pi}{6}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้ว โคออร์ดิเนตของจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{\pi}{6}$ คือ ________ ดังนั้น $\sin\frac{\pi}{6} =$ ________ $\cos\frac{\pi}{6} =$ ________
$(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ $\frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$	147. นั่นคือจะสรุปค่าฟังก์ชันซายและฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริง $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ และ $\frac{\pi}{6}$ ได้คือ $\sin\frac{\pi}{4} =$ ______ และ $\cos\frac{\pi}{4} =$ ______ $\sin\frac{\pi}{3} =$ ______ และ $\cos\frac{\pi}{3} =$ ______ $\sin\frac{\pi}{6} =$ ______ และ $\cos\frac{\pi}{6} =$ ______
$\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$	148. $\sin 0 \cdot \cos\frac{3\pi}{2} - \sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{3} =$ ________ $=$ ________ $=$ ________
$0.0 - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$ $0 - \frac{1}{4}$ $-\frac{1}{4}$	149. $\sin^2\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{3} + \sin 2\pi \cos\frac{\pi}{6} =$ ________ $=$ ________ $=$ ________

$(\frac{1}{\sqrt{2}})^2 \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{1}{4} + 0$ $\frac{1}{4}$	150. $\sin\pi \cos\frac{3\pi}{2} + \cos^2\frac{\pi}{4}\cos\pi$ = ____________ = ____________ = ____________
$0 \cdot 0 + (\frac{1}{\sqrt{2}})^2 \cdot (-1)$ $0 - \frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	
5. การแสดงค่าฟังก์ชันซายน์ และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริงใด ๆ ในเทอมของค่าของฟังก์ชันของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$	
	151.  เนื่องจากแกน X เป็นแกนสมมาตรของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้นถ้าพับวงกลมหนึ่งหน่วยในรูปตามแนวแกน X แล้วจุด B จะทับจุด______ นั่นคือ AB = ____ BE = ____ และ BD = ____
C CA EC CF	152.  จากรูปโคออร์ดิเนตของ B คือ(x,y) ดังนั้น DB = x หน่วย และ BE = ___ หน่วย นั่นคือ CF = ___ หน่วย EC = ___ หน่วย และโคออร์ดิเนตของ C คือ______

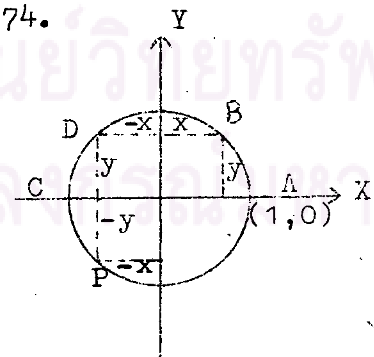
y x -y (x,-y)	153.  ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ B เป็นจุดหมายความยาวส่วนโค้งของ θ $\widehat{AB}$ = ______ หน่วย $\widehat{AB}$ ______ $\widehat{CA}$ (=/≠) ดังนั้น $\widehat{AC}$ = ______ หน่วย นั่นคือ C เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ ____
θ = -θ -θ	154. จากกรอบที่ 153 ดังนั้น sin θ = ____ และ cos θ = ____ sin(-θ) = ____ และ cos(-θ) = ____ นั่นคือ sin(-θ) = ______ (sin θ/-sin θ) = ______ (cos θ/-cos θ)
y x -y x -sin θ cos θ	155. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว -θ เป็น ________ และ sin(-θ) = ________ cos(-θ) = ________
จำนวนจริงลบ -sin θ cos θ	156. sin(-5) = ________ cos(-5) = ________ $\sin(-\frac{\pi}{10})$ = ________ $\cos(-\frac{\pi}{10})$ = ________

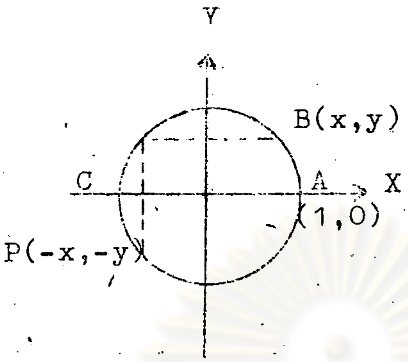
$-\sin 5$ $\cos 5$ $-\sin \frac{\pi}{10}$ $\cos \frac{\pi}{10}$	157. ให้นักเรียนหาค่า $\sin(-\frac{\pi}{4})$ และ $\cos(-\frac{\pi}{4})$ $\sin(-\frac{\pi}{4}) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cos(-\frac{\pi}{4}) = \cos\frac{\pi}{4} =$ ______
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	158. ให้นักเรีนหาค่า $\sin(-\frac{\pi}{3})$, $\cos(-\frac{\pi}{6})$, $\sin(-\pi)$ และ $\cos(-2\pi)$ $\sin(-\frac{\pi}{3}) =$ ______________ $\cos(-\frac{\pi}{6}) =$ ______________ $\sin(-\pi) =$ ______________ $\cos(-2\pi) =$ ______________
$-\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $-\sin\pi = 0$ $\cos 2\pi = 1$	159. ถ้า θ เป็นจำนวนบวก ซึ่ง $\theta > 2\pi$ แล้ว $\theta = n(2\pi)+\alpha$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ $0 \leq \alpha < 2\pi$ เช่น $5\pi = 2(2\pi)+\pi$ ดังนั้น $9\pi =$ __ $(2\pi)+$ ____ $\frac{5\pi}{2} =$ __ $(2\pi)+$ ____ $\frac{25\pi}{4} =$ __ $(2\pi)+$ ____
4 $\quad\pi$ 1 $\quad\frac{\pi}{2}$ 3 $\quad\frac{\pi}{4}$	160. ให้ $\theta = n(2\pi)+\alpha$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ $0 \leq \alpha < 2\pi$ ถ้าแทน $n(2\pi)+\alpha$ และ α ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $n(2\pi)+\alpha$ และ α __________ จุดเดียวกัน (เป็น/ไม่เป็น) ดังนั้นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ และ α __________ จุดเดียวกัน (เป็น/ไม่เป็น) นั่นคือ $\sin\theta$ ____ $\sin\alpha$ และ $\cos\theta$ ____ $\cos\alpha$ (=/≠) (=/≠)

เป็น เป็น = =	161. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงซึ่ง $\theta > 2\pi$ แล้ว ก. $\theta = n(2\pi) + \alpha$ เมื่อ n เป็น________ และ __ $\leqslant \alpha <$ __ ข. $\sin\theta$ = ________ $\cos\theta$ = ________
จำนวนเต็มบวก 0 2π $\sin\alpha$ $\cos\alpha$	162. ให้นักเรียนหาค่า $\sin 5\pi$ และ $\cos 5\pi$ เนื่องจาก $5\pi > 2\pi$ ดังนั้น $5\pi = 2(2\pi) + \pi$ นั่นคือ $\sin 5\pi = \sin\pi = 0$ $\cos 5\pi$ = ______ = ______
$\cos\pi$ -1	163. ให้นักเรียนหาค่า $\sin\frac{7\pi}{3}$ และ $\cos\frac{7\pi}{3}$ เนื่องจาก $\frac{7\pi}{3}$ ______ 2π (>/<) ดังนั้น $\frac{7\pi}{3}$ = __ (2π) + __ นั่นคือ $\sin\frac{7\pi}{3}$ = ______ = ______ $\cos\frac{7\pi}{3}$ = ______ = ______
> 1 $\frac{\pi}{3}$ $\sin\frac{\pi}{3}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos\frac{\pi}{3}$ $\frac{1}{2}$	164. ให้นักเรียนหาค่า $\sin\frac{25\pi}{6}$ และ $\cos\frac{25\pi}{6}$ เนื่องจาก ____________ ดังนั้น ____________ นั่นคือ ____________ ____________

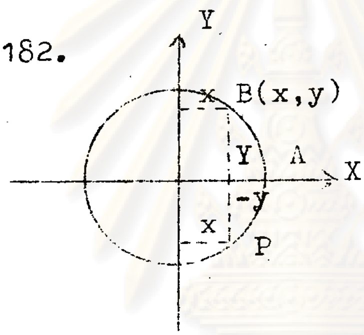
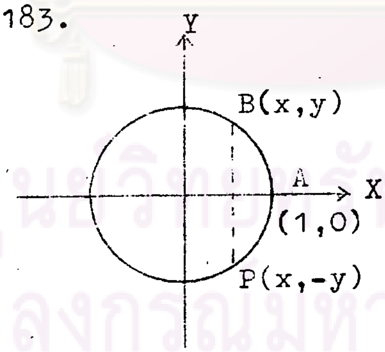
$\frac{25\pi}{6} > 2\pi$ $\frac{25\pi}{6} = 2(2\pi)+\frac{\pi}{6}$ $\sin\frac{25\pi}{6} = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ $\cos\frac{25\pi}{6}=\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	165.  ถ้าพับวงกลมหนึ่งหน่วยในรูปตามแกน Y แล้วจุด P จะทับจุด_____ นั่นคือ $\overset{\frown}{AB}$ = $\overset{\frown}{\_\_\_\_\_}$ PF = _____ และ PR = _____
B PC FB BE	166. จากกรอบที่ 165 โคออร์ดิเนตของ B คือ (x,y) ดังนั้น FB = x หน่วย และ BE = _____ หน่วย นั่นคือ PF = __ หน่วย , PR = _____ หน่วย และโคออร์ดิเนตของ P คือ _____
y -x y (-x,y)	167.  ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง θ < 2π และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 2 P เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ $\overset{\frown}{ABP}$ = _____ หน่วย $\overset{\frown}{ABPC}$ = _____ หน่วย ดังนั้น $\overset{\frown}{PC}$ = _____ หน่วย นั่นคือ $\overset{\frown}{AB}$ = _____ หน่วย
θ π π - θ π - θ	168. จากกรอบที่ 167 การวัดส่วนโค้ง AB เป็นการวัด_____เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม) ดังนั้น π - θ เป็นจำนวนจริง_____ (บวก/ลบ) ซึ่ง π - θ _____ 0 และ π - θ _____ $\frac{\pi}{2}$ (>/<) (>/<) นั่นคือ 0 _____ π - θ _____ $\frac{\pi}{2}$ (>/<) (>/<)

ทวน บวก > < < <	169. จากกรอบที่ 167 P คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง θ B คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง________ ดังนั้น $\sin\theta =$ _____ และ $\cos\theta =$ _____ $\sin(\pi - \theta) =$ _____ และ $\cos(\pi - \theta) =$ _____ นั่นคือ $\sin\theta =$ ______________________ $(\sin(\pi - \theta)/-\sin(\pi - \theta))$ $\cos\theta =$ ______________________ $(\cos(\pi - \theta)/-\cos(\pi - \theta))$
$\pi - \theta$ y $-x$ y x $\sin(\pi - \theta)$ $-\cos(\pi - \theta)$	170. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้ง θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 2 แล้ว ก. $0 \underset{(>/<)}{\underline{\quad}} \pi - \theta \underset{(>/<)}{\underline{\quad}} \frac{\pi}{2}$ ข. $\sin\theta =$ __________ $\cos\theta =$ __________
< < $\sin(\pi - \theta)$ $-\cos(\pi - \theta)$	171. การเขียนค่าฟังก์ชันซายน์ และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริง 3 ให้อยู่ในรูปค่าของฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$ มีวิธีทำดังนี้คือ เนื่องจากเมื่อแทน 3 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 3 อยู่ในควอดรันต์ที่ 2 ดังนั้น $0 \underset{(>/<)}{\underline{\quad}} \pi - 3 \underset{(>/<)}{\underline{\quad}} \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin 3 =$ __________ $\cos 3 =$ __________

< sin (π- 3) -cos (π- 3)	172. ให้นักเรียนหาค่าของ sin $\frac{3\pi}{4}$ และ cos $\frac{3\pi}{4}$ เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{3\pi}{4}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{3\pi}{4}$ อยู่ในควอดรันต์ที่ 2 ดังนั้น $0 \underset{(>/<)}{\underline{\qquad}} \pi - \frac{3\pi}{4} \underset{(>/<)}{\underline{\qquad}} \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin\frac{3\pi}{4} = \sin(\pi - \frac{3\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cos\frac{3\pi}{4}$ = ________ = ______ = ______
< -cos(π- $\frac{3\pi}{4}$) -cos $\frac{\pi}{4}$ - $\frac{1}{2}$	173. ให้นักเรียนหาค่าของ sin $\frac{2\pi}{3}$ และ cos $\frac{2\pi}{3}$ เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{2\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{2\pi}{3}$ อยู่ในควอดรันต์ที่______ ดังนั้น 0 < ______ < $\frac{\pi}{2}$ นั่นคือ sin $\frac{2\pi}{3}$ = ________________ cos $\frac{2\pi}{3}$ = ________________
2 $\pi - \frac{2\pi}{3}$ $\sin(\pi - \frac{2\pi}{3})$ = $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $-\cos(\pi - \frac{2\pi}{3})$ = $-\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$	174.  เนื่องจากแกน X และแกน Y เป็นแกนสมมาตรของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น $\widehat{AB}$ = $\widehat{\quad}$ = $\widehat{\quad}$ แต่โคออร์ดิเนตของ B คือ (x,y) นั่นคือโคออร์ดิเนตของ P คือ____

DC CP (-x,-y)	175.  ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 P เป็นจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ $\overset{\frown}{ABCP}$ = ______ หน่วย $\overset{\frown}{ACB}$ = ______ หน่วย ดังนั้น $\overset{\frown}{CP}$ = ______ หน่วย นั่นคือ $\overset{\frown}{AB}$ = ______ หน่วย
θ π $\theta - \pi$ $\theta - \pi$	176. จากกรอบที่ 175 การวัดส่วนโค้ง AB เป็นการวัด______เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม) ดังนั้น $\theta - \pi$ เป็นจำนวนจริง________ (บวก/ลบ) ซึ่ง $\theta - \pi$ ______ 0 $\theta - \pi$ ______ $\frac{\pi}{2}$ (>/<) (>/<) นั่นคือ 0 ______ $\theta - \pi$ ______ $\frac{\pi}{2}$ (>/<) (>/<)
ทวน บวก > < < <	177. จากกรอบที่ 175 P คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง θ B คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง______ ดังนั้น $\sin\theta$ =_____ และ $\cos\theta$ =_____ $\sin(\theta - \pi)$ =_____ และ $\cos(\theta - \pi)$ =_____ นั่นคือ $\sin\theta$ = ____________________ $(\sin(\theta - \pi)/-\sin(\theta - \pi))$ $\cos$ = ____________________ $(\cos(\theta - \pi)/-\cos(\theta - \pi))$

$\theta - \pi$ $-y \quad -x$ $y \quad x$ $-\sin(\theta - \pi)$ $-\cos(\theta - \pi)$	178. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 แล้ว ก. $0 \underset{(>/<)}{\underline{\qquad}} \theta - \pi \underset{(>/<)}{\underline{\qquad}} \frac{\pi}{2}$ ข. $\sin\theta =$ ________ $\cos\theta =$ ________
$< \quad <$ $-\sin(\theta - \pi)$ $-\cos(\theta - \pi)$	179. การเขียนค่าฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริง 4 ให้อยู่ในรูปค่าของฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$ มีวิธีทำดังนี้คือ เนื่องจากเมื่อแทน 4 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหน่วยหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 4 อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 ดังนั้น $0 \underset{(>/<)}{\underline{\qquad}} 4 - \pi \underset{(>/<)}{\underline{\qquad}} \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin 4 =$ ________ $\cos 4 =$ ________
$< \quad <$ $-\sin(4 - \pi)$ $-\cos(4 - \pi)$	180. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin\frac{5\pi}{4}$ และ $\cos\frac{5\pi}{4}$ เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{5\pi}{4}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{5\pi}{4}$ อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 ดังนั้น $0 \underset{(>/<)}{\underline{\qquad}} \frac{5\pi}{4} - \pi \underset{(>/<)}{\underline{\qquad}} \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin\frac{5\pi}{4} = -\sin(\frac{5\pi}{4} - \pi) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cos\frac{5\pi}{4} =$ ________ = ______ = ____

< < $-\cos(\frac{5\pi}{4}-\pi)$ $-\cos\frac{\pi}{4}$ $-\frac{1}{2}$	181. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin\frac{7\pi}{6}$ และ $\cos\frac{7\pi}{6}$ เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{7\pi}{6}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{7\pi}{6}$ อยู่ในควอดรันต์ที่____ ดังนั้น $0 \le$ ____ $< \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin\frac{7\pi}{6} =$ ____________ $\cos\frac{7\pi}{6} =$ ____________
3 $\frac{7\pi}{6}-\pi$ $-\sin(\frac{7\pi}{6}-\pi)$ $= -\sin\frac{\pi}{6}$ $= -\frac{1}{2}$ $-\cos(\frac{7\pi}{6}-\pi)$ $= -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	182.  เนื่องจากแกน X เป็นแกนสมมาตรของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนั้น $\widehat{AB} = \widehat{\quad\quad}$ แต่โคออร์ดิเนตของ B คือ (x,y) นั่นคือ โคออร์ดิเนตของ P คือ____
PA (x,-y)	183.  ให้ θ เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 P คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของθ $\widehat{ABP}$ = ______ หน่วย $\widehat{ABPA}$ = ______ หน่วย ดังนั้น $\widehat{PA}$ = ______ หน่วย นั่นคือ $\widehat{AB}$ = ______ หน่วย

θ 2π $2\pi - \theta$ $2\pi - \theta$	184. จากกรอบที่ 183 การวัดส่วนโค้ง AB เป็นการวัด_____ เข็มนาฬิกา (ทวน/ตาม) ดังนั้น $2\pi - \theta$ เป็นจำนวนจริง_____ (บวก/ลบ) ซึ่ง $2\pi - \theta$ _____ 0 และ $2\pi - \theta$ _____ $\frac{\pi}{2}$ (>/<) (>/<) นั่นคือ 0 _____ $2\pi - \theta$ _____ $\frac{\pi}{2}$ (>/<) (>/<)
ทวน บวก > < < <	185. จากกรอบที่ 183 P คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง θ B คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง_______ ดังนั้น $\sin\theta$ = _____ และ $\cos\theta$ = _____ $\sin(2\pi - \theta)$ = _____ และ $\cos(2\pi - \theta)$ = _____ นั่นคือ $\sin\theta$ = _______________ ($\sin(2\pi - \theta)$/$-\sin(2\pi - \theta)$) $\cos\theta$ = _______________ ($\cos(2\pi - \theta)$/$-\cos(2\pi - \theta)$)
$2\pi - \theta$ $-y$ x y x $-\sin(2\pi - \theta)$ $\cos(2\pi - \theta)$	186. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้า θ เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่ง $\theta < 2\pi$ และเมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ทำให้จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ θ อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 แล้ว ก. 0 _____ $2\pi - \theta$ _____ $\frac{\pi}{2}$ (>/<) (>/<) ข. $\sin\theta$ = __________ $\cos\theta$ = __________

$<$ $\quad$ $<$ $-\sin(2\pi - \theta)$ $\cos(2\pi - \theta)$	187. การเขียนค่าฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริง $\frac{15\pi}{8}$ ให้อยู่ในรูปค่าของฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$ มีวิธีทำดังนี้คือ เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{15\pi}{8}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{15\pi}{8}$ อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 ดังนั้น $0 \underset{(>/<)}{\rule{2em}{0.4pt}} 2\pi - \frac{15\pi}{8} \underset{(>/<)}{\rule{2em}{0.4pt}} \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin \frac{15\pi}{8} =$ __________ $\cos \frac{15\pi}{8} =$ __________
$-\sin(2\pi - \frac{15\pi}{8})$ $\cos(2\pi - \frac{15\pi}{8})$	188. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin \frac{7\pi}{4}$ และ $\cos \frac{7\pi}{4}$ เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{7\pi}{4}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย แล้วจุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{7\pi}{4}$ อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 ดังนั้น $0 \underset{(>/<)}{\rule{2em}{0.4pt}} 2\pi - \frac{7\pi}{4} \underset{(>/<)}{\rule{2em}{0.4pt}} \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin \frac{7\pi}{4} = -\sin\ (2\pi - \frac{7\pi}{4}) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cos \frac{7\pi}{4} =$ __________ = _____ = _____
$<$ $\quad$ $<$ $\cos(2\pi - \frac{7\pi}{4})$ $\cos \frac{\pi}{4}$ $\quad$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$	189. ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin \frac{5\pi}{3}$ และ $\cos \frac{5\pi}{3}$ เนื่องจากเมื่อแทน $\frac{5\pi}{3}$ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหน่วยหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ $\frac{5\pi}{3}$ อยู่ในควอดรันต์ที่_____ ดังนั้น $0 <$ _____ $< \frac{\pi}{2}$ นั่นคือ $\sin \frac{5\pi}{3} =$ __________ $\cos \frac{5\pi}{3} =$ __________

4 $2\pi - \frac{5\pi}{3}$ $-\sin(2\pi - \frac{5\pi}{3})$ $= -\sin\frac{\pi}{3}$ $= -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos(2\pi - \frac{5\pi}{3})$ $= \cos\frac{\pi}{3}$ $= \frac{1}{2}$	190. ให้นักเรียนเขียนค่าฟังก์ชันซายน์และโคซายน์ของจำนวนจริง -6 ให้อยู่ในรูปค่าของฟังก์ชันซายน์และโคซายน์ของจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$ $\sin(-6)$ = ______ $\cos)-6)$ = ______ และเนื่องจากเมื่อแทน 6 ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยแล้ว จุดปลายความยาวส่วนโค้งของ 6 อยู่ในควอดรันต์ที่ ____ ดังนั้น $\sin 6$ = ______ $\cos 6$ = ______
$-\sin 6$ $\cos 6$ 4 $-\sin(2\pi - 6)$ $\cos(2\pi - 6)$	191. จากกรอบที่ 190 นั่นคือจะได้ว่า $\sin(-6)$ = ______ $(\sin(2\pi - 6)/-\sin(2\pi - 6))$ $\cos(-6)$ = ______ $(\cos(2\pi - 6)/-\cos(2\pi - 6))$
$\sin(2\pi - 6)$ $\cos(2\pi - 6)$	192 ให้นักเรียนหาค่าของ $\sin\frac{11\pi}{6}$, $\cos\frac{4\pi}{3}$ และ $\cos\frac{5\pi}{6}$ $\sin\frac{11\pi}{6}$ = ______ $\cos\frac{4\pi}{3}$ = ______ $\cos\frac{5\pi}{6}$ = ______

$-\sin(2\pi-\frac{11\pi}{6})=$ $-\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$ $-\cos(\frac{4\pi}{3}-\pi)=$ $-\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$ $-\cos(\pi-\frac{5\pi}{6}) =$ $-\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	
6. ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	
	193. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $\cos\theta \neq 0$ แล้วจะสามารถหาค่าของ tangent θ ซึ่งเขียนแทนด้วย $\tan\theta$ และ secent θ ซึ่งเขียนแทนด้วย $\sec\theta$ ได้ดังนี้คือ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ และ $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ ดังนั้นถ้า $\sin\alpha = a$ และ $\cos\alpha = b$ ซึ่ง $b \neq 0$ $\tan\alpha = \frac{\quad}{\underline{\qquad}}$ และ $\sec\alpha = \frac{\quad}{\underline{\qquad}}$
$\frac{a}{b}$ $\frac{1}{b}$	194. เนื่องจาก $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ดังนั้น $\cos\frac{\pi}{4}$ ____ 0 (=/≠) นั่นคือ $\tan\frac{\pi}{4} = \frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}} = \frac{\quad}{\underline{\qquad}} = \underline{\qquad}$ $\sec\frac{\pi}{4} = \frac{\quad}{\underline{\qquad}} = \frac{\quad}{\underline{\qquad}} = \frac{\quad}{\underline{\qquad}}$
$\neq$ $\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ 1 $\frac{1}{\cos\frac{\pi}{4}}$ $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ $\sqrt{2}$	195. เนื่องจาก $\cos\frac{\pi}{2} = 0$ ดังนั้น $\tan\frac{\pi}{2}$ หาค่า____ (ได้/ไม่ได้) และ $\sec\frac{\pi}{2}$ หาค่า____ (ได้/ไม่ได้)

ไม่ได้ ไม่ได้	196. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $\sin\theta \neq 0$ แล้วจะสามารถหาค่าของ cotangent θ ซึ่งเขียนแทนด้วย cot θ หรือ cnt θ และ cosecant θ ซึ่งเขียนแทนด้วย cosec θ หรือ csc θ ได้ดังนี้คือ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ และ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ ดังนั้นถ้า $\sin\alpha = a$ และ $\cos\alpha = b$ ซึ่ง $a \neq 0$ แล้ว $\cot\alpha =$ _____ และ $\operatorname{cosec}\alpha =$ _____
$\frac{b}{a}$ $\frac{1}{a}$	197. เนื่องจาก $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ดังนั้น $\sin\frac{\pi}{4}$ $\underset{(=/\neq)}{\underline{\qquad}}$ 0 นั่นคือ $\cot\frac{\pi}{4}$ $\frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}}$ = _____ = _____ $\operatorname{cosec}\frac{\pi}{4} =$ _____ = _____ = _____
$\neq$ $\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ 1 $\frac{1}{\sin\frac{\pi}{4}}$ $\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ $\sqrt{2}$	198. เนื่องจาก $\sin 0 = 0$ ดังนั้น cot 0 หาค่า $\underset{(\text{ได้/ไม่ได้})}{\underline{\qquad}}$ cosec 0 หาค่า $\underset{(\text{ได้/ไม่ได้})}{\underline{\qquad}}$
ไม่ได้ ไม่ได้	199. นั่นคือเมื่อ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสรุปได้ว่า ก. ถ้า $\cos\theta \neq 0$ แล้ว $\tan\theta =$ _____ และ $\sec\theta =$ _____ ข. ถ้า $\sin\theta \neq 0$ แล้ว $\cot\theta =$ _____ และ $\operatorname{cosec}\theta =$ _____

<table>
<tr>
<td>$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $\frac{1}{\cos\theta}$

$\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ $\frac{1}{\sin\theta}$</td>
<td>200. เนื่องจาก $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ และ $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $\tan\frac{\pi}{3} = \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3}$

$\sec\frac{\pi}{3} =$ ______ = ______ = ______ = ______

$\cot\frac{\pi}{3} =$ ______ = ______ = ______ = ______

$\operatorname{cosec}\frac{\pi}{3} =$ ______ = ______ = ______ = ______</td>
</tr>
<tr>
<td>$\frac{1}{\cos\frac{\pi}{3}}$ $\frac{1}{\frac{1}{2}}$ $1\times\frac{2}{1}$ 2

$\frac{\cos\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3}}$ $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $\frac{1}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}$ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{1}{\sin\frac{\pi}{3}}$ $\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $1\times\frac{2}{\sqrt{3}}$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$</td>
<td>201. เนื่องจาก $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ และ $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ดังนั้น $\tan\frac{\pi}{6} = \frac{\sin\frac{\pi}{6}}{\cos\frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sec\frac{\pi}{6} =$ ______________________

$\cot\frac{\pi}{6} =$ ______________________

$\operatorname{cosec}\frac{\pi}{6} =$ ______________________</td>
</tr>
<tr>
<td>$\frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$
$= 1 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\frac{\cos\frac{\pi}{6}}{\sin\frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$
$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3}$

$\frac{1}{\sin\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} =$
$1\times\frac{2}{1} = 2$</td>
<td>202. เนื่องจาก $\sin\pi = 0$ และ $\cos\pi = -1$

ดังนั้น $\tan\pi = \frac{\sin\pi}{\cos\pi} = \frac{0}{-1} = 0$

$\sec\pi =$ ______________

$\cot\pi =$ หาค่าไม่ได้

$\operatorname{cosec}\pi =$ ______________</td>
</tr>
</table>

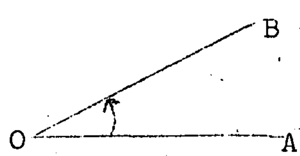
$\frac{1}{\cos\pi} = \frac{1}{-1} = -1$ หาค่าไม่ได้	203. ให้นักเรียนหาค่าของ $\tan\frac{7\pi}{6}$, $\cot\frac{2\pi}{3}$ และ $\sec\frac{11\pi}{6}$ $\tan\frac{7\pi}{6}$ = ____________ $\cot\frac{2\pi}{3}$ = ____________ $\sec\frac{11\pi}{6}$ = ____________
$\frac{\sin\frac{7\pi}{6}}{\cos\frac{7\pi}{6}} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $= \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\frac{\cos\frac{2\pi}{3}}{\sin\frac{2\pi}{3}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ $= -\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\frac{1}{\cos\frac{11\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$	204. $\cos\frac{\pi}{2} - \sin\frac{5\pi}{3} + \tan\frac{9\pi}{4} + \cos\frac{5\pi}{6}$ = ____________ = ____________ = ____________
$0-(-\frac{\sqrt{3}}{2})+1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $0+\frac{\sqrt{3}}{2}+1-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 1	205. $\sin\frac{5\pi}{6} + \tan^2\frac{7\pi}{6} - \cos^2\frac{3\pi}{4}$ = ____________ = ____________ = ____________
$\frac{1}{2}+(\frac{1}{\sqrt{3}})^2-(-\frac{1}{\sqrt{2}})^2$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$	206. เนื่องจาก $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ และ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ ดังนั้น $\tan\theta \cdot \cot\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \frac{\_\_\_}{\_\_\_} = \_\_\_\_$

$\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$ 1	207. เนื่องจาก $\text{cosec}\ \theta = \frac{1}{\sin \theta}$ และ $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ ดังนั้น $\sin \theta . \text{cosec}\ \theta = \sin \theta . \frac{\quad}{\quad} = \_\_\_\_$ $\cos \theta . \sec \theta = \cos \theta . \frac{\quad}{\quad} = \_\_\_\_$
$\frac{1}{\sin \theta}$ 1 $\frac{1}{\cos \theta}$ 1	208. ให้ $\cos \theta \neq 0$ เนื่องจาก $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ หารตลอดด้วย $\cos^2 \theta$ จะได้ว่า $\frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ $1 + \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)^2 = \left(\frac{1}{\cos \theta}\right)^2$ ดังนั้น $1 + (\_\_\_\_)^2 = (\_\_\_\_)^2$
$\tan \theta$ $\sec \theta$	209. ถ้าแทน $(\tan \theta)^2$ ด้วย $\tan^2 \theta$ และแทน $(\sec \theta)^2$ ด้วย $\sec^2 \theta$ นั่นคือ $1 + \tan^2 \theta = \_\_\_\_$
$\sec^2 \theta$	210. ให้ $\sin \theta \neq 0$ เนื่องจาก $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ หารตลอดด้วย $\sin^2 \theta$ จะได้ว่า $\frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$ $\left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{\sin \theta}\right)^2$ ดังนั้น $(\_\_\_\_)^2 + 1 = (\_\_\_\_)^2$

$\cot\theta\ \operatorname{cosec}\theta$	211. ถ้าแทน $(\cot\theta)^2$ ด้วย $\cot^2\theta$ และแทน $(\operatorname{cosec}\theta)^2$ ด้วย $\operatorname{cosec}^2\theta$ นั่นคือ $\cot^2\theta + 1 =$ _______
$\operatorname{cosec}^2\theta$	212. นั่นคือ เมื่อ θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสรุปได้ว่า ก. $\tan\theta.\cot\theta =$ _______ ข. $\sin\theta.\operatorname{cosec}\theta =$ _______ ค. $\cos\theta.\sec\theta =$ _______ ง. $1 + \tan^2\theta =$ _______ จ. $\cot^2\theta + 1 =$ _______
1 1 1 $\sec^2\theta$ $\operatorname{cosec}^2\theta$	

7. ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม

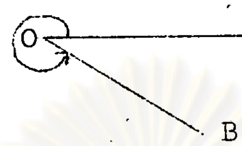
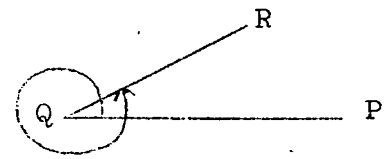
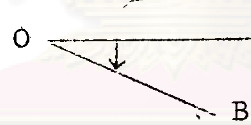
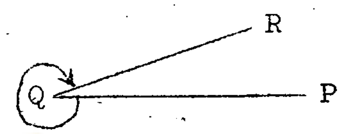
213. มุมในวิชาตรีโกณมิติ เกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรงในแนวนอน ซึ่งเรียกว่าด้านเริ่มต้นของมุม โดยใช้จุดปลายสุดทางซ้ายของด้านเริ่มต้นของมุมเป็นจุดหมุน และมีลูกศรแสดงการหมุนด้วย เมื่อส่วนของเส้นตรงนี้หยุด ณ ที่ใดก็ตามจะทำให้เกิดมุม เรียกส่วนของเส้นตรงนี้ว่าด้านสิ้นสุดของมุม และเรียกจุดหมุนว่าจุดยอดของมุมเช่น:- จากรูป มุม AOB

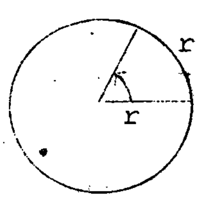


OA เรียกว่าด้าน _______ ของมุม

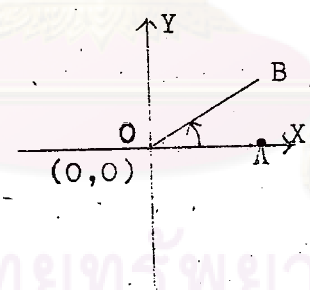
O เรียกว่า _________ ของมุม

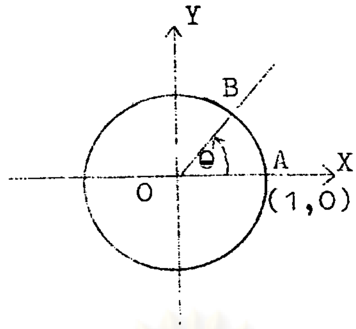
OB เรียกว่าด้าน _______ ของมุม

เริ่มต้น จุดยอด สิ้นสุด	214. ถ้ามุมในวิชาตรีโกณมิติเกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรงซึ่งเป็นด้านเริ่มต้นของมุม ในทิศทาง<u>ทวนเข็มนาฬิกา</u> มุมที่เกิดขึ้นเป็นมุม<u>บวก</u>   มุม AOB เป็นมุม ______ (บวก/ลบ) เพราะหมุน______ (ทวน/ตาม) เข็มนาฬิกา มุม PQR เป็นมุม ______ (บวก/ลบ) เพราะหมุน______ (ทวน/ตาม) เข็มนาฬิกา
บวก ทวน บวก ทวน	215. ถ้ามุมในวิชาตรีโกณมิติเกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรงซึ่งเป็นด้านเริ่มต้นของมุม ในทิศทาง<u>ตามเข็มนาฬิกา</u> มุมที่เกิดขึ้นเป็นมุม<u>ลบ</u>   มุม AOB เป็นมุม ______ (บวก/ลบ) เพราะหมุน______ (ทวน/ตาม) เข็มนาฬิกา มุม PQR เป็นมุม ______ (บวก/ลบ) เพราะหมุน______ (ทวน/ตาม) เข็มนาฬิกา
ลบ ตาม ลบ ตาม	216. หน่วยในการวัดมุมที่เคยเรียนมาแล้ว คือ องศา (°) และจะแบ่งหน่วยองศาออกเป็นหน่วยย่อยคือ ลิปดา (′) และวิลิปดา (″) ได้ดังนี้คือ $1^\circ = 60'$ $1' = 60''$ ดังนั้น $\frac{1}{2}^\circ = \frac{1}{2}(\_\_)' = \_\_'$ $\frac{1}{3}' = \frac{1}{3}(\_\_)'' = \_\_''$

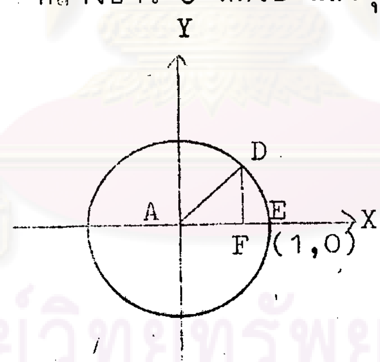
60 30 60 20	217. $10\frac{27}{80}^\circ = 10^\circ + \frac{27}{80}^\circ$ $= 10^\circ + \frac{27}{80}(\_\_)'$ $= 10^\circ + 20\frac{5}{16}'$ $= 10^\circ + 20' + \frac{5}{16}'$ $= 10^\circ + 20' + \frac{5}{16}(\_\_)''$ $= 10^\circ + 20' + 15''$ นั่นคือ $10\frac{27}{80}^\circ = 10^\circ\ 20'\ 15''$
60 60	218. ให้นักเรียนเขียนขนาดของมุม 20.2625° เป็น องศา, ลิปดา และวิลิปดา 20.2625° = __________________ = __________________ = __________________ = __________________ = __________________ = __________________ นั่นคือ 20.2625° = __________________
$20^\circ + .2625^\circ$ $20^\circ + .2625(60)'$ $20^\circ + 15.75'$ $20^\circ + 15' + .75'$ $20^\circ + 15' + .75(60)''$ $20^\circ + 15' + 45''$ $20^\circ\ 15'\ 45''$	219. หน่วยในการวัดมุมที่สำคัญอีกชนิดหนึ่ง คือการวัดมุมเป็น<u>เรเดียน</u>  <u>มุมที่มีขนาด 1 เรเดียน</u> คือมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งของวงกลมที่ยาวเท่ากับรัศมีของวงกลม ดังนั้นถ้าวงกลมมีรัศมียาว r หน่วยแล้ว มุม 1 เรเดียนคือมุมที่ _______ ของวงซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งของวงกลมยาว____ หน่วย

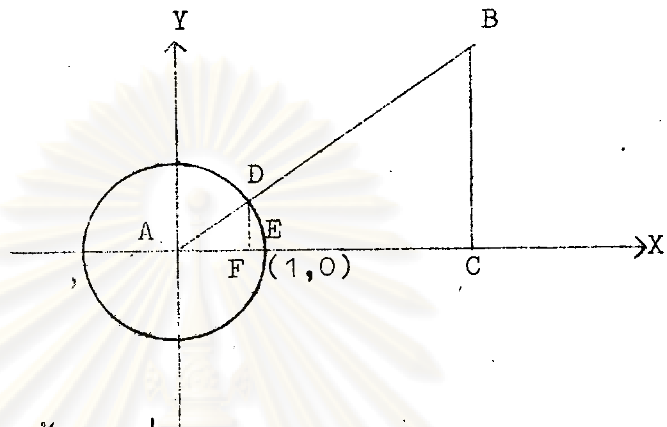
จุดศูนย์กลาง r	220. ให้วงกลมมีรัศมียาว r หน่วย ดังนั้นเส้นรอบวงของวงกลมยาว $2\pi r$ หน่วย จากความหมายของมุม 1 เรเดียนจะได้ว่า เส้นรอบวงยาว r หน่วย ปิดมุมที่จุดศูนย์กลาง 1 เรเดียน ดังนั้น " $2\pi r$ " " $\frac{2\pi r}{r}$ " $=$ ______ " นั่นคือมุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลม $=$ ______ เรเดียน
2π 2π	221. เนื่องจากมุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลม $= 360^\circ$ และมุมรอบจุดศูนย์กลางของวงกลม $= 2\pi$ เรเดียน ดังนั้น $360^\circ =$ ______ เรเดียน $180^\circ =$ ______ เรเดียน นั่นคือ ______ เรเดียน $= 180^\circ$
2π π π	222. การเปลี่ยนมุม $\frac{1}{2}$ เรเดียน เป็น องศา มีวิธีทำดังนี้คือ เนื่องจาก π เรเดียน $=$ 180 องศา ดังนั้น $\frac{1}{2}$ เรเดียน $= \frac{1}{2} \times$ ______ องศา $\approx \frac{90}{3.1416}$ องศา $=$ 28.65 องศา $= 28^\circ$ ______ นั่นคือ $\frac{1}{2}$ เรเดียน $\approx 28^\circ$ ______
$\frac{180}{\pi}$ 39 39	223. ให้นักเรียนเปลี่ยนมุม $\frac{2\pi}{5}$ เรเดียน เป็นองศา. เนื่องจาก ________________ ดังนั้น ________________ ________________ นั่นคือ $\frac{2\pi}{5}$ เรเดียน $=$ ____________

π เรเดียน = 180 องศา $\frac{2\pi}{5}$ " = $\frac{2\pi}{5} \times \frac{180}{\pi}$ " = 72° 72°	224. การเปลี่ยนมุม 75° เป็น เรเดียน มีวิธีทำดังนี้คือ เนื่องจาก 180° = π เรเดียน ดังนั้น 75° = $75 \times$ ____ เรเดียน = ____ เรเดียน นั่นคือ 75° = ____ เรเดียน
$\frac{\pi}{180}$ $\frac{5\pi}{12}$ $\frac{5\pi}{12}$	225. ให้นักเรียนเปลี่ยนมุม -60° เป็นเรเดียน เนื่องจาก ____________ ดังนั้น ____________ ____________ นั่นคือ -60° = ________ เรเดียน
180° = π เรเดียน -60° = $-60 \times \frac{\pi}{180}$ " = $-\frac{\pi}{3}$ " $-\frac{\pi}{3}$	226. <u>มุมที่อยู่ในตำแหน่งมาตรฐาน</u> คือมุมที่จุดยอดของมุมอยู่ที่จุด(0,0) และด้านเริ่มต้นของมุมทาบไปตามแกน x ทางบวก  จากรูป มุม AOB เป็นมุมในตำแหน่งมาตรฐาน ดังนั้นจุดยอดของมุมคือจุด____ ด้านเริ่มต้นของมุมคือ______ ด้านสิ้นสุดของมุมคือ_______
O OA OB	227. เนื่องจากวงกลมหนึ่งหน่วยมีรัศมียาว 1 หน่วย ดังนั้นส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง 1 เรเดียน จะต้องยาว ___ หน่วย นั่นคือส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง θ เรเดียน จะต้องยาว ___ หน่วย

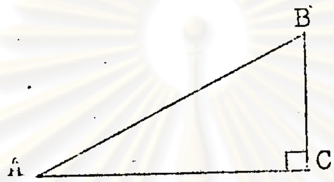
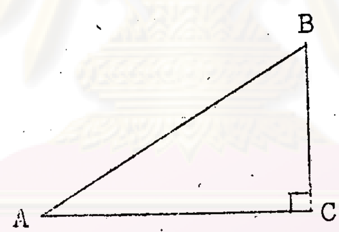
1 θ	228.  มุม AOB เป็นมุมในตำแหน่งมาตรฐาน และมุม AOB กาง θ เรเดียน ดังนั้น $\widehat{AB}$ = ____ หน่วย นั่นคือ B คือจุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง____ และ B คือจุดที่ด้านสิ้นสุดของมุม AOB ซึ่งกาง ________ เรเดียน ตัดวงกลมหนึ่งหน่วย
θ θ θ	229. นั่นคือจะสรุปได้ว่า จุดปลายความยาวส่วนโค้งของจำนวนจริง θ เมื่อแทน θ ด้วยความยาวของส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ____ จุด (เป็น/ไม่เป็น) เดียวกันกับจุดที่ด้านสิ้นสุดของมุมในตำแหน่งมาตรฐาน ซึ่ง กาง θ เรเดียน ตัดวงกลมหนึ่งหน่วย
เป็น	230. เนื่องจาก ไม่ว่าจะใช้วิธีวัดมุมในตำแหน่งมาตรฐาน ให้กาง θ เรเดียน หรือวัดส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยให้ยาว θ หน่วย แล้วจุดที่ด้านสิ้นสุดของมุมตัดวงกลมหนึ่งหน่วย และ จุดปลายความส่วนโค้งเป็นจุดเดียวกันเสมอ ดังนั้นฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่กาง θ เรเดียน และฟังก์ ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง θ มีค่าเท่ากัน นั่นคือ sin θ เรเดียน = sin θ cos θ เรเดียน = ________ tan θ เรเดียน = ________ sec θ เรเดียน = ________ cot θ เรเดียน = ________ cosec θ เรเดียน = ________

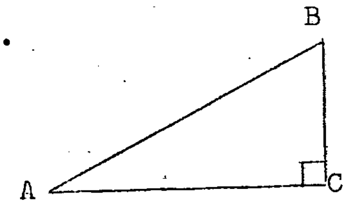
cos θ tan θ sec θ cot θ cosec θ	231. การหาค่าของ sin $\frac{\pi}{4}$ เรเดียน, cos $\frac{\pi}{4}$ เรเดียนและ tan $\frac{\pi}{4}$ เรเดียน มีวิธีทำดังนี้คือ sin $\frac{\pi}{4}$ เรเดียน $= \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ cos $\frac{\pi}{4}$ เรเดียน = ______________ tan $\frac{\pi}{4}$ เรเดียน = ______________
$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\tan\frac{\pi}{4} = 1$	232. การหาค่าของ sin 60°, cos 60° และ tan 60° มีวิธีทำดังนี้คือ เนื่องจาก $60^\circ = \frac{\pi}{3}$ เรเดียน ดังนั้น $\sin 60^\circ = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 60^\circ$ = ______________ $\tan 60$ = ______________
$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ $\tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$	233. ให้นักเรียนหาค่าของ sin 30°, cos 30° และ tan 30° เนื่องจาก ______________ ดังนั้น $\sin 30^\circ$ = ______________ $\cos 30^\circ$ = ______________ $\tan 30^\circ$ = ______________
$30^\circ = \frac{\pi}{6}$ เรเดียน $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$	234. ให้นักเรียนหาค่าของ sec135°, cot120°, cosec-315° และ tan 225° $\sec 135^\circ = \sec\frac{3\pi}{4} = -\sqrt{2}$ $\cot 120^\circ$ = ______________ $\mathrm{cosec}\,{-315^\circ}$ = ______________ $\tan 225^\circ$ = ______________

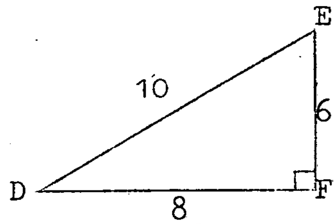
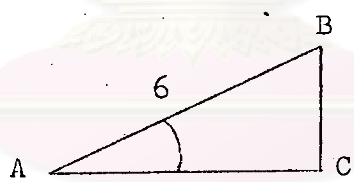
$\cot\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\operatorname{cosec}(-\frac{7\pi}{4}) = \sqrt{2}$ $\tan\frac{5\pi}{4} = 1$	
๘. ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมของสามเหลี่ยมมุมฉาก	
	235. ให้มุม A กาง θ เรเดียน ดังนั้น $\sin A = \sin \theta$ เรเดียน $= \_\_\_\_\_\_$ $\cos A = \cos \theta$ เรเดียน $= \_\_\_\_\_\_$
$\sin \theta$ $\cos \theta$	236. เนื่องจากถ้าส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยที่ปิดมุมที่จุดศูนย์กลางยาว θ หน่วย แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางกาง θ เรเดียน  จากรูป ส่วนโค้งที่ปิดมุม A ยาวเท่ากับความยาว $\overset{\frown}{ED}$ หน่วย ดังนั้นมุม A กาง ______ เรเดียน $\sin A = \sin (\_\_\_\_\_\_)$ $\cos A = \cos (\_\_\_\_\_\_)$
ความยาว $\overset{\frown}{ED}$ ความยาว $\overset{\frown}{ED}$ ความยาว $\overset{\frown}{ED}$	237. จากกรอบที่ 236 โคออร์ดิเนตของ D คือ (AF, ____) ความยาว $\overset{\frown}{ED}$ ______ จำนวนจริง (เป็น/ไม่เป็น) ดังนั้น sin (ความยาว $\overset{\frown}{ED}$) = ______ (AF/FD) cos (ความยาว $\overset{\frown}{ED}$) = ______ (AF/FD)

<table>
<tr><td>FD
เป็น
FD
AF</td><td>238. จากกรอบที่ 237
นั่นคือจะได้ว่า $\sin A = \frac{\_\_\_\_\_\_}{(AF/FD)}$
และ $\cos A = \frac{\_\_\_\_\_\_}{(AF/FD)}$</td></tr>
<tr><td>FD
AF</td><td>239.


ให้สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และวางรูปสามเหลี่ยม ABC ให้มุม CAB เป็นมุมในตำแหน่งมาตรฐาน
ดังนั้นส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยที่ปิดมุม A คือ ______
นั่นคือ $\sin A$ = ________
$\cos A$ = ________</td></tr>
<tr><td>$\widehat{ED}$
DF
AF</td><td>240. จากกรอบที่ 239
เนื่องจาก $\triangle ABC$ และ $\triangle ADF$ เป็นสามเหลี่ยมคล้าย
ดังนั้น $\frac{AD}{AB} = \frac{\_\_\_\_\_\_}{\_\_\_\_\_\_} = \frac{\_\_\_\_\_\_}{\_\_\_\_\_\_}$</td></tr>
<tr><td>$\frac{DF}{BC}$ $\frac{AF}{AC}$</td><td>241. จากกรอบที่ 240
พิจารณาสัดส่วน $\frac{AD}{AB} = \frac{DF}{BC}$ จะได้ว่า $\frac{BC}{AB}$ = ______
และพิจารณาสัดส่วน $\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AC}$ จะได้ว่า $\frac{AC}{AB}$ = ______</td></tr>
</table>

$\frac{DF}{AD}$ $\frac{AF}{AD}$	242. จากกรอบที่ 241 AD = ________ หน่วย ดังนั้น $\frac{BC}{AB}$ = ____ และ $\frac{AC}{AB}$ = ____ นั่นคือ sin A = ____ และ cos A = ____
1 DF AF $\frac{BC}{AB}$ $\frac{AC}{AB}$	243.  นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้าสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉากแล้ว sin A = ________ cos A = ________
$\frac{BC}{AB}$ $\frac{AC}{AB}$	244.  สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุมC เป็นมุมฉาก AB เรียกว่าด้านตรงข้ามมุมฉาก __พิจารณามุม B__ AC เรียกว่าด้านตรงข้ามมุม B BC เรียกว่าด้านประชิดมุม B __พิจารณามุมA__ BC เรียกว่าด้าน ________ มุมA AC เรียกว่าด้าน ________ มุมA

ตรงข้าม ประชิด	245.  สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก เนื่องจาก sin A $= \frac{BC}{AB}$ และ cos A $= \frac{AC}{AB}$ ดังนั้น sin A $= \frac{\text{ด้าน \_\_\_\_\_\_ มุม A}}{\text{ด้าน \_\_\_\_\_\_}}$ cos A $= \frac{\text{ด้าน \_\_\_\_\_\_ มุม A}}{\text{ด้าน \_\_\_\_\_\_}}$
ตรงข้าม ตรงข้ามมุมฉาก ประชิด ตรงข้ามมุมฉาก	246. จากกรอบที่ 245 tan A $= \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ด้านประชิดมุม A}}$ sec A $= \frac{1}{\cos A} =$ ________ cot A $= \frac{\cos A}{\sin A} =$ ________ cosec A $= \frac{1}{\sin A} =$ ________
$\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ด้านประชิดมุม A}}$ $\frac{\text{ด้านประชิดมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}$ $\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}$	247. นั่นคือจะสรุปได้ว่า ถ้าสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉากแล้ว sin A = ________ cos A = ________ tan A = ________ sec A = ________ cot A = ________ cosec A = ________

$\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\frac{\text{ด้านประชิดมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ $\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ด้านประชิดมุม A}}$ $\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ด้านประชิดมุม A}}$ $\frac{\text{ด้านประชิดมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}$ $\frac{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}$	248.  สามเหลี่ยมมุมฉาก DEF มีมุม F เป็นมุมฉาก DE = 10, DF = 8 และ EF = 6 ดังนั้น $\sin D = \frac{EF}{DE} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ $\cos D$ = ________ $\tan D$ = ________ $\sec D$ = ________ $\cot D$ = ________ $\operatorname{cosec} D$ = ________
$\frac{DF}{DE} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ $\frac{EF}{DF} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ $\frac{DE}{DF} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ $\frac{DF}{EF} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ $\frac{DE}{EF} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$	249.  สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก, $\hat{A} = 30^\circ$ และ AB = 6 หน่วย ให้หาว่า BC ยาวกี่หน่วย เนื่องจาก $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{6}$ และ $\sin A = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ดังนั้น $\frac{BC}{6} = \frac{1}{2}$ นั่นคือ BC = ______ หน่วย
3	